### Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Hassiba Benbouali de Chlef

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique



# **THÈSE**

Présentée pour l'obtention du diplôme de

# **DOCTORAT**

Filière : Génie mécanique

Spécialité : Génie mécanique

Par

# Mustapha MECHALIKH

Thème:

# Simulation de l'interaction piston-film lubrifiant d'un moteur diesel à injection directe

#### Soutenue le 04/03/2020, devant le jury composé de :

MENDAS Mohammed	Professeur	Université Hassiba Benbouali de chlef	Président
MAZOUZI Redha	MCA	Université Djilali Bounaama de Khemis-Miliana	Examinateur
BOUZIDANE Ahemd	Professeur	Université Ibn-Khaldoun de Tiaret	Examinateur
TOUAIBI Rabah	MCA	Université Djilali Bounaama de Khemis-Miliana	Examinateur
ZIDANE Ibrahim	MCA	Université Hassiba Benbouali de chlef	Rapporteur
BENHAMMOU A.	MCB	Université Hassiba Benbouali de chlef	Co-Rapporteur
BETTAHAR Ahmed	Professeur	Retraité - Université Hassiba Benbouali de chlef	Invité

#### Remerciements

# الحمد و الشكر لله أولا وآخرا على توفيقه وعونه لا يشكر الله من لا يشكر الناس

Je voudrais dans un premier temps exprimer ma sincère gratitude à mon directeur de thèse **ZIDANE Ibrahim**, Maitre de conférences à l'UHB de Chlef pour le soutien continu, pour sa patience, sa motivation, son enthousiasme et ses immenses connaissances. Ses conseils m'ont aidé tout au long de ce projet de recherche et de la rédaction de cette thèse.

Je voudrais aussi remercier **BENHAMOU Abdessoufi**, Maitre de conférences à l'UHB de Chlef. Je tiens à lui exprimer ma très vive gratitude pour son encadrement, sa grande disponibilité et ses conseils utiles durant ma thèse de doctorat.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à **Mr. BETTAHAR Ahmed** de m'avoir encadré en ingéniorat, magister et au début de ma thèse de doctorat et d'avoir accepté de faire partie du jury de ma thèse.

Je remercie l'ensemble des membres de jury qui ont accepté de donner de leurs temps afin d'examiner ce travail. Il s'agit de Mr. **MENDAS Mohammed** professeur à l'UHB de Chlef, **MAZOUZI Redha** Maître de conférences à l'UDBKM, **BOUZIDANE Ahmed** professeur à l'UIKT, **TOUAIBI Rabah** Maître de conférences à l'UDBKM.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et surtout Dr. HADJ MILOUD Mohamed et Ms. YAKOUBI Belkacem.

Enfin, je dois exprimer ma très profonde gratitude à mes parents et à ma petite famille pour m'avoir fourni un soutien sans faille et des encouragements continus tout au long de mes années d'études et tout au long du processus de recherche et de rédaction de cette thèse. Cette réalisation n'aurait pas été possible sans eux.

#### Résumé

Deux travaux distincts sont réalisés sur l'interaction piston-cylindre. La première partie consiste en l'évaluation par la méthode des éléments finis (MEF) d'un ensemble de matériaux de piston destinés à être utilisés dans un moteur diesel à injection directe de type « Deutz F8L413 ». L'objectif principal est de prévoir les concentrations de contraintes et le jeu entre le piston et le cylindre dues à des sollicitations thermomécaniques afin d'éviter l'adhésion métal-métal. Les contraintes et déformations sont évaluées dans un modèle de piston 3D à l'aide du logiciel ABAQUS. Les résultats obtenus montrent que l'AS12UNG renforcé par des fibres possède de faibles contraintes thermomécaniques par rapport à d'autres types de matériaux. Ce matériau permet un risque de défaillance minimal et contribue donc à l'amélioration de la conception du piston. Un autre phénomène important a suscité un regain d'intérêt au cours des deux dernières décennies qui est le phénomène de glissement à l'interface fluide-solide. Bien que de nombreuses études aient été proposées pour décrire le phénomène de glissement dans divers contacts lubrifiés, aucune étude n'est disponible pour le contact pistoncylindre. Dans une deuxième partie, nous proposons une analyse semi-analytique pour mettre en évidence le phénomène de glissement au contact jupe du piston-cylindre. Pour cette proposition, une équation de Reynolds modifiée est déterminée. Dans cette équation, le glissement est considéré à l'interface entre le film d'huile et la surface entière du cylindre. Les résultats indiquent que les caractéristiques de fonctionnement sont fortement influencées par la présence du phénomène de glissement. La force de frottement et la puissance dissipée pourraient être réduites pour améliorer les performances du moteur diesel.

**Mots-clés :** Moteur Deutz F8L413 ; Interaction piston-cylindre ; MEF ; Lubrification hydrodynamique ; Conditions de glissement.

#### **Abstract**

Two distinct works are performed on piston-cylinder interaction. The first part is an evaluation by finite element method (FEM) of a set of piston materials for the purpose of being used in a direct injection diesel engine type « Deutz F8L413 ». The main objective is to predict stresses concentrations and the clearance between the piston and the cylinder (to avoid metal-metal adhesion) from thermomechanical solicitations. The stresses and deformations are evaluated in a 3D piston model by using ABAQUS software. The obtained results show that the AS12UNG reinforced with fiber possess low thermomechanical stress values compared to other material types. This material allows a minimum failure risk and therefore contributes in the enhancement of the piston design. Another important phenomenon has been renewed interest in recent two decades, which is the slip phenomenon at the fluid-solid interface. While many studies have been proposed to describe the slip phenomenon in various lubricated contacts, there is no study available for the piston-cylinder contact. In a second part, we propose a semi-numerical analysis to highlight the slip phenomenon at the piston skirt-cylinder contact. For this proposal a modified Reynolds equation is determined. In this equation, the slip is considered at the interface between oil-film and whole surface cylinder. The finding results indicate that the operating characteristics are strongly influenced by the presence of slip phenomenon. Friction force and dissipated power might be reduced to improve diesel engine performances.

**Key words:** Deutz F8L413 engine; Piston-cylinder interaction; FEM; Hydrodynamic lubrication; Slip conditions.

#### ملخص

عملين متمايزين تم دراستهما على تفاعل أسطوانة-مكبس. الجزء الأول هو عبار عن تقييم لمجموعة من مواد المكبس باستخدام طريقة العناصر المحدودة (FEM) لغرض استخدامها في محرك الديزل ذو الحقن المباشر نوع « Deutz F8L413 ». الهدف الرئيسي هو تقييم تركيزات الإجهادات، التشوهات و المسافة بين المكبس والأسطوانة (لتجنب الالتصاق معدن لمعدن) الناتجة عن القوى الميكانيكوحرارية. تم تقييم الإجهادات والتشوهات في نموذج مكبس ثلاثي الأبعاد باستخدام برنامج ABAQUS. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن AS12UNG المقوى بالألياف يمتلك قيم إجهاد ميكانيكوحراري منخفضة مقارنة بأنواع المواد الأخرى. تسمح هذه المادة بحد أدنى من مخاطر الأعطاب و الإنكسرات وبالتالي تساهم في تحسين تصميم المكبس. هناك ظاهرة مهمة أخرى تجدّد الاهتمام بها في العقدين الأخيرين، وهي ظاهرة الانزلاق في الواجهة بين الصلب و السائل. تم اقتراح العديد من الدراسات دراسة ثانية، نقترح تحليلاً شبه رقمي لتسليط الضوء على ظاهرة الانزلاق عند الاتصال المزيت أسطوانة-مكبس. في بالنسبة لهذا الاقتراح، أعيدت كتابة المعادلة العامة لرينولدز (Reynolds). في هذه المعادلة، تم الأخذ في الاعتبار الانزلاق في الواجهة بين فيلم التزييت و السطح الكلي للاسطوانة. تشير النتائج المتوصل إليها إلى أن خصائص التشغيل تتأثر بشدة بوجود ظاهرة الانزلاق حيث يمكن تقليل قوة الاحتكاك والطاقة المبددة لتحسين أداء محرك الديزل.

كلمات البحث: محرك "Deutz F8L413"؛ تفاعل اسطوانة-مكبس ؛ طريقة العناصر المحدودة ؛ التزييت الهيدروديناميكية. شروط الانزلاق.

# Tables des matières

Introduc	tion Générale	1
Chapitre	1. État de l'art sur le système piston-cylindre	4
1.1.	Introduction	5
1.2.	Système piston-cylindre	5
1.2.1		
1.2.1		
1.2.3	•	
1.2.4		
1.2.5	·	
1.2.6		
1.3.	Mouvements du piston	10
1.4.	Matériaux des pistons	11
1.5.	Effet des charges thermomécanique sur pistons	12
1.5.1	. Températures environnantes	13
1.5.2	. Mesure de la température du piston	15
1.5.3		
1.5.4	•	
1.5.5	. Fatigue du piston et endommagements	20
1.6.	Études antérieures sur pistons sollicités thermo-mécaniquement	20
1.7.	Lubrification	
1.7.1	. Lubrification du système piston-cylindre	25
1.7.2		
1.7.3	, ,	
1.7.4		
1.7.5	·	
1.8.	Études antérieures sur le contact lubrifié piston-cylindre	
1.9.	Phénomène de glissement	
1.9.1	. Dépendance du glissement avec des paramètres physiques	40
1.9.2		
1.9.3	. Application du phénomène de glissement dans différents contacts lubrifiés	45
1.10.	Conclusion	46
Chapitre	2. Etude du comportement thermoélastique du piston sous soll	icitations
thermom	récaniques	
2.1.	Introduction	49
2.2.	Modélisation numérique du piston	49
2.2.1	. Modèle et géométrie	50
2.2.2	. Modèle thermique	55
2.2.3	'	
2.2.4		
2.2.5	. Matériaux du piston	62
2.3.	Résultats et discussions	63

2.3.1.	Distribution de la température	63
2.3.2.	Contraintes thermomécaniques	66
2.3.3.	Analyse des déplacements	70
2.4.	Conclusion	74
Chapitre 3	. Modélisation et analyse de l'influence du phénomène de glisser	nent au
contact lui	brifié piston-cylindre	
3.1. I	ntroduction	77
3.2.	Modélisation analytique	77
3.2.1.	Modélisation du phénomène de glissement à l'interface fluide-solide	77
3.2.2.	Équation générale de Reynolds modifiée	82
3.2.3.	Équation de Reynolds modifiée pour le contact lubrifié jupe du piston-cylindre	87
3.3. F	Résultat et discussions	92
3.3.1.	Champ de pression	94
3.3.2.	Profile de vitesse	
3.3.3.	Caractéristiques de fonctionnement	97
3.4.	Conclusions	99
Conclusion	ns & Perspectives	101
Références	s	103
Annexe 1.		109
Annexe 2.		110
Annexe 3.		111
Annexe 4.		116

# Liste des figures

	: Systeme piston-cylindre.	
FIGURE 1-2	: DEFERENTS MOUVEMENTS DU PISTON	10
	: REPARTITION DE LA TEMPERATURE DANS UN PISTON DE MOTEUR DIESEL AVEC CANAL DE REFROIE	
		14
	: DIMENSIONS DE TEMPLUGS; A GAUCHE: TEMPLUGS STANDARD AVEC PRISE ALLEN; A DROITE: TI	
POIN	T DE RUPTURE PREDETERMINE [5]	16
FIGURE 1-5	: EXEMPLE DE DIMENSIONS D'UNE THERMISTANCE CTN AVEC ISOLATION EN VERRE [5]	16
FIGURE 1-6	: MESURES DE LA TEMPERATURE DANS UN PISTON PAR DES THERMISTANCES CTN [5]	17
FIGURE 1-7	: CONFIGURATION SCHEMATIQUE D'UN THERMOCOUPLE A GAINE NICR-NI [5]	17
FIGURE 1-8	: EXEMPLES POUR EQUIPER UN PISTON DIESEL DE VOITURE PARTICULIERE AVEC DES CAPTEURS POL	JR MESURER LA
TEMP	ERATURE DE PISTON [5].	18
FIGURE 1-9	: Flux de chaleur dans le piston en fonction de la methode de refroidissement : A- Ref	ROIDISSEMENT
PAR P	PULVERISATION. B- REFROIDISSEMENT PAR CANAUX [5]	19
FIGURE 1-10	CIRCUIT DE LUBRIFICATION DANS UN MOTEUR.	24
FIGURE 1-11	L: LUBRIFICATION ET REFROIDISSEMENT DU PISTON PAR: (A) JET D'HUILE, (B) GALERIE [4]	26
FIGURE 1-12	2 : SCHEMA D'UN CONTACT LUBRIFIE [21].	26
FIGURE 1-13	3 : Aperçu du transport d'huile [4]	30
FIGURE 1-14	4 : Transport de l'huile pendant la course descendante [4]	31
FIGURE 1-15	5: Deux cas de transport d'huile au cours d'une descente [4]	32
FIGURE 1-16	5: Deux cas de transport d'huile au cours d'une ascendante [4]	34
FIGURE 1-17	7: GLISSEMENT D'UNE GOUTTE SUR UNE PAROI [33]	40
FIGURE 1-18	3: Une goutte d'un fluide placee entre deux surfaces [34]	40
FIGURE 1-19	9 : Experience de l'ecoulement de couette [36]	41
FIGURE 1-20	): Trois profils de vitesses en fonction de l'epaisseur H [36]	42
FIGURE 1-21	$oldsymbol{1}$ : $oldsymbol{VITESSE}$ de cisaillement critique parietale	42
FIGURE 1-22	2: Differentes conditions aux limites [35]	43
FIGURE 2-1	: MOTEUR DIESEL DEUTZ TYPE F8L413.	50
FIGURE 2-2	: DIMENSIONS DU PISTON	50
FIGURE 2-3	: Profil de construction du piston	51
FIGURE 2-4	: FORMES VOLUMIQUE DU PISTON	52
FIGURE 2-5	: NERVURES AVANT L'EXTRUSION VERS LA JUPE	52
FIGURE 2-6	: NERVURES APRES L'EXTRUSION VERS LA JUPE	53
FIGURE 2-7	: CONSTRUCTION DES GORGES	53
FIGURE 2-8	: LOGEMENT DE L'AXE (LES BOSSAGE).	54
FIGURE 2-9	: GEOMETRIE FINALE DU PISTON.	54
FIGURE 2-10	): MAILLAGE DU PISTON	55
FIGURE 2-11	1: Element tetraedrique pour le calcul thermique	56
FIGURE 2-12	2 : CONDITIONS DE CHARGEMENT THERMIQUE	59
FIGURE 2-13	3 : CONDITION DE CHARGEMENT MECANIQUE	60
FIGURE 2-14	4: DISTRIBUTION DE LA PRESSION EN FONCTION DE L'ANGLE DU VILEBREQUIN	61
FIGURE 2-15	5 : CONDITION AUX LIMITES	61
FIGURE 2-16	5: VALIDATION DE LA DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE SUR LE PISTON	64
FIGURE 2-17	7: DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURES SUR LE PISTON.	65
FIGURE 2-18	3: DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE AU NIVEAU SUPERIEUR DU PISTON.	66
	9: CHAMP DE CONTRAINTES THERMOMECANIQUES DANS LE PISTON	
FIGURE 2-20	: Cartographies de contraintes thermomecaniques sur le fond du piston	68
FIGURE 2-21	1: Points specifiques a etudier sur le piston	69
FIGURE 2-22	2: VALEURS DES CONTRAINTES THERMOMECANIQUES SUR LES POINTS SPECIFIES DANS LE PISTON	69
	3: VUE GLOBALE DE LA CARTOGRAPHIE DU DEPLACEMENT POUR CHAQUE MATERIAU	
FIGURE 2-24	1: CARTOGRAPHIES DU DEPLACEMENT PRISENT SUR LE PLAN DU BATTEMENT	71

FIGURE 2-25 : MAGNITUDE DU DEPLACEMENT DE LA PAROI EXTERIEURE DU PLAN DE BATTEMENT
FIGURE 2-26 : CARTOGRAPHIES DU DEPLACEMENT PRISENT SUR LE PLAN DE L'AXE DU PISTON
FIGURE 2-27: MAGNITUDE DU DEPLACEMENT DE LA PAROI EXTERIEURE DU PLAN DE L'AXE
FIGURE 3-1: DIFFERENTES CONDITIONS AUX LIMITES D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT PRES D'UNE PAROI FIXE: (I) CAS DE NON
GLISSEMENT, (II) GLISSEMENT PARTIEL, ET (III) RETOUR DE L'ECOULEMENT [44].
FIGURE 3-2 : SYSTEME DE COORDONNEES CARTESIEN APPLIQUE A UN CONTACT LUBRIFIE. LA PREMIERE SURFACE DE CONTACT
(PAROI 1) EST ANIMEE AVEC DEUX VITESSES $U_1$ ET $W_1$ DANS LES DIRECTIONS X ET Z, AVEC $V_1$ = 0 PUISQUE LE SYSTEME
DES AXES EST FIXE SUR CETTE SURFACE. LA DEUXIEME SURFACE (PAROI 2) EST ANIMEE AVEC TROIS VITESSES $U_2$ , $V_2$ ET $W_2$
DANS LES DIRECTIONS X, Y ET Z. L'EPAISSEUR DU FILM H REPRESENTE L'ESPACE ENTRE LES DEUX SURFACES81
FIGURE 3-3 : SCHEMA REPRESENTATIF DU MOUVEMENT DU PISTON
FIGURE 3-4: SCHEMA REPRESENTATIF DU CONTACT JUPE DU PISTON-CYLINDRE DEVELOPPE
FIGURE 3-5 : COMPARAISON DES CHAMPS DE PRESSION ENTRE LE CAS DE REYNOLDS CLASSIQUES (A=0 ET TC=0) ET LE CAS DE
GLISSEMENT AVEC DIFFERENTES CAS (A=1 ET TC=0), ET (A=1 ET TC=0,5)94
Figure 3-6 : Comparaison des profils de vitesse entre le cas de classiques ( $A$ =0 et $Tc$ =0) et le cas de glissement
AVEC OU SANS CONTRAINTES DE CISAILLEMENT CRITIQUES PARIETALES (A=1, Tc=0 et Tc=0,5)96
FIGURE 3-7: EFFET DES CONDITIONS DE GLISSEMENT SUR LES CARACTERISTIQUES DE FONCTIONNEMENT
Liste des tableaux
Tableau 2-1 : Coefficient de transfert thermique entre le piston et son environnement ( $\times 10^{-4}$ W.mm $^{-1}$ .K $^{-1}$ )60
TABLEAU 2-2: CARACTERISTIQUES MECANIQUES DES MATERIAUX UTILISES DANS L'ANALYSE NUMERIQUE DU PISTON [72]63
Tableau 3-1: Differentes caracteristiques de fonctionnement pour la lubrification hydrodynamique du
CONTACT JUPE DU PISTON-CYLINDRE

#### **Nomenclature**

A Coefficient de glissement adimensionnel  $(A=\alpha\eta/c)$ 

B Rayon du piston adimensionnel

b Longueur de glissement, μm

*c* Jeu radial, μm

E Module de Young, GPa

e Trace de ε;

 $E_b, E_h$  Excentricités adimensionnelles bas et haut

 $e_b, e_h$  Excentricités du bas et d'haut (Distance entre le centre en haut et en bas

de la jupe et l'axe du cylindre, respectivement), µm

 $\overline{F}_f$  Force de frottement adimensionnel

 $F_f$  Force de frottement, N

*H* Épaisseur de film lubrifiant adimensionnel (H=h/c)

h Épaisseur de film lubrifiant, μm

*k* Coefficient de conductivité thermique, W.mm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>

L Longueur de la jupe du piston, mm

*l* Longueur de la bielle, mm

*Nu* Nombre de Nusselt

 $O_{xyz}$  Système de coordonnées cartésiennes P Pression adimensionnel  $(P=pc^2/\eta W_1R)$ 

p Pression hydrodynamique, Pa

 $p_r$  Nombre de Prandtl

Pu Puissance dissiper  $(Pu = | F_f | \times U)$ , Watt

q Flux de chaleur, Watt  $Q_z$  Débit volumique,  $m^3/s$ 

 $\bar{Q}_z$  Débit volumique adimensionnel

R Rayon du piston, mm

S Surface de flux thermique

s Trace de  $\sigma$ , Pa

S Mises Contrainte équivalente de Von-Mises, Pa

 $T_c$  Contrainte de cisaillement critique pariétale adimensionnelle

 $(T_c = \tau_c \mathbf{c}/\eta W_1)$ 

$U_1, U_2$	Vitesses du piston et du cylindre suivant l'axe x, m/s
$u_p$	Vitesse de fluide sur la paroi $(u_p = \alpha \tau_p)$ , m/s
u, v, w	Vitesses de fluide suivant les axes x, y, z respectivement, m/s
$V_1, V_2$	Vitesses du piston et du cylindre suivant l'axe y, m/s
$W_1, W_2$	Vitesses du piston et du cylindre suivant l'axe z, m/s
$W_{I}$	Vitesse du piston, m/s
W	Vitesse adimensionnel ( $W(y)=w(y)/W_1$ )
y	L'axe radiale perpendiculaire à l'axe du piston
Y	Hauteur adimensionnel suivant l'axe y $(Y=y/c)$
Z.	L'axe axiale perpendiculaire au sens de course du piston
Z	Largeur adimensionnel suivant l'axe $z$ ( $Z=z/L$ )
α	Coefficient de glissement ( $\alpha = b/\eta$ ), m/Pa.s
$\overline{\alpha}$	Coefficient de dilatation thermique (10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> )
$\dot{\gamma_{P}}$	Contrainte de cisaillement pariétale, s <sup>-1</sup>
$\mathcal{E}_b$ , $\mathcal{E}_h$	Excentricités relatives varies entre 0 to 1
η	Viscosité dynamique de lubrifiant, Pa.s
$\theta$	Direction circonférentielle, rad
$\lambda$ et $\mu$	Coefficients de Lamé
ν	Poisson coefficient
ho	Masse volumique du fluide lubrifiant, kg/m³
τ	Contrainte de cisaillement dans le fluide, Pa
$ au_{\scriptscriptstyle C}$	Contrainte de cisaillement critique pariétale, Pa
$ au_p$	Contrainte de cisaillement pariétale, Pa
$ au_{zy}$	Contrainte de cisaillement axiale, Pa
$ au_{ heta y}$	Contrainte de cisaillement circonférentielle, Pa

#### **Introduction Générale**

L'interaction piston-cylindre a suscité un intérêt considérable de la part des chercheurs du secteur de l'automobile en raison de son effet considérable sur la fiabilité, le bruit, les vibrations et l'efficacité des moteurs à combustion interne. Depuis le début du dernier siècle, les chercheurs ont étudié divers phénomènes liés au système pistoncylindre. Les modèles phénoménologiques ont été simplifiés pour étudier le mouvement dynamique du piston. L'effet de frottement entre la jupe du piston et la paroi du cylindre reposa principalement sur des dispositifs expérimentaux en conditions réelles. Avec l'apparition des outils de calcul puissants, les modèles complexes ont vu le jour à travers plusieurs études numériques qui traitent le mouvement dynamique secondaire dans l'objectif de prédire les forces d'impact et de réduire le bruit et les vibrations du contact piston-cylindre. Aussi, l'analyse thermique et mécanique des pistons par la MEF donne lieu à de nombreuses études. Plusieurs chercheurs ont étudié ce phénomène en se focalisant sur l'analyse des contraintes/déformations. Des travaux ont été effectué pour l'évaluation de la tenue en fatigue thermomécanique du piston dans les moteurs à combustion interne afin de calculer son facteur de sécurité en fatigue. Parallèlement, il est rencontré dans la littérature des recherches sur la lubrification hydrodynamique assistée par la présence du film d'huile dans l'intervalle entre le piston et le cylindre. L'objectif est de développer des approches et des modèles fiables permettant de comprendre les mécanismes de lubrification et de déterminer de nombreux facteurs affectant les conditions de fonctionnement telles que la pression hydrodynamique, forces de frottement, la puissance dissipée ... Les études qui ont pris en considération l'effet de la lubrification sur le mouvement dynamique ont apparu au début des années 80. L'analyse dynamique des forces hydrodynamiques générées dans un film lubrifiant contribue à une meilleure détermination de la trajectoire totale du piston sous l'effet des paramètres de conception tels que le désaxage et la position de l'axe. Cette analyse a fait la fondation pour de nombreux travaux venant par la suite.

Des efforts supplémentaires pour développer de nouvelles analyses sont nécessaires afin de fournir une compréhension appropriée et de permettre la conception d'un modèle de lubrification plus complet des pistons pour répondre aux nouveaux défis de l'industrie automobile. Ce travail consiste donc à contribuer :

- premièrement, à la modélisation numériquement des sollicitations thermomécaniques subites par le piston afin de prévoir les contraintes/déformations thermomécaniques. Cette étude contribuera à éviter de nombreux problèmes rencontrés dans les systèmes pistoncylindre en examinant certains détails lors de la phase de conception.
- deuxièmement, à l'analyse semi-numérique des effets du phénomène de glissement à l'interface fluide-solide sur la lubrification hydrodynamique du contact jupe du piston-cylindre. Ce phénomène a été largement étudié dans les contacts lubrifiés au cours des deux dernières décennies, cependant aucune étude n'est disponible pour le contact piston-cylindre.

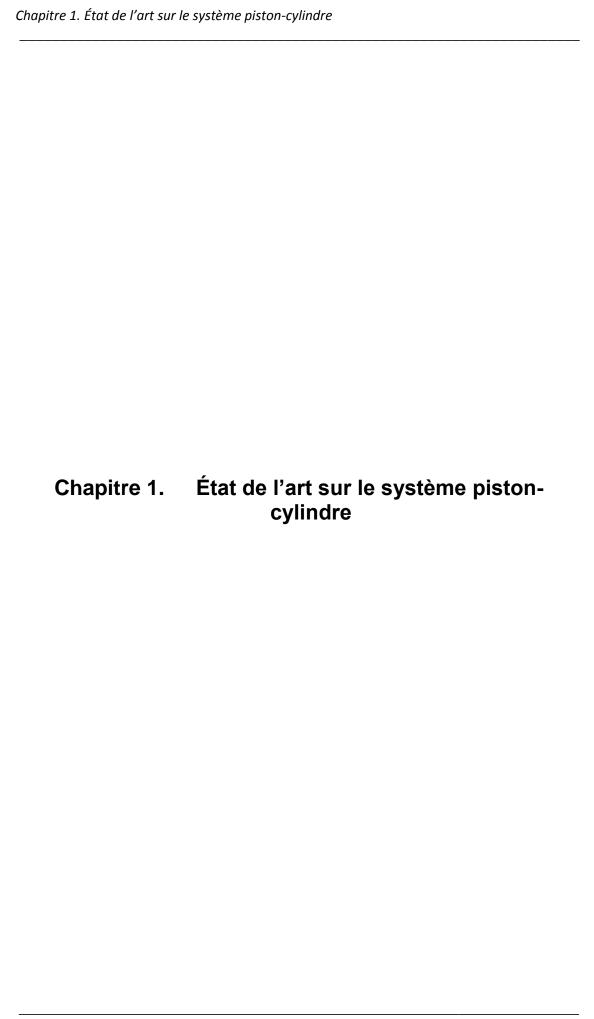
#### Cette thèse est scindée en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art et les travaux antérieurs réalisés sur le mécanisme piston-cylindre. Une étude bibliographique, plus en moins détaillée, est présentée sur : - une généralité sur le mécanisme piston-cylindre et leur composants mécaniques, - les effets thermiques et mécaniques subites par le piston, - la lubrification du contact piston-cylindre, - le phénomène de glissement à l'interface fluide-solide. Cette revue bibliographique montre que la recherche actuelle se focalise sur les effets thermiques et mécaniques subites par le piston et la lubrification du contact piston-cylindre. Cela nous a mené à les analyser en profondeur tout en justifiant le choix de deux travaux distincts.

La simulation numérique d'un piston sollicité thermo-mécaniquement fait l'objet du deuxième chapitre. Le piston étudié est de forme hémisphère creux monté sur un cylindre creux. Différents matériaux de piston sont analysés, à savoir : acier austénitique, acier (Cr-Mo), AS12 UNG, AS12 UNG renforcé par des fibres et fonte SG. Ce travail fait partie d'un projet de recherche visant à étudier l'ensemble du moteur diesel à injection directe de type « Deutz F8L413 », ce qui contribue à améliorer les performances du piston dans le développement de l'industrie. L'objectif principal est de prévoir les contraintes/déformations résultant de sollicitations thermomécaniques. Cette étude

contribuera à éviter certains problèmes rencontrés dans les systèmes piston-cylindre en examinant certains détails lors de la phase de conception.

Le troisième chapitre est dédié à une analyse semi-numérique pour investiguer les effets du phenomène de glissement sur le comportement hydrodynamique du contact lubrifié jupe du piston-cylindre. Les conditions de glissement ont été appliquées à l'interface entre le film d'huile et le cylinder. Par la suite une réecriture de l'équation de Reynolds modifiée a été démontrée. L'objectif final est de voir l'influence de ce phénomène sur les caractéristiques de fonctionnement.



#### 1.1. Introduction

Les conceptions actuelles des moteurs ont tendance à avoir un rendement global de 38 à 41%. L'énergie perdue à cause du frottement mécanique représente environ 4 à 15%. Il est estimé que 40 à 55% des pertes par frottement sont dues au système pistoncylindre : 25 à 47% des pertes au niveau du contact jupe du piston-cylindre, et 28 à 45% des pertes au niveau du contact segments-cylindre [1]–[4]. Le frottement, généré dans le système piston-cylindre, représente donc une proportion importante de la perte d'énergie dans le moteur et pourrait être diminué pour améliorer le rendement du moteur.

Le système piston-cylindre a fait l'objet de nombreuses études dont la plupart concernent les moteurs à combustion interne. Le piston est la composante mécanique la plus sollicitée thermiquement et mécaniquement. L'analyse des contraintes dans le piston par la MEF donne lieu actuellement à des études de plus en plus approfondies. C'est ainsi chercheurs qu'un grand nombre de se sont penchés sur l'étude contraintes/déformations thermomécaniques par des méthodes numériques. La lubrification, de son côté, joue un rôle important dans la modélisation numérique de l'interaction piston-cylindre.

Dans ce chapitre, dans un premier temps, nous allons représenter le système piston-cylindre et leur composants mécaniques. Par la suite, l'accent est mis sur les travaux portant sur les échanges thermiques spécifiques au piston. Dans une deuxième réflexion, nous allons mettre l'accent sur un phénomène important qui est le glissement. Ce dernier a fait l'objet de plusieurs recherches récentes sur les contacts lubrifiés. La présence du glissement peut affecter considérablement le champ de pression et par conséquent les caractéristiques de fonctionnement du système piston-cylindre objet de cette étude.

## 1.2. Système piston-cylindre

Six (6) composantes mécaniques (Figure 1-1) interviennent dans la transmission du mouvement dans un moteur à combustion interne. Chaque composante a un rôle distinct :

— Piston

- Alésage de cylindre (chemise)
- Jeu des segments
- Axe du piston
- Bielle
- Vilebrequin

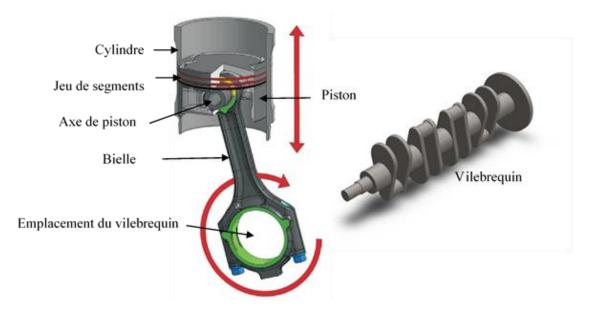


Figure 1-1: Système piston-cylindre.

#### 1.2.1. Piston

La structure de base du piston est un cylindre creux, fermé d'un côté, avec les segments en tête de piston avec une couronne, un bossage et une jupe. La tête de piston transfère les forces de gaz résultant de la combustion du mélange air-carburant au vilebrequin; l'énergie chimique contenue dans le carburant est convertie en énergie cinétique pendant la combustion et transmise depuis la chambre de combustion via le piston, l'axe de piston et la bielle jusqu'au vilebrequin. La disposition géométrique du système piston-cylindre permet de convertir le mouvement linéaire du piston en un mouvement de rotation du vilebrequin. Bien que, dans l'idéal, le piston ne se déplace que dans la direction axiale. En réalité, l'angle de la bielle entraîne la transmission d'efforts latéraux importants à travers le piston, ce qui provoque un mouvement latéral. Le mouvement résultant, souvent appelé claquement de piston (piston slap), qui se produit :

- à 0°, 180°, 360°, ..., lorsque l'angle de la bielle change de signe, qui est déterminé par la géométrie du moteur, et pour une conception de moteur sans décalage du vilebrequin.
- aussi pendant les courses d'admission et d'échappement vers le milieu de la course lorsque la force de la bielle change de signe, c'est-à-dire de la compression à la traction, ou inversement, elle est essentiellement en fonction de la tendance de pression et des inerties axiales des composants.

En général, la surface extérieure d'un piston est définie par un rayon nominal, un profil à froid et une ovalité. Il existe également une conception importante de la structure interne du piston, qui influence de ce fait :

- à la répartition de la masse et du poids ;
- au transfert de chaleur, et donc la répartition de la température et la dilatation thermique ;
- et à la réponse structurelle à la pression, à l'inertie et aux charges de la jupe.

Les critères de conception d'un piston sont souvent de nature contradictoire [3] :

- 1. <u>Jeu entre piston et cylindre</u>: afin de minimiser les pertes par frottement, agrandir le jeu du contact piston-cylindre est souhaitable. Cependant, pour réduire les bruits, une minimisation du jeu est souhaitée afin de réduire le mouvement latéral.
- 2. <u>Rigidité structurelle du piston</u>: La résistance structurelle du piston doit être suffisante pour résister aux efforts importants transmis axialement et latéralement, ce qui impose une rigidité autour de l'alésage de l'axe où les efforts sont transmis au tourillon. Cependant une souplesse est souhaitable pour la jupe pour réduire les bruits, minimiser les pressions de contact locales et réduire le frottement avec le cylindre.
- 3. <u>Masse du piston</u>: La diminution de la masse du piston réduit la perte d'énergie due à l'inertie du piston, mais une masse suffisante est nécessaire pour la rigidité structurelle requise.

4. <u>Profil de piston</u>: affecte de manière significative la génération de pression, le transport d'huile et la génération de frottements à l'interface pistoncylindre. Lorsque le piston coulisse axialement le long de la chemise, une

pression est générée dans un espace convergeant crée dans le contact

piston-cylindre. Cet espace convergeant sert à racler l'huile le long de

l'alésage du cylindre, ce qui modifie l'épaisseur du film d'huile.

5. Ovalité du piston : elle décrit la variation radiale dans la direction circonférentielle. Avec une ovalisation importante, la pression générée au contact piston-cylindre est centralisée aux poussés maximales et minimales, ce qui permet de supporter plus efficacement la charge latérale. Cependant, la partie de la jupe n'est pas complètement inondée, augmentant ainsi le frottement hydrodynamique. Une diminution de l'ovalité diminue la génération de pression pour une séparation de surface donnée. Augmentée au-delà d'une valeur optimale, l'ovalité entraînera un contact solide-solide en raison d'une séparation de surface réduite et d'une augmentation significative du frottement de contact [3].

#### 1.2.2. Alésage du cylindre

L'alésage du cylindre agit pour créer la chambre de combustion et limiter le mouvement du piston. Il existe de nombreuses conceptions de blocs moteur différentes, y compris des chemises de cylindre, des passages de liquide de refroidissement, etc. Ces conceptions affectent considérablement le transfert de chaleur, la distribution de la température, la déformation thermique, les déformations mécaniques et la rigidité structurelle. Il existe également une large gamme de méthodes de finition de surface qui ont un impact sur la rugosité de la surface et la distorsion de l'alésage.

#### 1.2.3. Jeu de segments

Le jeu de segments joue deux rôles dans le système de combustion :

 Assurer l'étanchéité des gaz dans la chambre de combustion, lors de la compression et de la combustion, en minimisant les pertes d'énergie et les émissions dues à l'échappement du gaz du combustion vers le carter (Blow

by).

— Transportez l'huile le long de la chemise du cylindre en équilibrant les critères contradictoires de transport d'huile pour réduire les frottements, tout en réduisant la consommation.

Un ensemble de segments typique est composé de trois ; les segments supérieurs assurent l'étanchéité de la chambre de combustion et le segment inférieure sert au contrôle de la remonter de l'huile. Des recherches importantes sont menées dans les domaines de la dynamique des ensembles de segments, le frottement et le transport d'huile.

#### 1.2.4. Axe de piston

L'axe de piston transmet les efforts entre le piston et la bielle, tout en permettant au piston et à la bielle de tourner de manière relativement indépendante. Aux fortes charges, en particulier autour du PMH de combustion, un couple important est transmis par la bielle au piston, même pour de faibles coefficients de frottement, influençant ainsi l'inclinaison du piston. À ces charges élevées, on s'attend à ce que l'axe de piston soit fortement cisaillé. Dans ce travail, l'axe de piston est supposé rigide [3].

#### 1.2.5. Bielle

La bielle transmet la force du tourillon au vilebrequin. Les charges transmises par le vilebrequin sont typiquement de l'ordre de 100 kN, générant des moments de 5 kN.m. L'extrémité de la bielle se connecte à l'axe du piston en effectuant des mouvements égaux à deux fois le rayon du vilebrequin (~ 100 mm), et un mouvement latéral de l'ordre de 100 µm. L'autre extrémité de la bielle, se connectant au vilebrequin, tourne dans un mouvement circulaire au rayon du vilebrequin. Plus la bielle est longue, plus l'angle de la bielle, les forces latérales et les moments de flexion correspondants sont faibles. Cependant, la conception du moteur devient compacte et la masse de la bielle sera importante, ce qui entraîne une perte d'énergie par inertie des composants. La bielle doit être suffisamment solide pour transmettre ces charges sans flexion importante [3].

#### 1.2.6. Vilebrequin

Le vilebrequin contribue à convertir le mouvement du piston en une rotation continue de la chaîne cinématique et des roues grâce à sa grande inertie en rotation et à sa structure qui amoindrit les impulsions de pression de combustion. L'articulation bielle-vilebrequin représente l'extrémité du système.

#### 1.3. Mouvements du piston

Le mouvement principal du piston est le mouvement du piston aligné avec l'axe longitudinal de la chemise de cylindre (l'axe z), voir Figure 1-2. Si le mouvement du piston est modélisé de cette manière idéalisée, le piston n'a qu'un degré de liberté. Le mouvement secondaire du piston est le mouvement déviant le piston par rapport à l'axe longitudinal du cylindre. Il peut être décomposé en un mouvement perpendiculaire à l'axe longitudinal du cylindre (mouvement latéral du piston - une translation pure) et une rotation autour de l'axe du piston (mouvement de basculement du piston - une rotation pure). Ainsi, le mouvement secondaire du piston représente deux degrés de liberté, le mouvement latéral dans la direction y et la rotation autour de l'axe des x (Figure 1-2).

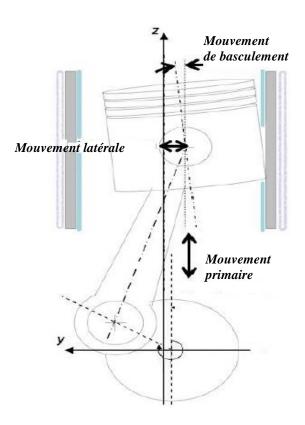


Figure 1-2: Déférents mouvements du piston.

1.4. Matériaux des pistons

•

Alliages d'aluminium

Les alliages d'aluminium au cuivre (2 à 10% de Cu) ductiles et forgeables possèdent des caractéristiques mécaniques importantes à froid mais qui se dégradent rapidement à chaud. Cependant les alliages au silicium (12% de Si) sont préférables car :

Parmi les matériaux que l'on peut utiliser dans la fabrication du piston, on cite :

- Ils ont un bon comportement à chaud.
- Ils possèdent un coefficient de dilatation moins élevé (20.10<sup>-6</sup> K<sup>-1</sup>).
- Ils offrent de meilleures qualités de frottement.

<u>Acier</u>

L'acier est le métal industriel possédant les meilleures caractéristiques. Mais du fait de sa mauvaise conductivité thermique, il ne peut être utilisé que dans les cas de piston refroidi.

**Fonte** 

La fonte possède un faible allongement avant l'apparition de fissure, ce qui est un handicap dans son emploi lorsque le moteur est soumis à des variations de régimes importantes. Malgré que la fonte soit légère que l'acier, le module de Young de la fonte (≈100GPa) incite à limiter son emploi au moteur semi-lent.

Les principales propriétés ayant une influence sur le comportement des pistons sont les suivantes :

- La densité
- Les propriétés mécaniques des matériaux aux températures de fonctionnement
- Conductivité thermique
- Coefficient de dilatation
- Qualités de frottement, de résistance à l'usure

#### Critères de choix des matériaux :

Les propriétés des matériaux de fabrication des pistons sont souvent contradictoires ; on ne trouve pas un parmi tous les matériaux répondant à toutes les conditions demandées. Il faut respecter des critères pour tirer un matériau qui offre des solutions technologiques optimales.

#### <u>Critères technologiques</u>:

Le choix d'un matériau pour le piston est un problème d'optimisation de l'équilibre entre des qualités souvent contradictoires. Ce matériau du piston doit permettre de résister les sollicitations suivantes :

Sollicitations statiques :

— Traction (compression)
— Flexion
— Torsion

Sollicitations dynamiques :
— Fatigue
— Résilience

Sollicitations tribologiques :
— Usure et frottement

Critères économiques :
— Prix de revient des matériaux

## 1.5. Effet des charges thermomécanique sur pistons

— Coût des moyens d'obtention

La combustion dans moteur est inévitablement liée à des augmentations énormes de la pression et de la température dans la chambre de combustion, ce qui impose de fortes

contraintes mécaniques et thermiques au piston. Les contraintes mécaniques sur le piston sont principalement causées par la pression de gaz agissant sur la tête de piston, la force d'inertie et la charge latérale.

La contrainte thermique est due aux gaz de combustion chauds. La chaleur circule ensuite de la chambre de combustion à travers la tête du piston dans le matériau du piston. Une grande partie de la chaleur qui s'écoule dans le matériau du piston est dissipée via les segments, en particulier le 1<sup>er</sup> segment, vers la paroi du cylindre et de là vers le fluide de refroidissement environnant. Une autre partie de la chaleur dégagée est évacuée par l'huile moteur.

#### 1.5.1. Températures environnantes

La température que subir le piston et le cylindre est un paramètre important pour la sécurité de fonctionnement et la durée de vie. Pendant le fonctionnement normale la température des gaz de combustion varie entre 600 à 900°C pour les moteurs diesel. La température du mélange d'admission fraîche (air ou mélange) peut être supérieure à 200°C pour les moteurs suralimentés. Le refroidissement par air réduit ce niveau de température de 40 à 60°C, ce qui abaisse la température des composants et améliore le remplissage de la chambre de combustion [5]. Pour les pistons non refroidis à l'huile, la chaleur est principalement acheminée vers la paroi du cylindre par les segments de compression et beaucoup moins par la jupe du piston.

Les flux de chaleur qui conduisent à des champs de température caractéristiques résultent des sections de matériau déterminées par la conception. La Figure 1-3 illustre les répartitions typiques de la température des pistons à moteur diesel.

Les propriétés de résistance des matériaux du piston, en particulier des alliages légers, sont très dépendantes de la température. Ils déterminent le niveau et la distribution des températures dans le piston et les contraintes auxquelles il est possible de résister. Des charges thermiques élevées entraînent une réduction significative de la résistance à la fatigue du matériau du piston. Les zones critiques pour les moteurs diesel à injection directe sont le bossage de l'axe et les chanfreins de la cuvette [5].

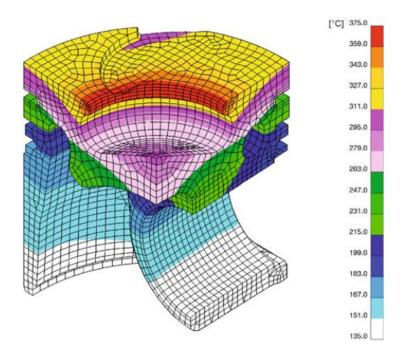


Figure 1-3 : Répartition de la température dans un piston de moteur diesel avec canal de refroidissement [5].

Les températures dans la première gorge du segment de piston sont également importantes en termes de cokéfaction de l'huile. Si certaines valeurs limites sont dépassées, les segments de piston ont tendance à se « bloquer » (cokéfaction) en raison de l'accumulation de résidus dans la gorge du segment, ce qui nuit à leur fonctionnalité. Outre les températures maximales, les températures des pistons dépendent fortement des conditions de fonctionnement du moteur (telles que la vitesse, la pression effective moyenne des freins, l'angle d'allumage, la quantité d'injection).

Les niveaux et les distributions de température dans le piston dépendent essentiellement des paramètres suivants :

- Processus de fonctionnement (essence / diesel)
- Principe de fonctionnement (quatre temps / deux temps)
- Procédé de combustion (injection directe / indirecte)
- Point de fonctionnement du moteur (vitesse, couple)
- Refroidissement moteur (eau / air)
- Conception du piston et de la culasse (emplacement et nombre de canaux à gaz et de vannes)

- - Type de piston, matériau du piston
  - Refroidissement du piston (oui / non)
  - Intensité du refroidissement (refroidissement par pulvérisation, canal de refroidissement, emplacement du canal de refroidissement, etc.)

#### 1.5.2. Mesure de la température du piston

Les températures mesurées à diverses positions sur le piston sont nécessaires comme valeurs initiales pour le calcul du champ de température par MEF. Les méthodes de mesure de températures sont classées comme thermomécaniques (bouchons fusibles et Templugs) et thermoélectriques (thermistances NTC et thermocouples). Ces méthodes de mesures sont définies ci-dessous :

#### Bouchons fusibles:

Les bouchons fusibles aident à déterminer la température du piston pendant le fonctionnement du moteur à l'état stationnaire. Le procédé repose sur l'utilisation de plusieurs, typiquement trois, petits bouchons métalliques en alliages appropriés, avec des points de fusion espacés dans une plage allant de 10 à 15°C. Les bouchons sont insérés dans les emplacements de mesure sur le piston. Les points de fusion des bouchons sont choisis de manière à couvrir la plage de température attendue. Une fois la mesure effectuée dans des conditions stables, les bouchons fusibles sont vérifiés pour voir s'ils ont commencé à fondre. La température au point de mesure peut donc être estimée car elle doit se situer dans l'intervalle des points de fusion entre un bouchon fondu et un autre qui n'a pas commencé à fondre.

#### <u>Templugs</u>:

Les Templugs sont de petites broches trempées en alliage métallique spécial (Figure 1-4). Après avoir effectué une opération de mesure au point de fonctionnement souhaité dans des conditions constantes, la température moyenne au cours de l'opération de mesure est déterminée sur la base de la diminution de la dureté du gabarit.

Un seul type d'alliage suffit pour la plage de température requise pour les pistons. Les Templugs sont disponibles en différentes tailles. La température à laquelle le gabarit a été exposé est déduite, après le retrait du bouchon du piston, en fonction de la diminution de la durée du cycle de mesure.

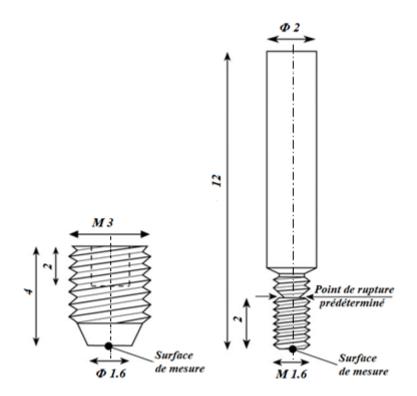


Figure 1-4 : Dimensions de Templugs; à gauche: Templugs standard avec prise Allen; à droite: Templugs avec point de rupture prédéterminé [5].

#### Thermistances CTN:

Les thermistances CTN (CTN = coefficient de température négatif) sont utilisées comme transducteurs dont la résistance électrique change en fonction de la température (Figure 1-5).

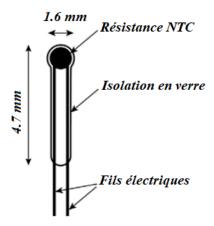


Figure 1-5: Exemple de dimensions d'une thermistance CTN avec isolation en verre [5].

La valeur de mesure est transférée sans contact par couplage inductif de deux circuits oscillants au point mort bas (PMB) du piston. Des anneaux sont utilisés sur le piston et des broches sur le bloc moteur. La Figure 1-6 montre un exemple la prise de mesures de température dans un piston par des thermistances CTN.

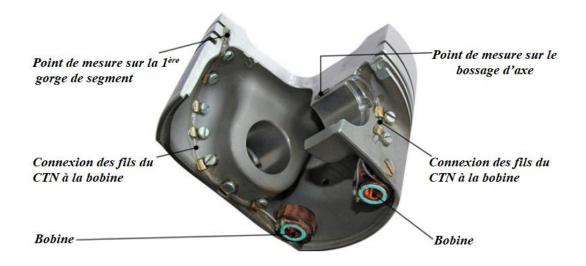


Figure 1-6: Mesures de la température dans un piston par des thermistances CTN [5].

#### <u>Thermocouples NiCr-Ni</u>:

Contrairement aux thermistances CTN, les thermocouples NiCr-Ni peuvent être utilisés universellement, c'est-à-dire sur toute la plage de températures pouvant survenir dans un moteur à combustion. La Figure 1-7 montre un exemple d'application d'un thermocouple.

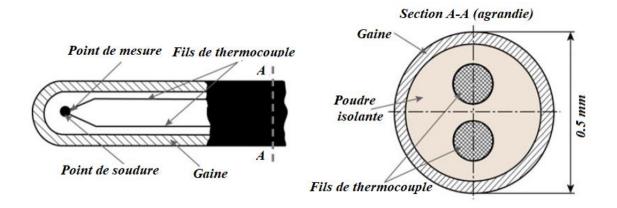


Figure 1-7: Configuration schématique d'un thermocouple à gaine NiCr-Ni [5].

Lors de la mesure de la température du piston, des positions très spécifiques sont préférées pour les emplacements des capteurs. Ils sont illustrés à la (Figure 1-8).

Les critères de sélection de ces points de mesure sont :

- Le bord et le fond de la cuvette (bowl) sont soumis à de fortes contraintes thermiques et mécaniques et des fissures peuvent se produire en cas de surcharge.
- La température dans la 1<sup>ère</sup> gorge de segment est essentielle au fonctionnement des segments (résistance aux marques de brûlure sur la surface de roulement du segment). L'accumulation de résidus dans la 1<sup>ère</sup> gorge de segment de piston est également affectée et donc la susceptibilité à un collage du segment.
- Le bossage transmet toute la force du gaz à l'axe du piston et est soumis à de fortes contraintes mécaniques. Cela peut entraîner l'apparition de fissures sur le bossage.

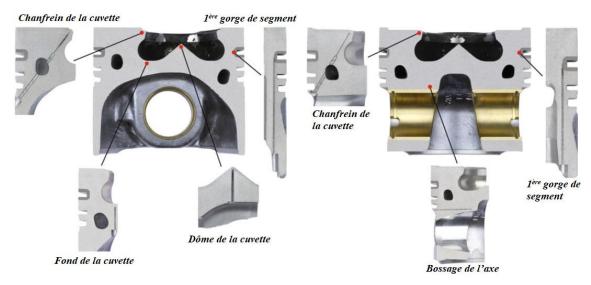


Figure 1-8 : Exemples pour équiper un piston diesel de voiture particulière avec des capteurs pour mesurer la température de piston [5].

#### 1.5.3. Flux de chaleur dans les pistons

Le flux de chaleur dans le piston dépend du type de refroidissement du piston (Figure 1-9). Les flux de chaleur doivent respecter le principe de la conservation de

l'énergie, selon lequel la chaleur totale entrante dans le piston doit être égale à la chaleur totale sortante du piston.

Dans un piston avec refroidissement par pulvérisation (Figure 1-9-a), environ 55 à 65% du flux de chaleur est transféré à travers le jeu de segments de piston et les surfaces d'appui des segments correspondants sur la paroi du cylindre. Les 35 à 45% restants sont dissipés par le contour intérieur et l'huile de refroidissement, ainsi que par la partie inférieure de la jupe du piston, y compris les bossages de l'axe. Si les canaux de refroidissement sont utilisés à la place du refroidissement par pulvérisation (Figure 1-9-b), le flux de chaleur dissipé à travers le jeu de segments de piston est réduit d'environ 23 à 34%, en fonction de la position du canal de refroidissement. Le flux de chaleur dissipé à travers le contour intérieur du piston et l'huile de refroidissement est réduit d'environ 14 à 28%. Le flux de chaleur restant est dissipé par l'huile de refroidissement à travers les canaux. Ces canaux de refroidissement sont généralement placés dans le piston au niveau de la gorge de segment racleur, mais se retrouvent souvent également sous le fond du bowl. Ils réduisent le flux de chaleur du bowl vers le jeu de segments [5].

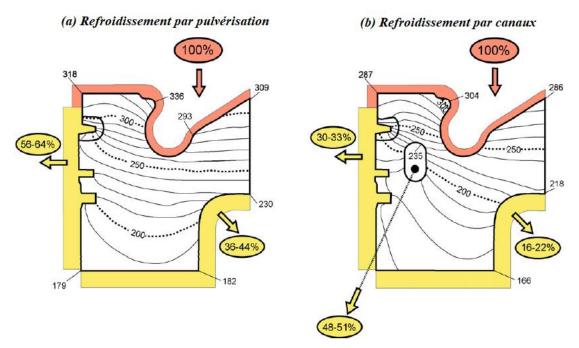


Figure 1-9 : Flux de chaleur dans le piston en fonction de la méthode de refroidissement : a-Refroidissement par pulvérisation. b- Refroidissement par canaux [5].

#### 1.5.4. Pression des gaz de combustion

Le piston est soumis à un équilibre de gaz, d'inertie et de forces d'appui. Les forces d'appui résultent des forces de la bielle et des forces latérales. La pression du gaz maximale dans le cycle de combustion a une importance critique pour les charges mécaniques.

#### 1.5.5. Fatigue du piston et endommagements

La fatigue est une source d'endommagement du piston. Bien que, traditionnellement, les endommagements sur les pistons soient imputables à l'usure et aux sources de lubrification. La fatigue est réellement responsable d'un nombre important. Certains endommagements dont la cause principale est attribuée à l'usure et/ou à la lubrification peuvent avoir lieu mais à l'origine d'une fissure qui est causée par la fatigue (délamination). Cette dernière existe lorsque des contraintes/déformations cycliques se produisent dans une zone d'un composant. Les contraintes/déformations cycliques ont principalement deux origines : une charge mécanique et la température. La fatigue mécanique traditionnelle peut être le principal mécanisme qui endommage les différentes parties d'un piston en fonction de différents facteurs. Une fatigue à haute température est également présente dans certains pistons endommagés. La fatigue thermique et la fatigue thermomécanique sont également présentes dans d'autres pistons endommagés.

## 1.6. Études antérieures sur pistons sollicités thermomécaniquement

Des progrès ont été réalisés dans différents domaines de recherches : géométrie du piston, débit de combustion, comportement mécanique et thermique des matériaux, usure et lubrification, technologies de traitement, revêtements, outils d'analyse par éléments finis (finite elements analysis), ... Malgré l'évolution technologique, il existe encore un nombre important de pistons endommagés. Les endommagements peuvent avoir différentes origines : contraintes mécaniques, contraintes thermiques, usure, oxydation, ...

De nombreux auteurs ont mesuré les flux thermiques aux parois des piston des moteurs à combustion interne [6]–[8]. Les mesures sont le plus souvent effectuées au moyen de fluxmètre utilisant le principe du thermocouple de surface développé par [5]. Le but de ces études est d'évaluer l'influence des principaux paramètres de fonctionnement du moteur sur le flux thermique instantané aux parois et ses disparités locales. Ces travaux permettent de mieux appréhender les phénomènes complexes régissant les transferts de chaleur dans la chambre de combustion. Ils procurent également une base de données concernant les valeurs des flux de chaleur, radiatif et convectif, pour différents types de moteur. Ils présentent enfin un aperçu complet des techniques de mesures de flux dans les chambres de moteur à combustion interne.

Sotter [9] a étudié expérimentalement les modes de refroidissement des pistons. Il a mesuré les flux convectifs échangés entre l'huile et toute la surface circonférentielle du piston pour les types de refroidissement suivants : projection de gouttelettes, par l'intermédiaire de pied de bielle, par jet d'huile, ou par galerie "effet shaker".

French [10], [11] a publié une étude expérimentale portant sur le refroidissement des pistons. Il a comparé les résultats mesurés des pistons munis de galerie, à ceux obtenus, en utilisant des corrélations établies pour des conduites lisses. Il a constaté des écarts importants. Il propose ainsi de modéliser l'échange dans une galerie "shaker" au moyen de la relation :

$$Nu = 1.6 \,\text{Re}^{0.54} \,\text{Pr}^{0.14} \left(\frac{\mu_H}{\mu_W}\right)^{0.14} \left(\frac{a}{b}\right)^{0.33}$$

où *a* et *b* sont respectivement le diamètre et la hauteur de la cuvette sous le piston. Le calcul du nombre de Reynolds est basé sur le diamètre caractéristique *a* et sur la vitesse incidente de l'huile.

Seale et Taylor [12], ont étudié expérimentalement les flux thermiques échangés entre le piston et les gaz de combustion. Ils ont déduit de la mesure des températures dans les pistons, une corrélation empirique destinée au calcul du coefficient d'échange thermique par jet d'huile :

$$H = 68, 2\sqrt{\frac{Cp_H\omega_v D_H}{2\mu_H}}$$
 1-2

où  $D_H$  est le diamètre de l'injecteur d'huile.

Les auteurs n'ont pas observé de disparités significatives d'échange sur la surface circonférentielle du piston.

L'étude en cuve rhéologique réalisée par Woshni et Fieger [13] montre une évolution de l'échange thermique entre l'huile et la voûte du piston croissante depuis le sommet de la voûte vers la jupe. La valeur minimale du coefficient d'échange thermique est de l'ordre de 100 W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>, derrière le troisième segment. Les résultats proposés ne recouvrent malheureusement pas la jupe.

Li [14] a utilisé une description fine de transferts piston-segment-cylindre, utilisant l'analogie thermique-électrique. La valeur des résistances de contact était choisie par l'auteur et est calculée selon les conditions de fonctionnement. Ce calcul une lacune majeure : Li ne modélise pas le cylindre mais se contente de calculer une conductance globale entre un point du piston et le liquide de refroidissement. Il néglige en effet la conductance qui existe entre ce même point et les gaz de combustion par l'intermédiaire du cylindre, ce qui revient à considérer la température du cylindre comme homogène.

D'autres recherches récentes dans la littérature ont été menée sur l'étude de la fatigue du aux différents chargements thermiques et mécaniques dans divers conditions de fonctionnements. Scott Kenningley, et al. [15] ont présenté une étude sur la fatigue du piston. Des régimes de chargement périodique de hautes et basses fréquences ont été modélisées par éléments finis. Ils ont présenté des méthodes de mesure de la température dans différents composants du moteur. Ils ont montré l'utilisation des instrumentés avancés d'essais dans le moteur et les techniques de modélisation par éléments finis. Cela aide les ingénieurs à mieux comprendre les régimes de charge thermique transitoires dans les pistons.

M. Wanga, et al. [16] ont étudié le comportement en fatigue thermomécanique et la prévision de la durée de vie de l'alliage de piston Al-Si dans les plages de température comprises entre 120 et 350°C et entre 120 et 425°C. Un modèle basé sur l'énergie de l'hystérésis a été proposé.

Silva [17] a présenté un travail concernant l'analyse des pistons endommagés par fatigue. Une analyse linéaire des contraintes statiques est utilisée pour déterminer la distribution des contraintes pendant la combustion. La distribution des contraintes a été évaluée au niveau de la tête de piston, l'axe du piston, les gorges des segments et au

niveau de la jupe en fonction du jeu segments-cylindre. Une étude fractographique est réalisée afin de valider les zones des fissures initiales. Les résultats ont montré que la fatigue n'est pas responsable en grande partie des pistons endommagés.

Xiaori Liu, et al [18] ont étudié le transfert de chaleur au niveau de l'interaction fluide-structure du piston. Le calcul est effectué en tenant compte du refroidissement par l'huile lubrifiante et du transfert de chaleur local dans le cylindre. En prenant l'exemple du piston d'un véhicule utilitaire lourd, les conditions limites de transfert de chaleur local dans le cylindre ont été déterminées en tenant en compte les processus d'admission, de pulvérisation, de combustion et d'échappement. Les conditions limites de transfert de chaleur d'huile à l'intérieur de la galerie et du fond du piston ont été calculées dans la phase transitoire pendant le refroidissement du piston par injection. La simulation numérique du champ de température dans le piston est réalisée par le couplage du côté du gaz de combustion, l'huile lubrifiante et de la structure en tenant compte de l'influence de la température sur la conductivité thermique du piston. De plus, la déformation thermique du piston est analysée.

Rao Ganji, et al [19] ont présenté une étude de la dynamique des fluides numériques (CFD) pour étudier l'effet de la géométrie de la cuvette du piston sur les performances et les émissions d'un moteur diesel à injection directe. Différents profils de de la cuvette du piston, à savoir la chambre de combustion hémisphérique, la chambre de combustion à faible profondeur et la chambre de combustion toroïdale, ont été créés. Le code CFD CONVERGETM couplé au modèle de combustion SAGE a été utilisé pour l'analyse numérique. Il a été observé que la géométrie de la chambre de combustion toroïdale rend le meilleur mélange air-carburant à l'intérieur du cylindre, ce qui conduit à une charge homogène.

Yaohui Lu, et al. [20] ont présenté une nouvelle méthode de calcul pour la conception théorique du piston. Dans cette étude, le modèle solide 3D de piston dans un moteur diesel type 16V280 a été développé. La simulation du champ de température en régime permanent et en régime transitoire est effectuée. Sur la base des résultats des calculs, la fluctuation de température maximale du champ de température du piston est inférieure à 20 °, donc le champ de température en régime permanent a été utilisé comme

condition aux limites pour le calcul de la contrainte thermique et la méthode de découplage thermomécanique a été utilisée pour calculer la contrainte thermique causée uniquement par la distribution inégale de la température. Les résultats montrent que la température maximale est de 354 ° C, ce qui apparaît au bord de la chambre de combustion. Le champ de température à l'état stationnaire de la simulation par éléments finis montre un bon accord avec les résultats expérimentaux. La contrainte thermique obtenue à partir de la méthode de découplage thermomécanique était dans la plage autorisée, car la valeur maximale est de 270 MPa. Une zone de danger apparaît au niveau de la gorge de la chambre de combustion (combustion chamber throat), la zone de contact de la tête de piston et de la jupe.

#### 1.7. Lubrification

Les pièces mobiles d'un moteur (Figure 1-1) nécessitent une grande quantité de lubrifiant. L'huile, qui est utilisé comme lubrifiant, doit être envoyée dans toutes ses zones pour éviter les contacts secs. L'huile est utilisée en tant que lubrification et refroidissement (Figure 1-10). Le système d'alimentation en huile diffère d'un moteur à l'autre mais le principe est le même.

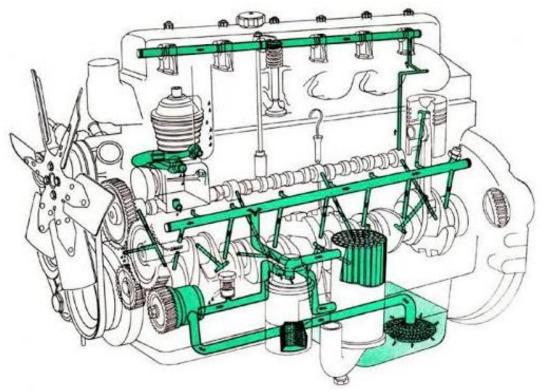


Figure 1-10: Circuit de lubrification dans un moteur.

#### 1.7.1. Lubrification du système piston-cylindre

La dépendance mutuelle entre le mouvement du piston et la lubrification de la jupe a des conséquences importantes sur presque toutes les préoccupations majeures de la conception du moteur, telles que les pertes par frottement, la consommation d'huile, l'usure et le bruit du moteur. L'interaction jupe du piston-cylindre génère les bruits du moteur. Le mouvement secondaire du piston provoque un claquement du piston, qui est un type de son impulsif de courte durée pouvant être détecté par l'oreille humaine. Le claquement du piston excite également les composants du moteur, tels que le bloccylindres, ce qui entraîne un bruit du moteur. Les contacts glissants entre la jupe du piston et la chemise de cylindre génèrent une grande quantité de chaleur qui peut endommager les surfaces solides, entraînant le grippage du piston et la chemise ou, dans certains cas, une défaillance.

Les surfaces bien lubrifiées présentent de faibles niveaux de frottement, de génération de chaleur et d'usure. La lubrification peut également être une solution facile pour éviter la corrosion. Il sépare la surface de son environnement corrosif (par l'action d'un ou des additives). Le lubrifiant permet d'éliminer les petits débris et la poussière, ces contaminants pouvant endommager les surfaces. La lubrification par film fluide permet de supporter des charges, d'absorber les chocs et les vibrations. Par ailleurs, une lubrification optimisée augmente le rendement en limitant les pertes mécaniques dues aux frottements. Le lubrifiant est également utilisé comme liquide de refroidissement.

La paroi du cylindre et la jupe du piston sont lubrifiées par l'huile tirée de la grande extrémité de la bielle à l'aide de la force centrifuge (par pulvérisation, Figure 1-11-a). Certains moteurs utilisent plusieurs points de pulvérisation pour améliorer la répartition de l'huile. Une autre méthode est utilisée pour la lubrification et le refroidissement du contact piston-cylindre est l'utilisation des galeries dans le piston (Figure 1-11-b). Dans les deux cas de figure la lubrification considérée est hydrodynamique ou élastohydrodynamique. Dans cette étude, on se limite au régime hydrodynamique.

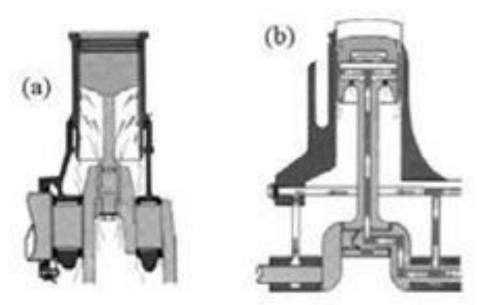


Figure 1-11: Lubrification et refroidissement du piston par : (a) jet d'huile, (b) galerie [4].

## 1.7.2. Lubrification hydrodynamique

La lubrification hydrodynamique est un domaine important de la tribologie, c'est l'étude des contacts dans lesquels un film fluide sépare les surfaces en présence. Dans tous les mécanismes étudiés, le problème peut se schématiser de la façon suivante (Figure 1-12) :

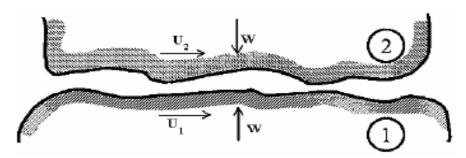


Figure 1-12 : Schéma d'un contact lubrifié [21].

Le comportement du film fluide entre les deux surfaces en contact est décrit par l'équation classique de Reynolds, qui donne par intégration le champ de pression, cette pression peut être créée par le déplacement relatif des surfaces, c'est l'hydrodynamique : cela concerne les butées, les paliers fluides, les systèmes piston-cylindre ... [21].

Pour calculer la pression ainsi que les autres caractéristiques de fonctionnement, il faut, tout d'abord, suivre les étapes suivantes :

- 1. Choix d'un système d'axes permettant de tenir compte des symétries éventuelles.
- 2. Vitesse des surfaces dans le système d'axes choisi.
- 3. Équation donnant l'épaisseur du film.
- 4. Équation de Reynolds relative au contact étudié.
- 5. Conditions aux limites sur la pression.
- 6. Calcul de la pression dans le film (résolution de l'équation de Reynolds).
- 7. Calcul de la charge par intégration de la pression.
- 8. Calcul du frottement par intégration des contraintes de cisaillement sur les surfaces du contact.
- 9. Calcul du débit.
- 10. Calcul de la puissance dissipée dans le contact.

### 1.7.3. Équation générale de Reynolds

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique prennent différentes formes selon les hypothèses choisies et la géométrie étudiée. Dans cette étude, nous présenterons une forme simplifiée de ces équations, appelée équations de Reynolds [21] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\rho (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} 
+6\rho (W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6h \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho (U_1 - U_2) \right] 
+6h \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho (W_1 - W_2) \right] + 12\rho V_2 + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
1-3

Il faut ajouter à l'équation de Reynolds des hypothèses pour permettre de décrire l'écoulement du film fluide entre deux parois très rapprochées l'une de l'autre et pouvant être en mouvement. Pour obtenir cette équation, il a été nécessaire de poser que [21] :

- 1. L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.
- 2. Le milieu est continu, l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il a rupture du film.

- 3. Le fluide est newtonien; il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contraintes de cisaillement dans le film.
- 4. Le régime est laminaire.
- 5. L'une des surfaces du contact est parfaitement plane et ne présente pas de rugosité, ce qui permet de placer l'origine des axes sur cette surface. Ainsi, la courbure générale du film est négligée.
- 6. Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact ; la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi.
- 7. Les forces d'inertie sont négligeables ce qui peut ne pas être toujours vérifié.
- 8. Les forces massiques extérieures sont négligées.
- 9. La viscosité et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film.
- 10. Ceci revient à poser que la température ne varie pas à travers l'épaisseur du film.

# 1.7.4. Équation de Reynolds simplifiée pour le system pistoncylindre

L'équation de Reynolds pour le système piston-cylindre est donnée, après simplification, par l'équation suivante [4] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^{3}}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^{3}}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \underbrace{\frac{u\partial(\rho h)}{2\partial z}}_{\text{Terme de Couette}} - \underbrace{\frac{\partial(\rho h)}{\partial t}}_{\text{Terme de transitoire}} = 0$$
1-4

Il existe deux mécanismes de transport de l'huile à l'interface jupe-cylindre [4], l'écoulement de Couette et l'écoulement de Poiseuille. L'écoulement de Couette est entraîné par la force de traînée visqueuse agissant sur le fluide en raison du mouvement relatif des surfaces. Le débit de Poiseuille ou le débit de pression est contrôlé par le gradient de pression. Les deux termes à gauche de l'équation de Reynolds peuvent être comprise comme la masse transportée due aux gradients de pression suivant les directions x et z. Le terme  $\frac{h^3}{12\eta}$  peut être appelé conductivité d'interface et représente la facilité avec laquelle la masse d'huile peut être transportée en raison du gradient de pression. Il

est constaté qu'avec un gradient de pression donné, une plus grande capacité de  $\frac{h^3}{12\eta}$  permet à une plus grande quantité d'huile de traverser l'interface. Le terme  $\frac{U}{2}\frac{\partial h}{\partial z}$  représente la masse transportée en raison de l'écoulement de Couette dans la direction de coulissement du piston. Et le terme  $\frac{\partial h}{\partial t}$  est le terme variable qui représente la variation du film d'huile au contact et par conséquent le taux de changement de la masse [4].

#### 1.7.5. Transport d'huile

La condition limite d'huile joue un rôle prédominant dans la détermination de la condition de lubrification dans la région de la jupe. Cette section présente le transport de l'huile entre la zone de lubrification de la jupe et ses environs.

Afin de décrire le transport d'huile entre la jupe et ses environs, le système est divisé en trois régions, comme illustré à la Figure 1-13. Juste en dessous du segment racleur de contrôle d'huile, il y a un chanfrein où le jeu entre la jupe et la chemise est généralement assez grand. Le jeu typique à la région du chanfrein peut être de plusieurs centaines de microns. Il s'agit d'une grande pièce pouvant contenir de l'huile lubrifiante et servir de réservoir d'huile. En raison du jeu important, il n'y a pas de génération de pression directe dans la région chanfreinée. Au-dessous du chanfrein se trouve la région de la jupe du piston. Cette dernière est l'endroit où la pression hydrodynamique est générée. C'est également à ce niveau que le contact avec l'aspérité peut se produire lorsque la charge est élevée et que le film d'huile est relativement mince. Sous la jupe se trouve la chemise où des arrosages (splash) peuvent se produire et s'ajouter de l'huile sur la surface de cylindre (qui n'est pas en contact avec la jupe du piston). Notez que la région de la jupe pertinente ici est définie par les positions du piston au point mort haut (PMH) et au point mort bas (PMB). Du PMH au PMB, la longueur parcourue par le piston correspond à la course du moteur. Pour l'ensemble du système constitué de ces trois régions, l'échange d'huile avec son environnement inclut des arrosages éventuels d'huile sur la chemise en dessous de la jupe, un raclage possible de l'huile par le piston pendant la course descendante et une libération d'huile par la gorge de segment de contrôle d'huile ou les trous de drainage (s'il y en a) [4].

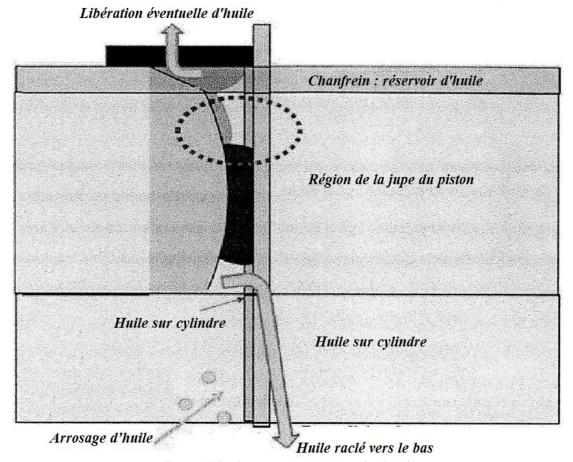


Figure 1-13: Aperçu du transport d'huile [4].

Il est important de noter que dans le système, il existe à la fois une région de film intégral et une région de film partiel, avec des mécanismes de transport d'huile différents pour chaque région. Dans les régions où la jupe et la chemise sont liées à l'huile, l'écoulement de Couette et de Poiseuille déplacent l'huile. Dans les régions où le film d'huile se sépare, le gradient de pression et la force de cisaillement sont égaux à zéro. Ainsi, le film d'huile sur la chemise reste immobile sur la chemise tandis que le film d'huile sur la jupe est associé à la jupe (condition de non-glissement aux interfaces fluide-solides). Si vous fixez la coordonnée avec la jupe, on peut voir que deux mécanismes de transport d'huile actifs sont : l'huile entraînée par la chemise en mouvement et le flux d'huile sur la surface de la jupe entraîné par l'inertie [4].

#### 1.7.5.1. Transport de l'huile pendant la course descendante

Il est clair que le système n'est pas symétrique et que les processus de transport d'huile en course ascendante et descendante sont différents. Cette section fournit une vue

d'ensemble du transport d'huile pendant la course descendante, c'est-à-dire lorsque le piston se déplace vers le bas du PMH au PMB, comme le montre la Figure 1-14. Maintenant, la limite d'entrée pour la région de la jupe est le bas de la jupe et l'alimentation en huile vers la région d'interaction jupe-chemise est l'huile sur le cylindre située audessous de la jupe. En raison du raclage du segment de contrôle d'huile, la plus grande partie de l'huile sur la chemise quittant la limite de sortie sera collectée lorsqu'elle atteindra le segment racleur de contrôle d'huile. L'huile raclée s'accumulera dans le chanfrein du piston pendant la course descendante [4].

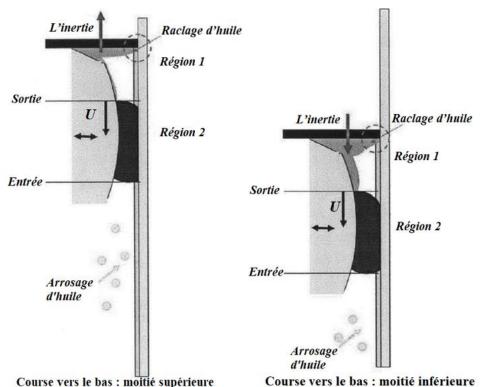


Figure 1-14 : Transport de l'huile pendant la course descendante [4].

En fixant la coordonnée avec la jupe du piston, l'équation qui régit la région de la chemise au-dessous de la jupe est une forme d'équation de Reynolds universelle avec séparation considérée. Pour la limite d'entrée, au moins deux scénarios peuvent se produire. Prenons le cas où le jeu entre la jupe et la chemise est faible et que l'épaisseur du film d'huile sur la chemise au-dessous de la jupe est très épaisse ; la situation est alors similaire à celle d'une condition de limite d'admission complètement inondée, comme le montre la Figure 1-15-cas1. D'autre part, lorsque le jeu est relativement important, il peut même ne pas y avoir suffisamment d'huile pour former une région de film complet Figure 1-15-cas2 [4].

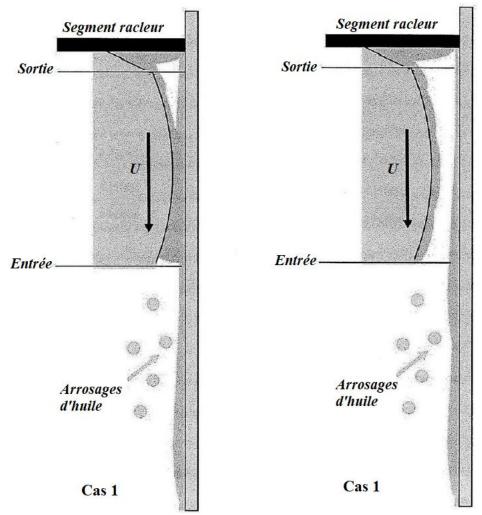


Figure 1-15: Deux cas de transport d'huile au cours d'une descente [4].

Dans la région chanfreinée, le mouvement de l'huile accumulée dépend de l'inertie. Lorsque le piston se déplace du PMH à la mi-course, il accélère. Par rapport au piston, l'inertie amènera l'huile à remonter. D'autre part, lorsque le piston se déplace de la mi-course au PMB, il décélère et l'inertie amène l'huile à descendre par rapport au piston. Donc, pendant cette période, l'huile peut être chassée du chanfrein et descendre dans la région de la jupe. Néanmoins, l'expérience a montré que la recirculation de l'huile pouvait parfois se produire. Lorsque le film d'huile est épais par rapport au jeu au niveau du col (le cou), le flux d'huile descendant entraîné par l'inertie peut toucher la chemise. Étant donné que la chemise monte par rapport au piston, l'huile sera renvoyée dans la région du chanfrein. Ainsi, bien que l'inertie ait tendance à chasser l'huile du chanfrein, la chemise risque de la faire glisser vers l'arrière lorsque l'huile touche la chemise. Généralement, dans cette plage, le film d'huile dans le chanfrein est assez épais après avoir accumulé de l'huile pendant une mi-course, de sorte qu'une recirculation de l'huile est tout à fait

possible. De plus, étant donné que l'effet d'inertie n'est fort que lorsque le film d'huile est épais, l'huile épaisse signifie que la recirculation est plus susceptible de se produire, de sorte que l'effet d'inertie est approximativement compensé par la recirculation de l'huile. Ceci est intuitivement vrai lorsque le jeu n'est pas tellement grand que c'est généralement le cas [4].

#### 1.7.5.2. Transport d'huile pendant la course ascendante

Lorsque le piston monte du PMB au PMH, la jupe suit le segment racleur de contrôle. En règle générale, le segment de contrôle de l'huile est conçu pour contrôler correctement la quantité d'huile qui peut la traverser et atteindre les deux segments supérieurs, ce qui influe sur la consommation d'huile. Pour contrôler la consommation d'huile, l'épaisseur du film d'huile sur la chemise après le segment de contrôle d'huile est très mince, de l'ordre de 0,5 µm. Maintenant, la limite d'entrée pour la région de la jupe est le haut de la jupe et l'alimentation en huile vers l'interface jupe-chemise est l'huile du chanfrein. La Figure 1-16 montre le transport d'huile pendant la course ascendante. Lorsque le piston monte du PMB à la mi-course, il accélère et l'inertie oblige l'huile à s'écouler par rapport au piston. Pendant cette période, l'approvisionnement en huile dans la région de la jupe est généralement suffisant. Il y a plusieurs raisons [4]:

- Premièrement, la quantité d'huile accumulée dans le chanfrein atteint son maximum près du PMB. Donc, à partir du PMB qui monte, il y a une grande quantité d'huile disponible dans le chanfrein.
- Deuxièmement, l'inertie est forte près du PMB.
- Troisièmement, la chemise se déplace maintenant vers le bas par rapport à la jupe. Ainsi, si le film d'huile peut toucher la chemise, celui-ci entraîne également l'huile et l'amène à la jupe.

#### Cependant, la situation change après la mi-course [4] :

- Premièrement, une grande partie de l'huile contenue dans le chanfrein a déjà été libérée, de sorte qu'il y a beaucoup moins d'huile dans le chanfrein.
- Deuxièmement, l'inertie change de direction. Maintenant, le piston ralentit et l'inertie poussera l'huile à remonter par rapport à la jupe, pour revenir

dans le chanfrein. Remarquez maintenant que la limite haute de la jupe est la limite d'entrée, ainsi la région de la jupe n'a pas d'approvisionnement en huile limite le long de la jupe.

Cependant, il a parfois été observé, à partir de résultats expérimentaux, ce que l'on appelle un effet de pont peut se produire. Autrement dit, dans le chanfrein, le flux d'huile entraîné par l'inertie tire sur la chemise puis s'étend le long du bas du segment de contrôle d'huile ; une partie de l'huile peut éventuellement atteindre la chemise et être traînée plus tard vers le cylindre [4].

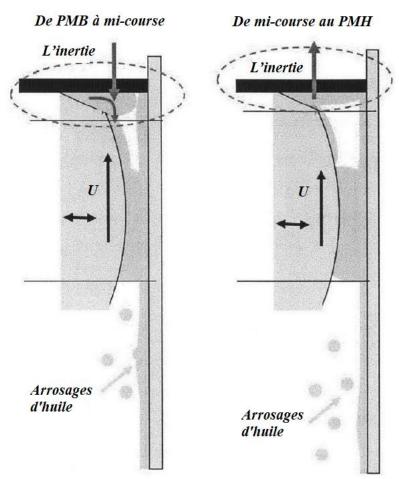


Figure 1-16: Deux cas de transport d'huile au cours d'une ascendante [4].

# 1.8. Études antérieures sur le contact lubrifié pistoncylindre

Il est estimé que l'interface piston-cylindre représente environ 30 à 45% des pertes par frottement des moteurs à combustion interne [1]. La dynamique du système de piston

dépend de la lubrification, en particulier du frottement du système piston-cylindre. La perte par frottement est principalement causée par le mouvement relatif des segments de piston et de la jupe contre la chemise du cylindre. En outre, la jupe du piston est étroitement liée au bruit, aux vibrations et à la durabilité du piston.

De nombreuses études sur la lubrification du système piston-cylindre ont été effectuées depuis les années 1980. Le modèle de la lubrification hydrodynamique a été pris en compte dans les équations du mouvement dynamique du piston. Li, et al. [22] étaient les premiers qui ont tenu en compte la lubrification hydrodynamique de la jupe du piston-cylindre dans l'étude de la dynamique d'un piston et de la perte de puissance par frottement de la jupe du piston, de la viscosité de lubrification, de l'inertie du piston et de l'emplacement axial du piston sur le mouvement du piston et le frottement de la jupe.

Plusieurs attentions ont été consacrées à l'étude de l'impact de la lubrification du piston sur le mouvement secondaire. Une méthodologie permettant de simuler le mouvement secondaire du piston dans des conditions de contact lubrifié est proposée par Günter Offner, et al [23]. La répartition de la pression du film d'huile dans la région lubrifiée entre la jupe du piston et le cylindre est calculée à l'aide de l'équation de Reynolds. La dérivation prend également en compte les hypothèses et l'équation citées dans les paragraphes § 1.7.3 et 1.7.4. Les composantes de vitesse axiale des deux corps reliés, piston et cylindre, définissent la partie vitesse de cisaillement de l'équation. L'équation précédente était couplée numériquement à une équation globale de mouvement constituée de corps (piston-cylindre) en comportement élastique linéaire et en tenant compte des forces non linéaires agissant entre les corps reliés.

La source du bruit et les vibrations ont été investigués depuis longtemps. Parmi les recherche récente, S.H. CHO, et al. [24]ont présenté un modèle analytique permettant de prédire les forces d'impact et la réponse vibratoire de la surface du bloc moteur induites par le claquement du piston d'un moteur à combustion interne. Un piston est modélisé dans un système 3D pour représenter son mouvement planaire. En cas de claquement, le point d'impact entre la jupe du piston et la paroi interne du cylindre est calqué sur un système vibratoire à deux degrés de liberté. Les paramètres équivalents tels que la masse, la constante du ressort et la constante d'amortissement de la paroi interne du piston et du

cylindre sont estimés en utilisant une mobilité ponctuelle mesurée (en conduite). Cette

permettent de calculer la force d'impact et d'estimer le niveau de vibration des surfaces

modélisation remplace le modèle de la lubrification hydrodynamique. Ces paramètres

du bloc moteur.

S H Mansouri, et al [25] ont utilisé un modèle de mouvement secondaire d'un piston préalablement développé et validé expérimentalement pour améliorer encore les résultats numériques et pour comprendre les interactions détaillées entre la jupe du piston et le cylindre pour divers paramètres de conception du piston. Le modèle prend en compte la rugosité des surfaces et la topographie de la jupe dans les directions axiale et circonférentielle. Trois modes de lubrification : les régimes de lubrification hydrodynamique, mixte et limite ont été envisagés et la jupe est partiellement inondée dans la plupart des cas. La déformation élastique de la jupe est une partie essentielle du modèle. Dans ce modèle, le comportement dynamique du piston et les forces de frottement et d'impact sont prédits en fonction de l'angle du vilebrequin et sont examinés en détails. Les paramètres étudiés comprennent le profil de la jupe du piston, le jeu entre le piston et le cylindre, la rugosité de la surface et la disponibilité de l'huile. Les résultats montrent que certains de ces paramètres ont des effets profonds sur les forces de frottement et de choc au niveau de l'interface jupe du piston-cylindre et qu'ils peuvent donc optimiser la perte de puissance due au frottement du piston.

Concernant les surfaces revêtues, S Balakrishnan, et al [26] ont présenté une analyse détaillée du contact conforme entre piston-cylindre dans un moteur de grande vitesse dans des conditions de fonctionnement extrêmes pour des charges élevées et des vitesses de fonctionnement supérieures à 19 000tr/min. L'analyse indique des forces de contact générées de l'ordre de 2,5 kN. Ils ont trouvé que la contribution due à la lubrification par film fluide réside dans des régimes de lubrification iso-visqueux rigides ou élastiques, qui sont insuffisants pour former un film lubrifiant cohérent au cours de certaines parties du cycle, telles que le PMH. L'étude propose une modification de surface significative pour atténuer l'effet de ces conditions défavorables. Les caractéristiques de modification de la surface de la jupe du piston sont utilisées conjointement avec un revêtement composite appliqué électrolytiquement, Ni [SiC] pour produire des chemises de cylindre perfectionnées afin de remédier la situation. Une analyse numérique détaillée

montre qu'une amélioration significative est obtenue dans le régime des conditions de lubrification.

Moughon Luke [1] a évalué divers changements sur la jupe du piston dans le but spécifique de réduire au minimum les frottements. Le modèle intègre des modes de lubrification hydrodynamique, limite et mixte. Le modèle de piston combine les équations de mouvement, les équations de lubrification hydrodynamique de Reynold, la matrice de rigidité du piston et diverses autres corrélations permettant de prédire la déformation du piston et son interaction avec la chemise du cylindre dans des conditions opérationnelles. Les calculs et les analyses concernent l'épaisseur du film d'huile, la perte de charge de frottement, ... Ces données ont été utilisées, par la suite, prédire l'impact d'une modification d'un paramètre sur le frottement.

Ridha Mazouzi, et al. [27], [28] ont présenté un modèle de lubrification élastohydrodynamique en conjonction avec une analyse du mouvement secondaire du piston. Ils considèrent les effets du profil de la jupe du piston et les déformations élastiques sur la force de frottement et la puissance dissipé. Le champ de pression hydrodynamique est calculé par la méthode des différences finies. Le résultat obtenu montre qu'une jupe élastique permet de réduire le frottement et la puissance dissipée par rapport à une jupe rigide et la perte de puissance par frottement de contact augmente beaucoup plus dans le cas d'un profil bombé du piston et par la suite près de 60 % de la perte de puissance par frottement de la jupe durant le cycle du moteur provient au cours de la course motrice. Bien que les pertes hydrodynamiques se produisent régulièrement au cours des quatre courses, le frottement de contact se produit exclusivement durant la course motrice.

Bai Dongfang [4] a mis au point un modèle complet pour améliorer la prévisibilité du frottement de la jupe tout en intégrant tout le comportement dynamique du mouvement secondaire du piston et la déformation structurelle de la jupe du piston et du cylindre. L'analyse basée sur le développement d'un modèle de transport d'huile entre la jupe et ses environs. Le nouveau modèle de transport d'huile ainsi que les modèle de lubrification hydrodynamique et de lubrification limite ont été associés au mouvement secondaire du piston et à la déformation structurelle de la jupe du piston et de la chemise du cylindre.

Pour calculer la lubrification hydrodynamique, le modèle utilisé inclut à la fois la méthode de la moyenne et la méthode de la simulation directe. La méthode moyenne utilise une équation de Reynolds moyenne avec des facteurs de débit pour estimer l'effet des microstructures de surface sur les écoulements de lubrification.

Pour étudier l'influence de l'état de surface sur la lubrification dynamique, M. Gulzar, et al [29] ont utilisé une méthode du facteur du débit dans l'équation de Reynolds pour modéliser les effets des caractéristiques de la rugosité sur la lubrification élastohydrodynamique de la jupe du piston. Le contact des aspérités superficielles entre les deux surfaces et leurs effets ultérieurs sur la lubrification élastohydrodynamique de la jupe du piston sont étudiés. À cette fin, deux huiles de qualités différentes sont utilisées pour montrer les effets changeants de la viscosité combinée à la rugosité de surface sur différents paramètres, notamment l'épaisseur du film, les excentricités et les pressions hydrodynamiques. Les résultats du modèle présenté montrent des effets considérables sur l'épaisseur du film fluide, les pressions hydrodynamiques et les profils d'excentricité pour un angle vilebrequin de 720 degrés.

Une simulation couplée de la dynamique des pistons et de la tribologie des moteurs (tribodynamique) a été réalisée par N. Dolatabadi, et al [30] à l'aide de codes numériques quasi-statiques et transitoires. Ainsi, les forces d'inertie et de réaction développées dans le piston sont calculées. L'équation de Reynolds pour le contact jupe du piston-cylindre en régime hydrodynamique a été utilisée. L'apparition d'événements de claquement de piston dans le cycle du moteur est contrôlée par l'introduisant de six concepts alternatifs: (i) la force quasi-statique, (ii) la force latérale transitoire, (iii) l'épaisseur minimale du film, (iv) le transfert d'énergie maximal, (v) la vitesse de compression du lubrifiant et (vi) la durée angulaire de l'impact du piston. La validation des méthodes proposées est réalisée à l'aide de mesures expérimentales effectuées sur un moteur monocylindre en laboratoire. L'accélération de surface du bloc moteur est mesurée aux emplacements latéraux de poussée maximale et d'anti-poussée. La corrélation entre les événements théoriquement prédits et l'accélération mesurée ont été satisfaisants pour déterminer les incidents de claquements du piston, en utilisant les concepts susmentionnés. Les résultats montrent également une bonne répétabilité sur

l'ensemble des mesures obtenues en termes de nombre d'événements survenus et de leur localisation au cours du cycle du moteur.

Wei Liu, et al [31] ont proposé une approche d'analyse iso-géométrique (IGA) pour résoudre l'équation de Reynolds dans la dynamique d'un piston lubrifié. Le modèle de simulation comprend deux parties : les équations différentielles-algébriques (DAE) pour la dynamique de piston et l'équation de Reynolds pour la lubrification de l'interface piston-cylindre. Les états transitoires de position du piston régis par le DAE sont calculés dans le programme de langage appelé DYMOLA, tandis que les forces de frottement ainsi que les forces latérales et leurs moments sont calculés en résolvant l'équation de Reynolds avec l'approche IGA de Matlab. Les résultats montrent que l'efficacité est remarquablement améliorée par rapport à la méthode traditionnelle des éléments finis (FEM).

Bo Zhao, et al [32] ont proposé une nouvelle méthode d'analyse numérique de la dynamique des pistons et de la lubrification par couplage du modèle de lubrification du système jupe du piston-cylindre et du modèle dynamique du système multi-corps comprenant vilebrequin, bielle et piston. Le modèle de lubrification est résolu par la méthode des éléments finis, tandis que les équations de dynamique multi-corps sont établies avec des multiplicateurs de Lagrange et une matrice jacobienne de contrainte. La validation de la méthode est vérifiée par comparaison avec un travail existant bien connu. Parallèlement, certains paramètres de conception de la jupe du piston ont été étudiés afin de révéler leur influence sur les performances de la lubrification du piston.

# 1.9. Phénomène de glissement

La possibilité d'un glissement entre le fluide et les parois du contact a été suggérée dès les premiers temps de la mécanique des fluides, mais il n'y avait pas d'outils expérimentaux aptes pour des mesures nanométriques ; ce sont les échelles mises en jeu qui ont rendu l'investigation expérimentale du phénomène de glissement tardive. Le développement d'outils numériques et expérimentaux aptes à sonder ces échelles, et le manque d'une théorie pour justifier ou infirmer un postulat fort de l'hydrodynamique, ont provoqué un renouveau de l'étude du glissement, et de nombreuses caractérisations de ce phénomène.

Avec l'apparition de nouveaux outils d'investigation (ex : méthode de mesure de la longueur de glissement par PIV, Annexe 1), des recherches ont été réalisées pour prouver l'existence du phénomène de glissement entre un fluide et la paroi du contact. Des expériences interrompues de cisaillement sur les élastomères ont été effectuées en utilisant un rhéomètre à deux plans coulissants. Elles montrent qu'il existe un phénomène de glissement, illustré par la Figure 1-17 qui indique que le fluide glisse sur une des surfaces du rhéomètre (paroi) [33]. Ce phénomène de glissement est directement lié soit à l'hydrophobie des matériaux qui constituent le contact soit à la nature du fluide.

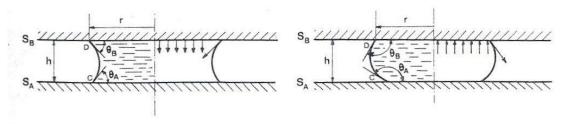


Figure 1-17: Glissement d'une goutte sur une paroi [33].

# 1.9.1. Dépendance du glissement avec des paramètres physiques

#### 1.9.1.1. Surface solide hydrophile et hydrophobe

La figure ci-dessous présente une goutte d'un fluide entre deux surfaces, hydrophiles pour le cas (A) et hydrophobe pour le cas (B) :



(A): deux surfaces hydrophiles

(B): deux surfaces hydrophobes

Figure 1-18 : Une goutte d'un fluide placée entre deux surfaces [34].

Pour le cas d'une surface solide hydrophile, généralement, la condition de non glissement (adhérence à la paroi) est vérifiée grâce à la contrainte de cisaillement critique à la paroi importante [35].

Pour le cas d'une surface solide hydrophobe, généralement, la condition de glissement est considérée ; il y a une forte possibilité de glissement car la contrainte de cisaillement critique à la paroi est faible voire nulle [35].

#### 1.9.1.2. Mouillage

Un paramètre dont l'influence sur le glissement est reconnue de façon quasiétablie est le mouillage. Ainsi, une surface hydrophobe interagit faiblement avec le liquide favorise un glissement important. Pour tester l'influence du mouillage, une expérience de type couette [36], a été faite sur l'eau, illustré sur la figure ci-dessous.

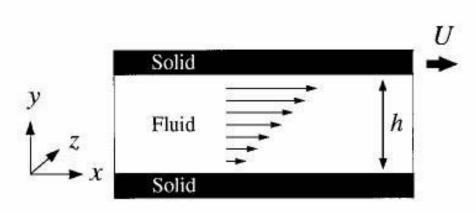


Figure 1-19 : Expérience de l'écoulement de couette [36].

Le but de l'expérience est de trouver le profil de vitesse qui est dominé par trois paramètres (un paramètre lié à l'énergie de surface « $\varepsilon^{Wf}$ », un deuxième à la taille des molécules « $\sigma^{Wf}$ » et un troisième lié à la densité du fluide « $\rho^{W}$ ») [36], et de démontrer aussi qu'il existe un phénomène de glissement entre le fluide et les deux parois du contact, cette expérience a donné le profil de vitesse en fonction de l'épaisseur h (Figure 1-20).

Cette expérience a permis de décrire, tout simplement, trois profils de vitesses, où on remarque un glissement apparu pour une densité « $\rho^W$ » grande et une énergie «  $\varepsilon^{Wf}$  » petite ; Plus l'énergie devient petite plus le glissement est important.

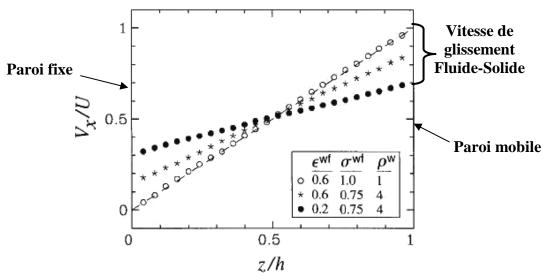


Figure 1-20: Trois profils de vitesses en fonction de l'épaisseur h [36].

#### 1.9.1.3. Rugosité

Expérimentalement, Zhu et Granick [37] ont démontré qu'on peut obtenir un glissement dominé par l'hydrophobie du couple (fluide-solide) en présence pour une faible rugosité. En particulier, la contrainte de cisaillement critique à la paroi au-delà de laquelle ils observent un glissement semble diverger pour une rugosité de l'ordre de 6 nm, comme il est indiqué dans la Figure 1-21 :

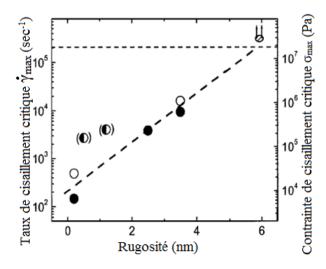


Figure 1-21 : Vitesse de cisaillement critique et contrainte de cisaillement critique pariétale en fonction de la rugosité [37].

Remarque : Si la contrainte de cisaillement, à la paroi, est inférieure à la contrainte critique, on dit que le fluide n'est pas encore cisaillé à la paroi et il n'y a pas de glissement.

\_\_\_\_\_\_

En générale, la condition limite de glissement dépend des paramètres physiques suivants [35] :

- La force de l'interaction fluide-solide, via le mouillage, donc la tension interfaciale.
- La rugosité du solide.
- La nature de l'interface : structure du liquide, l'éventuelle déplétion du liquide au voisinage de la paroi ou encore la formation de nano-bulles.
- Les conditions opératoires : importance du forçage (taux de cisaillement),
   pression de travail, ...
- Les propriétés électriques du liquide.

#### 1.9.2. Différents paramètres physiques de glissement

Pour décrire l'écoulement d'un fluide et connaître complètement le champ de vitesse, il faut ajouter aux équations une condition aux limites qui traduit son comportement sur la paroi. Généralement la condition de non glissement est adoptée. Elle suppose la vitesse relative du fluide à la paroi nulle, cette condition n'est qu'une approche de la réalité. Les questions de son origine et de sa validité ont été posées dès la naissance de ce domaine par ses fondateurs. En effet, Navier [38] et Maxwell [39], ont proposé de la remplacer par la condition aux limites plus générale suivante :

$$u_p = \mp b. \frac{\partial u_p}{\partial y}$$
 1-5

D'un point de vue pratique, on peut voir la condition de glissement schématisée sur Figure 1-22 :

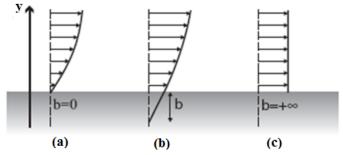


Figure 1-22 : Différentes conditions aux limites [35].

Sur cette figure, la condition, (a) correspond au non-glissement, (b) est caractérisée par une longueur de glissement fini, on parle dans ce cas de glissement partiel, et (c) est un glissement infini qui traduit un cisaillement nul à la paroi.

Plus généralement, la condition de glissement traduit l'égalité entre la contrainte et le frottement que le solide communique au fluide à travers le coefficient de frottement [40], [41] :

$$u_p = \mp \alpha \tau_p$$
 1-6

Le coefficient de glissement  $\alpha$  se calcule à partir de la longueur de glissement b, comme suit :

$$\alpha = \frac{b}{\eta}$$
 1-7

L'équation (1-6) peut s'écrire en fonction de la vitesse de cisaillement :

$$u_p = \mp b.\gamma_p$$
 1-8

avec:  $\dot{\gamma}_p = \frac{\partial u_p}{\partial y}$ 

D'un point de vue rhéologique, on peut exprimer la vitesse de cisaillement à la paroi en fonction de la contrainte de cisaillement pour un fluide newtonien :

$$\dot{\gamma}_{p} = \frac{\tau_{p}}{\eta} \Rightarrow u_{p} = \mp \frac{b}{\eta} \tau_{p} = \mp \alpha \tau_{p}$$

$$\Rightarrow \alpha \eta = b$$
1-9

La contrainte de cisaillement pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \\ \tau_{zy} = \eta \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases}$$
 1-10

et à la paroi, la contrainte de cisaillement ( $\tau_p$ ) peut avoir un seuil de contrainte et elle s'écrit comme suite (d'après [37]):

$$\tau_p = \eta \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_c$$
 1-11

Ainsi, pour un fluide en mouvement à proximité d'une paroi fixe, la condition de glissement s'exprime comme suite :

1. Contrainte de cisaillement critique pariétale non nulle :

Dans ce cas nous avons:

$$\begin{cases} u_{p} = 0 & \tau \leq \tau_{c} \\ u_{p} = \mp \alpha \left( \eta \frac{\partial u_{p}}{\partial y} + \tau_{c} \right) & \tau \rangle \tau_{c} \end{cases}$$
1-12

2. Contrainte de cisaillement critique pariétale nulle :

Dans ce cas on aura:

$$u_p = \mp \alpha \eta \frac{\partial u_p}{\partial y}$$
 1-13

# 1.9.3. Application du phénomène de glissement dans différents contacts lubrifiés

Divers modèles des conditions de glissement ont été appliqués sur différents applications de la lubrification hydrodynamique. En général, ces applications concernent : les paliers lisses, le plan incliné utilisé dans les paliers de butée et paliers à douille et à coussinet. Les travaux de Salant et Fortier [40], [41] représentent une étude intéressante dans ce domaine de recherche. L'analyse numérique est effectuée à la fois sur le palier lisse et le plan incliné. Le modèle de la longueur de glissement est utilisé. L'effet d'une surface hétérogène (des zones glissantes et autre non-glissantes) a été analysé sur les performances des paliers hydrodynamiques. Les résultats obtenus indiquent que les performances peuvent être améliorées en augmentant la charge supportée et en diminuant la force de frottement hydrodynamique. Spikes [42], [43] a réalisé une étude analytique de la condition homogène appliquée sur une des surfaces d'un palier lisse. La contrainte de cisaillement critique pariétale (surfacique) a été utilisée pour modéliser la condition de glissement. La charge supportée et la force de frottement sont analysées. Spikes a trouvé que permettant un glissement sur une surface et non-glissement sur l'autre surface peut

\_\_\_\_\_

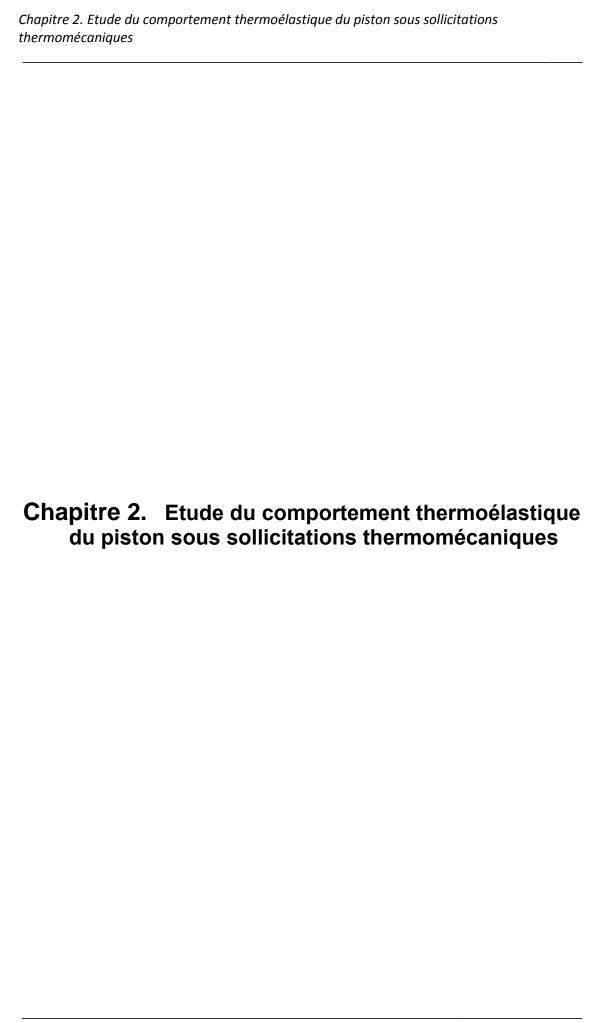
fournir un coefficient de frottement hydrodynamique très faible dans les contacts à faible charge, tels que les systèmes micromécaniques et les disques durs. Zidane et al. [44] ont établi l'équation de Reynolds modifiée pour tous les contacts lubrifiés en régime hydrodynamique. Cette équation de Reynolds a été déterminée en tenant en considération les conditions aux limites : de non-glissement de glissement et de retour d'écoulement à la paroi de contact. Ensuite, l'équation de Reynold modifiée est appliquée au cas d'un palier à patin incliné. Cette étude semi-numérique a révélé une influence significative de ces conditions de glissements sur les caractéristiques de performance. L'influence du glissement sur les performances de la lubrification hydrodynamique d'un palier liesse en 2-dimensions faisait l'objet de la publication de Ma et al. [45]. Dans cette étude numérique, la forme et la taille des zones de glissement sont optimisées afin de promouvoir les propriétés du palier lisse. De même, Wang et al. [46] ont procédé à l'analyse caractéristique et à l'optimisation des zones de glissement d'un palier lisse combiné. Pour modéliser la condition de glissement, un modèle de la longueur de glissement modifié prenant en compte la contrainte de cisaillement pariétale critique est utilisé. Ce travail de recherche montre une nouvelle fois que l'utilisation des conditions de glissement peut augmenter les caractéristiques de performance des contacts lubrifiés. D'autres travaux de recherche ont été effectués au cours des deux dernières décennies sur le phénomène de glissement appliqué à : l'écoulement par compression (squeeze flow), les lubrifiants à base de ferrofluide et à base magnéto-rhéologiques ... [47]–[52].

#### 1.10. Conclusion

L'étude bibliographique nous a mené à étudier deux parties distinctes dans le contenu et l'analyse mais en relation directe dans l'interaction du système piston-cylindre. La première concerne la simulation numérique d'un piston sollicité thermomécaniquement puisque les pistons possèdent des géométries complexes excluant ainsi toute possibilité d'utilisation d'une méthode analytique. La mise en place de modèles numériques fiables passe par une caractérisation précise du comportement mécanique du matériau du piston, des échanges thermiques et de l'interaction fluide-structure. Après cette première étude bibliographique, on constate qu'une nouvelle recherche s'oriente vers la conception des pistons à travers la modélisation numérique.

La deuxième partie concerne la lubrification hydrodynamique du contact jupe du piston-cylindre. Parmi les phénomènes rencontrés dans les contacts lubrifiés, on trouve le phénomène de glissement à l'interface fluide-solide. À ce jour, toutes les études disponibles, comme mentionné dans ce chapitre, ont négligé le phénomène de glissement entre le film d'huile et le contact piston-cylindre. Pour les études citées sur les contacts lubrifiés, l'équation de Reynolds modifiée (étendue), décrivant le comportement des film lubrifiant, a été déterminée pour des applications spécifiques de la lubrification hydrodynamique, en tenant compte la condition de glissement sur une paroi du contact. Bien que de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales aient été proposées pour décrire le phénomène de glissement, Sochi [53] a indiqué, dans une récente revue, qu'il y a plein de points de vue contradictoires, expérimentaux et théoriques, et par conséquent de nombreuses questions resteront non résolues pour longtemps. La suite du travail consistera à :

- simuler numériquement le chargement thermomécanique appliqué sur le piston;
- modéliser et analyser l'influence du phénomène de glissement au contact lubrifié piston-cylindre.



#### 2.1. Introduction

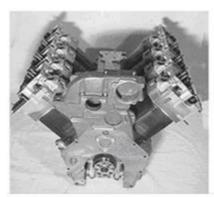
Dans le chapitre précédent, l'étude bibliographique a montré que l'analyse thermique et mécanique des pistons par la MEF est l'un des sujets d'actualité qui a conduit à de nombreuses études [16], [18], [20], [54]–[59]. Le piston est la partie la plus sollicitée du moteur ; il a pour fonction de transmettre l'énergie mécanique au vilebrequin via la bielle. Il est équipé de trois segments. Le segment de feu, situé en haut du piston, permet une étanchéité contre les gaz de combustion. Les segments racleurs, situé en bas, empêchent la remontée de l'huile lubrifiant vers la chambre de combustion.

L'objectif principal de ce chapitre est d'analyser par la méthode des EF les concentrations de contraintes et le jeu piston-cylindre résultant à partir des sollicitations thermomécaniques. L'analyse du jeu piston-cylindre permet d'éviter l'adhésion métalmétal. La complexité de la géométrie du piston exclue toute possibilité d'utilisation d'une méthode analytique. A cet effet, les contraintes et déformations sont évaluées dans un modèle de piston 3D à l'aide du logiciel EF ABAQUS/standard. Cette étude numérique pourrait contribuer à résoudre certains problèmes lors de la phase de conception. Parmi ces problèmes, on peut citer : les différentes défaillances du pistons, les vibrations, les bruits, ... [60]. La géométrie du piston, modélisée, est un hémisphère creux monté par un cylindre creux (Figure 2-1). Dans un premier temps, le modèle numérique est réalisé uniquement en mode de convection/conduction de chaleur afin de déterminer la distribution de la température. Par la suite, dans le modèle numérique, la température obtenue est couplée au champ de pression résultant des charges de combustion des gaz. Les amplitudes des contraintes/déformations et les déplacements dans le piston sont calculés en prenant comme hypothèse le cas le plus défavorable. Ce dernier correspond à la position du piston PMH au moment de l'explosion. Pendant cette période, les gaz de combustion génèrent une pression de valeur maximale. Différents matériaux de piston sont analysés, à savoir : acier austénitique, acier (Cr-Mo), AS12 UNG (alliage d'aluminium), AS12 UNG renforcé par des fibres et fonte.

# 2.2. Modélisation numérique du piston

Le mécanisme piston-cylindre étudié est monté dans le moteur Deutz F8L413 ce moteur est illustré dans la Figure 2-1. Ces caractéristiques techniques sont présentées dans

l'Annexe 2. Ce dernier est fabriqué dans la Société Nationale des Véhicules Industriels de Rouiba (Algérie). C'est un moteur diesel V8 à injection directe connu par sa technique de refroidissement à l'air. Ce piston-cylindre a fait l'objet de nombreux travaux de recherche [27], [28], [61]–[66].



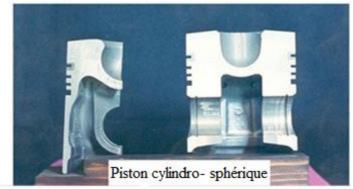


Figure 2-1: Moteur diesel Deutz type F8L413.

#### 2.2.1. Modèle et géométrie

Afin d'examiner le comportement thermomécanique de différents matériaux, la même géométrie du piston est modélisée à l'aide du logiciel ABAQUS/Standard en coordonnées cartésiennes à partir des mesures précises sur le piston réel (Figure 2-2).

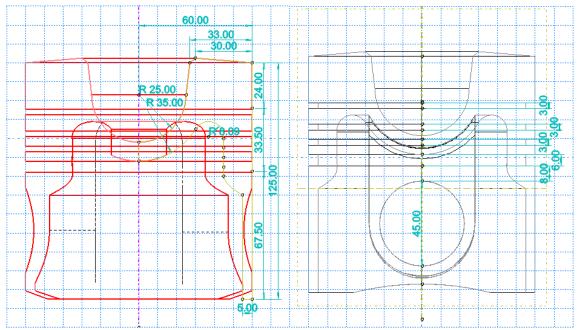


Figure 2-2: Dimensions du piston.

2.2.1.1. Construction du modèle géométrique

Cette étape est difficile car la forme géométrique du piston est très complexe. Elle nécessite plusieurs essais pour construire un modèle plus proche que possible de la forme

réelle.

<u>Etape 1</u>: Figure 2-3 illustre la construction de la forme du piston en 2D dans le module « sketch » sur la base des dimensions illustrées par la Figure 2-2.

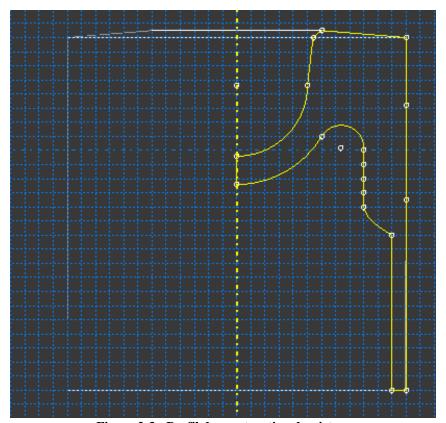


Figure 2-3: Profil de construction du piston.

<u>Étape 2</u>: A partir du module « part », le modèle volumique est créé par une rotation solide de 360° de la face définie précédemment autour de l'axe de révolution. La Figure 2-4 montre des formes obtenues après la révolution avec les angles 90°,270° et 360°.

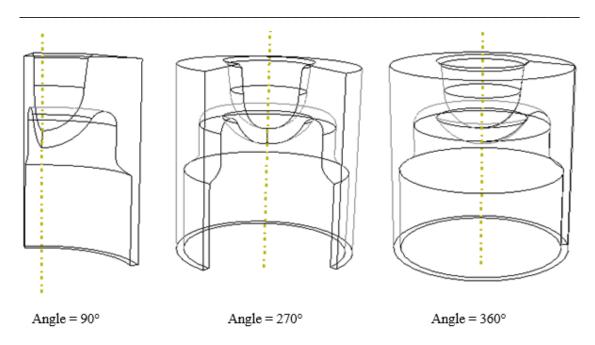


Figure 2-4: Formes volumique du piston.

<u>Etape 3</u>: Afin de compléter la partie intérieure du piston, la construction des nervures est utilisée dans le module « part ». La Figure 2-5 montre la forme des nervures dessinée sur un plan 2D. Pour avoir la forme 3D, le dessin 2D est extrudé en suivant une direction définie au préalable. La forme finale de l'intérieur du piston est présentée dans la Figure 2-6.

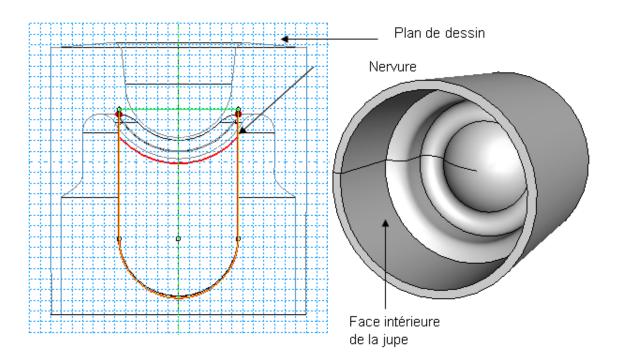


Figure 2-5: Nervures avant l'extrusion vers la jupe.

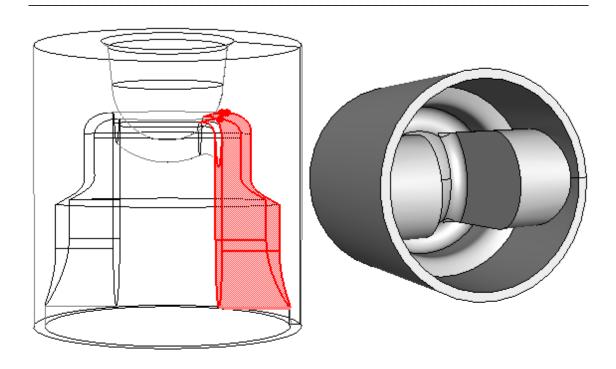


Figure 2-6: Nervures après l'extrusion vers la jupe.

<u>Etape 4</u>: Les rainures des segments sont obtenues de la même manière précédente, sauf que dans cette étape, on a utilisé enlèvement de la matière (Figure 2-7).

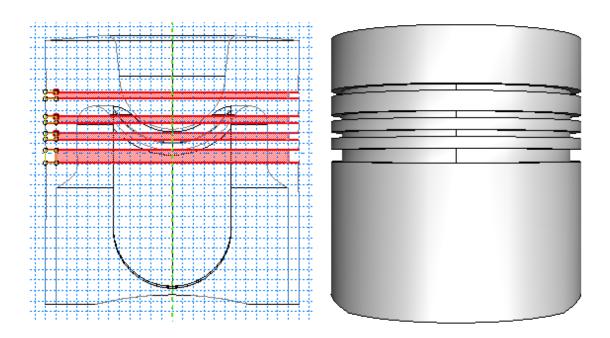


Figure 2-7: Construction des gorges.

<u>Etape 5</u>: Construction des bossages, en réalisant un perçage circulaire sur la jupe comme il est présenté par la Figure 2-8.

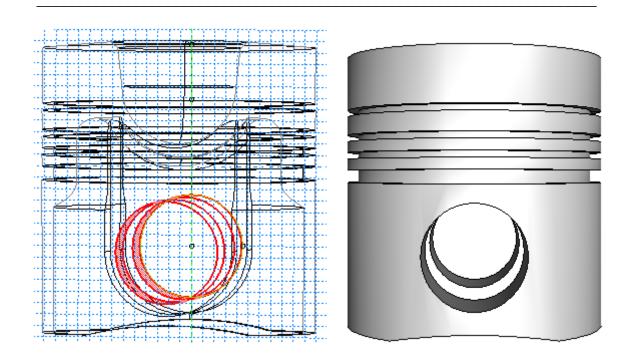


Figure 2-8 : Logement de l'axe (les bossage).

A la fin, on obtient la forme géométrique du piston utilisée dans le modèle numérique d'ABAQUS/standard. La Figure 2-9 représente une demi-coupe du piston pour illustrer les parties intérieures.

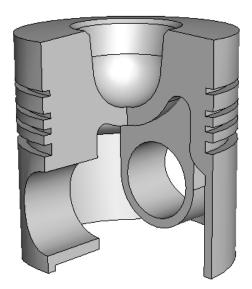


Figure 2-9 : Géométrie finale du piston.

## 2.2.1.2. Maillage

Un maillage tétraédrique Quadratique est effectué automatiquement. Le choix de ce maillage vu qu'il est le plus adéquat pour la forme compliquer du piston et le problème

multiphysique étudié. La structure est discrétisée en 13322 nœuds et 54258 tétraèdres (Figure 2-10). Ce maillage a été choisi pour résoudre le transfert de chaleur dans le piston.

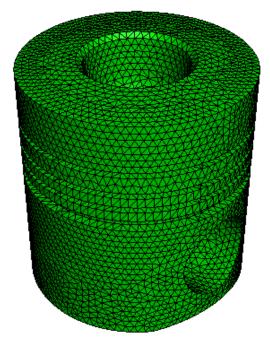


Figure 2-10: Maillage du piston.

#### 2.2.2. Modèle thermique

Dans un premier temps, le modèle numérique est réalisé uniquement en mode thermique afin de déterminer la distribution de la température. L'objectif principal est d'analyser le transfert de flux de chaleur entre le piston et son environnement à différentes températures. Ces calculs reposent essentiellement sur deux modes principaux de transfert de chaleur : la conduction thermique et la convection thermique. Le rayonnement thermique généré de l'explosion des gaz est négligé dans cette analyse.

#### 2.2.2.1. Conduction thermique

La conduction thermique est un mode de transfert de chaleur à travers le matériau du piston. Le cas le plus défavorable considéré (courses de puissance) dans lequel le piston est soumis à la température et à la pression élevées générées par les gaz de combustion permet d'analyser le problème dans un modèle à l'état stationnaire. L'équation de conduction s'écrit ainsi :

$$-kA\overrightarrow{\nabla T} = 0$$
 2-1

#### 2.2.2.2. Convection thermique

La convection thermique se produit sur les surfaces du piston avec les gaz de combustion, le fluide lubrifiant et le fluide de refroidissement. L'équation du flux thermique de la convection thermique, indiquée dans l'équation 2-2, exprime la proportionnalité à la différence de température entre la température de surface du piston  $(T_s)$  et la température du fluide environnant  $(T_f)$ . Le coefficient de transfert de chaleur (h) dépend des propriétés du fluide.

$$q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z = hS(T_s - T_f)$$
 2-2

avec : S la surface du flux thermique

#### 2.2.2.3. Modélisation numérique

Les éléments triangulaires et tétraédriques sont plus polyvalents du point de vue géométrique que les éléments quadrilatéraux et hexaédriques [67]. Ces éléments conviennent donc mieux aux formes complexes. Les éléments solides peuvent être exprimés sous forme d'éléments de premier ou de second ordre. Les éléments de second ordre peuvent capturer la valeur nodale plus précisément que les éléments de premier ordre. Pour cette analyse, l'élément tétraédrique à 4 nœuds et 4 surfaces est utilisé pour résoudre le transfert de chaleur dans le piston (Figure 2-11).

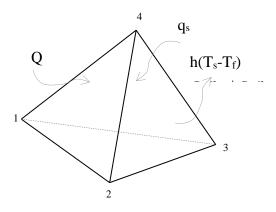


Figure 2-11 : Elément tétraédrique pour le calcul thermique.

La formulation variationnelle de Ritz [68]–[70] est utilisée pour un cas 3D à l'état stationnaire pour obtenir la distribution de température T(x, y, z) qui minimise la fonctionnelle :

$$I = \frac{1}{2} \iiint_{v} \left[ k_{x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^{2} + k_{y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^{2} + k_{z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^{2} + 2QT \right] dv$$
2-3

T(x, y, z) doit satisfaire les conditions aux limites suivantes :

— Condition de Dirichlet sur la surface limite  $S_1$ :

$$T_1(x, y, z) = T_s$$
 2-4

— Condition de Neumann sur la surface limite  $S_2$ :

$$k_{x} \frac{\partial T}{\partial x} n_{x} + k_{y} \frac{\partial T}{\partial y} n_{y} + k_{z} \frac{\partial T}{\partial z} n_{z} = -q$$
 2-5

— Condition Neumann sur la surface limite  $S_3$ :

$$k_{x} \frac{\partial T}{\partial x} n_{x} + k_{y} \frac{\partial T}{\partial y} n_{y} + k_{z} \frac{\partial T}{\partial z} n_{z} + hA(T_{s} - T_{f}) = 0$$
2-6

où les conditions initiales :  $T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z)$ 

avec:

- q: flux de chaleur appliqué en  $S_2$ ;
- $hA(T_s T_f)$ : flux de chaleur par convection;
- $n_x, n_y, n_z$ : cosinus directeurs selon x, y, z;
- $S_1$ : surface limite dans laquelle est spécifiée  $T_0$ ;
- $S_2$  : surface limite dans laquelle est spécifié  $\,q\,;$
- --  $S_3$  : surface limite dans laquelle est spécifiée la chaleur de convection.

La principale inconnue dans l'analyse par éléments finis de la conduction thermique dans le piston est la température dans les éléments et les nœuds. La distribution de température T(x, y, z) de chaque élément s'écrit comme suit :

$$T(x, y, z) = N(x, y, z) \{T\}$$
 2-7

avec:

— Les fonctions d'interpolation :  $N(x, y, z) = \{N_i N_j N_k N_m\}$ ;

— La température nodale : 
$$N(x, y, z) = \{T\} = \{T_i T_j T_k T_m\}^T$$
;

Le champ de température est calculé sur tous les nœuds en résolvant le système suivant :

$$\{F\} = \lceil K \rceil \{T\}$$
 2-8

avec:

— [K]: exprime la matrice de rigidité globale ;

— 
$$\{F\} = \sum_{e=1}^{NE} \{F_i^e\}$$
: est le vecteur global de sollicitations;

$$- \left\{T\right\} = \begin{cases} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_{NN} \end{cases} : \text{ exprime le vecteur nodal global.}$$

— *NE*: numéro d'élément;

— NN: numéro de nœud

— i : indique l'index de nœud dans l'élément (e).

Les conditions de chargement thermique, données par l'équation (2-2), sont considérés comme purement convective. Ils sont spécifiés sous l'hypothèse de distribution du couple  $\left(h_i, T_f\right)$  sur les différentes surfaces limites (Figure 2-12). La température ambiante  $(T_f)$  est représentée par  $(T_g)$ ,  $(T_h)$  et  $(T_r)$  qui représentent respectivement la température du gaz de combustion, la température de l'huile de lubrification et la température de l'air de refroidissement.

Les valeurs des températures de l'entourage sont mesurées expérimentalement par Li [71] et qui sont utilisées dans cette étude numérique. Ces températures sont données ci-dessous :

- 
$$T_g = 900 \,^{\circ}\text{C}$$
;  
-  $T_h = 127 \,^{\circ}\text{C}$ ;  
-  $T_r = 95 \,^{\circ}\text{C}$ .

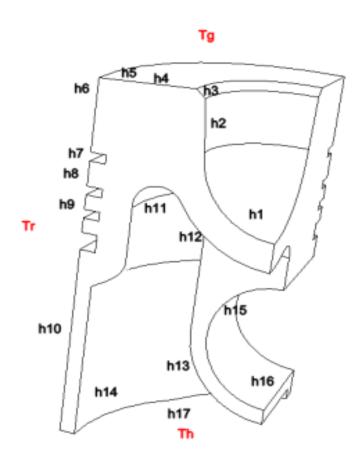


Figure 2-12: Conditions de chargement thermique.

La modélisation numérique de l'échange thermique entre le piston et son environnement est donnée aussi par Li [71]. La méthodologie consiste à prendre une disparité de flux de chaleur et de température en différents points des surfaces du piston. Les valeurs des coefficients de transfert de chaleur sont données dans le Tableau 2-1. Ces valeurs sont considérées, par hypothèse, les mêmes pour les cinq (05) matériaux (paragraphe §2.2.5).

Chapitre 2. Etude du comportement thermoélastique du piston sous sollicitations thermomécaniques

h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h <sub>3</sub>	h <sub>4</sub>	h <sub>5</sub>	h <sub>6</sub>	h <sub>7</sub>	h <sub>8</sub>	h <sub>9</sub>
2.1	2.3	1.4	1.4	3.0	0.9	18.2	3.2	13
h <sub>10</sub>	h <sub>11</sub>	h <sub>12</sub>	h <sub>13</sub>	h <sub>14</sub>	h <sub>15</sub>	h <sub>16</sub>	h <sub>17</sub>	
8.0	7.0	2.0	3.0	3.2	25.0	0.5	0.5	

Tableau 2-1 : Coefficient de transfert thermique entre le piston et son environnement  $(\times 10^{-4} W.mm^{-1}.K^{-1})$ .

## 2.2.3. Modèle mécanique

La charge mécanique sur le piston est générée par l'action des gaz de combustion. Dans la modélisation numérique, la charge est supposée être uniforme dans le cas le plus défavorable (piston au PMH - moment de l'explosion "Figure 2-13"). La charge appliquée est la pression calculée en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin sur la base du cycle thermodynamique en utilisant les caractéristiques réelles du moteur F8L413 (Figure 2-14).

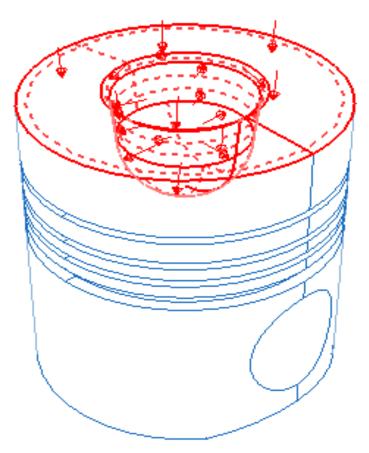


Figure 2-13 : Condition de chargement mécanique.

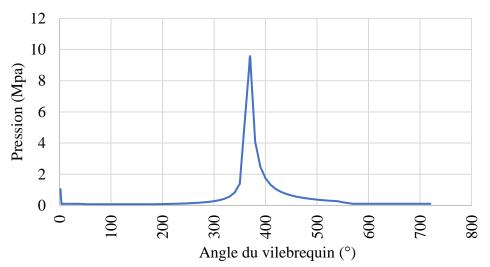


Figure 2-14 : Distribution de la pression en fonction de l'angle du vilebrequin.

Les trois degrés de liberté de l'axe de piston sont fixés de manière à placer le piston dans un état statique (Figure 2-15) qui correspond au cas le plus défavorable considéré lorsque le piston se trouve au PMH ; dans laquelle la pression est maximale (≈9,58 MPa) pour un angle de vilebrequin de 370°.

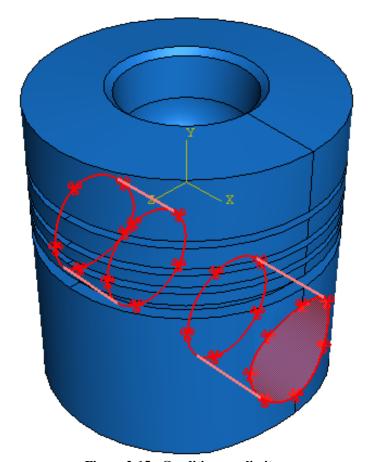


Figure 2-15: Condition aux limites.

## 2.2.4. Modèle thermomécanique

Dans le modèle thermomécanique, les deux types de contraintes mécanique et thermique sont considérés. Les contraintes/déformation calculées numériquement sont donc thermomécaniques. Ceci est l'objectif de ce chapitre.

L'équation du tenseur de déformation qui prend en compte les contraintes thermomécaniques s'écrit comme suit :

$$\varepsilon = \frac{(1+\upsilon)\sigma}{1+\upsilon} - \frac{\upsilon s1}{E} + \overline{\alpha} (T - T_0) 1$$
 2-9

et le tenseur de contrainte est donnée par :

$$\sigma = \lambda e 1 + 2\mu \varepsilon - K\overline{\alpha} (T - T_0) 1$$
 2-10

avec:

- $K = 3\lambda + 2\mu = \frac{E}{1 2\nu}$ : est le coefficient de compressibilité;
- Le symbole 1 représente le tenseur unité.

## 2.2.5. Matériaux du piston

Les premiers pistons étaient en fonte, ce qui présentait les avantages d'un faible coefficient de frottement, de dilatations de l'ordre de celles des chemises et de bonnes caractéristiques mécaniques. Mais le poids représentait un inconvénient majeur. Actuellement, certains constructeurs font encore des études avec des pistons en fonte GS (Graphite Sphéroïdal). Des pistons en acier ont également été utilisés surtout aux États-Unis. Actuellement, on utilise surtout des alliages d'aluminium au silicium, souvent de l'AS 12 UNG. Pour améliorer la résistance thermique, on peut ajouter des dépôts céramiques sur la tête des pistons surtout pour les moteurs diesels. Ces pistons peuvent être aussi renforcés par l'adjonction de fibres en oxydes d'aluminium par exemple. A partir de cette bibliographie [72], cinq (05) types de matériaux sont utilisés dans cette analyse numérique. Leurs propriétés mécaniques et thermiques sont données dans le Tableau 2-2. Dans le modèle numérique, le comportement mécanique des matériaux est

considéré linéaire, élastique et isotrope. Pour la validation de l'approche numérique proposée, le même matériau utilisé par Li [71] est considéré aussi dans cette simulation

numérique (AS 12 UNG).

Caractéristiques	Acier austénitique	Acier (Cr-Mo)	AS12 UNG renforcé par des fibres	AS12 UNG	Fonte GS
Module de Young (Gpa)	190	190	55	55	160
Coefficient de Poisson	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
Résistance à la traction à 350°C (MPa)	1100	700	100	45	400
Limite de fatigue à 350°C à 10 <sup>7</sup> cycles (MPa)	400	250	50	30	200
Masse volumique (Kg/m³)	7800	7800	2700	2700	7200
Conductivité thermique (W/m.K)	20	40	100	150	35
Coefficient de dilatation thermique (10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup> )	12	13	20	24	12

Tableau 2-2 : Caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés dans l'analyse numérique du piston [72].

#### 2.3. Résultats et discussions

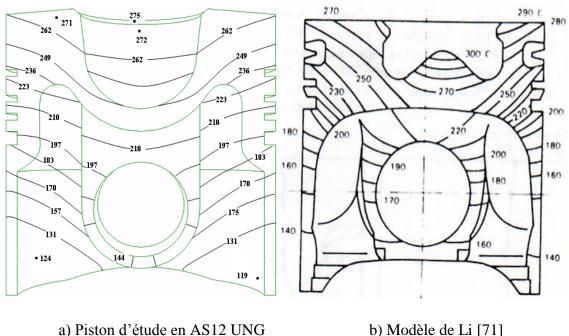
## 2.3.1. Distribution de la température

Les isothermes de la température dans le piston sont présentées par la Figure 2-16 et la Figure 2-17 pour les différents matériaux. Pour une visualisation claire sur toute la structure du piston, ces isothermes sont prises sur le plan de battement.

Pour valider l'approche numérique, les résultats numériques de la distribution de la température dans le piston ont été confrontés avec ceux expérimentaux de Li [71] en utilisant le même modèle numérique : matériau et conditions aux limites (paragraphe §2.2). Cette confrontation est illustrée par des isothermes dans la Figure 2-16. La distribution de la température dans le piston obtenue numériquement reproduit avec succès celle obtenue en expérimental. On remarque que la température est supérieure

(≈280°C) au niveau des chanfreins de la cuvette de la tête du piston et elle diminue graduellement vers le bas du piston dans lequel la température atteint environ 120°C. La tendance de la distribution de la température est logique car la paroi supérieure du piston

est soumise directement aux gaz de combustion et le fond est lubrifié.



- b) Modèle de Li [71]

Figure 2-16 : Validation de la distribution du champ de température sur le piston.

Les isothermes de la température pour les autres matériaux, Figure 2-17-c jusqu'à Figure 2-17-f, montrent que les valeurs de la température maximale sont similairement situées au niveau des chanfreins de la cuvette de la tête du piston. Cette zone peut être considérée telle qu'une zone critique dans une étude de fatigue. Les températures approximatives 526 °C, 441 °C, 422 °C, et 307 °C sont obtenues respectivement pour l'acier austénitique, la fonte GS, l'acier Cr-Mo, et l'AS12UNG renforcé par fibre. Ce dernier matériau et l'AS12UNG permettent une meilleure dissipation de la température et par conséquent les plus apte à tolérer plus de température ; cela est expliquée par la variation de la conductivité thermique entre ces matériaux qui affecte quantitativement le niveau de distribution de la température. Le fluide de refroidissement a un impact significatif pour réduire la température vers le bas du piston. Les résultats obtenus sont en accord avec les mesures expérimentales de température [56], [73], [74].

Chapitre 2. Etude du comportement thermoélastique du piston sous sollicitations thermomécaniques

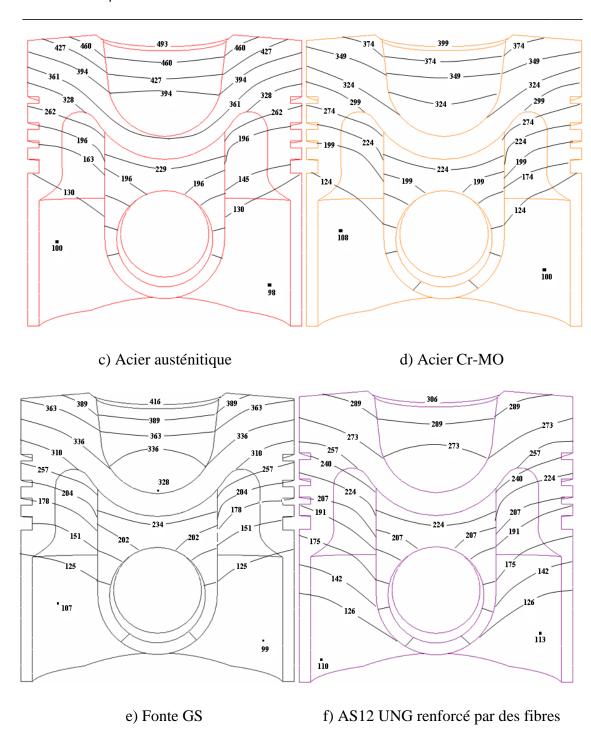


Figure 2-17 : Distribution du champ de températures sur le piston.

La Figure 2-18 présente la distribution du champ de température au sommet du piston. On voit que la température sur la partie latérale de la tête augmente jusqu'à la cuvette, où elle prend sa valeur maximale puis elle diminue progressivement du coté intérieur de la cuvette.

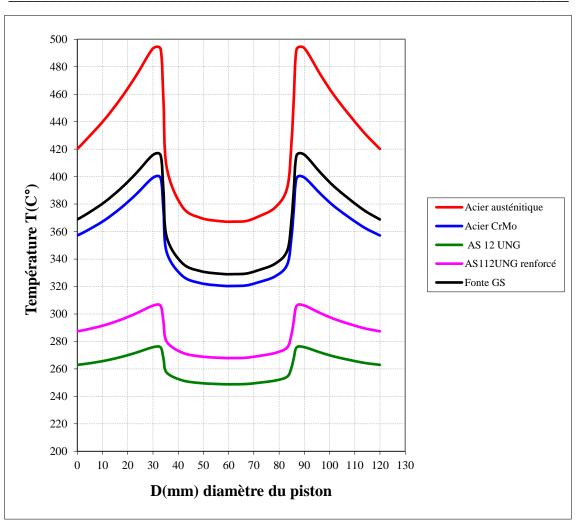
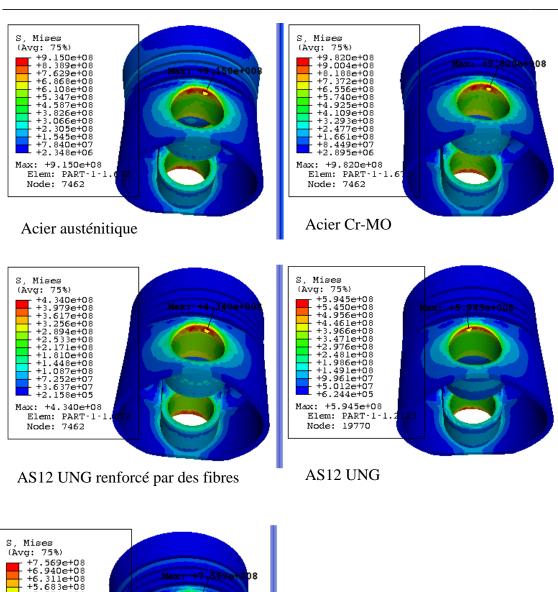


Figure 2-18 : Distribution de la température au niveau supérieur du piston.

## 2.3.2. Contraintes thermomécaniques

Les contraintes thermomécaniques globales subies par le piston sont calculées à partir des charges thermiques et mécaniques. Les résultats obtenus sont illustrés par des cartographies de contrainte équivalente de Von-Mises avec différentes vues du piston (Figure 2-19 et Figure 2-20). On remarque que les valeurs maximales des contraintes thermomécaniques se trouvent au niveau de la surface supérieure de l'axe du piston. Le piston le moins sollicité est l'AS12UNG renforcé par des fibres par rapport aux autres matériaux. Cette différence de contrainte est expliquée par l'effet de la distribution de la température. Ainsi, il a été constaté que l'AS12UNG renforcé par des fibres permet une meilleure dissipation de la température.

Chapitre 2. Etude du comportement thermoélastique du piston sous sollicitations thermomécaniques



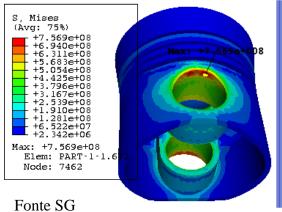
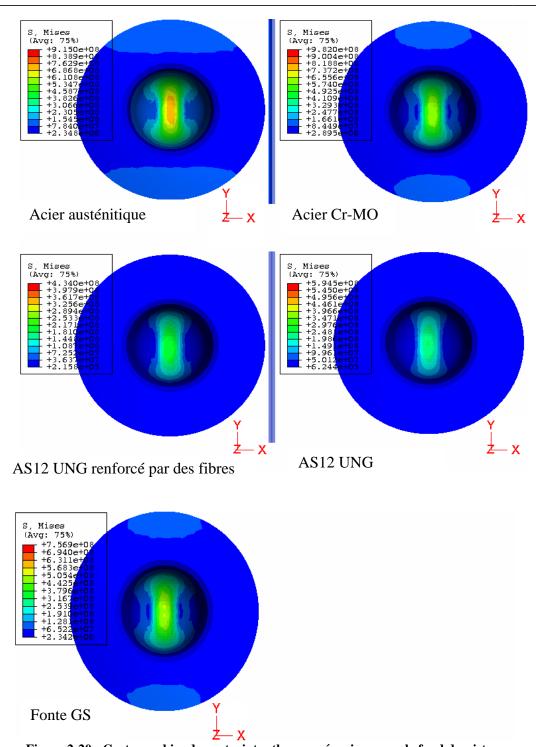


Figure 2-19 : Champ de contraintes thermomécaniques dans le piston.

Chapitre 2. Etude du comportement thermoélastique du piston sous sollicitations thermomécaniques



 ${\bf Figure~2-20: Cartographies~de~contraintes~thermom\'e caniques~sur~le~fond~du~piston.}$ 

Sur la base des résultats précédents, on choisit quelques points sur les parties les plus sollicitées du piston (Figure 2-21) pour faire la comparaison. La Figure 2-22 illustre, par des histogrammes, les valeurs de températures et de contraintes thermomécanique correspondant aux points spécifiés sur piston. On remarque que parmi les points choisis sur la paroi supérieure du piston, la valeur maximale de la contrainte est celle au centre

de la cuvette « A ». La valeur maximale sur le piston est située au point « L » qui se trouve au niveau de l'axe du piston. La valeur minimale des contraintes thermomécaniques de ce point est celle correspondante au matériau AS12UNG renforcé par des fibres.

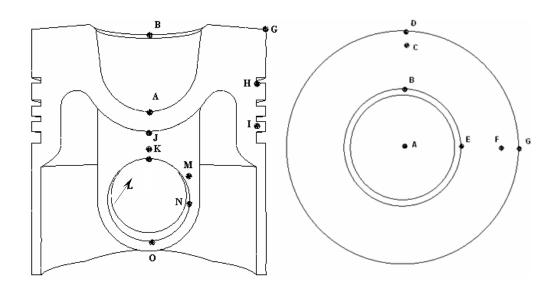


Figure 2-21 : Points spécifiques à étudier sur le piston. 8,00E+08 Contrainte de Von-mises [Pa] 7,00E+08 6,00E+08 5,00E+08 4,00E+08 3,00E+08 2,00E+08 1,00E+08 0,00E+00 E C ■ Acier Austénitique ■ Acier CrMO ■ AS 12 UNG ■ AS12 UNG renforé par fibres ■ Fonte GS 1,20E+09 Contrainte de Aon-mises [Pa] 1,00E+09 8,00E+08 4,00E+08 2,00E+08 0,00E+00

Figure 2-22 : Valeurs des contraintes thermomécaniques sur les points spécifies dans le piston.

## 2.3.3. Analyse des déplacements

Afin d'analyser les déplacements sur le piston causés par le chargement thermique et mécanique Figure 2-23, Figure 2-24 et Figure 2-26 illustrent les cartographies du déplacement global prisent sur différentes vues du piston et pour les cinq différents matériaux.

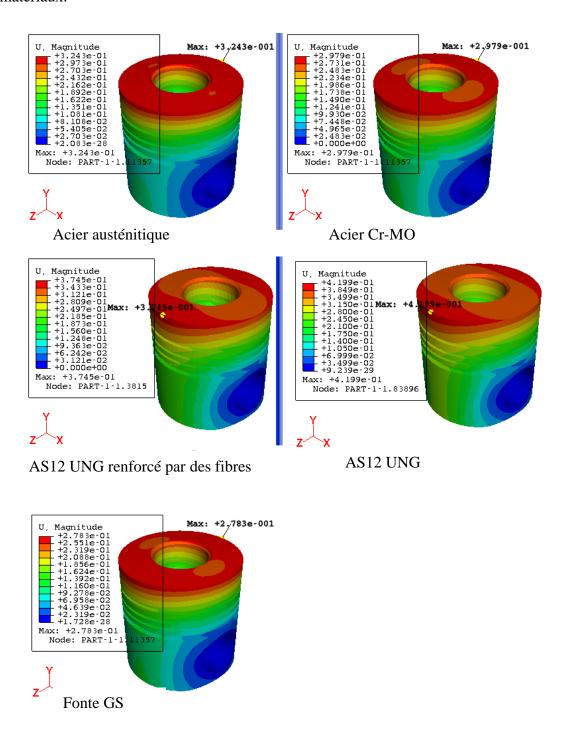


Figure 2-23 : Vue globale de la cartographie du déplacement pour chaque matériau.

Les résultats montrent que la valeur maximale du déplacement globale se situe sur le plan du battement au niveau de la partie latérale supérieure de la tête du piston. La Figure 2-24 montre que les déplacements sont faibles en bas de la jupe et augmentent vers la tête où il atteignant des valeurs importantes au niveau des points les plus hauts de la

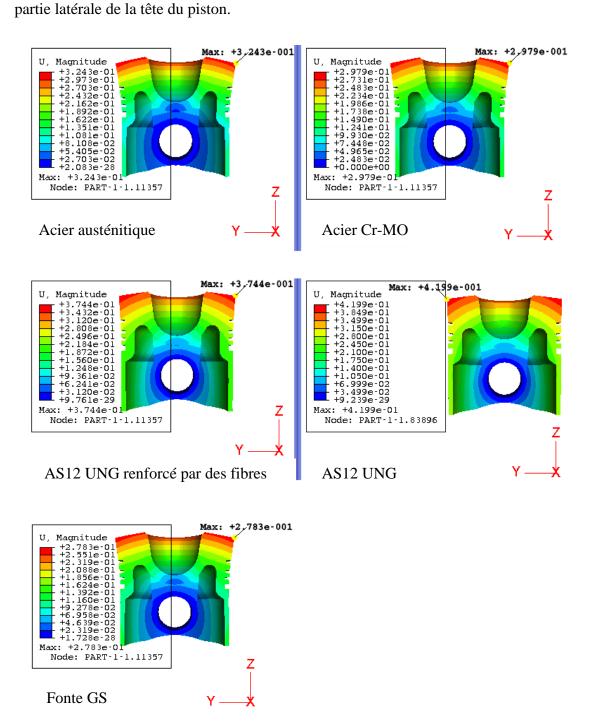


Figure 2-24 : Cartographies du déplacement prisent sur le plan du battement.

D'après la Figure 2-25, la valeur maximale du déplacement est celle correspondante au matériau AS12 UNG, et elle est de l'ordre de 0,419mm. Par contre, La valeur minimale des déplacements en tête de piston correspond aux aciers et au matériau en fonte et elle est d'environ 0,28mm. Une dilatation importante entraîne un jeu insuffisant entre le piston et le cylindre et, par conséquent, une adhérence métal-métal et donne lieu à un fort frottement au contact piston-cylindre. Les grands déplacements, localisés au sommet du piston, s'expliquent par la dilatation thermique. Le sommet du piston est soumis à une température élevée comparée à l'effet de chargement mécanique. Le milieu du piston est soumis au fluide de refroidissement, ce qui réduit l'effet de la température et donc la dilatation.

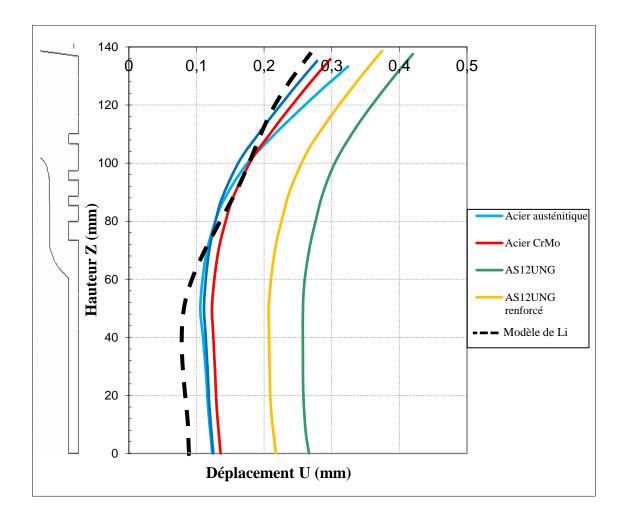


Figure 2-25 : Magnitude du déplacement de la paroi extérieure du plan de battement.

Les déplacements sur le plan de l'axe du piston, Figure 2-26 et Figure 2-27, ne sont pas importants comme dans le plan du battement. On remarque qu'ils sont presque

\_\_\_\_\_

nuls au niveau de l'axe à cause de la fixation des bossages et commencent à atteindre des valeurs sur les premiers points du bas de la jupe. Les valeurs minimales sont aussi remarquées au niveau de la tête pour le piston ayant le type de matériau en fonte. Cependant la faible dilatation d'un matériau comme la fonte peut initier à des microfissures à la surface supérieure du piston.

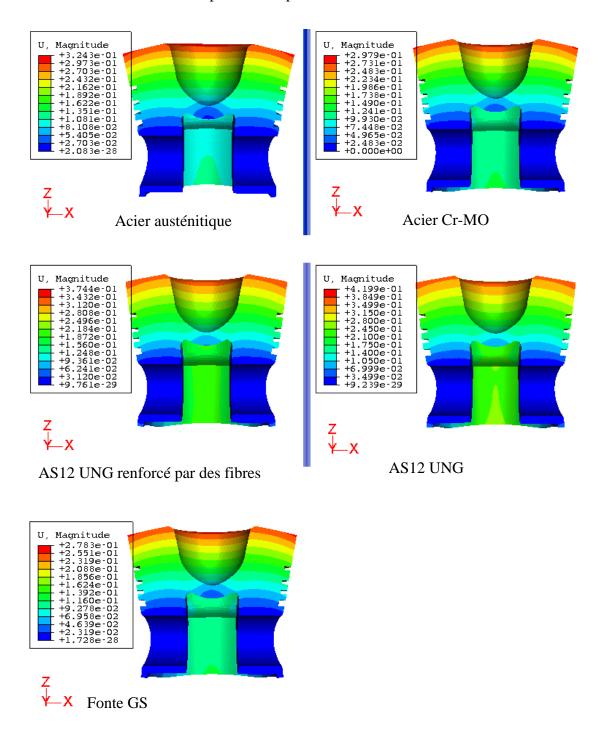


Figure 2-26 : Cartographies du déplacement prisent sur le plan de l'axe du piston.

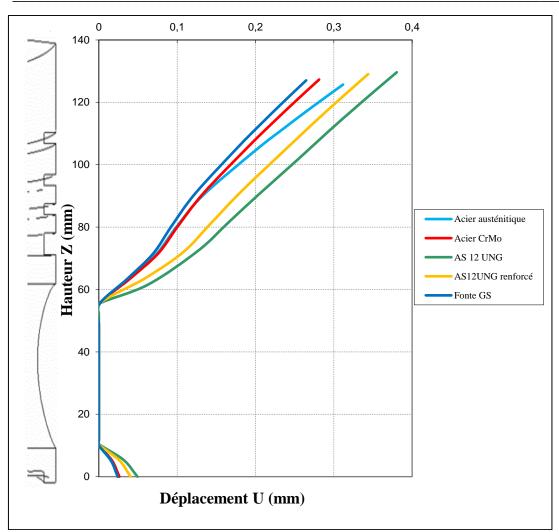


Figure 2-27 : Magnitude du déplacement de la paroi extérieure du plan de l'axe.

Le piston soumis à une contrainte minimale est celui ayant le type de matériau AS12UNG renforcé par des fibres, c'est-à-dire qu'il est le plus résistant face aux conditions thermomécaniques agressives; Les caractéristiques mécaniques de l'AS12UNG renforcé par des fibres lui confèrent une bonne dissipation de la température et une dilatation moins élastique qui se répercutent sur l'impact des contraintes thermomécaniques.

## 2.4. Conclusion

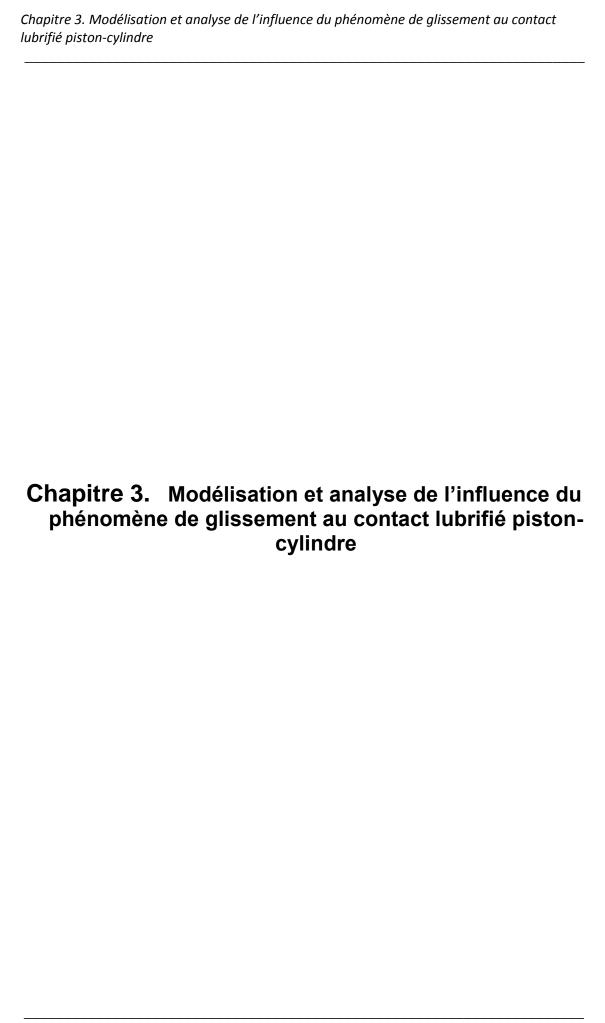
Dans ce chapitre, le piston a été modélisé à l'aide du logiciel ABAQUS/standard.

Dans la modélisation du piston, la température est couplée au champ de pression résultant des charges de gaz de combustion afin de calculer les contraintes et le déplacement dans

le piston. Différents matériaux de piston ont été analysés, à savoir : acier austénitique, acier (Cr-Mo), AS12 UNG, AS12 UNG renforcé par des fibres et la fonte GS.

Pour valider l'approche numérique, les résultats obtenus de la distribution de la température pour l'alliage d'aluminium AS12 UNG sont confrontés à ceux expérimentaux déterminés par Li [71] pour le même matériau. La distribution de la température dans le piston obtenue numériquement reproduit avec succès celle obtenue en expérimental. La température est supérieure au niveau des chanfreins de la cuvette de la tête du piston et elle diminue graduellement vers le bas du piston. La tendance de la distribution de la température est logique car la paroi supérieure du piston est soumise directement aux gaz de combustion et le fond est lubrifié. Le matériau AS12UNG renforcé par des fibres et l'alliage d'aluminium AS12UNG permettent une bonne dissipation de la température et, par conséquent, ils sont les plus aptes à tolérer plus de température. Les cartographies de la contrainte équivalente de Von-Mises montrent que la concentration est située sur l'axe du piston, quel que soit le type de matériau. La contrainte thermomécanique n'a qu'un impact sur le niveau de contrainte tel qu'il ressort de la comparaison. Par conséquent, les AS12UNG renforcés par des fibres possèdent de faibles contraintes thermomécaniques par rapport aux autres types de matériaux. De légers déplacements sont observés au bas de la jupe et ils augmentent vers la tête du piston où des valeurs de déplacement élevées sont atteintes. Le maximum (environ 0,419 mm) correspond au matériau en alliage d'aluminium AS12UNG. La valeur minimale des déplacements en tête de piston correspond aux aciers et au matériau en fonte et elle est d'environ 0,28 mm. Une expansion importante de la tête du piston entraîne un jeu insuffisant entre le piston et le cylindre et par conséquent une adhérence métal-métal. Cependant la faible dilatation d'un matériau comme la fonte peut initier à des microfissures à la surface supérieure du piston.

Dans cette étude, AS12UNG renforcé par des fibres présente un bon comportement face aux sollicitations thermomécaniques combinées. Cela est dû à ses propriétés améliorées et à son aptitude à permettre une bonne dissipation de la température. La dilatation du piston est acceptable pour qu'il n'y ait pas un contact métalmétal entre le piston et le cylindre et aussi pour éviter un jeu important qui va créer des claquements.



## 3.1. Introduction

Après plus d'un siècle d'accord avec le postulat de la condition de non-glissement (adhésion à la paroi) en mécanique des fluides, l'étude de la condition aux limites fluide-solide a suscité un regain d'intérêt au cours des deux dernières décennies. Bien que de nombreuses études ne soient pas encore parvenues à une description complète du phénomène de glissement, il semble toutefois que l'influence du mouillage et/ou de la rugosité se traduise par une faible interaction a l'interface fluide-solide. Donc, cette faible interaction donne lieu à la présence d'un phénomène de glissement. La longueur du glissement, qui est une simple mesure du glissement, est apparemment le paramètre le plus couramment utilisé pour caractériser le glissement.

Bien que de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales aient été proposées pour décrire le phénomène de glissement dans différents contacts lubrifiés, il n'existe pas d'étude disponible pour le contact piston-cylindre. Dans ce travail, nous proposons une analyse semi-analytique pour mettre en évidence le phénomène de glissement au contact piston-cylindre. Pour cette proposition, une écriture rigoureuse de l'équation de Reynolds modifiée pour un contact lubrifié en tenant en considération le phénomène de glissement à une paroi du contact. Cette équation sera appliquée sur le cas d'un mécanisme piston cylindre. Le glissement à l'interface entre le film d'huile et le cylindre sera pris en compte dans l'équation pour examiner l'influence de ce phénomène sur les caractéristiques de fonctionnement.

Avant de passer à la démonstration de l'équation de Reynolds modifiée, il est nécessaire de présenter la modélisation du phénomène de glissement à l'interface fluidesolide.

## 3.2. Modélisation analytique

## 3.2.1. Modélisation du phénomène de glissement à l'interface fluide-solide

D'un point de vue pratique, les différentes conditions aux limites sont schématiquement illustrées dans la Figure 3-1. La condition (i) correspond au cas de non glissement (adhérence à la paroi) qui reflète une longueur de glissement nulle. La

condition (ii) est appelée souvent un glissement partiel [75]. Celui-ci est caractérisé par une longueur de glissement positive et par une continuité de la contrainte de cisaillement à l'interface fluide-solide. La condition (iii) correspond à un retour de l'écoulement (backflow) au niveau de la paroi lorsque la valeur de la vitesse du fluide au niveau de la paroi est définie comme négative [53], [76], [77].

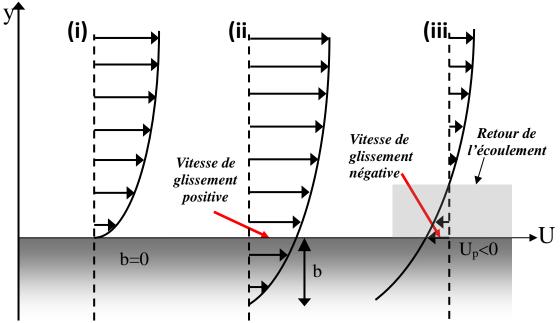


Figure 3-1 : Différentes conditions aux limites d'un fluide en mouvement près d'une paroi fixe : (i) cas de non glissement, (ii) glissement partiel, et (iii) retour de l'écoulement [44].

Navier [38] et Maxwell [39] ont considéré la possibilité du glissement à l'interface fluide-solide dès la naissance de la mécanique des fluides et ils ont proposé la condition au limite suivantes :

$$u_{p} = b \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = b \cdot \dot{\gamma}_{p} = \frac{b}{\eta} \tau_{p}$$
 3-1

avec y = 0 représente l'interface fluide-solide.

Si une expression linéaire entre la vitesse de glissement et la contrainte de cisaillement à la paroi est supposée, que  $u_p = \alpha \tau_p$ , où  $\alpha = b/\eta$  est le coefficient de glissement (paragraphe §1.9.2). Maintenant, si nous donnons une valeur non nulle à b dans l'équation 3-1, nous constatons qu'il y a un glissement direct à la paroi. Cependant,

plusieurs auteurs indiquent que le glissement peut avoir lieu si la contrainte de

cisaillement pariétale ( $\tau_p$ ) dépasse la contrainte de cisaillement critique pariétale ( $\tau_c$ ) [37], [78], [79]. Pour prendre en compte cette quantité physique importante, Spikes & Granick [78] ont proposé un nouveau modèle phénoménologique pour un fluide newtonien :

$$\tau_p = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} + \tau_c$$
 3-2

À partir d'une série d'expériences, basées sur une technique de vélocimétrie laser (Annexe 1), visant à caractériser les mécanismes de frottement aux interfaces fluidesolide, Hervet et Léger [80] ont démontré que l'hypothèse d'une vitesse nulle à l'interface fluide-solide n'est pas toujours vérifiée. En outre, ils ont indiqué que la présence d'une grande force d'interaction fluide-solide et d'une paroi rugueuse affectent fortement le niveau de glissement à la paroi de manière antagoniste (vitesse de glissement négative). Ils ont indiqué qu'ils n'ont pas une explication de la configuration physique du problème. La même observation a été remarquée dans une autre expérience sur l'écoulement nonnewtonien à travers des lits à garnissage, et a été interprétée comme une couche anormale anisotrope sur la surface [81]. Dans d'autres études analytiques, Tuck et Kouzoubovt [76] ont précisé que la vitesse de glissement négative correspond à un retour de l'écoulement (back-flow) au niveau de la paroi pour un faible nombre de Reynolds local et une faible pente de rugosité. Xu et Li [82] ont étudié les effets des tailles de canaux sur les conditions aux limites et ont reproduit les trois types de conditions aux limites (glissement, nonglissement et une couche stagnante) sur les tailles de canaux multi-échelles. Le glissement, le non glissement et une couche stagnante correspondent respectivement aux glissements positifs, nul et négatif. Dans d'autres études, la vitesse de glissement négative signifie une couche stagnante ou un retour de l'écoulement au niveau de la paroi [53], [77]. Concernant la couche stagnante, qui a la même signification qu'une adhérence d'une couche de fluide sur la paroi ; Neto, et al. [75] a précisé que celle-ci représente une fine couche de fluide qui est fermement attachée à la surface solide. De plus, Sykes, et al. [83] ont défini la couche stagnante comme une transition entre un écoulement positif et un écoulement négatif. A partir de ces définitions, nous considérons que le concept de "retour du fluide à la paroi - back-flow at wall" est le plus adapté à notre étude pour une vitesse

de glissement négative. Ce phénomène est principalement lié à la rugosité de la surface, à la mouillabilité, à la contrainte de cisaillement pariétale, au débit de pression et à la variation de la section transversale [76], [80], [84].

Le concept du retour d'écoulement à la paroi, d'un point de vue physique, a beaucoup plus de points communs avec une étude classique de Taylor [85] sur les mouvements de natation d'une plaque à ondulation sinusoïdale. La question concerne un organe propulsif qui pousse le fluide en arrière, tandis que la résistance du corps lui donne un élan vers l'avant. Les mouvements avant et arrière sont parfaitement équilibrés, mais l'organe propulsif et la résistance peuvent être considérés comme des actions séparées. La caractéristique commune est que lorsqu'un ou plusieurs facteurs cités ci-dessus, tels que la rugosité de la paroi, provoquent une vitesse de glissement négative, qui dans le cas de Taylor est interprétée comme la vitesse de natation ou la quantité de mouvement vers l'avant du fluide provoquée par la résistance de l'organe propulsif, mais qui dans le cas présent est un retour d'écoulement apparent. La même approche a été investiguée par Tuck et Kouzoubovt [76] afin de justifier cette condition au limite. Ils ont indiqué que, pour un faible nombre de Reynolds local et une faible pente de rugosité, cette condition limite implique un retour d'écoulement apparent constant à une surface moyenne.

De plus, l'existence d'un retour de l'écoulement au niveau de la paroi s'explique par la présence d'une forte interaction fluide-solide que l'interaction au sein du fluide luimême [53], [80] Cela signifie que la vitesse de glissement à la paroi est négative (Figure 3-1), mais pas une longueur de glissement négative car elle caractérise le glissement à la paroi. Par conséquent, la vitesse de glissement négative peut être modélisée à partir de la contrainte de cisaillement pariétale.

Dans les descriptions ci-dessus des conditions aux limites, les signes de la contrainte de cisaillement critique pariétale ( $\tau_c$ ) et du gradient de vitesse  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$  n'ont pas été pris en compte. Cependant, d'un point de vue physique, la contrainte de cisaillement critique pariétale aura toujours tendance à résister au glissement (ou à l'écoulement du fluide à la paroi), mais le signe du gradient de vitesse à l'interface fluidesolide devrait favoriser le glissement. Pour illustrer cette explication, nous modélisons le

glissement et le retour de l'écoulement à la paroi supérieure et le non glissement à la paroi inférieure dans le cas d'un contact lubrifié (Figure 3-2). Dans cette configuration, les conditions aux limites sont écrites comme suit :  $\tau_c \neq 0$ 

— Pour  $\tau_c \neq 0$  (contrainte de cisaillement critique pariétale non nulle)

$$x-direction: \begin{cases} paroi-1:u(0)=U_{1} \\ paroi-2:u(h)=\alpha\left(-\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h}-\tau_{c}\right)+U_{2} & \tau_{p}>\tau_{c} \end{cases}$$

$$z-direction: \begin{cases} paroi-1:w(0)=W_{1} \\ paroi-2:w(h)=\alpha\left(-\eta\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=h}-\tau_{c}\right)+W_{2} & \tau_{p}>\tau_{c} \end{cases}$$
3-3

— Pour  $\tau_c = 0$  (contrainte de cisaillement critique pariétale nulle)

$$x-direction: \begin{cases} paroi-1:u(0)=U_1 \\ paroi-2:u(h)=-\alpha\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} + U_2 \end{cases}$$

$$z-direction: \begin{cases} paroi-1:w(0)=W_1 \\ paroi-2:w(h)=-\alpha\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} + W_2 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$w_1 = \frac{1}{2}$$

Figure 3-2 : Système de coordonnées cartésien appliqué à un contact lubrifié. La première surface de contact (paroi 1) est animée avec deux vitesses  $U_1$  et  $W_1$  dans les directions x et z, avec  $V_1=0$  puisque le système des axes est fixé sur cette surface. La deuxième surface (paroi 2) est animée avec trois vitesses  $U_2$ ,  $V_2$  et  $W_2$  dans les directions x, y et z. L'épaisseur du film h représente l'espace entre les deux surfaces.

\_\_\_\_\_

Dans les deux conditions ci-dessus, on a supposé que les vitesses de la paroi 1 suivant les directions x et z sont supérieures à celles de la paroi 2. A cette paroi, le glissement peut avoir lieu à une longueur de glissement constante et dans le cas où la contrainte de cisaillement critique pariétale est nulle ou si elle est inférieure à la contrainte de cisaillement pariétale ( $\tau_p > \tau_c$ ).

Maintenant, pour caractériser le retour de l'écoulement à la paroi, nous avons suggéré que la vitesse de glissement à la paroi puisse être négative ou nulle (adhérence à la paroi) si la contrainte de cisaillement critique pariétale est supérieure ou égale à la contrainte de cisaillement pariétale ( $\tau_p \le \tau_c$ ). Ce cas sera envisagé dans des études ultérieurs. L'objectif est de simplifier l'étude et d'examiner un seul phénomène.

## 3.2.2. Équation générale de Reynolds modifiée

En remplaçant l'hypothèse de la condition de non-glissement par les conditions aux limites (équation 3-3), le champ de vitesse et l'équation de Reynolds modifiée sont déterminés en suivant les démarches ci-après.

Pour un fluide Newtonien, l'écoulement est régi par les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \end{cases}$$
 3-5

Et la contrainte de cisaillement est écrite comme suit :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \\ \tau_{zy} = \eta \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases}$$
 3-6

## 3.2.2.1. Champ de vitesses

Pour déterminer la composante de la vitesse u(y), on substitue l'équation. (3-6) dans l'équation (3-5), on obtient :

$$\eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\Rightarrow u(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + C_1 y + C_2$$
3-7

Pour identifier les constantes  $C_1$  et  $C_2$ , il faut ajouter à l'équation. (3-7) les conditions aux limites suivantes :

$$\tau_{\rm c} \neq 0$$

Paroi inférieure (non glissement) :  $u(0) = U_1$ 

Paroi supérieure (glissement) : 
$$\begin{cases} u(h) = U_2 & \tau_p = \tau_c \\ u(h) = -\alpha \left( \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} + \tau_c \right) + U_2 & \tau_p > \tau_c \end{cases}$$

$$\tau_c = 0$$

Paroi inférieure (non glissement) :  $u(0) = U_1$ 

Paroi supérieure (glissement) : 
$$u(h) = -\alpha \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} + U_2$$

La solution de l' l'équation. (3-7) à y=0 :  $C_2 = U_1$ 

et à y=h: 
$$C_1 = -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\alpha h}{(h+\alpha \eta)} - \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{(h+\alpha \eta)} - \frac{U_1 - U_2}{(h+\alpha \eta)} - \frac{\alpha \tau_c}{(h+\alpha \eta)}$$

Après avoir identifié les constantes  $C_1$  et  $C_2$ , l'équation. (3-7) devient :

$$u(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ 1 + \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] y - \frac{(U_1 - U_2)}{(h + \alpha\eta)} y - \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} y + U_1$$
 3-8

Avec la même méthode de calcul de la composante u(y), nous déterminons la composante de w(y) dans la direction z. Après avoir branché l'équation (3-6) dans l'équation (3-5), on obtient :

$$\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial z} 
\Rightarrow w(y) = \frac{1}{2n} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 + C_3 y + C_4$$
3-9

Pour identifier les constantes  $C_3$  et  $C_4$ , il faut ajouter à l'équation. (3-9) les conditions limites suivantes :

$$\tau_c \neq 0$$

Paroi inférieure (Non glissement) :  $w(0) = W_1$ 

$$\begin{aligned} &\text{Paroi sup\'erieure(glissement)}: \begin{cases} w(h) = W_2 & \tau_p = \tau_c \\ w(h) = -\alpha \left( \eta \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=h} + \tau_c \right) + W_2 & \tau_p > \tau_c \end{cases} \end{aligned}$$

$$\tau_c = 0$$

Paroi inférieure (Non glissement) :  $w(0) = W_1$ 

Paroi supérieure(glissement) : 
$$w(h) = -\alpha \eta \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=h} + W_2$$

La solution de l'équation. (3-9) à y=0 :  $C_4 = W_1$ 

et à y=h: 
$$C_3 = -\frac{\partial p}{\partial z} \frac{\alpha h}{(h+\alpha \eta)} - \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{h^2}{(h+\alpha \eta)} - \frac{W_1 - W_2}{(h+\alpha \eta)} - \frac{\alpha \tau_c}{(h+\alpha \eta)}$$

Après avoir identifié les constantes  $C_3$  et  $C_4$ , l'équation. (3-9) devient :

$$w(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] y - \frac{(W_1 - W_2)}{(h+\alpha\eta)} y - \frac{\alpha\tau_c}{(h+\alpha\eta)} y + W_1$$
 3-10

D'après la Figure 3-2, la composante v(y) n'est pas soumis aux conditions de glissement car elle est perpendiculaire à la paroi, il peut y avoir deux cas :

$$\begin{cases} y = 0 \Rightarrow v(0) = V_1 = 0 \\ y = h \Rightarrow v(h) = V_2 \end{cases}$$
 3-11

 $V_1$  égal à zéro parce que le système d'axe est placé sur la paroi inférieure (1).

## 3.2.2.2. Équation finale de Reynolds

L'équation de Reynolds est dérivée de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0$$
3-12

Si nous intégrons l'équation (3-12) à travers l'épaisseur du film, on trouve :

$$\int_{0}^{h} \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy + \int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dy + \int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy = 0$$
3-13

L'intégration se fait terme par terme :

$$\int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dy = [\rho v]_{0}^{h} = \rho V_{2}$$
3-14

Comme  $\rho$  ne dépend pas de y, on peut écrire :

$$\int_{0}^{h} \frac{\partial \rho}{\partial t} dy = \frac{\partial \rho}{\partial t} . h$$
 3-15

Pour intégrer les deux autres termes, nous avons utilisé la formule suivante :

$$\int_{0}^{h} \frac{\partial F(x, y, z, t)}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{0}^{h} F(x, y, z, t) dy - F(x, h, z, t) \frac{\partial h}{\partial x} + F(x, 0, z, t) \frac{\partial 0}{\partial x}., \quad \text{ce} \quad \text{qui}$$

permettre d'écrire:

$$\begin{cases}
\int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{0}^{h} (\rho u) dy - \rho \left[ -\alpha \left( \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} + \tau_{c} \right) + U_{2} \right] \frac{\partial h}{\partial x} \\
\int_{0}^{h} \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy = \frac{\partial}{\partial z} \int_{0}^{h} (\rho w) dy - \rho \left[ -\alpha \left( \eta \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=h} + \tau_{c} \right) + W_{2} \right] \frac{\partial h}{\partial z}
\end{cases}$$

En regroupant tous les termes de l'équation (3-13), on obtient :

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \right\} \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = \\ &\rho V_2 + \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot h + \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\rho h^2}{2} \frac{(U_1 - U_2)}{(h + \alpha\eta)} + U_1 \rho h - \frac{\alpha \rho \tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\rho h^2}{2} \frac{(W_1 - W_2)}{(h + \alpha\eta)} + W_1 \rho h - \frac{\alpha \rho \tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \begin{bmatrix} \frac{(U_1 - U_2)}{(h + \alpha\eta)} + \frac{\alpha \tau_c}{(h + \alpha\eta)} + \frac{U_2}{\alpha\eta} - \frac{\tau_c}{\eta} \end{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\ &+ \left[ \frac{(W_1 - W_2)}{(h + \alpha\eta)} + \frac{\alpha \tau_c}{(h + \alpha\eta)} + \frac{W_2}{\alpha\eta} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \end{split}$$

Le champ de vitesse s'écrit :

$$\begin{cases} u(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ 1 + \frac{\alpha \eta}{(h + \alpha \eta)} \right] y - \frac{(U_1 - U_2)y}{(h + \alpha \eta)} + U_1 - \frac{\alpha \tau_c y}{(h + \alpha \eta)} \\ w(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{\alpha \eta}{(h + \alpha \eta)} \right] y - \frac{(W_1 - W_2)y}{(h + \alpha \eta)} + W_1 - \frac{\alpha \tau_c y}{(h + \alpha \eta)} \\ v(0) = V_1 = 0, \qquad v(h) = V_2 \end{cases}$$
3-18

# 3.2.3. Équation de Reynolds modifiée pour le contact lubrifié jupe du piston-cylindre

## 3.2.3.1. Mécanisme piston-cylindre

Le mouvement du piston est décrit par un mouvement axial oscillatoire (primaire) et un mouvement secondaire (latéral). Le dernier consiste en un mouvement de rotation du piston (basculement) autour de son axe et un mouvement de translation perpendiculaire à l'axe du piston à faible amplitude. Ce mouvement secondaire ne doit pas dépasser le jeu entre le piston et le cylindre. Ce mouvement a une grande influence sur les performances du piston. En effet, c'est la source du bruit audible (claquement du piston) qui provoque une augmentation du frottement, une production de cavitation par érosion dans le film lubrifiant et un éventuel grippage des parois du piston et du cylindre [64], [66], [74]. Les paramètres du mécanisme piston-cylindre sont illustrés dans la Figure 3-3. Sa position est définie par les excentricités supérieure et inférieure de la jupe  $(e_h, e_b)$  et elle est en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin  $\overline{\theta}$ .

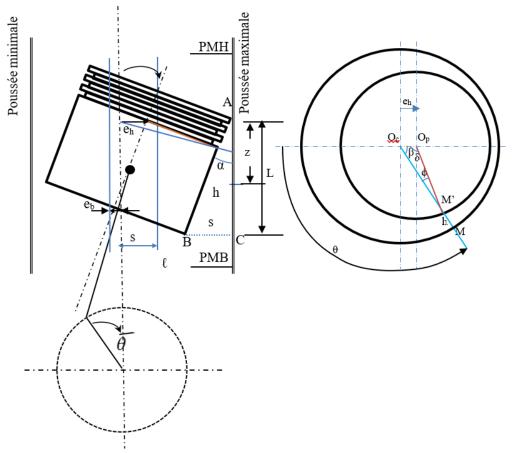


Figure 3-3 : Schéma représentatif du mouvement du piston.

Généralement, l'équation de Reynold est utilisée pour décrire le comportement hydrodynamique du film d'huile [21]. Dans cette équation, la direction z représente la coordonnée axiale et elle est supposée fixe avec le piston et se déplace en même temps

que le piston. Pour cette raison, le système d'axes est supposé attaché au piston (Figure

3-4).

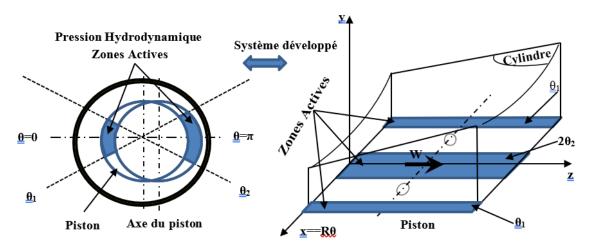


Figure 3-4 : Schéma représentatif du contact jupe du piston-cylindre développé.

## 3.2.3.2. Epaisseur du film fluide

A partir de la Figure 3-3, la position instantanée du contact piston-cylindre est définie par une excentricité  $e_h$  correspond à un film dont l'épaisseur h varie d'un point circonférentiel à un autre. Cette position peut être marquée par la coordonnée angulaire  $\overline{\theta}$ . À cette configuration, l'épaisseur est donnée par :

$$h(\theta) = O_c M - O_c M'$$

$$O_c M = R + c$$
3-19
3-20

avec: 
$$R = O_p M' = O_c M - c$$

Si la loi des sinus est appliquée (dans n'importe quel triangle, le rapport d'une longueur de côté sur le sinus de son angle opposé est le même pour les trois côtés), ce qui implique dans le triangle  $O_n O_n M'$  que :

$$\frac{O_c M'}{\sin \delta} = \frac{e_h}{\sin \varphi} = \frac{R}{\sin \beta}$$
 3-21

Si nous appliquons la propriété des angles extérieurs alternés dans le triangle  $O_cO_pM'$ , on obtient :

$$\begin{cases} \theta = \delta + \varphi \Rightarrow \delta = \theta - \varphi \\ \beta = \pi - \theta \Rightarrow \sin \beta = \sin \theta \end{cases}$$
 3-22

L'équation (3-21) devient :

$$\begin{cases}
\sin \varphi = \frac{e_h}{R} \sin \beta = \frac{e_h}{R} \sin \theta \\
\Rightarrow \varphi = \arcsin \left(\frac{e_h}{R} \sin \theta\right)
\end{cases}$$
3-23

 $O_cM'$  est calculé comme suit :

$$O_{c}M' = \frac{R}{\sin \theta} \sin \left[ \theta - \arcsin \left( \frac{e_{h}}{R} \sin \theta \right) \right]$$

$$\Rightarrow O_{c}M' = R \sqrt{1 - \left( \frac{e_{h}}{R} \sin \theta \right)^{2}} - e_{h} \cos \theta$$
3-24

Si  $e_h \ll R$ , nous pouvons écrire :

$$O_c M' \approx R - e_h \cos \theta$$
 3-25

En regroupant les termes des équations (3-20) et (3-25) dans l'équation (3-19), on obtient :

$$h(\theta) = R + c - (R - e_h \cos \theta) \Rightarrow h(\theta) = c - e_h \cos \theta$$
 3-26

L'excentricité relative :  $\varepsilon_h = \frac{e_h}{c}$  varie de 0 à 1. Il convient de noter que cette relation n'est valable que si  $\frac{c}{R} \ll 1$ .  $h(\theta)$  peut-être écrit alors comme suit :

$$h(\theta) = c(1 + \varepsilon_h \cos \theta)$$
 3-27

À partir du triangle ABC de la Figure 3-3, on peut trouver h(z) par la formule suivante :

$$\frac{h}{z} = \frac{s}{L}$$
 3-28

Sachant que:

$$S = e_b - e_b \tag{3-29}$$

h(z) dans la direction z est écrit comme suit :

$$\Rightarrow h(z) = \frac{z}{L}(e_b - e_h)$$
 3-30

Finalement, l'épaisseur du film d'huile entre la jupe du piston et le cylindre au point M'en fonction de z et  $\theta$  est donnée par l'équation suivante :

$$h(z,\theta) = c + e_h \cos \theta + \frac{z}{L} (e_b - e_h) \cos \theta$$
3-31

L'équation (3-31) est valable si les profils extérieurs de la jupe et du cylindre sont parfaitement cylindriques. Aussi, la déformation élastique n'est pas prise en considération dans l'équation de l'épaisseur du film d'huile.

## 3.2.3.3. Équation de Reynolds modifiée

Pour faciliter l'analyse de l'effet du phénomène de glissement sur les caractéristiques de fonctionnement, les conditions de glissement sont appliquées sur la paroi supérieure fixe (cylindre - Figure 3-4). Avec cette configuration, les conditions aux limites sont déduites, à partir des équations 3-3 et 3-4, comme suit :

— Pour  $\tau_c \neq 0$  (contrainte de cisaillement critique pariétale non nulle)

$$x-direction: \begin{cases} paroi-1: u(0) = 0 \\ paroi-2: u(h) = \alpha \left(-\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} - \tau_c\right) & \tau_p > \tau_c \end{cases}$$

$$z-direction: \begin{cases} paroi-1: w(0) = W \\ paroi-2: w(h) = \alpha \left(-\eta \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=h} - \tau_c\right) & \tau_p > \tau_c \end{cases}$$

$$\tau_p > \tau_c$$

— Pour  $\tau_c = 0$  (contrainte de cisaillement critique pariétale nulle)

$$x-direction: \begin{cases} paroi-1: u(0) = 0 \\ paroi-2: u(h) = -\alpha \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} \end{cases}$$

$$z-direction: \begin{cases} paroi-1: w(0) = W \\ paroi-2: w(h) = -\alpha \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=h} \end{cases}$$
3-33

L'équation de Reynolds modifiée est donnée, après simplification, par l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{h^{3}}{12R^{2}\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{h^{3}}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] \right\} \\
-\alpha\eta \left\{ \frac{h}{2R^{2}\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = \\
\frac{\partial}{R\partial \theta} \left[ -\frac{\alpha\tau_{c}}{2} \frac{h^{2}}{(h+\alpha\eta)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{h^{2}}{2} \frac{W}{(h+\alpha\eta)} + Wh - \frac{\alpha\tau_{c}}{2} \frac{h^{2}}{(h+\alpha\eta)} \right] \\
-\alpha\eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_{c}}{(h+\alpha\eta)} - \frac{\tau_{c}}{\eta} \right] \frac{\partial h}{R\partial \theta} + \left[ \frac{W}{(h+\alpha\eta)} + \frac{\alpha\tau_{c}}{(h+\alpha\eta)} - \frac{\tau_{c}}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\}$$

À l'équation. (3-34) s'ajoute les équations donnant les vitesses dans le fluide :

$$\begin{cases} u(y) = \frac{1}{2R\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} y^2 - \frac{h}{2R\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] y - \frac{\alpha\tau_c y}{(h+\alpha\eta)} \\ w(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 - \frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] y - \frac{Wy}{(h+\alpha\eta)} + W - \frac{\alpha\tau_c y}{(h+\alpha\eta)} \end{cases}$$
3-35

Ainsi, les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\begin{cases}
\tau_{\theta y} = \eta \frac{\partial u(y)}{\partial y} = \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} y - \frac{h}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{\alpha \eta}{(h + \alpha \eta)} \right] - \frac{\alpha \eta \tau_c}{(h + \alpha \eta)} \\
\tau_{zy} = \eta \frac{\partial w(y)}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} y - \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{\alpha \eta}{(h + \alpha \eta)} \right] - \frac{\eta W}{(h + \alpha \eta)} - \frac{\alpha \eta \tau_c}{(h + \alpha \eta)}
\end{cases}$$
3-36

Pour  $\alpha = 0$  (condition de non glissement), on retrouve l'équation de Reynolds du film lubrifiant du contact jupe du piston- cylindre (équation.3-37) pour le cas instantané  $(\frac{\partial h}{\partial t} = 0)[27], [66], [86]-[88].$ 

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{h^3}{12R^2 \eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right\} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h}{2} W \right]$$
3-37

## 3.3. Résultat et discussions

Pour calculer les différentes caractéristiques de fonctionnement, on considère le système lubrifié jupe du piston-cylindre schématisé dans Figure 3-3 et Figure 3-4. Le cas le plus défavorable est considéré dans cette analyse. Le piston est considéré dans le PMH au moment de l'explosion; dans cette position, la pression est maximale pour un angle de vilebrequin  $\bar{\theta} = 370^{\circ}$  [27], [62], [89]. La forme du contact et les conditions sont telles que [27], [44], [62] :

- Longueur du piston dans la direction z: L = 0.09m
- Rayon du piston : R = 0.059965m
- Dans le cas défavorable (moment d'explosion) :
  - o Jeu radial :  $c = 35 \mu m$
  - Excentricité basse du piston :  $e_b = -8,75 \mu m$

- Excentricité haute du piston :  $e_h = -17,5 \mu m$
- $\circ$  Vitesse du piston : U = 4m/s
- Viscosité dynamique du lubrifiant :  $\eta = 0.0069$  Pa.s
- Longueur de glissement :  $b = 30 \mu m$
- Coefficient de glissement :  $\alpha = \frac{b}{\eta} \approx 0.004348 \, m / Pa.s$
- Les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  représentent les zones actives où la jupe est soumise à la pression hydrodynamique. Ces angles sont égaux et ont une valeur empirique de  $37.5^{\circ}$ .

La détermination du champ de pression dans le film fluide implique la connaissance de la pression aux limites du domaine de résolution :

- Dans la direction axiale :  $P(\theta, z) = 0$  pour z = 0 et z = L (quelle que soit  $\theta$ )
- Dans la direction circonférentielle  $P(\theta, z) = 0$  quand  $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$  indique l'étendue angulaire du lubrifiant sur les côtés de la pousser maximale et de pousser minimale.

Pour déterminer les champs de pression, les profils des vitesses et d'autres caractéristiques de fonctionnement (force de frottement, débit, l'énergie dissipée), il est nécessaire de résoudre l'équation. (3-34) numériquement, il est donc pratique d'adimensionner les différents paramètres de l'équation de Reynolds modifiée (voir l'Annexe 3) :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{H^{3}}{12} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3A}{(H+A)} \right] \right\} + B^{2} \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{H^{3}}{12} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3A}{(H+A)} \right] \right\}$$

$$-A \left\{ \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{A}{(H+A)} \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B^{2} \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{A}{(H+A)} \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ -\frac{AT_{c}}{2} \frac{H^{2}}{(H+A)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ -\frac{H^{2}}{2(H+A)} + H - \frac{AT_{c}}{2} \frac{H^{2}}{(H+A)} \right]$$

$$-A \left\{ \left[ \frac{AT_{c}}{(H+A)} - T_{c} \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B \left[ \frac{1}{(H+A)} + \frac{AT_{c}}{(H+A)} - T_{c} \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\}$$
avec: 
$$H(Z,\theta) = 1 + E_{b} \cos \theta + Z(E_{b} - E_{b}) \cos \theta$$

et 
$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = -E_h \sin \theta - Z(E_b - E_h) \sin \theta$$

L'équation (3-38) est une équation aux dérivées partielles qui a été discrétisée à l'aide de la méthode des différences finies centrées. Ensuite, cette équation discrétisée est résolue numériquement avec la méthode de Gauss-Seidel et la méthode de surrelaxation successive et le critère de convergence est associé. Le langage de programmation utilisé est « Matlab » pour déterminer les différents résultats. La discrétisation et les programmes sont détaillés dans l'Annexe .

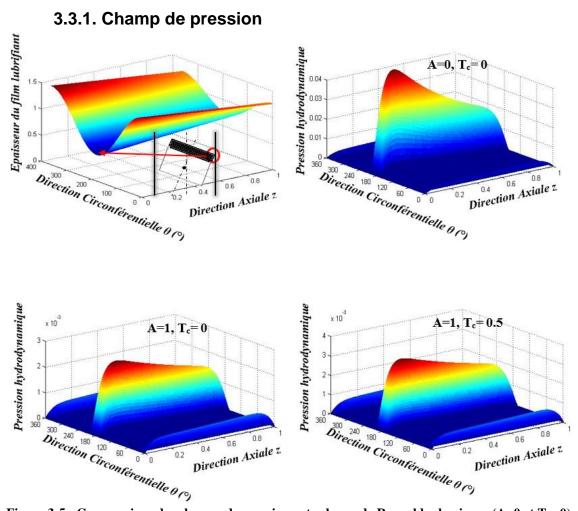


Figure 3-5 : Comparaison des champs de pression entre le cas de Reynolds classiques (A=0 et Tc=0) et le cas de glissement avec différentes cas (A=1 et Tc=0), et (A=1 et Tc=0,5).

Considérant la géométrie du contact jupe du piston-cylindre et les conditions opératoires prises dans cette analyse, le profil de l'épaisseur du film d'huile est obtenu à partir de l'équation ci-dessus et il est représenté sur la Figure 3-5-a. Nous notons que le minimum correspond à  $\theta$  = 180°. La Figure 3-5 (b), la Figure 3-5 (c) et la Figure 3-5 (d)

montrent trois champs de pression sur toute la zone de lubrification de la jupe. Ces résultats sont en fonction du coefficient de glissement adimensionnelle A et de la contrainte de cisaillement critique pariétale adimensionnelle Tc. On peut constater que le champ de pression est plus élevé du côté de la pousser maximale que le côté de la pousser minimale, car le jeu est très faible de l'épaisseur du film d'huile. Le phénomène de glissement a une grande influence sur le champ de pression. En effet, l'analyse des résultats montre que les conditions de glissement réduisent considérablement le champ de pression d'environ 10 fois. La contrainte de cisaillement critique pariétale n'a pas

vraiment une influence sur le champ de pression. Nous pouvons donc en conclure que le

phénomène de glissement ne permet pas une bonne portée hydrodynamique afin de

#### 3.3.2. Profile de vitesse

permettre un glissement piston-cylindre.

Suivant la coordonnée axiale (direction z), l'équation de vitesse adimensionnelle s'écrit comme suit :

$$W(y) = \frac{1}{2}B\frac{\partial P}{\partial Z}Y^2 - \frac{1}{2}BH\frac{\partial P}{\partial Z}\left[1 + \frac{AC}{(H+AC)}\right]Y - \frac{Y}{(H+A)} + 1 - \frac{AT_c}{(H+A)}Y$$
3-39

Le phénomène de glissement peut être clairement illustré par la Figure 3-6 qui représente trois profils de vitesse le long du piston dans la direction z en fonction de A et Tc. En cas de non glissement (A = 0 et Tc = 0), il y a une adhérence sur les parois du piston et du cylindre. Cependant, dans le cas d'un glissement (A = 1, Tc = 0), la vitesse du fluide au niveau de la paroi du cylindre n'est pas nulle et elle augmente de plus en plus suivant la direction z. Lorsque la contrainte de cisaillement critique pariétale est appliquée (Tc = 0.5), nous notons que la vitesse de glissement diminue.

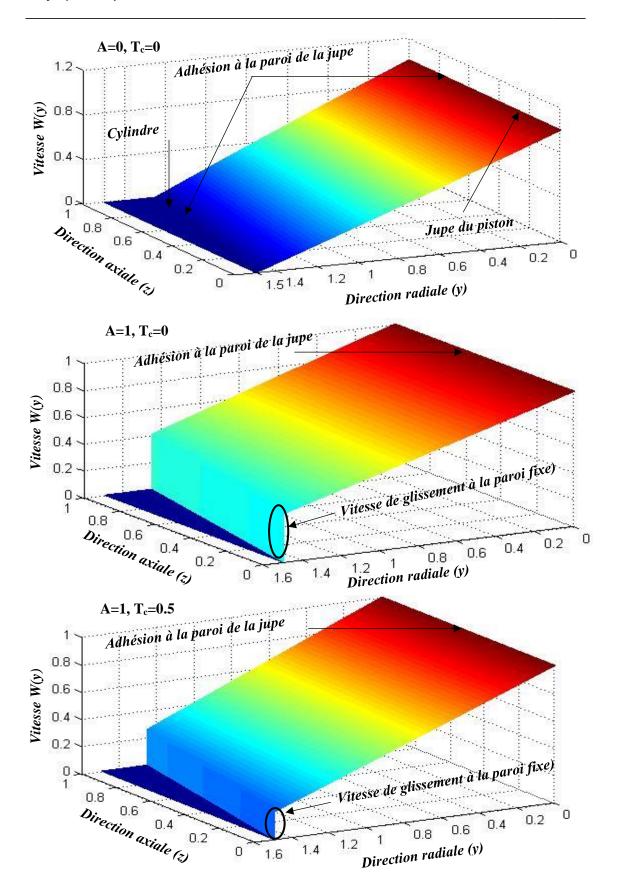


Figure 3-6 : Comparaison des profils de vitesse entre le cas de classiques (A=0 et Tc=0) et le cas de glissement avec ou sans contraintes de cisaillement critiques pariétales (A=1, Tc=0 et Tc=0,5).

## 3.3.3. Caractéristiques de fonctionnement

Afin d'analyser le phénomène de glissement sur les caractéristiques de fonctionnement de la lubrification hydrodynamique du contact jupe du piston-cylindre, il est important d'étudier le frottement hydrodynamique, le débit du film d'huile et la puissance dissipée. Le débit dans la direction z est calculé en intégrant la vitesse w (y) comme suit :

$$Q_{z} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{h} w(y) \cdot R \cdot dy d\theta$$

$$\Rightarrow Q_{z} = 2\pi R \left[ -\frac{1}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} h^{3} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h+\alpha\eta)} \right] - \frac{(W+\alpha\tau_{c})h^{2}}{2(h+\alpha\eta)} + Wh \right]$$

$$\Rightarrow \bar{Q}_{z} = \frac{Q_{z}}{2\pi RCW} = \left[ -\frac{1}{12} \frac{\partial P}{\partial Z} BH^{3} \left[ 1 + \frac{3A}{(H+A)} \right] - \frac{(1+AT_{c})H^{2}}{2(H+A)} + H \right]$$
3-40

La force de frottement exercée par le fluide sur la paroi dans la direction z est obtenue en intégrant la contrainte de cisaillement sur la surface :

$$F_{f} = \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \tau_{zy} (y = 0) R d\theta dz = \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \eta \frac{\partial w (y = 0)}{\partial y} R d\theta dz$$

$$F_{f} = 2\pi R \int_{0}^{L} \left[ -\frac{h}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{\alpha \eta}{(h + \alpha \eta)} \right] - \frac{W}{(h + \alpha \eta)} - \frac{\alpha \tau_{c}}{(h + \alpha \eta)} \right] dz$$

$$\Rightarrow \overline{F}_{f} = F_{f} \frac{C}{2\pi R W_{1}} = \int_{0}^{1} \left[ -\frac{BH}{2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{A}{(H + A)} \right] - \frac{1}{(H + A)} - \frac{AT_{c}}{(H + A)} \right] dZ$$
3-41

La Figure 3-7 montre l'évolution du débit adimensionnel et la force de frottement en fonction de A et pour différents Tc. Le débit augmente avec la présence du glissement. Ceci est raisonnable car la vitesse est augmentée par le glissement au niveau de la jupe. Le débit diminue avec l'augmentation de Tc car la contrainte de cisaillement critique pariétale a toujours une tendance à empêcher le glissement. Cependant, la force de frottement diminue avec l'augmentation de A et augmente avec l'augmentation de Tc.

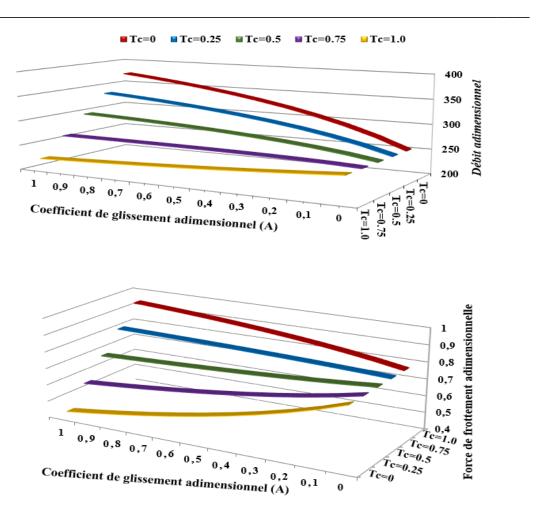


Figure 3-7 : Effet des conditions de glissement sur les caractéristiques de fonctionnement.

Le Tableau 3-1 présente les différents résultats de caractéristiques de fonctionnement en fonction du coefficient de glissement adimensionnel A et pour différentes contraintes de cisaillement critiques pariétales adimensionnelles Tc. Nous notons que le glissement augmente le débit et diminue la force de frottement. Contrairement à ce qui a été remarqué, la présence de Tc augmente la force de frottement et diminue le débit. Les mêmes résultats ont été trouvés par Zidane et al. [44] pour la lubrification hydrodynamique d'un palier à patin incliné. Ces résultats montrent à nouveau que l'usure et la puissance dissipée peuvent être réduites par l'application de la condition de glissement avec une contrainte de cisaillement critique pariétale faible.

Chapitre 3. Modélisation et analyse de l'influence du phénomène de glissement au contact lubrifié piston-cylindre

Variation de $A$ et $T_c$	Débit (m³/s)	Force de frottement (N)	Puissance Dissipée (Watt)
$A=0, T_c=0$	0.006	19906.017	41145.738
$A=1, T_c=0$	0.009	11259.367	23273.112
$A=1, T_c=0.25$	0.008	14543.280	30060.961
A=1, Tc=0.50	0.007	17827.193	36848.809
A=1, Tc=0.75	0.006	21111.107	43636.657
A=1, Tc=1.0	0.005	24395.020	50424.506

Tableau 3-1 : Différentes caractéristiques de fonctionnement pour la lubrification hydrodynamique du contact jupe du piston-cylindre.

### 3.4. Conclusions

Le phénomène de glissement à l'interface fluide-solide a été largement étudié et analysé dans les contacts lubrifiés hydrodynamiques, tels que les paliers lisses, paliers à patins inclinés et paliers à douilles et coussinets ... Il s'agit d'un phénomène complexe auquel de nombreux facteurs physico-chimiques contribuent. Dans cette étude, nous avons proposé une analyse semi-analytique pour mettre en évidence ce phénomène au contact jupe du piston-cylindre. Pour cette application, l'équation de Reynolds modifiée a été déterminée en tenant en compte un glissement partiel sur une paroi du contact (paroi du cylindre).

L'analyse des résultats montre que les conditions de glissement réduisent considérablement le champ de pression d'environ 10 fois. La contrainte de cisaillement critique pariétale n'a pas vraiment une influence sur le champ de pression. Nous pouvons donc en conclure que le phénomène de glissement ne permet pas une bonne portée hydrodynamique afin de permettre un glissement piston-cylindre. Dans le cas de glissement, il existe une vitesse de glissement sur la paroi du cylindre. Cette vitesse augmente de plus en plus suivant la direction longitudinale. La contrainte de cisaillement critique pariétale a un effet inverse et réduit la vitesse de glissement puisqu'elle a toujours tendance à agir contre le glissement. Les caractéristiques de fonctionnement sont fortement modifiées, notamment avec une longueur de glissement élevée et une contrainte de cisaillement critique pariétale faible. En fait, les résultats indiquent que le débit augmente avec la présence du glissement et que le frottement diminue. Comme dans les travaux antérieurs [44], ce fait montre que la condition de glissement peut être appliquée



## **Conclusions & Perspectives**

Ce travail de thèse visait donc à étudier l'interaction piston-film lubrifiant d'un moteur. L'étude bibliographique nous a mené à étudier deux parties distinctes dans le contenu et l'analyse mais en relation directe dans l'interaction du système piston-cylindre. La première concerne la simulation numérique d'un piston sollicité thermo-mécaniquement. La deuxième partie concerne la lubrification hydrodynamique du contact jupe du piston-cylindre. Parmi les phénomènes rencontrés dans les contacts lubrifiés est le phénomène de glissement à l'interface fluide-solide. À ce jour, toutes les études disponibles ont négligé le phénomène de glissement entre le film d'huile et le contact piston-cylindre. Pour cette raison, on a opté pour cette étude.

Dans la première partie, le piston a été modélisé à l'aide du logiciel ABAQUS/standard. Dans la modélisation du piston, la température est couplée au champ de pression résultant des charges de gaz de combustion afin de calculer les contraintes et le déplacement dans le piston. Différents matériaux de piston ont été analysés, à savoir : acier austénitique, acier (Cr-Mo), AS12 UNG, AS12 UNG renforcé par des fibres et la fonte GS. L'approche numérique a été validée en confrontant les résultats obtenus de la distribution de la température pour l'alliage d'aluminium AS12 UNG avec ceux expérimentaux déterminés antérieurement. La distribution de la température dans le piston obtenue numériquement reproduit avec succès celle obtenue en expérimental. Le matériau AS12UNG renforcé par des fibres permet une bonne dissipation de la température et possède de faibles contraintes/déformations thermomécaniques par rapport aux autres types de matériaux. Le déplacement maximal déterminé numériquement dans le piston est d'environ 0,371mm pour ce matériau. Ce déplacement a eu lieu à la tête du piston et permet un jeu optimal entre le piston et le cylindre évitant ainsi une adhérence métal-métal, et les claquements, les bruits ... Ce matériau permet un risque de défaillance minimal et contribue donc à l'amélioration de la conception du piston étudié de la SNVI et en particulier dans le développement de l'industrie local en général.

Dans une deuxième partie étude, nous avons proposé une analyse semi-analytique pour mettre en évidence le phénomène de glissement au contact jupe du piston-cylindre.

Pour cette application, l'équation de Reynolds modifiée a été déterminée en tenant en compte un glissement partiel sur une paroi du contact (paroi du cylindre). L'analyse des résultats montre que les conditions de glissement réduisent considérablement le champ de pression d'environ 10 fois. Nous pouvons donc en conclure que le phénomène de glissement ne permet pas une bonne portée hydrodynamique afin de permettre un glissement piston-cylindre. Les caractéristiques de fonctionnement sont fortement modifiées, notamment avec une longueur de glissement élevée et une contrainte de cisaillement critique pariétale faible. En fait, les résultats indiquent que le débit augmente avec la présence du glissement et que le frottement diminue. Comme dans les travaux antérieurs, ce fait montre que la condition de glissement peut être appliquée avec une contrainte de cisaillement critique pariétale faible pour réduire l'usure et la puissance dissipée des contacts lubrifiés hydrodynamiques.

En perspectives, dans la simulation numérique le programme réalisé avec le logiciel MATLAB peut être refait en subroutine Fortran et couplé avec le modèle numérique du piston dans le logiciel de calcul EF ABAQUS en prenant en considération :

- Le mouvement du piston et le régime instationnaire
- Les forces agissant sur le piston
- L'étude du comportement du piston en fatigue à partir d'un chargement cyclique.

Une des applications prometteuses des conditions de glissement est l'utilisation des surfaces texturées, qui ont l'avantage d'augmenter la portée hydrodynamique et de réduire l'usure et la puissance dissipée dans les contacts piston-cylindre.

La rugosité arithmétique des deux surfaces dans le cas de la lubrification mixte doit être considérée pour résoudre le problème du choix de l'épaisseur minimale du film fluide et la détermination du coefficient de frottement.

## Références

- [1] L. Moughon, "Effects of piston design and lubricant selection on reciprocating engine friction," Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [2] D. E. Richardson, "Review of Power Cylinder Friction for Diesel Engines," *J. Eng. Gas Turbines Power*, vol. 122, no. 4, pp. 506–519, Apr. 2000.
- [3] F. McClure, "Numerical modeling of piston secondary motion and skirt lubrication in internal combustion engines," Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [4] D. Bai, "Modeling piston skirt lubrication in internal combustion engines," Massachusetts Institute of Technology, 2012.
- [5] MAHLE GmbH, *Pistons and engine testing*, 2012th ed. Stuttgart: Deutsche Nationalbibliothek, 2012.
- [6] A. C. Alkidas, "Heat Transfer Characteristics of a Spark-Ignition Engine," *J. Heat Transfer*, vol. 102, no. 2, pp. 189–193, May 1980.
- [7] T. LeFeuvre, P. S. Myers, and O. A. Uyehara, "Experimental Instantaneous Heat Fluxes in a Diesel Engine and Their Correlation." SAE International, 1969.
- [8] K. Sihling and G. Woschni, "Experimental investigation of the instantaneous heat transfer in the cylinder of a high speed diesel engine." SAE International, 1979.
- [9] A. Stotter, "Heat Transfer in Piston Cooling." SAE International, 1966.
- [10] C. C. J. French, *Piston Cooling*. Society of Automotive Engineers, 1972.
- [11] C. C. J. French, "Taking the Heat Off the Highly Boosted Diesel." SAE International, 1969.
- [12] W. J. Seale and D. H. C. Taylor, "Spatial Variation of Heat Transfer to Pistons and Liners of Some Medium Speed Diesel Engines," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 185, no. 1, pp. 203–218, Jun. 1970.
- [13] G. Woschni and J. Fieger, "Determination of local heat transfer coefficients at the piston of a high speed diesel engine by evaluation of measured temperature distribution." SAE International, 1979.
- [14] C.-H. Li, "Piston Thermal Deformation and Friction Considerations." SAE International, 1982.
- [15] S. Kenningley and R. Morgenstern, "Thermal and Mechanical Loading in the Combustion Bowl Region of Light Vehicle Diesel AlSiCuNiMg Pistons; Reviewed with Emphasis on Advanced Finite Element Analysis and Instrumented Engine Testing Techniques." SAE International, 2012.
- [16] M. Wang, J. C. Pang, M. X. Zhang, H. Q. Liu, S. X. Li, and Z. F. Zhang, "Thermomechanical fatigue behavior and life prediction of the Al-Si piston alloy," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 715, pp. 62–72, 2018.
- [17] F. S. Silva, "Fatigue on engine pistons A compendium of case studies," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 13, no. 3, pp. 480–492, 2006.
- [18] X. Liu, D. Cheng, J. Zhou, Q. Zheng, and X. Mi, "Fluid-Structure Interaction Heat Transfer of Piston with Consideration of Oil Oscillating Cooling and In-Cylinder

- Local Heat Transfer," *Chem. Eng. Trans.*, vol. 61, pp. 973-978 SE-Research Articles, Oct. 2017.
- [19] P. R. A. O. GANJI, R. N. SINGH, V. R. K. RAJU, and S. SRINIVASA RAO, "Design of piston bowl geometry for better combustion in direct-injection compression ignition engine," *Sādhanā*, vol. 43, no. 6, p. 92, 2018.
- [20] Y. Lu, X. Zhang, P. Xiang, and D. Dong, "Analysis of thermal temperature fields and thermal stress under steady temperature field of diesel engine piston," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 113, pp. 796–812, 2017.
- [21] J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe, and M. B. T.-T. S. Godet, Eds., "Chapter 3 General Equations in Hydrodynamic Lubrication with a Newtonian Fluid," in *Hydrodynamic Lubrication*, vol. 33, Elsevier, 1990, pp. 47–86.
- [22] D. F. Li, S. M. Rohde, and H. A. Ezzat, "An Automotive Piston Lubrication Model," *A S L E Trans.*, vol. 26, no. 2, pp. 151–160, Jan. 1983.
- [23] G. Offner, H. Herbst, and H. Priebsch, A Methodology to Simulate Piston Secondary Movement under Lubricated Contact Conditions. 2001.
- [24] S.-H. CHO, S.-T. AHN, and Y.-H. KIM, "A simple model to estimate the impact force induced by piston slap," *J. Sound Vib.*, vol. 255, no. 2, pp. 229–242, 2002.
- [25] S. H. Mansouri and V. W. Wong, "Effects of Piston Design Parameters on Piston Secondary Motion and Skirt Liner Friction," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 219, no. 6, pp. 435–449, Jun. 2005.
- [26] S. Balakrishnan, S. Howell-Smith, and H. Rahnejat, "Investigation of Reciprocating Conformal Contact of Piston Skirt-to-Surface Modified Cylinder Liner in High Performance Engines," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 219, no. 11, pp. 1235–1247, Nov. 2005.
- [27] R. Mazouzi, P. Maspeyrot, A. Kellaci, and D. Djaouad Rahal, "Effet des paramètres de conception du piston sur le frottement jupe-chemise," *Mécanique Ind.*, vol. 10, no. 2, pp. 91–101, Mar. 2009.
- [28] K. Ahmed, K. Benyoucef, M. Redha, and L. Mourad, "The Effect of Piston Skirt Profile on EHD Lubrication in an Internal Combustion Engine," *Adv. Mater. Res.*, vol. 787, pp. 704–710, Sep. 2013.
- [29] M. Gulzar, S. Qasim, and R. Mufti, "Analyzing the Surface Roughness Effects on Piston Skirt EHL in Initial Engine Start-Up Using Different Viscosity Grade Oils," *Tribol. Ind.*, vol. 35, pp. 141–147, Jun. 2013.
- [30] N. Dolatabadi, S. Theodossiades, and S. J. Rothberg, "On the identification of piston slap events in internal combustion engines using tribodynamic analysis," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 58–59, pp. 308–324, 2015.
- [31] W. Liu, Z. Huang, Q. Liu, and J. Zeng, "An isogeometric analysis approach for solving the Reynolds equation in lubricated piston dynamics," *Tribol. Int.*, vol. 103, pp. 149–166, 2016.
- [32] B. Zhao, X.-D. Dai, Z.-N. Zhang, and Y.-B. Xie, "A new numerical method for piston dynamics and lubrication analysis," *Tribol. Int.*, vol. 94, pp. 395–408, 2016.
- [33] F. Koran and J. M. Dealy, "Wall slip of polyisobutylene: Interfacial and pressure effects," *J. Rheol. (N. Y. N. Y).*, vol. 43, no. 5, pp. 1291–1306, Aug. 1999.

- [34] J. Chappuis, "Lubrication by a new principle: The use of non-wetting liquids," *Wear*, vol. 77, no. 3, pp. 303–313, 1982.
- [35] P. Joseph, "Experimental study of liquid-solid slippage on smooth and textured surfaces," Université Pierre et Marie Curie Paris VI, 2005.
- [36] P. A. Thompson and S. M. Troian, "A general boundary condition for liquid flow at solid surfaces," *Nature*, vol. 389, no. 6649, pp. 360–362, 1997.
- [37] Y. Zhu and S. Granick, "Limits of the hydrodynamic no-slip boundary condition.," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, no. 10, p. 106102, Mar. 2002.
- [38] C. L. M. H. Navier, Mémoire sur les lois du mouvement des fluides: lu à l'Académie Royale des Sciences ; le 18 mars 1822. 1822.
- [39] M. J. Clerk, "VII. On stresses in rarified gases arising from inequalities of temperature," *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 170, pp. 231–256, Jan. 1879.
- [40] R. F. SALANT and A. E. FORTIER, "Numerical Analysis of a Slider Bearing with a Heterogeneous Slip/No-Slip Surface," *Tribol. Trans.*, vol. 47, no. 3, pp. 328–334, Jul. 2004.
- [41] A. E. Fortier and R. F. Salant, "Numerical Analysis of a Journal Bearing With a Heterogeneous Slip/No-Slip Surface," *J. Tribol.*, vol. 127, no. 4, pp. 820–825, May 2005.
- [42] H. A. Spikes, "The half-wetted bearing. Part 1: Extended Reynolds equation," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 217, no. 1, pp. 1–14, Jan. 2003.
- [43] H. A. Spikes, "The half-wetted bearing. Part 2: Potential application in low load contacts," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 217, no. 1, pp. 15–26, Jan. 2003.
- [44] I. Zidane, H. Zahloul, M. Hajjam, and M. Abbadeni, "Modeling and Analysis of the Slip Conditions in Hydrodynamic Lubrication," *Arab. J. Sci. Eng.*, vol. 39, no. 10, pp. 7199–7210, 2014.
- [45] G. J. Ma, C. W. Wu, and P. Zhou, "Wall slip and hydrodynamics of two-dimensional journal bearing," *Tribol. Int.*, vol. 40, no. 7, pp. 1056–1066, 2007.
- [46] L. Wang, C. Lu, M. Wang, and W. Fu, "The numerical analysis of the radial sleeve bearing with combined surface slip," *Tribol. Int.*, vol. 47, pp. 100–104, 2012.
- [47] T. V. V. L. N. Rao, A. M. A. Rani, T. Nagarajan, and F. M. Hashim, "Analysis of slider and journal bearing using partially textured slip surface," *Tribol. Int.*, vol. 56, pp. 121–128, 2012.
- [48] C.-Y. Chen, Q.-D. Chen, and W.-L. Li, "Characteristics of journal bearings with anisotropic slip," *Tribol. Int.*, vol. 61, pp. 144–155, 2013.
- [49] H. M. Laun, M. Rady, and O. Hassager, "Analytical solutions for squeeze flow with partial wall slip," *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 81, no. 1, pp. 1–15, 1999.
- [50] J. Patel and G. M. Deheri, "Combined Effect of Surface Roughness and Slip Velocity on Jenkins Model Based Magnetic Squeeze Film in Curved Rough Circular Plates," *Int. J. Comput. Math.*, vol. 2014, Dec. 2014.
- [51] R. C. Shah and M. V Bhat, "Ferrofluid lubrication in porous inclined slider bearing with velocity slip," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 44, no. 12, pp. 2495–2502, 2002.

- [52] J. R. Patel and G. Deheri, "Slip Velocity and Roughness Effect on Magnetic Fluid Based Infinitely Long Bearings BT Proceedings of International Conference on Advances in Tribology and Engineering Systems," 2014, pp. 97–109.
- [53] T. Sochi, "Slip at Fluid-Solid Interface," *Polym. Rev.*, vol. 51, pp. 309–340, Oct. 2011.
- [54] S. FURUHAMA and H. SUZUKI, "Temperature Distribution of Piston Rings and Piston in High Speed Diesel Engine," *Bull. JSME*, vol. 22, no. 174, pp. 1788–1795, 1979.
- [55] Z. J. Sroka and D. Dziedzioch, "Mechanical load of piston applied in downsized engine," *Arch. Civ. Mech. Eng.*, vol. 15, no. 3, pp. 663–667, 2015.
- [56] J. Pan, R. Nigro, and E. Matsuo, "3-D Modeling of Heat Transfer in Diesel Engine Piston Cooling Galleries." SAE International, 2005.
- [57] X. F. Liu, Y. Wang, and W. H. Liu, "Finite element analysis of thermo-mechanical conditions inside the piston of a diesel engine," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 119, pp. 312–318, 2017.
- [58] A. Doko and P. Puspitasari, *Finite element analysis of surface tension on piston due to pressure variation*, vol. 1778. 2016.
- [59] P. P. Totaro, Z. Westerfield, and T. Tian, "Introducing a New Piston Skirt Profile to Reduce Engine Friction." SAE International, 2016.
- [60] B. Waldhauer, U. Schilling, S. Schnaibel, and J. Szopa, "Degats sur les pistons," 2019. [Online]. Available: https://www.ms-motorservice.fr/technipedia/post/dommages-sur-les-pistons-et-leurs-causes/.
- [61] A. Benhamou, A. Benarous, P. Maspeyrot, and A. Bounif, "Analyse du contact lubrifié piston-cylindre dans un moteur diesel à injection directe," in *Journées Internationales Francophones de Tribologie*, 2010.
- [62] M. Tahar Abbès, P. Maspeyrot, A. Bounif, and J. Frene, "Un modèle élastohydrodynamique de Piston de Moteur à Combustion Interne," in 18ème Congrès Français de Mécanique, 2007.
- [63] M. Benbrik, M. Tahar Abbes, and P. MASPEYROT, "Elastohydrodynamic lubrication on the secondary motion of a piston skirt of solid internal combustion engine," in *LUBMAT'16*, *Lubrication*, *Maintenance and Tribology*, 2016.
- [64] M. Tahar Abbes, "Etude d'un piston de moteur à combustion interne sous chargement dynamique," Université des Sciences et Technologie d'Oran, 2005.
- [65] M. Tahar Abbes, P. Maspeyrot, A. Bounif, and J. Frene, "Effet thermomécanique sur la lubrification hydrodynamique d'un piston de moteur Diesel," Jan. 2007.
- [66] M. Tahar Abbes, P. Maspeyrot, A. Dekkiche, M. Benbrik, and F. Boukli Hacene, Elastohydrodynamic Piston Skirt Lubrication: Effect on Tribological Performances. 2012.
- [67] D. Systemes, Abaqus 6.14 Theory Guide. 2014.
- [68] T.-R. Hsu, "Finite Element Analysis in Heat Conduction BT The Finite Element Method in Thermomechanics," T.-R. Hsu, Ed. Dordrecht: Springer Netherlands, 1986, pp. 23–52.

- [69] S. S. Rao, "13 Formulation and Solution Procedure," S. S. B. T.-T. F. E. M. in E. (Fourth E. Rao, Ed. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2005, pp. 467–481.
- [70] L. J. Segerlind 1937-, Applied finite element analysis / Larry J. Segerlind. New York: Wiley, 1976.
- [71] C.-H. Li, "Thermoelastic Behavior of an Aluminum Diesel Engine Piston." SAE International, 1986.
- [72] C. Christian, "Technologie des moteurs alternatifs à combustion interne," *Tech. l'ingénieur Technol. des moteurs Therm.*, vol. base docum, no. ref. article : b2800, May 1996.
- [73] F. Szmytka, M. Salem, F. Rézaï-Aria, and A. Oudin, "Thermal fatigue analysis of automotive Diesel piston: Experimental procedure and numerical protocol," *Int. J. Fatigue*, vol. 73, pp. 48–57, 2015.
- [74] M. Tahar Abbes, P. Maspeyrot, A. Bounif, and J. Frene, "A thermomechanical model of a direct injection diesel engine piston," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part D J. Automob. Eng.*, vol. 218, no. 4, pp. 395–409, Apr. 2004.
- [75] C. Neto, D. R. Evans, E. Bonaccurso, H.-J. Butt, and V. S. J. Craig, "Boundary slip in Newtonian liquids: a review of experimental studies," *Reports Prog. Phys.*, vol. 68, no. 12, pp. 2859–2897, 2005.
- [76] E. O. Tuck and A. Kouzoubov, "A laminar roughness boundary condition," *J. Fluid Mech.*, vol. 300, pp. 59–70, 1995.
- [77] R. Pit, H. Hervet, and L. Liliane, "Friction and slip of a simple liquid at solid surface," *Tribol. Lett.*, vol. 7, pp. 147–152, Sep. 1999.
- [78] H. Spikes and S. Granick, "Equation for Slip of Simple Liquids at Smooth Solid Surfaces," *Langmuir*, vol. 19, no. 12, pp. 5065–5071, Jun. 2003.
- [79] S. Hatzikiriakos, "Wall Slip of Molten Polymers," *Prog. Polym. Sci.*, vol. 37, pp. 624–643, Apr. 2012.
- [80] H. Hervet and L. Léger, "Flow with slip at the wall: from simple to complex fluids," *Comptes Rendus Phys.*, vol. 4, no. 2, pp. 241–249, 2003.
- [81] W. Kozicki, C. J. Hsu, and C. Tiu, "Non-Newtonian flow through packed beds and porous media," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 22, no. 4, pp. 487–502, 1967.
- [82] J. Xu and Y. Li, "Boundary conditions at the solid–liquid surface over the multiscale channel size from nanometer to micron," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 50, no. 13, pp. 2571–2581, 2007.
- [83] P. Sykes and J. M. Rallison, "Lubrication theory for a fibre suspension Part 1: Pressure-driven flow in a planar channel having slowly-varying cross-section," *J. Nonnewton. Fluid Mech.*, vol. 71, pp. 109–136, Jul. 1997.
- [84] J. Zhou, B. Gu, and C. Shao, "Boundary velocity slip of pressure driven liquid flow in a micron pipe," *Chinese Sci. Bull.*, vol. 56, no. 15, pp. 1603–1610, 2011.
- [85] G. I. Taylor, "Analysis of the swimming of microscopic organisms," *Proc. R. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci.*, vol. 209, no. 1099, pp. 447–461, Nov. 1951.
- [86] G. D. Knoll and H. J. Peeken, "Hydrodynamic Lubrication of Piston Skirts," *J. Lubr. Technol.*, vol. 104, Oct. 1982.

- [87] R. Keribar and Z. Dursunkaya, "A Comprehensive Model of Piston Skirt Lubrication." SAE International, 1992.
- [88] Z. Dursunkaya, R. Keribar, and V. Ganapathy, "A Model of Piston Secondary Motion and Elastohydrodynamic Skirt Lubrication," *J. Tribol. Asme J TRIBOL-TRANS ASME*, vol. 116, Oct. 1994.
- [89] S. D. Haddad and K.-T. Tjan, "An analytical study of offset piston and crankshaft designs and the effect of oil film on piston slap excitation in a diesel engine," *Mech. Mach. Theory*, vol. 30, no. 2, pp. 271–284, 1995.

## Annexe 1 Méthode de mesure de la longueur de glissement

Il y a plusieurs méthodes pour mesurer la longueur de glissement, citons, l'exemple le plus utilisé :

## • Technique d'imagerie de vitesse par particules :

La vélocimétrie par images de particules (PIV) (en anglais : Particle Image Velocimetry), Cette technique, devenue un outil très utilisé de la mécanique des fluides, a été récemment adaptée aux microsystèmes. Elle repose sur l'ensemencement d'une solution par des marqueurs lumineux (en général fluorescents) dans l'écoulement du fluide, après préparation éventuelle des images (correction de l'illumination, seuillage), le déplacement du motif d'intensité généré par des traceurs est déterminé par la position du maximum de corrélation entre les deux images, qui permet de remonter au champ de vitesse [8].

Le principe expérimental de PIV est schématisé sur les deux figures ci-dessous :

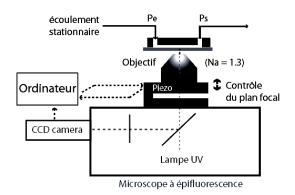


Fig. 1: Schéma général de l'expérience [4].

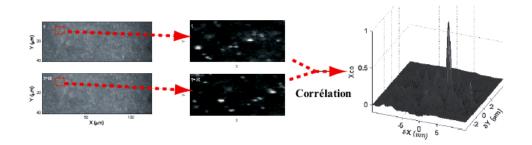


Fig. 2: Principe de la technique de PIV [4].

# Annexe 2 Caractéristiques techniques du moteur F8L413

Symbolisation		
F	Adaptation en version véhicule.	
8.	Nombre de cylindre	
L	Refroidissement par air.	
4	Série moteur.	
13	Course du piston.	
Caractéristiques techniques		
Marque du moteur	Deutz (Allemagne)	
Numéro de type	F8L413	
Utilisation	Camion TB230	
Carburant	Diesel	
Modèle de refroidissement	Refroidi à 1 'air	
Constructeur	S.N.V.I	
Mode de fonctionnement	4 temps	
Disposition de cylindre	En V	
Alésage (mm)	120	
Course (mm)	130	
Nombre de cylindre	8	
Cylindrée total (Cm3)	11310	
Taux de compression	18.0	
Principe de combustion	Injection directe	
Diamètre de piston (mm)	119.89	
Entraxe de la bielle (mm)	238	
A.O.E	45°	
Début d'injection du combustible 32°	(2300 à 2650 tr/mm)	
Pompe à injection	PE8A95D	
Туре	410LS	
Régulateur type	2451	
Puissance Max/régime (ch(Kw)) (tr/mn)	83 (813) à 1500	
Consommation carburant min (g/ch h/régime)		
Puissance administrative (Cu)	35	
Consommation d'huile (g/ch.H)	2.40	
Poids sec (kg)	770	
Contenance huile	20	

## Annexe 3

# Adimensionnement de l'équation de Reynolds modifiée pour un pistoncylindre

# $$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12 R^2 \eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha \eta}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12 \eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 + \frac{3\alpha \eta}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] \right\} \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \frac{h}{2 R^2 \eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha \eta}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2 \eta} \frac{\partial p}{\partial z} \left[ 1 - \frac{\alpha \eta}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{R \partial \theta} \left[ - \frac{\alpha \rho \tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ - \frac{\rho h^2}{2} \frac{\left( W_1 \right)}{\left( h + \alpha \eta \right)} + W_1 \rho h - \frac{\alpha \rho \tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha \eta \right)} \right] \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \left[ \frac{\alpha \tau_c}{\left( h + \alpha \eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{R \partial \theta} \right. \\ &+ \left[ \frac{\left( W_1 \right)}{\left( h + \alpha \eta \right)} + \frac{\alpha \tau_c}{\left( h + \alpha \eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \end{split}$$

L'épaisseur du film s'écrit :

$$h(z,\theta) = C + e_h \cos \theta + \frac{z}{L} (e_b - e_h) \cos \theta$$

On a: 
$$\theta = \frac{x}{R}$$

$$Z = \frac{z}{L}$$

$$B = \frac{R}{L}$$

$$H = \frac{h}{C}$$

$$A = \frac{\alpha \eta}{C}$$

$$P = p \frac{C^2}{\eta W_1 R}$$

$$T_c = \frac{\tau_c C}{\eta W_1}$$

$$H(Z, \theta) = 1 + E_h \cos \theta + Z(E_b - E_h) \cos \theta$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = -E_h \sin \theta - Z(E_b - E_h) \sin \theta$$

$$\frac{\partial H}{\partial Z} = (E_b - E_h) \cos \theta$$

$$W(Z) = \frac{w(z)}{W}$$

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12R^2 \eta} \frac{\eta WR}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\eta WR}{C^2} \frac{\partial P}{\partial z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \right\} \\ -\rho\alpha\eta \left\{ \frac{h}{2R^2 \eta} \frac{\eta WR}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2\eta} \frac{\eta WR}{C^2} \frac{\partial P}{\partial z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = \\ P \frac{\eta WR}{C^2} = p \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ -\frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\rho h^2}{2} \frac{(W_1)}{(h + \alpha\eta)} + W_1 \rho h - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] \\ -\rho\alpha\eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ + \left[ \frac{(W_1)}{(h + \alpha\eta)} + \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \\ -\rho\alpha\eta \left\{ \frac{h}{2R} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2} \frac{WR}{C^2} \frac{\partial P}{\partial z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{(h + \alpha\eta)} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} = \\ \Rightarrow \frac{\partial}{R\partial \theta} \left[ -\frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\rho h^2}{2} \frac{(W)}{(h + \alpha\eta)} + W \rho h - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{(h + \alpha\eta)} \right] \\ -\rho\alpha\eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ + \left[ \frac{W}{(h + \alpha\eta)} + \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \\ -\rho\alpha\eta \left\{ \left[ \frac{W}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ + \left[ \frac{W}{(h + \alpha\eta)} + \frac{\alpha\tau_c}{(h + \alpha\eta)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial z} \right\} \end{split}$$

$$ZL = z$$

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12R} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12} \frac{WR}{L^2C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \frac{h}{2R} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2} \frac{WR}{L^2C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{R\partial \theta} \left[ - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{\rho h^2}{2L} \frac{\left( W \right)}{\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{W\rho h}{L} - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2L} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{R\partial \theta} \right. \\ &+ \left[ \frac{W}{L\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{\alpha\tau_c}{L\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{L\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} \end{split}$$

## Multiplication par R

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12} \frac{WR^2}{L^2C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} \\ &- \rho\alpha\eta \left\{ \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{h}{2} \frac{WR^2}{L^2C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{\rho Rh^2}{2L} \frac{\left( W \right)}{\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{WR\rho h}{L} - \frac{R\alpha\rho\tau_c}{2L} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \\ &- \rho\alpha\eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ &+ \left[ \frac{W}{\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{R}{L} \frac{\partial h}{\partial Z} \right] \end{split}$$

$$B = \frac{R}{L} \rightarrow$$

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + B^2 \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{\rho h^2}{2} \frac{\left( W \right)}{\left( h + \alpha\eta \right)} + W \rho h - \frac{\alpha\rho\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \\ &- \rho \alpha \eta \left\{ \left[ \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ &+ B \left[ \frac{W}{\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right] \end{split}$$

## Elimination de $\rho$

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \right\} \\ &- \alpha\eta \left\{ \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + B^2 \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{\alpha\eta}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ -\frac{\alpha\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ -\frac{h^2}{2} \frac{\left( W \right)}{\left( h + \alpha\eta \right)} + Wh - \frac{\alpha\tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + \alpha\eta \right)} \right] \\ &- \alpha\eta \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \end{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ &+ B \left[ \frac{W}{\left( h + \alpha\eta \right)} + \frac{\alpha\tau_c}{\left( h + \alpha\eta \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \end{split}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3AC}{\left( h + AC \right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3AC}{\left( h + AC \right)} \right] \right\}$$

$$-AC \left\{ \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{AC}{\left( h + AC \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + B^2 \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{AC}{\left( h + AC \right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ -\frac{\frac{AC}{\eta} \tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + AC \right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ -\frac{h^2}{2} \frac{\left( W \right)}{\left( h + AC \right)} + Wh - \frac{\frac{AC}{\eta} \tau_c}{2} \frac{h^2}{\left( h + AC \right)} \right]$$

$$-AC \left\{ \left[ \frac{\frac{AC}{\eta} \tau_c}{\left( h + AC \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + B \left[ \frac{W}{\left( h + AC \right)} + \frac{\frac{AC}{\eta} \tau_c}{\left( h + AC \right)} - \frac{\tau_c}{\eta} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\}$$

$$T_c \frac{\eta W}{C} = \tau_c \qquad \Rightarrow \qquad$$

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3AC}{\left(h + AC\right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{h^3}{12} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3AC}{\left(h + AC\right)} \right] \right\} \\ &- AC \left\{ \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{AC}{\left(h + AC\right)} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} + B^2 \frac{h}{2} \frac{W}{C^2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{AC}{\left(h + AC\right)} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ - \frac{AWT_c}{2} \frac{h^2}{\left(h + AC\right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{h^2}{2} \frac{\left(W\right)}{\left(h + AC\right)} + Wh - \frac{AWT_c}{2} \frac{h^2}{\left(h + AC\right)} \right] \\ &- AC \left\{ \left[ \frac{AWT_c}{\left(h + AC\right)} - \frac{WT_c}{C} \right] \frac{\partial h}{\partial \theta} \right. \\ &+ B \left[ \frac{W}{\left(h + AC\right)} + \frac{AWT_c}{\left(h + AC\right)} - \frac{WT_c}{C} \right] \frac{\partial h}{\partial Z} \right\} \end{split}$$

 $h = CH \rightarrow$  équation finale

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} \\ &- A \left\{ \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B^2 \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ - \frac{AT_c}{2} \frac{H^2}{\left(H + A\right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{H^2}{2\left(H + A\right)} + H - \frac{AT_c}{2} \frac{H^2}{\left(H + A\right)} \right] \\ &- A \left\{ \left[ \frac{AT_c}{\left(H + A\right)} - T_c \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B \left[ \frac{1}{\left(H + A\right)} + \frac{AT_c}{\left(H + A\right)} - T_c \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\} \end{split}$$

avec:

$$E_h = \frac{e_h}{C}$$

$$E_b = \frac{e_b}{C}$$

$$H(Z,\theta) = 1 + E_h \cos \theta + Z(E_b - E_h) \cos \theta$$

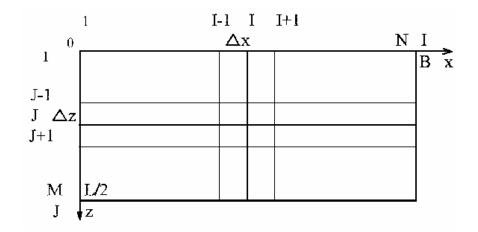
# Annexe 4 Programme MATLAB

## Détermination des caractéristiques de fonctionnement

## Méthodes des différences finies en lubrification

L'analyse numériquement la méthode des différences finies pour obtenir le champ de pression :

Méthode à pas constant, différences finies centrées :



$$\begin{split} \frac{\partial^2 P(i,j)}{\partial X^2} &= \frac{P(i+1,j) - 2P(i,j) + P(i-1,j)}{\Delta X^2} \\ \frac{\partial^2 P(i,j)}{\partial Z^2} &= \frac{P(i,j+1) - 2P(i,j) + P(i,j-1)}{\Delta Z^2} \\ \frac{\partial P(i,j)}{\partial X} &= \frac{P(i+1,j) - P(i-1,j)}{2\Delta X} \\ \frac{\partial P(i,j)}{\partial Z} &= \frac{P(i,j+1) - P(i,j-1)}{2\Delta Z} \end{split}$$

avec:

$$\Delta x = \frac{B}{N-1}$$
 et  $\Delta z = \frac{L}{M-1}$ 

Ces relations sont exactes pour un polynôme de degré 2.

Dans le cas général, il faut que  $\Delta x$  et  $\Delta z$  soient très petits.

On a :

$$\begin{split} &H\left(Z,\theta\right) = 1 + E_h \cos\theta + Z\left(E_b - E_h\right) \cos\theta \\ &\frac{\partial H}{\partial \theta} = -E_h \sin\theta - Z\left(E_b - E_h\right) \sin\theta \qquad \frac{\partial H}{\partial Z} = \left(E_b - E_h\right) \cos\theta \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} + B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} \\ &- A \left\{ \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B^2 \frac{H}{2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\} = \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ - \frac{AT_c}{2} \frac{H^2}{\left(H + A\right)} \right] + B \frac{\partial}{\partial Z} \left[ - \frac{H^2}{2\left(H + A\right)} + H - \frac{AT_c}{2} \frac{H^2}{\left(H + A\right)} \right] \\ &- A \left\{ \left[ \frac{AT_c}{\left(H + A\right)} - T_c \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} + B \left[ \frac{1}{\left(H + A\right)} + \frac{AT_c}{\left(H + A\right)} - T_c \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \right\} \end{split}$$

Après les simplifications suivantes :

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial \theta} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} = \frac{H^3}{12} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + \frac{H^2}{4} \frac{\partial P}{\partial \theta} \frac{\partial H}{\partial \theta} \left\{ 1 + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left(H + A\right)^2} \right] \right\} \\ &avec: \\ &\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ H^3 + \frac{3H^3A}{\left(H + A\right)} \right] = 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{3H^3A}{\left(H + A\right)} \right] = 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H^3}{\partial \theta} + H^3 \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \\ &= 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} + H^3 \left[ \frac{-3A}{\left(H + A\right)^2} \right] \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ &= 3H^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} \left\{ 1 + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left(H + A\right)^2} \right] \right\} \\ &B^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ \frac{H^3}{12} \frac{\partial P}{\partial Z} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \right\} = \frac{B^2 H^3}{12} \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + \frac{B^2 H^2}{4} \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial Z} \left\{ 1 + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left(H + A\right)^2} \right] \right\} \\ &avec: \\ &\frac{\partial}{\partial Z} \left[ H^3 + \frac{3H^3A}{\left(H + A\right)} \right] = 3H^2 \frac{\partial H}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \frac{3H^3A}{\left(H + A\right)} \right] = 3H^2 \frac{\partial H}{\partial Z} + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \frac{\partial H^3}{\partial Z} + H^3 \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] \\ &= 3H^2 \frac{\partial H}{\partial Z} + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] 3H^2 \frac{\partial H}{\partial Z} + H^3 \left[ \frac{-3A}{\left(H + A\right)^2} \right] \frac{\partial H}{\partial Z} \\ &= 3H^2 \frac{\partial H}{\partial Z} \left\{ 1 + \left[ \frac{3A}{\left(H + A\right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left(H + A\right)^2} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{split} &-\frac{AT_c}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{H^2}{(H+A)}\right] = -\frac{AT_c}{2}\left[\frac{1}{(H+A)}\right]\frac{\partial H^2}{\partial\theta} - \frac{AT_cH^2}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{(H+A)}\right] \\ &-\frac{AT_c}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{H^2}{(H+A)}\right] = -\frac{2AT_cH}{2}\left[\frac{1}{(H+A)}\right]\frac{\partial H}{\partial\theta} + \frac{AT_cH^2}{2}\left[\frac{1}{(H+A)^2}\right]\frac{\partial H}{\partial\theta} \\ &-\frac{AT_c}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{H^2}{(H+A)}\right] = \frac{AT_c}{2}\left\{-\frac{2H}{(H+A)}\right\} + \left[\frac{H^2}{(H+A)^2}\right]\right\}\frac{\partial H}{\partial\theta} \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\frac{\partial}{\partial Z}\left[H - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\frac{H^2}{(H+A)}\right] \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\left[\frac{\partial H}{\partial Z} - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\frac{\partial}{\partial Z}\frac{H^2}{(H+A)}\right] \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\left[\frac{\partial H}{\partial Z} - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\left(\frac{1}{(H+A)}\frac{\partial H^2}{\partial Z} + H^2\frac{\partial}{\partial Z}\frac{1}{(H+A)}\right)\right] \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\left[\frac{\partial H}{\partial Z} - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\left(\frac{2H}{(H+A)}\frac{\partial H}{\partial Z} - \frac{H^2}{(H+A)^2}\frac{\partial H}{\partial Z}\right)\right] \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\left[1 - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\left(\frac{2H}{(H+A)} - \frac{H^2}{(H+A)^2}\frac{\partial H}{\partial Z}\right)\right] \\ &B\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + H - \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{(H+A)}\right] = B\left[1 - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\left(\frac{2H}{(H+A)} - \frac{H^2}{(H+A)^2}\frac{\partial H}{\partial Z}\right)\right] \\ &D\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{H^2}{2(H+A)} + \frac{AT_c}{2}\frac{H^2}{2(H+A)}\right] = B\left[1 - \left(\frac{AT_c+1}{2}\right)\left(\frac{2H}{(H+A)} - \frac{H^2}{(H+A)^2}\right)\right] \\ &D\frac{\partial}{\partial Z}\left[-\frac{AT_c}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{H^2}{(H+A)}\right] = -\frac{AT_c}{2}\left[\frac{1}{(H+A)}\right]\frac{\partial H^2}{\partial\theta} - \frac{AT_cH^2}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{(H+A)^2}\right]\frac{\partial H}{\partial\theta} \\ &-\frac{AT_c}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{H^2}{(H+A)}\right] = -\frac{AT_c}{2}\left[\frac{2H}{(H+A)}\right] + \left[\frac{H^2}{(H+A)}\right]\frac{\partial H}{\partial\theta} \\ &\frac{\partial H}{\partial\theta} \end{aligned}$$

on retrouve l'équation finale à programmer :

$$\frac{\partial^{2}P}{\partial\theta^{2}} \frac{H^{3}}{12} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H+A\right)} \right] + \frac{\partial P}{\partial\theta} \left\{ \frac{H^{2}}{4} \left( 1 + \left[ \frac{3A}{\left(H+A\right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left(H+A\right)^{2}} \right] \right) - \frac{AH}{2} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H+A\right)} \right] \right\} \frac{\partial H}{\partial\theta} + \\ + B^{2} \frac{\partial^{2}P}{\partial Z^{2}} \frac{H^{3}}{12} \left[ 1 + \frac{3A}{\left(H+A\right)} \right] + B^{2} \frac{\partial P}{\partial Z} \left\{ \frac{H^{2}}{4} + \frac{H^{2}}{4} \left[ \frac{3A}{\left(H+A\right)} \right] + \frac{H^{3}}{4} \left[ \frac{-A}{\left(H+A\right)^{2}} \right] - \frac{AH}{2} \left[ 1 - \frac{A}{\left(H+A\right)} \right] \right\} \frac{\partial H}{\partial Z} = \\ \left\{ - \left[ \frac{AT_{c}}{2} \frac{2H}{\left(H+A\right)} \right] + \left[ \frac{AT_{c}}{2} \frac{H^{2}}{\left(H+A\right)^{2}} \right] + \left[ AT_{c} - \frac{A^{2}T_{c}}{\left(H+A\right)} \right] \right\} \frac{\partial H}{\partial\theta} + \\ + B \left\{ 1 - \left(AT_{c} + 1\right) \left[ \frac{H}{\left(H+A\right)} \right] + \left[ \frac{H^{2}}{\left(H+A\right)^{2}} \right] + AT_{c} - \frac{A}{\left(H+A\right)} - \frac{A^{2}T_{c}}{\left(H+A\right)} \right\} \frac{\partial H}{\partial Z} \right\}$$

Réorganisation de l'équation suivant la forme ci-dessous :

$$\begin{split} &\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} * Coef 1 + \frac{\partial P}{\partial \theta} * Coef 2 * \frac{\partial H}{\partial \theta} + B^2 \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} * Coef 1 + B^2 \frac{\partial P}{\partial Z} * Coef 2 * \frac{\partial H}{\partial Z} = Coef 5 * \frac{\partial H}{\partial \theta} + BCoef 6 * \frac{\partial H}{\partial Z} \\ &Coef 1 = \frac{H^3}{12} \left[ 1 + \frac{3A}{\left( H + A \right)} \right] \\ &Coef 2 = \frac{H^2}{4} \left( 1 + \left[ \frac{3A}{\left( H + A \right)} \right] + H \left[ \frac{-A}{\left( H + A \right)^2} \right] \right) - \frac{AH}{2} \left[ 1 - \frac{A}{\left( H + A \right)} \right] \\ &Coef 1 = \frac{H^3}{12} \left[ 1 + \frac{3A}{\left( H + A \right)} \right] \\ &Coef 2 = \frac{H^2}{4} + \frac{H^2}{4} \left[ \frac{3A}{\left( H + A \right)} \right] + \frac{H^3}{4} \left[ \frac{-A}{\left( H + A \right)^2} \right] - \frac{AH}{2} \left[ 1 - \frac{A}{\left( H + A \right)} \right] \\ &Coef 5 = - \left[ \frac{AT_c}{2} \frac{2H}{\left( H + A \right)} \right] + \left[ \frac{AT_c}{2} \frac{H^2}{\left( H + A \right)^2} \right] + \left[ AT_c - \frac{A^2T_c}{\left( H + A \right)} \right] \\ &Coef 6 = 1 - \left( AT_c + 1 \right) \left[ \frac{H}{\left( H + A \right)} \right] + \left[ \frac{H^2}{\left( H + A \right)^2} \right] + AT_c - \frac{A}{\left( H + A \right)} - \frac{A^2T_c}{\left( H + A \right)} \\ &\frac{P(i + 1, j) - 2P(i, j) + P(i - 1, j)}{\Delta D^2} * Coef 1 + \frac{P(i + 1, j) - P(i - 1, j)}{2\Delta \theta} * Coef 2 * \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ &+ BCoef 5 * \frac{\partial H}{\partial \theta} + BCoef 6 * \frac{\partial H}{\partial Z} \end{aligned}$$

$$\begin{split} &-P(i,j)2*Coef1\bigg(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \frac{B^2}{\Delta Z^2}\bigg) + P(i+1,j)\bigg(\frac{Coef1}{\Delta\theta^2} + \frac{Coef2}{2\Delta\theta} * \frac{\partial H}{\partial\theta}\bigg) + P(i,j+1)B^2\bigg(\frac{Coef1}{\Delta Z^2} + \frac{Coef2}{2\Delta Z} * \frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) \\ &+P(i-1,j)\bigg(\frac{Coef1}{\Delta\theta^2} - \frac{Coef2}{2\Delta\theta} * \frac{\partial H}{\partial\theta}\bigg) + P(i,j-1)B^2\bigg(\frac{Coef1}{\Delta Z^2} - \frac{Coef2}{2\Delta Z} * \frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) = Coef5*\frac{\partial H}{\partial\theta} + BCoef6*\frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) \\ &Coef7 = 2*Coef1\bigg(\frac{1}{\Delta\theta^2} + \frac{B^2}{\Delta Z^2}\bigg) \\ &Coef8 = \bigg(\frac{Coef1}{\Delta\theta^2} + \frac{Coef2}{2\Delta\theta} * \frac{\partial H}{\partial\theta}\bigg) \\ &Coef9 = B^2\bigg(\frac{Coef1}{\Delta Z^2} + \frac{Coef2}{2\Delta\theta} * \frac{\partial H}{\partial\theta}\bigg) \\ &Coef10 = \bigg(\frac{Coef1}{\Delta\theta^2} - \frac{Coef2}{2\Delta\theta} * \frac{\partial H}{\partial\theta}\bigg) \\ &Coef11 = B^2\bigg(\frac{Coef1}{\Delta Z^2} - \frac{Coef2}{2\Delta Z} * \frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) \\ &Coef12 = Coef5*\frac{\partial H}{\partial\theta} + BCoef6*\frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) \\ &Coef12 = Coef5*\frac{\partial H}{\partial\theta} + BCoef6*\frac{\partial H}{\partial Z}\bigg) \\ &\Rightarrow P(i,j)*Coef7 + P(i+1,j)*Coef8 + P(i,j+1)Coef9 + P(i-1,j)*Coef10 + P(i,j-1)*Coef11 = Coef12 \\ &\Rightarrow P(i,j) = P(i+1,j)*\frac{Coef8}{Coef7} + P(i,j+1)\frac{Coef9}{Coef7} + P(i-1,j)*\frac{Coef10}{Coef7} + P(i,j-1)*\frac{Coef11}{Coef7} - \frac{Coef12}{Coef7} \\ &P(i,j) = (1-gamma)P(i,j) + gamma\bigg\{P(i+1,j)*\frac{Coef8}{Coef7} + P(i,j+1)\frac{Coef9}{Coef7} + P(i-1,j)*\frac{Coef10}{Coef7} + P(i,j-1)*\frac{Coef11}{Coef7} - \frac{Coef12}{Coef7}\bigg\} \end{split}$$

$$H(Z,\theta) = 1 + E_h \cos \theta + Z(E_b - E_h) \cos \theta$$

# \* <u>Programme déterminant la pression, le profil de la vitesse et l'épaisseur du film fluide</u>:

```
clear all; clc;clf;
eps=1e-14;
k1=1000;
gamma=1.6;
% Données initiales
Epseb=0.00000875;
Epseh=0.0000175;
C=0.000035;
R=0.059965;
theta=2*(pi);
L=0.09;
U=2.067;
Alpha=0.%0.004348;
Mu=0.0069;
TC=237.705;
dtheta=(0.002)*(pi);
ddtheta=0.36;% (5*1e-3)*(pi)=9°
dz=0.00009;
Pression ext=0;
```

```
TXC = (TC*C) / (Mu*U);
A=(Alpha*Mu)/C;
% Calcul des indices
dZ=dz/L;
n=round(theta/dtheta)+1;
m=round(1/dZ)+1;
BB=R/L;
EB=Epseb/C;
EH=Epseh/C;
thetae=0.9*(pi);
thetal=1.1*(pi);
thetag=0.1*(pi);
thetaf=1.9*(pi);
e=round(thetae/dtheta)+1;
l=round(thetal/dtheta)+1;
f=round(thetaf/dtheta)+1;
g=round(thetag/dtheta)+1;
% Discrétisation spatiale et Calcul des différents termes.
for j=1:m
    for i=1:n
    H(i,j)=1+(EH*(cos((i-1)*dtheta)))+(((j-1)*dZ)*(cos((i-1)*dtheta)))
1) *dtheta)) * (EB-EH));
    1) *dtheta)) * (EB-EH));
    dHZ(i,j) = (EB-EH) * (cos((i-1)*dtheta));
    COEFI(i, j) = ((H(i, j)^3)/12) * (1+(3*A*(1/(H(i, j)+A))));
    COEFII(i, j) = (((H(i, j)^2)/4)*(1+((3*A)/(H(i, j)+A))-
((A*H(i,j))/((H(i,j)+A)^2))))-(((A*H(i,j))/2)*(1-(A/(H(i,j)+A))));
    COEFIII(i, j) = (A*TXC) * ( -(A/(H(i, j)+A))+1-
((1/2)*(((2*H(i,j)))/(H(i,j)+A))-((H(i,j)^2)/((H(i,j)+A)^2))));
        COEFIV(i, j)=1-((((A*TXC)+1)/2)*(((2*H(i, j))/(H(i, j)+A))-
((H(i,j)^2)/((H(i,j)+A)^2)))+(A*TXC)-(A/(H(i,j)+A))-
(((A^2)*TXC)/(H(i,j)+A));
    COEFV(i,j) = 2*COEFI(i,j)*((1/(dtheta^2))+((BB^2)/(dZ^2)));
    COEFVI(i,j) = (COEFI(i,j) / (dtheta^2)) + ((COEFII(i,j) / (2*dtheta)) *
dHtheta(i,j));
COEFVII(i,j) = (BB^2) * ((COEFI(i,j)/(dZ^2)) + ((COEFII(i,j)/(2*dZ)) * dHZ(i,j)
)));
    COEFVIII(i,j) = (COEFI(i,j) / (dtheta^2)) - ((COEFII(i,j) / (2*dtheta)) *
dHtheta(i,j));
    COEFIX(i,j) = (BB^2) * ((COEFI(i,j) / (dZ^2)) -
((COEFII(i,j)/(2*dZ))*dHZ(i,j)));
    COEFX(i,j) = (COEFIII(i,j))*dHtheta(i,j)) + (BB*COEFIV(i,j))*dHZ(i,j));
    end
end
```

```
% Initialisation des conditions aux limites de la pression.
for j=1:m
    for i=1:n
    P(i,j) = Pression_ext;
    S(i,j) = P(i,j);
    end
end
% Méthode de Gauss-Seidel (Itérations)
 for r=1:k1
    for j=2:m-1
             for i=2:g-1
                 S(i,j) = P(i,j);
                 P(i,j) = ((1-
gamma) *P(i,j)) + (gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j))*P(i+1,j))+((COEFVII(i
, j) /COEFV(i, j)) *P(i, j+1)) + ((COEFVIII(i, j) /COEFV(i, j)) *P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
    end
    for j=2:m-1
             for i=e+1:1-1
                 S(i,j) = P(i,j);
                 P(i,j) = ((1-
gamma) *P(i,j))+(gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j))*P(i+1,j))+((COEFVII(i
, j) /COEFV(i,j))*P(i,j+1))+((COEFVIII(i,j)/COEFV(i,j))*P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
            end
    end
    for j=2:m-1
             for i=f+1:n-1
                 S(i,j) = P(i,j);
                 P(i,j) = ((1-
gamma) *P(i,j))+(gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j))*P(i+1,j))+((COEFVII(i
, j) /COEFV(i, j)) *P(i, j+1)) + ((COEFVIII(i, j) /COEFV(i, j)) *P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
            end
    end
    for j=2:m-1
             for i=n
                 S(i,j) = P(i,j);
                 P(i,j) = P(i-1,j);
             end
    end
    for j=2:m-1
                 S(1,j) = P(1,j);
                 P(1,j) = P(n,j);
    end
    if(abs(P(i,j)-S(i,j)))/(abs(S(i,j))+1) \le eps
        fprintf('\n \n');
        fprintf('Pression après "%d itérations\n',r);
        fprintf('\n \n');
        break;
    end
 end
%P=P';
% Tracé des courbes de préssion en 3D
hold off;
```

```
if n==m
    figure(1);
    i=1:n;
    j=1:m;
    grid on;
    [x,y]=meshgrid((j-1)*dZ,(i-1)*ddtheta);
    mesh(x,y,abs(P));
    Title('A=0,Tc=0');
    xlabel('Z');ylabel('theta');zlabel('P');
end
if n==m
    figure(2);
    i=1:n;
    j=1:m;
    grid on;
    [x,y]=meshgrid((j-1)*dZ,(i-1)*ddtheta);
    mesh(x,y,H);
    Title('A=0,Tc=0');
    xlabel('Z');ylabel('theta');zlabel('H');
end
%Calcul de vitesses
 for i=21
    for j=1:m-1
        dH=0.001;
        kk=round(H(i,j)/dH)+1;
            for k=1:kk
                  Y(k) = dH * (k-1);
                  Uu(k,j) = ((1/2)*BB*((P(i,j+1)-P(i,j))/(dZ))*(Y(k)^2))-
((H(i,j)/2)*BB*((P(i,j+1)-P(i,j))/(dZ))*(1+(A/(H(i,j)+A)))*Y(k))-
(Y(k)/(H(i,j)+A))+1-((Y(k)*A*TXC)/(H(i,j)+A));
            end
    end
end
for i=21
    for j=m
        dH=0.001;
        kk=round(H(i,j)/dH)+1;
            for k=1:kk
                  Y(k) = dH*(k-1);
                  Uu(k,j) = ((1/2)*BB*((P(i,j)-P(i,j-1))/(dZ))*(Y(k)^2))-
((H(i,j)/2)*BB*((P(i,j)-P(i,j-1))/(dZ))*(1+(A/(H(i,j)+A)))*Y(k))-
(Y(k)/(H(i,j)+A))+1-((Y(k)*A*TXC)/(H(i,j)+A));
            end
    end
end
kk = round(H(1,1)/dH)+1;
figure(3);
j=1:m;
k=1:1497;
    grid on;
    [x,y] =meshgrid((j-1)*dZ,(k-1)*dH);
    mesh(x,y,Uu);
    Title('A=0.0, Tc=0.0');
    xlabel('I'); ylabel('Y'); zlabel('W(Y)');
```

## \* Programme déterminant les caractéristiques de fonctionnement :

```
응***************
% Etude de la répartition de préssion *
% dans un piston-cylindre *
% Résolution d'un système linéaire par *
% la méthode itérative de Gauss-Seidel *
% Méthode explicite *
-
%***************
clear all; clc;clf;
eps=1e-14;
k1=1000;
gamma=1.6;
% Données initiales
Epseb=0.00000875;
Epseh=0.0000175;
C=0.000035;
R=0.059965;
theta=2*(pi);
L=0.09;
U=2.067;
Mu=0.0069;
dtheta=(0.002)*(pi);
ddtheta=0.36;% (5*1e-3)*(pi)=9°
dz=0.00009;
Pression ext=0;
TC=2*237.70;
TXC = (TC*C) / (Mu*U);
% Calcul des indices
dZ=dz/L;
n=round(theta/dtheta)+1;
m=round(1/dZ)+1;
BB=R/L;
EB=Epseb/C;
EH=Epseh/C;
thetae=0.9*(pi);
thetal=1.1*(pi);
thetag=0.1*(pi);
thetaf=1.9*(pi);
e=round(thetae/dtheta)+1;
l=round(thetal/dtheta)+1;
f=round(thetaf/dtheta)+1;
g=round(thetag/dtheta)+1;
forttement
Alpha=0.;
o=0;
A=0;
while A \le 1.
0=0+1;
```

```
A R(\circ)=A;
% Discrétisation spatiale et Calcul des différents termes.
% Discrétisation spatiale et Calcul des différents termes.
for j=1:m
    for i=1:n
    H(i,j)=1+(EH*(cos((i-1)*dtheta)))+(((j-1)*dZ)*(cos((i-1)*dtheta)))
1) *dtheta)) * (EB-EH));
    dHtheta(i,j) = -(EH*(sin((i-1)*dtheta))) - (((j-1)*dZ)*(sin((i-1)*dtheta)))
1) *dtheta)) * (EB-EH));
    dHZ(i,j) = (EB-EH) * (cos((i-1)*dtheta));
    COEFI (i, j) = ((H(i, j)^3)/12) * (1 + (3*A*(1/(H(i, j) + A))));
    COEFII (i,j) = (((H(i,j)^2)/4)*(1+((3*A)/(H(i,j)+A))-
((A*H(i,j))/((H(i,j)+A)^2)))-(((A*H(i,j))/2)*(1-(A/(H(i,j)+A))));
    COEFIII (i, j) = (A*TXC)*(-(A/(H(i, j)+A))+1-
((1/2)*(((2*H(i,j))/(H(i,j)+A))-((H(i,j)^2)/((H(i,j)+A)^2))));
         COEFIV(i, j)=1-((((A*TXC)+1)/2)*(((2*H(i, j)))/(H(i, j)+A))-
((H(i,j)^2)/((H(i,j)+A)^2)))+(A*TXC)-(A/(H(i,j)+A))-
(((A^2)*TXC)/(H(i,j)+A));
    COEFV(i,j) = 2*COEFI(i,j)*((1/(dtheta^2))+((BB^2)/(dZ^2)));
    COEFVI(i,j) = (COEFI(i,j) / (dtheta^2)) + ((COEFII(i,j) / (2*dtheta)) *
dHtheta(i,j));
COEFVII(i,j) = (BB^2) * ((COEFI(i,j)/(dZ^2)) + ((COEFII(i,j)/(2*dZ)) * dHZ(i,j)
)));
    \texttt{COEFVIII}(\texttt{i},\texttt{j}) = (\texttt{COEFI}(\texttt{i},\texttt{j}) / (\texttt{dtheta}^2)) - ((\texttt{COEFII}(\texttt{i},\texttt{j}) / (2*\texttt{dtheta})) *
dHtheta(i,j));
    COEFIX(i,j) = (BB^2) * ((COEFI(i,j) / (dZ^2)) -
((COEFII(i,j)/(2*dZ))*dHZ(i,j)));
    COEFX(i,j) = (COEFIII(i,j)*dHtheta(i,j)) + (BB*COEFIV(i,j)*dHZ(i,j));
    end
end
% Initialisation des conditions aux limites de la pression.
for j=1:m
    for i=1:n
    P(i,j) = Pression ext;
    S(i,j) = P(i,j);
    end
end
% Méthode de Gauss-Seidel (Itérations)
 for r=1:k1
    for j=2:m-1
              for i=2:g-1
                  S(i,j) = P(i,j);
                  P(i,j) = abs(((1-
gamma) *P(i,j))+(gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j))*P(i+1,j))+((COEFVII(i
```

```
, j) /COEFV(i,j))*P(i,j+1))+((COEFVIII(i,j)/COEFV(i,j))*P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
           end
           for j=2:m-1
                                  for i=e+1:1-1
                                             S(i,j) = P(i,j);
                                              P(i,j) = abs(((1-
 \verb|gamma|*P(i,j)) + (\verb|gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j))*P(i+1,j)) + ((COEFVII(i,j)/COEFV)) + ((COEFVII(i,j)/COEFV) + ((COE
, j) /COEFV(i, j)) *P(i, j+1))+((COEFVIII(i, j) /COEFV(i, j)) *P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
           end
           for j=2:m-1
                                  for i=f+1:n-1
                                             S(i,j) = P(i,j);
                                              P(i,j) = abs(((1-
gamma) *P(i,j)) + (gamma*(((COEFVI(i,j)/COEFV(i,j)) *P(i+1,j)) + ((COEFVII(i
, j) /COEFV(i, j)) *P(i, j+1))+((COEFVIII(i, j) /COEFV(i, j)) *P(i-
1,j))+((COEFIX(i,j)/COEFV(i,j))*P(i,j-1))-(COEFX(i,j)/COEFV(i,j))));
           end
           for j=2:m-1
                                  for i=n
                                              S(i,j) = P(i,j);
                                              P(i,j) = P(i-1,j);
                                  end
           end
           for j=2:m-1
                                              S(1,j) = P(1,j);
                                              P(1,j) = P(n,j);
           end
           if(abs(P(i,j)-S(i,j)))/(abs(S(i,j))+1) \le eps
                       fprintf('\n \n');
                       fprintf('Pression après "%d itérations\n',r);
                       fprintf('\n \n');
                       break;
           end
   end
% calcul du débit
QX=0;
for j=50
           for i=1:n
                                  SS=-((BB*(H(i,j)^3))/12)*((P(i,j+1)-
P(i,j))/(dZ))*(1+((3*A)/(H(i,j)+A)))-
(((1+(A*TXC))*(H(i,j)^2))/(2*(H(i,j)+A)))+H(i,j);
                                 QX=SS+QX;
              end
end
QXX R(o)=QX;
% calcul de la charge
W1=0;
           for j=1:m-1
                       for i=e:1-1
```

```
W1=W1+P(i,j)*dtheta*dZ;
        end
    end
W=W1;
W R(0) = W;
% calcul de la force de frottement
F1=0;
for i=50
      for j=1:m-1
            FX1(j) = -(((P(i, j+1) -
P(i,j))/(dZ) * (BB*H(i,j)/2)*(1+(A/(H(i,j)+A))))+((1+(TXC*A))/(H(i,j)+A))
)))*dZ;
            F1=abs(FX1(j))+F1;
      end
end
F=abs(F1);
FR(0)=F1;
A=A R(0)+0.1;
end
figure(1);
grid on;
plot (A_R,QXX_R); % Tracé de la courbe de débit
title('Profil du débit en fonction du coefficient de glissement');
xlabel('Le Coef de Gliss');ylabel('Débit');
figure(2);
grid on;
plot (A R,W R); % Tracé de la courbe de charge
title('Profil de la charge en fonction du coefficient de glissement');
xlabel('Le Coef de Gliss');ylabel('La charge');
figure(3);
grid on;
plot (A R,F R); % Tracé de la courbe de frottement
title('Profil de la force de frottement en fonction du coefficient de
glissement');
xlabel('Le Coef de Gliss');ylabel('La force de frottement');
```