

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université HassibaBenbouali de Chlef

Faculté de Génie Civil et d'Architecture

Département de Génie Civil



# THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

**DOCTORAT EN SCIENCES**

Spécialité : Génie Civil

Par

**Azeddine CHEHAT**

Thème :

---

**MODELISATION DU COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES SOLS  
PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

---

Soutenue le 12/07/2018, devant le jury composé de :

Mohamed Nadjib BOUAZIZ	Professeur	Université de Médéa	Président
Hamid AFRA	Directeur de Recherches	CNERIB	Examineur
Ahmed ARAB	Professeur	Université de Chlef	Examineur
Ramdané BAHAR	Professeur	Université de Bab Ezzouar	Examineur
Khélifa HARICHANE	Professeur	Université de Chlef	Examineur
Zamila HARICHANE	Professeur	Université de Chlef	Rapporteur

# Remerciements

Je remercie en premier et en dernier lieu, ALLAH tout puissant, de m'avoir gardé en bonne santé et accordé le courage et la bonne volonté pour réaliser ce modeste travail.

Je remercie vivement Dr. Zamila HARICHANE, Professeur à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, qui a été à l'origine du présent travail, pour sa disponibilité, son assistance et ses conseils tout au long de cette étude.

Je remercie chaleureusement Dr. Mohamed Nadjib BOUAZIZ, Professeur à l'Université de Médéa de m'avoir honoré de présider le jury d'examen.

Mes vifs remerciements sont adressés aux membres de jury: Dr. Hamid AFRA, Directeur de recherche au CNERIB, Dr. Ramdane BAHAR, Professeur à l'Université Houari Boumedién, Dr. Ahmed ARAB et Dr. Khélifa HARCHANE, professeurs à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, d'avoir accepté d'examiner mon travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma parfaite reconnaissance.

Je tiens aussi à remercier Dr. Mourad KARRAY, Professeur à l'Université de Sherbrooke, pour m'avoir accueilli au laboratoire de Génie de l'Environnement durant mon séjour scientifique, pour son assistance et ses conseils précieux.

Je n'oublie pas de remercier Professeur Karim EZZIANE, Vice-Doyen chargé de la post-graduation, de la recherche scientifique et des relations extérieures à la Faculté de Génie Civil et d'Architecture à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, pour nous avoir assuré le bon fonctionnement de notre formation de doctorat et facilité la procédure de soutenance.

Je saisi également, cette opportunité pour remercier tous les membres du laboratoire de Géomatériaux pour leur soutien et encouragements.

Il m'est également agréable de remercier les enseignants de l'Ecole Nationale des Travaux Publics ainsi que les enseignants de la PGS de l'E.N.S.T.P de KOUBA.

# DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à mes chers parents, qui sans leur soutien et encouragement ce travail n'a pu avoir lieu.

A mes parents ;

A la joie de ma vie : Mohamed Sadak, Abdennour et ma belle petite fille

IMANE ;

A ma femme ;

A mes frères et sœurs ;

A l'esprit de ma tante, toujours dans mon cœur.

# تمثيل السلوك الأخطي للترربة بواسطة طريقة العناصر المحدودة ملخص

الهدف من هذا العمل هو وضع منهجية لدراسة السلوك الأخطي للترربة تحت الإجهاد الدوري. تم تصميم سلوك التربة من خلال قانون اللدائن المرنة الذي يتضمن المعايير القياسية الأربعة الأساسية من اللدونة من جهة، ومن ناحية أخرى من خلال قانون مرونة لا خطي. نموذج سينغ 4 هو نموذج رياضي مرن لا خطي يتضمن أربعة معلمات التكيف التي يمكن أن تحاكي بشكل أفضل السلوك الدوري والتكراري للترربة.

في العمل الحالي، يتم تكامل القوانين المرنة وفقا لمعايير مور كولوم، تريسكا، فون ميسس و دراكر برجر للحصول على مصفوفة الصلابة وهذا من أجل إجراء محاكاة ديناميكية في المستوى D2. كذلك يتم تحديث نموذج SIG4 من خلال الضغط المائي للحد من خطية عالية في النموذج الرياضي لصياغة فعالية الإجهاد. وينعكس قوة نموذج SIG4 في عدد من المعاملات التي يحتويها القادرة على تناسب النموذج لحالات حقيقية.

تُستخدم تصميمات نموذج SIG4 لالتقاط بعض من تطور معامل التخميد للترربة بسانت ادالف في كندا ، وتكون تقنية تصحيح معامل التخميد فعالة.

**كلمات دلالية:** اللدائن، نموذج سينغ 4، معيار اللدونة، ضبط، سلوك دوري



# **Modeling of the nonlinear behavior of Soils by Finite Elements**

## **ABSTRACT**

The objective of this work is the development of a methodology to study the nonlinear behavior of soils under cyclic solicitations. The behavior of the soils is modeled by an elastoplastic model that includes the four standard criteria of plasticity on the one hand and on the other hand by a nonlinear elastic model. The Sig4 model is an elastic nonlinear mathematical model that includes four parameters that can better simulate the cyclic behavior of soils.

In the present study, the elastoplastic constitutive behavior according to the criteria of Mohr Coulomb, Tresca, Von Mises and Drucker are explicitly integrated to have the elastoplastic matrix, in order to make a 2D simulation. The Sig4 model is updated through interstitial pressure to reduce its high linearity in effective stress formulation. The power of Sig4 model is reflected in the number of parameters that are able to fit the model to real cases.

Dynamic studies are conducted on the modified Sig4 model to capture a portion of the evolution of the damping coefficient of St. Adolph Canada clay, and the damping coefficient correction technique is effective.

**Key words:** Elastoplastic, Sig4 model, Criterion of plasticity, adjustment, cyclic loading

# **Modélisation du comportement non linéaire des sols par la méthode des éléments finis**

## **RESUME**

L'objectif de ce travail est le développement d'une méthodologie pour l'étude du comportement non linéaire des sols sous sollicitations cycliques. Le comportement des sols est modélisé par une loi élastoplastique comprend les quatre critères standards de plasticité d'une part et d'autre part par une loi élastique non linéaire. Le modèle Sig4 est un modèle mathématique élastique non linéaire comprend quatre paramètres d'ajustement capable de mieux simuler le comportement cyclique des sols.

Dans le présent travail, les lois de comportement élastoplastiques suivant les critères de Mohr Coulomb, Tresca, Von Mises et Drucker sont intégrées explicitement pour avoir la matrice de rigidité élastoplastique, afin de mener des simulations bidirectionnelle. Le modèle Sig4 est actualisé par le biais de la pression interstitielle afin de réduire sa grande linéarité en formulation en contrainte effective. La puissance du modèle Sig4 se traduit par le nombre des paramètres qui sont capable d'ajuster le modèle à des cas réels.

Des études dynamiques sont faites suivant le modèle Sig4 modifié pour capturer une partie de l'évolution du coefficient d'amortissement de l'argile de St. Adolph au Canada, et la technique de correction du coefficient d'amortissement donne son efficacité.

**Mot Clés :** Elastoplastique, Modele Sig4, Critère de plasticité, ajustement, comportement cyclique.

# TABLE DES MATIERES

## Introduction générale

1. Introduction .....	1
2. Problématique .....	2
3. Objectifs visés .....	3
4. Organisation du mémoire .....	3

## Chapitre I

### Etude bibliographique sur le comportement non linéaire des sols

I.1. Introduction .....	5
I.2. Méthodes numériques pour la prédiction de la réponse non linéaire .....	5
I.2.1. Méthode des différences finies (MDF).....	6
I.2.2. Méthode des éléments finis (MEF).....	6
I.2.3 Modèles de comportement des sols secs.....	8
I.3. Modèles pour simuler le comportement dynamique des sols .....	9
I.3.1. Différentes approches pour la prise en compte de la non-linéarité du sol	11
I.3.2. Modélisation de la non-linéarité du sol.....	11
I.3.3.Représentation des relations d'élasticité non linéaires.....	12

I.4. Vitesse de l'onde de cisaillement en tant que paramètre géotechnique.....	16
I.5. Analyse non-linéaire dans le domaine temporel.....	19
I.6. Conclusions .....	23

## **Chapitre II**

### **Intégration explicite des lois de comportement élastoplastiques standards**

II.1. Introduction .....	24
II.2. Surface et fonction de charges générales.....	24
II.3. Relations constrictives élastoplastique .....	28
II.3.1. Calcul du module tangent .....	29
II.4. Calcul du résidu.....	38
II.5. Equation dynamique du mouvement.....	42
II.6. Conclusions.....	44

## **Chapitre III**

### **Développement des techniques de modification du Critère de Masing**

III.1. Introduction.....	45
III.2. Module sécant et module tangent.....	45
III.3. Critères de Masing.....	46

III.4. Représentations des relations d'élasticité non-linéaire .....	48
III.4.1. Modèle hyperbolique.....	48
III.4.2. Modèle Ramberg-Osgood .....	49
III.4.3. Modèle Hardin-Drnevich.....	49
III.4.4. Modèles sigmoïdaux.....	50
III.5. Nouvelle équation de l'extension du critère de Masing.....	50
III.6. Calibrage du coefficient d'amortissement.....	54
III.7. Méthode de simulation de nouvelles boucles d'hystérésis sous forme de S_Shape.....	60
III.8. Conclusions.....	65

## **Chapitre IV**

### **Intégration bidimensionnelle des lois de comportement non linéaires**

IV.1. Introduction.....	66
IV.2. Description mathématique des modèles.....	66
IV.3. Formulation en contraintes effectives.....	72
IV.4. Simulation des tests par la méthode des éléments finis.....	76
IV.5. Conclusions.....	78



## **Chapitre V**

### **Modélisation non linéaire unidimensionnelle des sols sous sollicitations cycliques**

V.1. Introduction.....	79
V.2. Équation du mouvement.....	79
V.2.1. Modélisation par la méthode des différences finies.....	80
V.2.2. Modélisation par la méthode des éléments finis.....	86
V.3. Conclusions.....	93

## **Chapitre VI**

### **Applications et validations numériques du modèle Sig4**

VI.1. Introduction .....	94
VI.2. Ajustement des paramètres du modèle Sig4 .....	94
VI.3. Comparaison avec d'autres modèles .....	105
VI.4. L'approche élastique non linéaire par rapport à l'approche linéaire équivalente.....	109
VI.5. Calibrage des courbes de dégradation du sable .....	113
VI.6. Cas d'étude sur les courbes de dégradations du sable.....	121
VI.7. Nouveau modèle pour simuler le comportement dynamique des sols argileux.....	127
VI.8. Justification de l'évolution du coefficient d'amortissement du programme Nera par modification du modèle hyperbolique.....	140

VI.9. Réponse du site de l'île Treasure Island.....	147
---	-----

VI.10. Conclusions.....	150
-------------------------	-----

### **Conclusions générales et recommandations futures**

Conclusions générale et recommandations futurs .....	151
--	-----

# LISTES DES FIGURES

**Figure I.1-** Détermination des modules de déformation et méthode d'analyse en fonction de la déformation cyclique.

**Figure I.2-** Différentes formes de la fonction  $F(e)$  en fonction de l'indice de vide  $e$  (Moon et al., 2017).

**Figure I.3-** Familles de vitesses de cisaillement normalisées en fonction de l'indice des vides  $e$  (Hussein and Karray, 2015).

**Figure I.4.** Tendence générale entre la vitesse de l'onde de cisaillement ( $V_s$ ) et l'indice de vide ( $e$ ) (données obtenues à partir de Mayne et al., 2009).

**Figure I.5-** Stabilité du schéma de *Newmark* (Mahéo, 2006).

**Figure I.6.** Algorithme d'intégration de *Newmark* avec itération de Newton modifiée pour des systèmes non linéaires (Paultre, 2005).

**Figure. II.1-** Famille de fonctions de chargement  $b \in [0,1]$  : a)-  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1, \frac{1}{2}$ , b)-  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1$ .

**Figure. II.2-** Schématisation de la variation de  $\sqrt{J_2}$  et  $q$  en fonction de  $I_1$  et  $p$ ,

**Figure. II.3-** Représentation du critère de Tresca dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

**Figure. II.4-** Représentation du critère de Von Misès dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

**Figure. II.5-** Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

**Figure. II.6-** Représentation du critère de : a)- Mohr-Coulomb et Tresca, b)- Von Misès et Drucker Prager, dans l'espace des contraintes principales.

**Figure II.8-** Etats de contrainte dans le cas ou  $\bar{\sigma}_e^r \geq \bar{\sigma}^{r-1}$  .

**Figure II.8-** Etat de contrainte dans le cas ou  $\bar{\sigma}_e^r \geq \bar{\sigma}^{r-1}$  .

**Figure II.9-** Méthode explicite de rabattement .

**Figure II.10-** Schématisation de (a) profil de sol, (b) contraintes élémentaire (c) modèle discrétisé en éléments finis Q08.

**Figure III.1-** Modules sécants et modules tangents d'une courbe contrainte-déformation typique

**Figure III.2-** critère élargi de Masing (Vecetic, 1990)

**Figure III.3-** Courbe normalisée du critère initial de Masing.

**Figure III.4-** Courbe d'hystérésis suivant le critère de Masing pour un chargement cyclique symétrique.

**Figure III.5-** Décomposition de la Courbe d'hystérésis en une partie diagonale et sa projection sur la courbe de chargement-déchargement.

**Figure III.6.** Calcul de l'énergie dissipée pour un cycle de chargement.

**Figure III.7-** Définition de l'énergie élastique et l'énergie dissipée pour le calcul du coefficient d'amortissement

**Figure III. 8-** Influence du facteur de correction sur  $\lambda_1$  la variation du coefficient d'amortissement (représentation  $\xi \sim (\gamma_a/\gamma_r, \lambda_1)$ ).

**Figure III.9-** Influence du rapport homothétique n sur la forme de la boucle d'hystérésis.

**Figure III. 9-** Nouvelle famille d'amortissement par le biais du facteur de correction.

**Figure III.10-** Influence du rapport homothétique n sur la forme de la boucle d'hystérésis.

**Figure III.11-** Influence du rapport homothétique  $n_0$  sur la forme de la boucle d'hystérésis.

**Figure III.12-** Evolution de la forme de la boucle d'hystérésis en forme S\_Shape.

**Figure III.13-** Influence du rapport  $n_0$  sur la variation du coefficient d'amortissement.

**Figure III.14-** Détection d'une nouvelle évolution du coefficient d'amortissement due à la forme *S\_Shape* des boucles d'hystérésis.

**Figure IV.1-** Variation de  $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_r$  et  $\xi \sim \gamma/\gamma_r$  pour les modèles hyperbolique et Ramberg Osgood pour différentes valeurs des paramètres de calibrage.

**Figure IV.2-** Détermination du taux de l'énergie en fonction du taux de cisaillement cyclique et la distorsion.

**Figure IV.3-** Fonction d'énergie et constante *a* du sol *CF16* (Chekired et al., 2015).

**Figure IV.4-** Simulation numérique par le modèle Sig4 de l'essai cyclique de déformation et contrainte imposées.

**Figure IV.5-** Échantillon d'essai avec dimensions et conditions aux limites .

**Figure V.1-** Modèle géométrique du profil de sol.

**Figure V.2-** Courbe chargement-déchargement pour un niveau de déformation  $\gamma = 0.1\%$ , suivant le modèle hyperbolique et le modèle Sig4.

**Figure V.3-** États de déplacement, déformation et contrainte en un point à l'instant *t*.

**Figure V.4-** États de déplacement, déformation et contrainte à la surface à l'instant *t*.

**Figure V.5-** État de déplacement, déformation et contrainte à la base à l'instant *t*.

**Figure V.6-** Organigramme du programme élaboré « *Soil\_Dyn* » selon la méthode des différences finies.

**Figure V.7-** Forces agissant sur un élément « élémentaire » d'un profil de sol.

**Figure V.8-** Fonctions de Bessel pour différentes valeurs du facteur B.

**Figure V.9-** Discrétisation spatiale du profil de sol.

**Figure VI.1-** Paramètres d'ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Seed et al. (1986) pour le sable.

**Figure VI.2-** Paramètres d'ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Vucetic et Dobry (1991) pour l'argile (IP=0).

**Figure VI.3-** Paramètres d'ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Vucetic et Dobry (1991) pour l'argile (IP=100).



**Figure VI.4-** Différentes familles des courbes de chargement initial induites par l'application du modèle Sig4.

**Figure VI.5-** Représentation volumétrique de la variation du module de réduction de cisaillement  $G/G_0 \sim (\gamma, b, x_0)$  pour  $a = 0.99$  et  $y_0 = 0.01$ . a1)- représentation volumétrique, a2)- représentation pour  $\gamma = [10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 0.1]$ , a3)- représentation pour  $b = [-0.1, -0.5, -1]$  et a4)- représentation pour  $x_0 = [0, -0.75, -1.5, -2.5]$

**Figure VI.6-** Différentes familles des courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  induites par l'application du modèle Sig4 pour  $b = -0.5$  et  $b = -0.65$  et pour  $x_0 = [-0.5, -2.5]$ .

**Figure VI.7-** Différentes familles des courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$ ,  $(\xi \sim \gamma)$  induites par l'application du modèle Sig4 pour  $x_0 = -1, -2$  pour  $b = [-0.4, -1.5]$ .

**Figure VI.8-** Comparaison entre les courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  pour différents intervalles de  $b$  et  $x_0$ .

**Figure VI.9-** Comparaison entre les résultats fournis par le modèle Sig4 et les essais du TxSS pour un niveau de déformation imposée  $\gamma = 0.27\%$ .

**Figure VI.10-** Comparaison entre les résultats fournis par le modèle Sig4 et les essais du TxSS pour un niveau de déformation imposée  $\gamma = 0.32\%$ .

**Figure VI.11-** Résultats dynamiques du programme Soil\_Dyn sous forme de boucles d'hystérésis pour chaque sous couche du sol.

**Figure VI.12-** Comparaison entre les résultats prédits par DeepSoil et Soil\_Dyn sous forme d'accélération à la surface libre et leurs transformés de Fourier.

**Figure VI.13-** Comparaisons entre les résultats prédits par DeepSoil et Soil\_Dyn sous forme de boucles d'hystérésis pour la première et la dernière couche.

**Figure VI.14-** Résumé des réponses non linéaires suivant DeepSoil et Soil\_Dyn.

**Figure VI.15-** Modèle non linéaire contre le modèle linéaire équivalent ( $\times 0.01 a_{\max}$ ).

**Figure VI.16-** Modèle non linéaire contre le modèle linéaire équivalent ( $\times 1 a_{\max}$ ).

**Figure VI.17-** Schéma illustrant la surestimation de la contrainte maximale de cisaillement avec la méthode linéaire équivalente.

**Figure VI.18-** Courbe initiale suivant le modèle d'Iwan et le modèle rhéologique correspondant en assemblage de multi modèle linéaire.

**Figure VI.19-** Boucle d'hystérésis suivant le modèle d'Iwan et le critère de *Masing*.

**Figure VI.20-** Influence des nombres de segment sur le raffinement de la boucle d'hystérésis.

**Figure VI.21-** Correction de la taille des boucles d'hystérésis par l'application de la nouvelle technique pour le modèle Iwan.

**Figure VI.22-** Discrétisation spatiale en éléments finis unidimensionnels ainsi que la distribution linéaire entre les contraintes et déformations.

**FigureVI.23-** Résultats dynamiques des profils de sols étudiés.

**FigureVI.24-** Identifications des deux courbes initiales pour modéliser le sable.

**FigureVI.25-** Courbe de dégradations induites du modèle Iwan pour le sable.

**FigureVI.26-** Niveau de calibrage du facteur de correction  $\lambda_1$ .

**Figure VI.27-** Calibrage du facteur de correction  $\lambda_1$ .

**FigureVI.28-** Famille des boucles d'hystérésis pour les modèles initial et modifié d'Iwan pour des valeurs de corrections  $\lambda_1$ .

**FigureVI.29-** Famille de variation du coefficient après correction suivant le modèle d'Iwan modifié.

**FigureVI.30-** Résultats expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 0.1Hz.

**FigureVI.31-** Résultats expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 1Hz.

**FigureVI.32-** Résultats expérimentaux du TxSS par rapport à ceux prédits par le modèle Sig4 pour une fréquence de 1Hz.

**Figure VI.33-** Sous familles des formes des boucles d'hystérésis déduites des essais expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 1Hz.

**FigureVI.34-** Incidence de la variation du paramètre  $y_0$  sur l'évolution des contraintes et déformations.

**Figure VI.35-** Analogie entre l'évolution de  $R_u$  et  $y_0$ .

**Figure VI.36-** Performance du modèle Sig4 modifié par rapport au modèle initial.

**Figure VI.37-** Performance du modèle Sig4 modifié par rapport au modèle initial (général).

**Figure VI.38-** Performance du modèle Sig4 modifié avec facteur de correction.

**Figure VI.39-** Détail des démarches du modèle Sig4 modifié.

**Figure VI.40-** Enveloppe de dégradation de Seed et al. (1986) pour le sable et la simulation de sa partie supérieure par le modèle hyperbolique.

**Figure VI.41-** Détails explicatifs de la sous-estimation du modèle hyperbolique de la contrainte de cisaillement limite.

**Figure VI.42-** Nouveau modèle Hyp\_ $y_0$  de simulation des courbes de dégradations et de la contrainte de cisaillement limite.

**Figure VI.43-** Influence du paramètre  $y_0$  sur les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et ( $\xi \sim \gamma$ ).

**Figure VI.44-** Influence du paramètre  $y_0$  et la contrainte de cisaillement limite sur les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et ( $\xi \sim \gamma$ ).

**Figure VI.45-** Courbe de dégradations utilisées dans l'analyse du programme Nera.

**Figure VI.46-** Validation expérimentale du modèle Hyp\_ $y_0$ .

**Figure VI.47-** Profil et propriétés du site de l'île Treasure Island (Hashash and Park, 2002).

**Figure VI.48-** Accélération à la base du profil de sol de l'île de Treasure Island.

**Figure VI.49-** Récapitulation des résultats numériques sur le site de l'île de Treasure Island.

**Figure VI.50-** Modèle Hyp\_y0 contre le modèle hyperbolique pour le calcul de la réponse dynamique de l'île de Treasure Island.

# LISTE DES TABLEAUX

**Tableau I.1-**Caractéristiques des schémas temporels de la méthode de *Newmark* (Mahéo, 2006).

**Tableau II.1-** Contrainte équivalente et contrainte élastique limite pour différentes surface de charge.

**Tableau II.2-** Contrainte équivalente et contrainte élastique limite pour différentes surface

**Tableau VI.1-** Enveloppe des datas suivant Seed et al. (1986) pour le sable



# LISTES DES SYMBOLES

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ et $a_5$	Paramètres d'intégrations de la méthode de <i>Newmark</i>
$e$	Indice de vide
CSR	Résistance de cisaillement cyclique
$C_0$	La cohésion
$[D]^{ep}$	Matrice de rigidité élastoplastique
$d\lambda$	Paramètre d'écroûissage
$F^{TR}, F^{VM}, F^{MC}, F^{DP}$	Fonction de charge de Tresca, Von_Misès, Mohr-Coulomb et de Drucker_Prager
$F, F', F''$	Fonction de charge
$f_{bb}$	Courbe initiale
$f_m$ et $f_n$	Fréquences d'ordre m et n
$I_1$	Trace des contraintes
$IP$	Indice de plasticité
$J_{-p}(z)$	Fonction de Bessel
$K_0$	Poussée des terres au repos
$K_S$	Module de compressibilité
$[K], [C]$ et $[M]$	Matrices de rigidité, amortissement et de masse
$[\hat{K}]$	Matrice de rigidité effective
$G$	Module de cisaillement sécant
$G/G_0 \sim \gamma$	Dégradation du module de cisaillement
$G_0$	Module de cisaillement initial ou maximal
$G_1, G_2, \tau_2, m, G_p, G_r, \tau_y, \alpha$	Paramètres du modèle Ramberg-Osgood (R-O)
$G_t$	Module tangent
$G_s$	Module sécant
$M_t$	Module tangent normalisé
$V_I^t$	Vitesse déduite de l'excitation sismique à la base du sol
$V_s$	Vitesse de cisaillement

$V_{s1}$	Vitesse de cisaillement normalisée
$R_u$	Taux d'excès de la pression interstitielle
$\{u\}$ , $\{\dot{u}\}$ et $\{\ddot{u}\}$	Vecteurs de déplacement, vitesse et d'accélération
$y_0, a, x_0, b$	Paramètres du modèle Sig4
$\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c}$	Paramètre de surface de charge
$\varphi$	Angle de frottement
$\theta$	Angle de Lode
$\lambda_1(\gamma_a^i)$	Paramètre de correction de la courbe d'hystérésis
$\varepsilon_{ii}, \varepsilon_{ij}$	Déformation axiale et tangentielle
$\gamma_{oct}$	Déformation octaédrique
$\beta, s, \tau_{m0}, \delta_G, G_0^*, \delta_\tau, \tau_{m0}^*, v$	Paramètres du modèle <i>Modèle MKZ (Modified Kondner-Zelasko)</i>
$\gamma_r$	Paramètre du modèle Hardin, déformation de référence
$\xi$	Coefficient d'amortissement
$\gamma$	Distorsion
$\tau$	Contrainte de cisaillement
$\tau_{rev}$	Contrainte de cisaillement réversible
$\gamma_{rev}$	Déformation de cisaillement réversible
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales
$\tau_{max}$	Contrainte de cisaillement maximale où limite
$\xi \sim \gamma$	Evolution du coefficient d'amortissement
$\rho$	Masse volumique
$\sigma'_m$ ou $\sigma'_0$	Contrainte effective moyenne
$\sigma'_v$	Contrainte effective verticale
$\ddot{u}_g(t)$	Accélération à la base du profil de sol.
$\alpha_r$ et $\beta_r$	Paramètres pour le calcul de la matrice d'amortissement
$\omega_m$ et $\omega_n$	Pulsation d'ordre m et n liées aux fréquences $f_m$ et $f_n$
$\{\widehat{\Delta f}\}$	Vecteur de force effectif

# Introduction Générale

---

## 1. Introduction

Les tremblements de terres ont un effet dévastateur sur les sols et les structures et les conséquences sur les vies humaines sont souvent désastreuses. Le but de ce modeste travail est d'apporter une contribution pour une meilleure compréhension du comportement des sols et des faits liés aux chargements cycliques.

Sous un chargement cyclique le comportement des sols se manifeste de manière non-linéaire, et cela par la dégradation du module de cisaillement et aussi par l'augmentation du coefficient d'amortissement, accompagnées dans certains cas par une génération de la pression interstitielle  $R_u$  (e.g., Kramer, 1996; Ishihara, 1996). A cause de l'importance des réponses dynamique, des travaux de recherches ont traité ce problème théoriquement et expérimentalement. Différents instruments sont utilisés pour construire les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma$ ) tels que, la colonne de résonance (e.g., Hardin, 1970; Drnevich et al., 1978 ; Camacho-Tauta et al., 2017). Le *bender element* (BE) (e.g., Brignoli et al., 1996 ; Yamashita et al., 2009 ; Clayton, 2011) et *piezoelectric* (e.g., Éthier, 2009, Karray et al., 2015) donnent les caractéristiques dynamiques ( $G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma$ ) pour les faibles niveaux de déformations  $\gamma \leq 0.001\%$ , tandis que pour les hauts niveaux de déformations, les mesures sont faites par (DSS) (e.g., Roscoe, 1953 ; Bjerrum and Landva, 1966 ; Boulanger et al. 1993 ; Lanzo et al., 1997; Hussien et al., 2015), triaxial teste (CTX) (e.g., Peacock and Seed, 1968; Kokusho, 1980; Simcock et al., 1983), et cisaillement cyclique par torsion (e.g., Iwasaki et al., 1978; Bhatia et al., 1985). D'autres essais sont utilisés pour mesurer la vitesse de cisaillement  $V_s$  et par conséquent le module de cisaillement  $G_0(\rho V_s^2)$  avec  $\rho$  la masse volumique du sol. La construction de la courbe de dégradation ( $G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma$ ) et à cause de la limitation des instruments de mesures utilise plus d'un appareil pour les mesures ce qui rend une mauvaise compatibilité de mesure (Chehat et al., 2018) d'une part, d'autre part Il existe plusieurs code de calcul simples qui décrivent le comportement d'hystérésis entre les contraintes et déformations (e.g, Ramberg and Osgood, 1943; Kondner and Zelasko, 1963; Finn et al., 1977; Pyke, 1979; Vucetic, 1990) et des modèles complexes incorporant les notions de surface de charge, l'écrouissage, des critères de plasticité. Le comportement non linéaire des sols se caractérise par l'apparition des boucles d'hystérésis du fait de la non réversibilité entre les contraintes et les déformations pour les cas des chargements cycliques, qui influe sur

l'évolution du module de cisaillement sécant et le coefficient d'amortissement et donc sur la structure posée sur le sol.

Ils existent plusieurs modèles mathématiques qui prédisent la réponse non linéaire des sols sous sollicitations cycliques tel que le séisme, dans le plus connu est le modèle hyperbolique standard et modifié du fait de son nombre limité des paramètres de calibrage. Ces modèles suivent le critère de *Masing* pour décrire le chemin de chargement-déchargement (unloading-reloading), mais ce critère surestime les valeurs du coefficient d'amortissement pour les grands aux moyens niveaux de déformations. Dans ce modeste travail, un nouveau modèle mathématique appelé Sig4 (qui est un modèle sigmoïdal) est adapté dans les calculs dynamiques pour simuler le comportement cyclique des sols. Ce modèle est capable de fournir plusieurs formes de boucles d'hystérésis, d'ajuster le mieux possible les courbes de dégradation ainsi que la contrainte limite aux grands niveaux de déformations.

## **2. Problématique**

Avant d'atteindre les structures, les ondes sismiques se propagent de la source du séisme vers la surface en traversant les couches géologiques. Le mouvement engendré à la surface est très complexe, en particulier si on doit tenir compte du comportement réel du sol étudié et de la dissipation d'énergie sismique lors de son trajet.

Avec l'apparition de l'outil informatique, la résolution numérique s'est avérée comme un moyen incontournable pour les analyses post-sismiques. Elle constitue également un outil intéressant de simulation en vue de la prédiction de la réponse de dépôts de sol ou d'ouvrages en terre constitués avec l'apport des géomatériaux à des mouvements sismiques futurs.

Le premier modèle proposé par les chercheurs qui permet de quantifier l'effet de la variabilité spatio-temporelle des sols est le modèle unidimensionnel en posant l'hypothèse d'une propagation verticale des ondes et une extension latérale infinie. La méthode la plus universelle est celle utilisant le modèle viscoélastique linéaire équivalente proposé par Seed et Idriss au début des années 70 qui a été largement utilisée pour sa simplicité et la qualité des résultats fournis. Cette méthode présente toutefois des limitations importantes notamment lorsque le sol se caractérise par de forts non linéarités. De ce fait le recours aux méthodes non linéaires devient alors incontournable.



### 3. Objectifs visés

L'objectif principal fixé par le présent thème est de prendre en compte le comportement non linéaire des sols sous différents types de chargement entre autres, le chargement sismique. A cette fin, des modèles élastiques non linéaires, des modèles élastoplastiques basés sur les quatre critères standards de Mohr Coulomb, Tresca, Von Misès et Drucker Prager ont été développés pour pouvoir simuler de manière acceptable le comportement des sols sous sollicitations sismiques. La détermination de la matrice élastique non linéaire et élastoplastique est l'étape la plus complexe, pour cela il fallait intégrer les relations des différents modèles pour les cas unidimensionnel et bidimensionnel. L'actualisation de la courbe initiale « backbone » pour le modèle hyperbolique ainsi que la modèle Sig4 est nécessaire pour simuler le comportement des sols sous chargement cycliques pour différents niveaux de déformations afin de bien représenter l'allure de la courbe d'hystérésis par rapport à ceux des différents essais expérimentaux.

### 4. Organisation du mémoire

Ce mémoire est partagé en six chapitres, organisés comme ci-dessous :

Le *premier chapitre* fait l'objet d'une étude bibliographique consacrée, en premier lieu, aux méthodes numériques telles que la méthode des différences finis et la méthode des éléments finis, utilisées pour simuler la propagation des ondes dans un milieu semi-infini. Les différents modèles mathématiques utilisés pour prédire la réponse non linéaire des sols se base sur un paramètre clé de la géotechnique, qui est le module de cisaillement  $G_0$ . Ce dernier est déterminé en fonction de la vitesse de cisaillement soit par des essais ou par des relations empiriques en fonction de l'indice de vide et d'autres paramètres. Un petit flash sur les différents modèles standards non linéaires les plus utilisés dans l'analyse dynamique est mené, ainsi que les différentes méthodes numériques utilisées pour simplifier la résolution des équations différentielles du mouvement dynamiques.

Le *deuxième chapitre* est consacré à l'intégration des relations de Mohr Coulomb, Tresca, Von Misès, et Drucker Prager partant du principe de *Hill* sur la convexité de la fonction de charge et la normalité de la vitesse de déformation plastique qui vont faciliter la tâche d'intégration. La loi de normalité implique que le vecteur unitaire plastique est perpendiculaire à la surface de charge et colinéaire au vecteur unitaire élastique. La matrice élastoplastique est élaborée à la fin de ce chapitre par une intégration explicite, car cette

technique d'intégration est générale et dépend seulement de certaines conditions à vérifier pour avoir la stabilité et la convergence des méthodes numériques.

Le *troisième chapitre* est consacré à l'exposition des différentes techniques utilisées pour modifier le critère de Masing afin de simuler des comportements particuliers des sols sous sollicitations cycliques. Les différents modèles et spécialement le modèle hyperbolique sur- estime le coefficient d'amortissement pour les moyens à grands niveaux de déformation. Pour cette raison un facteur de réduction est introduit pour réduire la taille des boucles d'hystérésis afin de diminuer la valeur du coefficient d'amortissement. Une technique est explorée avec démonstration pour simuler la forme *S\_Shape* qui caractérise le comportement cyclique des sables en grandes déformations. Cette forme prédit une évolution bien particulière du coefficient d'amortissement, qui atteint un pic déjà remarqué par plusieurs chercheurs.

Le *quatrième et le cinquième chapitre* traitent les techniques de l'intégration des relations élastiques non linéaires en modèles 2D et 1D respectivement. Pour le cas unidimensionnel la réponse non linéaire d'un profil de sol stratifié est menée suivant une intégration par la méthode des différences finis et aussi par la méthode des éléments finis soit en contraintes totales ou en contraintes effectives. L'introduction de l'effet de la pression interstitielle par l'application de la notion de l'énergie va dégrader le module de cisaillement. Généralement l'effet de la pression dépend de la déformation caractéristique  $\gamma_{th}$ .

Le *sixième chapitre* fait l'objet de validations et des performances numériques du programme élaboré « Soil\_Dyn ». Des applications différentes sont menées afin d'étudier les capacités du modèle élastique non linéaire (Sig4) dans le traitement des problèmes liés aux sollicitations cycliques.

Des conclusions générales suivies de recommandations pour des travaux futurs sont données à la fin du mémoire.

## Chapitre I

---

# *Etude bibliographique sur le comportement non linéaire des sols*

## **I.1. Introduction**

Ce chapitre consiste d'abord à mener une recherche bibliographique sur la modélisation du comportement non linéaire des sols. La méthode des éléments finis et la méthode des différences finies ainsi que leur combinaison sont largement utilisées pour modéliser le comportement dynamique des sols soumis à un chargement cyclique et sont incorporées dans beaucoup de logiciels de calcul tels que Flac (Itasca, 2008). La qualité des résultats prédits par un calcul numérique dépend essentiellement du modèle mathématique qui décrit la relation entre les contraintes et les déformations et comme il n'existe pas une relation universelle, les expressions disponibles dans la littérature sont valables dans des domaines d'emploi bien définis et pour un matériau spécifié.

La relation d'élasticité n'est valable que pour un état de sollicitation faible. Tandis que pour un niveau de déformations moyen à grand, le recours aux modèles non linéaires devient inévitable. Dans ce chapitre, un exposé des différents modèles élastiques non linéaires tels que le modèle hyperbolique, le modèle Sig4 (incorporé dans le logiciel Flac6), le modèle Ramberg Osgoode, ...est donné. Les paramètres d'ajustement de ces modèles dépendent essentiellement du module de cisaillement à très faibles niveaux de déformations ( $G_0$ ), qui peut être déduit de la vitesse de cisaillement ( $V_s$ ) qui dépend elle aussi de l'indice des vides. Le module de cisaillement est un paramètre clé de géotechnique (Hussein and Karray, 2015), donc une grande attention doit être accordée dans son évaluation soit par mesures, soit par l'application des relations empiriques.

## **I.2. Méthodes numériques pour la prédiction de la réponse non linéaire**

La réponse non linéaire due à un chargement cyclique tel que le séisme est très complexe et nécessite beaucoup d'investigations mathématiques et matérielles. Il est impossible d'appliquer des méthodes exactes pour déterminer cette réponse, de ce fait le recours aux méthodes de calcul approximatives s'impose surtout avec l'évolution et la progression de la technologie informatique de nos jours.

Les méthodes de modélisations numérique sont en progrès aux cours des dernières décennies telles que la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, la méthode des éléments de frontière, la méthode des volumes finis, ..., du fait de leur

précision et efficacité de calcul, sont dominantes par rapport à toutes les méthodes approximatives.

### **I.2.1. Méthode des différences finies (MDF)**

L'approche des différences finies, qui enveloppe de nombreux schémas numériques, a été largement utilisée en géophysique et le reste encore de nos jours (incorporée dans beaucoup de logiciels de calcul tel que FLAC6). Cette méthode est largement adoptée en raison de sa précision satisfaisante et sa facilité de mise en œuvre. Les MDF reposent sur une formulation forte des équations aux dérivées partielles (EDP) via un calcul du champ d'onde sur un ensemble de points répartis généralement selon une grille cartésienne.

Les MDF ont été appliquées dans de nombreux contextes et à de multiples échelles. On peut mentionner les développements pour les milieux élastiques (Graves, 1996 ; Bohlen and Saenger, 2006), visco-élastiques (Day and Bradley, 2001 ; Saenger and Bohlen 2004), anisotropes (Igel and al., 1995) et poro-élastiques (Wenzlau and Müller, 2009 ; Masson and Pride, 2010). En application aux problèmes tridimensionnels (3D), les MDF ont été employées pour l'étude des effets de site dans des bassins sédimentaires (Olsen, 2000), pour l'inversion des formes d'ondes (Ben-Hadj-Ali et al., 2008 ; Plessix, 2009 ; Sirgue et al., 2010) et pour la modélisation de la rupture dynamique des séismes (Day et al., 2005), pour ne citer que quelques applications majeures.

Les limitations des MDF sont intrinsèquement liées aux grilles utilisées. Avec une grille régulière, le pas d'espace est contraint par la vitesse minimale du milieu et dans le cas de milieux fortement hétérogènes, on peut aboutir à des grilles numériques de tailles conséquentes. La discrétisation par rapport à la longueur d'onde plus courte conduit à un sur-raffinement des régions rigides avec une croissance conséquente du temps de calcul du processeur (plusieurs jours) et de la mémoire requise. Un second inconvénient majeur des MDF provient de leur limitation liée à la présence de topographie. Si les MDF sont adaptées au cas d'une surface libre plane (Gottschammer and Olsen, 2001), il n'en va pas de même en cas de topographie complexe.

### **I.2.2. Méthode des éléments finis standards (MEF)**

Dès lors qu'une topographie complexe doit être considérée, la méthode des différences finies (MDF) est difficilement applicable. Les méthodes des éléments finis (MEF) sont alors d'intéressantes alternatives. Basés sur une formulation faible des EDP et une

discrétisation non régulière, les MEF permettent de prendre en compte des géométries complexes par l'usage d'un maillage adapté. Appliquée très tôt en mécanique du solide (Zienkiewicz and Taylor, 2005), les MEF ont vu leur introduction tardive dans le domaine géophysique (Marfurt, 1984).

La méthode des éléments finis (MEF) en dynamique est basée sur une approximation discrète de l'équation du mouvement dans sa formulation faible (Zienkiewicz and Taylor, 2000 ; Hughes, 2012). Cette méthode présente des avantages bien connus comme la possibilité de modéliser des géométries complexes. Les premières applications de la MEF à la sismologie ont été réalisées dans les années 70 pour les ondes de surface (Lysmer and Drake, 1972) et pour les ondes de volume (Smith, 1975).

Dans la pratique, la MEF est largement adoptée pour simuler les vibrations induites par les sources dynamiques anthropiques situées au voisinage de la surface libre comme les voies ferroviaires (Ju, 2002 ; Ju and Lin, 2004 ; Ryue et al., 2008) ou tunnels d'excavation (Yang et al., 2007 ; Rahman and Orr, 2011). Toutefois, la MEF classique est basée sur des approximations d'ordre généralement assez bas pour introduire la dispersion numérique (Mullen and Belytschko, 1982). D'autres effets parasites numériques peuvent survenir comme l'amortissement numérique, les erreurs de polarisation, l'anisotropie numérique introduite par la discrétisation spatiale, des erreurs des vitesses de phase et de groupe, la diffraction et la diffusion de modes parasites (Semblat and Pecker, 2009). Ces erreurs numériques sont non physiques et doivent être réduites au minimum. A cet effet, une possibilité lors de l'utilisation des EFs d'ordre bas est d'affiner la discrétisation du domaine de calcul. Toutefois, ce choix implique une croissance des coûts de calcul. Une autre possibilité est d'augmenter le degré des polynômes utilisés dans les fonctions de base. L'efficacité des EFs d'ordre élevé dans les simulations du mouvement du sol est discutée dans Semblat and Brioist (2009). Les méthodes d'ordre élevé peuvent également combiner la précision de la méthode pseudo-spectrale globale avec la flexibilité de la méthode des éléments finis. Elles ont été introduites dans la dynamique des fluides numérique (Patera, 1984) et sont appelées méthode des éléments finis spectraux (MES).

Les MEF reposent sur une décomposition des champs d'onde sur des bases polynômiales définies au sein d'éléments aux géométries arbitraires. En contrepartie, le coût numérique des MEF est généralement important en raison de la taille conséquente du système linéaire

à résoudre. Dans le but de réduire ce coût, des approches ont conduit à la technique de condensation de masse (Chin-Joe-Kong et al., 1999).

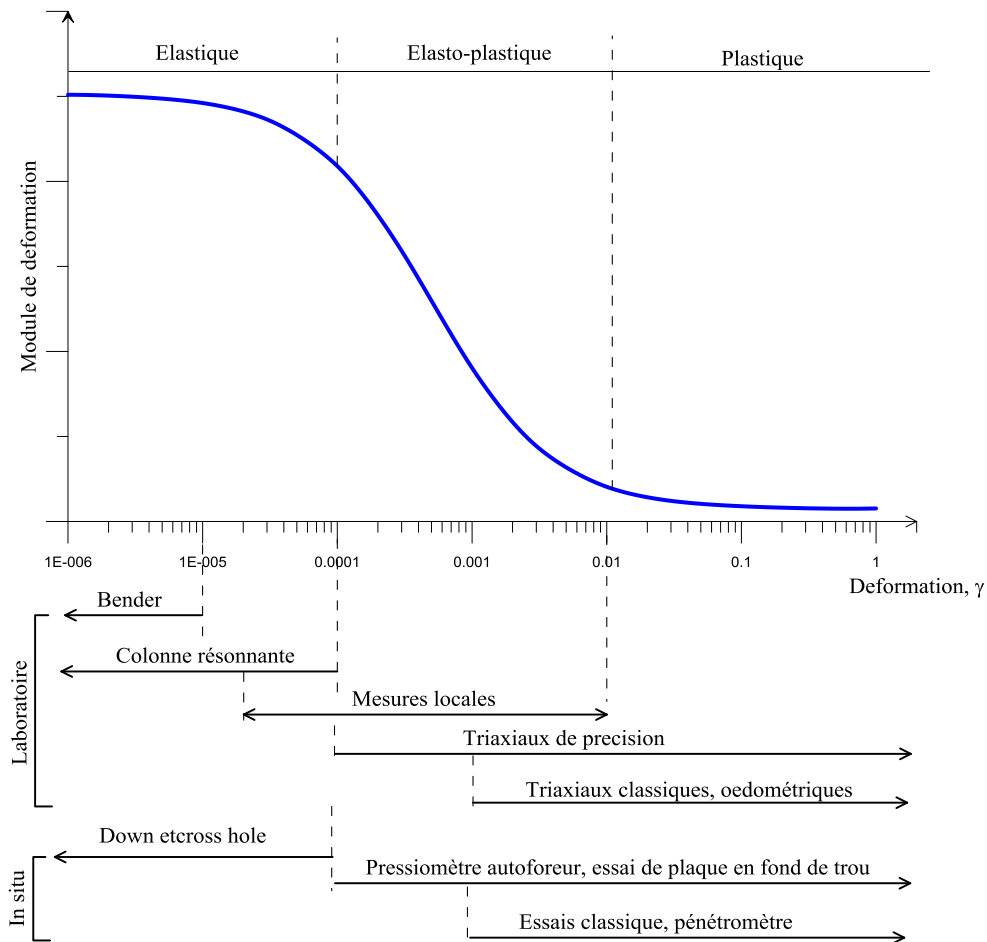
### **I.2.3. Modèles de comportement des sols secs**

Le sol se comporte de manière fortement non linéaire une fois sollicité par un changement cyclique au-delà d'un certain niveau de déformations. Cette constatation est presque entièrement basée sur des études de laboratoires comme les essais cycliques sur des échantillons de sol. Les boucles contrainte-déformation observées dites "boucles d'hystérésis" dans ces essais montrent une diminution du module de cisaillement et une augmentation de l'amortissement aux niveaux élevés de déformation (Hardin and Drnevich, 1972-a ; Hardin and Drnevich, 1972-b ; Vucetic, 1990 ; Seed et al., 1986).

La première technique utilisée pour l'analyse dynamique des sols est la méthode linéaire équivalente développée par Seed et Idriss au début des années 70 et implantée depuis dans plusieurs codes de calcul (Stewart et al., 2008) (SHAKE 2000, QUAD-4M, FLUSH, DeepSoil, ProShake, ..). Elle est particulièrement adaptée pour l'évaluation de la réponse des profils constitués de couches horizontales soumis à un mouvement du sol dû à la propagation verticale d'onde de cisaillement. Elle rend compte d'une façon approchée des caractéristiques fondamentales du comportement du sol sous sollicitations cycliques par l'utilisation de la rigidité dynamique équivalente et le coefficient d'amortissement hystérétique pour les paramètres du sol. Il y'a aussi les modèles élastiques ou viscoélastiques non linéaires (Delépine et al., 2009) comme tentatives pour améliorer les modèles linéaires équivalentes (Assimaki and Kausel, 2002). Des méthodes non linéaires impliquant la rigidité tangente dynamique plutôt que la valeur équivalente (sécante) ont été aussi développées.

Il est bien connu en géotechnique et dynamique des sols également que la réponse du sol est non linéaire au-delà d'un certain niveau de déformation (Beresnev and Wen, 1996). Une fois que la déformation de cisaillement dépasse d'environ  $10^{-5}$  (Assimaki et al., 2000 ; Darendeli, 2001) ou  $10^{-6}$  (Fahey, 1992; Wichtmann and Triantafyllidis, 2009; Wichtmann and Triantafyllidis, 2013), appelé ci-après le seuil linéaire, le comportement contrainte-déformation des sols devient de plus en plus non-linéaire et il y'a différentes façons de définir le module de cisaillement ou l'amortissement. Par conséquent, toute approche pour les analyses de chargement cyclique avec une plus grande intensité doit tenir compte du niveau des déformations cycliques. La figure I.1, illustre les limites des

différentes méthodes d'analyse basées sur la déformation cycliques (Ishihara, 1996 ; Reiffsteck, 2011).



**Figure I.1-** Détermination des modules de déformation et méthode d'analyse en fonction de la déformation cyclique

### I.3. Modèles pour simuler le comportement dynamique des sols

Sous un chargement cyclique le comportement des sols se manifeste de manière fortement non-linéaire, et cela par la dégradation du module de cisaillement (module sécant) et aussi la variation du coefficient d'amortissement, accompagnées dans certains cas par une augmentation de la pression interstitielle  $R_u$  (e.g., Kramer, 1996; Ishihara, 1996). La déformation dépend des caractéristiques dynamiques telles que la dégradation du module de cisaillement et l'augmentation du coefficient d'amortissement qui influent sur la réponse dynamique (sous chargement sismique par exemple). Pour cette raison et à cause de l'importance des réponses dynamique, des travaux de recherches ont traité ce problème



théoriquement et expérimentalement afin de simuler au mieux la dégradation du module tangent et l'augmentation du coefficient d'amortissement. Différents instruments tels que, la colonne de résonance (e.g., Hardin, 1970; Drnevich et al., 1978 ; Camacho-Tauta et al., 2017). Le *bender element* (*BE*) (e.g., Brignoli et al., 1996 ; Yamashita et al., 2009 ; Clayton, 2011) et *piezoelectric* (e.g., Éthier, 2009, Karray et al., 2015) donnent les caractéristiques dynamiques ( $G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma$ ) pour les faibles niveaux de déformations  $\gamma \leq 0.001\%$ , tandis que pour les hauts niveaux de déformations, les mesures sont faites par (*DSS*) (e.g., Roscoe, 1953 ; Bjerrum and Landva, 1966 ; Boulanger et al. 1993 ; Lanzo et al., 1997; Hussien et al., 2015), triaxial teste (*CTX*) (e.g., Peacock and Seed, 1968; Kokusho, 1980; Simcock et al., 1983), et cisaillement cyclique par torsion (e.g., Iwasaki et al., 1978; Bhatia et al., 1985). D'autres essais sont utilisés pour mesurer la vitesse de cisaillement  $V_s$  et par conséquent le module de cisaillement  $G_0(\rho V_s^2)$  avec  $\rho$  la masse volumique du sol. Notons que le *CTX* est limité à un niveau de déformation ( $\gamma \leq 0.01\%$ ) (e.g., Ishihara, 1996) (Figure I.1).

La construction de la courbe de dégradation et à cause de la limitation des instruments de mesures utilise plus d'un appareil pour les mesures ce qui rend une mauvaise compatibilité de mesure (Chehat et al., 2018) (Figure I.1)

La prédiction des courbes de dégradation nécessite aussi des modèles mathématiques capables de reproduire et d'ajuster au mieux les essais (*TxSS*). Le modèle mathématique doit simuler le comportement non-linéaire régi par les relations contrainte-déformation pour les cas cycliques (chargement-déchargement) produisant des courbes de formes hystériques. Il existe plusieurs codes de calcul simples qui décrivent le comportement d'hystérésis entre les contraintes et déformations (e.g, Ramberg and Osgood, 1943; Kondner and Zelasko, 1963; Finn et al., 1977; Pyke, 1979; Vucetic, 1990) et des modèles complexes incorporant les notions de surface de charge, l'écrouissage, des critères de plasticité.

L'intégration des lois de comportements peut se faire en contraintes totales ou en contraintes effectives par le biais de l'évolution de la pression interstitielle durant ou après une secousse sismique (Stewart et al., 2008). La plupart de ces modèles sont construits par une fonction de chargement appelée courbe initiale (backbone) suite à des essais cycliques pour différents niveaux de déformation et par une courbe de chargement-déchargement suivant le critère de Masing (Masing, 1926) ou critère de Masing élargi (Kramer, 1996). Les modèles qui suivent la courbe de chargement initiale et le critère de Masing pour le cas

de déchargement-rechargement avec peu de paramètres pour simuler le comportement non-linéaire les plus connus sont ceux qui utilisent une forme hyperbolique « Kondner-Zelasko (KZ) » (Kondner and Zelasko, 1963) et hyperbolique modifiée (modified Kondner-Zelasko) (MKZ) (Matasovic, 1993). Toutefois il y'a des limitations à ces derniers, car ils surestiment le coefficient d'amortissement pour un grand niveau de déformation. Pour cette raison, des modifications sont faites sur ce modèle (Darendeli, 2001; Phillips and Hashash, 2009; Chehat et al., 2017). D'autres modèles utilisent les critères de plasticité et les critères de rupture pour simuler le comportement non-linéaire des sols (Borja and Amies, 1994; Boulanger et al., 2011) ainsi que des modèles hybrides (Yee et al., 2013; Gingery and Elgamal, 2013). Pour confronter le problème de surestimation du coefficient d'amortissement, Darendeli (2001), Phillips and Hashash (2009) ont introduit un facteur de correction sur la boucle d'hystérésis afin de minimiser le coefficient d'amortissement pour les moyens à grands niveaux de déformations.

### **I.3.1. Différentes approches pour la prise en compte de la non-linéarité du sol**

En général, deux approches sont classiquement utilisées pour modéliser le comportement cyclique non linéaire du sol: le modèle linéaire équivalent et le modèle non linéaire (Gandomzadeh, 2011). L'approche linéaire équivalente se ramène à une équation linéaire exprimée en termes de déformation de cisaillement effective. Cette approche a l'avantage de la simplicité mathématique et la préservation du principe de superposition mais présente l'inconvénient de mauvaises prévisions à grandes déformations et l'incapacité à modéliser la déformation plastique et/ou la rupture (Borja et al., 2000). La capacité à représenter le développement ou la permanence de déformation est l'un des avantages les plus importants des modèles non linéaires cycliques par rapport aux modèles linéaires équivalents. La possibilité du calcul des variations de pression interstitielle, la contrainte effective, représente un autre avantage important des modèles non linéaires cycliques (Kramer, 1996).

### **I.3.2. Modélisation de la non-linéarité du sol**

Les études sur la non-linéarité du sol utilisent soit des équations d'état simples avec peu de paramètres soit des formulations complexes avec plusieurs paramètres. En général, ces modèles peuvent être divisés en deux groupes: les modèles constitutifs avancés et les modèles mécaniques.

Le premier groupe (*modèles constitutifs avancés*) se compose de modèles tensoriels qui établissent une relation entre les incréments des tenseurs de déformation et contrainte (Hujeux, 1979, 1985). Les méthodes basées sur les modèles de comportement avancés utilisent les principes de base de la mécanique pour décrire le comportement des sols observé pour : a) des conditions générales de contrainte initiale, b) une grande variété de chemins de contraintes, c) des axes principaux de contrainte en rotation, d) un chargement cyclique ou monotone, e) des taux de déformation élevés ou faibles et f) des conditions drainées ou non drainées.

Dans de nombreux cas pratiques tels que les réponses aux mouvements forts, le problème étudié est limité à une dimension spatiale et le sol se déforme dans des conditions de cisaillement simple. Dans de tels cas, il peut être plus fiable de construire un modèle de comportement ne considérant que les éléments de contrainte et de déformation impliqués dans une dimension plutôt que d'utiliser la représentation générale tensorielle. Ces modèles, généralement appelés modèles non linéaires cycliques ou *modèles mécaniques*, constituent le deuxième groupe. Outre le fait que ces modèles sont généralement plus simples, ils ont l'avantage de permettre un calage avec des données expérimentales représentant le même type de déformation (simple cisaillement cyclique).

### **I.3.3. Représentation des relations d'élasticité non linéaires**

Plusieurs matériaux montrent des relations contraintes-déformations non-linéaires d'aspects similaires. Des modèles ont été mis en place pour décrire, par une fonction donnée, la relation non-linéaire liant les contraintes et les déformations ou, dans le cas du modèle hystérétique, la courbe squelette "*backbone curve*". Quelques-uns de ces modèles sont présentés dans cette section.

#### ***I.3.3.1 Modèle hyperbolique***

Une représentation largement utilisée des relations contraintes-déformations élastiques non-linéaires est la famille des lois hyperboliques. Ces relations ont été uniformisées par Duncan et Chang (1970) d'après les résultats de laboratoire de Kondner (1963). La représentation générale des courbes hyperboliques est donnée par la relation (I.1).

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_0} + \frac{\gamma}{\tau_{max}}} \quad (I.1)$$

où  $\gamma$  et la déformation,  $G_0$  est le module de cisaillement initial et  $\tau_{max}$  la résistance en cisaillement. Cette équation (Eq. I.1) ne décrit pas le comportement à la rupture du matériau mais se sert des propriétés de résistance du matériau pour estimer son comportement élastique.

### ***1.3.3.2. Modèle de Ramberg-Osgood***

Le modèle de Ramberg and Osgood (1943), a été créé en tant qu'alternative aux modèles hyperboliques offrant une meilleure procédure de simulation. Dans sa forme originale, le modèle s'exprimait comme

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} + \lambda \left( \frac{\tau}{G_0} \right)^m, \lambda = \left( \frac{G_1}{G_2} - 1 \right) \left( \frac{\tau_2}{G_0} \right)^{1-m} \quad (I.2)$$

où  $G_1$  et  $G_2$  représentent le module de cisaillement sécant au début et à la fin du chargement,  $\tau_2$  est la contrainte de cisaillement à la fin du chargement et  $m$  est un paramètre définissant la forme de la courbe. Une version alternative a été proposée par Desai et Wu (1976) sous la forme suivante (Eq. I.3).

$$\tau = \frac{G_r \gamma}{\left( 1 + |G_r \gamma / \tau_y|^m \right)^{1/m}} + G_p \gamma \quad (I.3)$$

où  $G_p$  est le module de cisaillement de la zone plastique,  $G_r$  la différence entre le module initial et le module plastique,  $\tau_y$  la contrainte de cisaillement à la limite plastique et  $m$  un coefficient défini selon l'aspect de la courbe.

### ***1.3.3.3. Modèle de Hardin-Drnevich***

L'équation de réduction du module de Hardin and Drnevich (1972) ne comprend qu'un paramètre, soit  $\gamma_r$ , qui est la déformation en cisaillement à laquelle la courbe de réduction atteint la valeur de  $G/G_0 = 0.5$  (Darendeli, 2001).

Cette équation s'écrit par :

$$\tau = G_0 \frac{1}{1 + \gamma/\gamma_r} \quad (\text{I.4})$$

Cette équation a pour avantage sa simplicité, mais elle est limitée dans la gamme de courbes de réduction qu'elle peut représenter. Ainsi, elle s'adapte bien aux courbes de réduction proposées par Seed et Idriss (1970), mais moins bien à d'autres courbes pour différents matériaux tels que les argiles. Le modèle Hardin-Drnevich est implanté dans le logiciel *FLAC8* pour modéliser le comportement hystérétique avec le critère de Masing.

#### ***1.3.3.4. Modèle Sigmoidaux***

Les courbes sigmoïdales sont une manière de représenter les courbes de réduction du module  $G/G_0(M_S)$  et sont définies par 4 paramètres. L'équation générale des courbes sigmoïdales est (Mánica et al., 2014; Lee et al., 2015; Lourenço et al., 2017; Chehat et al., 2018)

$$\tau = G_0 \left[ y_0 + \frac{a}{1 + \exp\left(-\frac{L-x_0}{b}\right)} \right] \gamma \quad (\text{I.5})$$

où le paramètre  $a$  contrôle l'amplitude de la courbe, le paramètre  $b$  son étendue sur l'axe des abscisses, le paramètre  $x_0$  la position sur l'axe des abscisses et le paramètre  $y_0$  la position sur l'axe des ordonnées. Le paramètre  $L$  est le logarithme à base 10 de la déformation en cisaillement, exprimée en %. Le paramètre  $y_0$  peut-être omis pour obtenir un modèle sigmoïdal à 3 paramètres (Sig3). Le nombre important de paramètres permet d'ajuster les données de laboratoire efficacement mais rend la tâche ardue lorsque cet ajustement est fait manuellement. Les modèles sigmoïdaux sont implantés dans le logiciel *FLAC8* pour modéliser le comportement hystérétique.

#### ***1.3.3.5. Modèle MKZ (Modified Kondner-Zelasko)***

Le modèle MKZ est une adaptation du modèle de Kondner and Zelasko (1963) de Matasovic (1993). Le modèle original se voulait une méthode de représentation de la contrainte en cisaillement selon le module initial et la contrainte à la rupture.

L'expression du modèle est donnée par l'équation :

$$\tau = G_0 \frac{\gamma}{1 + \frac{G_0}{\tau_{m0}} \gamma} \quad (I.6)$$

où  $\tau_{m0}$  est la résistance à la rupture du sol en cisaillement. Le modèle initial a été conçu pour couvrir la plus grande plage de valeurs possibles. Toutefois, dans un contexte de cisaillement dynamique, les déformations sont relativement faibles. Une valeur de  $\tau_{m0}$  pour une déformation maximale plus près des valeurs-cibles (ordre de 1%) peut être utilisée.

Un nombre limité de paramètres restreint toutefois la gamme de valeurs pouvant être représentée avec un degré de précision acceptable. La modification de Matasovic ajoute donc deux paramètres au modèle initial qui devient :

$$\tau = G_0 \frac{\gamma}{1 + \beta \left( \frac{G_0}{\tau_{m0}} \gamma \right)^s} \quad (I.7)$$

où  $s$  et  $\beta$  sont des paramètres d'ajustement des courbes aux données de laboratoire. Une forme alternative de l'équation est également proposée par Matasovic où  $\tau$ ,  $\tau_{m0}$  et  $G_0$  sont normalisés par rapport à  $\sigma'_{v0}$  pour devenir  $\tau^*$ ,  $\tau_{m0}^*$  et  $G_0^*$ .

Le modèle MKZ peut également être ajusté pour tenir compte de la dégradation du module de cisaillement initial et de la contrainte de cisaillement  $\tau_{m0}$ .

Le modèle s'exprime donc :

$$\tau^* = \frac{\delta_G G_0^* \gamma}{1 + \beta \left( \frac{\delta_G G_0^*}{\delta_\tau \tau_{m0}^*} \gamma \right)^s} \quad (I.8)$$

Les coefficients  $\delta_G$  et  $\delta_\tau$  sont définis d'après l'excès de pression interstitielle normalisée  $r_u$  selon les équations suivantes :

$$\begin{cases} \delta_G = \sqrt{1 - r_u} \\ \delta_\tau = (1 - r_u)^v \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

où  $v$  est un paramètre d'ajustement du modèle MKZ.

#### I.4. Vitesse de l'onde de cisaillement en tant que paramètre géotechnique

Le module de cisaillement est un paramètre caractérisant la rigidité d'un sol se trouvant dans un état de contrainte donné. Généralement, quand on est dans le domaine des petites déformations (inférieures à  $10^{-3}\%$ ) (Nejada et al., 2017; Lourenço et al., 2017), on parle du module de cisaillement maximal ou initial d'un sol ( $G_{max}$  ou  $G_0$ ) lié à la vitesse de cisaillement par  $G_0 = \rho V_s^2$  (Vucetic et Dobry, 1991; Park and Kishida, 2018; Nejad et al., 2018; Djabali-Mohabeddine et al., 2017).

L'expérience montre que les principaux facteurs qui conditionnent le module de cisaillement  $G$  et ses variations en fonction de l'amplitude des déformations sont principalement, pour les sols granulaires:

- L'indice des vides ( $e$ ),
- La contrainte effective moyenne ( $\sigma'_m$  ou  $\sigma'_0$ ),
- Les caractéristiques des grains, forme, dimension, minéralogie, granulométrie.

Dans le cas des sols cohérents, il faut ajouter les facteurs suivants :

- Les effets des chargements antérieurs,
- L'indice de plasticité ( $IP$ ),
- La teneur en eau,
- Les propriétés thixotropiques du matériau.

Généralement, la vitesse de cisaillement est donnée sous sa forme générale par ((Hardin and Richart, 1963; Giang et al., 2017) :

$$V_s = AF(e)(\sigma'_m)^B \quad (\text{I.10})$$

Où  $F(e)$  est une fonction de l'indice de vide, A et B des constantes.

La vitesse de cisaillement  $V_s$  est normalisée en  $V_{s1}$  (Moon and Ku, 2016) par :

$$V_{s1} = V_s \left( \frac{P_a}{\sigma'_v} \right)^{0.25} \quad (\text{I.11})$$

D'après l'équation (I.10), la constante  $B$  est prise égale à 0.25. La pression atmosphérique  $P_a$  est d'ordre 100 kPa, et comme  $\sigma'_v = \sigma'_m [3/(1 + 2K_0)]$  (Astroza et al., 2018; Ha Giang et al., 2017), la relation (I.11) est réécrite de la manière suivante :

$$V_{s1} = AF(e)V_s \left( \frac{100}{3/(1 + 2K_0)} \right)^{0.25} \quad (\text{I.12})$$

avec  $K_0$  est la poussée des terres au repos.

La fonction  $F(e)$  est de la forme (Moon et al., 2016)

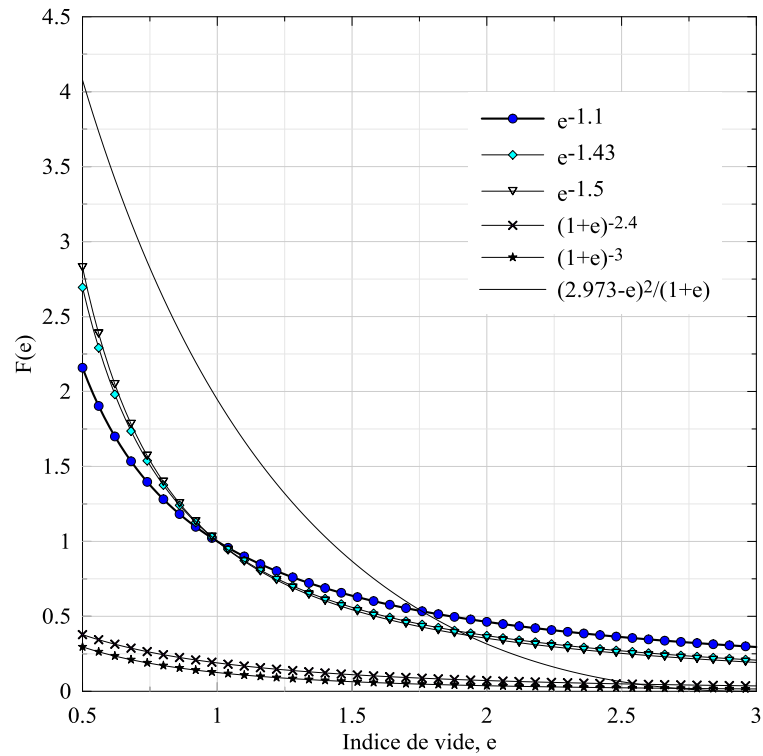
$$F(e) = (c + e)^b \quad (\text{I.13})$$

avec  $c$  et  $b$  des constantes.

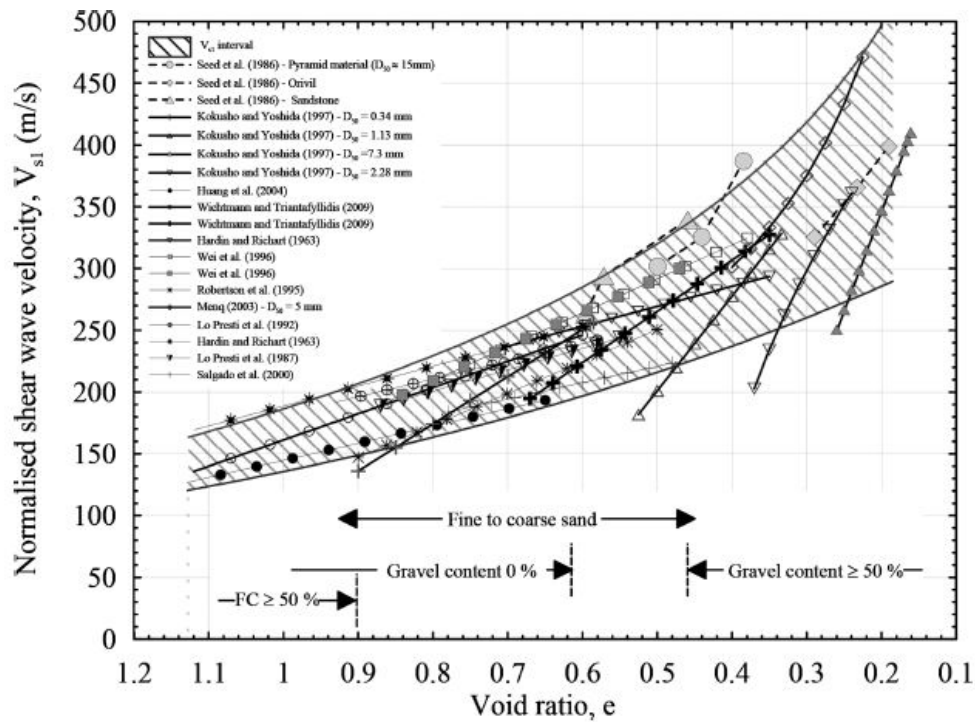
La figure (I.2) schématise les différentes formes de la fonction  $F(e)$  utilisée dans la littérature d'après (Moon et al., 2016). Les figure (I.3) et (I.4) schématisent les différents travaux liés à la détermination de la vitesse de cisaillement normalisé  $V_{s1}$ .

Il est essentiel d'estimer correctement la vitesse de l'onde de cisaillement,  $V_s$ , des sols à des faibles niveaux de déformations (donc  $G_0$ ), car sa pertinence pour l'analyse et la conception de divers structures géotechniques est bien reconnue (McGillivray and Mayne, 2004; Lee et al. 2014).

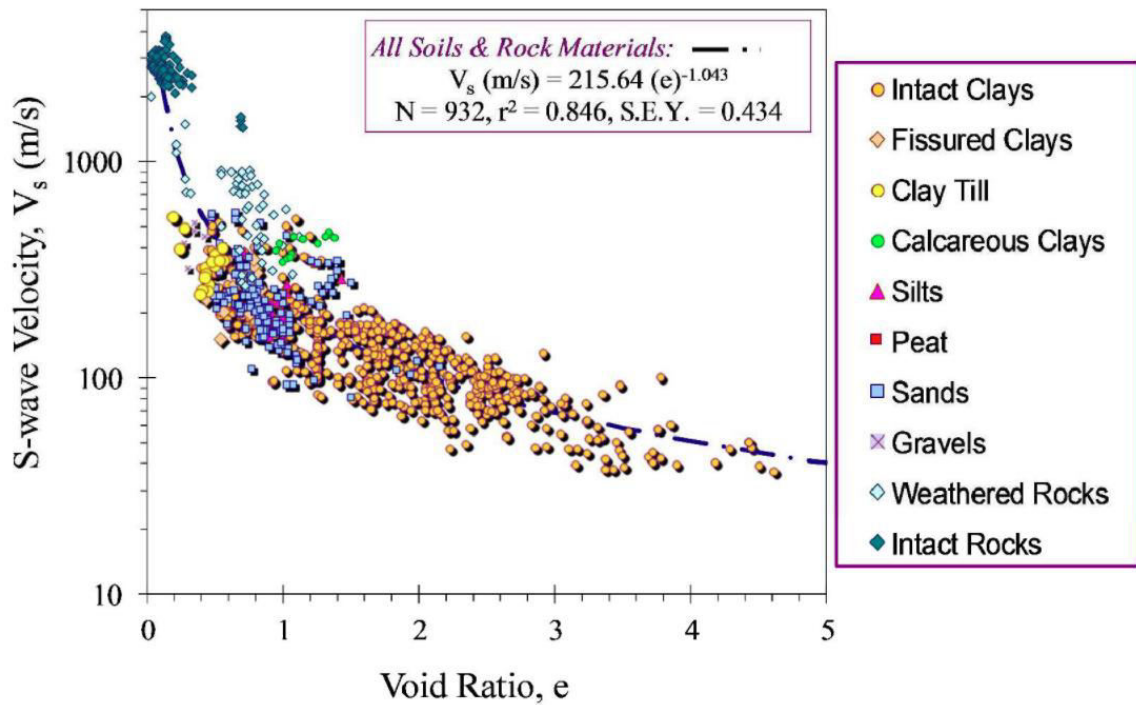




**Figure I.2-** Différentes formes de la fonction  $F(e)$  en fonction de l'indice de vide  $e$  (Moon et al., 2017).



**Figure I.3-** Familles de vitesses de cisailment normalisées en fonction de l'indice des vides  $e$  (Hussein and Karray, 2015).



**Figure I.4.** Tendence générale entre la vitesse de l'onde de cisaillement ( $V_s$ ) et l'indice de vide ( $e$ ) (données obtenues à partir de Mayne et al., 2009).

Pour le sable, et d'après les travaux de Hardin and Richard (1963), Robertson et al. (1995), la variation de la vitesse de cisaillement normalisés ( $\Delta V_{s1}$ ) doit être comprise entre 80 à 110 m/s.

### I.5. Analyse non-linéaire dans le domaine temporel

L'équation du mouvement est donnée par (Zhao and Xia, 2018)

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f(t)\} \quad (\text{I.14})$$

avec  $\{u\}$ ,  $\{\dot{u}\}$  et  $\{\ddot{u}\}$  les vecteurs de déplacement, vitesse et d'accélération,  $[K]$ ,  $[C]$  et  $[M]$  les matrices de rigidité, amortissement et de masse et  $f(t)$  et le vecteur de chargement. Pour le cas d'un séisme,  $f(t) = -[M]\{I\}\ddot{u}_g(t)$  (Gasha et al., 2017; Bidoki and Shayanfar, 2018) ou  $\{I\}$  est le vecteur unitaire et  $\ddot{u}_g(t)$  est l'accélération à la base.

La matrice d'amortissement  $[C]$  est donnée en fonction de la matrice de masse  $[M]$  et de raideur  $[K]$  par la relation (1.17) (Falcone et al., 2018; Poul et al., 2018; Ye et al., 2018).

$$[C] = \alpha_r[M] + \beta_r[K] \quad (I.15)$$

Les paramètres  $\alpha_r$  et  $\beta_r$  sont donnés par (Amorosi et al., 2017)

$$\begin{Bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \begin{Bmatrix} \omega_m \omega_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (I.16)$$

où  $\omega_m$  et  $\omega_n$  sont les pulsations liées aux fréquences  $f_m$  et  $f_n$  et  $\xi$  est le coefficient d'amortissement ( $m=1$  et  $n=2$ ).

La résolution temporelle de l'équation de mouvement dynamique par la méthode des éléments finis impose le choix d'un algorithme temporel qui se présente sous la forme de trois équations permettant le calcul des champs nodaux des accélérations, vitesses et déplacements. La première équation, dans sa forme générale, assure l'équilibre dynamique et permet le calcul du champ nodal des accélérations. Les deux autres équations assurent, respectivement, le calcul des champs nodaux des vitesses et déplacements. Dans la littérature scientifique de nombreuses études sur un grand nombre de schémas existent dont le plus populaire est le schéma temporel de *Newmark* (Hosseinpour and Abdelnaby, 2017; Navas et al., 2016; Madsen and Krenk, 2017; Fan et al., 2018). Le tableau (I.1) récapitule les caractéristiques de la méthode de *Newmark*.

La stabilité du schéma de *Newmark* peut se résumer dans la figure (I.5), exprimant  $\beta$  en fonction de  $\gamma$ .

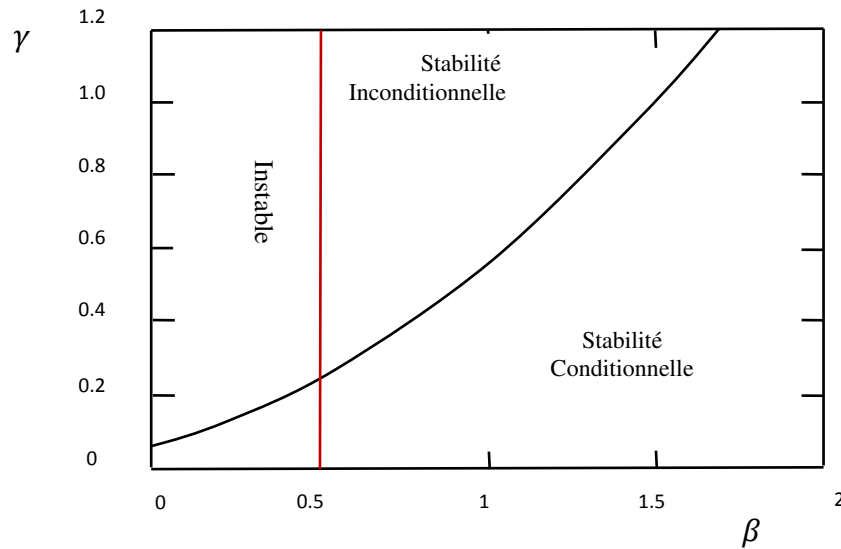
L'équation du mouvement (I.14) est résolue numériquement par la méthode de *Newmark* (Newmark, 1959). Avec l'utilisation de l'algorithme d'intégration de *Newmark* avec itération de Newton modifiée pour des systèmes non linéaires avec plusieurs degrés de liberté, devient

$$[\hat{K}]\{\Delta u\} = \{\hat{\Delta f}\} \quad (I.17)$$

où

$$\begin{cases} [\hat{K}] = [K]_n + a_0[M] + a_1[C] \\ \{\hat{\Delta f}\} = \{\Delta f\} + [M](a_2\dot{u}_n + a_3\ddot{u}_n) + [C](a_4\dot{u}_n + a_5\ddot{u}_n) \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

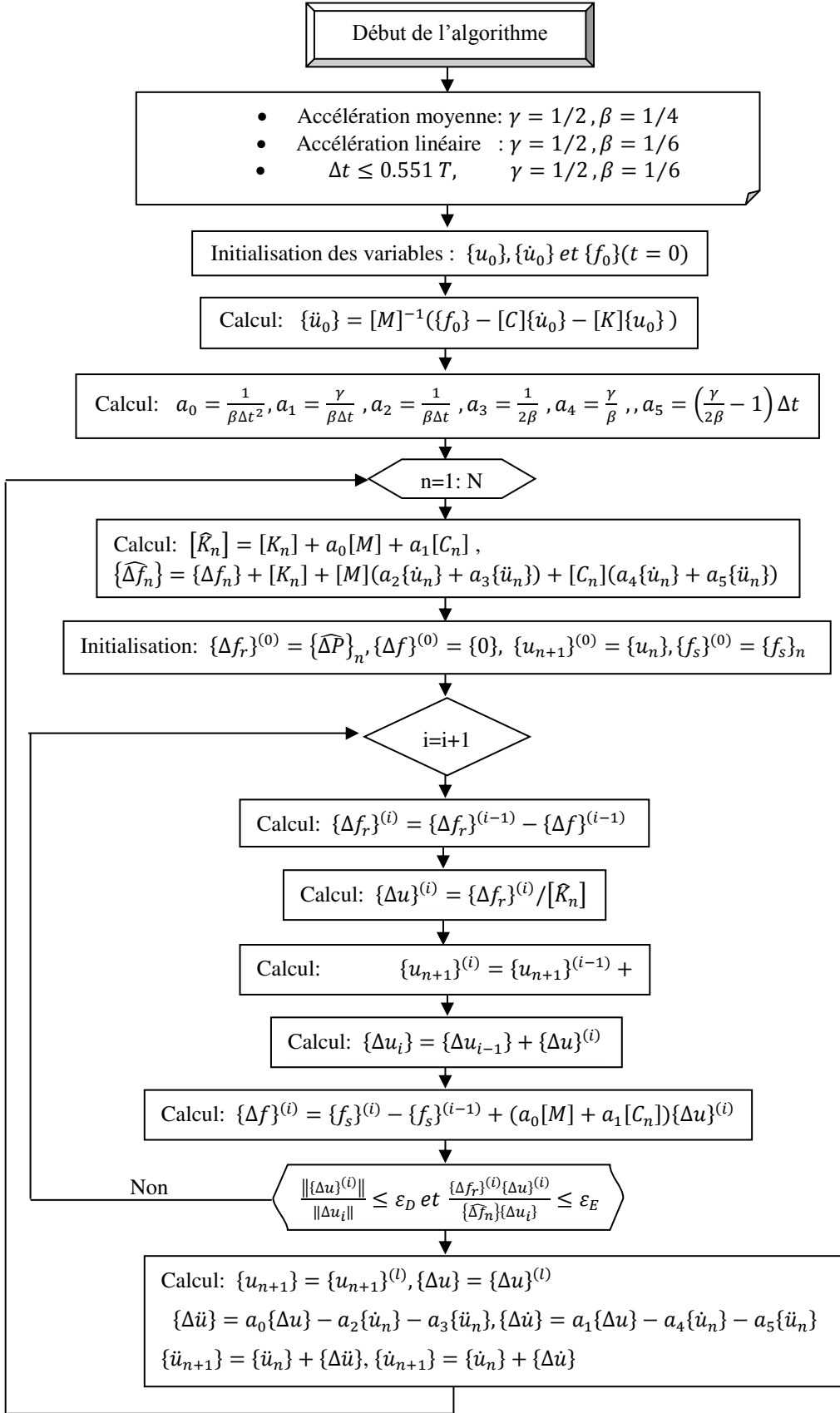
où  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  et  $a_5$  sont des constantes d'intégrations (Figure I.6).



**Figure I.5-** Stabilité du schéma de *Newmark* (Mahéo, 2006).

**Tableau I.1-**Caractéristiques des schémas temporels de la méthode de *Newmark* (Mahéo, 2006).

Schéma Newmark	$\gamma$	$\beta$	Nature	Précision	Limite de stabilité
Explicite	0	0	Explicite	Ordre 2	0
CFD	1/2	0	Explicite	Ordre 2	2
Accélération moyenne	1/2	1/4	Implicite	Ordre 2	$\infty$
Accélération linéaire	1/2	1/6	Implicite	Ordre 2	3.46
Fox-Goodwin	1/2	1/12	Implicite	Ordre 3	2.45
Ordre 1	$> 1/2$	-	Implicite	Ordre 1	-



**Figure I.6.** Algorithme d'intégration de Newmark avec itération de Newton modifiée pour des systèmes non linéaires (Paultre, 2005).

## **I.6. Conclusions**

La plupart des modèles dépend essentiellement du module de cisaillement maximum, qui peut être déduit de la vitesse de cisaillement déterminée expérimentalement ou empiriquement. Pour cette raison, le module de cisaillement est considéré comme la clé du calcul dynamique.

A nos jours, il n'existe pas un modèle universel pour décrire convenablement la réponse non linéaire des sols sous un chargement quelconque. Par contre, des modèles spécifiques à des matériaux sous l'effet d'une telle condition ont été élaborés. Il semble que le modèle Sig4 est le plus adapté (voir chapitre VI) pour décrire le comportement cyclique des matériaux du fait du rôle de chaque paramètre de ce modèle dans l'ajustement et qui se traduit par une bonne similitude des résultats prédis à ceux déterminés au laboratoire.

## Chapitre II

---

### *Intégration explicite des lois de comportement élastoplastiques standards*

## II.1. Introduction

La modélisation numérique par la méthode des éléments finis doit permettre de comprendre et d'appréhender correctement les mécanismes de comportement des géomatériaux. De ce fait, l'outil de calcul numérique se doit d'inclure toute la physique du processus et la rhéologie des matériaux, passant par une représentation fine du comportement des sols et l'utilisation de formulations mathématiques adéquates incluant les diverses interactions entre le squelette solide et tout autre paramètre qui interagit dans le processus.

Ce chapitre traite l'intégration des lois de comportement élastoplastiques suivant les critères de plasticités standards de Mohr Coulomb, Tresca, Von Misès et de Drucker-Prager, afin de les incorporer dans un programme en éléments finis qui traite le calcul dynamique des sols sous sollicitations quelconques.

## II.2. Surface et fonction de charge générales

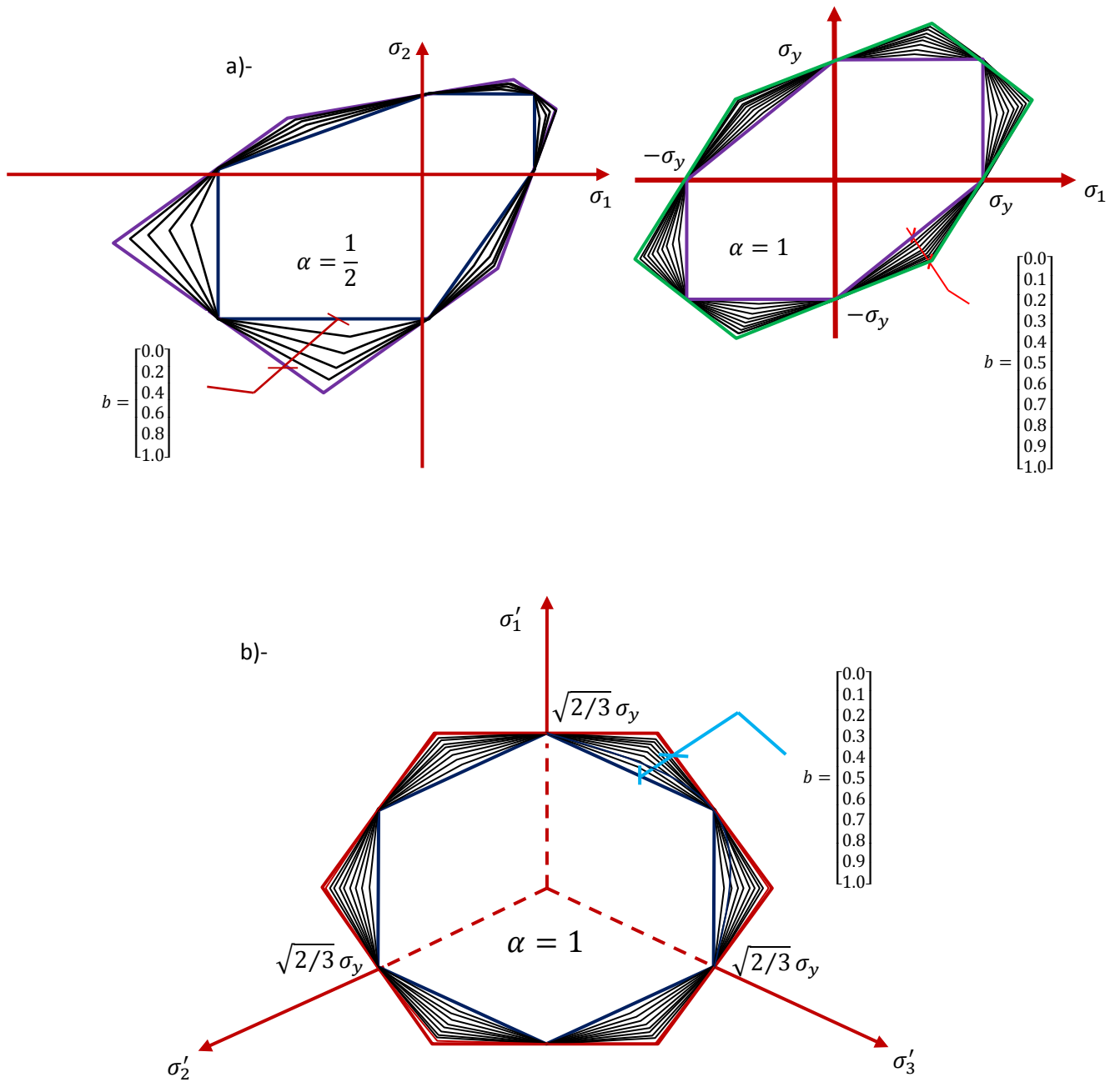
La relation permettant de décrire l'ensemble des points de sorte que le comportement soit encore élastique délimité par une surface appelée surface de charge est la fonction de charge. L'équation d'une telle surface est de la forme (Yu et al., 2006) :

$$\left. \begin{aligned} F &= \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t, \text{ Si } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \\ &\quad \text{(Cas de tension)} \\ F' &= \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t, \text{ Si } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \\ &\quad \text{(Cas de compression)} \\ F'' &= \sigma_1 = \sigma_t, \text{ Si } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1})$$

La figure (II.1), schématise les fonctions de charges dans le repère des contraintes principales planes  $(\sigma_1, \sigma_2)$  pour  $0 \leq b \leq 1$  dans le cas  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1$  et  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

La figure (II.1) exprime la famille de fonctions de chargement pour  $b \in [0,1]$  et  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1$ , dans l'espace des contraintes déviatoriques.





**Figure. II.1-** Famille de fonctions de chargement  $b \in [0,1]$  : a)-  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1, \frac{1}{2}$ , b)-  $\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = 1$

La relation qui regit les contraintes limites de tension  $\sigma_t$ , de compression  $\sigma_c$  et de cisaillement  $\tau_0$  est donnée par l'équation (II.2).

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{(1 + \alpha)\tau_0 - \sigma_t}{\sigma_t - \tau_0} = \frac{1 + \alpha - B}{B - 1} \\ \alpha &= \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \\ B &= \frac{\sigma_t}{\tau_0} = \frac{1 + b + \alpha}{1 + b} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

La relation de la fonction de charge peut être écrite par de nouvelles variables telles que

$$\left. \begin{aligned} F &= (1 - \alpha) \frac{I_1}{3} + \frac{\alpha(1 - b)}{1 + b} \sqrt{J_2} \sin \theta + (2 + \alpha) \sqrt{\frac{J_2}{3}} \cos \theta = \sigma_t, 0^\circ \leq \theta \leq \theta_b \\ F' &= (1 - \alpha) \frac{I_1}{3} + \left(\alpha + \frac{b}{1 + b}\right) \sqrt{J_2} \sin \theta + \left(\alpha + \frac{2 - b}{1 + b}\right) \sqrt{\frac{J_2}{3}} \cos \theta = \sigma_t, \theta_b \leq \theta \leq 60^\circ \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.3})$$

L'angle  $\theta_b$  est déterminée en faisant l'égalité ( $F = F'$ ), ce qui donne :

$$\theta_b = \arctg \frac{\sqrt{3}(1 + \beta)}{3 - \beta}, \quad \beta = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (\text{II.4})$$

$\sigma_t$  et  $\alpha$  seront quantifiées en fonction de la cohésion  $C_0$  et l'angle de frottement  $\varphi$  par :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \frac{2C_0 \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \\ \alpha &= \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5})$$



### II.3. Relations constitutives élastoplastiques

La forme mathématique de la fonction de charge peut s'écrire par la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} F(\sigma_{ij}, k) &= 0 \\ F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k) &= 0 \\ F(I_1, J_2, J_3, k) &= 0 \\ F(I_1, J_2, \theta, k) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.7})$$

La dérivation de  $F(\sigma_{ij}, k)$  nous donne (Fiun, 2006) :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial k} dk = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_3} d\sigma_3 + \frac{\partial F}{\partial k} dk \quad (\text{II.8})$$

En posant :  $A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial k} dk$ , l'équation (II.8) devient :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - Ad\lambda \quad (\text{II.9})$$

En posant :  $\{\sigma^T\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}\}$ , il sort :

$$\{a^T\} = \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{xz}} \right\} \quad (\text{II.10})$$

L'équation (II.9) devient :

$$\{a^T\} d\{\sigma\} - Ad\lambda = 0 \quad (\text{II.11})$$

La déformation totale se décompose en une déformation élastique et une déformation plastique (Tasiopoulou and Gerolymos, 2016; Modoni et al., 2018), donc

$$d\{\varepsilon\} = \underbrace{d\varepsilon^e}_{[D]^{-1}d\{\sigma\}} + \underbrace{d\varepsilon^p}_{\{a^T\}d\lambda} \quad (\text{II.12})$$

L'équation (II.12), devient après multiplication par  $\{a^T\}[D]$  :

$$\{a^T\}[D]d\{\varepsilon\} = \{a^T\}d\{\sigma\} + d\lambda\{a^T\}[D]\{a\} \quad (\text{II.13})$$

Il sort que :

$$d\lambda = dp = \frac{\{a^T\}[D]d\{\varepsilon\}}{A + \{a^T\}[D]\{a\}} \quad (\text{II.14})$$

On pose :

$$d\{\sigma\} = [D]^{ep}d\{\varepsilon\} \quad (\text{II.15})$$

d'où l'expression du module tangent élastoplastique  $[D]^{ep}$  :

$$[D]^{ep} = [D] - \frac{[D]\{a\}\{a^T\}[D]}{A + \{a^T\}[D]\{a\}} \quad (\text{II.16})$$

### II.3.1. Calcul du module tangent

L'expression de la fonction de charge pour le cas ou  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  avec l'angle de lode compris entre  $-30^\circ \leq \theta \leq +30^\circ$ , s'écrit par (Lester and Sloan, 2018):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{I_1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \begin{Bmatrix} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta \\ \sin(\theta + \frac{4\pi}{3}) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

$$\sin 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2}^3} \quad (\text{II.18})$$

Le vecteur  $\{a^T\}$ , dans ce cas a comme expression ( Zienkiewicz et al. 1999):

$$\{a^T\} = \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \{\sigma\}} + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}} \quad (\text{II.19})$$

L'expression (II.19), peut se réécrire de la façon suivante

$$\{a^T\} = C_1\{a_1\} + C_2\{a_2\} + C_3\{a_3\} \quad (\text{II.20})$$

- Calcul  $\frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \{\sigma\}} [\sin 3\theta] &= \frac{\partial}{\partial \{\sigma\}} \left[ -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2}^3} \right] \\ 3\cos 3\theta \frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}} &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{1}{J_2^{3/2}} \frac{\partial J_3}{\partial \{\sigma\}} - 3J_3 \frac{1}{J_2^2} \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} \right] \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}} = -\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \left[ \frac{1}{J_2^{3/2}} \frac{\partial J_3}{\partial \{\sigma\}} - \frac{3J_3}{J_2^2} \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} \right] \quad (\text{II.21})$$

On prend en considération ce qui suit :

$$\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \frac{3J_3}{J_2^2} = \left[ \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2}^3} \right] \frac{1}{\cos 3\theta} \frac{1}{\sqrt{J_2}} = -\frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta} \frac{1}{\sqrt{J_2}} = -\tan 3\theta \frac{1}{\sqrt{J_2}}$$

Il vient :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\partial F}{\partial I_1} \\ C_2 &= \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} - \frac{\tan 3\theta}{\sqrt{J_2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \\ C_3 &= -\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \frac{1}{J_2^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.22})$$

Pour les vecteurs d'écoulements  $\{a_1\}^T, \{a_2\}^T$  et  $\{a_3\}^T$ :

$$\{a_1\}^T = \frac{\partial I_1}{\partial \{\sigma\}} = \frac{\partial I_{kk}}{\partial \{\sigma_{ij}\}} = \frac{\partial [\sigma_{ik} \delta_{ki}]}{\partial \{\sigma_{ij}\}} = \delta_{jk} \delta_{ki} = \delta_{ij} \quad (\text{II.23})$$

Il sort que :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \sigma_x} \{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\} &= 1 \\ \frac{\partial}{\partial \sigma_y} \{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\} &= 1 \\ \frac{\partial}{\partial \sigma_z} \{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\} &= 1 \\ \frac{\partial I_1}{\partial \tau_{xy}} = \frac{\partial I_1}{\partial \tau_{yz}} = \frac{\partial I_1}{\partial \tau_{xz}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.24})$$

d'où

$$\{a_1\}^T = \frac{\partial I_1}{\partial \{\sigma\}} = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\} \quad (\text{II.25})$$

D'autre part,

$$\{a_2\}^T = \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \frac{\partial J_2}{\partial \{\sigma\}}$$

A noter que

$$s = \sigma - \frac{I_1}{3} \delta$$

Et comme

$$J_2 = \frac{1}{2} (\sigma - \frac{I_1}{3} \delta) : (\sigma - \frac{I_1}{3} \delta)$$

Qui revient à

$$J_2 = \frac{1}{2} (\sigma : \sigma - \frac{2}{3} I_1 \delta : \sigma + \frac{I_1^2}{9} \delta : \delta)$$

Il résulte que

$$J_2 = \frac{1}{2} (\sigma : \sigma - \frac{I_1^2}{3}) \quad (\text{II.26})$$

d'où

$$\frac{\partial J_2}{\partial \{\sigma\}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial (\sigma_{kl} \sigma_{kl})}{\partial \{\sigma_{ij}\}} - \frac{1}{3} \frac{\partial (\sigma_{kk}^2)}{\partial \{\sigma_{ij}\}} \right) = (\sigma_{ij} - \frac{1}{3} I_1) = s_{ij} \quad (\text{II.27})$$

Finalement on trouve que

$$\{a_2\}^T = \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}} s \quad (\text{II.28})$$

De même on obtient  $\{a_3\}^T$  sous la forme suivante :

$$\{a_3\}^T = \frac{\partial J_3}{\partial \{\sigma\}} = s^2 - 2J_2 I \quad (\text{II.29})$$



$$\{a_3\}^T = \frac{\partial J_3}{\partial \{\sigma\}} = \begin{pmatrix} s_{yy}s_{zz} - s_{yz}^2 + \frac{J_2}{3} \\ s_{xx}s_{zz} - s_{xz}^2 + \frac{J_2}{3} \\ s_{xx}s_{yy} - s_{xy}^2 + \frac{J_2}{3} \\ 2(s_{xy}s_{xy} - s_{xx}s_{yz}) \\ 2(s_{xy}s_{yz} - s_{yy}s_{xz}) \\ 2(s_{yz}s_{zx} - s_{zz}s_{yz}) \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

### II.3.1.1. Critère de Tresca (1864)

Pour le cas où  $\tau_0 = 0,5\sigma_t$ , il sort que  $b=0$ . La figure (II.2) schématise cette fonction dans le repère des contraintes principales planes  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et dans l'espace des contraintes principales déviatoriques  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

La fonction de charge isotropique est donnée par la relation suivante :

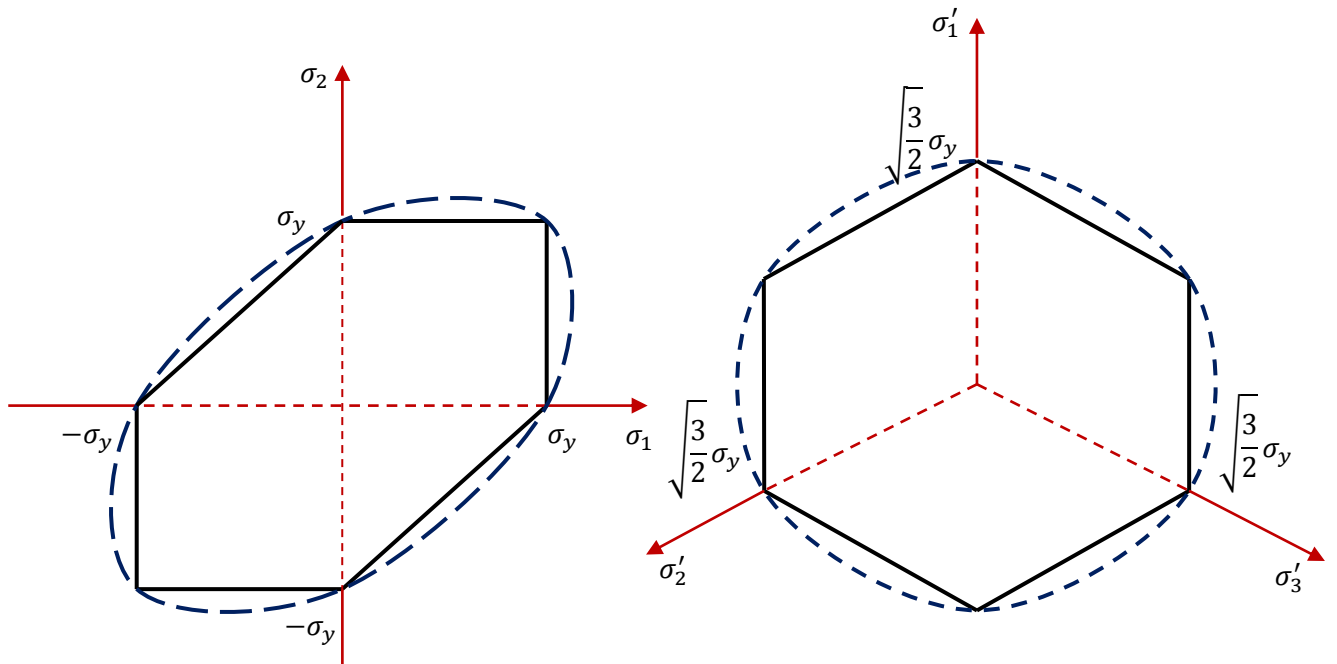
$$F^{TR} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{J_2} \left\{ \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right\} - Y = 0 \quad (\text{II.31})$$

Où sous la forme :

$$F^{TR} = 2\sqrt{J_2} \cos \theta - Y = 0 \quad (\text{II.32})$$

Les constantes  $c_1, c_2$  et  $c_3$  sont données par :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= 2 \cos \theta [1 + \tan \theta \tan 3\theta] \\ c_3 &= \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{J_2 \cos 3\theta} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.33})$$



**Figure. II.3-** Représentation du critère de Tresca dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

**II.3.1.2. Critère de Von Misès (1913)**

La contrainte de cisaillement est donnée par  $\tau_0 = \frac{\sigma_t}{\sqrt{3}}$ , il sort que  $b=0.366$ . La figure (II.4) schématise cette fonction dans le repère des contraintes principales planes  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et dans l'espace des contraintes principales déviatoriques  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

La fonction de chargement isotropique est donnée par la relation suivante (Karapetrou, 2015)

$$F^{VM} = \sqrt{3J_2} - Y = 0 \tag{II.34}$$

De même les constantes  $c_1, c_2$  et  $c_3$  sont données par :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= \sqrt{3} \\ c_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{II.35}$$

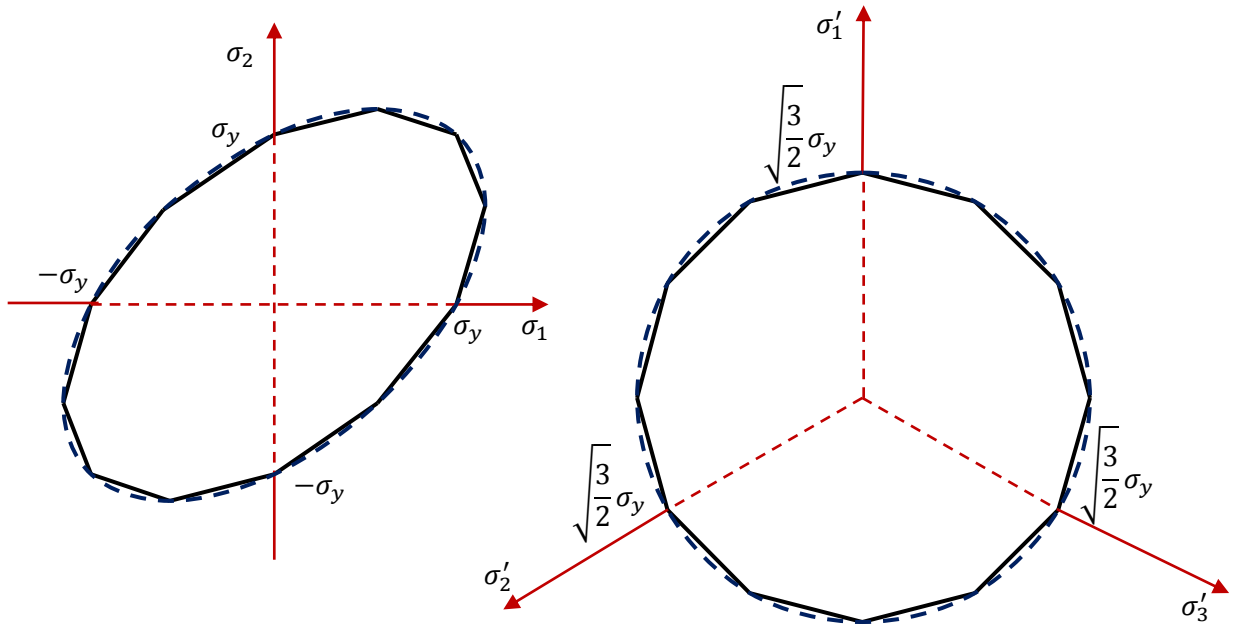


Figure. II.4- Représentation du critère de Von Misès dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

II.3.1.3. Critère de Mohr-Coulomb (1773)

La figure (II.5) schématise cette fonction dans le repère des contraintes principales planes  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et dans l'espace des contraintes principales déviatoriques  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$  pour  $b=0$ .

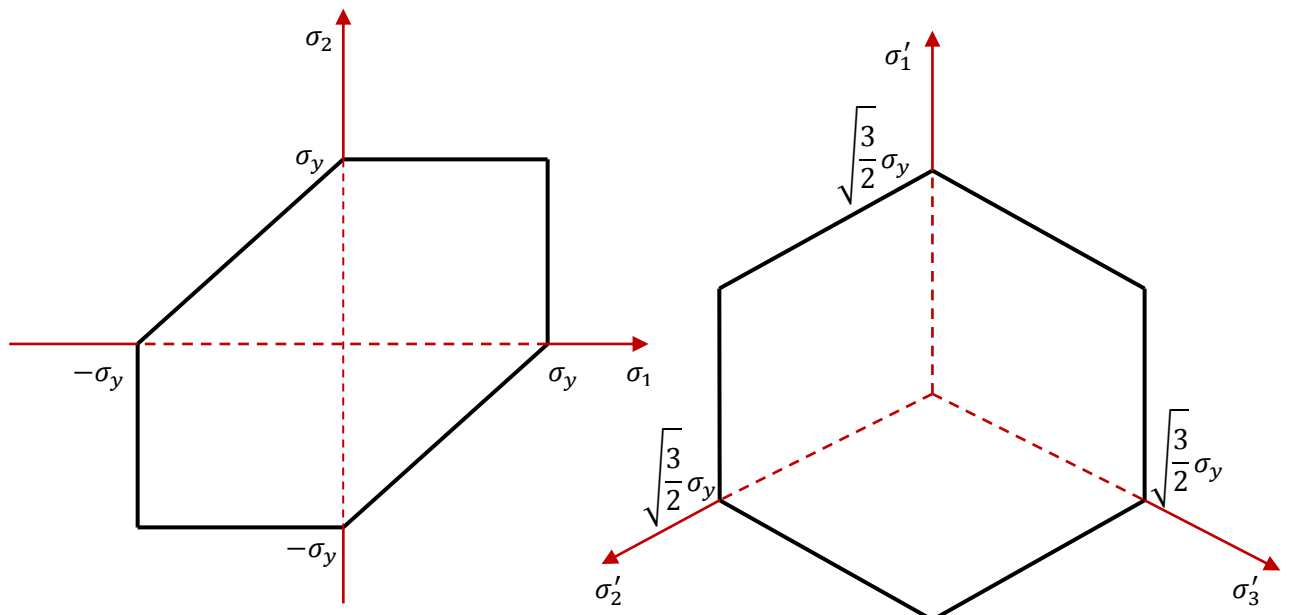


Figure. II.5- Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le repère  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ .

La relation de la fonction de chargement isotropique est donnée par (Woo et al., 2017; Jia et al., 2018)

$$F^{MC} = \frac{I_1}{3} \sin \varphi + \sqrt{J_2} \left[ \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right] - c \cos \varphi = 0 \quad (\text{II.36})$$

Les constantes  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont données par:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{\sin \varphi}{3} \\ c_2 &= \cos \theta \left[ (1 + \tan 3\theta \tan \theta) + \frac{\sin \varphi (\tan 3\theta - \tan \theta)}{\sqrt{3}} \right] \\ c_3 &= \frac{\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \sin \varphi}{2J_2 \cos 3\theta} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.37})$$

#### II.3.1.4. Critère de Drucker-Prager (1952)

La fonction de charge est donnée par la relation suivante (Douillet-Grellier, 2016; Deng et al., 2018)

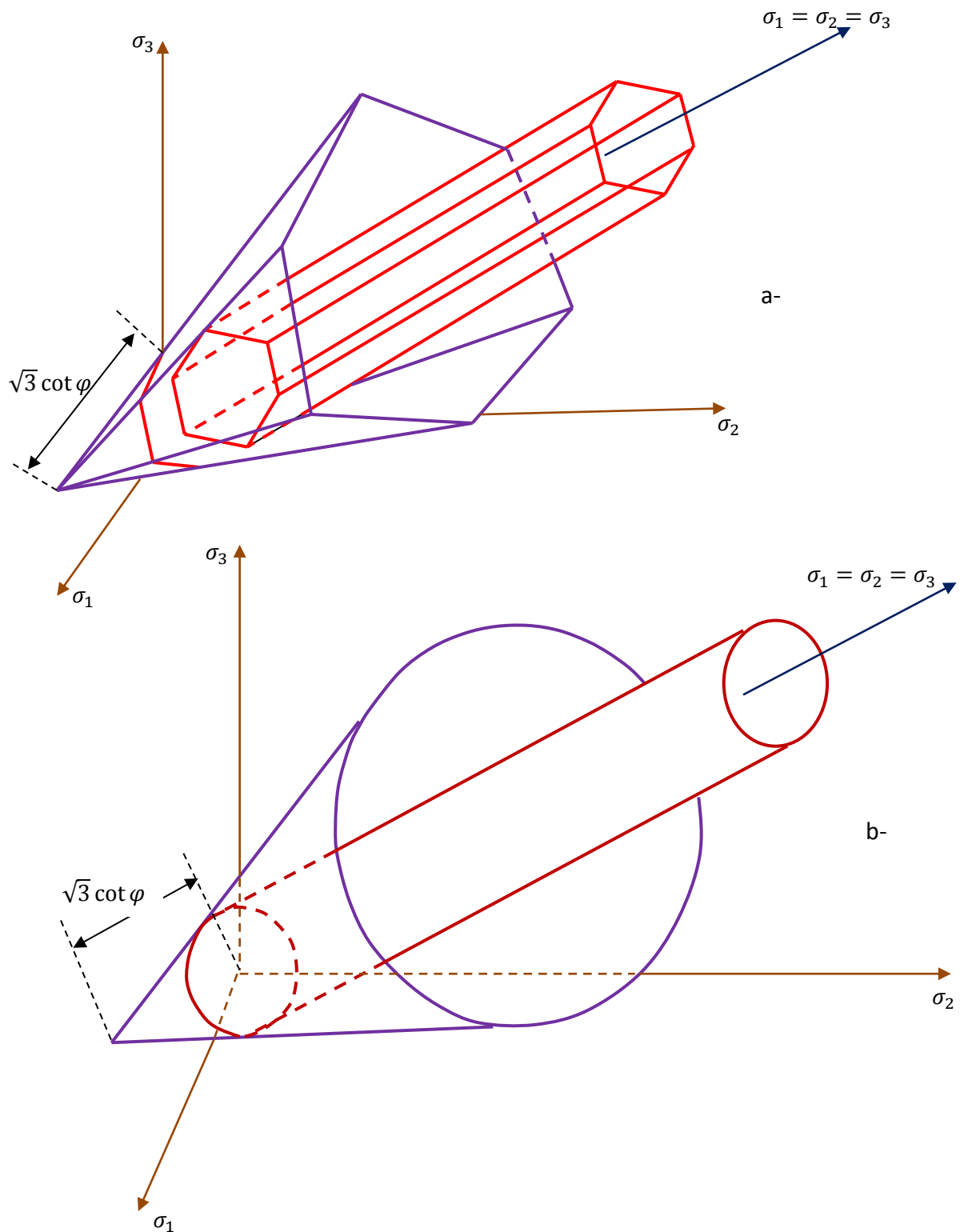
$$F^{DP} = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{6 \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} = 0 \quad (\text{II.38})$$

Donc, les constantes  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  seront données par :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \\ c_2 &= 1 \\ c_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.39})$$

#### II.3.1.5. Comparaison entre les fonction de charge standards

Une comparaison est faite entre les fonctions de chargements de Tresca et Mohr-Coulomb (Fig. II.6-a) ainsi que pour la fonction de chargement de Von Misès et Drucker prager (Fig. II.6-b). Pour le plan d'équation ( $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = I_1 = 0$ ), ces fonction de chargement convergent vers la même surface (Figure II.6).



**Figure.II.6-** Représentation du critère de :a)- Mohr-Coulomb et Tresca, b)- Von Misès et Drucker Prager, dans l'espace des contraintes principales.

## II.4. Calcul du résidu

Les contraintes à l'itération ( $r$ ) seront déterminées explicitement par les étapes suivantes pour chaque élément fini:

1. Calcul l'incrément de contraintes élastiques en fonction de l'incrément de déformations par la relation linéaire suivante :

$$d\sigma_e^r = Dd\varepsilon^r \quad (\text{II.40})$$

2. détermination de la contrainte élastique totale par cumule des incréments de contraintes élastiques calculées à partir de la relation (II.41) :

$$\sigma_e^r = \sigma^{r-1} + d\sigma_e^r \quad (\text{II.41})$$

Ici, la contrainte  $\sigma^{r-1}$  est la contrainte calculée (après convergence) à l'itération ( $r-1$ ).

3. Détermination de la contrainte effective  $\bar{\sigma}^{r-1}$  (Tableau II.1) :

$$\bar{\sigma}^{r-1} > \sigma_Y = R(\bar{\varepsilon}_p^{r-1}) \quad (\text{II.42})$$

ou  $R(\bar{\varepsilon}_p^{r-1})$  est la fonction d'écrouissage qui dépend de la déformation plastique effective, pour un écrouissage linéaire, cette fonction s'écrit sous la forme :

$$R(\bar{\varepsilon}_p^{r-1}) = \sigma_Y^0 + H' \bar{\varepsilon}_p^{r-1} \quad (\text{II.43})$$

$\bar{\varepsilon}_p^{r-1}$  est pris comme le cumule des vitesses de déformation plastique, qui est égale au multiplicateur plastique  $\lambda$  défini par :

$$\lambda = \bar{\varepsilon}_p^{r-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \|\dot{\varepsilon}^p(\tau)\| d\tau \quad (\text{II.44})$$

**Tableau II.1-** Contrainte équivalente et contrainte élastique limite pour différentes surfaces de charge.

Surface de charge	Contrainte équivalente	Contrainte élastique limite
Tresca	$2(J_2)^{1/2} \cos \theta$	$\sigma_Y^0$
Von Misès	$\sqrt{3}(J_2)^{1/2}$	$\sigma_Y^0$
Mohr-Coulomb	$\frac{1}{3}I_1 \sin \varphi + (J_2)^{1/2} \left( \frac{\cos \theta - \sin \theta \sin \varphi}{\sqrt{3}} \right)$	$C \cos \varphi$
Drücker Prager	$\frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} I_1 + (J_2)^{1/2}$	$\frac{6C \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$

Le tableau (II.2), répond à la relation (II.42).

**Tableau II.2-** Contrainte équivalente et contrainte élastique limite pour différentes surface de charge

$\bar{\sigma}^{r-1} \geq \sigma_Y = R(\bar{\varepsilon}_p^{r-1})$		$\bar{\sigma}^{r-1} < \sigma_Y = R(\bar{\varepsilon}_p^{r-1})$	
Il faut vérifier la condition suivante : $\bar{\sigma}_e^r \geq \bar{\sigma}^{r-1}$		Il faut vérifier la condition suivante : $\bar{\sigma}_e^r \geq \sigma_Y^0$	
Non	Oui	Non	Oui
C'est le cas d'un déchargement ( voir l'étape 5).	C'est le cas de la figure (II.7), on prend $R=1.0$	Le comportement est élastique (voir l'étape 5).	C'est le cas de la figure (II.8), on prend $R = \frac{AB}{AC} = \frac{\bar{\sigma}_e^r - \sigma_Y}{\bar{\sigma}_e^r - \bar{\sigma}^{r-1}}$

La contrainte déviatorique élastique équivalent  $\bar{\sigma}_e^r$  est donnée par l'expression (II.45)

$$\bar{\sigma}_e^r = \sqrt{\frac{3}{2}} \{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}\}^{1/2} \tag{II.45}$$

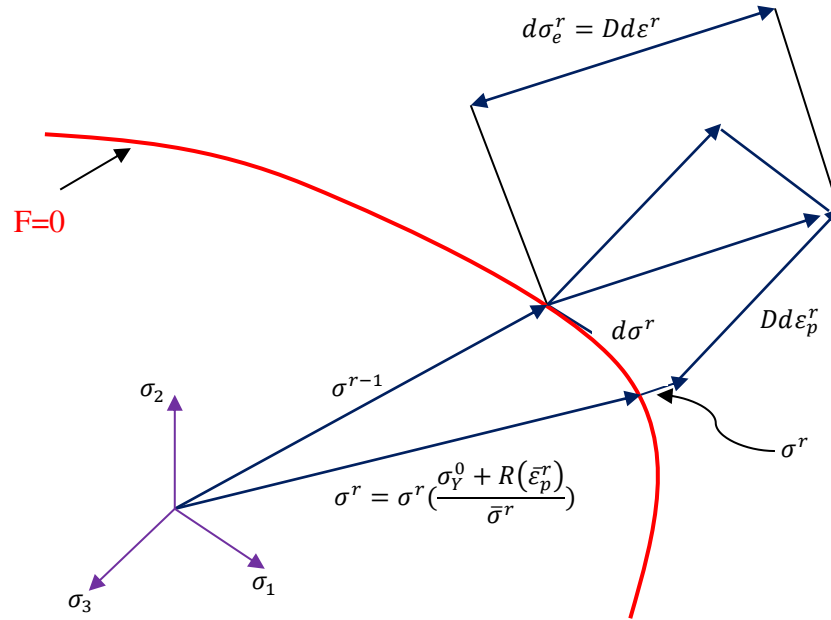


Figure. II.7- Etats de contrainte dans le cas ou  $\bar{\sigma}_e^r \geq \bar{\sigma}^{r-1}$ .

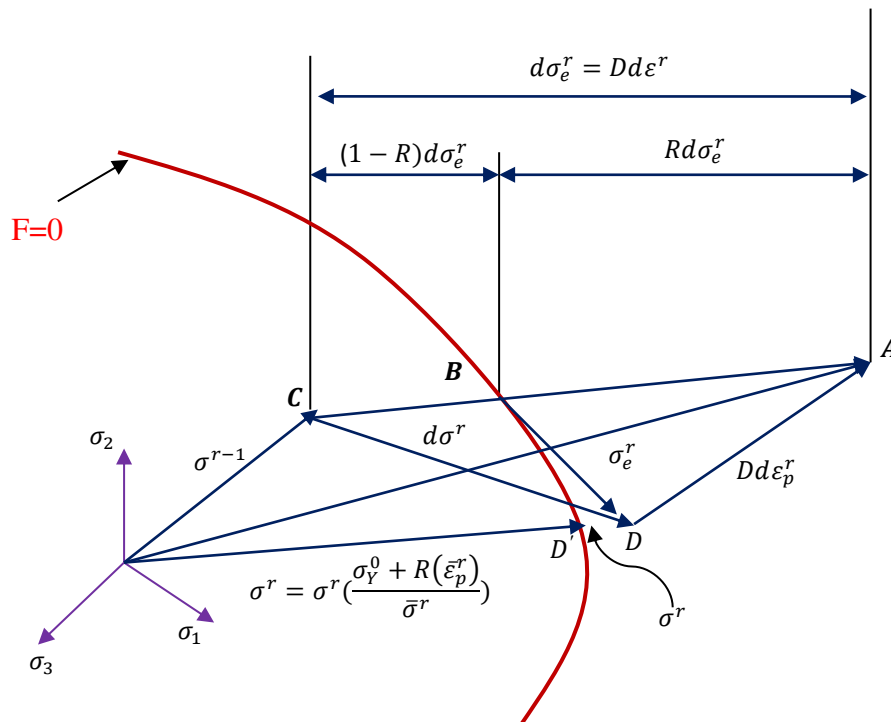


Figure. II.8- Etats de contrainte dans le cas ou  $\bar{\sigma}_e^r \geq \bar{\sigma}^{r-1}$ .

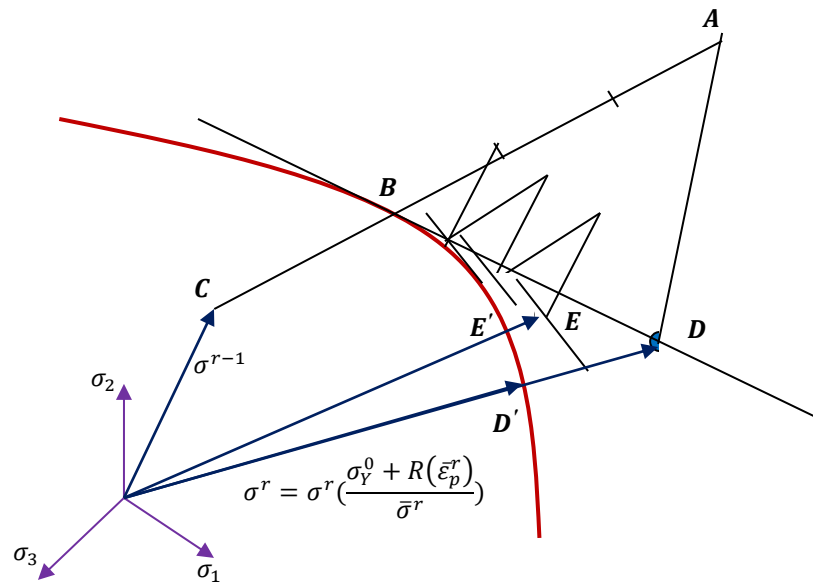


4. D'après la figure (II.7), la contrainte totale qui se trouve sur la surface de charge est donnée par la formule (II.46).

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + (1 - R)d\sigma_e^r \quad (\text{II.46})$$

D'après la figure (II.9), le point D doit être sur la surface de charge confondue avec le point B. De ce fait, on adopte une méthode explicite de rabattement qui consiste à pénaliser ou corriger le facteur R par un nombre entier M églà à :

$$M = 8\left(\frac{\sigma_e^r - \sigma_Y}{\sigma_Y^0}\right) + 1 \quad (\text{II.47})$$



**Figure. II.9-** Méthode explicite de rabattement .

5. La contrainte est donnée aussi par l'expression :

$$\sigma^r = \sigma^{r-1} + d\sigma_e^r - d\lambda Da \quad (\text{II.48})$$

## II.5. Equation dynamique du mouvement

Les forces agissantes sur un élément élémentaire d'un profil de sol (Fig. II.10-b) (Elgamel, 1993 ; Abdelgahfar et al., 1985) sont les forces d'inertie, les forces de cisaillements, les forces normales et les forces sismiques données respectivement par :

### 1. Force d'inertie

$$F_I = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{II.49})$$

### II. Force de cisaillement

$$S_{xy} = \tau_{xy} dx dz \quad (\text{II.50})$$

### 3. Force axiale (normale)

$$F_{x,y} = \sigma_{xx} dx dz + \sigma_{yy} dy dz \quad (\text{II.51})$$

### 4. Force sismique

$$F_g = \rho dx dy dz \ddot{u}_g \quad (\text{II.52})$$

L'équation d'équilibre est donnée par

$$F_I = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy dx. dz + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial y} dy dx dz + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} dx dy dz - \rho dx dy \ddot{u}_g \quad (\text{II.53})$$

L'équation du mouvement plane se résume à

$$\begin{aligned} \rho \ddot{u}(x, y, t) &= \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}(u, x, y, t)) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{xx}(u, x, x, y, t)) + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{yy}(u, x, y, t)) \\ &- \rho \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

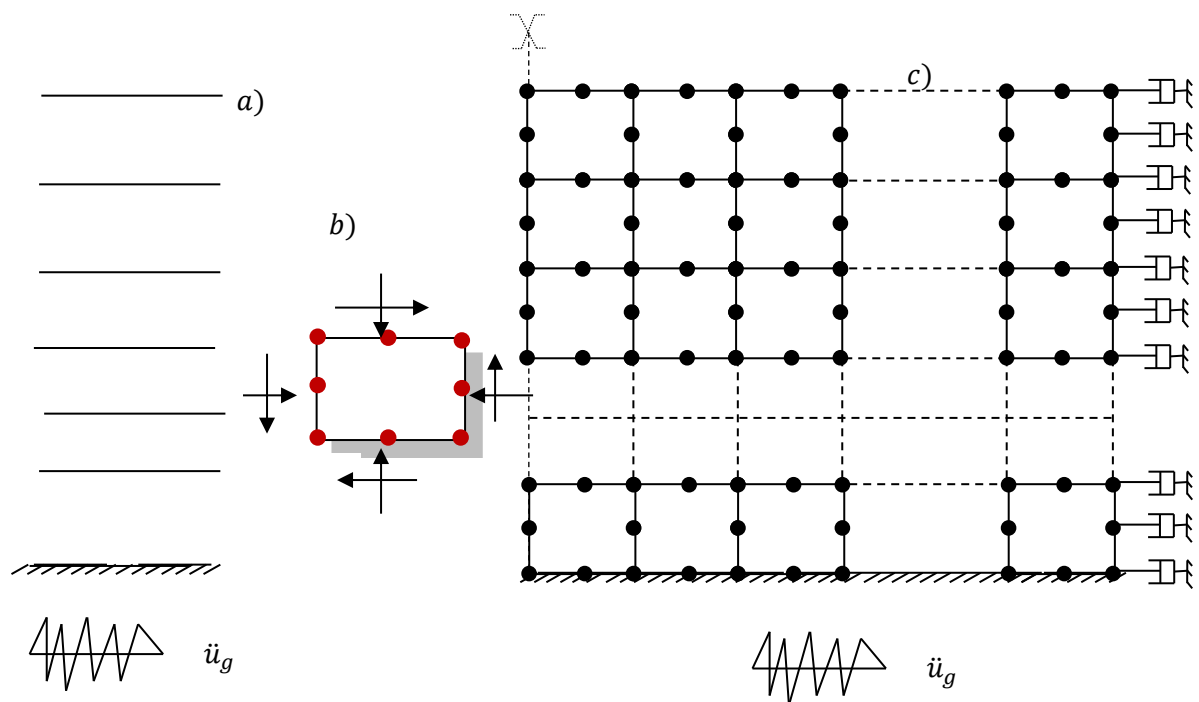
avec  $\rho$  la masse volumique,  $u(x, y, t)$  le déplacement relatif et  $\ddot{u}_g(t)$  l'excitation sismique à la base rigide du profil de sol.

Pour le chargement  $j$ , l'équation globale incrémentale est donnée sous la forme (Murino, 2001 ; Hashash et al, 2001; , Gu et al., 2008) :

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\}_j + [C]_j\{\Delta\dot{u}\}_j + \int_{\Omega} [B]_j^T \{\Delta\sigma\}_j d\Omega = -[M]\{\Delta\ddot{u}_g\} \quad (II.55)$$

où  $[M]$  et  $[C]_j$  sont les matrices de masse et d'amortissement, respectivement. La matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice de masse et de rigidité .

$$[C]_j = \alpha[M] + \beta[K]_j \quad (II.56)$$



**Figure II.10-** Schématisation de (a) profil de sol, (b) contraintes élémentaire (c) modèle discrétisé en éléments finis Q08.

La résolution du système d'équation (II.55) est faite par le schéma non linéaire de Newmark et devient

$$[\hat{K}]_j \{\delta u\}_n = \{\hat{F}\}_n \quad (\text{II.57})$$

avec

$$[\hat{K}]_j = [K]_j + \frac{1}{\beta \Delta t^2} [M] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [C]_j \quad (\text{II.58})$$

et

$$\begin{aligned} \{\hat{F}\}_n = & -[M]\{\Delta \ddot{u}_g\}_n + [M]\left(\frac{1}{\beta \Delta t}\{\dot{u}_n\}_j + \frac{1}{2\beta}\{\ddot{u}_n\}_j\right) + [C]_j\left(\frac{\gamma}{\beta}\{\dot{u}_n\}_j + \left(\frac{\gamma}{2\beta}\right. \right. \\ & \left. \left. - 1\right)\Delta t\{\ddot{u}_n\}_j\right) \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

Les paramètres  $\gamma$  and  $\beta$  sont les constantes de stabilités du schéma d'intégration de Newmark.

D'après l'équation (II.57), le non linéarité apparait dans le terme des forces internes  $\int_{\Omega} [B]_j^T \{\Delta \sigma\}_j d\Omega$  qui dépend des contraintes élastoplastiques  $\{\Delta \sigma\}_j$ .

## II.6. Conclusions

Une grande majorité des logiciels commercialisés incorporent les critères de plasticités dans leur code de calcul. Les critères de plasticités sont pris de plus en plus dans les codes de calcul comme un moyen de vérification de la contrainte limite et donnent de très bon résultats acceptables. L'intégration de ces lois de comportement qui aboutit à la détermination de la matrice élastoplastique peut être la base d'un programme en éléments finis développé pour prédire la réponse nonlinéaire des sols.

## Chapitre III

---

### *Développement des techniques de modification du Critère de Masing*

### III.1. Introduction

Ce chapitre traite un axe de recherche sur les modèles non linéaires et leur application à la dynamique des sols. Le critère de Masing, qui décrit le déchargement-rechargement entre les contraintes et déformations par son application directe ne reflète pas les différentes observations des essais aux laboratoires et confirment que le coefficient d'amortissement pour les moyens à grands niveaux de déformation n'excède pas 50% ( Seed et al., 1986; Vecetic, 1990). De ce fait et à travers une modification sur la forme des boucles d'hystérésis on pourra appliquer le critère de Masing modifié et même par une simple variation d'un paramètre dans le critère de Masing (standard) afin de simuler une forme d'une boucle d'hystérésis dite *S\_Shape* qui a un comportement particulier de l'évolution de son coefficient d'amortissement.

### III.2. Module sécant et module tangent

La relation contrainte-déformation peut être décrite de deux façons différentes : par le module sécant  $G_s$  ou par le module tangent  $G_t$  (Figure III.1). Le module sécant est défini par la pente de la courbe reliant le point considéré sur la courbe et est donc défini par la relation

$$G_s = \frac{\tau(\gamma)}{\gamma} \quad (\text{III.1})$$

Tandis que le module tangent est défini par la pente tangente à la courbe contrainte-déformation. Celui-ci prend donc la forme :

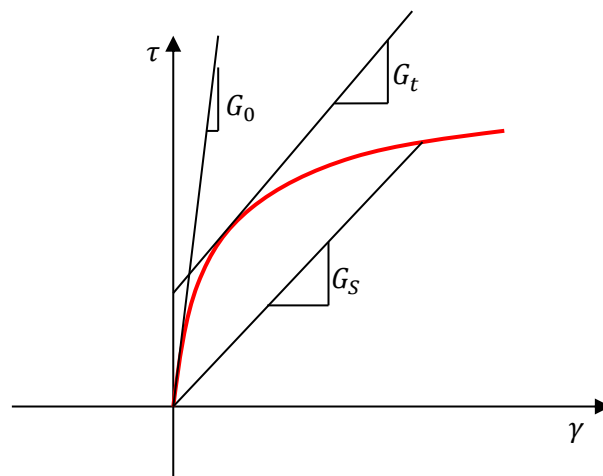
$$G_t = \frac{d\tau(\gamma)}{d\gamma} \quad (\text{III.2})$$

Le module sécant normalisé  $M_s$  est défini comme le rapport entre le module sécant  $G_s$  et le module initial  $G_0$ . Cette représentation alternative permet de représenter un comportement similaire caractéristique de plusieurs sols, indépendamment de leur module de cisaillement initial. Cette représentation illustrée à la figure (III.1) a l'avantage de faciliter le calcul des modules lors des calculs dynamiques.

Le module tangent normalisé  $M_t$ , peut être obtenu d'après la courbe du module sécant normalisé  $M_s$  par différenciation

$$M_t = \frac{G_t}{G_0} = \frac{1}{G_0} \frac{d\tau(\gamma)}{d\gamma} = \frac{1}{G_0} \left[ G_s + \gamma \frac{dG_s}{d\gamma} \right] = M_s + \gamma \frac{dM_s}{d\gamma} \quad (\text{III.3})$$

Ces relations montrent que l'aspect général des courbes contrainte-déformation est indépendant du module initial. Ceci permet de créer des familles de courbes, décrites par des modèles qui ont été développés par plusieurs auteurs.



**Figure III.1-** Modules sécants et modules tangents d'une courbe contrainte-déformation typique. Décote

### III.3. Critères de Masing

Les critères de Masing ont été décrits pour la première fois par Masing (1926) et avaient pour but d'énoncer les règles régissant le comportement hystérétique. Les critères de Masing stipulent que, lors du chargement initial, la courbe contrainte-déformation initiale du matériau est décrite selon l'équation suivante (Kramer, 1996; Khasawneh et al., 2017)

$$\tau = f_{bb}(\gamma) \quad (\text{III.4})$$

Cette courbe initiale contrainte-déformation est définie selon le matériau. Il s'agit d'une courbe d'élasticité non-linéaire.

Lors du déchargement à partir d'un point défini par  $(\gamma_r, \tau_r)$ , la fonction devient plutôt de la forme

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = f_{bb}\left(\frac{\gamma - \gamma_r}{2}\right) \quad (\text{III.5})$$

C'est-à-dire que le déchargement ou de rechargement se fait selon le même aspect que l'origine de la courbe, mais augmenté d'un facteur 2.

La règle de Masing permet donc de déduire, à partir de la courbe contrainte déformation initiale, le comportement du matériau lors de cycles. Ce principe repose sur deux hypothèses (Kramer, 1996; Yniesta et al., 2017):

1. Le module de chaque inversion est égal au module initial de la courbe initiale
2. La forme de la courbe de déchargement - rechargement est identique à celle de la courbe initiale transformée de manière homothétique de rapport deux (2) et dont l'origine aurait été préalablement translatée au point d'inversion.

Selon Kramer (1996), ces critères sont insuffisants pour décrire adéquatement le comportement en sollicitations cycliques des sols. Le critère élargi de Masing comporte donc deux règles additionnelles. La première stipule que lors d'un rechargement ou d'un déchargement, si la déformation maximale antérieure est dépassée, et que la courbe contrainte-déformation initiale est recoupée, le cheminement suivra désormais cette courbe. Une autre règle stipule que si un cheminement antérieur contrainte-déformation est recoupé, le cheminement actuel suivra le tracé de ce premier (Figure III.2).



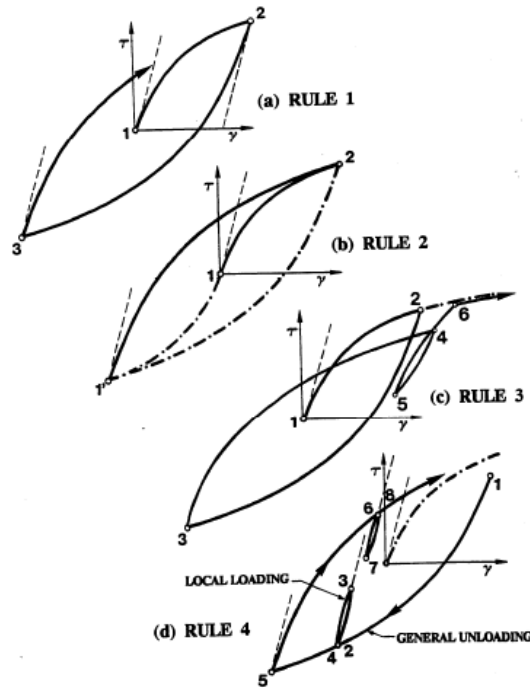


Figure III.2- critère élargi de Masing (Vecetic, 1990).

### III.4. Représentations des relations d'élasticité non-linéaire

Des modèles ont été mis en place pour décrire, par une fonction donnée, la relation non-linéaire liant les contraintes et les déformations ou, dans le cas du modèle hystérétique, la courbe «backbone». Quelques-uns de ces modèles sont présentés dans cette section.

#### III.4.1. Modèle hyperbolique

Une représentation largement utilisée des relations contrainte-déformations élastiques non-linéaires est la famille des lois hyperboliques. Ces relations ont été uniformisées par Duncan and Chang (1970) selon les résultats de laboratoire de Kondner and Zelasko (1963). La représentation générale des courbes hyperboliques est donnée par l'équation suivante :

$$\tau = G_0 \frac{\gamma}{b + a\gamma} \quad (\text{III.6})$$

où a et b sont les paramètres définissant l'aspect de la courbe.

Considérons une résistance au cisaillement donnée par le critère de Mohr-Coulomb où  $\varphi$  est l'angle de frottement,  $c$  est la cohésion du sol,  $\sigma'_1$  et  $\sigma'_3$  sont les contraintes effectives axiales maximales et minimales.

Le module tangent peut être exprimé de la manière suivante

$$G_t = G_0 \left[ 1 - \frac{R_f(\sigma'_1 - \sigma'_3)(1 - \sin \varphi)}{2\sigma'_3 \sin \varphi + 2C \cos \varphi} \right]^2 \quad (\text{III.7})$$

$R_f$  est un paramètre variant généralement entre 0.7 et 0.9 qui relie le cisaillement à la rupture au cisaillement dans le domaine élastique à grandes déformations.

#### III.4.2. Modèle de Ramberg-Osgood

Le modèle de Ramberg and Osgood (1943) a été créé en tant qu'alternative aux modèles hyperboliques offrant une meilleure procédure de simulation. Dans sa forme originale, le modèle s'exprimait :

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} + \lambda \left( \frac{\tau}{G_0} \right)^m, \lambda = \left( \frac{G_1}{G_2} - 1 \right) \left( \frac{\tau_2}{G_0} \right)^{1-m} \quad (\text{III.8})$$

où  $G_1$  et  $G_2$  représentent le module de cisaillement sécant au début et à la fin de chargement,  $\tau_2$  est le contrainte de cisaillement à la fin de chargement et  $m$  est un paramètre définissant la forme de la courbe.

#### III.4.3. Modèle Hardin-Drnevich

L'équation de réduction du module de Hardin et Drnevich (1972) ne comprend qu'un paramètre, soit  $\gamma_{ref}$ , qui est la déformation en cisaillement à laquelle la courbe de réduction atteint la valeur de  $G/G_0 = 0.5$ . Cette équation s'écrit

$$M_s = \frac{1}{1 + \gamma/\gamma_{ref}} \quad (\text{III.9})$$

### III.4.4. Modèles sigmoïdaux

Les courbes sigmoïdales sont une manière de représenter les courbes de réduction du module  $G/G_0$  ( $M_S$ ) et sont définies par quatre paramètres. L'équation générale des courbes sigmoïdales est donnée par l'équation (III.10) (Mánica et al., 2014; Lee et al., 2015) :

$$M_S = y_0 + \frac{a}{1 + \exp(-(L - x_0)/b)} \quad (\text{III.10})$$

où le paramètre  $a$  contrôle l'amplitude de la courbe, le paramètre  $b$  son étendue sur l'axe des abscisses, le paramètre  $x_0$  la position sur l'axe des abscisses et le paramètre  $y_0$  la position sur l'axe des ordonnées. Le paramètre  $L$  est le logarithme à base 10 de la déformation en cisaillement, exprimée en %. Le paramètre  $y_0$  peut être omis pour obtenir un modèle sigmoïdal à 3 paramètres. Le grand nombre de paramètres permet d'ajuster les données de laboratoire efficacement, mais rend la tâche ardue lorsque cet ajustement est fait manuellement. Les modèles sigmoïdaux sont implantés dans le logiciel *FLAC*.

### III.5. Nouvelle équation de l'extension du critère de Masing

L'équation (III.11) décrit la relation de Masing pour le cas initial et la figure (III.3) schématise son évolution pour le modèle hyperbolique :

$$\frac{\tau^i}{\tau_{max}} = \frac{\frac{\gamma^i}{\gamma_r}}{1 + \left| \frac{\gamma^i}{\gamma_r} \right|} \quad (\text{III.11})$$

D'après la relation (III. 10), Pour  $\left| \frac{\gamma^i}{\gamma_r} \right| = 1 \Rightarrow \tau^i / \tau_{max} = 0.5$ .

La relation (III.11), pour un comportement cyclique (chargement-déchargement), sera réécrite sous la forme :

$$\tau^i = \tau_{rev}^i + G_{max} \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{2\gamma_r} \right|} \quad (\text{III.12})$$

Pour  $\tau_{rev}^i = -\tau_a^i$  et  $\gamma_{rev}^i = -\gamma_a^i$  la figure (III.2) schématise la courbe d'hystérésis suivant le critère de Masing ainsi que la courbe initiale.

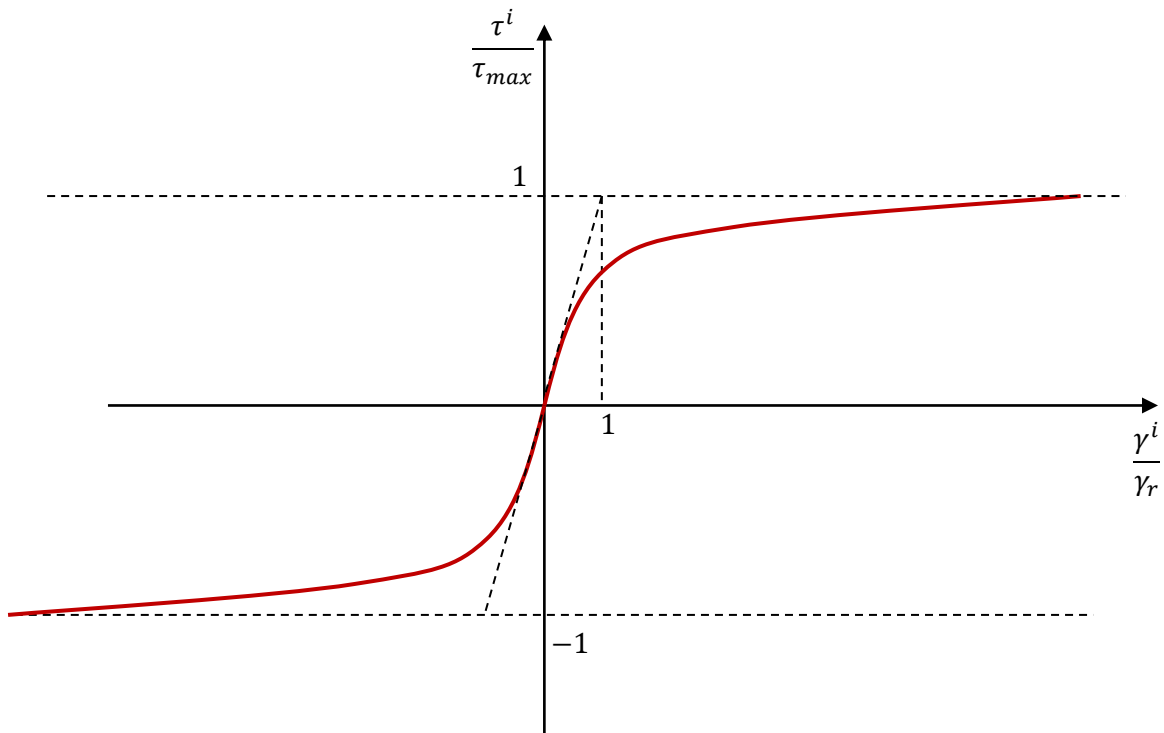


Figure III.3- Courbe normalisée du critère initial de Masing.

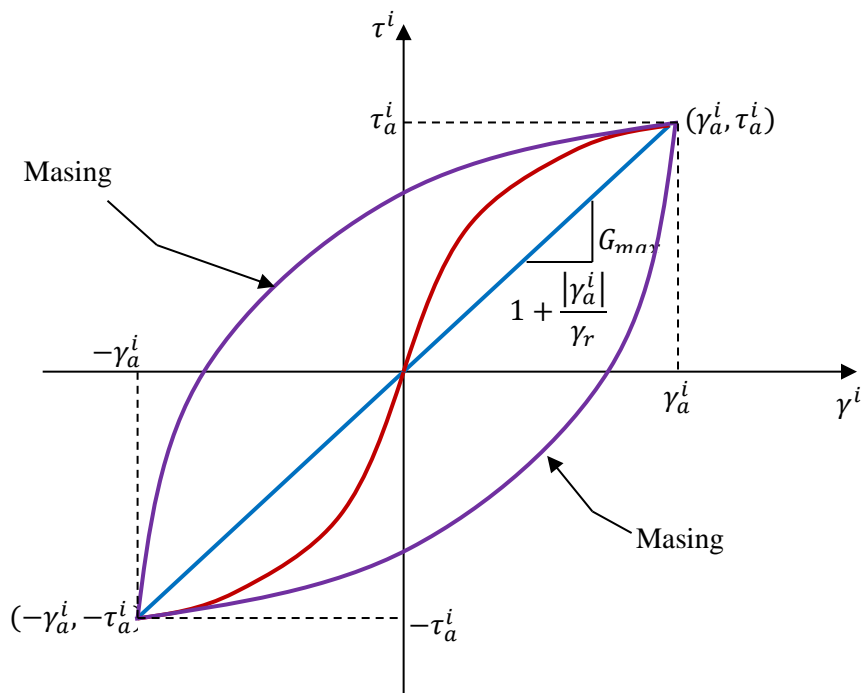


Figure III.4- Courbe d'hystérésis suivant le critère de Masing pour un chargement cyclique symétrique.

D'après la figure (III.3), la courbe d'hystérésis peut se réécrire de la manière suivante :

$$\tau^i = \underbrace{\tau_{rev}^i + G_{max} \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|}}_{\substack{\text{Equation de la diagonale} \\ \text{Déformation associée au module sécant}}} + \underbrace{\left\{ G_{max} \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{2\gamma_r} \right|} - G_{max} \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|} \right\}}_{\substack{\text{Projection sur la courbe} \\ \text{Dissipation d'énergie}} \quad (III.13)$$

L'équation (III.13) est représentée schématiquement suivant la figure (III.5). D'après la figure (III.5) tout point qui obéit à la règle de Masing peut se décomposer en une sommation d'une déformation associée au module sécant (partie diagonale) et sa projection sur la courbe de chargement ou déchargement (qui présente la déviation qui produit la dissipation d'énergie).

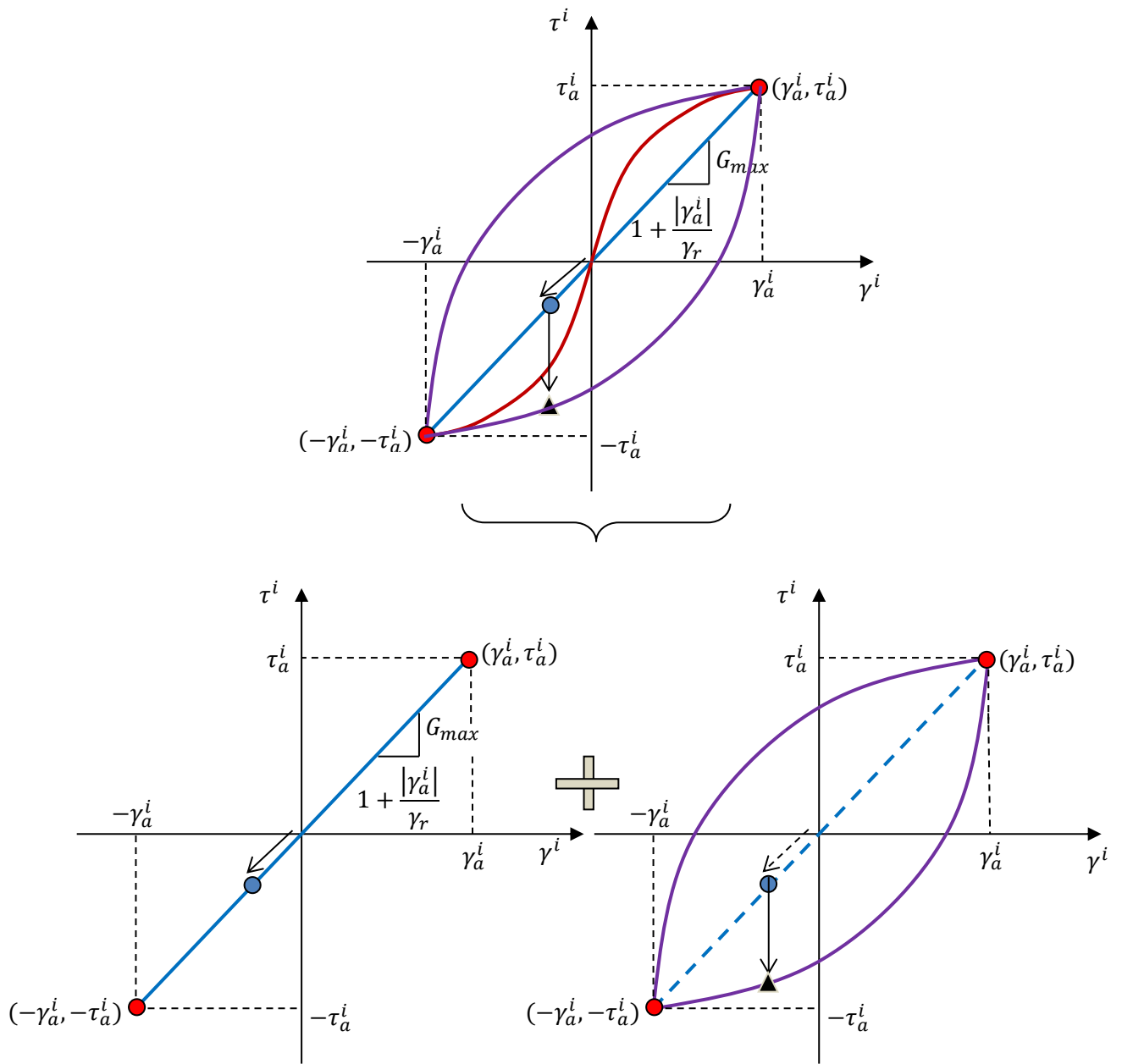
Examinons maintenant le cas d'un chargement quelconques (chargement général qui ne peut pas être forcément symétrique). Pour le cas général où le chargement déchargement est à n'importe qu'el point, on a:

$$G_{max} \frac{\frac{2\gamma_a^i}{2}}{1 + \left| \frac{2\gamma_a^i}{2\gamma_r} \right|} = \tau_a^i - \tau_{rev}^i / 2 = \tau_{max}^i - \tau_{rev}^i / 2 C^i$$

qui donne

$$C^i = \frac{\tau_{max}^i - \tau_{rev}^i}{\tau_a^i - \tau_{rev}^i} = \frac{(\tau_{max}^i - \tau_{rev}^i) \left(1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right| \right)}{2G_{max}\gamma_a^i} \quad (III.14)$$

Le facteur  $C^i$  est injecté dans l'équation (III.13) et cela pour avoir une courbe d'hystérésis fermée lorsque  $\gamma = \gamma_a^i$ .



**Figure III.5-** Décomposition de la Courbe d'hystérésis en une partie diagonale et sa projection sur la courbe de chargement-déchargement.

L'équation (III.13) se réécrit de la façon suivante:

$$\tau^i = \underbrace{\tau_{rev}^i + C^i G_{max} \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|}}_{\substack{\text{Equation de la diagonale} \\ \text{Déformation associée au module sécant}}} + \underbrace{\lambda_1(\gamma_a^i)}_{cst} \left\{ \underbrace{G_{max} C^i \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{2\gamma_r} \right|} - G_{max} C^i \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|}}_{\substack{\text{Projection sur la courbe} \\ \text{d'énergie dissipée}}} \right\} \quad (III.15)$$

L'équation (III.15) est la nouvelle équation générale de l'extension du critère de Masing. Le paramètre  $\lambda_1(\gamma_a^i) = \lambda_i$  qui se trouve dans l'équation (III.15) est un paramètre de calibrage du coefficient d'amortissement dépendant de l'amplitude de déformation  $\gamma_a^i$  qui contrôle la taille de la boucle d'hystérésis.

### III.6. Calibrage du coefficient d'amortissement

L'énergie dans un système est équivalente au produit de la contrainte et de la déformation ou à l'aire sous la courbe suivie lors d'un chargement. Dans un système non-linéaire élastique, puisque le déchargement suit le même chemin que le chargement, l'énergie dans le système est conservée. Il n'y a pas de dissipation d'énergie et donc pas d'amortissement. C'est pourquoi un terme d'amortissement visqueux est ajouté et que le sol est considéré comme un matériau viscoélastique.

Le chemin du déchargement d'un comportement hystérétique passe sous la courbe du chargement, c'est-à-dire que le déchargement se fait avec une énergie moindre que le chargement. L'énergie du chargement est donc dissipée par le comportement hystérétique. L'expression de cette énergie dissipée au cours d'un cycle se fait de la manière suivante.

$$\Delta W = \oint \tau(\gamma) d\gamma \quad (III.16)$$

L'avantage de ce type de comportement lors de la modélisation d'un système en chargement dynamique réside dans le fait, qu'en théorie, aucun amortissement visqueux n'est nécessaire au système: l'amortissement est calculé selon le chemin contrainte-

déformation initiale. Toutefois, lorsque le système est soumis à des oscillations de faible intensité et de grande fréquence, le comportement en chargement et en déchargement devient quasi-linéaire en raison de la faible réduction du module à faibles déformations. Dans les cas de simulations numériques, un amortissement secondaire (de Rayleigh ou constant) devrait être spécifié pour palier à cette lacune du modèle hystérétique.

Étant donné que la boucle d'hystérésis est antisymétrique, et suivant la méthode de décomposition de la règle de Masing élargie et d'après les Eqs. (III.15) et (III.16) et la figure (III.6), il sort que:

$$\Delta W = 2G_{max}\lambda_1(\gamma_a^i) \oint \left\{ C^i \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{2\gamma_r} \right|} - K_{max} C^i \frac{\gamma^i - \gamma_{rev}^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|} \right\} d\gamma^i \quad (III.17)$$

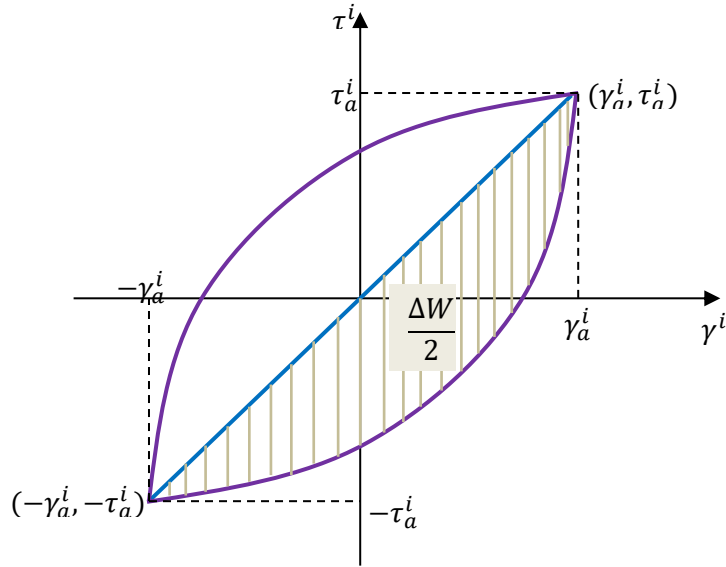
Pour  $C^i = 1$ , ( $\gamma^i = -\gamma_{rev}^i = \gamma_{max}^i = \gamma_a^i, \tau^i = \tau_{rev}^i = \tau_{max}^i = \tau_a^i$ ), l'équation (II.17) devient

$$\Delta W = 2G_{max}\lambda_1(\gamma_a^i) \int_{-\gamma_a^i}^{\gamma_a^i} \left\{ \frac{\gamma^i + \gamma_a^i}{1 + \left| \frac{\gamma^i + \gamma_a^i}{2\gamma_r} \right|} - \frac{\gamma^i + \gamma_a^i}{1 + \left| \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right|} \right\} d\gamma^i \quad (III.18)$$

Après intégration de l'équation (III.18), on obtient :

$$\Delta W = 2G_{max}\lambda_1(\gamma_a^i) \left\{ II\gamma_a^i\gamma_r - II\gamma_r^2 \ln \left( 1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right) - \frac{2\gamma_a^2}{1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r}} \right\}$$





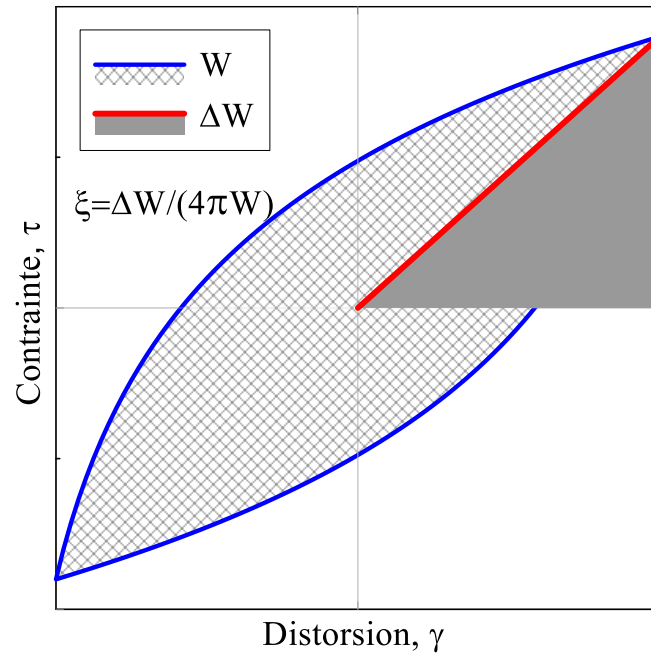
**Figure III.6.** Calcul de l'énergie dissipée pour un cycle de chargement.

Le coefficient d'amortissement est donné par (Astroza et al., 2017) (Figure III.7)

$$\xi = \frac{\Delta W}{4\pi W} \quad (\text{III.19})$$

Sachant que  $W = \frac{1}{2} G_{max} \frac{\gamma_a^i}{1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r}}$ , l'équation (III.19) devient :

$$\xi = \frac{2\lambda_1(\gamma_a^i)}{\pi} \left\{ 2 \left( 1 + \frac{1}{\gamma_a^i/\gamma_r} \right) \left[ 1 - \frac{1}{\gamma_a^i/\gamma_r} \ln \left( 1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r} \right) \right] - 1 \right\} \quad (\text{III.20})$$



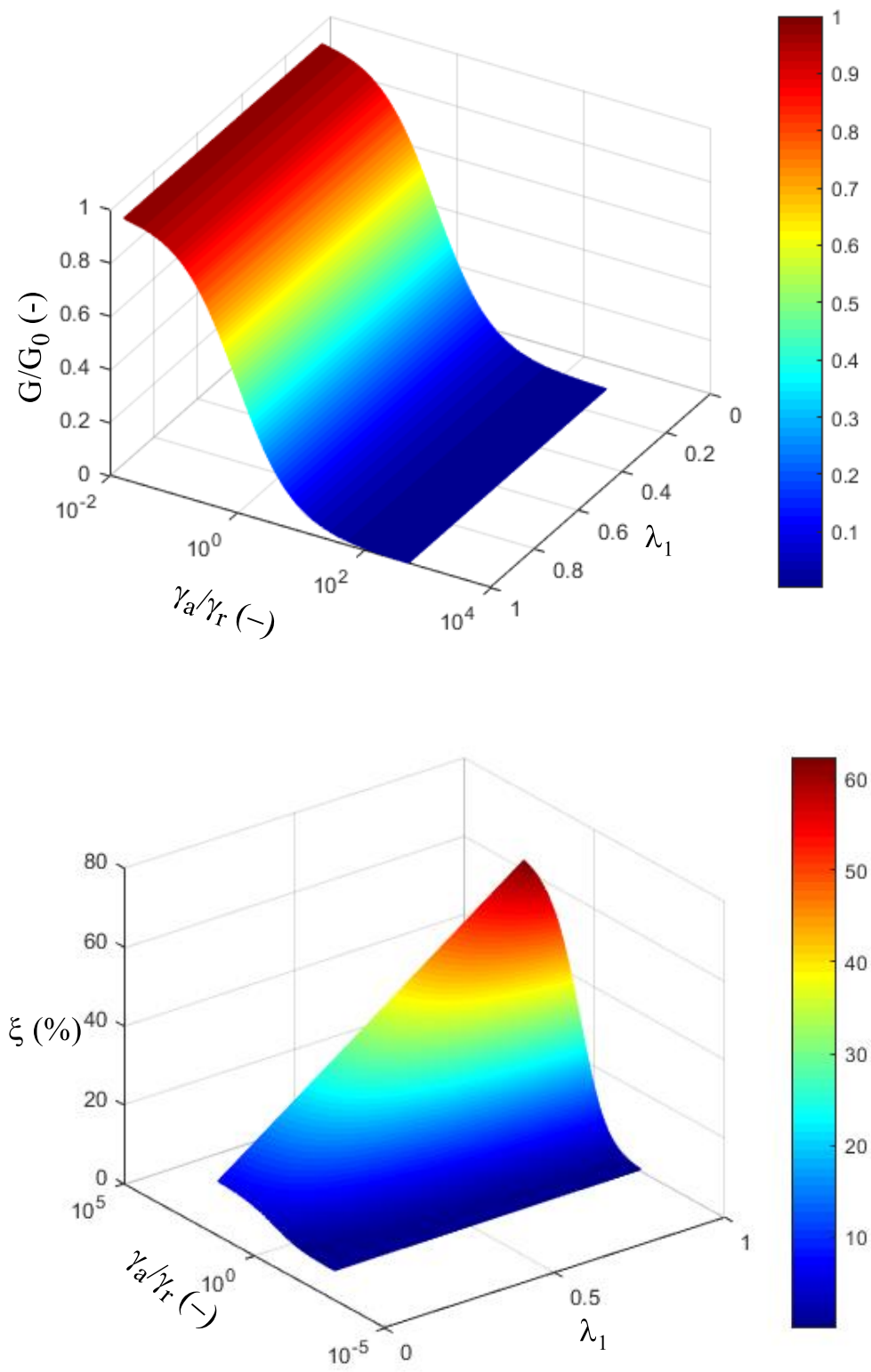
**Figure III.7-** Définition de l'énergie élastique et l'énergie dissipée pour le calcul du coefficient d'amortissement

D'après l'équation (III.20), et pour un grand niveau de déformation il sort :

$$\xi|_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{2}{\pi} \lambda_1 (\gamma_a^i) |_{\gamma_a^i \rightarrow \infty} \quad (\text{III.21})$$

Les figures (III.8) et (III.9) représentent les résultats d'une nouvelle technique de réduction du coefficient d'amortissement, car avec l'utilisation des modèles mathématiques standards avec le critère de Masing, les résultats prédits pour les hauts niveaux de déformations sont plutôt théoriques et ne coïncident pas avec ceux obtenus dans les essais aux laboratoires.

D'après la figure (III.8), le facteur de correction  $\lambda_1$ , qui réduit la taille de la boucle d'hystérésis, n'influe pas sur la dégradation du module de cisaillement mais plutôt sur l'amortissement, donc la courbe initiale reste inchangeable.



**Figure III. 8-** Influence du facteur de correction  $\lambda_1$  sur la variation du coefficient d'amortissement (représentation  $\xi \sim (\gamma_a/\gamma_r, \lambda_1)$ ).

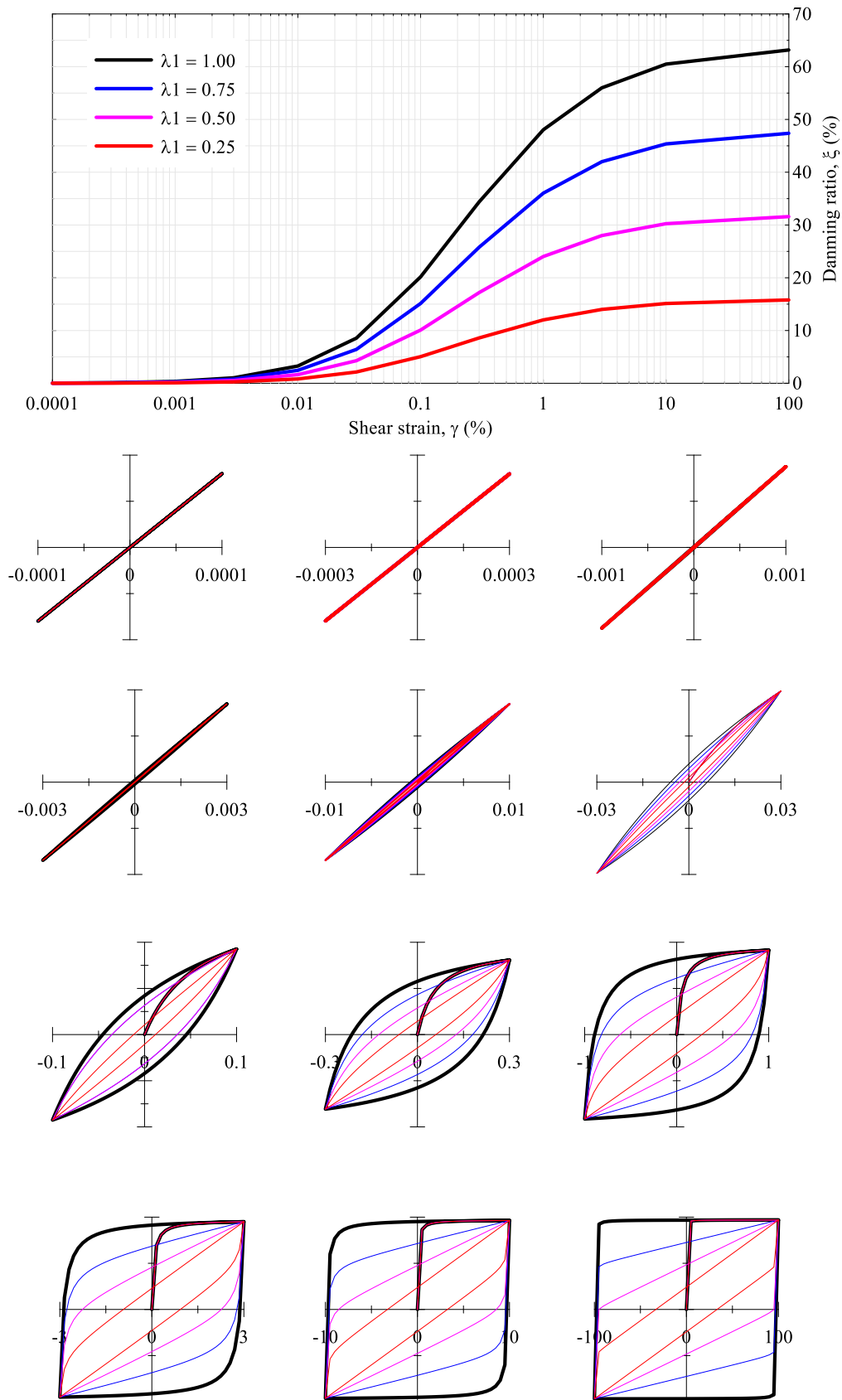


Figure III. 9- Nouvelle famille d'amortissement par le biais du facteur de correction.

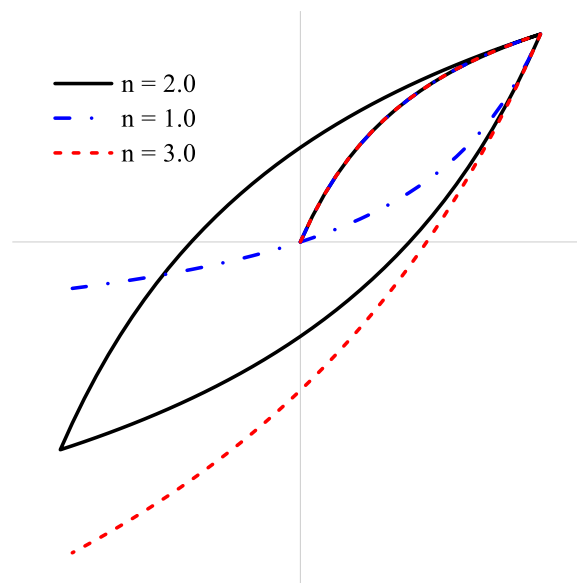
### III.7. Méthode de simulation de nouvelles boucles d'hystérésis sous forme S\_Shape

D'après l'équation générale de réduction de la taille de la boucle d'hystérésis (Eq. III.15) et d'après la figure (III.10), on constate que si le facteur de correction  $\lambda_1(\gamma_a^i)$  est constant pour un niveau de déformation  $\gamma_a^i$ , alors il y'aura une pénalisation du coefficient d'amortissement suivant l'accroissement du coefficient  $\lambda_1(\gamma_a^i)$  sans produire de changement dans la forme de la boucle d'hystérésis.

Reprenons l'équation simple de la règle de Masing mais avec modification de la deuxième règle de Masing concernant le rapport homothétique ( $n=2$ ) qui sera plus général :

$$\frac{\tau - \tau_r}{n} = f_{bb}\left(\frac{\gamma - \gamma_r}{n}\right) \quad (\text{III.22})$$

La figure (III.10) montre les formes de la boucle d'hystérésis pour un rapport homothétique général (pour le cas de déchargement).



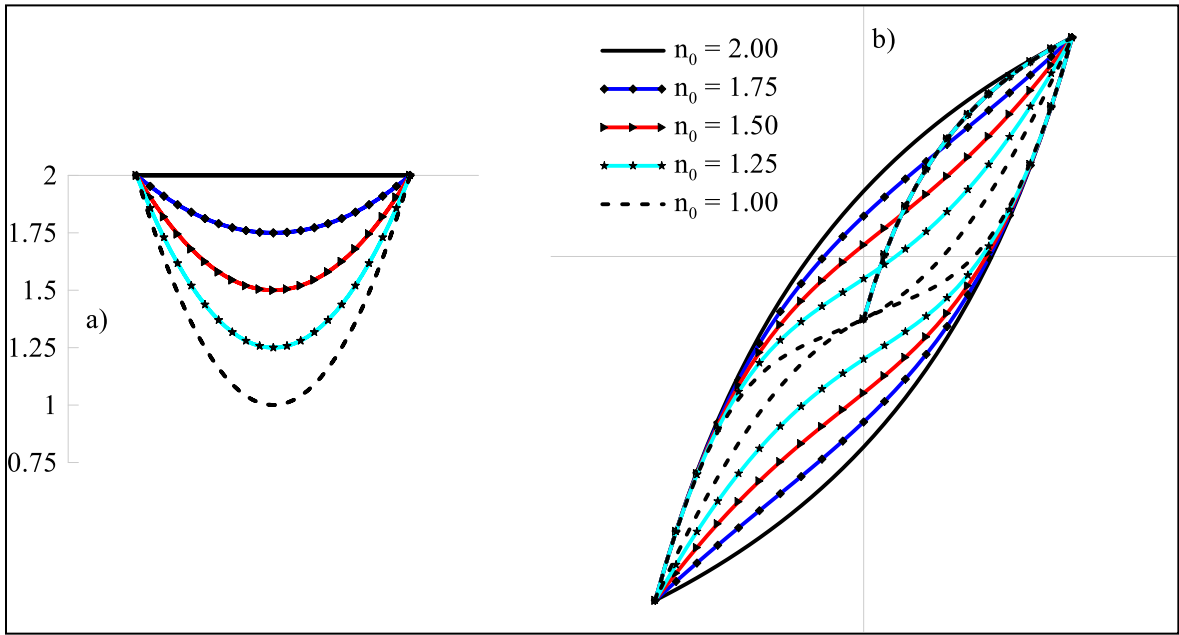
**Figure III.10-** Influence du rapport homothétique "n" sur la forme de la boucle d'hystérésis.

Il est clair de la figure (III.10) que pour  $n=2$ , la boucle d'hystérésis sera fermée et antisymétrique tandis que pour  $n \neq 2$  la boucle va changer de forme mais elle ne sera pas fermée.

Faisons varier  $n$  (Taborda and Zdravkovic, 2012) de tel manière à satisfaire la condition suivante :

$$\begin{cases} \frac{\tau - \tau_r}{n} = f_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_r}{n} \right) \\ n(\gamma = \gamma_a) = n(\gamma = -\gamma_a) = 2 \\ n(\gamma = \gamma_a) = n(\gamma = -\gamma_a) \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

La variation de  $n(\gamma)$  est schématisée dans la figure (III.11). D'après la figure (III.11) et suivant la variation de  $n(\gamma)$  qui dépend de la valeur initiale du rapport homothétique  $n_0 = n(\gamma = 0)$ , qui sera déterminé expérimentalement, la forme de la boucle change d'une façon remarquable donnant une forme bien spécifiée appelée *S\_Shape*. A noter que la valeur minimale  $n_0 = n(\gamma = 0)$  doit être égale à l'unité.



**Figure III.11-** Influence du rapport homothétique  $n_0$  sur la forme de la boucle d'hystérésis.

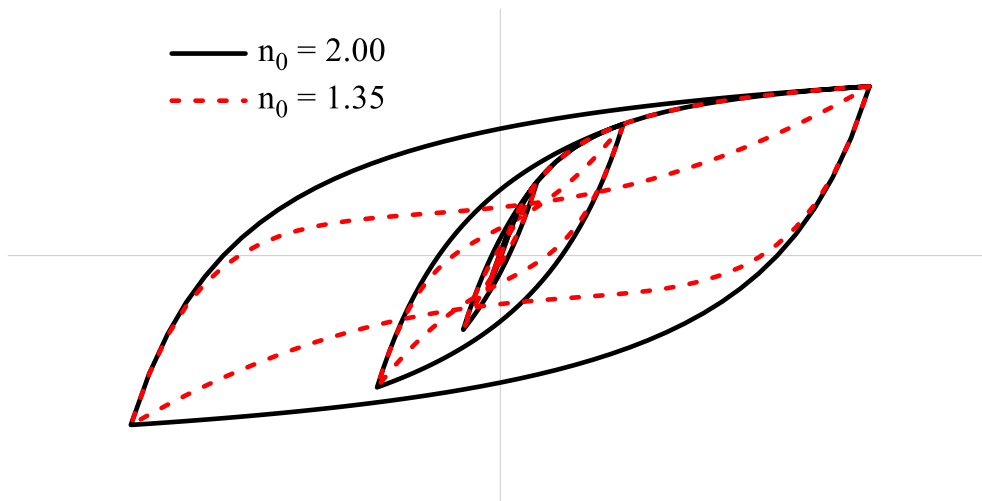
L'énergie emmagasinée dans la boucle d'hystérésis pour le cas général du rapport homothétique devient :

$$\Delta W = 2G_{max}\lambda_1(\gamma_a^i) \left\{ 2n(\gamma_a^i)\gamma_a^i\gamma_r - n^2(\gamma_a^i)\gamma_r^2 \ln \left( 1 + \frac{2\gamma_a^i}{n(\gamma_a^i)\gamma_r} \right) - \frac{2\gamma_a^2}{1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma_r}} \right\} \quad (\text{III.24})$$

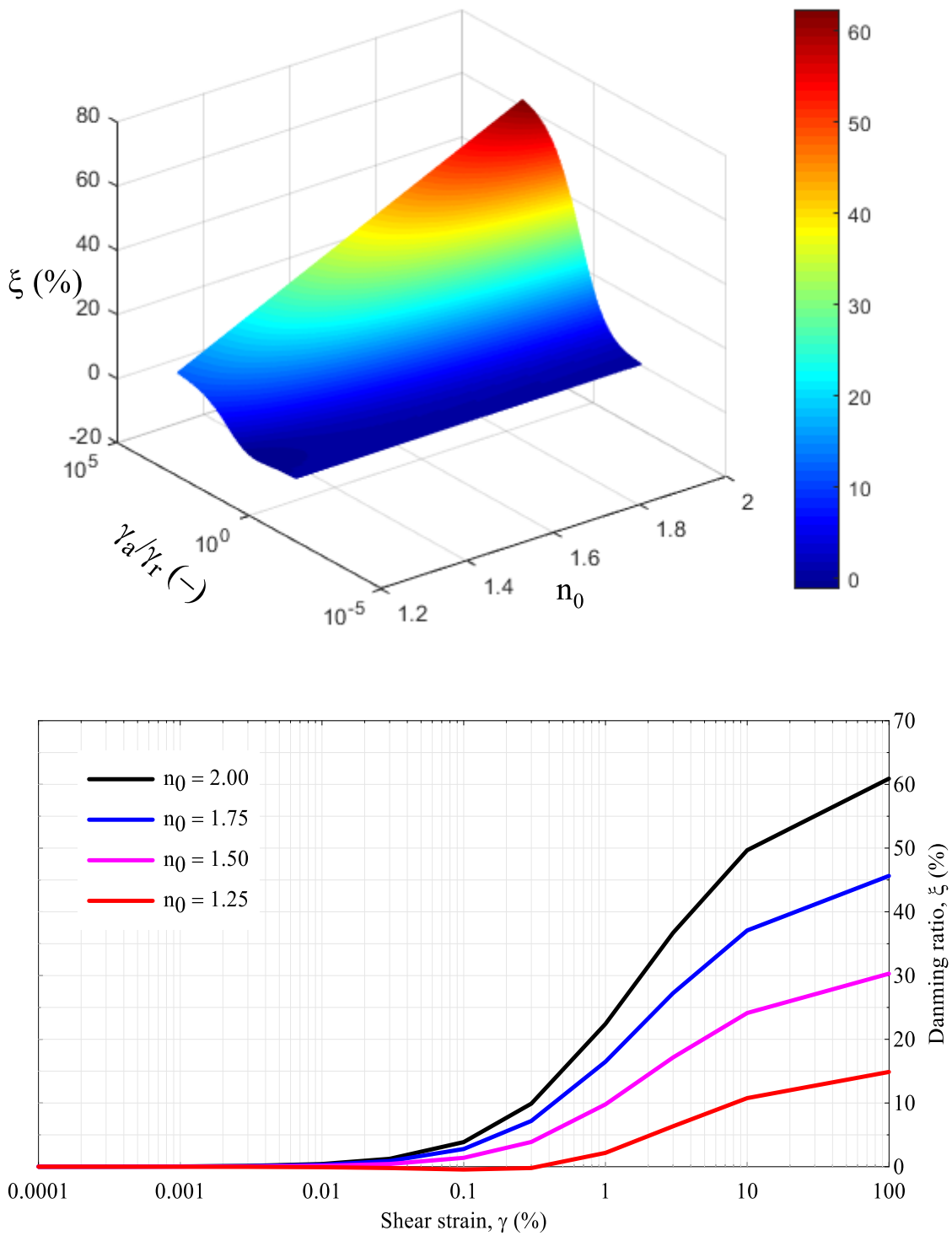
Le coefficient d'amortissement (Eq. III.19) prend l'expression suivante :

$$\xi = \frac{2\lambda_1(\gamma_a^i)}{\pi} \left\{ (n(\gamma_a^i) - 1) + \frac{n(\gamma_a^i)\gamma_r}{\gamma_a^i} - \frac{n^2(\gamma_a^i)}{2} \left( \frac{\gamma_r}{\gamma_a^i} \right)^2 \left( 1 + \frac{\gamma_a^i}{\gamma} \right) \ln \left( 1 + \frac{2\gamma_a^i}{n(\gamma_a^i)\gamma_r} \right) \right\} \quad (\text{III.25})$$

La figure (III.12) montre que l'influence de la variation du rapport  $n(\gamma_a^i)$  pour les faibles niveaux de déformation n'influe pas sur la forme de la boucle d'hystérésis. Cependant pour les moyens à hauts niveaux de déformations l'influence de ce rapport est significatif et la forme de la boucle d'hystérésis devient de plus en plus en forme *S\_Shape* (Najma and Latifi, 2018). Cette forme de boucle influe sur le coefficient d'amortissement comme le montre la figure (III.12) et l'application de l'équation (III.25) (Figure III.13).



**Figure III.12-** Evolution de la forme de la boucle d'hystérésis en forme *S\_Shape*.



**Figure III.13-** Influence du rapport  $n_0$  sur la variation du coefficient d'amortissement.

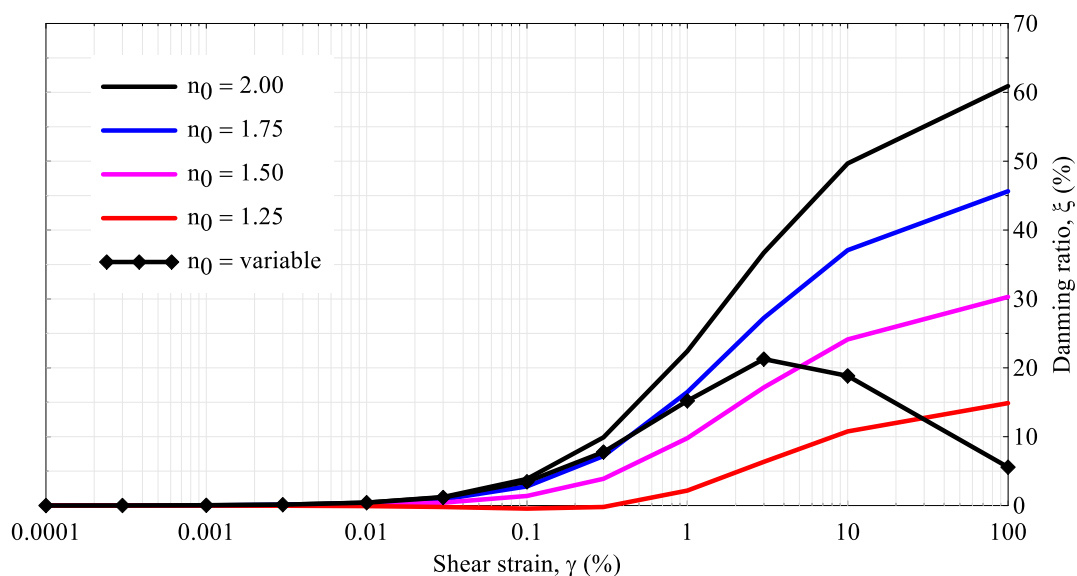
Il est à noter que le rapport  $n_0$  doit être quantifié au laboratoire par des essais cycliques.



En réalité le rapport  $n_0$  n'est pas identique (variable) suivant l'évolution de l'amplitude de la déformation afin de décrire correctement la forme  $S\_Shape$ . La figure (III.14) schématise la variation du coefficient d'amortissement suivant une famille de variation du paramètre  $n_0$ . On remarque que la forme de la variation de  $(\xi - \gamma)$  dépend de ce paramètre, mais pour  $n_0$  variable avec l'amplitude de la déformation (inversement proportionnel à l'amplitude de la déformation) la variation de  $(\xi - \gamma)$  est bien particulière car cette dernière a un sommet (pic), alors elle aura ensuite une valeur maximale puis décroît (Matasovic and Vucetic, 1993; Chiaradonna et al., 2015). De ce fait l'apparition de cette forme spéciale d'évolution de  $(\xi - \gamma)$  due à la forme  $S\_Shape$  implique que le paramètre  $n_0$  doit être variable avec l'amplitude de la déformation par décroissement.

La figure (III.14) schématise une évolution intéressante du coefficient d'amortissement. Il s'agit d'un type d'évolution du coefficient d'amortissement bien spécial due à la forme spéciale des courbes d'hystérésis connues dans la littérature sous le nom de  $S\_Shape$  (amortissement due à la forme  $S\_Shape$ ) (Wijewickreme and Soysa, 2016; Kumar et al., 2017).

A travers un changement de variation du rapport  $n_0$  qui est variable suivant l'intensité de la déformation de cisaillement, nous avons réussi à simuler un comportement particulier de l'évolution du coefficient d'amortissement comme le schématise la figure (III.14).



**Figure III.14-** Détection d'une nouvelle évolution du coefficient d'amortissement due à la forme  $S\_Shape$  des boucles d'hystérésis.

### **III.8. Conclusions**

Jusqu'à nos jours il n'existe pas un modèle universel qui peut prédire le comportement des sols. En même temps, un modèle peut simuler une partie de la réalité mais pas la totalité. A travers un simple rapport injecté dans le critère de Masing et après une modification de ce dernier on a réussi à détecter plusieurs aspects du comportement. De ce fait, beaucoup d'investigations du point de vue construction de modèles plus simples et plus robustes sont nécessaires afin de simuler de mieux en mieux le comportement dynamique des sols dans le cas général.

## Chapitre IV

---

### *Intégration bidimensionnelle des lois de comportement non linéaires*

## IV.1. Introduction

Les relations entre contraintes et déformation sont vastes dans la littérature. Comme il n'existe pas une relation universelle, chacune des expressions données est déterminée dans un domaine de validité bien défini. Ce domaine peut être défini par de nombreux paramètres.

La relation d'élasticité n'est valable que pour un état de sollicitation faible. Pour un niveau de déformation plus élevé, l'utilisation des modèles non linéaires devient nécessaire tels que le modèle hyperbolique, le modèle Sig4, le modèle Ramberg Osgood, ...etc. L'utilisation de ces modèles décrit la partie de chargement dans le cas de compression ou traction, mais dans le cas de déchargement-rechargement, le recours au critère de Masing est l'un des moyens les plus utilisés du fait de la qualité des résultats fournis.

Dans ce chapitre et à travers les trois modèles cités ci-dessus, la matrice élastique non linéaire est déterminée pour le cas du premier chargement et pour le cas de déchargement-rechargement. La différence entre l'intégration en deux dimensions (2D) et une dimension (1D) est que pour le cas 2D (ainsi que pour le cas 3D), il faut calculer une valeur résultante de la déformation dite déformation octaédrique ( $\gamma_{oct}$ ) pour aboutir à la matrice de rigidité non linéaire. A la fin de ce chapitre une investigation mathématique est faite sur la simulation numérique des essais de cisaillement simples (*simple shear strain controled*) suivant l'appareil (TxSS).

## IV.2. Description mathématique des modèles

Pour la formulation mathématique des lois de comportement en 2D et 3D, le module de cisaillement sécant est fonction de la déformation octaédrique  $\gamma_{oct}$  pour les différents modèles hyperboliques, Sig4 et Ramberg Osgood, où la déformation  $\gamma_{oct}$  est donnée par la relation :

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + 6\varepsilon_{12}^2 + 6\varepsilon_{23}^2 + 6\varepsilon_{31}^2} \quad (\text{IV.1})$$

Dans l'équation (IV.1),  $\varepsilon_{ii}$  et  $\varepsilon_{ij}$  désignent les déformations axiale et tangentielle, respectivement, pour  $i=1, 3$  et  $j=1, 3$ .

Selon l'axe principale, la déformation  $\varepsilon_{oct}$  est donnée en fonction des déformations axiales principales  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  et  $\varepsilon_{III}$  par :

$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \quad (IV.2)$$

La déformation  $\gamma_{oct}$ , (ou  $\varepsilon_{oct}$ ) est une possibilité de mesure des déformations (considérées comme résultantes), pour l'implémentation numérique des lois de comportements.

Le module sécant pour les modèles hyperbolique, le modèle Sig4 et le modèle de Ramberg Osgood est donné en fonction de la déformation octaédrique  $\gamma_{oct}$  par :

$$\begin{cases} G_S^{Hyp} = \frac{G_0}{1 + \beta \left(\frac{\gamma_{oct}}{\gamma_r}\right)^\alpha} \\ G_S^{Sig4} = G_0 \left[ y_0 + \frac{a}{1 + e^{-(L-x_0)/b}} \right] \\ G_S^{R-O} = \frac{G_0}{1 + \alpha_1 \left(\frac{G_S^{R-O} \gamma_{oct}}{G_0 \gamma_r}\right)^{r-1}} \end{cases} \quad (IV.3)$$

Où  $\gamma_{oct}$  est donnée par l'Eq. (IV.1)  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma_r$  sont des paramètres d'ajustement du modèle hyperbolique,  $a$ ,  $y_0$ ,  $x_0$  et  $b$  des paramètres d'ajustement du modèle Sig4 avec  $L = \log_{100} \gamma_{oct}$  tandis que  $\alpha_1$  et  $r - 1$  sont des paramètres d'ajustement du modèle Ramberg Osgood.

La figure (IV.1) schématise la variation de  $G/G_0$  en fonction de  $\gamma/\gamma_r$  ( $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_r$ ) et  $\xi$  en fonction de  $\gamma/\gamma_r$  ( $\xi \sim \gamma/\gamma_r$ ) suivant le modèle hyperbolique et Ramberg Osgood, respectivement.

L'état de contrainte est donné par:

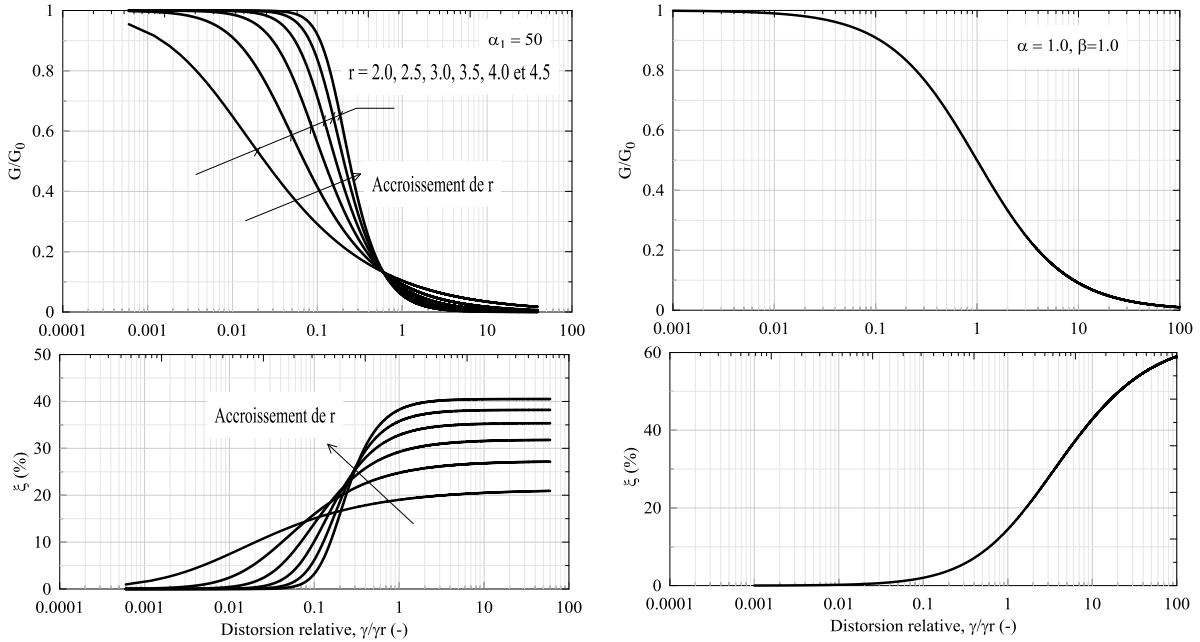
$$\sigma = K_S \varepsilon_{kk} + G_S \varepsilon_{ij} \quad (IV.4)$$

Avec  $K_S$  et  $G_S$  les modules de compressibilité et de cisaillement sécant, respectivement, et  $\varepsilon_{kk}$  le premier invariant des tenseurs de déformation égal à la variation volumétrique. Le tenseur des contraintes (Eq. IV.4) peut être réécrit en une partie volumétrique et une partie déviatorique suivant les équations (IV.5) et (IV.6), respectivement :

$$p' = \sigma' = K_S \varepsilon_V \quad (IV.5)$$

$$S_{ij} = 2G_S e_{ij} \quad (IV.6)$$

Dans l'équation (IV.6), le tenseur  $e_{ij}$  désigne la partie déviatorique du tenseur de déformation  $\varepsilon_{ij}$ .



**Figure IV.1-** Variation de de  $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_r$  et  $\xi \sim \gamma/\gamma_r$  pour les modèles hyperbolique et Ramberg Osgood pour différentes valeurs des paramètres de calibrage.

Sachant que  $\varepsilon_V$  est la trace du tenseur de déformation, l'équation (IV.6) se réécrit de la manière suivante :

$$p' = \sigma_{oct} = 3K_S \varepsilon_{oct} \quad (IV.7)$$

Tandis que la relation (IV.5) se transforme à :

$$\tau_{oct} = G_S \gamma_{oct} \quad (IV.8)$$

L'incrément de contrainte  $\left(\frac{d\sigma_{oct}}{d\varepsilon_{oct}}\right)$  (Chen and Mizuno, 1990; Chitas, 2008) et à partir de la relation (IV.7) aura la forme:

$$\frac{d\sigma_{oct}}{d\varepsilon_{oct}} = \frac{d(3K_S\varepsilon_{oct})}{d\varepsilon_{oct}} = 3 \left[ \frac{dK_S}{d\varepsilon_{oct}} \varepsilon_{oct} + \frac{d\varepsilon_{oct}}{d\varepsilon_{oct}} K_S \right] = 3 \left[ K_S + \frac{dK_S}{d\varepsilon_{oct}} \varepsilon_{oct} \right]$$

Il en sort :

$$d\sigma_{oct} = 3 \left[ K_S + \frac{dK_S}{d\varepsilon_{oct}} \varepsilon_{oct} \right] d\varepsilon_{oct} = 3K_t d\varepsilon_{oct} \quad (IV.9)$$

Alors que pour l'incrément  $\left(\frac{d\tau_{oct}}{d\gamma_{oct}}\right)$  et à partir de la relations (III.8) on aura :

$$\frac{d\tau_{oct}}{d\gamma_{oct}} = \frac{d(G_S\gamma_{oct})}{d\gamma_{oct}} = \left[ \frac{dG_S}{d\gamma_{oct}} \gamma_{oct} + \frac{d\gamma_{oct}}{d\gamma_{oct}} G_S \right] = \left[ G_S + \frac{dG_S}{d\gamma_{oct}} \gamma_{oct} \right]$$

Donc

$$d\tau_{oct} = \left[ G_S + \frac{dG_S}{d\gamma_{oct}} \gamma_{oct} \right] d\gamma_{oct} = G_t d\gamma_{oct} \quad (IV.10)$$

Dans les équations (IV.9) et (IV.10),  $K_t$  et  $G_t$  sont les modules de compressibilité et de cisaillement tangent, respectivement.

Il faut exprimer la variation du tenseur des contraintes déviatoriques et volumétriques en fonction du tenseur de déformation totale. Pour le tenseur des contraintes volumétrique, il vient :

$$d\sigma_{oct} = dp' = 3K_t d\varepsilon_{oct} = K_t \delta_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (IV.11)$$

Pour la variation du tenseur des contraintes déviatorique en fonction du tenseur des déformations, on suit les démarches suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dS_{ij}}{de_{ij}} &= \frac{d(2G_S e_{ij})}{de_{ij}} = 2 \left[ \frac{dG_S}{de_{ij}} e_{ij} + \frac{de_{ij}}{de_{ij}} G_S \right] = 2 \left[ G_S + \frac{dG_S}{de_{ij}} e_{ij} \right] \rightarrow dS_{ij} \\ &= 2 \left[ G_S + \frac{dG_S}{de_{ij}} e_{ij} \right] de_{ij} \end{aligned}$$

donc

$$dS_{ij} = 2 \left[ G_S + \frac{dG_S}{de_{ij}} e_{ij} \right] de_{ij} \quad (\text{IV.12})$$

On a aussi

$$d\gamma_{oct} = \frac{4 e_{rs}}{3 \gamma_{oct}} de_{rs} \leftrightarrow de_{rs} = d\gamma_{oct} \left( \frac{4 e_{rs}}{3 \gamma_{oct}} \right)^{-1}$$

Alors

$$de_{rs} = d\gamma_{oct} \left( \frac{4 e_{rs}}{3 \gamma_{oct}} \right)^{-1} \quad (\text{IV.13})$$

L'équation (IV.12) se ramène à

$$\begin{aligned} dS_{ij} &= 2 \left[ G_S + \frac{dG_S}{de_{ij}} e_{ij} \right] de_{rs} \delta_{jr} de_{js} = 2 \left[ G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \frac{dG_S}{d\gamma_{oct} \left( \frac{4 e_{rs}}{3 \gamma_{oct}} \right)^{-1}} e_{ij} \right] de_{rs} \\ dS_{ij} &= 2 \left[ G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \frac{dG_S}{d\gamma_{oct}} \frac{4 e_{rs}}{3 \gamma_{oct}} e_{ij} \right] de_{rs} \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Prenons en considération la définition de  $G_t$  (Eq. IV.10), l'équation (IV.14) se réécrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} dS_{ij} &= 2 \left[ G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \frac{4 G_t - G_S}{3 \gamma_{oct}^2} e_{rs} e_{ij} \right] de_{rs} \\ dS_{ij} &= 2 [G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \eta e_{rs} e_{ij}] de_{rs} \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

Avec

$$\eta = \frac{4 G_t - G_S}{3 \gamma_{oct}^2} \quad (\text{IV.16})$$

Les relations élaborées doivent être exprimées en déformations totales. L'équation (IV.15) se transforme en :

$$dS_{ij} = 2 [G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \eta e_{rs} e_{ij}] de_{rs} = 2 [G_S \delta_{ir} \delta_{js} + \eta e_{rs} e_{ij}] \left( \delta_{rk} \delta_{ls} - \frac{1}{3} \delta_{rs} \delta_{kl} \right) d\epsilon_{kl}$$



Finalement on obtient :

$$dS_{ij} = 2 \left[ G_S \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} G_S \delta_{ij} \delta_{kl} + \eta e_{kl} e_{ij} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (\text{IV.17})$$

D'après l'équation de l'incrément de la contrainte volumétrique (Eq. IV.11) et l'équation (IV.17), l'incrément total de la contrainte est donné par :

$$d\sigma_{ij} = 2 \left[ \left( \frac{K_t}{2} - \frac{G_S}{3} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G_S \delta_{ik} \delta_{jl} + \eta e_{kl} e_{ij} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (\text{IV.18})$$

L'incrément de contrainte (Eq. IV.18) peut se mettre sous forme matricielle suivante :

$$d\sigma = ([A] + [B])d\varepsilon \quad (\text{IV.19})$$

Avec

$$[A] = \begin{bmatrix} K_t + \frac{4G_S}{3} & K_t - \frac{2G_S}{3} & K_t - \frac{2G_S}{3} & 0 & 0 & 0 \\ K_t - \frac{2G_S}{3} & K_t + \frac{4G_S}{3} & K_t - \frac{2G_S}{3} & 0 & 0 & 0 \\ K_t - \frac{2G_S}{3} & K_t - \frac{2G_S}{3} & K_t + \frac{4G_S}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_S \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20})$$

Et

$$[B] = 2\eta \{e\} \{e\}^T \quad (\text{IV.21})$$

La matrice élastique non linéaire (Eq. IV.19) est déterminée pour le cas du premier chargement (courbe initiale), mais pour le cas de chargement cyclique (cycle de déchargement-rechargement) qui suit le critère de Masing (Masing, 1926), il faut déterminer le module tangent correspondant  $[C]_{U-R}$  à partir de la modification de la relation (IV.3).

Le changement de signe de l'incrément de la résultante des déformations  $\gamma_{oct}$ , implique un changement au niveau de la nature de chargement (déchargement ou rechargement). A cette étape, la déformation maximum  $\gamma_a$  prend la valeur précédente de la résultante des

déformations et le module de cisaillement sécant aura l'expression (IV.22), pour les trois modèles cités auparavant.

$$\left\{ \begin{array}{l} G_S^{Hyp} = \frac{G_0}{1 + \beta \left( \frac{\gamma_a - \gamma_{oct}}{2\gamma_r} \right)^\alpha} \\ G_S^{Sig4} = G_0 \left[ y_0 + \frac{a}{1 + e^{-\frac{L_a - x_0}{b}}} \right] \\ G_S^{R-O} = \frac{G_0}{1 + \alpha_1 \left( \frac{G_S^{R-O}}{G_0} \frac{\gamma_a - \gamma_{oct}}{2\gamma_r} \right)^{r-1}} \end{array} \right. \quad (IV.22)$$

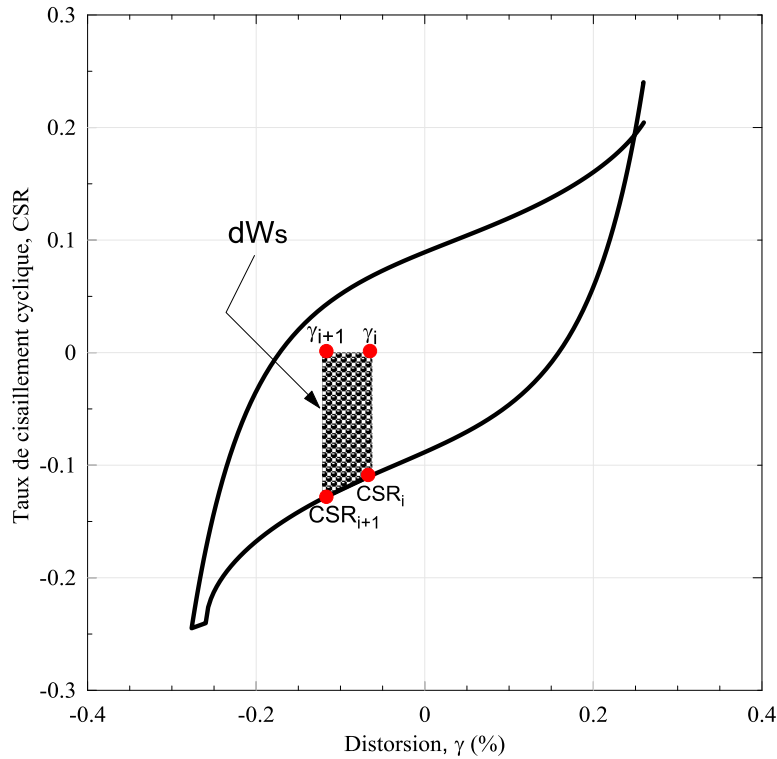
Où  $L_a = \log_{10} \frac{\gamma_a - \gamma_{oct}}{2}$ .

### IV.3. Formulation en contraintes effectives

La formulation en contraintes effectives est basée sur plusieurs recherches. Pour un chargement cyclique sous forme de contraintes ou déformation imposées, le module de cisaillement se dégrade en plus de la dégradation matérielle (suivant la courbe initiale), mais aussi par une autre dégradation due à la présence de la pression interstitielle.

La dégradation du module de cisaillement (pour le cas d'un essai en déformation simple par exemple) est manifestée par une diminution de la résistance de l'échantillon due à l'augmentation de la pression interstitielle liée au concept d'énergie.

Lors d'un cycle de chargement-déchargement, les contraintes et déformations forment une boucle d'hystérésis. L'énergie emmagasinée induite est la surface délimitée par la courbe contrainte-déformation (Figure IV.2). Cette dernière sera normalisée par rapport à la contrainte effective verticale ( $\sigma'_v$ ) (CSR : résistance de cisaillement cyclique) (Porcino and Diano, 2016). La dégradation du module de cisaillement est liée à un certain facteur homothétique  $R_u$  (taux d'excès de la pression interstitielle) qui indique le degré de saturation de l'échantillon.



**Figure IV.2-** Détermination du taux de l'énergie en fonction du taux de cisaillement cyclique et la distorsion.

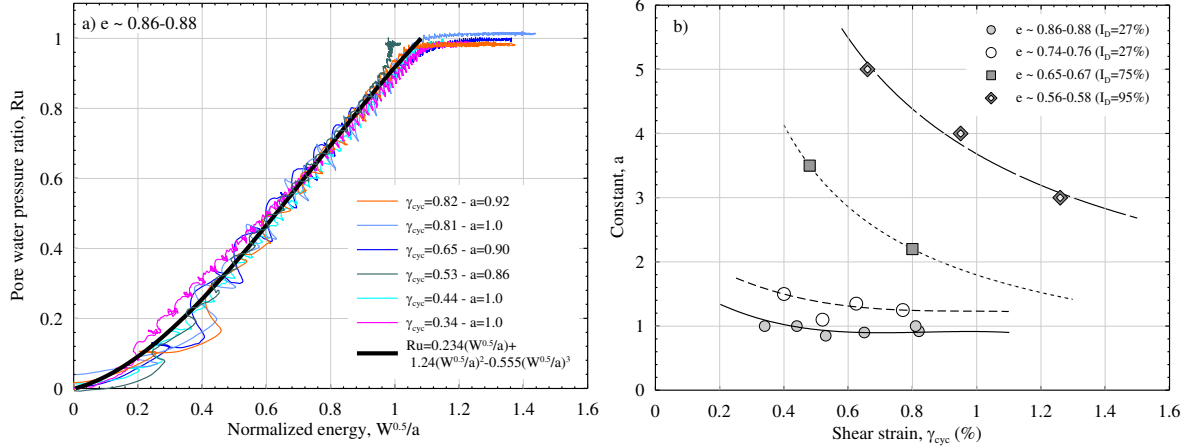
D'après la figure (IV.2), le taux de l'énergie emmagasinée dans l'intervalle de distorsion  $\gamma_i$  et  $\gamma_{i+1}$  est donné par (Berrill and Davis 1985; Davis and Berrill, 2001; Polito et al., 2013; Azeiteiro et al., 2017):

$$dW_s = \frac{CSR_{i+1} + CSR_i}{2} (\gamma_{i+1} - \gamma_i) \quad (\text{IV.23})$$

L'énergie totale  $W_s$  est le cumul des énergies élémentaire (Eq. IV.24) :

$$W_s(t) = \sum dW_s \quad (\text{IV.24})$$

L'essai de cisaillement simple (*simple shear strain test*) (Khashila et al., 2018) pour un matériau donné (dans notre cas le sable d'Ottawa (Figure IV.3)) et pour chaque niveau de déformation ( $\gamma_a$ ), on détermine l'énergie induite (Eq. IV.24) et à la fin on trace la fonction normalisée de l'énergie ( $\frac{W_s^{0.5}}{a}$ ) avec  $W_s^{0.5} = \sqrt{W_s}$ .



**Figure IV.3-** Fonction d'énergie et constante  $a$  du sol *CF16* (Chekired et al., 2015).

Le taux d'excès de la pression interstitielle  $R_u$  est donné en fonction de l'énergie suivant la relation (Jafarian et al., 2012; Shariatmadari et al., 2017; Amini and Noorzad, 2018; Pan and Yang, 2018) (IV.25)

$$R_u = \alpha \left( \frac{W_S^{0.5}}{a} \right)^\beta \quad (\text{IV.25})$$

Où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres d'ajustement.

A la fin, le module de cisaillement initial  $G_0$  sera fonction du taux de la pression interstitielle  $R_u$  par la relation (Chehat et al., 2018)

$$G_0 = G_0 (1 - \alpha_1 R_u^{\alpha_2})^{\alpha_3} \quad (\text{IV.26})$$

Avec  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont des paramètres d'ajustement du modèle.

Pour la modélisation non linéaire en contraintes effectives, les démarches suivantes sont nécessaires et à respecter:

- **Étape 1**

C'est le cas d'un chargement soit en compression ou en traction. La courbe à suivre est toujours la courbe initiale qui diffère de celle de la contrainte totale par une dégradation du

module de cisaillement (double). Cette étape est très importante car la prédiction et l'ajustement se font généralement à la première boucle d'hystérésis.

La contrainte de cisaillement est fonction de la déformation de cisaillement par la relation suivante (cas d'utilisation du modèle Sig4) :

$$\tau = G_0(1 - \alpha_1 R_u^{\alpha_2})^{\alpha_3} \left[ y_0 + \frac{a}{1 + e^{-\left(\frac{L-x_0}{b}\right)}} \right] \gamma \quad (\text{IV.27})$$

Généralement pour le sable,  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 1$  et  $\alpha_3 = 0.5$ , l'équation (IV.27) se ramène à (Matasovic and Vucetic, 1993)

$$\tau = G_0 \sqrt{1 - R_u} \left[ y_0 + \frac{a}{1 + e^{-\left(\frac{L-x_0}{b}\right)}} \right] \gamma \quad (\text{IV.28})$$

- **Étape 02**

Cette étape sera consacrée à ajuster le modèle convenablement, afin de simuler du mieux la taille de la boucle d'hystérésis par l'ajustement du taux de pression interstitielle  $R_u$ . Pour des valeurs de taux de déformation ( $d\gamma = \gamma_{i+1} - \gamma_i$ ) négatif ( $d\gamma < 0$ ), c'est le cas d'un déchargement et pour l'autre cas ( $d\gamma > 0$ ), c'est rechargement. La contrainte de déformation est reliée à la déformation de cisaillement suivant le critère de Masing (cas du sable)

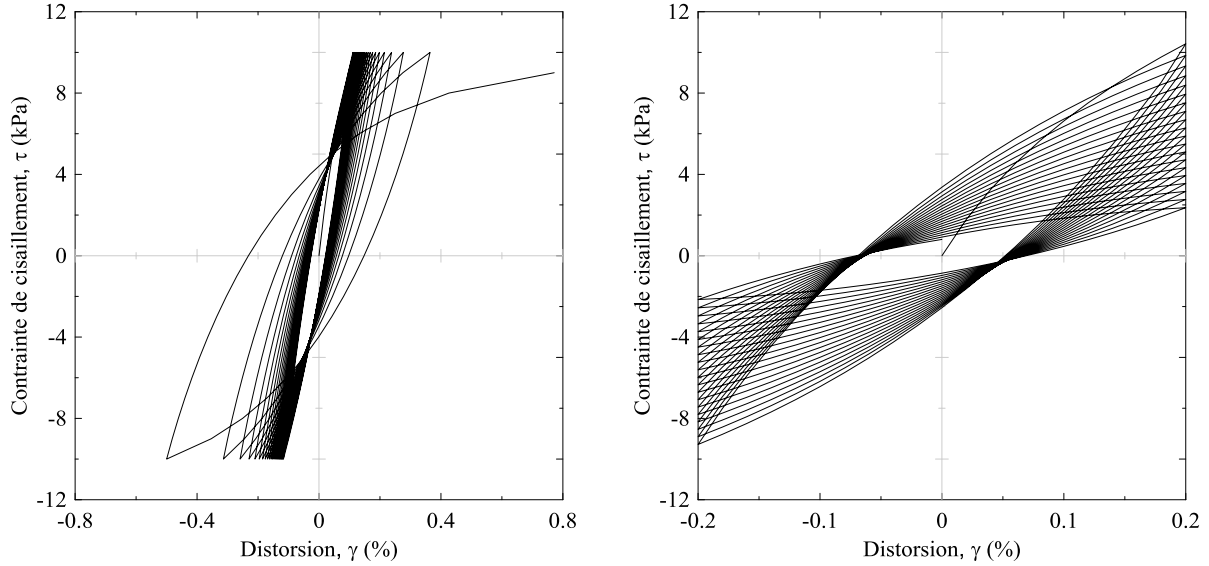
$$\tau = \tau_{rev} + G_0 \sqrt{1 - R_u} \left[ y_0 + \frac{a}{1 + e^{-\left(\frac{L_a - x_0}{b}\right)}} \right] (\gamma - \gamma_{rev}) \quad (\text{IV.29})$$

où  $L_a = \log_{10} \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2}$ .

Il est clair que pour identifier les paramètres du modèle, il faut comparer les résultats prédits aux résultats des essais (TxSS, triaxiale, DSS,...etc.).

La figure (IV.4) montre les résultats de l'application des équations (IV.28) et (IV.29) pour un chargement de contrainte et de déformation imposée, respectivement.

Il est à noter qu'il n'existe pas une forme explicite entre les déformations et les contraintes pour le modèle Sig4, ce qui nécessite de procéder de façon numérique.



**Figure IV.4-** Simulation numérique par le modèle Sig4 de l'essai cyclique de déformation et contrainte imposées.

#### IV.4. Simulation des tests par la méthode des éléments finis

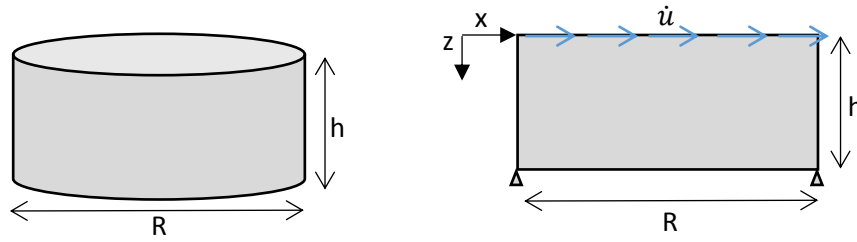
Considérons un échantillon de forme cylindrique et de hauteur  $h$  et de rayon  $R$  (Figure IV.5). Cet échantillon est soumis à un chargement sous forme d'une vitesse imposée à la surface afin de simuler le comportement d'un cisaillement simple (*simple shear test*). L'équation du mouvement est donnée par (Arslan and Siyahi, 2006; Mercado et al., 2017; Chehat et al., 2017)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (\text{IV.30})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} u(h, R, t) = 0 \\ \dot{u}(0, R, t) = v_0 \\ \frac{\partial \gamma}{\partial z} = cst \end{cases} \quad (\text{IV.31})$$

L'équation (IV.31) exprime que l'échantillon est encastré à sa base. La déformation est constante dans tout l'échantillon qui implique une variation ou dégradation linéaire du déplacement suivant la hauteur de l'échantillon.



**Figure IV.5-** Échantillon d'essai avec dimensions et conditions aux limites.

Par application du principe de la méthode des éléments finis, l'équation (IV.30) devient :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (\text{IV.32})$$

Où  $[M]$  est la matrice de masse,  $[K]$  la matrice de rigidité et  $[C]$  la matrice d'amortissement généralement résultant de la superposition de la matrice de masse et la matrice de rigidité (Chopra, 2012) :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (\text{IV.33})$$

Avec  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres d'ajustement.

En absence de l'effet des forces d'inertie, l'équation (IV.32) se réduit à :

$$[C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (\text{IV.34})$$

De la définition de la matrice d'amortissement, l'équation se ramène à :

$$[K] \left( \frac{2\xi}{\omega} \{\dot{u}\} + \{u\} \right) = \{0\} \quad (\text{IV.35})$$

L'équation (IV.35) est résolue par l'application d'un algorithme d'intégration de *Newmark* avec itération de Newton modifiée pour des systèmes non linéaires avec plusieurs degrés de libertés.

## **IV.5. Conclusions**

La modélisation non linéaire des sols par la méthode des éléments finis incorporant des modèles mathématiques non linéaires prend sa place dans les codes de calculs du fait que cette méthode est largement utilisée dans le domaine du génie civil. La simulation des essais cycliques faite dans les laboratoires peut être facilement reproduite numériquement selon un modèle mathématique adéquat tel que le modèle Sig4.



*Modélisation non linéaire  
unidimensionnelle des sols sous  
solicitations cycliques*

## V.1. Introduction

L'étude du mouvement sismique des sols nécessite une bonne description du problème traité. La modélisation du profil de sol doit se faire sur le plan géométrique, c'est à dire la prise en compte de la présence de plusieurs couches de matériaux différents, la topographie ainsi que sur le plan rhéologique ou comportement des matériaux caractérisant chaque couche.

La prédiction de la réponse dynamique due à la propagation des ondes sismiques dans les couches est très difficile et nécessite l'adoption de quelques hypothèses afin de rendre le problème solvable. Les équations du mouvement peuvent ainsi être résolues analytiquement ou numériquement. Deux méthodes numériques de résolution sont le plus souvent utilisées, l'une utilise la méthode des différences finies et l'autre la méthode des éléments finis. D'autre part, pour le calcul des contraintes induites par les déformations, plusieurs modèles peuvent être utilisés tels que les modèles hyperboliques standard et modifié, le modèle Sig4 et le modèle Ramberg Osgood.

Le comportement non linéaire que nous présentons dans ce chapitre tient compte de ces différents aspects avec toutefois, des hypothèses simplificatrices justifiées par la nature du problème étudié.

## V.2. Équation du mouvement

La figure (V.1) schématise la géométrie et les conditions aux limites du problème traité consistant à développer la réponse unidimensionnelle d'un site. Les ondes sismiques sont supposées de cisaillement se propageant verticalement dans un système composé de couches homogènes stratifiées horizontalement, étendues horizontalement à l'infini et soumis uniquement à un mouvement horizontal au niveau du substratum rocheux. L'équation gouvernante du mouvement est (Bardet and Tobita, 2001)

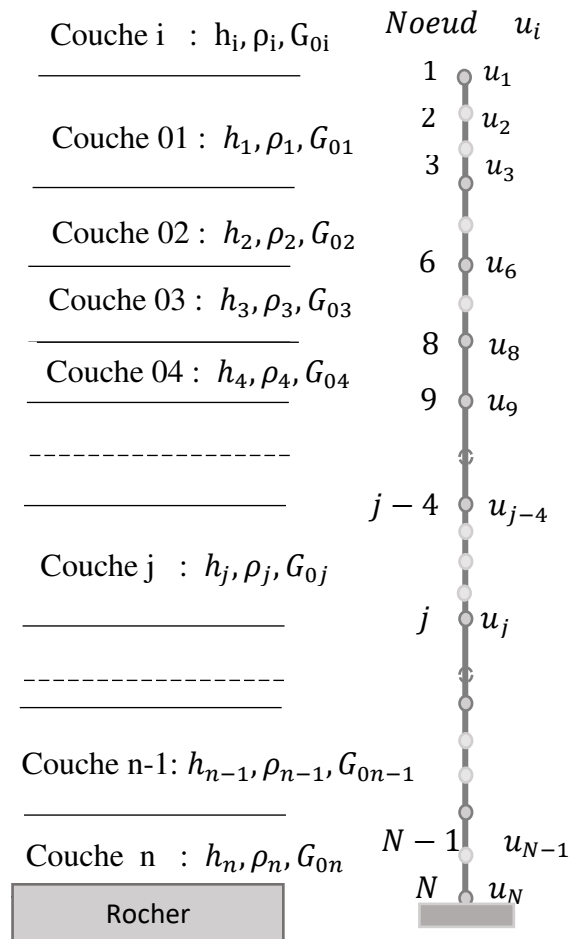
$$\rho_i \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} + \eta_i \frac{\partial u_i^t}{\partial t} = \frac{\partial \tau_i^t}{\partial z} \quad (\text{V.1})$$

où  $\rho_i$  est la masse volumique de la couche (i),  $u_i^t$  le déplacement horizontal a l'instant  $t$ ,  $z$  la profondeur,  $\tau_i^t$  la contrainte de cisaillement et  $\eta_i$  un coefficient d'amortissement proportionnel

à la masse. Les conditions aux limites sont spécifiées à la surface libre ( $z = 0$ ) et à la base de la colonne de sol (c'est-à-dire  $z = H$ ) où  $H$  est la hauteur du profil de sol (Eq. V.2).

$$\begin{cases} \tau_1^t = 0 & , z = 0 \\ \tau_N^t = \tau_N^t(V_1^t), z = H \end{cases} \quad (V.2)$$

Dans les équations (V.2), la contrainte de cisaillement est fonction de la vitesse intégrée de l'excitation (accélération) sismique à la base du profil de sol.



**Figure V.1-** Modèle géométrique du profil de sol.

### V.2.1. Modélisation par la méthode des différences finies

La méthode des différences finies consiste à approcher les dérivées des équations de la physique au moyen des développements de Taylor et se déduit directement de la définition de la dérivée. Elle consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou des

combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Elle a comme avantage la grande simplicité d'écriture et un faible coût de calcul mais elle est limitée à des géométries simples.

La relation (V.1) peut être réécrite d'une nouvelle façon sachant que

$$\frac{\partial \tau_i^t}{\partial z} = \frac{\tau_i^t - \tau_{i-1}^t}{z_i - z_{i-1}} \quad (\text{V.3})$$

La contrainte de cisaillement est concentrée au milieu de chaque élément de nœuds ( $i$ ) et ( $i+1$ ) et calculée à partir de la déformation de cisaillement supposée constante dans la même couche (Kramer, 1996).

Pour le cas du premier chargement, la contrainte de cisaillement est déduite de la courbe initiale, dans notre cas le modèle Hyperbolique ou Sig4, tandis que pour le cas de déchargement ou rechargement elle suit le critère de Masing (Masing, 1926), suivant les équations (V.4) et (V.5), respectivement.

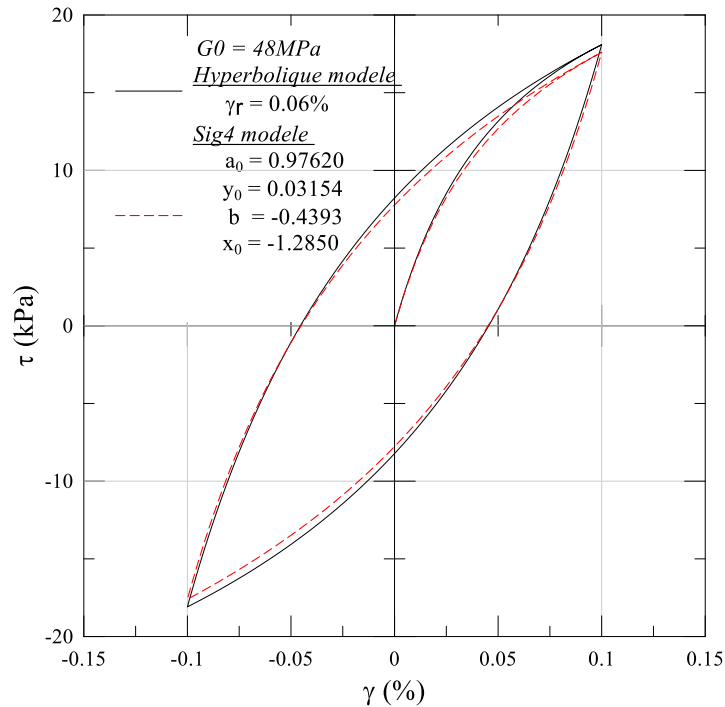
$$\tau_i^t = F_{bb}(\gamma_i^t) = \begin{cases} G_{0i} \frac{\gamma_i^t}{1 + \beta_i \left(\frac{\gamma_i^t}{\gamma_{ir}}\right)^{\alpha_i}} \\ G_{0i} \gamma_i^t \left[ y_{i0} + \frac{a_i}{1 + e^{\frac{-(L-x_{i0})}{b_i}}} \right] \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

$$\tau_i^t = \begin{cases} \tau_{rev} + G_{0i} \frac{\gamma_i^t - \gamma_{rev}}{1 + \beta_i \left(\frac{\gamma_i^t - \gamma_{rev}}{2\gamma_{ir}}\right)^{\alpha_i}} \\ \tau_{rev} + G_{0i} (\gamma_i^t - \gamma_{rev}) \left[ y_{i0} + \frac{a_i}{1 + e^{\frac{-(L-x_{i0})}{b_i}}} \right] \end{cases} \quad (\text{V.5})$$

Dans les équations (V.4) et (V.5) et pour la couche ( $i$ ),  $\gamma_i^t$  est la déformation de cisaillement,  $G_{0i}$  le module de cisaillement initial (à très faible niveau de déformation),  $\beta_i$  et  $\alpha_i$  les paramètres d'ajustement du modèle hyperbolique et  $\gamma_{ir}$  la déformation de référence (Darendeli, 2001). Tandis que pour le modèle sigmoïdale Sig4,  $y_{i0}$ ,  $a_i$ ,  $x_{i0}$  et  $b_i$  sont des paramètres d'ajustement du modèle Sig4 et  $L = \log_{10}(\gamma_i(\%))$ .  $\tau_{rev}$  et  $\gamma_{rev}$  sont les contraintes et les déformations de cisaillement réversibles (Figure V.2) et

$L_a = \log_{10} \left( \frac{\gamma_i^t - \gamma_{rev}}{2} (\%) \right)$ . A noter que les paramètres d'ajustement se déduisent des essais cycliques.

La figure (V.2) schématise la première boucle d'hystérésis sous l'effet d'un chargement cyclique symétrique sous forme de déformations pour simuler la partie supérieure de l'enveloppe de Seed et Idriss (1986) pour les sables.

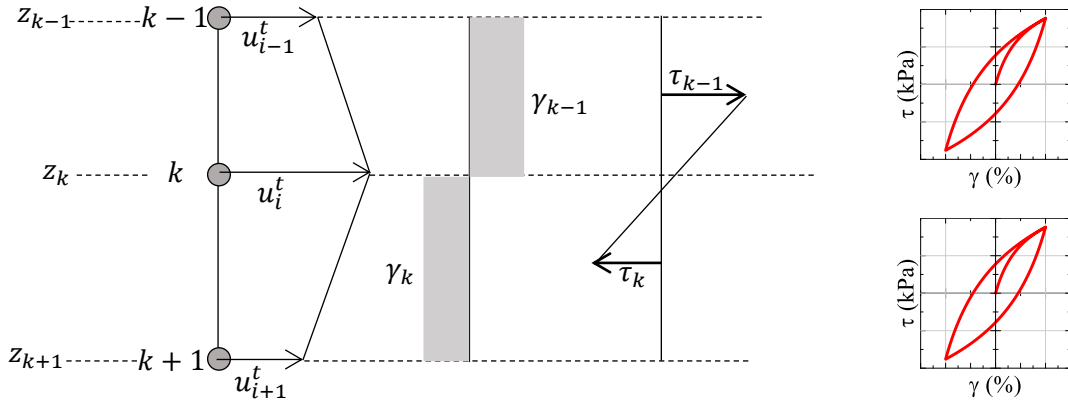


**Figure V.2-** Courbe chargement-déchargement pour un niveau de déformation  $\gamma = 0.1\%$ , suivant le modèle hyperbolique et le modèle Sig4.

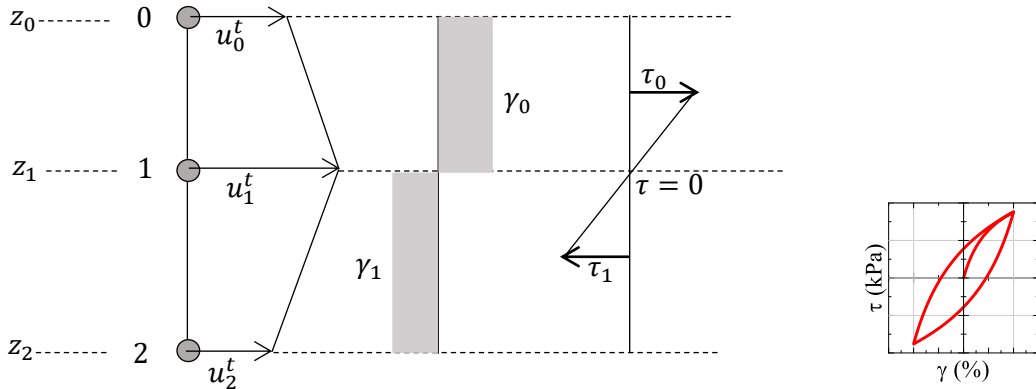
Pour déterminer la contrainte de cisaillement (Eqs. V.4 et V.5), il suffit de connaître le niveau de déformation pour chaque élément où chaque couche. La contrainte de cisaillement  $\gamma_i^t$  au temps  $t$ , supposé constant dans la couche ( $i$ ) (Kramer, 1996), est donnée en fonction des déplacements nodaux ( $i$ ) et ( $i+1$ ) suivant la formule suivante (V.6) :

$$\gamma_i^t = \frac{u_{i+1}^t - u_i^t}{\Delta z_i} \quad (V.6)$$

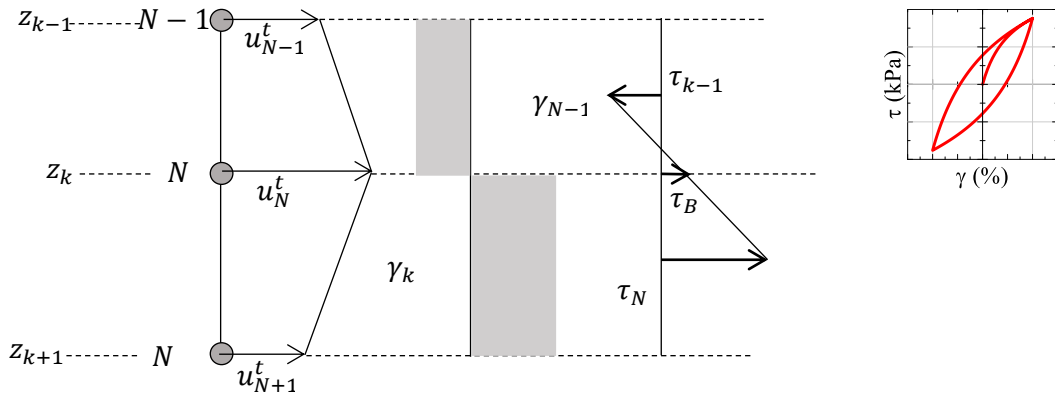
La figure (V.3) schématise la configuration des contraintes, déformations et déplacements pour différentes profondeurs, à la surface, à la base du sol et à une profondeur intermédiaire.



**Figure V.3-** États de déplacement, déformation et contrainte en un point à l'instant  $t$ .



**Figure V.4-** États de déplacement, déformation et contrainte à la surface à l'instant  $t$ .



**Figure V.5-** État de déplacement, déformation et contrainte à la base à l'instant  $t$ .

Les déplacements à l'instant  $t+\Delta t$  sont déterminés en fonction des vitesses à l'instant  $t$  dites vitesses de prédiction (Huges et al., 1986) données par la relation suivante :

$$\check{v}_i^{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \eta_i \frac{\Delta t}{2\rho_i}} \left[ \check{v}_i^t \left( 1 - \eta_i \frac{\Delta t}{2\rho_i} \right) + \left( \frac{\tau_i^t - \tau_{i-1}^t}{\Delta z_i - \Delta z_{i-1}} \right) \frac{\Delta t}{\rho_i} \right] \quad (\text{V.7})$$

Où  $a_i^t$  est l'accélération calculée à l'instant  $t$ . Le déplacement est donné par

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t + \Delta t \check{v}_i^{t+\Delta t} \quad (\text{V.8})$$

Et la vitesse par :

$$v_i^t = \frac{1}{2} (\check{v}_i^{t+\Delta t} + \check{v}_i^t) \quad (\text{V.9})$$

Tandis que l'accélération prend l'expression suivante :

$$a_i^t = \frac{1}{\Delta t} (\check{v}_i^{t+\Delta t} - \check{v}_i^t) \quad (\text{V.10})$$

Pour le cas limite, au niveau de la surface libre et à la base, la vitesse prédite aura comme expression :

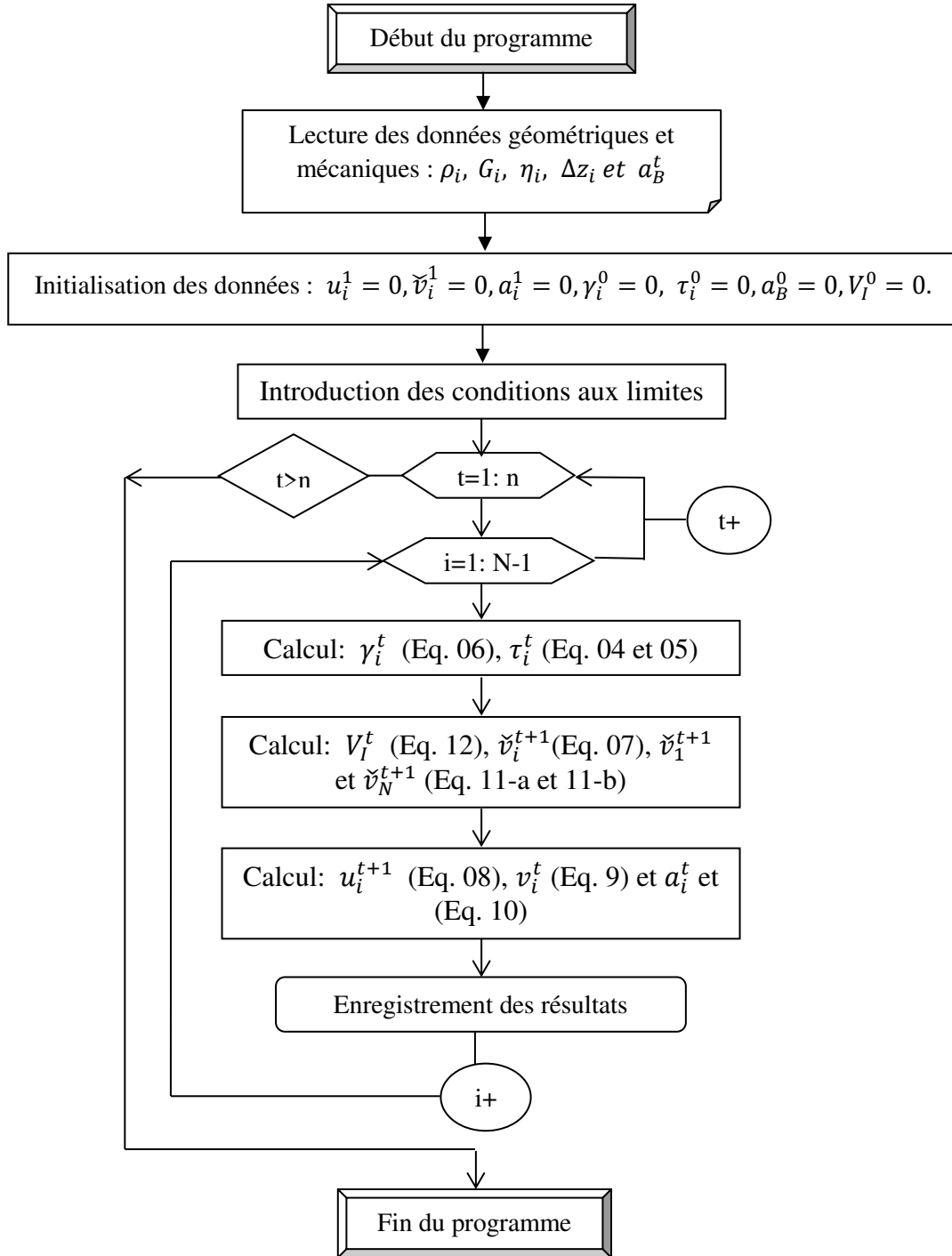
$$\check{v}_1^{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \eta_1 \frac{\Delta t}{2\rho_1}} \left[ \check{v}_1^t \left( 1 - \eta_1 \frac{\Delta t}{2\rho_1} \right) + \left( \frac{\tau_1^t}{\Delta z_1} \right) \frac{\Delta t}{\rho_1} \right] \quad (\text{V.11-a})$$

$$\check{v}_N^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta z_{N-1} \left( 1 + \eta_N \frac{\Delta t}{2\rho_N} \right) + v_s \Delta t} \left[ \check{v}_N^t \left\{ \Delta z_{N-1} \left( 1 - \eta_N \frac{\Delta t}{2\rho_i} \right) - v_s \Delta t \right\} + v_s V_I^t \Delta t - 2\tau_{N-1}^t \frac{\Delta t}{\rho_N} \right] \quad (\text{V.11-b})$$

Dans l'équation (IV11-b),  $v_s$  désigne la vitesse de propagation des ondes sismiques au niveau de la dernière couche, tandis que  $V_I^t$ , désigne la vitesse déduite de l'excitation sismique à la base du sol, donnée par la formule (V.12).

$$\begin{cases} v_s = \sqrt{\frac{G_{0N}}{\rho_N}} \\ V_I^t = V_I^{t-1} + \frac{\Delta t}{2} (a_B^t + a_B^{t-1}) \end{cases} \quad (\text{V.12})$$

Ou  $a_B^t, a_B^{t-1}$  représentent l'excitation sismique à la base du sol aux instants  $t$  et  $t-1$ , respectivement. La figure (V.6) résume les étapes de calcul de la réponse non linéaire par la méthode des différences finies.



**Figure V.6-** Organigramme du programme élaboré « *Soil\_Dyn* » selon la méthode des différences finies.



### V.2.2. Modélisation par la méthode des éléments finis

Le profil de sol est modélisé par un domaine infini latéralement et reposant sur un *substratum rocheux* parallèle à la surface du sol. Nous supposons que le sol est en conditions totalement non drainées. Cette hypothèse est justifiée dans le cas des chargements rapides (cas du séisme), où la pression interstitielle n'a pas le temps de se dissiper.

#### V.2.2.1 Equations demouvement

Les forces agissantes sur un élément « élémentaire » du profil de sol, schématisées sur la figure (V.7), sont les suivantes:

- Force d'inertie

$$F_I^t = \rho_i dz dx \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} \quad (\text{V.13})$$

- Force de cisaillement

$$S_i^t = \tau_i^t dy dx \quad (\text{V.14})$$

- Force sismique

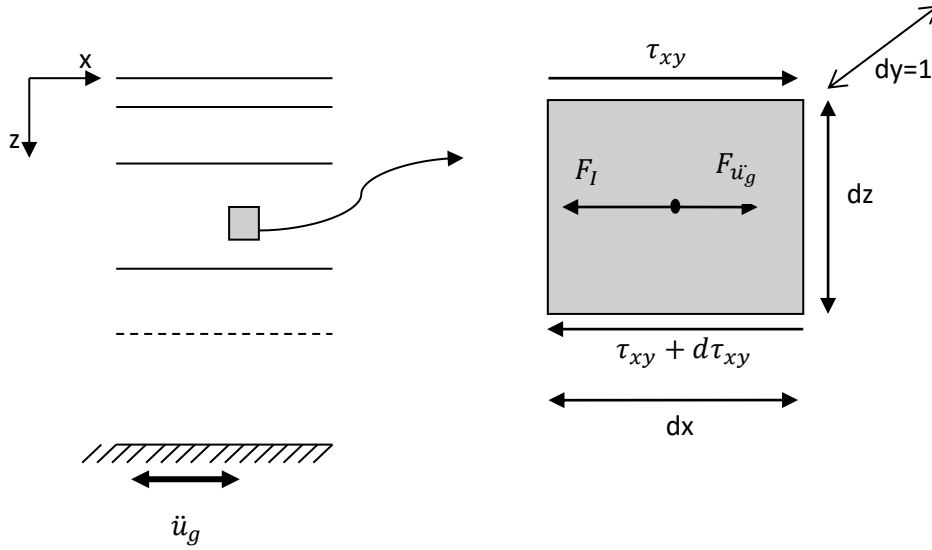
$$F_{a_B^t} = \rho_i dz dx a_B^t \quad (\text{V.15})$$

L'équilibre de l'élément « élémentaire » d'après la figure (V.7) donne

$$F_I^t = \frac{\partial}{\partial z} (S_i^t) dz - F_{a_B^t} \Rightarrow \rho_i dz dx \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} (\tau_i^t) dz dx - \rho_i dz dx a_B^t$$

D'où l'on obtient l'équation du mouvement suivante :

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} (\tau_i^t) - \rho_i a_B^t \quad (\text{V.16})$$



**Figure V.7-** Forces agissant sur un élément « élémentaire » d'un profil de sol.

#### 4.2.2.2. Vibrations libres de la partie latérale du profil de sol

Pour le calcul des fréquences naturelles, une méthode analytique consiste à faire varier le module de cisaillement en profondeur en fonction de celui à la base. Dans ce cas, la contrainte de cisaillement est donnée par l'équation (V.17) (Elgamal et al., 1985):

$$\tau_i^t = G(z) \frac{\partial u_i^t}{\partial z} \quad (\text{V.17})$$

Pour le cas de vibrations libres, l'équation (V.16) devient :

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( G(z) \frac{\partial u_i^t}{\partial z} \right) \quad (\text{V.18})$$

La variation du module de cisaillement (dans le cas des petites déformations) avec la profondeur pour les barrages en terre et profils de sol est donnée par la relation (V.19) (Tsiatas and Gazetas, 1981; Gazetas, 1982; Elgamal et al., 1985).

$$G(z) = G_{0N} \left[ \frac{z}{h} \right]^B \quad (B = 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, 1) \quad (\text{V.19})$$

Dans cette expression,  $G_{0B}$  désigne le module de cisaillement à la base du profil de sol.

La vitesse de propagation des ondes sismiques verticales à la base du sol est donnée par la relation (V.12). D'après l'équation (V.19), l'équation (V.18) devient

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_i^t}{\partial t^2} = G_{0N} \frac{\partial}{\partial z} \left( \left[ \frac{z}{h} \right]^B \frac{\partial u_i^t}{\partial z} \right) \quad (\text{V.20})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} u_{N+1}^t = 0 \\ G_{0N} \left( \left[ \frac{z}{h} \right]^B \frac{\partial u_i^t}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = 0 \end{cases} \quad (\text{V.21})$$

La solution de l'équation (V.20) est supposée de la forme  $u_i^t(z, t) = \phi(z)e^{i\omega t}$ . L'équation (V.21) devient après l'introduction des conditions aux limites :

$$z^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + Bz \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b} z^{2-B} \phi = 0 \quad (\text{V.22})$$

En posant (Krasnov et al, 1978)

$$\begin{cases} \phi = \left( \frac{t}{\theta} \right)^{-\alpha/\beta} v \\ z = \left( \frac{t}{\theta} \right)^{1/\beta} \end{cases} \quad (\text{V.23})$$

L'équation (V.22) se ramène à l'équation de *Bessel* :

$$t^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + t \frac{\partial v}{\partial t} + (t^2 - p^2) v = 0 \quad (\text{V.24})$$

avec

$$\alpha = \frac{B-1}{2}, \beta = \frac{2-B}{2}, \theta = \frac{2\sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b}}}{2-B} \text{ et } p = \frac{(1-B)}{(2-B)}$$

La solution générale de l'équation (V.24) est donnée par :

$$v = C_1 J_p(t) + C_2 J_{-p}(t) \quad (\text{V.25})$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des constantes qui se déterminent à partir des conditions aux limites. De l'équation (V.23), on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \emptyset &= (z)^{-\alpha} v \\ t &= \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_{0N}}} z^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.26})$$

L'équation (V.25) devient alors:

$$\emptyset = (z)^{\frac{1-B}{2}} \left[ C_1 J_{\frac{(1-B)}{(2-B)}} \left( \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_{0N}}} z^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \right) + C_2 J_{-\frac{(1-B)}{(2-B)}} \left( \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_{0N}}} z^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \right) \right] \quad (\text{V.27})$$

La fonction  $J_p(z)$  s'appelle la « fonction de Bessel » de première espèce d'ordre  $p$ , tandis que la fonction  $J_{-p}(z)$ , s'appelle la « fonction de Bessel » de première espèce d'ordre  $-p$ . Les deux fonctions sont définies par la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} J_p(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(p+k+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k+p} \\ J_{-p}(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(k+1-p)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k-p} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.28})$$

$\Gamma(v)$  est la « fonction Gamma d'Euler » déterminée pour toutes les valeurs positives (ainsi que pour toutes les valeurs complexes à partie réelle positive) par la relation :

$$\Gamma(v) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{v-1} dx \quad (\text{V.29})$$

La fonction gamma possède les propriétés importantes suivantes :

- $\Gamma(v+1) = v\Gamma(v)$

- $\Gamma(1) = 1$

Si  $k$  est un entier positif, alors :

- $\Gamma(v + k + 1) = (v + 1)(v + 2) \dots (v + 1 + k)\Gamma(v + 1)$
- $\Gamma(k + 1) = k!$

Pour une hauteur totale égale à  $H$  ( $z=H$ ) du profil de sol, les fréquences naturelles ne sont que les racines de la fonction du premier ordre de Bessel ( $J_{\frac{(1-B)}{(2-B)}}(a_i) = 0$ ) (Figure V.8). D'après la relation (V.27) et par remplacement de  $z$  par  $H$ , on définit les fréquences propres du profil de sol par :

$$a_i = \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega_i^2 h^B}{G_b} z^{\frac{(2-B)}{2}}} |_{(z=H)} \quad (\text{V.30})$$

Pour la couche inférieure (substratum), l'équation (V.30) devient :

$$a_i = \frac{2}{(2-B)} \frac{\omega_i}{v_s} H \quad (\text{V.31})$$

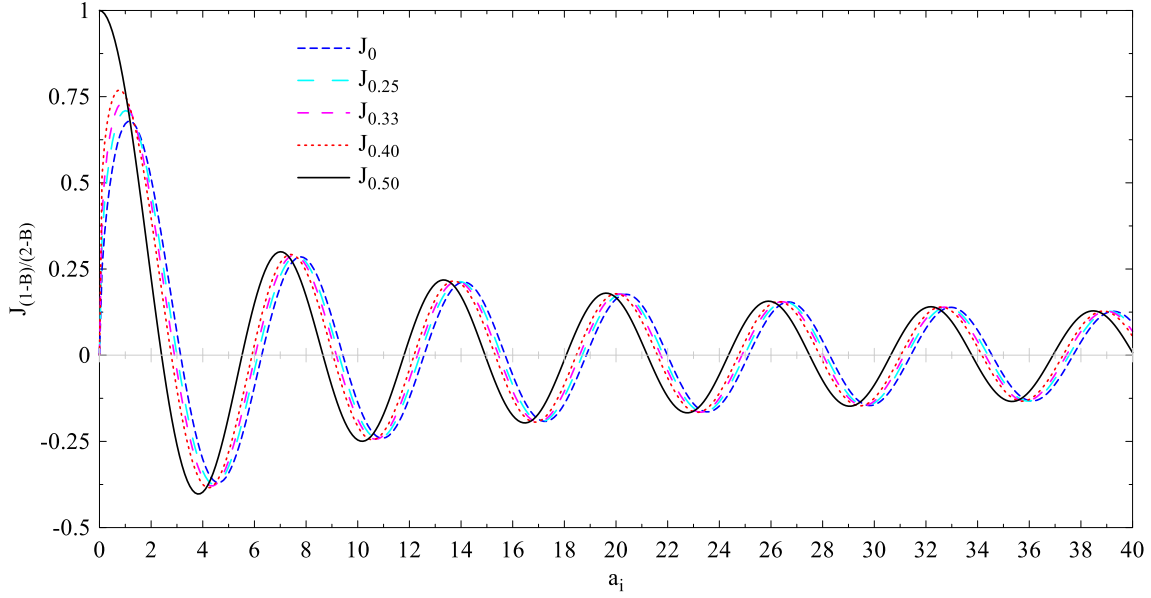
Comme  $\omega_i = 2\pi f_i$ , les fréquences propres seront déterminées par la relation suivante :

$$f_i = \frac{v_s(2-B)}{4\pi H} a_i \quad (\text{V.32})$$

$v_s$  est la vitesse à la base du profil de sol.

Dans le cas d'une couche de sol à module de cisaillement constant ( $B=0$ ), la fréquence fondamentale se réduit à la relation suivante :

$$f_1 = \frac{v_s}{4h} \quad (\text{V.33})$$



**Figure V.8-** Fonctions de Bessel pour différentes valeurs du facteur B.

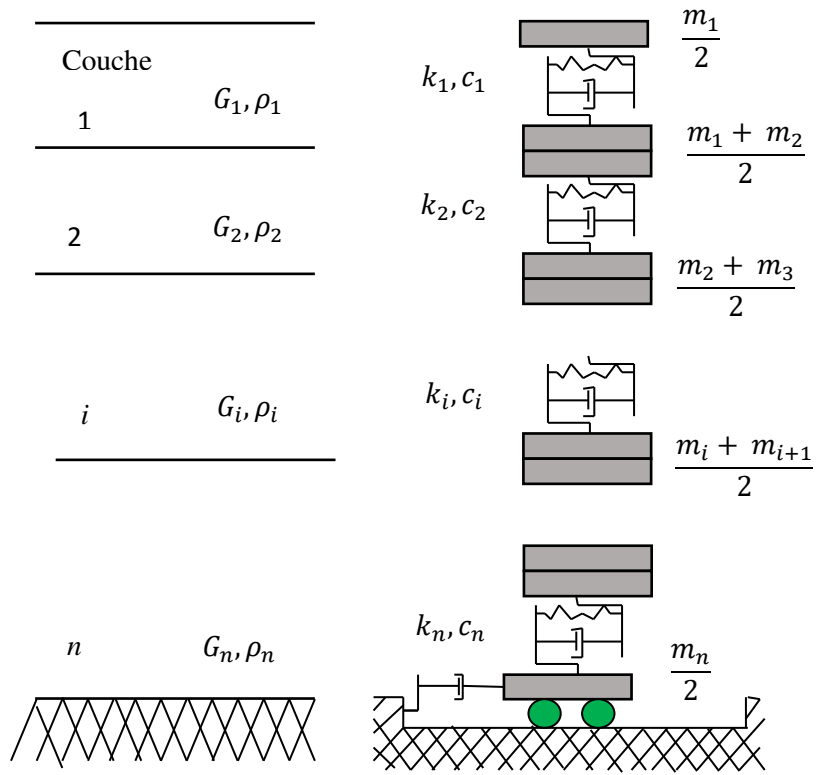
### V.2.2.3. *Discrétisation en espace*

La discrétisation en espace est faite en élément finis monodimensionnels linéaires à deux nœuds. La colonne de hauteur totale  $H$  est discrétisée en  $N$  éléments. Chaque élément « élémentaire »  $e_i$  est caractérisé par son épaisseur  $h_i$ , sa masse volumique  $\rho_i$  et son module de cisaillement  $G_i$ . Les masses sont supposées concentrées aux nœuds des éléments.

Chaque nœud reçoit la contribution des éléments ayant ce nœud en commun, par contre le nœud de surface (extrémité de la colonne) reçoit uniquement la contribution de l'élément de la surface (Figure V.9) (Hashash and Park, 2001).

D'après l'équation (V.16) et d'après la figure (V.6), l'approximation par éléments finis du problème consiste à résoudre pour un nœud  $i$ , commun aux éléments  $e_i$  et  $e_{i+1}$ , ce qui suit :

$$\rho_i \frac{h_i}{2} \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} + \rho_{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} = (\rho_i \frac{h_i}{2} \ddot{u}_g + \tau_{yx}(e_i)) + (\rho_{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} \ddot{u}_g - \tau_{yx}(e_{i+1}))$$



**Figure V.9-** Discrétisation spatiale du profil de sol.

Sous forme condensée, l'équation à résoudre pour chaque pas de temps s'écrit :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{I\}\ddot{u}_g \quad (\text{V.34})$$

Pour chaque couche ( $i$ ), la rigidité élémentaire correspondante a pour expression :

$$[K]_i = \begin{bmatrix} \frac{G_i}{h_i} & -\frac{G_i}{h_i} \\ -\frac{G_i}{h_i} & \frac{G_i}{h_i} \end{bmatrix} \quad (\text{V.35})$$

Les termes de la matrice de rigidité sont connus, on peut déterminer les termes de la matrice d'amortissement élémentaire.

Pour la résolution de l'équation du deuxième ordre, on fait recours à l'algorithme non linéaire de *Newmark* avec l'utilisation de la méthode itérative de *Newton* (Paultre, 2005).

### **V.3. Conclusions**

La réponse non linéaire d'un profil de sol stratifié horizontalement dépend des propriétés mécaniques des couches de sol et surtout du module de cisaillement initial pour chaque type de matériau ainsi que du modèle mathématique utilisé pour simuler le comportement en contrainte et déformation. Ce modèle doit simuler le mieux possible le comportement réel des matériaux sous sollicitations cycliques qu'elle que soit le niveau de déformation.

Le modèle simplifié présenté dans ce chapitre permet d'analyser le comportement des sols soumis à des sollicitations complexes. La modélisation du comportement du sol par une loi *élastique nonlinéaire* permet de mettre en évidence les différents aspects du comportement non linéaire du sol lors d'un chargement cyclique tel qu'un séisme.



## Chapitre VI

---

### *Applications et validation numérique du modèle Sig4*

## VI.1. Introduction

Ce chapitre est consacré premièrement à la l'utilisation du modèle Sig4 qui appartient à la famille sigmoïdale (du point de vue mathématique) et la connaissance du rôle de chaque paramètre sur l'évolution et la variation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  ou sur la forme de la courbe d'hystérésis. Ainsi que la proposition des valeurs limite de ces paramètres suivant les courbes de dégradation de Seed et al. (1986) pour le sable ou les courbes de dégradation de Vucetic et Dobry (1991) pour les argiles pour différents indices de plasticité  $IP$  seront proposés. Ensuite des applications seront faites suivant une problématique bien définie. Pour la première application, qui sera menée sur la non compatibilité des résultats fournis par le modèle hyperbolique pour les moyennes à grandes déformations sous forme de variations de  $(\xi \sim \gamma)$  par rapport à ceux donnés par Seed et al. (1986) pour les sables, dus spécialement à la forme grossière de la boucle d'hystérésis qui se traduit par une surestimation du coefficient d'amortissement. La deuxième application concerne la justification d'une allure spéciale de la variation du coefficient d'amortissement  $(\xi \sim \gamma)$  obtenue par les tests Tx\_SS sur l'argile de Saint Adelphe à la province de Québec (Canada). Les essais sur les courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  sur cet argile montrent un accroissement du coefficient d'amortissement jusqu'à une valeur critique puis une descente et enfin un accroissement. La troisième application est consacrée à la modification du modèle hyperbolique de sorte à bien simuler le comportement à grandes déformations sans faire de corrections sur la courbe de déchargement-rechargement. Cette procédure de modification par la superposition du modèle initial hyperbolique avec un modèle linéaire va nous permettre de justifier l'allure de la variation du coefficient d'amortissement détecté dans le programme NERA mais qui n'a pas été justifiée convenablement. La dernière application est consacrée aux calculs dynamiques sur différents profils de sols.

## VI.2. Ajustement des paramètres du modèle Sig4

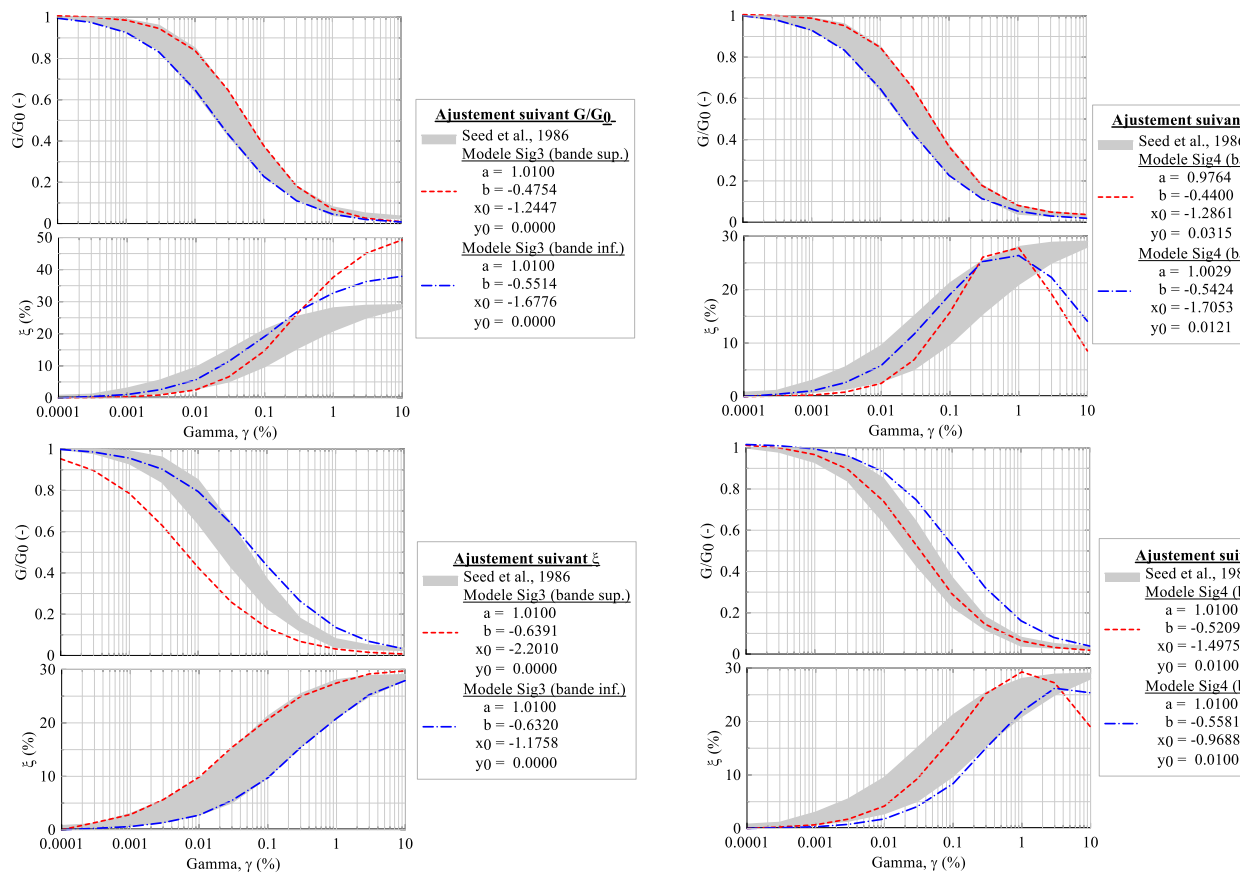
Le modèle sigmoïdal Sig4, est un modèle qui comprend quatre paramètres d'ajustement,  $y_0, a, b$  et  $x_0$ . Le modèle Sig4 devient Sig3 quand  $y_0 = 0$ .

Dans cette première partie d'application, nous allons faire un ajustement des différentes courbes de dégradation les plus connues et les plus utilisées dans la simulation dynamique,

s'agissant des courbes de dégradation de Seed et al. (1986) pour les sables et les courbes de Vucetic et Dobry (1991) pour les argiles. L'ajustement est fait par un simple calcul sous Excel pour déterminer les paramètres d'ajustement du modèle Sig4 ( $a, b, x_0$  et  $y_0$ ).

L'ajustement des paramètres du modèle Sig4 se fait soit sur la courbe  $(\xi \sim \gamma)$ , donc suivant l'évolution du coefficient d'amortissement qui permet de voir la courbe de dégradation du module de cisaillement induite  $(G/G_0 \sim \gamma)$  soit par la courbe  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et cela suivant les deux modèles Sig4 et Sig3 ( $y_0 = 0$ ).

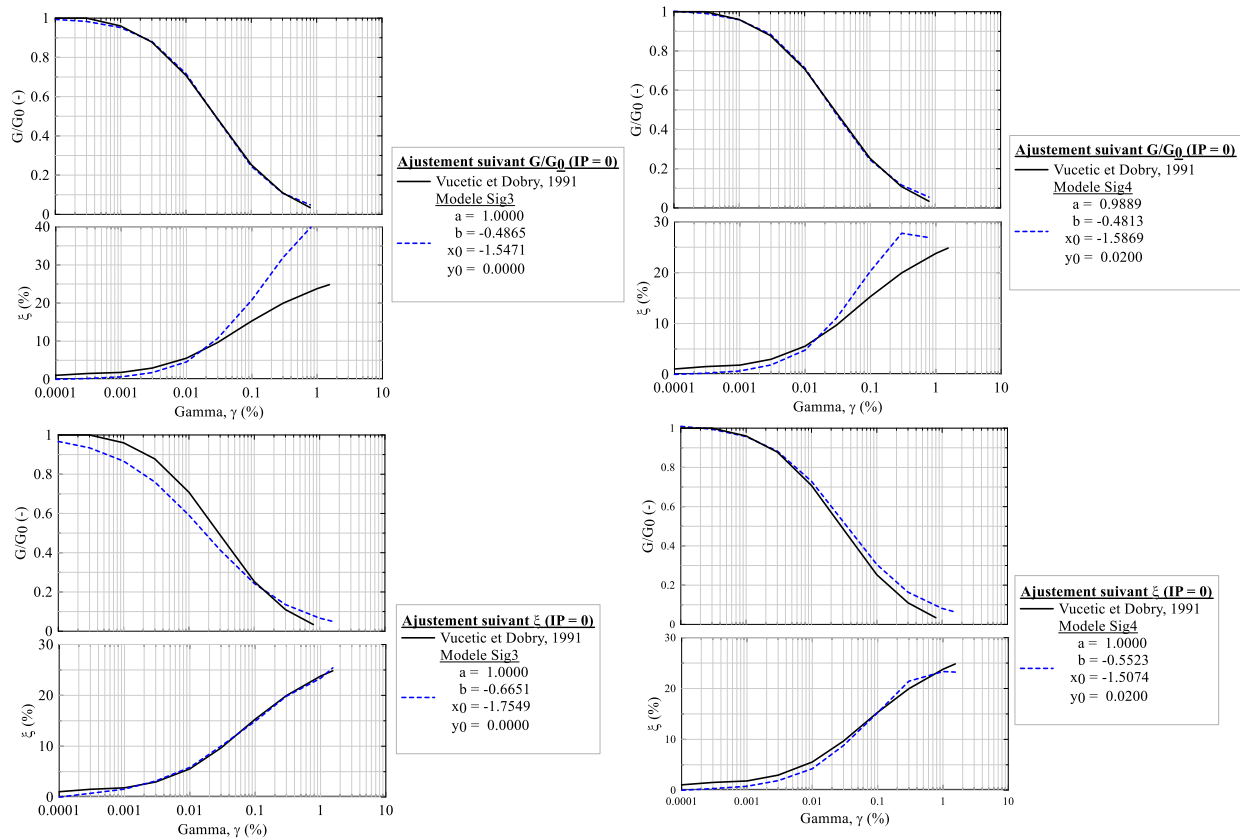
La figure (VI.1), représente les résultats d'ajustement des courbes de dégradation suivant les résultats de Seed et al. (1986) par les modèles Sig4 et Sig3 pour le sable.



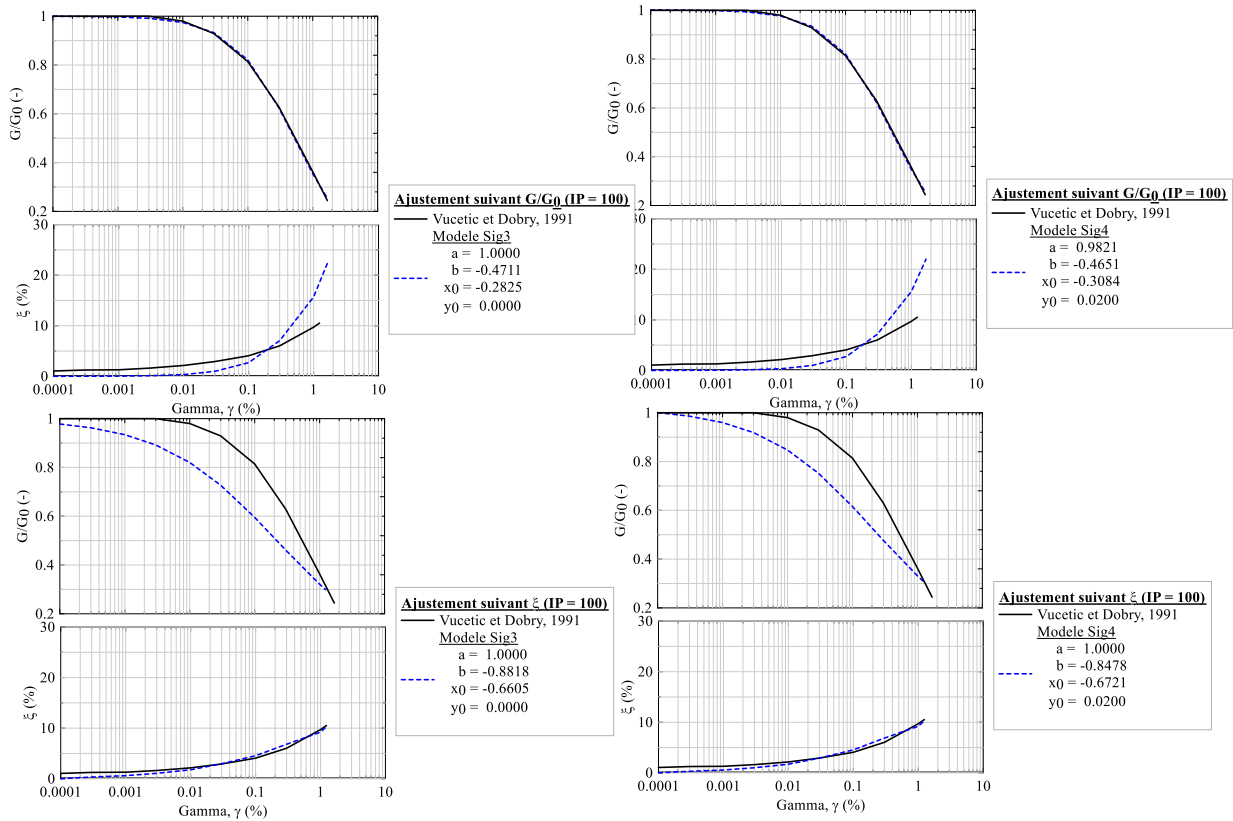
**Figure VI.1-** Paramètres d'ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Seed et al. (1986) pour le sable.

Les deux figures (VI-2) et (VI.3) schématisent l’ajustement des courbes des essais de Vucetic et Dobry (1991) pour l’argile pour différents indices de plasticités ( $IP=0$  et  $IP=100$ ).

Il est clair des figures (VI.1-V3) que l’ajustement des deux modèles Sig4 et Sig3 ( $y_0 = 0$ ) se distingue car pour un même matériau (même  $G_0$ ) la dégradation du module de cisaillement ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) est moins importante suivant le modèle Sig4 que suivant le modèle Sig3, dû principalement au paramètre  $y_0$  qui donne plus de résistance du fait que le modèle Sig4 est un mariage entre le modèle Sig3 et le modèle linéaire de tangente  $y_0$ .



**Figure VI.2-** Paramètres d’ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Vucetic et Dobry (1991) pour l’argile ( $IP=0$ ).



**Figure VI.3-** Paramètres d’ajustements des modèles Sig4 et Sig3 avec les données expérimentales de Vucetic et Dobry (1991) pour l’argile ( $IP=100$ ).

Le plus intéressant du modèle Sig4 est qu’il prédit des courbes de dégradations sous forme de ( $\xi \sim \gamma$ ) intéressante (Figures VI.1-2). En effet l’amortissement  $\xi$  croit avec l’augmentation de la déformation jusqu’à une valeur critique ( $\gamma_{cr}$ ) qui correspond à une valeur maximale d’amortissement (pic), puis il se dégrade au-delà de cette valeur.

Cette nouvelle famille d’amortissement a été détectée numériquement par l’application du programme NERA mais la justification de cette variation du coefficient d’amortissement était générale. Cette allure de variation du coefficient d’amortissement est traitée en détail dans les applications suivantes avec toutes les justifications nécessaires.

Les deux paramètres d'ajustement du modèle Sig4 ( $a, y_0$ ) sont liés par la relation suivante :

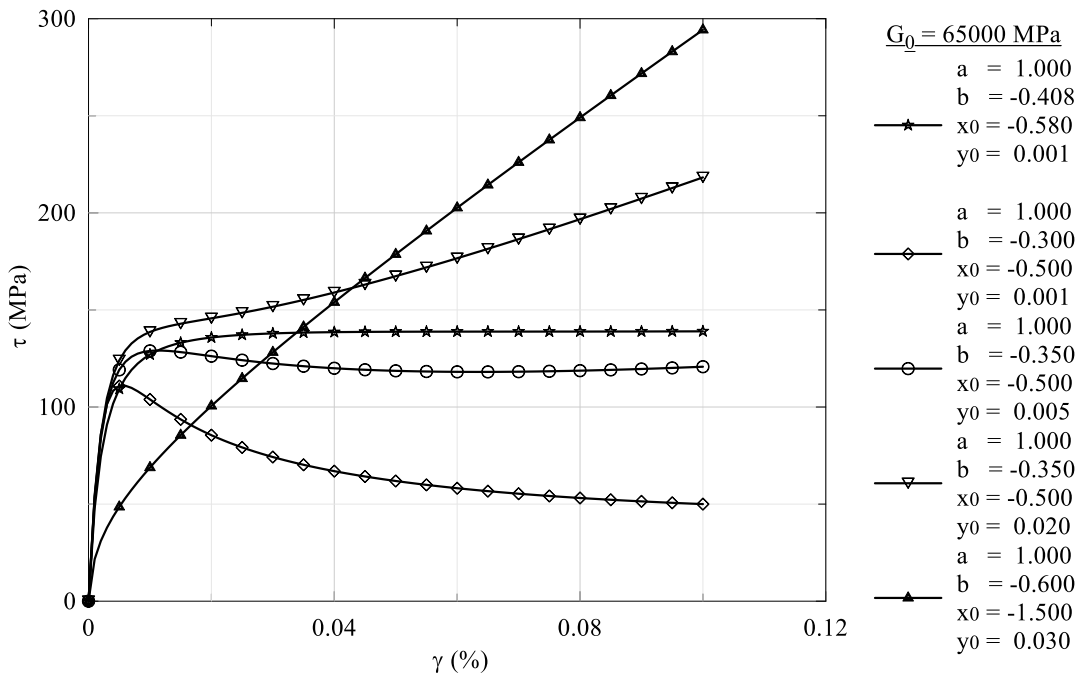
$$a + y_0 \approx 1 \tag{VI.1}$$

Généralement le domaine de variation des quatre paramètres d'ajustement du modèle Sig4 est estimé par les intervalles suivants

$$\begin{cases} a \in [0.8, 1.2] \\ b \in [0, -2.5] \\ x_0 \in [0, -3.5] \\ y_0 \in [0, 0.2] \end{cases} \tag{VI.2}$$

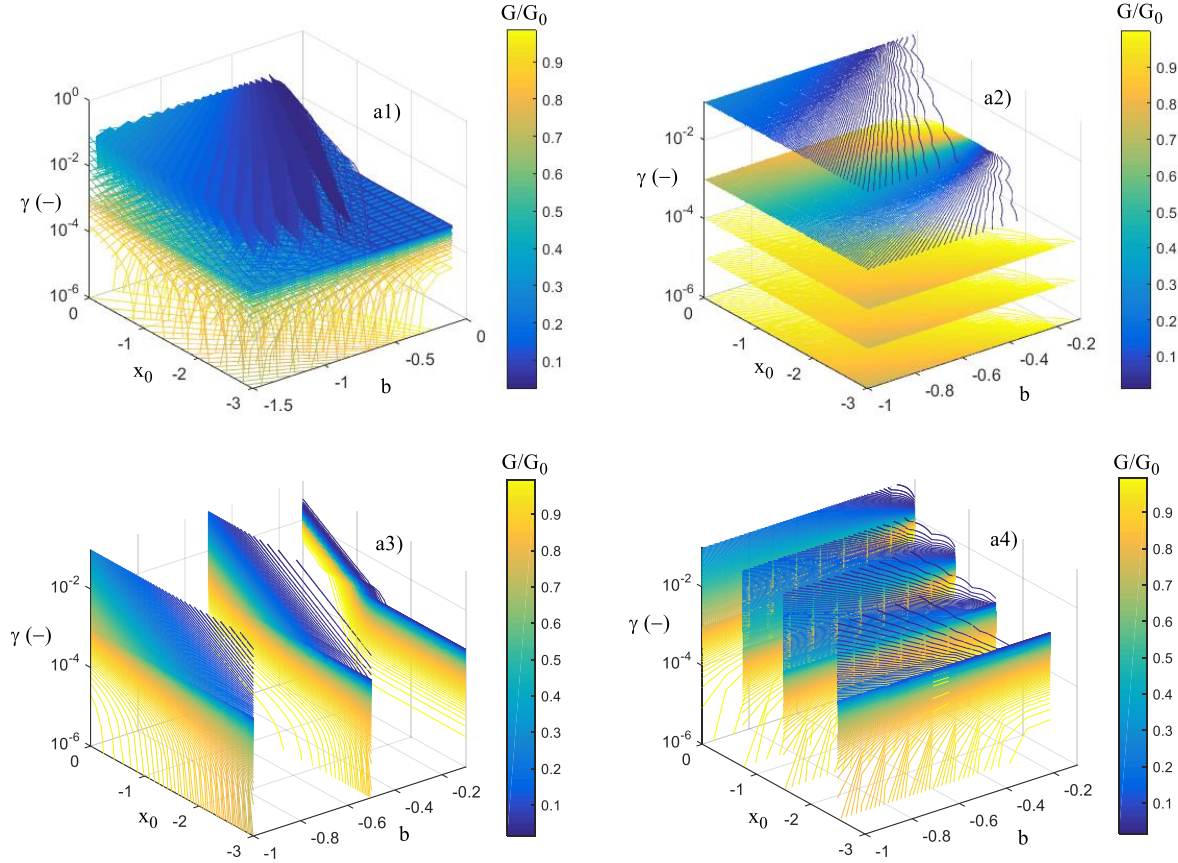
Dans certains cas,  $b$  et  $x_0$  peuvent être positifs.

Les courbes de chargement initial induites par le modèle Sig4 sont nombreuses comme le montre la figure (VI.4). Ce qui implique une multitude de variations de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$ . Ces familles de courbes engendrent une meilleure possibilité de représentation du comportement dynamique des sols sous sollicitations cycliques.



**Figure VI.4-** Différentes familles des courbes de chargement initial induites par l'application du modèle Sig4.

Dans le même contexte de variété des familles des courbes suivant le modèle Sig4, la figure (VI.5) schématise une représentation volumique de la dégradation du module de cisaillement ( $G/G_0 \sim (\gamma, b, x_0)$ ) pour  $a = .99$  et  $y_0 = 0.01$ .



**Figure VI.5-** Représentation volumétrique de la variation du module de réduction de cisaillement  $G/G_0 \sim (\gamma, b, x_0)$  pour  $a = 0.99$  et  $y_0 = 0.01$ . a1)- représentation volumétrique, a2)- représentation pour  $\gamma = [10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 0.1]$ , a3)- représentation pour  $b = [-0.1, -0.5, -1]$  et a4)- représentation pour  $x_0 = [0, -0.75, -1.5, -2.5]$

Il ressort de la figure (VI.5) que pour les faibles valeurs de  $b$  et  $x_0$  en valeur absolue, le comportement est linéaire même pour les grands niveaux de déformations, donc un coefficient d'amortissement très faible.

Pour un niveau constant de  $b$  ( $b = -0.5$  et  $-0.65$ ), avec  $a = 0.99$  et  $y_0 = 0.01$  (figure VI.6) et suivant la variation du paramètre  $x_0$ , on constate que l'accroissement de  $|x_0|$  engendre une diminution de  $G/G_0$  plus importante que pour  $b = -0.65$ , pour un certain niveau de

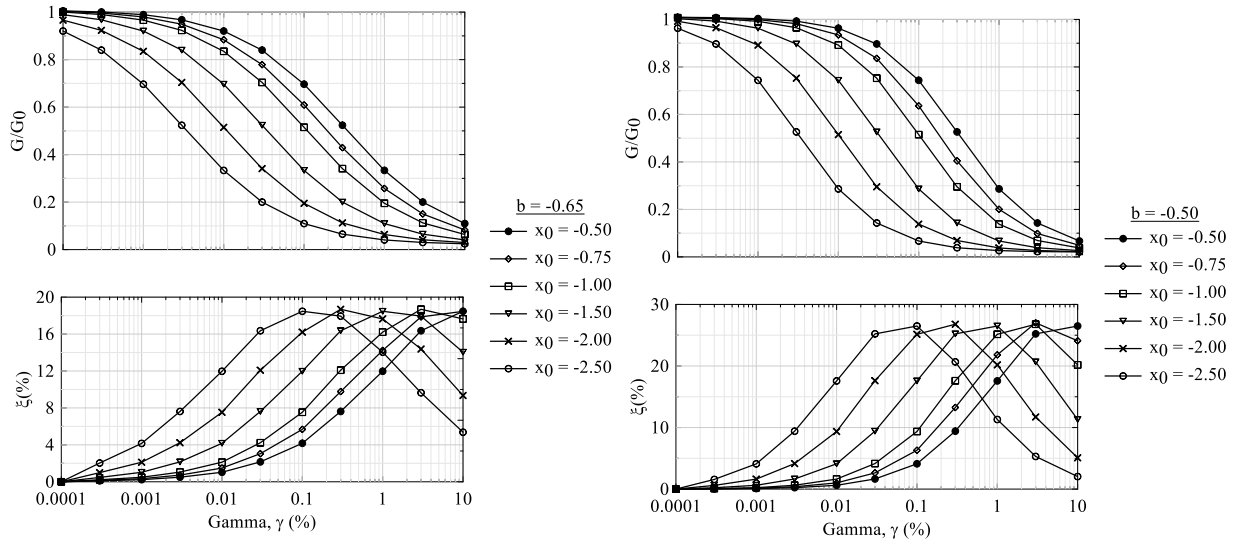
déformation égal a une valeur  $G/G_0 = 0.515$ . Au-delà de cette déformation, le comportement de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  sera inversé, alors le plus dégradé de  $G/G_0$  ( $b = -0.65$ ) sera le plus résistant que celui de  $b = -0.5$ , tandis que pour la variation du coefficient de déformation, la valeur de  $b = -0.5$  prédit des valeurs plus grande que pour  $b = -0.65$ , reste à signaler que les courbes de variations de  $(\xi \sim (\gamma, b = -0.65))$  sont de telle sorte qu'il y'a une pénalisation de la variation de  $(\xi \sim (\gamma, b = -0.65))$  car on remarque une similitude entre les deux du point de vue de la forme de la variation mais avec des amplitudes différentes (Figure VI.7).

Maintenant si on fixe le paramètre  $x_0$ ,  $x_0 = -1$  et  $-2$ , et on fait varier le paramètre  $b$  (Figure VI.6), une allure bien particulière de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  apparait, et les courbes de dégradation se joignent dans un point d'abscisse  $\gamma = 0.01$  et  $\gamma = 0.1$  pour  $x_0 = -2$  et  $-1$ , respectivement, et cela pour  $G/G_0 = 0.515$  (Figure VI.7-8).

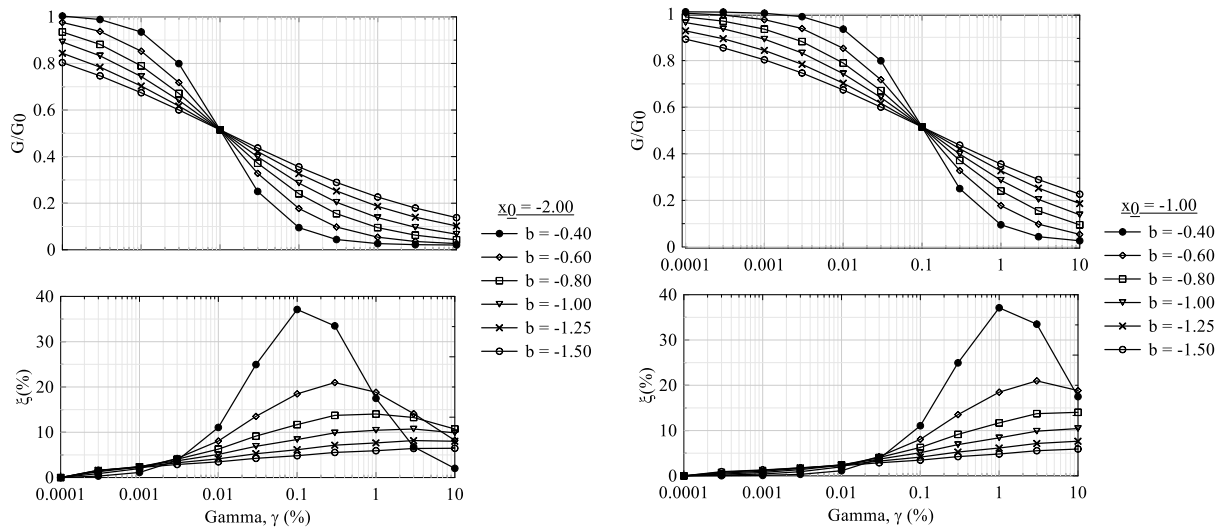
Les courbes de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  pour  $x_0 = -2$  apparaissent comme une translation des courbes  $(G/G_0 \sim \gamma)$  pour  $x_0 = -1$  aux plus faibles déformations (avec un taux de déformation égal à 0.09%) de même pour la variation du coefficient d'amortissement  $(\xi \sim (\gamma))$  (Figure VI.8).

La dégradation du module de cisaillement  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  en fonction des paramètres d'ajustement du modèle Sig4 résulte en plusieurs familles suivant la variation de ces paramètres. Donc le modèle Sig4 est un modèle de simulation bien adapté aux différents types de sols sous différents types de chargements pour différentes gammes de variation de la déformation (petites, moyennes et grandes).

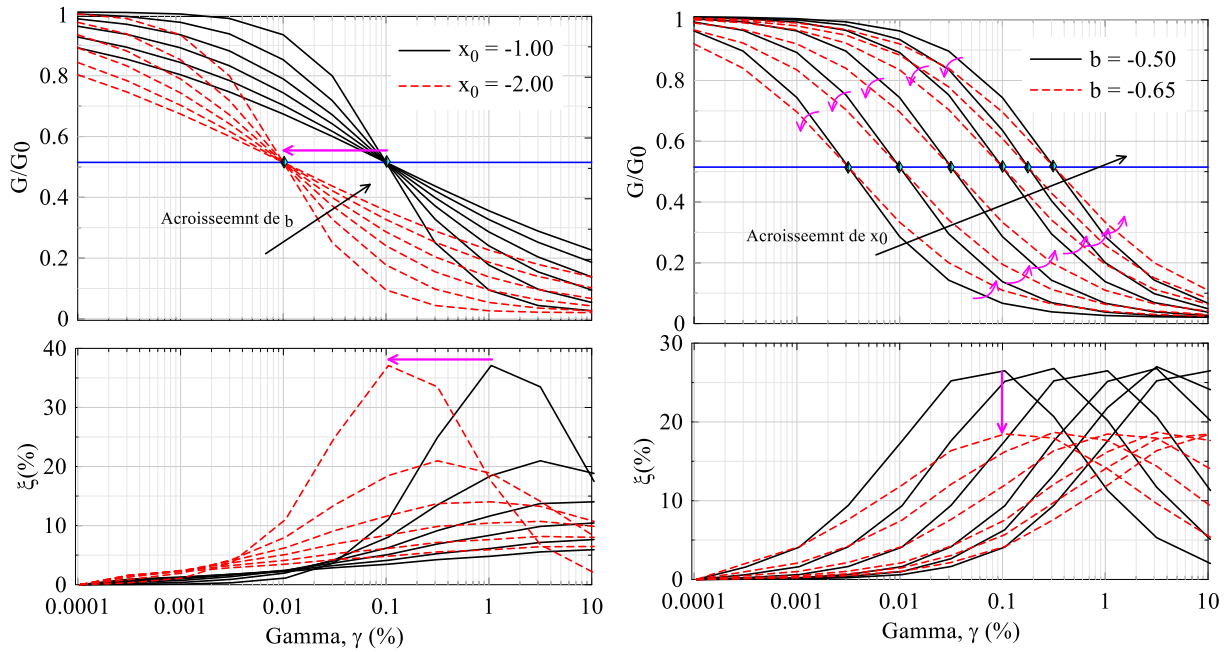




**Figure VI.6-** Différentes familles des courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  induites par l'application du modèle Sig4 pour  $b = -0.5$  et  $b = -0.65$  et pour  $x_0 = [-0.5, -2.5]$ .



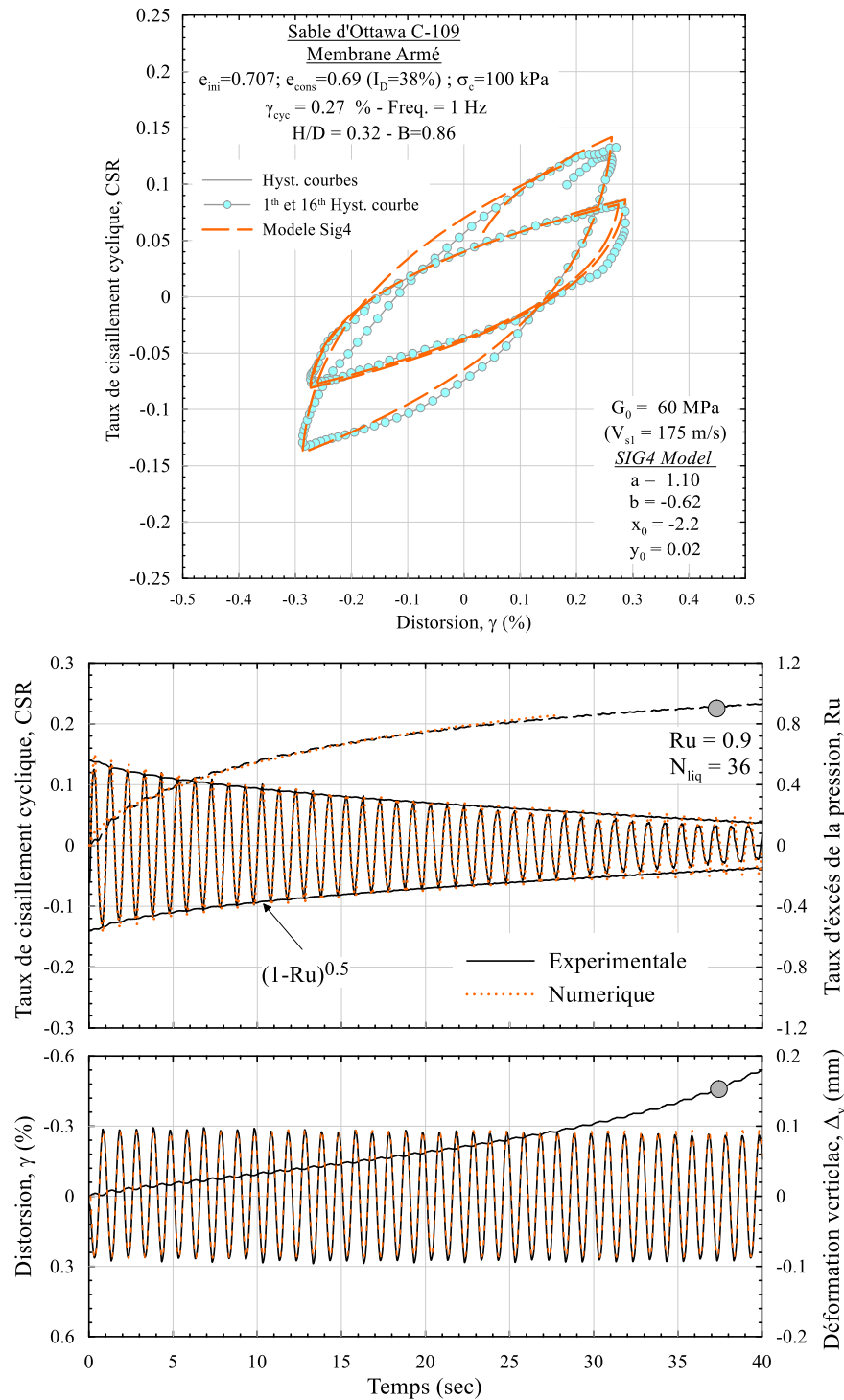
**Figure VI.7-** Différentes familles des courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$ ,  $(\xi \sim \gamma)$  induites par l'application du modèle Sig4 pour  $x_0 = -1, -2$  pour  $b = [-0.4, -1.5]$ .



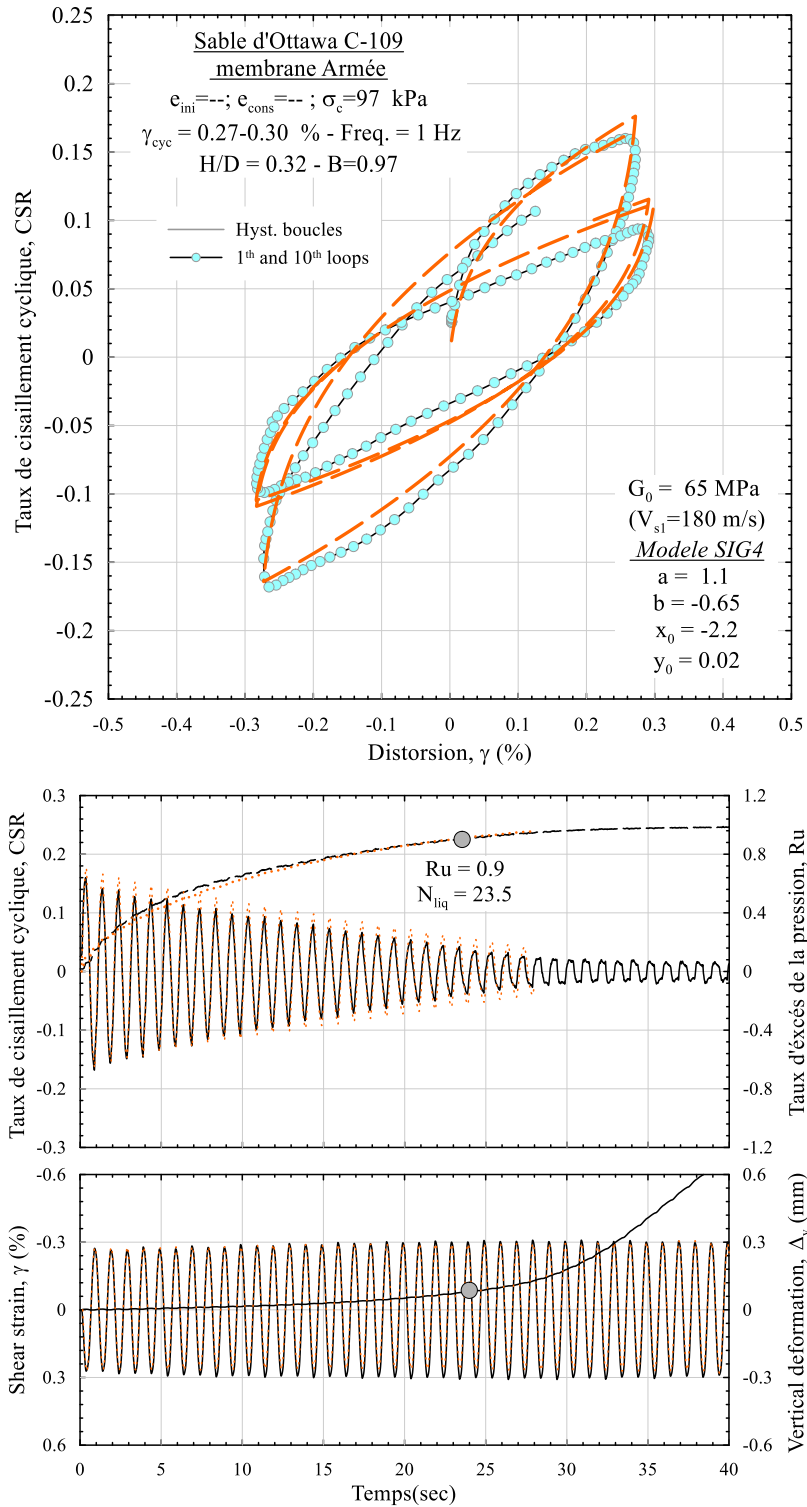
**Figure VI.8-** Comparaison entre les courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  pour différents intervalles de  $b$  et  $x_0$ .

Les figures VI.9 et VI.10 schématisent la réponse cyclique d'un essai TxSS pour un niveau de déformation  $\gamma = 0.27\%$  et  $0.32\%$ , respectivement. Dans les deux figures on compare les résultats prédits par l'utilisation du modèle Sig4 à ceux du TxSS sous formes de boucles d'hystérésis, variation du taux de la pression interstitielle et variation temporelle du taux de cisaillement cyclique.

Le modèle Sig4 prédit des réponses dynamiques généralement semblables à celles des essais de TxSS, ce qui montre la puissance de ce modèle dans le calcul dynamique du fait de la variabilité des natures de boucles d'hystérésis qu'il produit, ce qui n'est pas le cas pour les autres modèles.



**Figure VI.9-** Comparaison entre les résultats fournis par le modèle Sig4 et les essais du TxSS pour un niveau de déformation imposée  $\gamma = 0.27\%$ .



**Figure VI.10-** Comparaison entre les résultats fournis par le modèle Sig4 et les essais du TxSS pour un niveau de déformation imposée  $\gamma = 0.32\%$ .

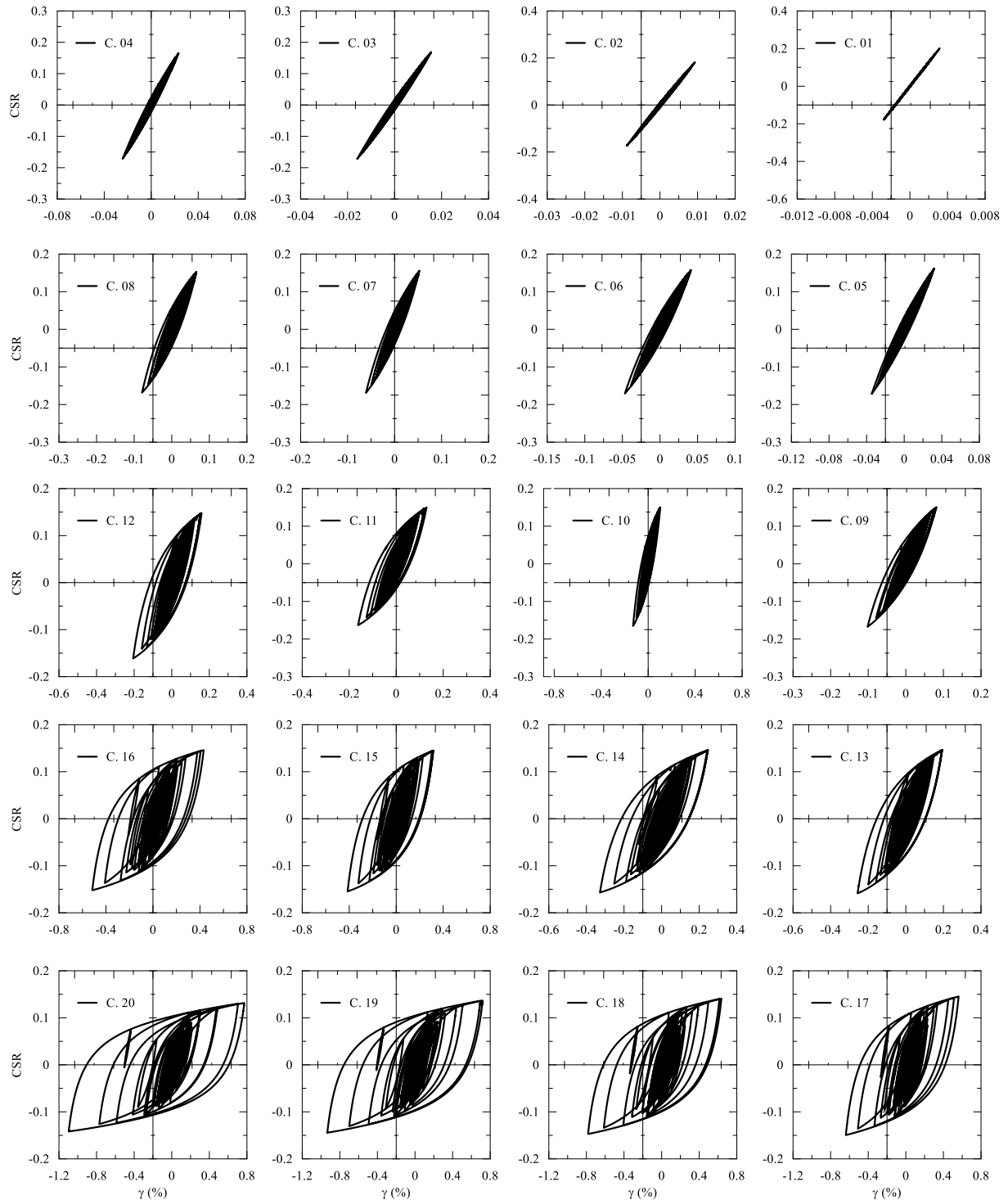
### VI.3. Comparaison avec d'autres modèles

Dans le présent chapitre, nous proposons de mener une comparaison des résultats obtenus par le programme non linéaire établi « Soil\_Dyn » avec le programme DeepSoil v.6 par une simple détermination de la réponse non linéaire d'une colonne de sol de 20m de profondeur constituée d'un matériau unique de sable de vitesse de cisaillement de 180 m/s avec une masse volumique  $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$ . La base rigide est excitée par le séisme de Chichi (DeepSoil).

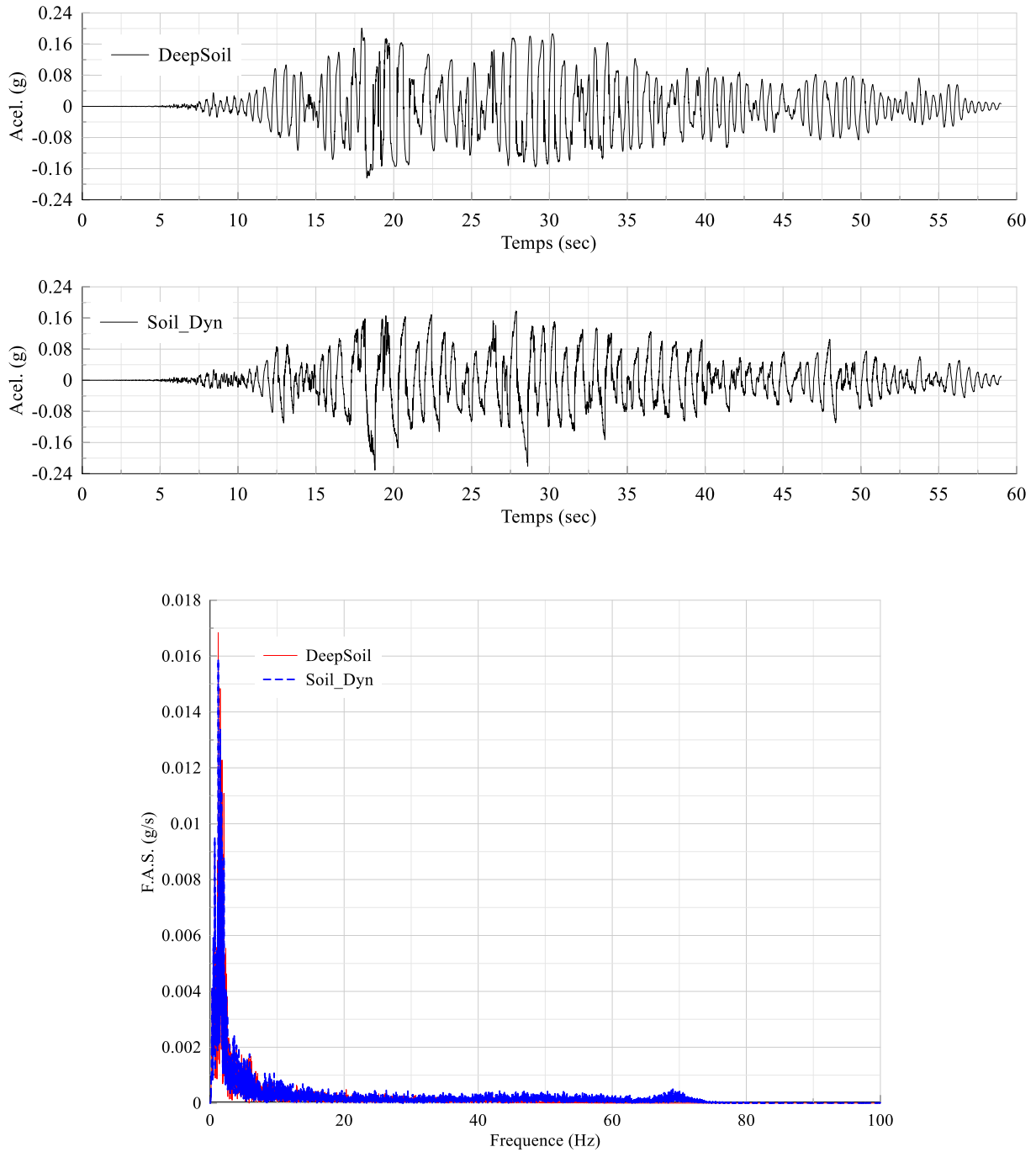
La figure VI.11, schématise la réponse sismique sous forme de boucles d'hystérésis pour les différentes sous-couches du sable (20 sous-couches). Tandis que la figure VI.12, représente la comparaison entre les accélérations prédites pour les deux programmes ainsi que leurs transformées de Fourier.

La figure VI.13, montre les résultats de boucles d'hystérésis pour la dernière couche (Couche 20) et la première couche. En dernier, la figure VI.14 résume les réponses non-linéaires sous forme de déformations, taux de contrainte cyclique de cisaillements (CSR) et accélérations maximums en fonction de la profondeur.

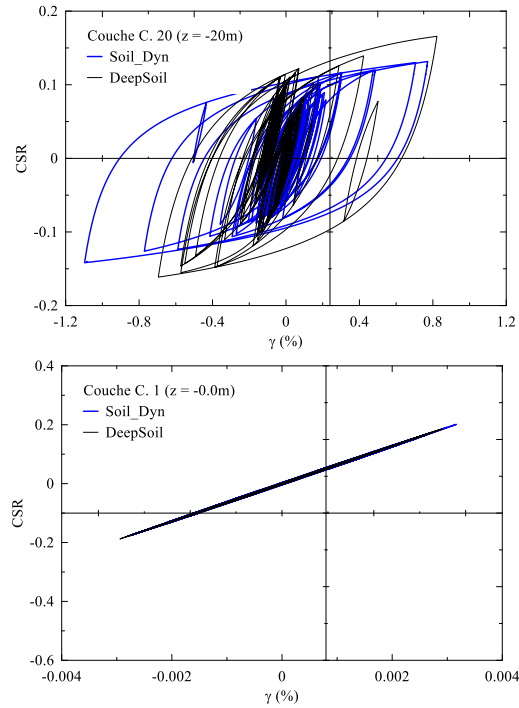
Notons que le programme prédit des réponses non linéaires qui concorde avec le programme DeepSoil et la différence entre les deux est due spécialement aux différentes approches mathématiques appliquées pour chaque programme telle que l'évolution du coefficient d'amortissement, la méthode de résolutions et les différentes simplifications utilisées dans le calcul dynamique.



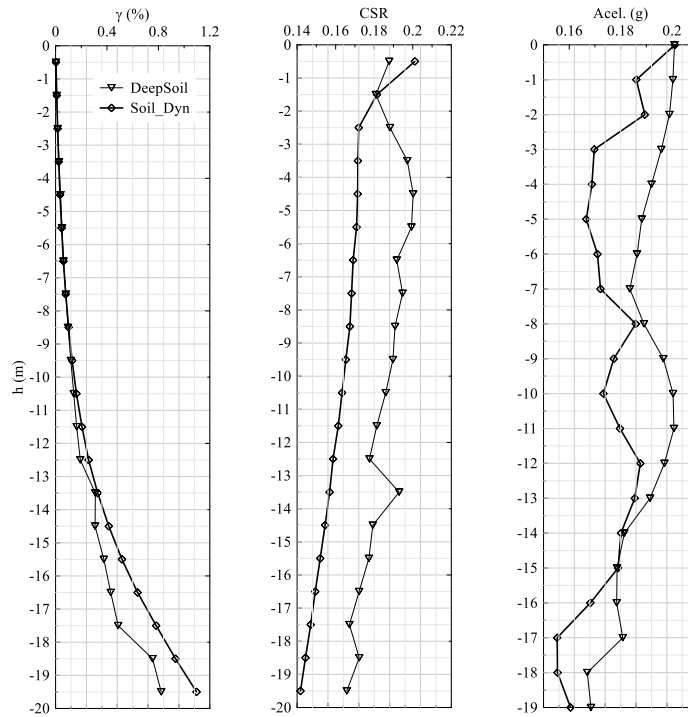
**Figure VI.11-** Résultats dynamiques du programme Soil\_Dyn sous forme de boucles d'hystérésis pour chaque sous couche du sol.



**Figure VI.12-** Comparaison entre les résultats prédits par DeepSoil et Soil\_Dyn sous forme d'accélération à la surface libre et leurs transformés de Fourier.



**Figure VI.13-** Comparaisons entre les résultats prédits par DeepSoil et Soil\_Dyn sous forme de boucles d’hystérésis pour la première et la dernière couche.



**Figure VI.14-** Résumé des réponses non linéaires suivant DeepSoil et Soil\_Dyn.



#### **VI.4. L'approche élastique non linéaire par rapport à l'approche linéaire équivalente**

Dans cette section, une étude comparative entre le modèle non linéaire et le modèle linéaire équivalent est proposée afin de montrer dans quelle limite ces deux modèles donnent des résultats analogues et de mettre en évidence certaines limitations du modèle linéaire équivalent.

Le premier exemple traite la détermination de la réponse dynamique du profil de sol du paragraphe VI.3, sachant que pour le calcul linéaire équivalent on prend la courbe de dégradation de Seed et al. (1986) moyenne.

La figure VI.15, schématise la réponse sismique suite à l'application du séisme de Chichi ( $x = 0.01 a_{max}$ ) sous forme d'accélération à la surface et les transformées de Fourier ainsi que la courbe entre les contraintes et déformations pour la dernière couche pour les deux modèles, tandis que la figure VI.16 schématise les mêmes types de résultats pour le séisme de Chichi.

D'après la figure VI.15, il s'avère que pour un mouvement d'intensité faible à modéré, les deux modèles (linéaire équivalent et non linéaire) concordent, néanmoins pour les premiers et les derniers niveaux de chargement, le modèle linéaire équivalent sous-estime la réponse des accélérations et la surestime pour la partie moyenne de chargement (grande intensité de niveau de chargement). Cette constatation est juste aussi pour le cas de forte intensité de séisme (Figure VI. 16-a).

La dégradation du module de cisaillement n'est pas significative (pour le cas non linéaire il prend une forme d'une ellipse) donc une mobilité constante de la boucle d'hystérésis.

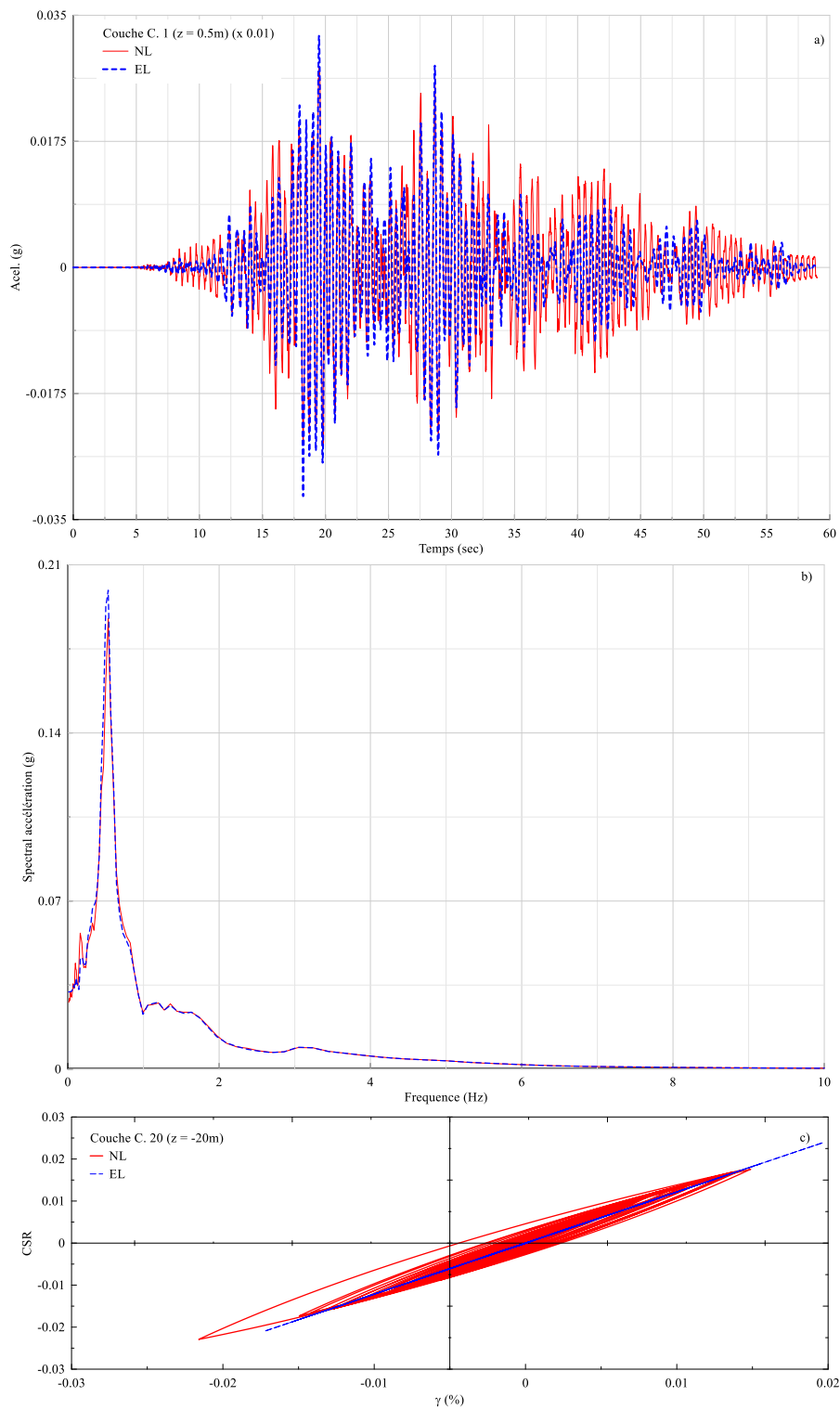


Figure VI.15- Modèle non linéaires contre le modèle linéaire équivalent (x 0.01  $a_{max}$ ).

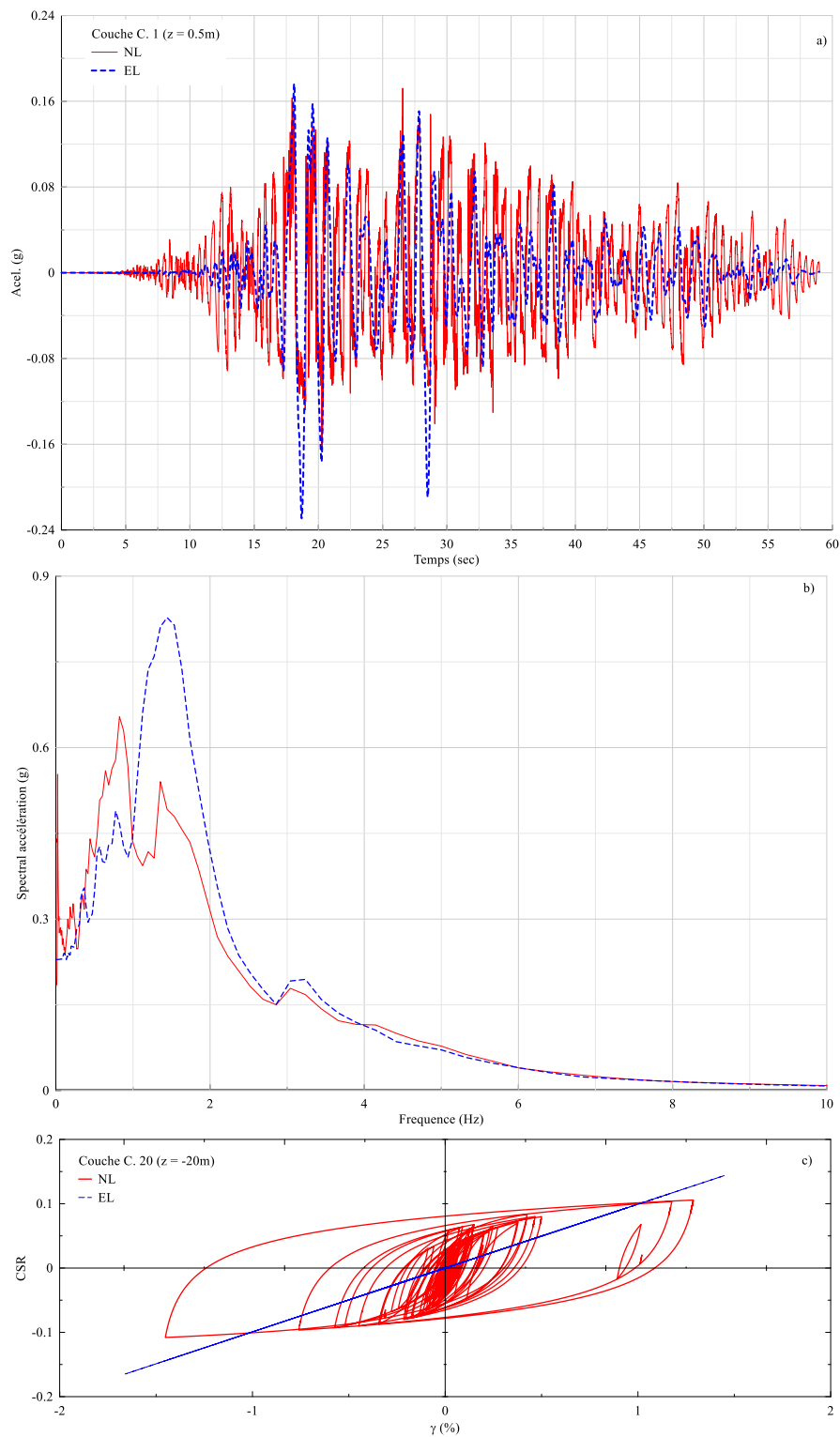
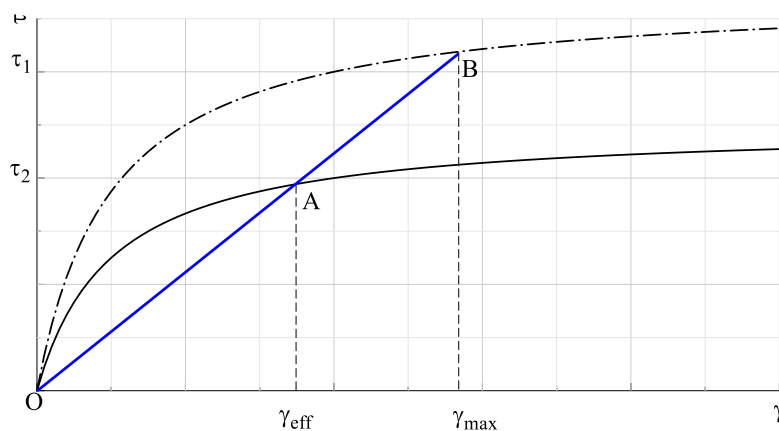


Figure VI.16- Modèle non linéaire contre le modèle linéaire équivalent ( $\times 1 a_{\max}$ ).

Pour le cas d'un chargement moyen à fort (Figure VI.16), la boucle entre les contraintes et déformations (boucles d'hystérésis) change significativement en fonction du niveau de la déformation de cisaillement. Autrement dit, le comportement non linéaire du sol sous ce chargement cyclique est apparent.

Cette différence de réponse entre les deux modèles peut s'expliquer (Yoshida et al., 2002) par la manière de calcul de la méthode linéaire équivalente et spécialement le calcul de la déformation de cisaillement effective ( $\gamma_{eff} = 0.65\gamma_{max}$ ), qui va servir à déterminer le module de cisaillement sécant et le coefficient d'amortissement appropriés suivant les courbes de dégradations utilisées (Seed et al., 1986; Vucéćić and Dobry, 1991).

La surestimation de la contrainte de cisaillement maximale implique une surestimation de l'accélération maximale (pic). Le mécanisme est décrit sur la figure VI.17. Le trait plein O-A-B représente la courbe contrainte déformation du sol obtenue à partir de la relation ( $G \sim \gamma$ ) donnée par la courbe d'essai. Prenons l'exemple où une déformation maximale  $\gamma_{max}$  est calculée. L'estimation du module de cisaillement (module sécant - ligne droite OA) est faite par rapport à la déformation effective  $\gamma_{eff}$ . Or ceci implique qu'avec ce module de cisaillement sécant (OA) à la déformation  $\gamma_{max}$ , la contrainte de cisaillement maximale devient  $\tau_1$  et non plus  $\tau_2$ . Il y a donc une surestimation de la contrainte maximale de cisaillement qui implique une surestimation de l'accélération pic.



**Figure VI.17-** Schéma illustrant la surestimation de la contrainte maximale de cisaillement avec la méthode linéaire équivalente.

## VI.5. Calibrage des courbes de dégradation du sable

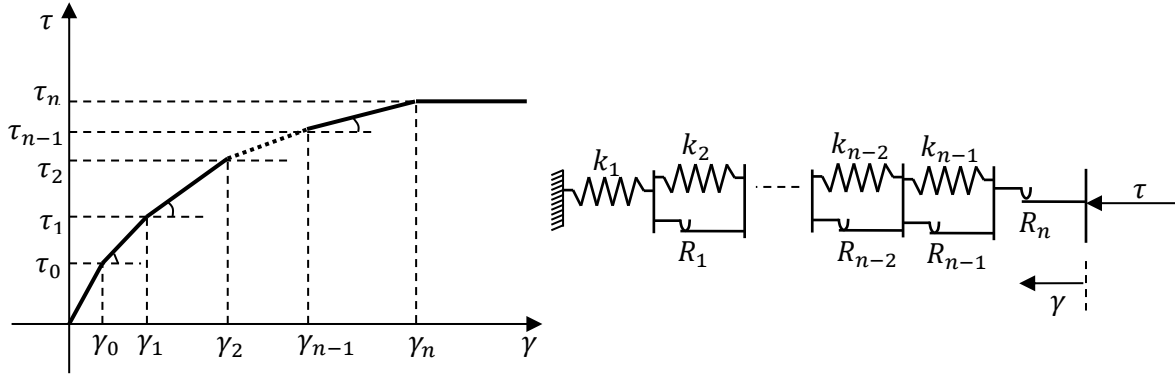
Les critères de Masing (Masing, 1926) associés aux différents modèles mathématiques semblent prédire des valeurs sous-estimées du coefficient d'amortissement pour les moyens à grands niveaux de déformation par rapport aux résultats trouvés par les chercheurs sur des essais expérimentales. Pour réduire les valeurs du coefficient d'amortissement, Darendeli (2001) a introduit un facteur de réduction sur le coefficient d'amortissement calculé par le biais du critère de Masing. Hashash et al. (2008,2016), par le même principe introduit un facteur de correction déduit d'une pénalisation de la taille de la boucle d'hystérésis dépendant de la dégradation du rapport  $(G/G_0)$ . Dans le même contexte et avec cette fois-ci l'utilisation du modèle d'Iwan (1969) et par introduction d'un facteur de correction de la surface de la boucle d'hystérésis qui fera en sorte de calibrer la surface de la boucle d'hystérésis afin de coller les résultats prédits à ceux dans de la littérature (Seed et al., 1986).

### VI.5.1. Modèle Iwan Modifié

C'est un modèle simple et facile à introduire dans les codes de calcul, il consiste à linéariser un modèle mathématique en assemblant des segments linéaires (figure. VI.18).

D'après la figure (VI.18), la dégradation du module  $(\frac{d\tau}{d\gamma} = G_i)$  sécant est donnée par

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \begin{cases} G_0 = k_1, & 0 \leq \tau < \tau_1 \\ G_1 = (k_1^{-1} + k_2^{-1})^{-1}, & \tau_1 \leq \tau < \tau_2 \\ \vdots \\ G_{n-1} = (k_1^{-1} + k_2^{-1} + \dots + k_n^{-1})^{-1} & \tau_{n-1} \leq \tau < \tau_n \\ G_n = 0, & \tau = \tau_n \end{cases} \quad (\text{VI.3})$$



**Figure VI.18-** Courbe initiale suivant le modèle d’Iwan et le modèle rhéologique correspondant en assemblage de multi modèle linéaire.

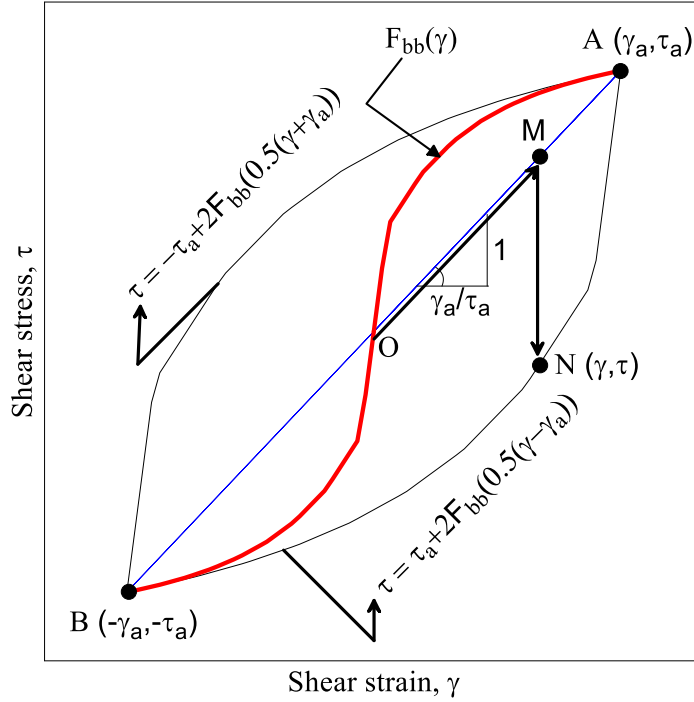
Par application du deuxième principe du critère de *Masing* pour décrire le comportement rechargement-déchargement  $\tau = \tau_{rev} + 2F_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2} \right)$  sachant que la courbe initiale n’a pas d’expression analytique, et après un certain réarrangement il vient

$$\tau = \tau_{rev} + \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev}) + \left\{ 2F_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2} \right) - \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev}) \right\} \tag{VI.4}$$

D’après la figure (VI.19), et l’équation (VI.3), la courbe initiale  $F_{bb}$  (discretisée en assemblage de comportement linéaire) aura l’expression suivante

$$F_{bb}(\gamma) = \begin{cases} G_0 \gamma, & 0 \leq \gamma < \gamma_1 \\ \tau_1 + G_1(\gamma - \gamma_1), & \gamma_1 \leq \gamma < \gamma_2 \\ \vdots & \\ \tau_{n-1} + G_{n-1}(\gamma - \gamma_{n-1}), & \gamma_{n-1} \leq \gamma < \gamma_n \\ \tau_n, & \gamma > \gamma_n \end{cases} \tag{VI.5}$$

Maintenant il est facile de construire la boucle de chargement-déchargement suivant les équations (VI.4) et (VI.5).



**Figure VI.19-** Boucle d'hystérésis suivant le modèle d'Iwan et le critère de *Masing*.

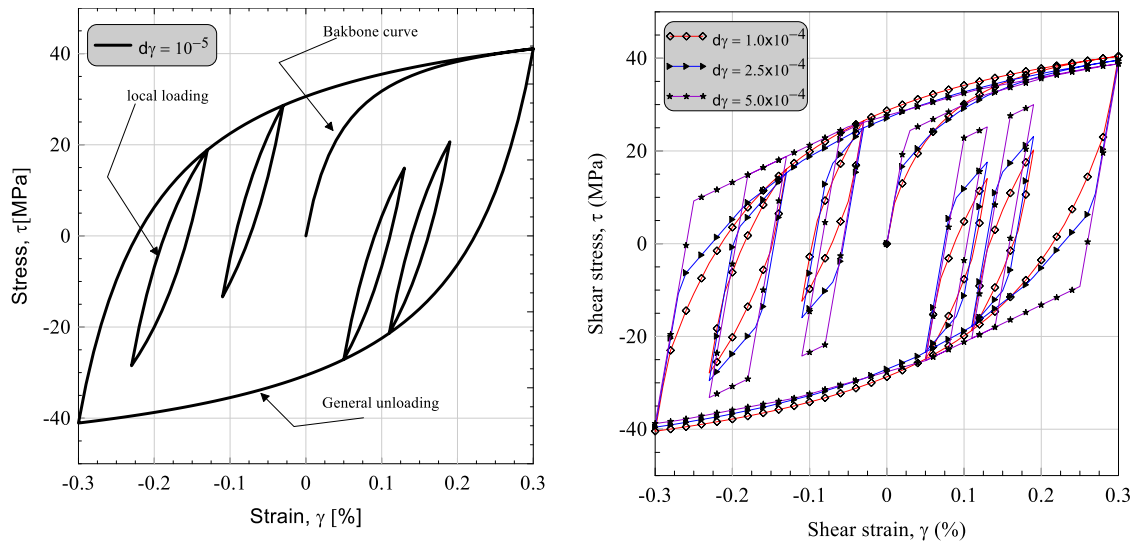
D'après la figure (VI.19), le point  $N(\gamma, \tau)$  sur la boucle d'hystérésis est une sommation de deux contraintes l'une se trouve sur la diagonale et l'autre est la projection de ce point de la diagonale sur la boucle d'hystérésis ( $\overline{ON} = \overline{OM} + \overline{MN}$ ). Donc la relation indiquant la contrainte sur la boucle d'hystérésis se ramène à un mariage de comportement linéaire (diagonale) et sa projection sur la boucle d'hystérésis (Eq. VI.6)

$$\tau = \underbrace{\tau_{rev} + \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev})}_{\overline{OM}} + \underbrace{\left\{ 2F_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2} \right) - \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev}) \right\}}_{\overline{MN}} \quad (\text{VI.6})$$

D'après l'équation (VI.6), pour réduire la taille de la boucle d'hystérésis, il suffit d'introduire un facteur de correction  $\lambda_1$  au niveau de la projection du point de la diagonale sur la boucle d'hystérésis (Eq. VI.7).

$$\tau = \underbrace{\tau_{rev} + \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev})}_{\overline{OM}} + \lambda_1 \underbrace{\left\{ 2F_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2} \right) - \left| \frac{\tau_a}{\gamma_a} \right| (\gamma - \gamma_{rev}) \right\}}_{\overline{MN}} \quad (\text{VI.7})$$

Il faut signaler que la précision du modèle d'Iwan dépend du nombre de (segments linéaires) inclus dans le modèle. La figure (VI.20) représente cette constatation, sachant que nous avons discrétisé le modèle hyperbolique par le biais d'un Jonction des éléments linéaires (principe d'Iwan).

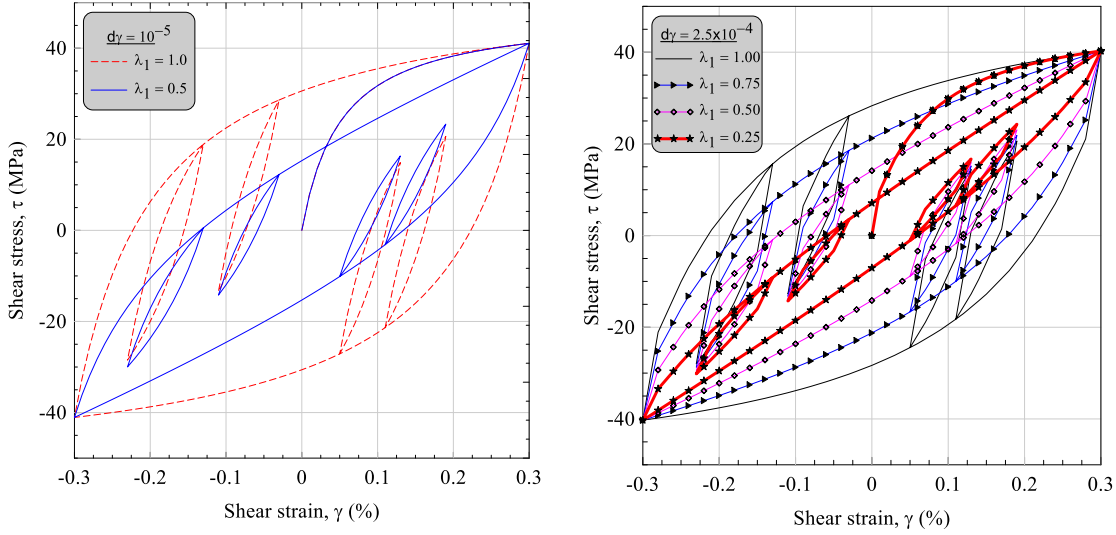


**Figure VI.20**-Influence des nombres de segment sur le raffinement de la boucle d'hystérésis

Il est clair de la figure (VI.20) que le nombre des segments linéaires influe sur la finesse de la courbe, donc plus de précision. De même et à travers cette figure pour  $= 0.001\%$ , la forme de la courbe et comme pour l'application du modèle initiale (modèle hyperbolique) et d'ailleurs on peut voir l'existence des boucles locale et générale suivant la nature de chargement considéré comme validation de ce modèle.

Dans le même contexte de la validation du modèle d'Iwan avec le critère élargi de Masing et par application de l'équation (VI.6) pour apprécier la méthode de réduction de la taille de la boucle d'hystérésis, les résultats sont schématisés sur la figure (VI.21).





**Figure VI.21**-Correction de la taille des boucles d'hystérésis par l'application de la nouvelle technique pour le modèle Iwan.

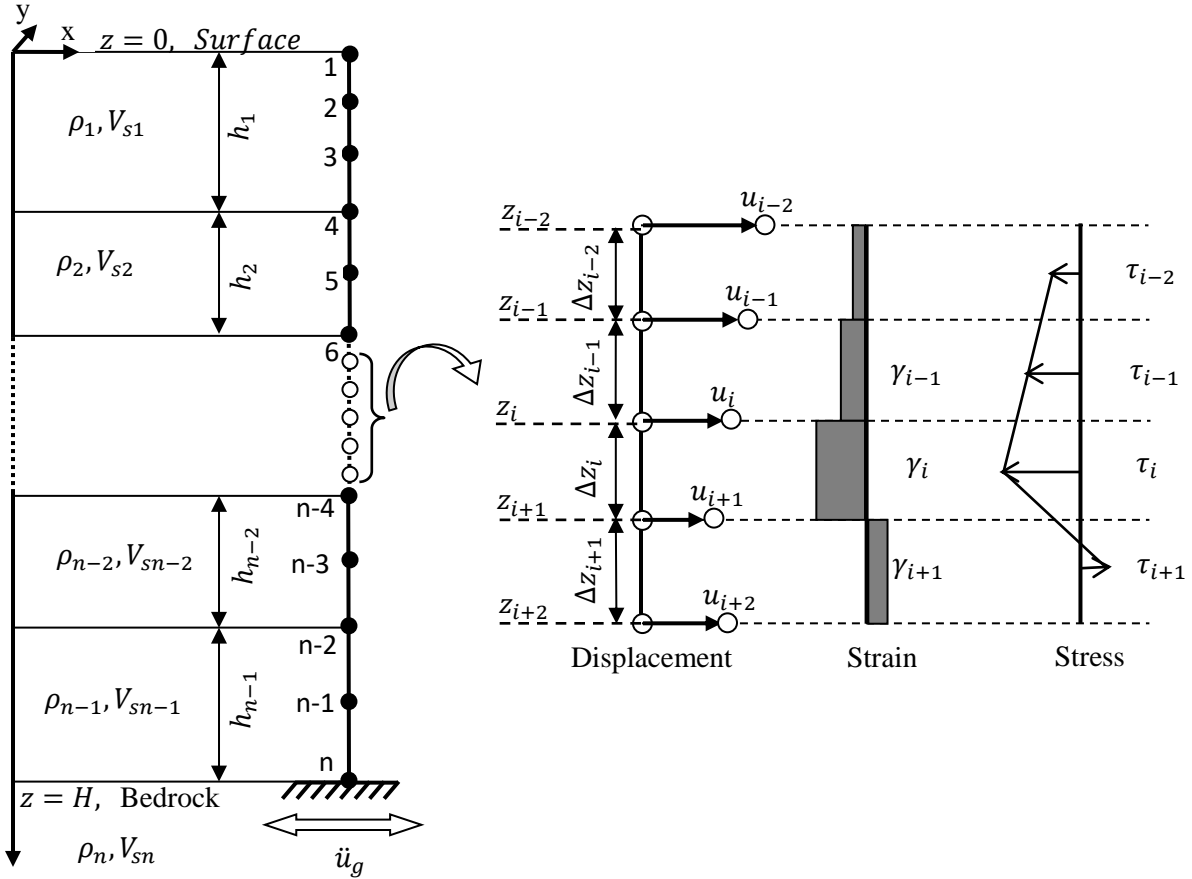
Il est clair des résultats schématisés sur la figure (VI.21), que la technique de réduction de la taille des boucles d'hystérésis est significative et va influencer sur l'évolution du coefficient d'amortissement et même sur le calcul dynamique.

### VI.5.2. Réponse dynamique par application du model Iwan modifié

La figure (VI.22) schématise la modélisation spatiale d'un profil de sol encastré à sa base couramment modélisé dans le cas unidimensionnel (1D) . L'équation du mouvement est donnée par (Mercado et al., 2015)

$$\frac{\partial}{\partial z}(\tau(u, z, t)) = \rho \ddot{U}(z, t) \quad (\text{VI.8})$$

Dans cette équation,  $\rho$  désigne la masse volumique,  $u(z, t)$  est le déplacement horizontal dépendant de l'intensité du chargement et la position,  $\tau(u, z, t)$  est la contrainte de cisaillement dépendante de plusieurs facteurs tels que le déplacement, la loi qui régit les contraintes et déformations,...,  $\ddot{U}(z, t)$  et le chargement ((l'excitation sismique a la base supposée rigide du profil de sol).



**Figure VI.22-** Discretisation spatiale en éléments finis unidimensionnels ainsi que la distribution linéaire entre les contraintes et déformations.

L'équation (VI.8) se ramène à l'équation (VI.10) suivant cette transformation (VI.9)

$$\ddot{U}(z, t) = \ddot{u}(z, t) + \ddot{u}_g(t) \tag{VI.9}$$

$$\begin{cases} \rho \ddot{u}(z, t) - \frac{\partial}{\partial z}(\tau(u, z, t)) = -\rho \ddot{u}_g(t) \\ u((z = H), t) = 0, \tau((z = 0), t) = 0 \end{cases} \tag{VI.10}$$

Ici,  $\ddot{u}$  est l'accélération relative calculée, sachant que l'équation (VI.10) exprime aussi les conditions aux limites.

Après résolution des systèmes d'équations induites par l'utilisation de la méthode des éléments finis avec l'utilisation du modèle d'Iwan pour simuler le comportement non linéaire des sols constituant ce profil en terme de contrainte-déformation, des résultats sous formes de contrainte-déformation pour différents niveaux de profondeur sont schématisés dans la figure (VI.23).

D'après la figure (VI.23) et suivant l'amplitude de la contrainte de cisaillement on remarque l'augmentation de cette contrainte en fonction du niveau de la profondeur ce qui est logique du point de vue théorique.

Avec l'application du modèle d'Iwan modifié par le biais de la modification apportée au critère de Masing, il semble que pour une excitation symétrique sous forme d'accélération sur la base induit automatiquement une symétrie de résultats dans notre cas sous forme de contrainte-déformation. La technique de réduction de la taille de la boucle d'hystérésis par le biais d'un facteur de réduction  $\lambda_1$  induit un changement du comportement qui régit la relation entre contrainte-déformation, mais l'intensité maximale reste inchangée, autrement dit la modification se porte sur le cas de chargement-déchargement mais la courbe initiale (backbone) ne change pas donc la variation du module sécant reste inchangée dans le modèle initial et le modèle modifié d'Iwan.

Ce raisonnement est justifiable pour la simple raison est que le modèle mathématique utilisé pour décrire le comportement entre les contraintes et les déformations décrit bien la dégradation du module de cisaillement d'une manière acceptable, mais ce modèle mathématique dans le cas général reste limité pour décrire la variation du coefficient d'amortissement.

A cet effet et pour distinguer entre l'application du modèle d'Iwan initial et celui modifié une application intéressante doit être menée sur les courbes de dégradation élaborées expérimentalement sur les sables par exemple (Seed et al., 1986) dans le paragraphe qui suit.

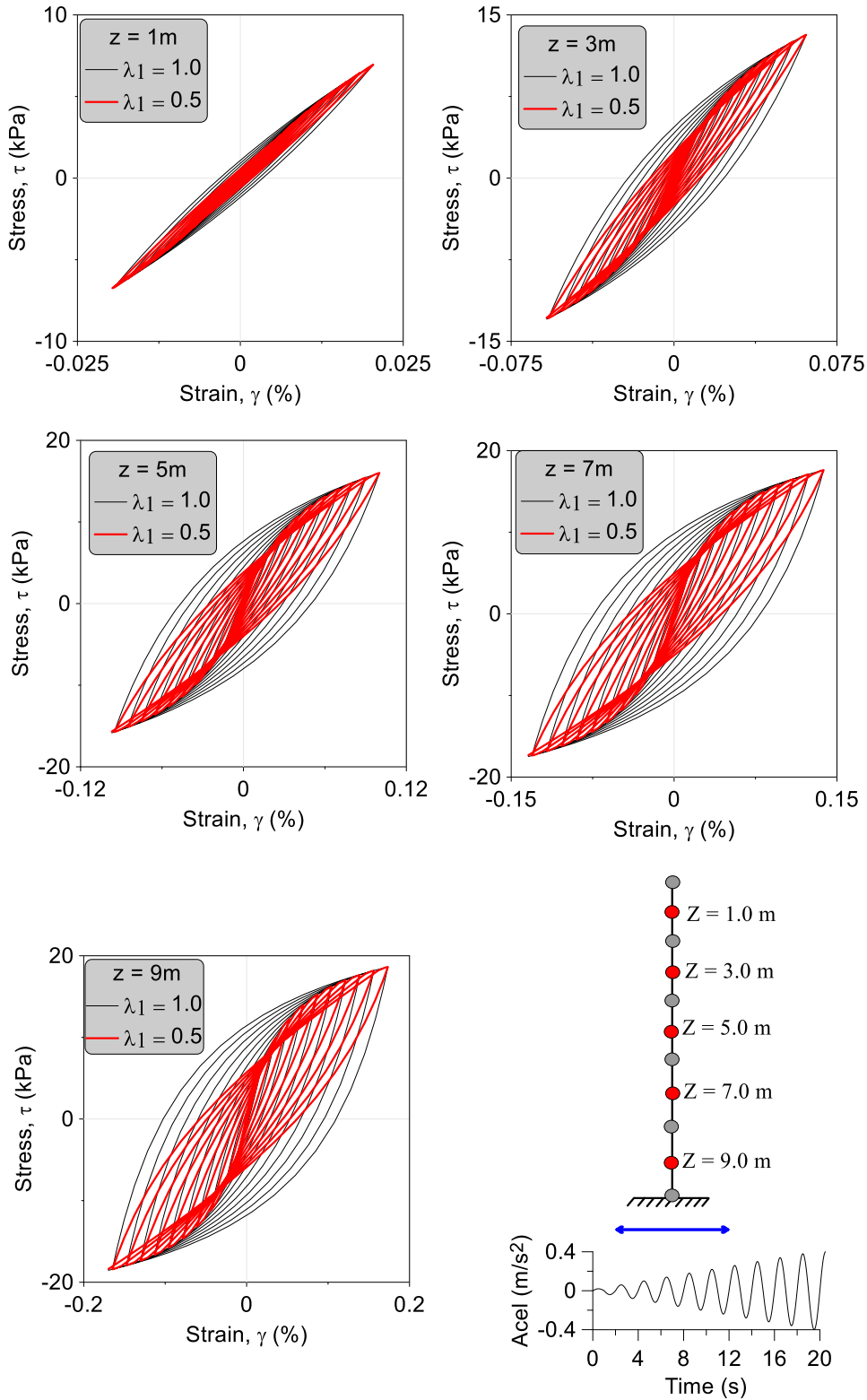


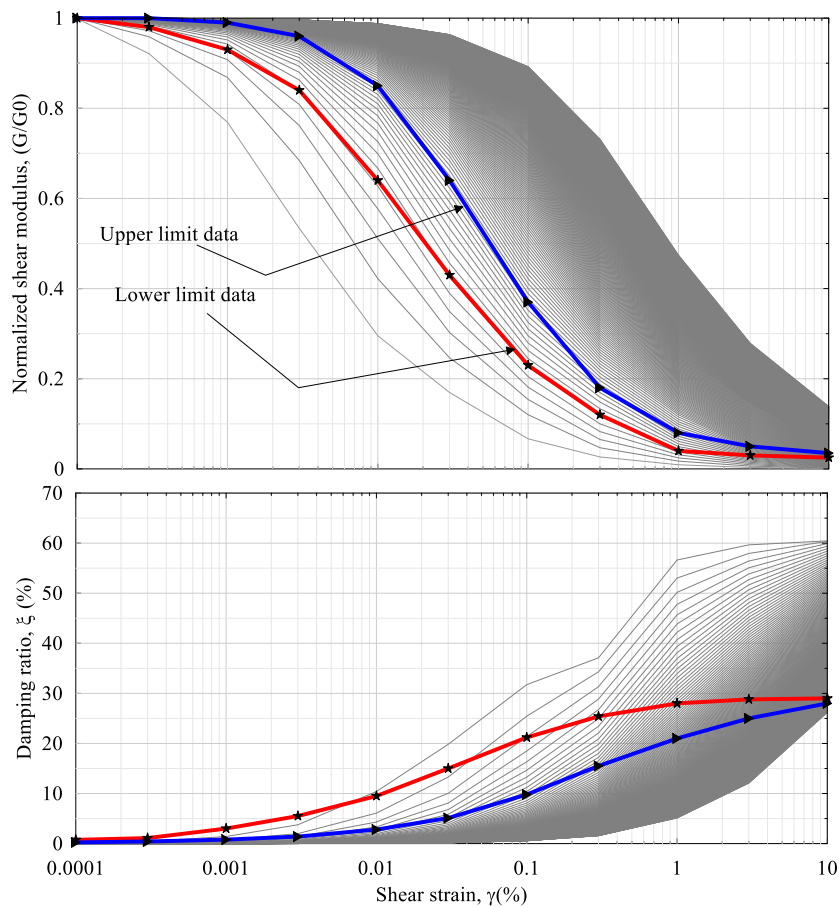
Figure VI.23- Résultats dynamiques des profils de sols étudiés.

## VI.6. Cas d'étude sur les courbes de dégradations du sable

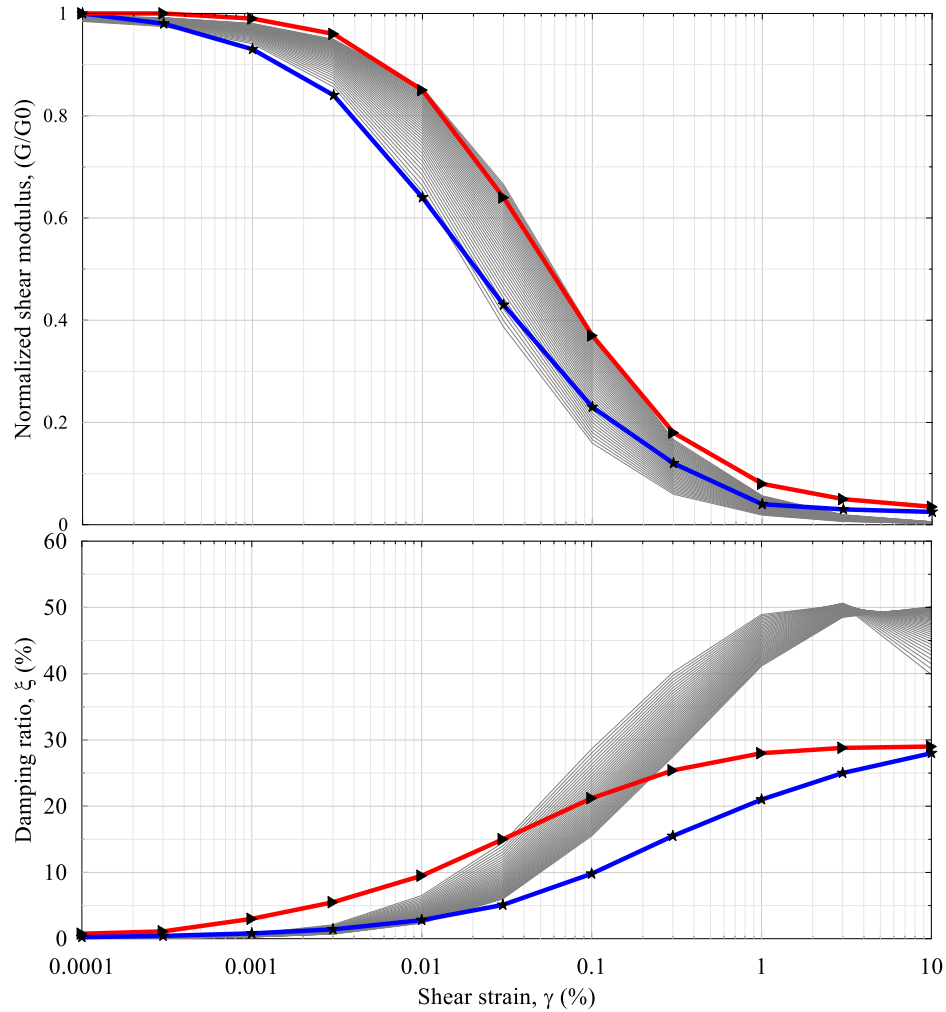
Le modèle Iwan modifié sera mis à l'épreuve pour simuler les résultats trouvés sur le comportement de la famille de sable par Seed et al. (1986).

Le matériau du sable est une partie constituant le sol, pour cette raison faisons varier le modèle Iwan pour détecter les types de matériaux de sol, ensuite et avec les limites de Seed et Idriss pour identifier le sable sortons la courbe initiale pour ces deux cas limites.

La figure (VI.24) et (VI.25) Schématise la famille des courbes de dégradation pour les différents type de sol et la famille de sable pour  $(G/G_0)$  et  $\xi$ .



**Figure VI.24-** Identifications des deux courbes initiales pour modéliser le sable.



**Figure VI.25-** Courbe de dégradations induites du modèle Iwan pour le sable

La figure (VI.24) montre la position de la famille de sable par rapports aux autres familles constituant le sol. Après avoir identifié le modèle décrivant le comportement de la limite de la famille de sable, ces modèles servent à décrire la variation du module sécant et le coefficient d'amortissement pour ces fuseaux de la famille de sable.

Examinons de près les résultats prédits par le modèle initial d'Iwan. Pour la courbe de dégradation du module sécant ( $G/G_0 \sim \gamma$ ), il semble que le modèle d'Iwan couvre une bonne partie de la famille du sable surtout une gamme de déformation inférieure à 0.02%, et à partir des moyens niveaux de déformations le modèle sur estime de plus en plus la dégradation du

module sécant jusqu'aux grands niveaux de déformations qui sortent complètement de la gamme de variation du sable établie par Seed and Idriss, 1986.

Pour la variation du coefficient d'amortissement ( $\xi \sim \gamma$ ), il y'a une sous-estimation de valeurs du coefficient d'amortissement et à partir de  $\gamma = 0.2\%$  les résultats prédits sont plus grands que ceux donnés par Seed et al. (1986) (tableau VI.1).

De ce fait le recours au modèle d'Iwan modifié devient nécessaire afin de calibrer et d'ajuster les résultats trouvés par l'utilisation du modèle initial d'Iwan.

**Tableau VI.1**-Résultats limites de Seed et al. (1986) pour le sable

Strain (%)	Upper limit data		Mean limit data		Lower limit data	
	$G/G_0$	$\xi(\%)$	$G/G_0$	$\xi(\%)$	$G/G_0$	$\xi(\%)$
0.0001	1.000	0.75	1.00	0.48	1.000	0.24
0.0003	0.980	1.10	0.99	0.80	1.000	0.42
0.0010	0.930	3.00	0.96	1.50	0.990	0.80
0.0030	0.840	5.50	0.90	3.20	0.960	1.40
0.0100	0.640	9.50	0.76	5.70	0.850	2.80
0.0300	0.430	15.00	0.57	9.50	0.640	5.10
0.1000	0.230	21.20	0.30	15.20	0.370	9.80
0.3000	0.120	25.40	0.15	20.50	0.180	15.50
1.0000	0.040	28.00	0.06	24.60	0.080	21.00
3.0000	0.030	28.80	0.04	27.00	0.050	25.00
10.0000	0.025	29.00	0.03	28.50	0.035	28.00

La figure (VI.26) schématise la variation du coefficient d'amortissement pour une gamme  $0.0001\% \leq \gamma \leq 10\%$ . Il ressort de cette figure que pour les faibles niveaux de déformation ( $\gamma \leq 0.03\%$ ), le coefficient d'amortissement doit être augmenté, donc le facteur de correction  $\lambda_1$  doit être supérieur à l'unité ( $\lambda_1 > 1$ ), et pour un niveau de déformation supérieur à  $0.1\%$  ( $\gamma \geq 0.1\%$ ) ce facteur doit être inférieur à l'unité ( $\lambda_1 < 1$ ) (figure VI.27).

La figure (VI.28) schématise les familles de boucle pour la partie inférieure de la famille de sable pour le modèle initial et le modèle modifié appropriée aux valeurs du facteur de correction  $\lambda_1$ .

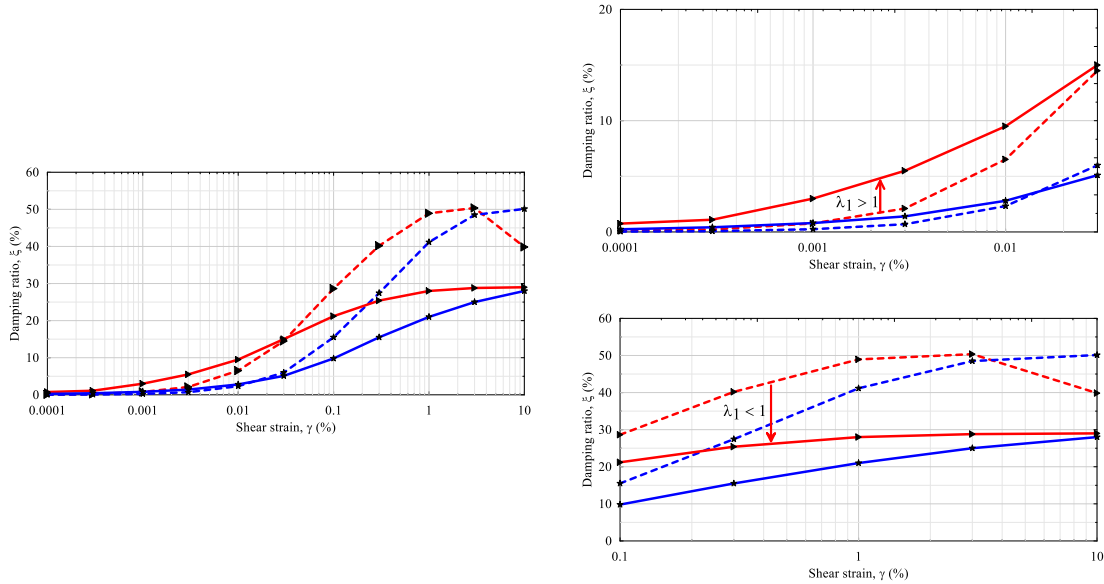


Figure VI.26- Niveau de calibrage du facteur de correction  $\lambda_1$ .

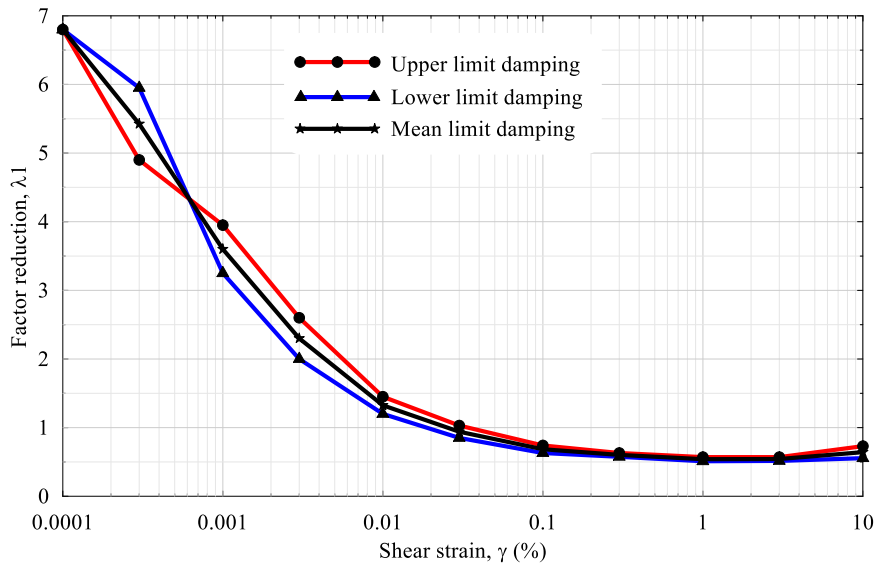
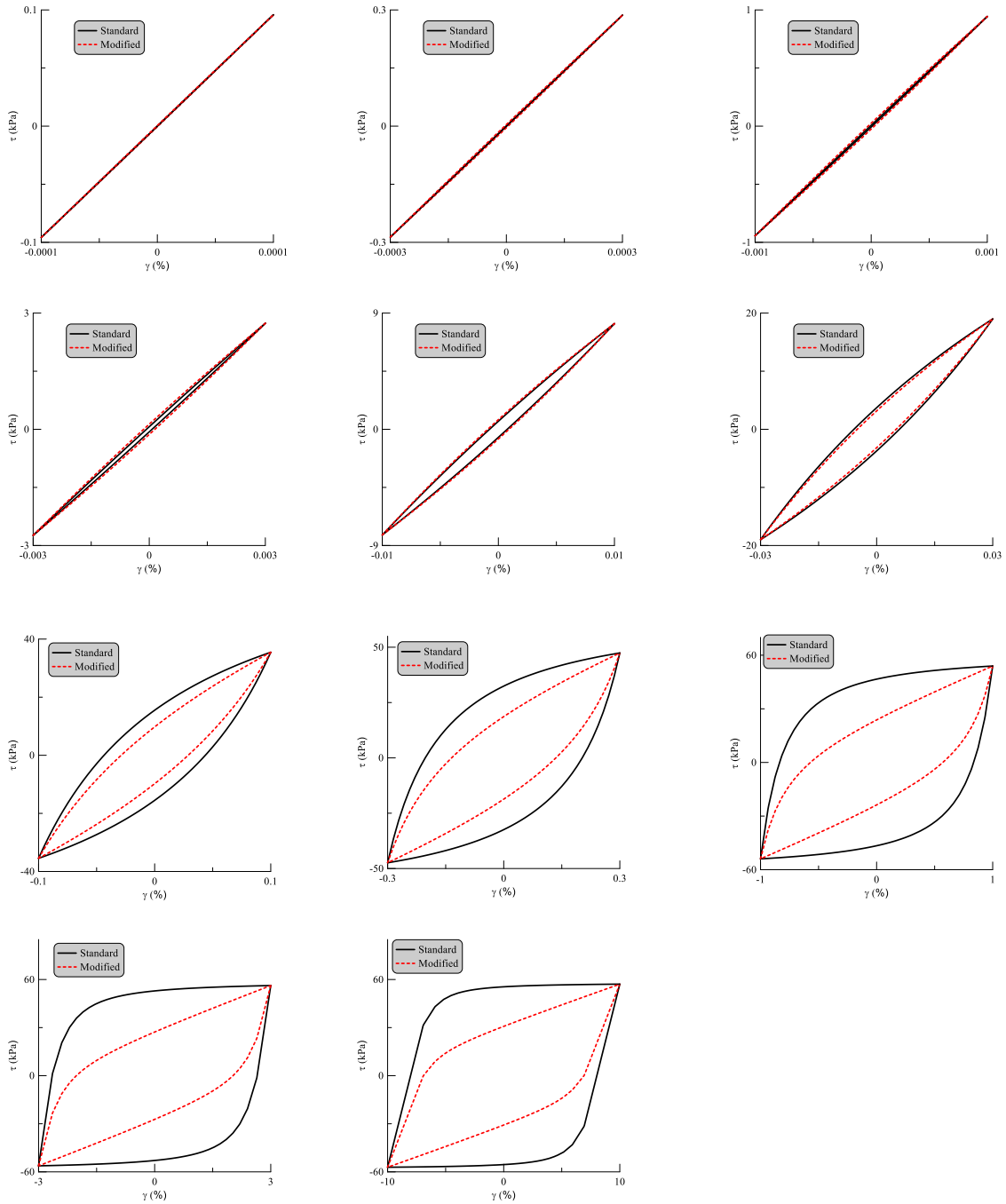


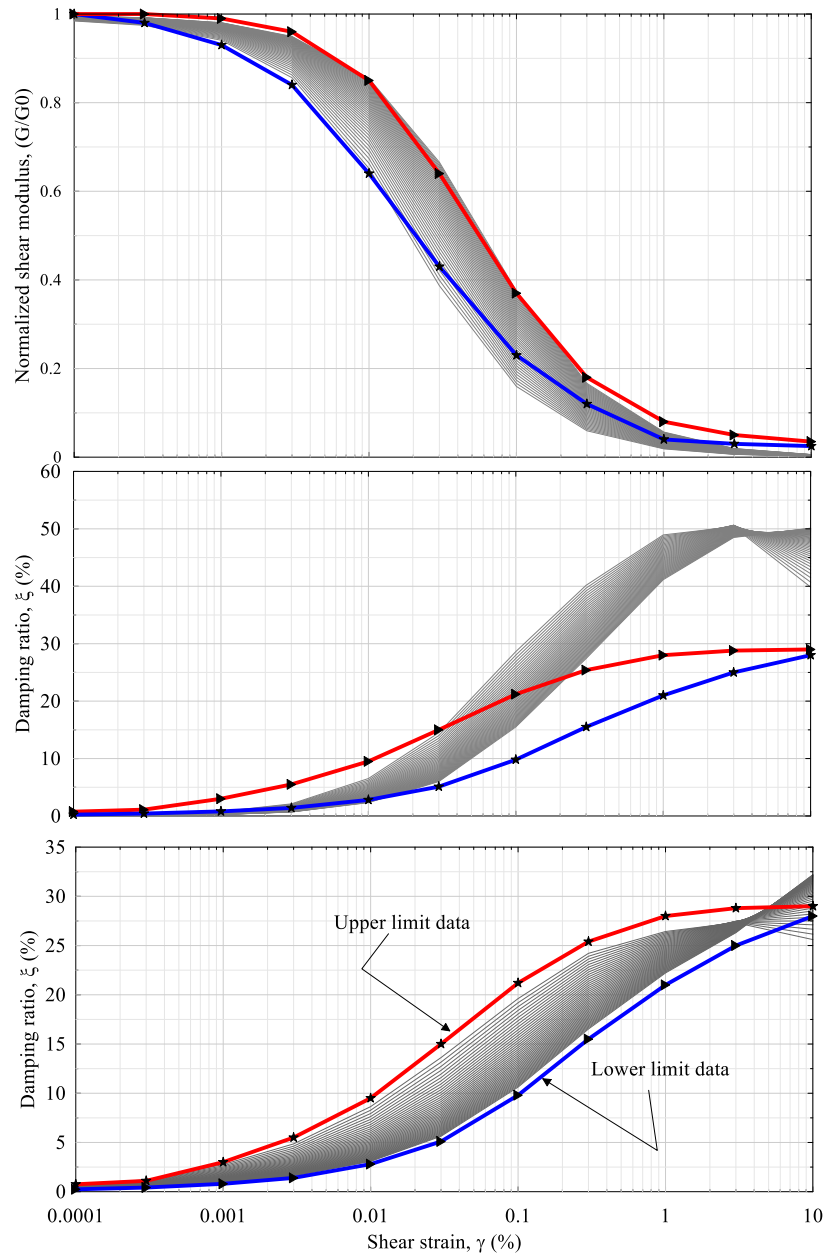
Figure VI.27- Calibrage du facteur de correction  $\lambda_1$ .





**Figure VI.28-** Famille des boucles d’hystérésis pour les modèles initial et modifié d’Iwan pour des valeurs de corrections  $\lambda_1$ .

Finalement, la figure (VI.29) schématise la famille des courbes de dégradation ( $\xi \sim \gamma$ ) après correction ou par utilisation du modèle Iwan modifié.



**Figure VI.29-** Famille de variation du coefficient après correction suivant le modèle d'Iwan modifié.

D'après les différentes analyses on tire que les modèles mathématiques qui décrivent la relation entre les contraintes-déformations demandent beaucoup d'investigation car à ce jour il n'existe pas un modèle universel capable de prédire au mieux les différents aspects physiques

et dynamiques des sols, mais il y'a des tentatives de simuler un comportement bien spécifique pour un matériau bien déterminé mais pas pour tous les sols.

## **VI.7. Nouveau modèle pour simuler le comportement dynamique des sols argileux**

Cette application a pour objectif de décrire le comportement non linéaire de l'argile de Champlain ou St-Adelph au Canada sous forme de  $(G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma)$  et les comparer aux résultats d'essais sur la machine TxSS (Triaxial ShearStrain).

### **VI.7.1. Diagnostic des résultats du laboratoire**

Cet essai consiste à déterminer ou de construire les courbes de dégradation de l'argile de St. Adelph suivant les recommandations de Seed. L'essai se fait pour deux niveaux de fréquence 1Hz et 0.1Hz. L'appareil TxSS est conçu à l'université de Sherbrooke très sensible utilise des logiciels de traitements de signal et cette appareil de caractéristiques sophistiquées, est capable de tracer et donner graphiquement les différentes mesures telles que la variation de la pression interstitiel, les courbes d'hystérésis, ..., placé sur une table très rigide.

Les figure (VI.30) et (VI.31) schématisent les boucles moyennes de six (06) boucles pour un niveau de déformation de 0.0004 à 3% pour une fréquence de 0.1 et 01Hz respectivement.

La figure (VI.32) schématise les résultats du laboratoire et du modèle Sig4 employé pour simuler la variation du module sécant et le coefficient d'amortissement  $(G/G_0 \sim \gamma, \xi \sim \gamma)$ .

La même remarque pour ce modèle sigmoïdal (Sig4), il est capable de simuler mieux la dégradation du module de cisaillement, mais pour le coefficient d'amortissement pas de similitude.

Une remarque se pose au niveau de l'évolution du coefficient d'amortissement est que cette allure de comportement est un peu particulière et demande une grande attention. La particularité de cette évolution est que à un certain niveau de déformation ( $\gamma \leq 0.16\%$ ) il y'a un accroissement du coefficient d'amortissement, ensuite une diminution et à certain niveau de déformation ( $\gamma > 0.7\%$ ) un nouveau accroissement du coefficient d'amortissement. Cette

variation de comportement de l'argile de St. Adelphe pose beaucoup de questions, pourquoi cette nature de variation, elle est due à quoi?

Étant donnée la disponibilité des données des boucles d'hystérésis, dans plusieurs gammes de déformations, faisons un diagnostic plus approfondi sur la nature de ces boucles du point de vue de forme, d'évolution avec l'amplitude de la déformation. La première démarche consiste à ranger les boucles en plusieurs sous famille de nature de la forme de la boucle et à quel niveau de déformation ça change.

La figure (VI.33) récapitule les différentes sous familles trouvées suivant la même évolution de la forme de la boucle d'hystérésis et à quelle amplitude de déformation correspond.

Cette stratégie nous a permis de distinguer quatre sous famille de comportement qui doivent être simulés par le modèle mathématique Sig4.

### **Famille I**

Cette famille de boucle comprend deux sous familles

Zone I-1: Cette zone est caractériser par sa faible amplitude de déformation ( $\gamma \leq 0.0004\%$ ). La figure VI-33(a1), montre que la forme de la boucle d'hystérésis est presque linéaire, donc on peut conclure que le comportement entre contrainte-déformation est plutôt *élastique linéaire*.

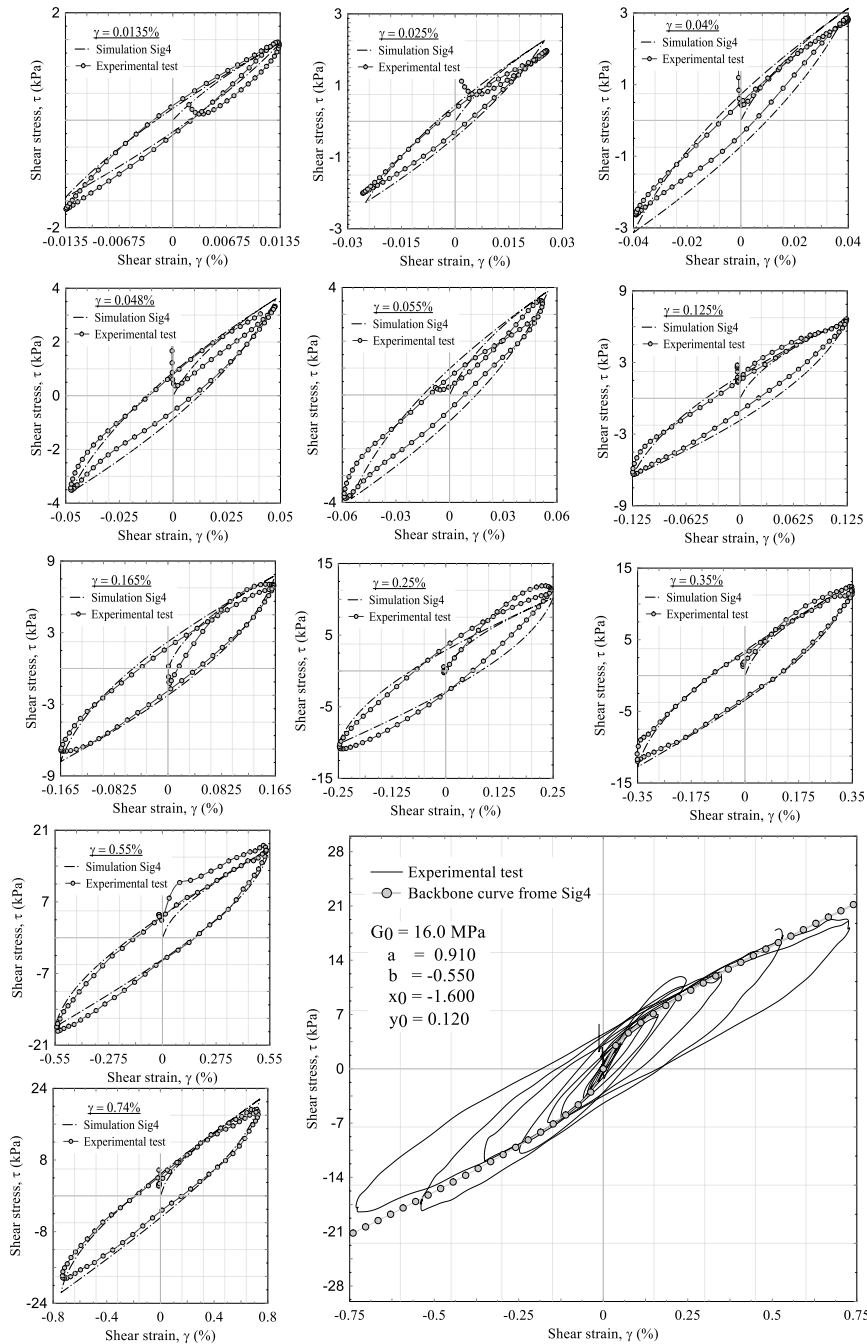
Zone I-2: La première remarque à tirer de cette sous famille est que la variation des boucles d'hystérésis est non linéaire, donc il y'a une forme non linéaire qui se visualise avec l'augmentation du niveau de déformation, l'évolution est expansive, d'où il n'existe pas de liaisons communes entre ces boucles ce qui se traduit par un comportement *élastique non-linéaire*.

### **Famille II**

Cette famille de boucle est très intéressante, car pour un niveau de déformation ( $\gamma \geq 0.15\%$ ) les boucles d'hystérésis suivent une évolution linéaire de sorte qu'elles sont emprisonnées d'une enveloppe ou limite. Chaque boucle suit ce trajet obligatoirement donc elles doivent suivre une certaine évolution cinématique linéaire, le comportement est *cinématique linéaire*.

**Famille III:**

C'est la dernière famille des boucles d'hystérésis où la contrainte-déformation tend vers une asymptote donc le comportement est plutôt *plastique*.



**Figure VI.30-** Résultats expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 0.1Hz.

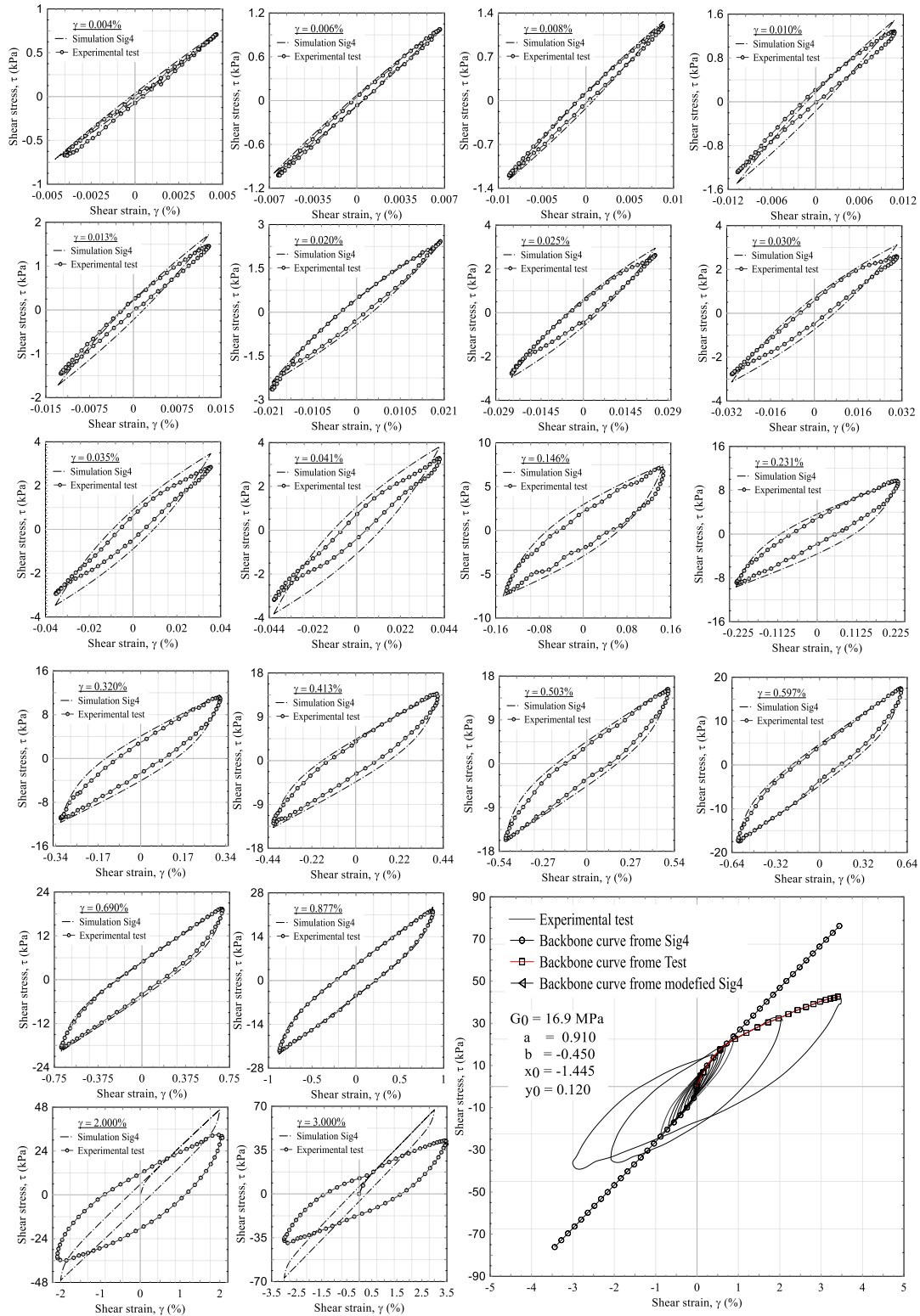
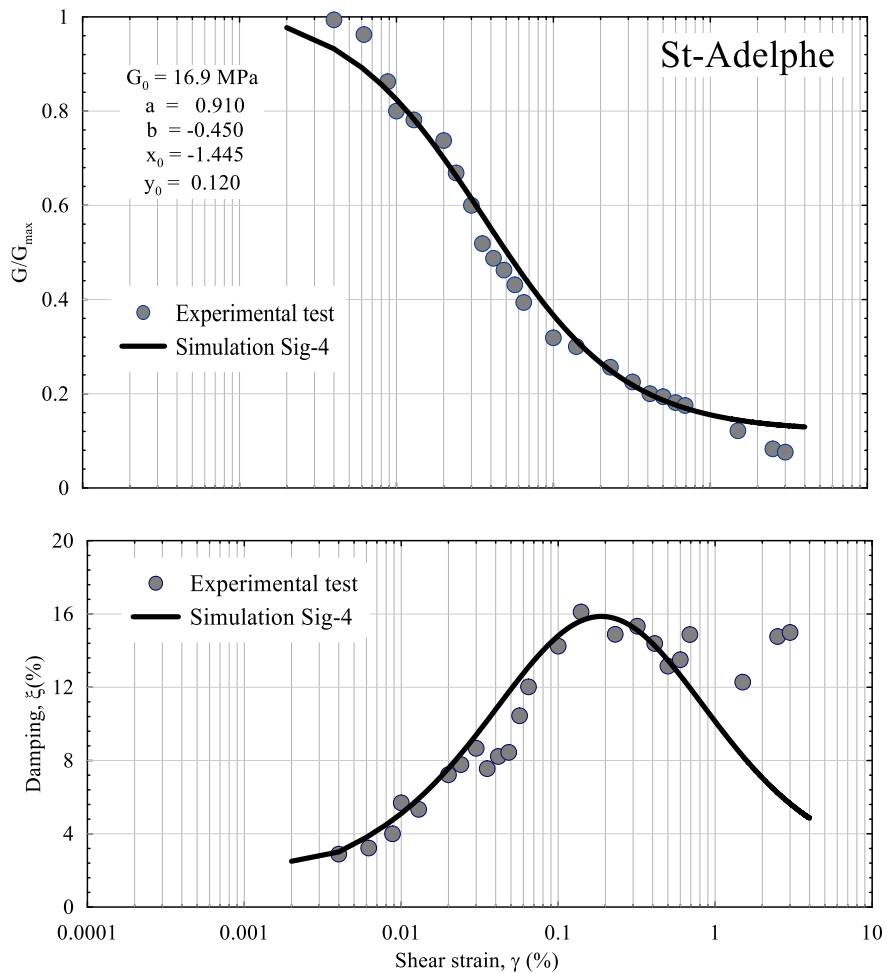
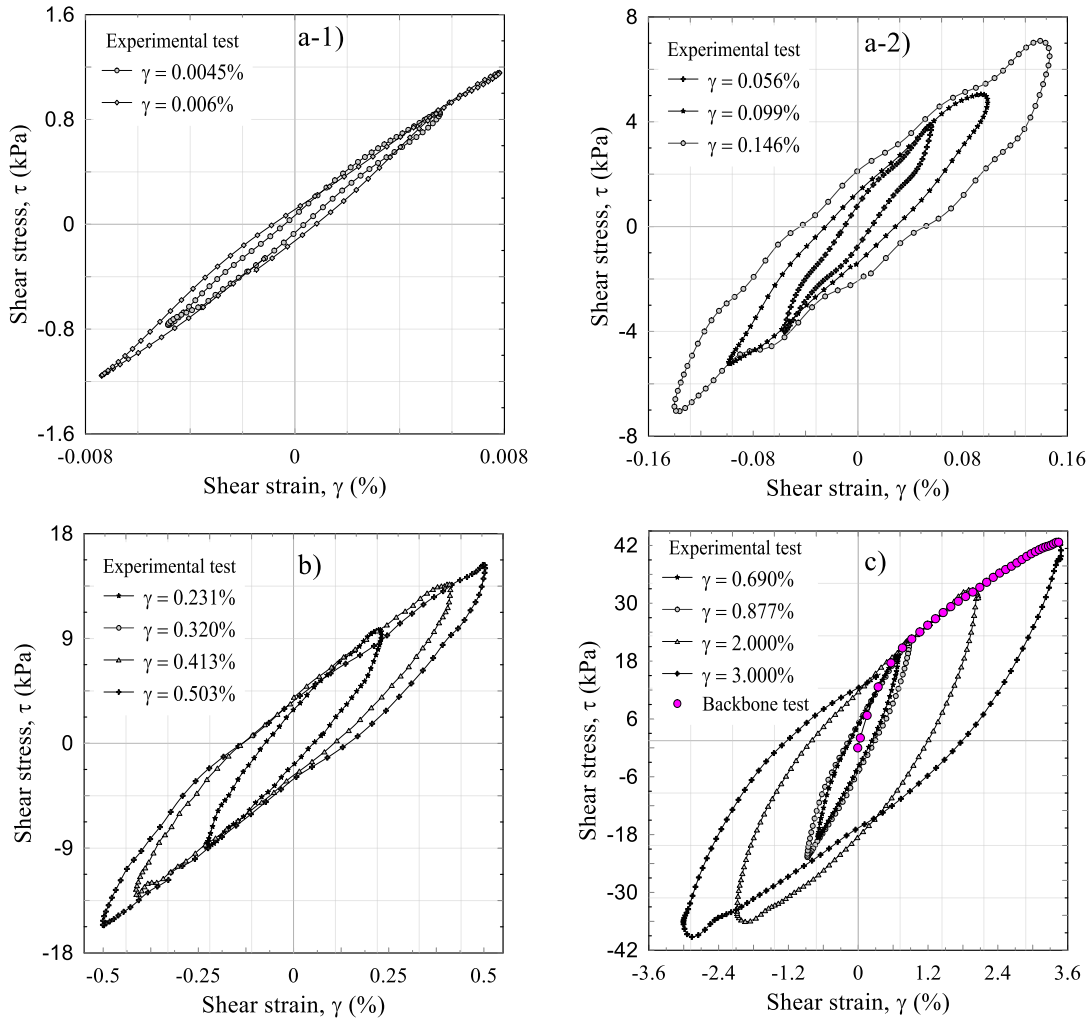


Figure VI.31- Résultats expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 1Hz.

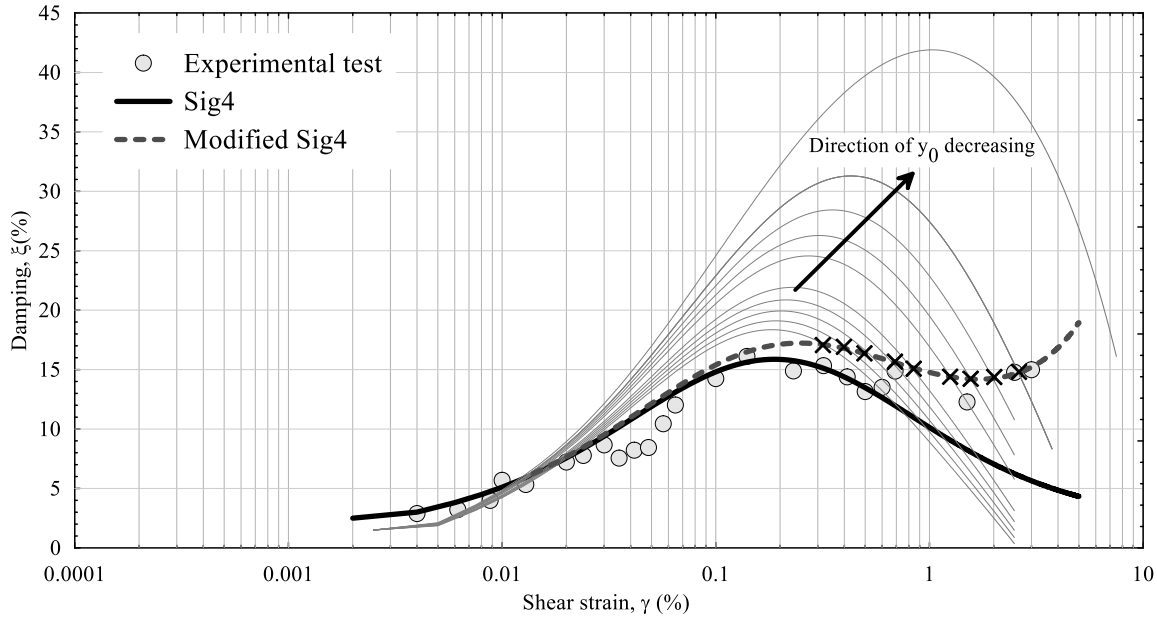


**FigureVI.32-** Résultats expérimentaux du TxSS par rapport à ceux prédits par le modèle Sig4 pour une fréquence de 1Hz.



**Figure VI.33-** Sous familles des formes des boucles d’hystérésis déduites des essais expérimentaux du TxSS pour une fréquence de 1Hz.





**Figure VI.34-** Incidence de la variation du paramètre  $\gamma_0$  sur l'évolution des contraintes et déformations.

D'après cette synthèse le modèle Sig4 doit simuler ces trois (03) familles de comportement pour qu'il réponde à la particularité de l'évolution du coefficient d'amortissement.

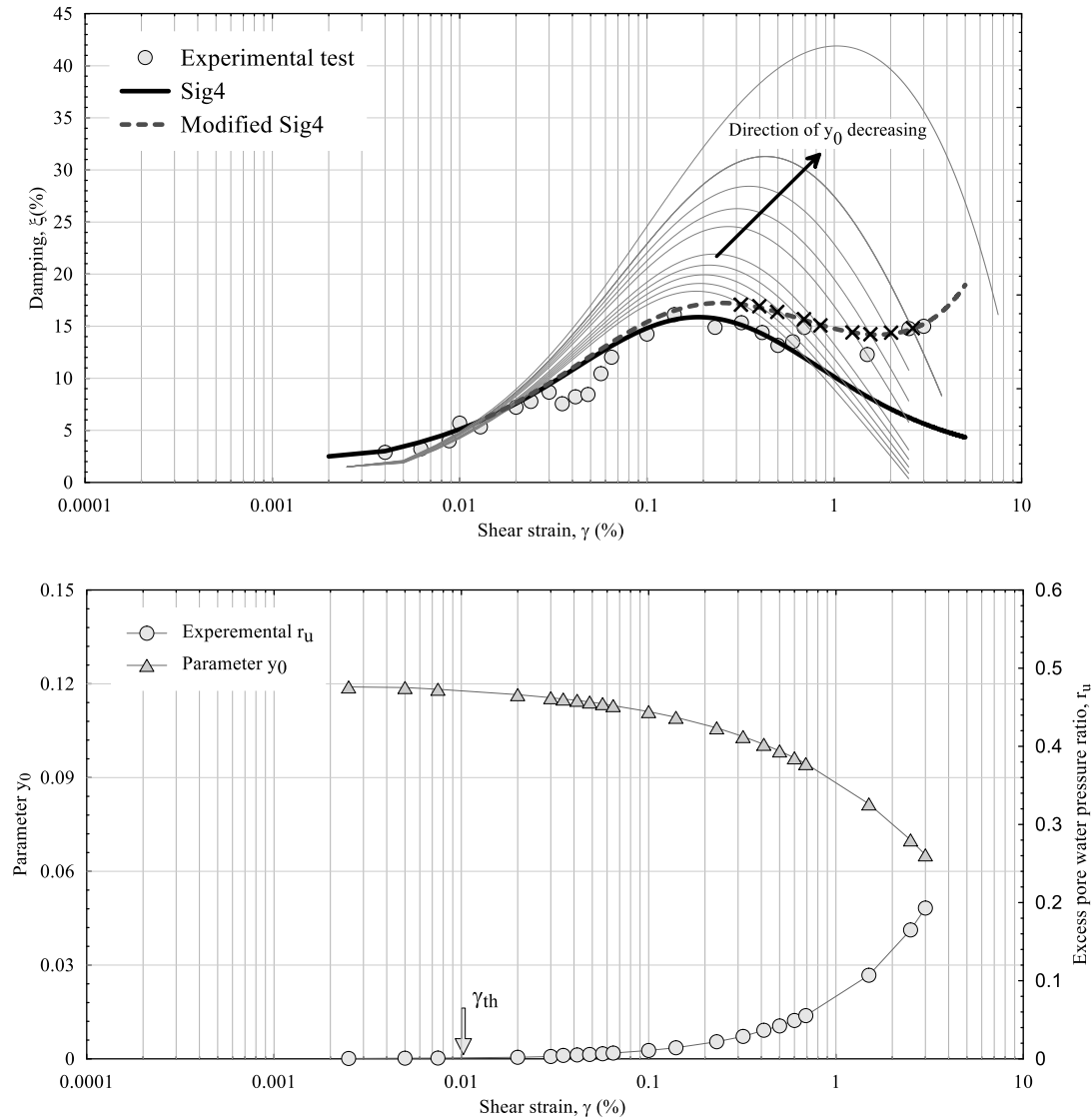
Il est clair de la figure (VI.32) que le modèle Sig4 répond aux deux premières familles seulement (comportement élastique non-linéaire, et comportement cinématique linéaire).

La courbe initiale du modèle mathématique Sig4 dépend de 04 paramètres, examinons de près l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la variation du paramètre  $\gamma_0$  (figure (VI.34)).

La figure (VI.34) a une importance significative pour répondre à nos questions. Les paramètres du modèle Sig4 initial sont constants, et par pénalisation du paramètre  $\gamma_0$  on peut simuler la variation particulière du coefficient d'amortissement. Donc le coefficient  $\gamma_0$  doit être pénalisé suivant l'amplitude de la déformation.

Reste à trouver un sens physique à cette pénalisation de ce paramètre, sachant qu'avec l'augmentation de l'amplitude de déformation il y'a une génération de la pression interstitielle, donc  $R_u$ , standardisée.

La figure (VI.35) schématise l’analogie entre la pénalisation du paramètre  $y_0$  et l’augmentation de  $R_u$ .



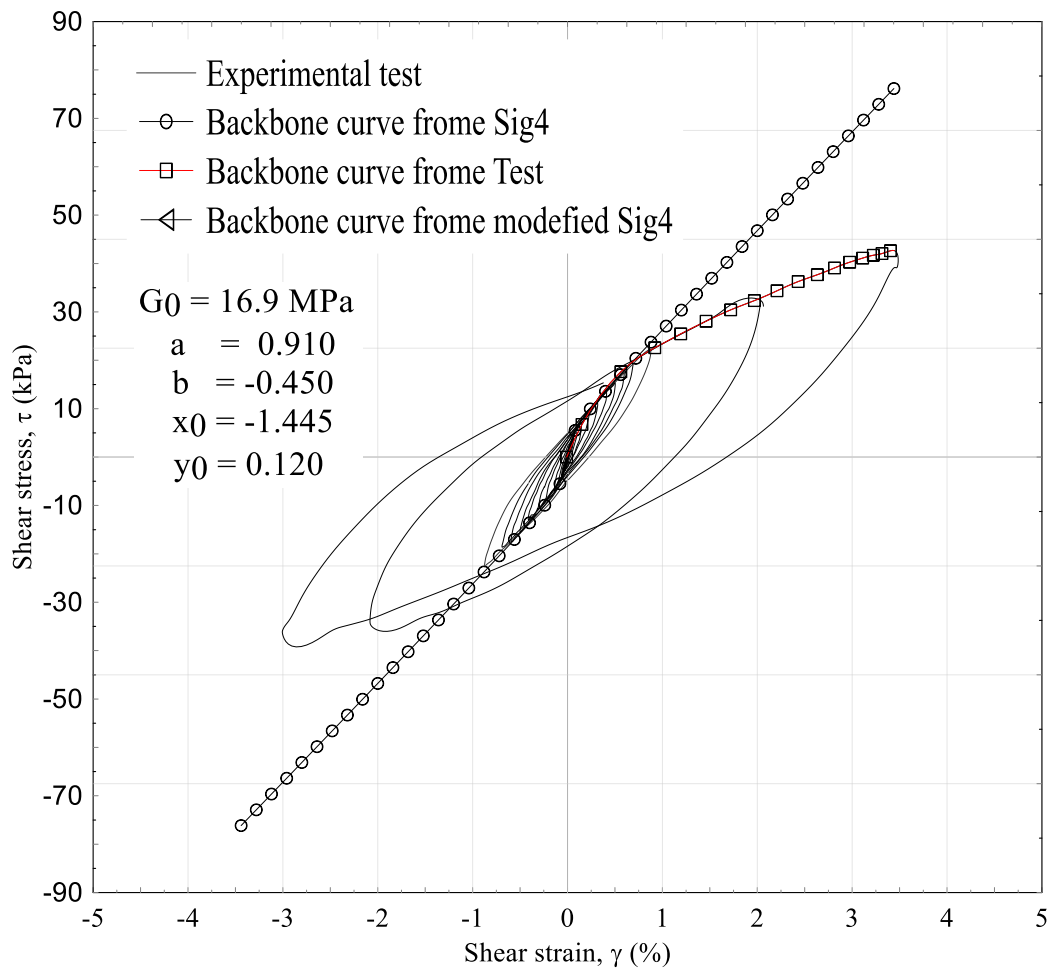
**Figure VI.35-** Analogie entre l’évolution de  $R_u$  et  $y_0$ .

Le modèle Sig4 initial doit être de telle façon à simuler le comportement du coefficient d’amortissement par le biais du paramètre  $y_0$  qui doit être variable en fonction de  $R_u$  suivant l’équation (VI.11).

$$\gamma_0 = [1 - \alpha_1 R_u^{\alpha_2}]^{\alpha_3} \quad (\text{VI.11})$$

où  $\alpha_1, \alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont des paramètres du modèle, dans cette étude ils prennent les valeurs de 1.00, 0.65, et 3.45 respectivement.

La figure (VI.36) montre l'évolution des boucles et la courbe initiale suivant l'application du modèle Sig4 initial et Sig4 modifié.



**Figure VI.36-** Performance du modèle Sig4 modifié par rapport au modèle initial.

On constate d'après la figure (VI.36), que le modèle Sig4 initial est justifiable pour un certain niveau de déformation et ( $\gamma \leq 0.15\%$ ) puis il devient plutôt théorique (divergence des

résultats), tandis que le modèle Sig4 modifié il décrit bien le comportement non linéaire des sols sous sollicitations cycliques. La figure (VI.37), récapitule les résultats trouvés.

Il ressort de la figure (VI.37) (qui récapitule les résultats), que le modèle Sig4 initial ou standard prédit des bons résultats pour un niveau de déformation, dans cette application le niveau de déformation est inférieur à 0.15% et à partir de niveau de déformations supérieures à 0.15% le modèle devient théorique et une actualisation du modèle devient nécessaire. Dans cette gamme de déformation le comportement de Sig4 initial est modifié et de même dans la dégradation du module de cisaillement et le coefficient d'amortissement et de même pour les deux modèles sachant que la génération de la pression interstitielle est inférieure à 5%. A partir d'une déformation plus grande que 0.15% il n'est plus question de parler de Sig4 initial, le modèle Sig4 modifié et avec l'augmentation de la pression le paramètre  $\gamma_0$  décroît progressivement avec l'augmentation de la pression interstitielle, donc diminution de la contrainte de cisaillement ce qui entraîne une diminution du module sécant plus que celui qui ne prend pas l'évolution de la pression interstitielle (modèle initial), tandis que le coefficient de l'amortissement augmente à nouveau.

Donc pour le calcul dynamique il faut faire attention dans la gamme de déformation entre 0.1 à 1%, et voir l'évolution de la forme de la courbe d'hystérésis.

Finalement la figure (VI.38), exprime la comparaison des résultats trouvés expérimentalement, analytiquement, et ceux de vucetic and Dobry (1991).

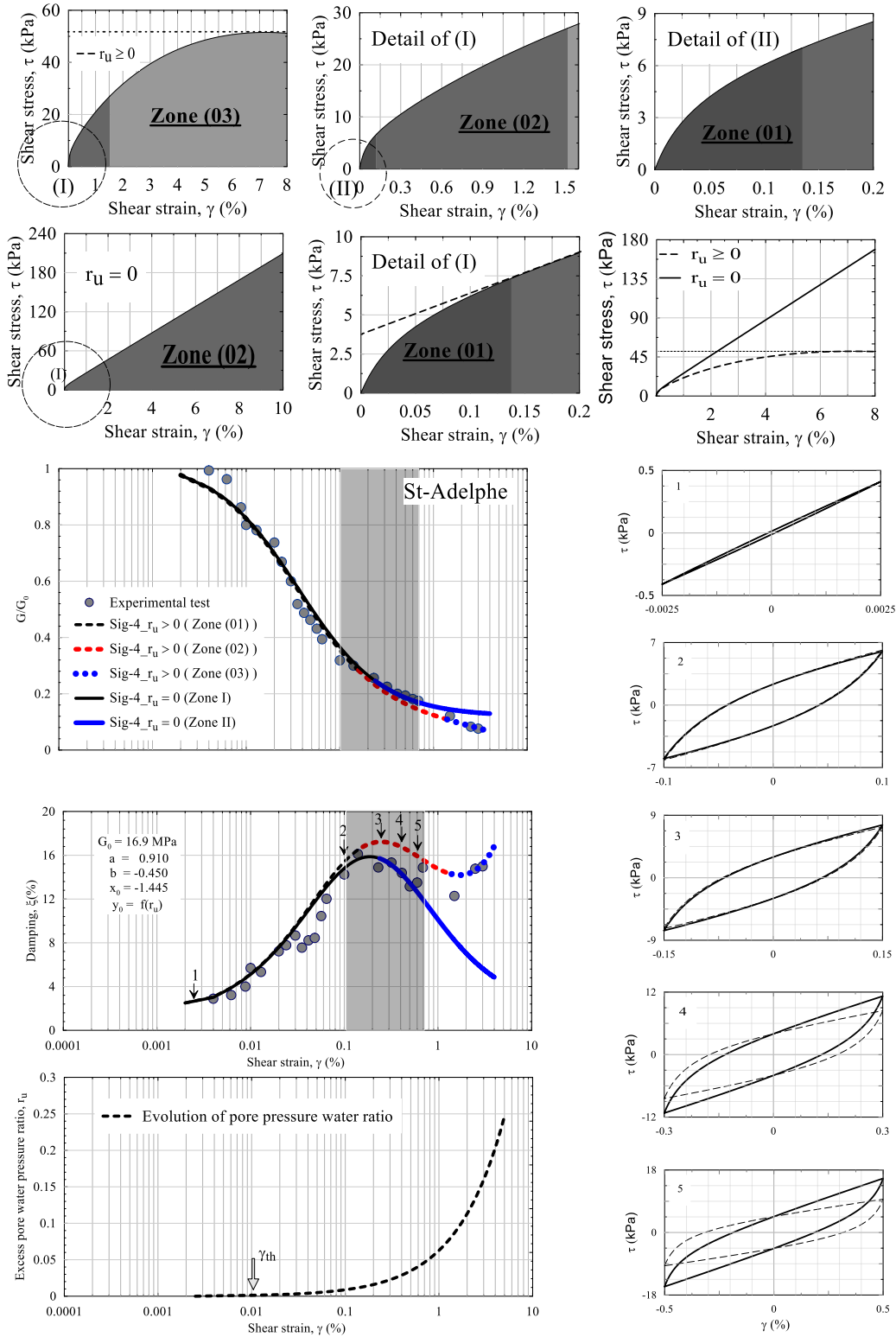
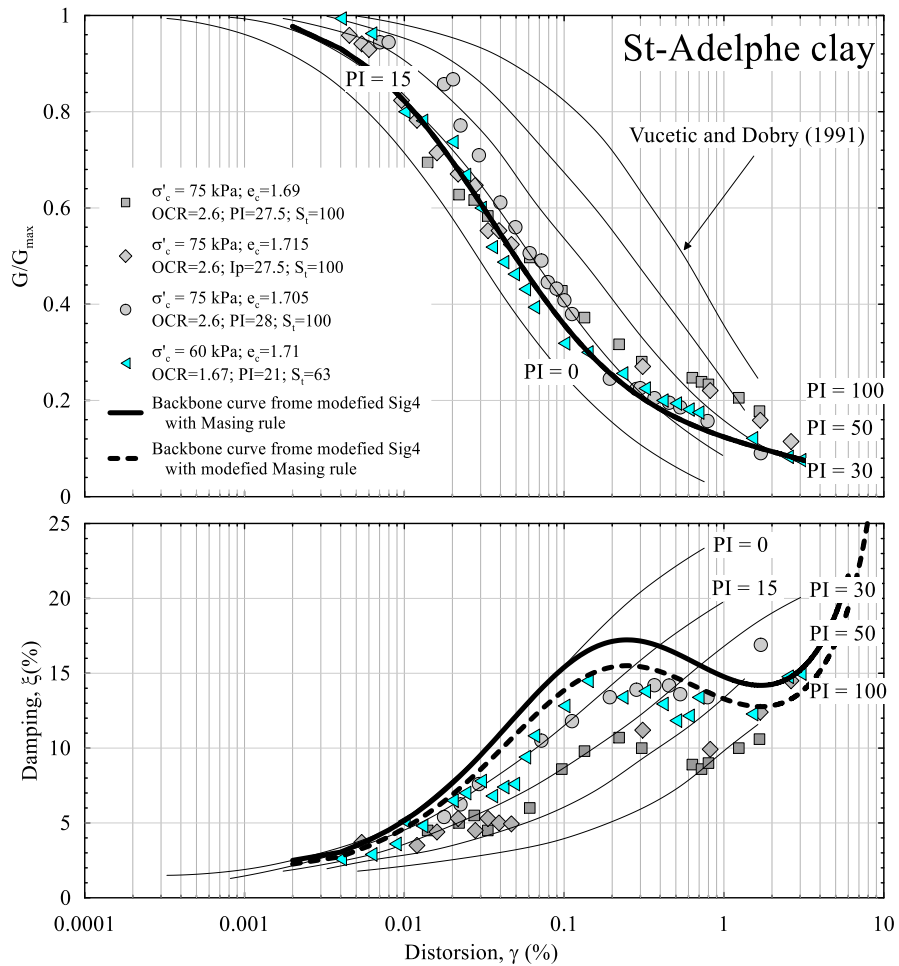


Figure VI.37- Performance du modèle Sig4 modifié par rapport au modèle initial (général).



**Figure VI.38-** Performance du modèle Sig4 modifié avec facteur de correction.

Le modèle Sig4 modifié, est un modèle général dépendant de la notion de l'énergie, donc à partir de la boucle d'hystérésis, on calcule l'énergie emmagasinée, la pression interstitielle normalisée  $R_u$  est calculé en fonction de cette dernière, ce facteur ( $R_u$ ) est incorporé dans la formule de calcul du paramètre  $\gamma_0$  est donc le modèle général Sig4 modifié est bien structuré (Figure VI.39).

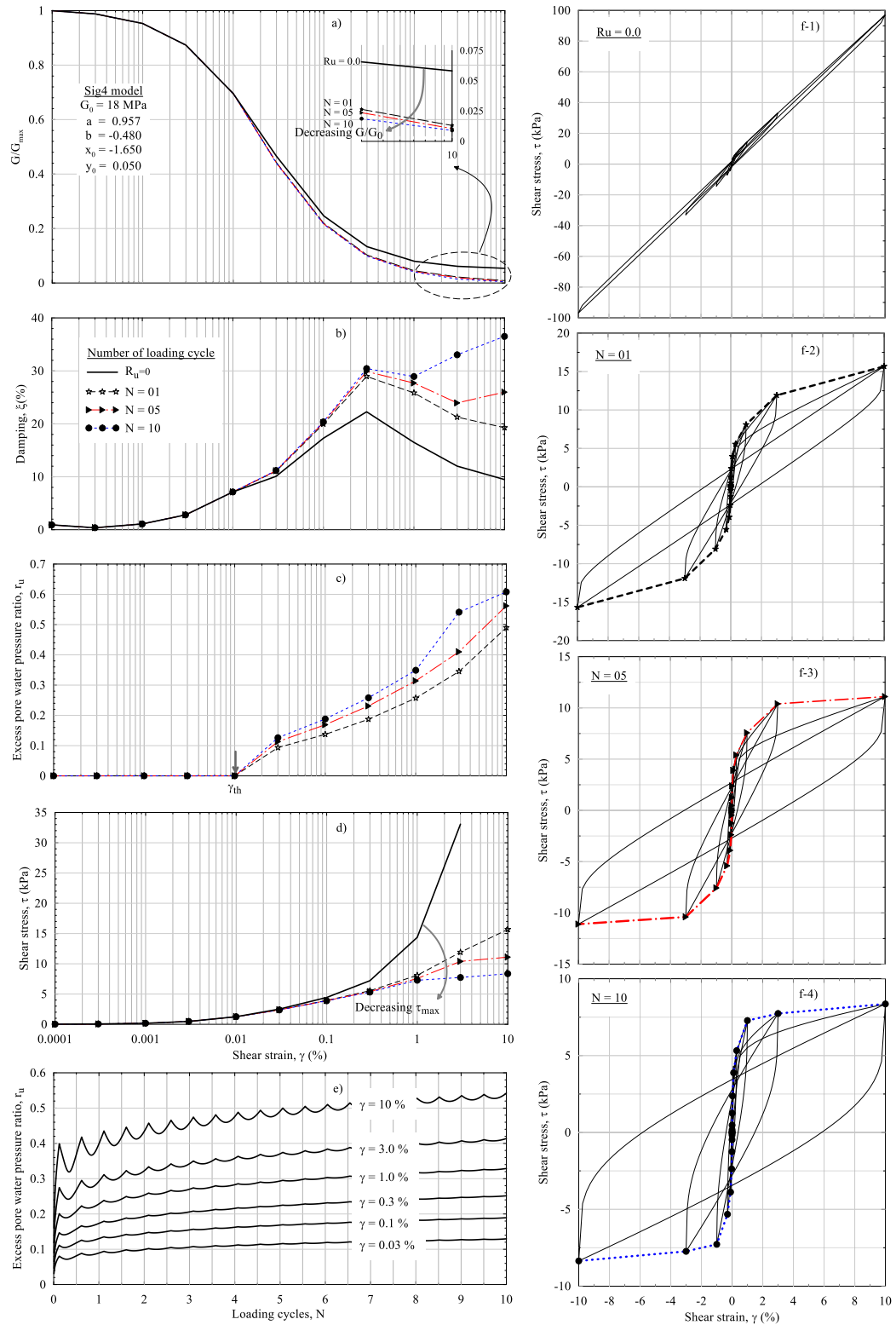
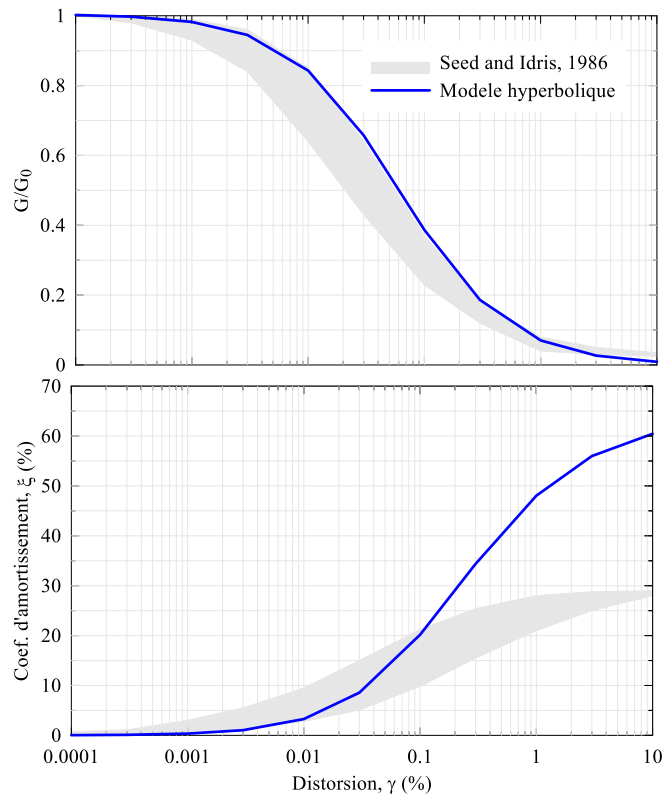


Figure VI.39- Détail des démarches du modèle Sig4 modifié.

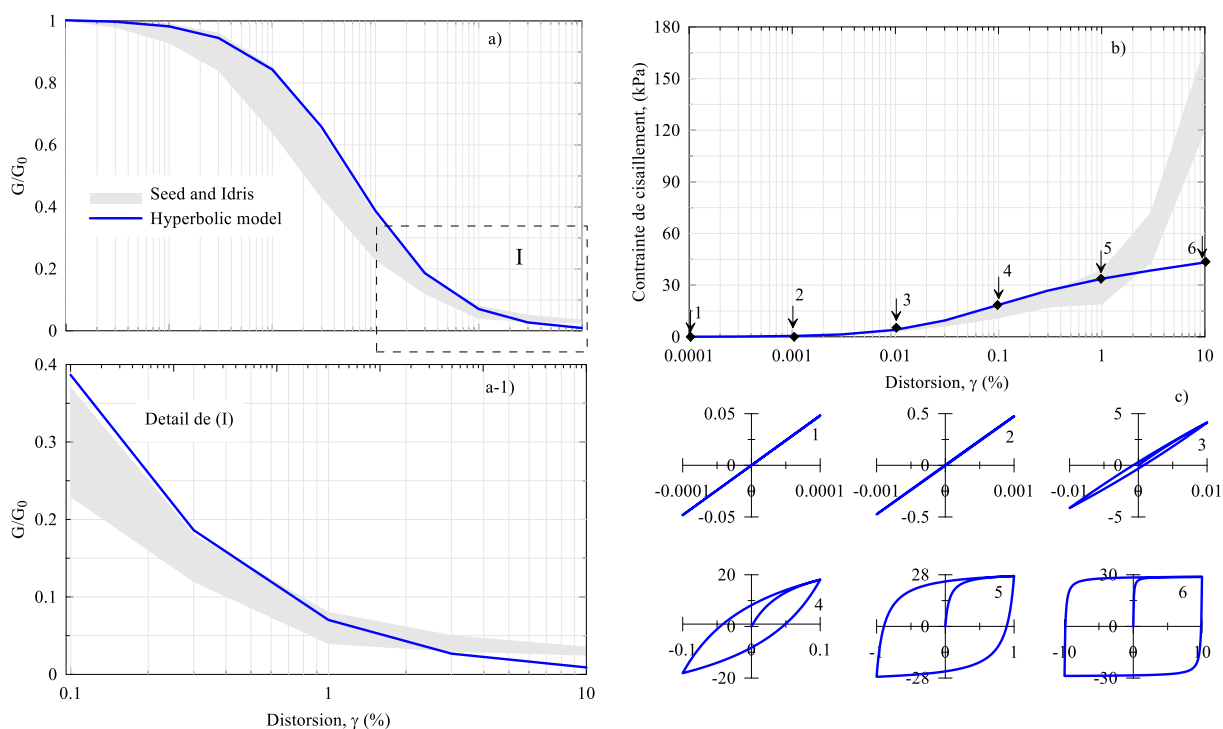
## VI.8. Justification de l'évolution du coefficient d'amortissement du programme Nera par modification du modèle hyperbolique

Il est connu que le modèle hyperbolique associé avec le critère de *Masing* surestime le coefficient d'amortissement pour les moyens à grands niveaux de déformations (Figure VI.40). Une attention particulière est faite aux grands niveaux de déformation est que le modèle hyperbolique pour la partie supérieure de l'enveloppe de Seed et al., (1986) sous-estime la contrainte de cisaillement limite ( $\tau_{lim}$ ) (Figure VI.41).



**Figure VI.40-** Enveloppe de dégradation de Seed et al. (1986) pour le sable et la simulation de sa partie supérieure par le modèle hyperbolique.





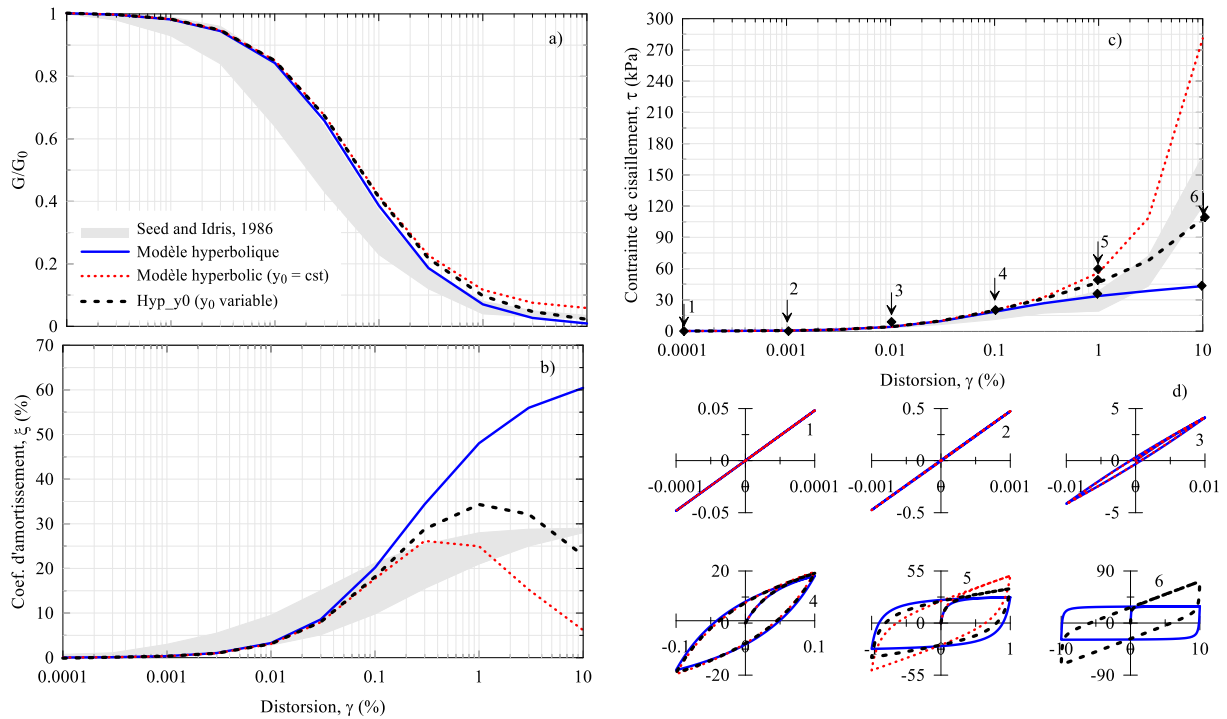
**Figure VI.41-** Détails explicatifs de la sous-estimation du modèle hyperbolique de la contrainte de cisaillement limite.

Cette contrainte de limitation du modèle hyperbolique due essentiellement à sa forme mathématique qui impose une contrainte bien déterminée dépend de la déformation de référence ( $\gamma_r$ ). Le modèle doit en plus simuler au mieux l'évolution de  $(G/G_0 \sim \gamma)$ , ( $\xi \sim \gamma$ ) mais aussi la contrainte de cisaillement limite ( $\tau_{lim}$ ), pour cette raison les travaux de Stewart and Kwok, 2008; Chiu et al. 2008; Yee et al. 2013; et Groholski et al., 2016 ont permis de contourner ce problème, par une modification du module sécant pour un certain niveau de déformation  $\gamma_1$ , qui pour le grand niveau de déformation, la contrainte de cisaillement tend vers la contrainte limite ( $\tau_{lim}$ ).

Dans le même contexte et pour simuler au mieux l'évolution de  $(G/G_0 \sim \gamma)$ , ( $\xi \sim \gamma$ ) et aussi  $\tau_{lim}$ , le modèle hyperbolique standard est superposé avec un modèle élastique de pente  $y_0$ , comme le montre l'équation (VI.12).

$$\tau = \left[ y_0 + \frac{a}{1 + \beta(\gamma/\gamma_r)^s} \right] \gamma \tag{VI.12}$$

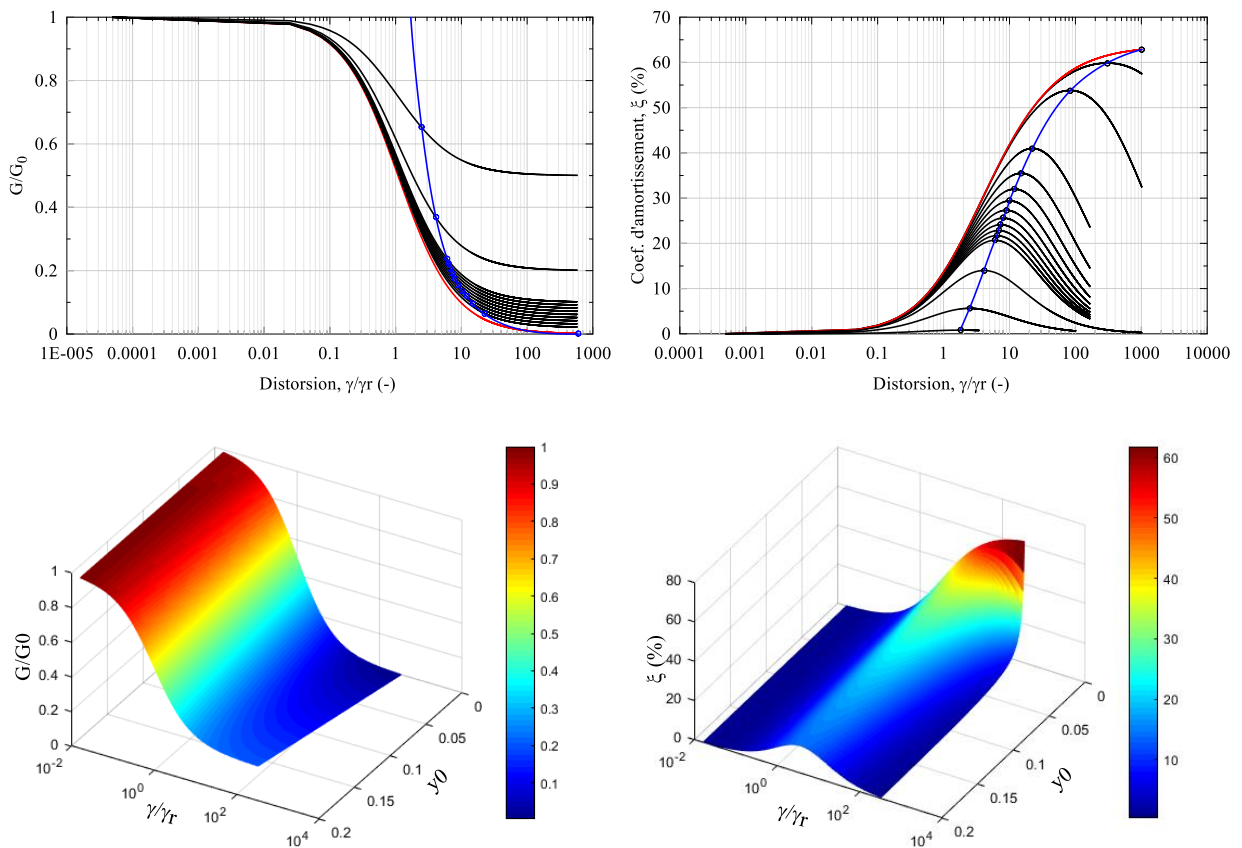
La figure (VI.42) schématise l'application de l'équation (VI.12). Il s'avère que le modèle hyperbolique modifié (Hyp\_y0) (ici avec variation du paramètre  $y_0$  en fonction de l'amplitude de la déformation de cisaillement) simule au mieux les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma$ ),  $\xi \sim \gamma$  et la contrainte de cisaillement limite ( $\tau_{lim}$ ). Le plus intéressant de l'application du modèle Hyp\_y0 est qu'il prédit une variation du coefficient d'amortissement semblable à celle donnée par Seed et al. (1986) sans faire des corrections sur la boucle d'hystérésis (Groholski et al., 2016; Chehat et al., 2018).



**Figure VI.42-** Nouveau modèle Hyp\_y0 de simulation des courbes de dégradations et de la contrainte de cisaillement limite.

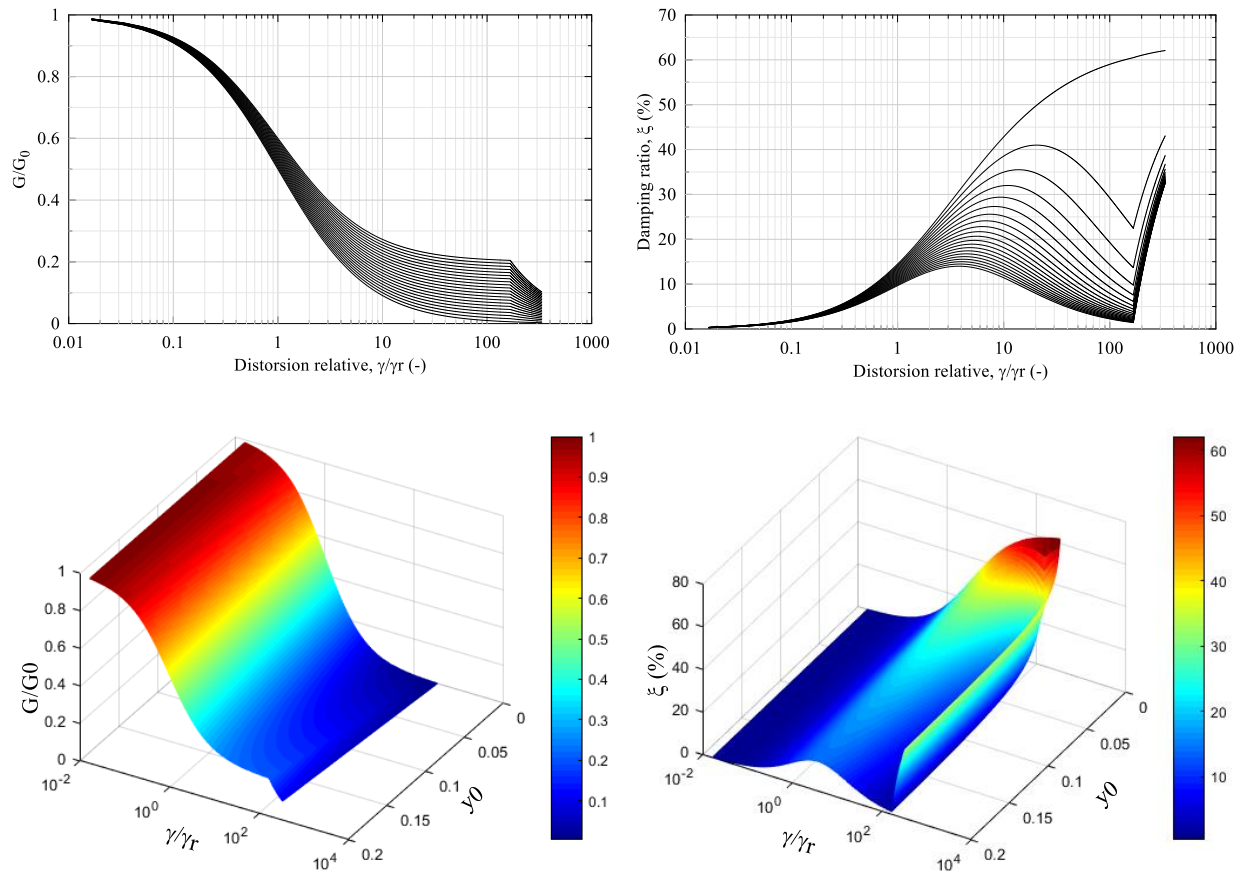
La superposition du modèle hyperbolique et le modèle linéaire (Hyp\_y0) améliore la qualité des résultats prédits, car aux faibles niveaux de déformations l'influence du modèle linéaire est négligée par rapport au modèle hyperbolique, tandis que pour les moyens aux grands niveaux de déformations l'influence du modèle linéaire est significative, d'où la tendance de capter la contrainte de cisaillement limite.

L'influence du paramètre  $y_0$  sur les courbes de dégradations est montrée sur la figure (VI. 43). Une remarque importante doit être mentionnée et que le nouveau modèle (Hyp\_ $y_0$ ) prédit une nouvelle famille d'évolution du coefficient d'amortissement. Le coefficient d'amortissement pour  $y_0=0$  (modèle hyperbolique standard) continue d'évoluer suivant l'amplitude de déformation jusqu'à une valeur limite ( $\xi = 2/\pi$ ), par contre pour des valeurs positives de  $y_0$  ( $y_0>0$ ), le coefficient d'amortissement accroit jusqu'à une valeur maximale ( $\xi = \xi_{pic}$ ), ensuite le coefficient d'amortissement décroît pour les hauts niveaux de déformations, à signaler que la valeur maximale du coefficient d'amortissement se réduit suivant l'augmentation de la valeur du paramètre  $y_0$ .



**Figure VI.43-** Influence du paramètre  $y_0$  sur les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et ( $\xi \sim \gamma$ ).

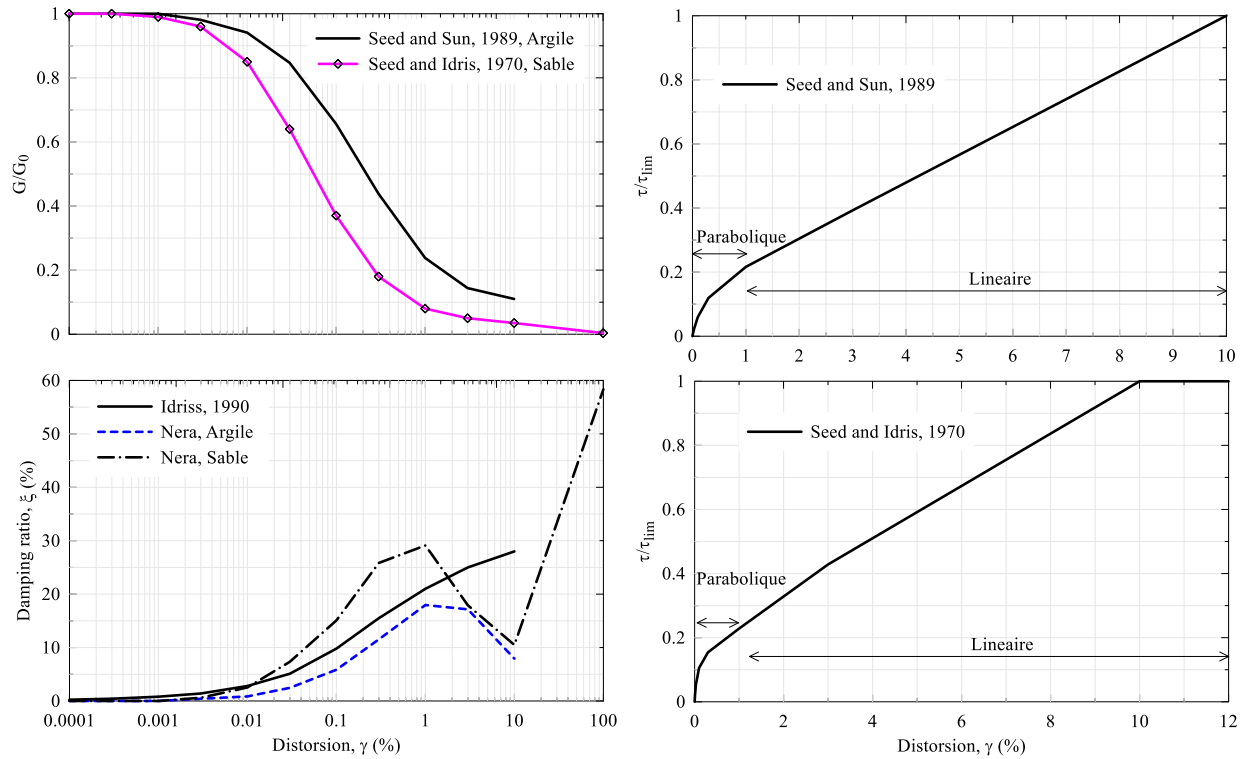
Généralement pour un niveau de déformation ( $\gamma \geq 0.10\%$ ), la contrainte de cisaillement prend une valeur limite ( $\tau_{lim}$ ). L'évolution de  $G/G_0 \sim \gamma$  et  $\xi \sim \gamma$  prend une variation spéciale, comme indiqué dans le manuel du programme Nera (Bardet and Tobita, 2001) mais qui n'était pas justifier (Figure VI.44).



**Figure VI.44-** Influence du paramètre  $y_0$  et la contrainte de cisaillement limite sur les courbes de dégradations ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et ( $\xi \sim \gamma$ ).

A travers le modèle « Hyp\_y0 », il est facile de justifier la fameuse allure de l'évolution du coefficient d'amortissement déjà remarquée par (Bardet and Tobita, 2001) (Figure VI.45). Dans le programme Nera, il utilise des courbes de dégradations de  $G/G_0 \sim \gamma$  par intervalle, mais à partir de  $\gamma = 0.3\%$  jusqu'à  $\gamma = 10\%$  l'évolution est linéaire sur un intervalle bien étendu par rapport aux autres, de ce fait le modèle choisi est un mariage entre un modèle non linéaire et un modèle linéaire (semblable au modèle Hyp\_y0), donc automatiquement pour les niveaux de déformations ( $\gamma > 0.3\%$ ), le coefficient va prendre une valeur maximale puis il se

dégrade et à partir d'un niveau de déformation ( $\gamma > 10\%$ ), le coefficient d'amortissement accroît à nouveau due à la partie plastique atteinte par le matériaux.



**Figure VI.45-** Courbe de dégradations utilisées dans l'analyse du programme Nera.

De ce qui suit, le changement de l'allure de la variation du coefficient d'amortissement est dû spécialement à la modification de la forme de la boucle d'hystérésis, donc pour la justification de l'allure de  $(\xi \sim \gamma)$  rencontrée dans le manuel de Nera, on distingue trois formes de boucles d'hystérésis, l'une est due à la forme parabolique, la deuxième est une forme plutôt linéaire (non linéaire-linéaire), donc une dégradation du coefficient d'amortissement et la troisième c'est l'état plastique donc automatiquement un accroissement du coefficient d'amortissement (Figure VI.45).

A la fin, la figure (VI.46), schématise une simulation numérique suivant le modèle Hyp\_y0 d'un essai de cisaillement simple du TxSS, qui donne une bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

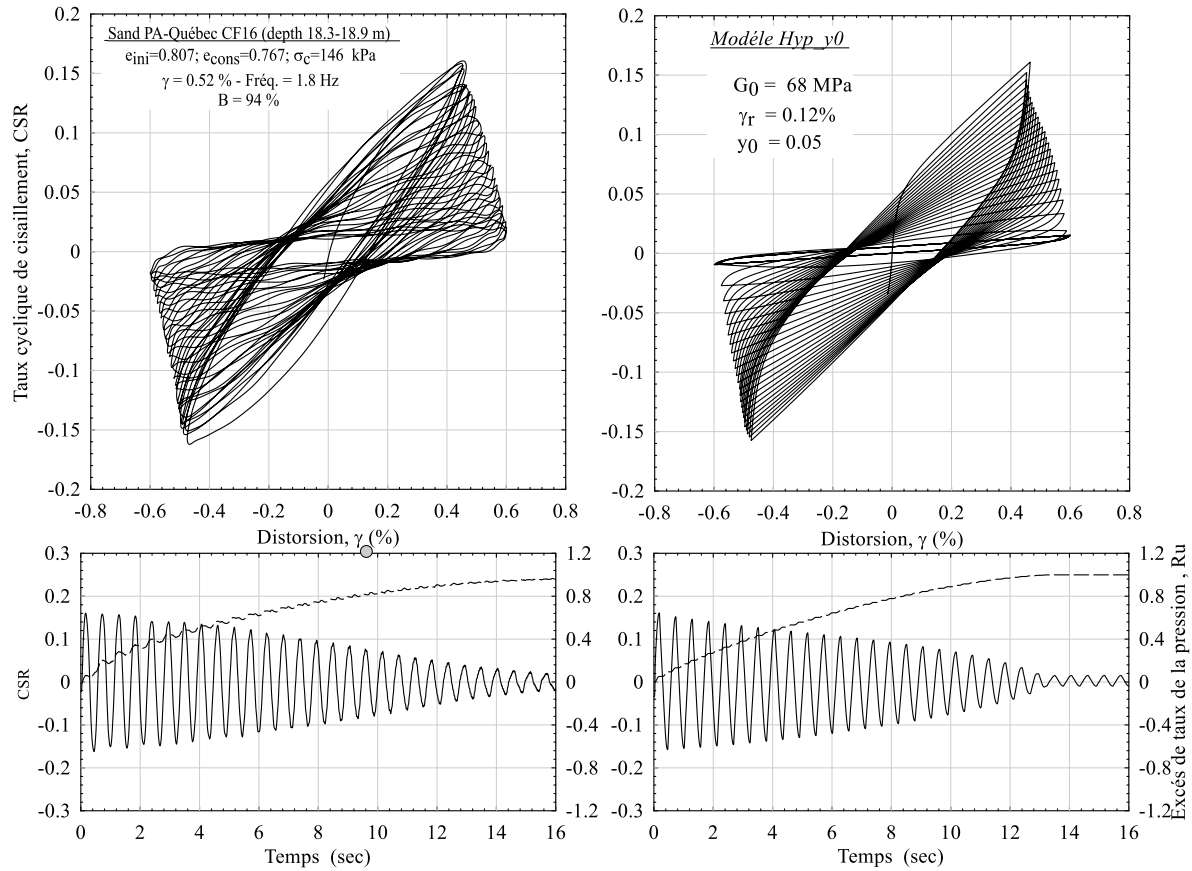
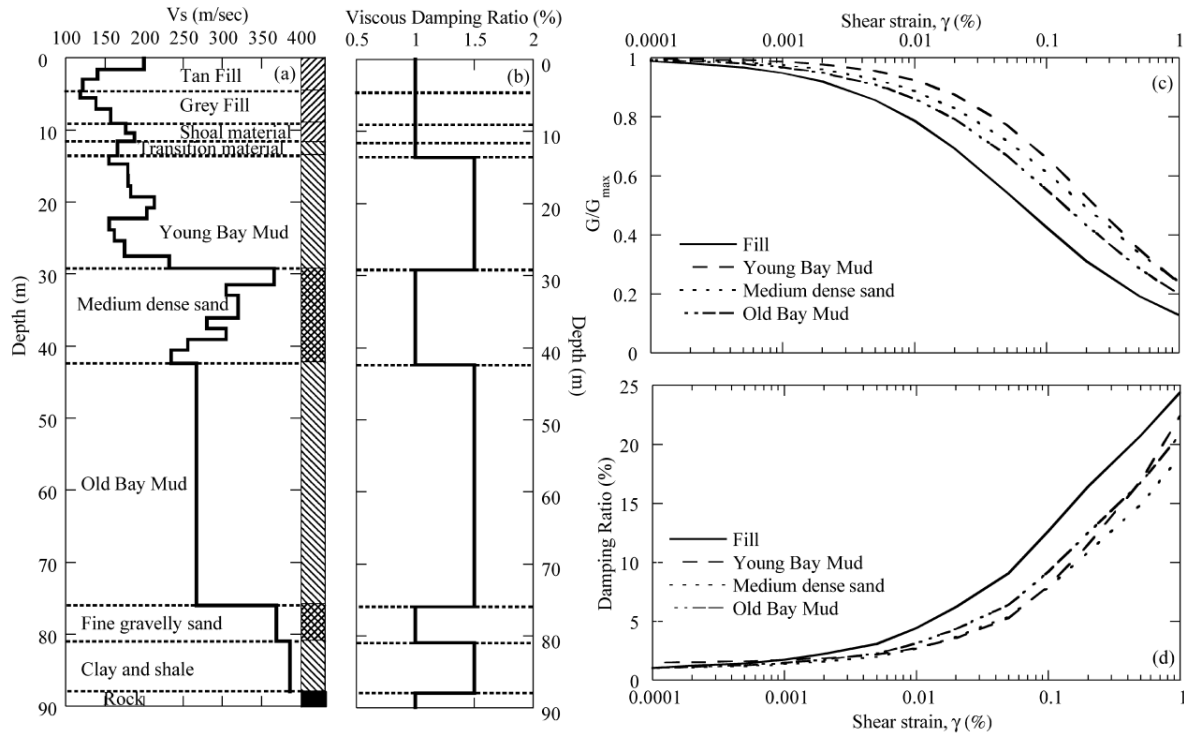


Figure VI.46- Validation expérimentale du modèle Hyp\_y0.

## VI.9. Réponse du site de l'île Treasure Island

Le programme Soil\_Dyn est mis à l'épreuve pour prédire la réponse du site de Treasure Island dans ce paragraphe. La figure (VI.47), récapitule les données du site de Treasure Island.



**Figure VI.47-** Profil et propriétés du site de l'île Treasure Island (Hashash and Park, 2002) .

Le profil de sol à sa base supposée rigide est soumis à une excitation sismique montrée sur la figure (VI.48).

La figure (VI.49), récapitule la réponse dynamique le long de la hauteur du profil de sol,  $a_{max}$ , la déformation de cisaillement maximale, les boucles d'hystérésis et contraintes de cisaillements pour chaque profil de sol par l'application du modèle hyperbolique.

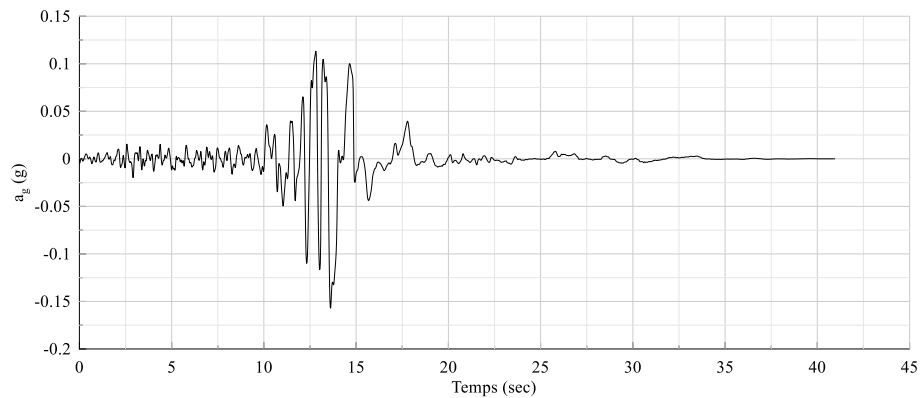


Figure VI.48- Accélération à la base du profil de sol de l'île de Treasure Island.

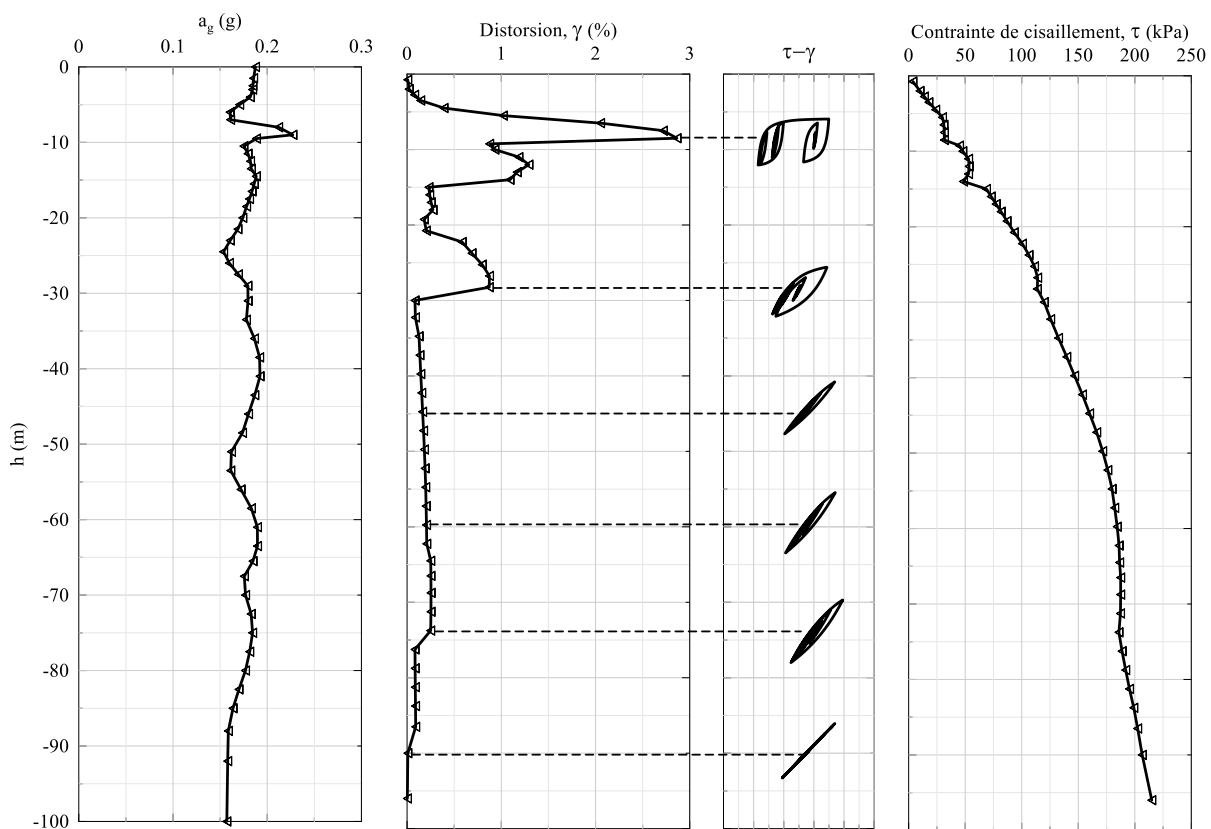


Figure VI.49- Récapitulation des résultats numériques sur le site de l'île de Treasure Island.



Il ressort de la figure VI.49, que la déformation au niveau de la profondeur ( $h \approx 10m$ ) largement grande ( $\gamma \approx 3\%$ ) du fait de la modification de la vitesse de propagation des vitesses de cisaillement (la vitesse de cisaillement inférieure est d'ordre 178m/s, tandis que cette couche a une vitesse de 134m/s).

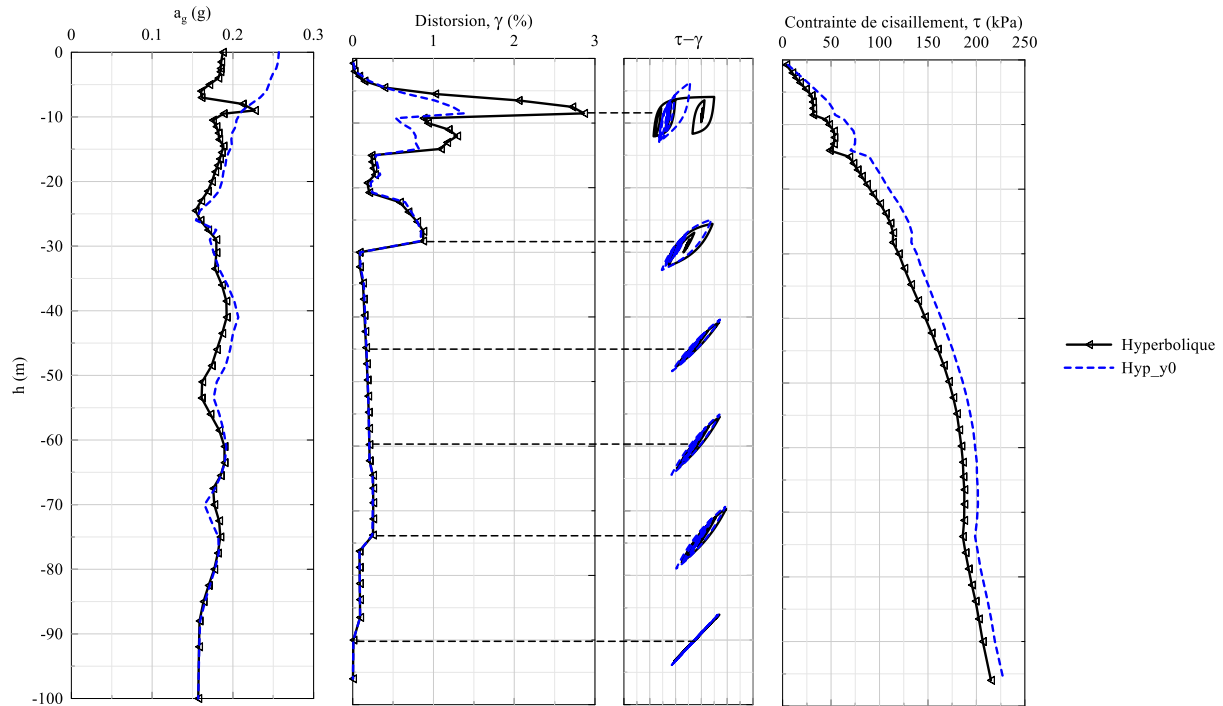
Le deuxième pic (valeur maximale) ( $\gamma \approx 1.3\%$ ) de la déformation de cisaillement est dû au modèle lui-même, car dans cette application deux (02) types de modèles hyperboliques sont utilisés.

Toujours avec les résultats de la figure (VI.49) et suivant les niveaux de déformations plastiques, et par supposition de l'existence de la pression interstitielle, le sol sera probablement liquéfié à partir de la profondeur ( $h \approx 10m$ ).

La figure (VI-50), schématise la comparaison des résultats du modèle Hyp\_y0 et le modèle hyperbolique. Pour les niveaux de déformations et d'après les résultats du modèle Hyp\_y0, il y'a une baisse de leurs niveaux par rapport à l'utilisation du modèle hyperbolique, dû spécialement à la capacité ou à la résistance induite par l'ajout du paramètre  $y_0$ . Il ressort aussi de cette figure que pour les faibles niveaux de déformations les deux modèles prédisent presque la même réponse (sous forme de boucles d'hystérésis) et se distinguent pour les niveaux moyes a grande déformations.

On remarque qu'il y'a une augmentation de l'accélération maximale au niveau de la surface libre (0.26g) dû essentiellement à l'augmentation des contraintes de cisaillements.

Cette application nous montre sans doute l'influence et l'importance de l'utilisation d'un modèle mathématique adéquat pour prédire la réponse sismique d'un profil de sol.



**Figure VI.50-** Modèle Hyp\_y0 contre le modèle hyperbolique pour le calcul de la réponse dynamique de l'île de Treasure Island.

## VI.10. Conclusions

Le modèle mathématique sigmoïdale (Sig4) qui dépend de quatre paramètres d'ajustement est un modèle robuste car il simule mieux le comportement cyclique non linéaire des sols. Chaque paramètre du modèle Sig4 joue un rôle dans l'ajustement de la courbe initiale, la forme et l'orientation de la boucle d'hystérésis. De ce fait il est considéré comme un multi-modèle non linéaire. A sa forme standard, il ressemble à celle des autres modèles théoriques, mais sa capacité de prédire des réponses non linéaires adéquates à celles expérimentales est limitée à un certain niveau de déformations. De ce fait, le recours à des modifications sur ses paramètres d'ajustement devient nécessaire. Le modèle Sig4 peut être considéré comme un modèle plus adapté pour le calcul non linéaire des sols sous chargement cycliques.

# **Conclusions générales et recommandations futures**

---

Il est connu que le sol se manifeste de manière fortement non linéaire une fois excité par un tremblement de terre. Les déformations induites sont de moyennes à grandes amplitudes (0.3-2%) et qui influent considérablement sur la dégradation du module de cisaillement et le coefficient d'amortissement, donc sur la résistance du sol.

Le comportement non linéaire des sols se caractérise par l'apparition des boucles d'hystérésis dont la forme dépend du niveau de déformation qui influe sur l'évolution du coefficient d'amortissement et donc sur la structure posée sur le sol.

Il existe plusieurs modèles mathématiques qui prévoient la réponse non linéaire des sols sous sollicitations cycliques tels que les séismes. Les plus connus sont les modèles hyperboliques (initiale et modifié) du point de vue de son nombre limité de paramètres d'identification ou d'ajustement. Ces modèles suivent le critère de *Masing* pour décrire la courbe ou le chemin chargement-déchargement, mais ce critère surestime les valeurs du coefficient d'amortissement pour les grands à moyens niveaux de déformation.

Il existe aussi plusieurs logiciels qui traitent la réponse non linéaire des sols par la méthode des éléments finis ou par la méthode des différences finies. Parmi ces logiciels de calcul Flac, qui a l'avantage d'avoir un modèle mathématique à quatre paramètres. A cause de ces quatre paramètres qui calibrent le comportement cyclique du point de vue amplitude, taille, inclinaison et position de la courbe d'hystérésis.

Les enregistrements des mouvements sismiques montrent que les accélérations, et donc les contraintes et les déformations induites sont cycliques et rapides, avec des cycles d'accélérations se produisant en moins d'une seconde et une durée totale de l'événement sismique inférieure à une minute. Du point de vue de la mécanique des sols, cela signifie que le sol est soumis à un chargement cyclique en conditions non drainée. Sous la rapidité de la vitesse sismique, l'eau n'ayant pas le temps de s'évacuer, le sol se déforme donc à volume constant.

Pour les faibles niveaux de déformation de cisaillement ( $\leq 10^{-5}$ ), le comportement du sol est élastique et à la fin de chargement il n'ya pas de déformation résiduelle et le sol retrouve son état initial. Mais lorsque l'amplitude du déviateur du tenseur de déformation devient plus importante ( $> 10^{-5}$ ), le sol présente un comportement non linéaire avec des déformations irréversibles et donc la nécessité d'un modèle mathématique adéquat qui peut

décrire au mieux la dégradation du module de cisaillement ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et la variation du coefficient d'amortissement ( $\xi \sim \gamma$ ).

Le critère de *Masing* qui décrit la partie de déchargement-rechargement associé au modèle hyperbolique prédit des valeurs sous-estimées du coefficient d'amortissement pour les moyennes à grands niveaux de déformation par rapport aux résultats trouvés par les chercheurs sur des essais expérimentaux dus spécialement à la forme grossière de la boucle d'hystérésis. Pour réduire les valeurs du coefficient d'amortissement, un facteur de correction de la surface de la boucle d'hystérésis est introduit dans l'expression reliant les contraintes-déformations afin de simuler au mieux les résultats prédits à ceux trouvés expérimentalement.

Le modèle Sig4 incorporé dans Le programme « Soil\_Dyn » est un assemblage d'un modèle linéaire et d'un modèle sigmoïdal. Pour les moyennes à grandes niveaux de déformations, le comportement entre les contraintes et déformations devient plutôt cinématique-linéaire et donc une actualisation de ce dernier est faite pour simuler la dégradation de la résistance au cisaillement (dans le cas d'une formulation en contrainte effective), en introduisant l'effet de la pression interstitielle sous forme de Ru (Taux d'excès de la pression interstitielle) qui va diminuer l'aspect du comportement cinématique linéaire de sorte à avoir un comportement plastique pour les grands niveaux de déformations.

Les courbes de chargement initial induites par le modèle Sig4 sont nombreuses, ce qui implique une multitude de variations de ( $G/G_0 \sim \gamma$ ) et ( $\xi \sim \gamma$ ). Ces familles de courbes engendrent une meilleure possibilité de représentation du comportement dynamique des sols sous sollicitations cycliques.

Le plus intéressant du modèle Sig4 est qu'il prédit des courbes de dégradations sous forme de ( $\xi \sim \gamma$ ) intéressante. En effet l'amortissement  $\xi$  croit avec l'augmentation de la déformation jusqu'à une valeur critique ( $\gamma_{cr}$ ) qui correspond à une valeur maximale d'amortissement (pic), puis il se dégrade au-delà de cette valeur.

Une justification d'une allure spéciale de la variation du coefficient d'amortissement ( $\xi \sim \gamma$ ) obtenue par les tests Tx\_SS (Triaxial simple shear) sur l'argile de Saint Adelphe à la province de Québec (Canada). Cette nouvelle famille d'amortissement a été détectée

numériquement par l'application du programme NERA mais la justification de cette variation du coefficient d'amortissement était générale. Les essais sur les courbes de dégradation de  $(G/G_0 \sim \gamma)$  et  $(\xi \sim \gamma)$  sur cet argile montrent un accroissement du coefficient d'amortissement jusqu'à une valeur critique puis une descente et enfin un accroissement.

Une modification du modèle hyperbolique est menée de sorte à bien simuler le comportement à grands niveaux déformations sans faire de corrections sur la courbe de déchargement-rechargement (courbe d'hystérésis). Cette procédure de modification par la superposition du modèle initial hyperbolique avec un modèle linéaire va nous permettre aussi de justifier l'allure de la variation du coefficient d'amortissement détecté dans le programme NERA mais qui n'a pas été justifiée convenablement.

Les formulations élastoplastiques et élastique non linéaires permettent de mieux décrire le comportement des sols lors d'une sollicitation sismique. En effet, dans un comportement non linéaire (apparition des déformations irréversibles), le tenseur des raideurs où de rigidité de la structure se dégrade ainsi que le module de rigidité au cisaillement résultant en une baisse de la vitesse de propagation des ondes de cisaillements dans le milieu étudié. La dégradation du module de cisaillement inclut la réduction de la contrainte de cisaillement donc la réduction de résistance du matériau et l'augmentation de l'énergie sismique dissipée.

L'implantation numérique du modèle élastique non linéaire (Sig4) nous a permis d'apporter une contribution dans la compréhension du comportement complexe dans un milieu de sol pendant un séisme. Cependant un effort considérable reste à fournir pour mieux contourner le problème.

Le programme « Soil\_Dyn » que nous avons élaboré n'est que le fruit des travaux des autres chercheurs, qui ont construit et conçu les démarches globales pour la mise en œuvre de modèles numérique élastoplastiques et élastique non linéaires. L'intégration des relations de comportement non linéaire pour aboutir à la matrice de rigidité non linéaire, l'intégration des lois de comportement à la méthode de « retour radial », Masing, ..., et d'autres méthodes sont développées pour servir au jeune chercheur pour développer leur propre programme en éléments finis .

La modélisation bidimensionnelle offre plus de précision que celle unidimensionnelle mais elle est très coûteuse car pour un simple calcul statique cela nécessite peu de temps alors que quand on traite la réponse sismique cela nécessite plus de temps. Dans ce contexte, la première solution est l'implémentation des frontières absorbantes afin de limiter le nombre de maillage et par conséquent le temps de calcul.

Il faut signaler que la prédiction du comportement non linéaire des sols est très difficile et demande de grandes investigations. C'est pour cette raison et à nos jours il n'existe pas une loi de comportement universelle quand il s'agit du comportement non linéaire des sols, mais au contraire il y'a des tentatives sérieuses pour un matériau spécifié.

L'application des relations de plasticité et élastiques non linéaires pour le comportement des sols semble plus réaliste, car la convergence des résultats numériques est démontrée à travers des comparaisons des résultats expérimentaux.

Comme recommandations, nous proposons pour des futurs travaux de recherches dans ce domaine de prendre en considération les éléments suivants :

- 1- Incorporer le modèle Sig4 initial est modifié dans les programmes de calculs ;
- 2- Actualiser les paramètres de Sig4 par des essais cycliques afin de simuler correctement le comportement cyclique des sols ;
- 3- Considérer l'aspect tridimensionnel du problème afin de tenir compte au mieux de la variabilité spatiale du mouvement en surface de sol

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abudeif, A. M., Raef, A. E., Moneim, A. A., Mohammed, M. A. and Farrag, A. F., 2017. Dynamic geotechnical properties evaluation of a candidate nuclear power plant site (NPP): P-and S-waves seismic refraction technique, North Western Coast, Egypt. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (99), 124-136.

Amini, P. F. and Noorzad, R., 2018. Energy-based evaluation of liquefaction of fiber-reinforced sand using cyclic triaxial testing. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* (104) 45-53.

Amorosi, A., Boldini, D. and di Lernia, A., 2017. Dynamic soil-structure interaction: A three-dimensional numerical approach and its application to the Lotung case study. *Computers and Geotechnics*, (90), 34-54.

Arslan, H. and Siyahi, B., 2006. A comparative study on linear and nonlinear site response analysis. *Environmental geology*, 50(8) 1193-1200.

Assimaki, D. and Kausel, E., 2002. An equivalent linear algorithm with frequency-and pressure-dependent moduli and damping for the seismic analysis of deep sites. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22(9-12), 959-965.

Astroza R., Pastén C. and Ochoa-Cornejo, F., 2018. Site response analysis using one-dimensional equivalent-linear method and Bayesian filtering. *Computers and Geotechnics*, 89, (2017) 43-54.



Astroza, R., Pastén C. and Ochoa-Cornejo, F., 2017. Site response analysis using one-dimensional equivalent-linear method and Bayesian filtering. *Computers and Geotechnics*, (89), 43-54

Azeiteiro, R. J.N., Coelho, P. A.L.F., Taborda, D. M.G. and Grazina, J. C.D., 2017. Energy-based evaluation of liquefaction potential under non-uniform cyclic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (92) 650-665.

Ballard Jr, R. F. and Casagrande, D. R., 1966. Dynamic Foundation Investigation Roi-Namur, Kwajalein Atoll Marshall Islands (No. AEWES-Misc-Paper-4-858). ARMY ENGINEER WATERWAYS EXPERIMENT STATION VICKSBURG MISS.

Bardet, J. P., and Tobita, T., 2001. NERA: A computer program for Nonlinear Earthquake site Response Analyses of layered soil deposits. Univ. of Southern California.

Ben-Hadj-Ali, H., Operto, S., and Virieux, J., 2008. Velocity model building by 3D frequency-domain, full-waveform inversion of wide-aperture seismic data 3D full-waveform tomography. *Geophysics*, 73(5), VE101-VE117.

Beresnev, I. A. and Wen, K. L., 1996. Nonlinear soil response a reality ? *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86(6), 1964-1978.

Berril, J. B. and Davis, R. O., 1985. Energy dissipation and seismic liquefaction of sands : revised model, *JSSMFE soils and foundations*, 25(2) 106-118.

Berril, J. B. and Davis, R. O., 1985. Energy dissipation and seismic liquefaction of sands : revised model, *JSSMFE soils and foundations*, 25(2) 106-118.

Bhatia, S., Schwab, J. and Ishibashi, I., 1985. Cyclic Simple Shear, Torsional Shear and Triaxial, A Comparative Study. *Advances in the Art of Testing Soils under Cyclic Conditions*, 232-54.

Bidoki, R. Z. and Shayanfar, M., 2018. An energy-based pushover-analysis with torque-effects in assessment of the structures with asymmetric plan. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (108), 58-68.

Bjerrum, L. and Landva, A., 1966. Direct simple shear tests on a Norwegian quick clay. *Géotechnique*, 16(1), 1- 20.

Bohlen, T., and Saenger, E. H., 2006. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves. *Geophysics*, 71(4), T109-T115.

Borja, R. I., Lin, C. H., Sama, K. M. and Masada, G. M., 2000. Modelling non-linear ground response of non-liquefiable soils. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 29(1), 63-83.

Borja, R., and Amies, A., 1994. Multiaxial cyclic plasticity model for clays. *J. Geotech. Eng.*, 6(1051), 1051-1070.

Boulanger, R., Kamai, R. and Ziotopoulou, K., 2011. Numerical modeling of liquefaction effects. 4th IASPEI/IAEE Int. Symp., Univ. of California, Santa Barbara.

Boulanger, R.W., Chan, C. K., Seed, H. B., Seed, R. B., and Sousa, J., 1993. A low-compliance bi-directional cyclic simple shear apparatus. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, 16(1), 36 - 45.

Brignoli, E.G.M., Goti, M., and Stokoe, K.H., 1996. Measurement of shear waves in laboratory specimens by means of piezoelectric transducers. *Geotechnical Testing Journal*, 19(4), 384-397.

Camacho-Tauta, J, Ali, H., Cascante, G. and Viana de Fonseca, A., 2017. Experimental and Numerical observations of the Frequency –Domain Method in Bender – Element Testing, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 143(2), 1-12.

Chehat, A., Harichane, Z., and Karray, M., 2017. Non-linear soil modelling by correction of the hysteretic damping using a modified Iwan model together with Masing rules. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 1-13.

Chehat, A., Hussien, M., Abdellaziz, M., Chekired, M., Harichane, Z. and Karray, M., 2018. Stiffness-and damping-strain curves of sensitive Champlain clays through experimental and analytical approaches. (en cours de publication).

Chehat, A., Hussien, M., Abdellaziz, M., Chekired, M., Harichane, Z. and Karray, M., 2018. Stiffness-and damping-strain curves of sensitive Champlain clays through experimental and analytical approaches. (en cours de publication).

Chekired, M., Lemire, R., Karray, M., and Hussien, M. N., 2015. Experiment setup for simple shear tests in a triaxial cell: TxSS. 68th Canadian Geotechnical International Conference, Quebec, Canada.

Chekired, M., Lemire, R., Karray, M., and Hussien, M. N., 2015. Experiment setup for simple shear tests in a triaxial cell: TxSS. 68th Canadian Geotechnical International Conference, Quebec, Canada.

Chen, W.F. and Mizuno, E., 1990. Nonlinear analysis in soil mechanics: theory and implementation. Developments in geotechnical engineering. Elsevier.

Chiaradonna, A., Tropeano, G., d'Onofrio, A., Silvestri, F., and Park, D., 2015. Application of a simplified model for the prediction of pore pressure build-up in sandy soils subjected to seismic loading. 6th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering 1-4 November 2015 Christchurch, New Zealand.

Chin-Joe-Kong, M. J. S., Mulder, W. A. and Van Veldhuizen, M., 1999. Higher-order triangular and tetrahedral finite elements with mass lumping for solving the wave equation. Journal of Engineering Mathematics, 35(4), 405-426.

Chitas, P., 2008. Site-effect Assessment Using Acceleration Time Series - Application to Sao Sebastiao Volcanic Crater. Master's thesis, Universidade Nova de Lisboa.

Clayton, C.R.I., 2011. Stiffness at small strain: research and practice. Géotechnique, 61(1), 5-38.

Dafalias, Y.F. and Popov, E.P., 1979. A model for nonlinearly hardening materials for complex loading, Acta Mechanica, 21(3), 173-192

Darendeli, M. B., 2001. Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves, Ph. D., University of Texas at Austin, Austin.

Davis, R. O. and Berril, J. B. 2001. Pore pressure and dissipated Energy in earthquakes field verification, *J. of geotech. and geoenviron. Engineering*, 3(127) 269-274.

Davis, R. O. and Berril, J. B., 2001. Pore pressure and dissipated Energy in earthquakes field verification, *J. of geotech. and geoenviron. Engineering*, 3(127), 269-274.

Day, S. M., and Bradley, C. R., 2001. Memory-efficient simulation of anelastic wave propagation. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(3), 520-531.

Day, S. M., Dalguer, L. A., Lapusta, N., and Liu, Y., 2005. Comparison of finite difference and boundary integral solutions to three-dimensional spontaneous rupture. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 110(B12).

Delépine, N., Lenti, L., Bonnet, G. and Semblat, J. F., 2009. Nonlinear viscoelastic wave propagation: an extension of Nearly Constant Attenuation models. *Journal of engineering mechanics*, 135(11), 1305-1314.

Deng, J. , Yang, Q. , Liu, Y. , , Liu, Y. and Zhang, G., 2018. 3D finite element modeling of directional hydraulic fracturing based on deformation reinforcement theory. *Computers and Geotechnics*, (94), 118-133.

Desai, C. S. and Wu, T. H., 1976. A general function for stress-strain curves. In *Numerical methods in geomechanics*, (1), 306-318.

Djabali-Mohabeddine, H., Tiliouine, B., Hammoutene, M. and Berrah, M. K., 2017. Seismic site amplification in multilayer soil under obliquely incident SH waves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (95), 83-95.

Douillet-Grellier, T., Jones, B. D., Pramanik, R., Pan, K., Albaiz, A. and Williams, J. R., 2016. Mixed-mode fracture modeling with smoothed particle hydrodynamics. *Computers and Geotechnics*, (79), 73-85.

Drnevich, V.P., Hardin, B.O., and Shippy, D.J., 1978. Modulus and damping of soils by the Resonant Column method. *Dynamic Geotechnical Testing*, ASTM STP 654, American Society for Testing and Materials, 91-125.

Duncan, J. M. and Chang, C. Y., 1970. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*

Duncan, J. M. and Chang, C. Y., 1970. Nonlinear analysis of stress and strain in soils.

Elgamal, A. W., Abdel-Ghaffar, A. M. and Prevost, J. H., 1985. Elasto-plastic earthquake shear-response of one-dimensional earth dam models. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 13(5), 617-633.

Fahey, M., 1992. Shear modulus of cohesionless soil: variation with stress and strain level. *Canadian Geotechnical Journal*, 29(1) 157-161.

Falcone, G. , Boldini, D. and , Amorosi, A., 2018. Site response analysis of an urban area: A multi-dimensional and non-linear approach. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (109), 33-45

Fan, H., Zheng, H. and Wang, 2018. A generalized contact potential and its application in discontinuous deformation analysis. *Computer and geotechnics*, (99), 104-114.

Finn, W. D. L., Lee, K.W. and Martin, G.R., 1977. An effective stress model for liquefaction, *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, 103(6), 517-553.

Gandomzadeh, A., 2011. Dynamic soil-structure interaction: effect of nonlinear soil behavior. *Thèse de doctorat, Université Paris-Est.*

Gasha, R., Seylabib, E. E. and Taciroglu, E., 2017. Implementation and stability analysis of discrete-time filters for approximating frequency-dependent impedance functions in the time domain. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (94), 223-233

Gazetas, G., 1982. Shear vibration of vertically inhomogeneous earth dams. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 6(2), 219-241.

Giang, P. H. H., Van Impe, P. O., Van Impe, W. F., Menge, P. and Haegeman, W., 2017. Small-strain shear modulus of calcareous sand and its dependence on particle characteristics and gradation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (100), 371-379.

Gingery, J. R. and Elgamal, A., 2013. Shear stress-strain curves based on the  $G/G_{max}$  logic: A procedure for strength compatibility. In IACGE 2013: Challenges and Recent Advances in Geotechnical and Seismic Research and Practices (pp. 721-729).

Gottschammer, E., and Olsen, K. B., 2001. Accuracy of the explicit planar free-surface boundary condition implemented in a fourth-order staggered-grid velocity-stress finite-difference scheme. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(3), 617-623.

Graves, R. W., 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86(4) 1091-1106.

Ha Giang, P. H., Van Impe, P. O., Van Impe, W. F., Menge, P. and Haegeman, W., 2017. Small-strain shear modulus of calcareous sand and its dependence on particle characteristics and gradation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (100), 371-379.

Hardin, B. O. and Drnevich, V. P., 1972. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 98(sm7).

Hardin, B. O. and Drnevich, V. P., 1972. Shear modulus and damping in soils : Measurement and parameter effects. *American Society of Civil Engineers, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, (98), 603-624

Hardin, B. O. and Drnevich, V. P., 1972-a. Shear modulus and damping in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 98(7) 667-692.

Hardin, B. O., 1970. Suggested Methods of Test for Shear Modulus and Damping of Soils by the Resonant Column, ASTM STP 479, Philadelphia, PA, 516-529.

Hardin, B., and Drnevich, V., 1972b. Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves. *Journal of the Soil of the Soil Mechanics and Foundation*, ASCE, (98) (SM6), 667-692.

Hardin, B.O., and Richart, F.E. 1963. Elastic wave velocities in granular soils. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*, ASCE, 89(1), 33-66.

Hashash, Y.M. and Park, D., 2001. Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment, *Engineering Geology*, 62(1-3) 185-206.

Hashash, Y.M. and Park, D., 2001. Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment, *Engineering Geology*, 62(1-3), 185-206.

Hashash, Y. M. and Park, D., 2002. Viscous damping formulation and high frequency motion propagation in non-linear site response analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22(7), 611-624.

Hosseinpour, F. and Abdelnaby, A. E., 2017. Effect of different aspects of multiple earthquakes on the nonlinear behavior of RC structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (92), 706-725.

Hosseinpour, F. and Abdelnaby, A.E, 2017. Effect of different aspects of multiple earthquakes on the nonlinear behavior of RC structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (92), 706-725.

Hughes, T. J., 2012. *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. Courier Corporation.

Hughes, T. J., Franca, L. P. and Balestra, M., 1986. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: V. Circumventing the Babuška-Brezzi condition: A stable Petrov-Galerkin formulation of the Stokes problem accommodating equal-order interpolations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 59(1), 85-99.

Hujeux, J. C., 1985. Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols. *Génie parasismique*, 287-302.

Hujeux, J., C., 1979. *Analyse Numérique de Problèmes de Consolidation Elastoplastique* (Doctoral dissertation, Thesis Dr. Ing. Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris).

Hussein, M. N. and Karray, M., 2015. Shear wave velocity as a geotechnical parameter: an overview. *Can. Geotech. J.*, (53) 252-272.

Hussien, M. N., Karray, M., and Chekired, M., 2015. Evaluation of DSS test results on granular soils based on TxSS results. 68th Canadian Geotechnical International Conference, Quebec, Canada.

Igel, H., Mora, P., and Riollet, B., 1995. Anisotropic wave propagation through finite-difference grids. *Geophysics*, 60(4) 1203-1216.

Ishihara K 1996. Soil behaviour in earthquake geotechnics. Clarendon Press; Oxford University Press.

Itasca Consulting Group, Inc.: FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua, Ver. 6.0 User's Manual, Itasca, Minneapolis, 2008.

Iwasaki, T., Tatsuoka, F., and Takagi, Y., 1978. Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading, *Soils and Foundations*, 18(1), 32-56.

Jafarian, Y., Towhata , I., Baziar, M.H., Noorzad , A. and Bahmanpour, A., 2012. Strain energy based evaluation of liquefaction and residual pore water pressure in sands using cyclic torsional shear experiments. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (35) 13-28.

Jia, J., Wang, S. , Zheng, C., Chen, Z. and Wang, Y., 2018. FOSM-based shear reliability analysis of CSGR dams using strength theory. *Computers and Geotechnics*, (97), 52-61.

Ju, S. H. and Lin, H. T., 2004. Analysis of train-induced vibrations and vibration reduction schemes above and below critical Rayleigh speeds by finite element method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(12), 993-1002.

Ju, S. H., 2002. Finite element analyses of wave propagations due to a high-speed train across bridges. *International journal for numerical methods in engineering*, 54(9), 1391-1408.

Karapetrou, S.T., Fotopoulou, S.D. and Pitilakis, K.D., 2015. Seismic vulnerability assessment of high-rise non-ductile RC buildings considering soil-structure interaction effects. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (73), 42-57.



Karray, M., Ben Romdhan, M., Hussien, M.N., and Éthier, Y., 2015. Measuring shear wave velocity of granular material using the Piezoelectric Ring Actuator Technique (P-RAT). *Can. Geotech. J.*, 52(9), 1302-1317.

Khasawneh, Y., Bobet, A., and Frosch, R., 2017. A simple soil model for low frequency cyclic loading. *Computers and Geotechnics*, (84), 225-237.

Khashila, M., Hussien, M. N., Karray, M. and Chekired, M., 2018. Use of pore pressure build-up as damage metric in computation of equivalent number of uniform strain cycles. *Can. Geotech. J.*, (55) 538-550

Kokusho, T., 1980. Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range. *Soils and Foundations*, 20(2), 45-60.

Kondner, R. L. & Zelasko, J. S. 1963. «A hyperbolic stress-strain formulation of sands» in 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. (Sao Paulo, Brasil, 1963).

Kondner, R. L., and Zelasko, J.S., 1963. A hyperbolic stress-strain formulation of sands, *Proc. of 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Sao Paulo, Brasil, 289-324.

Kramer, S. L. 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.

Kramer, S. L. 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.

Kramer, S. L. 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.

Kumar, S. S., Krishna, A. M., and Dey, A., 2017. Evaluation of dynamic properties of sandy soil at high cyclic strains. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (99), 157-167.

Lanzo, G., Vucetic, M. and Doroudian, M., 1997. Reduction of Shear Modulus at Small Strains in Simple Shear, *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(11), 1035-1042.

Lee, C. J., Hung, W. Y., Tsai, C.-H., Chen, T., Tu, Y., and Huang, C. C. 2014. Shear wave velocity measurements and soil-pile system identifications in dynamic centrifuge tests. *Bulletin of Earthquake Engineering*, (12), 717-734.

Lee, J. H., Ahn, J. K. and Park, D., 2015. Prediction of seismic displacement of dry mountain slopes composed of a soft thin uniform layer. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (79), 5-16.

Lee, J. H., Ahn, J. K. and Park, D., 2015. Prediction of seismic displacement of dry mountain slopes composed of a soft thin uniform layer. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (79), 5-16.

Lester, A. M. and Sloan, S.W., 2018. A smooth hyperbolic approximation to the Generalised Classical yield function, including a true inner rounding of the Mohr-Coulomb deviatoric section. *Computers and Geotechnics*, (en cours de publication).

Lourenço, J., Santos, J., and Pinto, P., 2017. Hypoelastic UR-free model for soils under cyclic loading, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (97) 413-423.

Lysmer, J., Drake, L. A., and Bolt, B. A., 1972. A finite element method for seismology. *Methods in computational physics*, (11), 181-216.

Madsen, S. S. and Krenk, S., 2017. Asymptotically Matched Layer (AML) for transient wave propagation in a moving frame of reference. *Computers and Geotechnics*, (82), 124-133.

Mahéo, L., 2006. Etude des effets dissipatifs de différents schémas d'intégration temporelle en calcul dynamique par éléments finis (Doctoral dissertation, Université de Bretagne Sud).

Mánica, M., Ovando, E. and Botero, E., 2014. Assessment of damping models in FLAC. *Computers and Geotechnics*, (59), 12-20.

Mánica, M., Ovando, E., and Botero, E., 2014. Assessment of damping models in FLAC. *Computers and Geotechnics*, (59), 12-20.

Marfurt, K. J., 1984. Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, 49(5), 533-549.

Masing, G., 1926. *Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing*. Proc., 2nd Int. Congress on Applied Mechanics, Zurich, Switzerland (in German).

Masson, Y. and Pride, S., 2010. Finite-difference modeling of biot's poroelastic equations across all frequencies. *GEOPHYSICS*, 75(2) N33-N41.

Matasovic, N. and Vucetic, M., 1993. Cyclic characterization of liquefiable sands, *J. Geotech. Engrg.*, (11), 1805-1822.

Matasovic, N., and Vucetic, M., 1993. Cyclic characterization of liquefiable sands, *J. Geotech. Engrg.*, (11), 1805-1822.

Matasovic, N., and Vucetic, M., 1993. Cyclic characterization of liquefiable sands, *J. Geotech. Engrg.*, (11) 1805-1822.

Mayne, P. W., Coop, M. R., Springman, S., Huang, A.-B., and Zornberg, J., 2009. State-of-the-Art Paper (SOA-1): Geomaterial behavior and testing. Proc., 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, ICSMGE, Millpress/IOS Press, Rotterdam, 2777-2872.

McGillivray, A. and Mayne, P.W., 2004. Seismic piezocone and seismic flat dilatometer tests at Treporti. *Geotechnical and Geophysical Site Characterization, ISC-2*, Porto, Portugal, Millpress, Rotterdam, (2), 1623-1628.

Mercado, V., El-Sekelly, W., Zeghal, M., and Abdoun, T., 2017. Identification of soil dynamic properties of sites subjected to bi-directional excitation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (92) 215-228.

Modoni , G., Albano , M. , Salvatore, E. and Koseki, J., 2018. Effects of compaction on the seismic performance of embankments built with gravel. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (106), 231-242.

Moon, S. W. and Ku., T., 2016. Development of global correlation models between in situ stress-normalized shear wave velocity and soil unit weight for plastic soils. *Can. Geotech. J.*, (53), 1600-1611.

Mullen, R. and Belytschko, T., 1982. Dispersion analysis of finite element semidiscretizations of the two-dimensional wave equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 18(1) 11-29.

Najma, A., and Latifi, M., 2018. Collapse surface approach as a criterion of flow liquefaction occurrence in 3D FEM models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (107), 164-178.

Navas, P., Rena, C. Y., López-Querol, S. and Li, B., 2016. Dynamic consolidation problems in saturated soils solved through u–w formulation in a LME meshfree framework. *Computers and Geotechnics*, (79), 55-72.

Nejada, M. M., Momeni, M. S. and Manahiloha, K. N. , 2018. Shear wave velocity and soil type microzonation using neural networks and geographic information system. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (104), 54-63.

Nejada, M. M., Momenib, M. S. and Manahiloha, K. N. , 2017. Random-effects regression model for shear wave velocity as a function of standard penetration test resistance, vertical effective stress, fines content, and plasticity index. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (103), 95-104.

Newmark, N. M., 1959. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the engineering mechanics division*, 85(3), 67-94.

Olsen, K. B., 2000. Site amplification in the Los Angeles basin from three-dimensional modeling of ground motion. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(6B), S77-S94.

- Pan, K., and Yang, Z., 2018. Undrained behavior of sand under cyclic paths that match storm-wave loading conditions. *Marine Georesources & Geotechnology*, 36 (1) 72-82.
- Park, D. and Kishidac, T., 2018. Shear wave velocity profiles of fill dams. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (104), 250-258.
- Patera, A. T., 1984. A spectral element method for fluid dynamics: laminar flow in a channel expansion. *Journal of computational Physics*, 54(3), 468-488.
- Paultre, P., 2005. *Dynamique des structures: Application aux ouvrages de génie civil*. Hermes science publ.
- Peacock, W. H. and H. Seed., 1968. Sand Liquefaction under Cyclic Loading Simple Shear Conditions. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*, 94(SM 3), 689-708.
- Phillips, C. and Hashash, Y. M. A., 2009. Damping formulation for nonlinear 1D site response analyses. *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 29(7), 1143-1158.
- Plessix, R., 2009. Three-dimensional frequency-domain full-waveform inversion with an iterative solver. *GEOPHYSICS*, 74(6), WCC149-WCC157.
- Polito, C., Green, R. A., Dillon, E. and Sohn, C., 2013. Effect of load shape on relationship between dissipated energy and residual excess pore pressure generation in cyclic triaxial tests. *Can. Geotech. J.*, (50) 1181-1120.
- Porcino, D. and Diano, V., 2016. Laboratory Study on Pore Pressure Generation and Liquefaction of Low-Plasticity Silty Sandy Soils during the 2012 Earthquake in Italy. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 142 (10).
- Poul , M. K. and Zerva, A., 2018. Nonlinear dynamic response of concrete gravity dams considering the deconvolution process. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (109), 324-338.
- Pyke, R.M., 1979. Nonlinear soil models for irregular cyclic loadings, *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 105(GT6), 715-726.

Rahman, M. E. and Orr, T., 2011. Finite element modelling of ground vibrations due to tunnelling activities. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, 3(1), 143-149.

Ramberg, W. and Osgood, W.R., 1943. Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C.

Ramberg, W. and Osgood, W.R., 1943. Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C.

Reiffsteck, P., 2011. Reconnaissance et essais géotechniques. Rap. tech., Bilan des 11J021 et 11P061, IFSTTAR.

Robertson, P.K., Sasitharan, S., Cunning, J.C., and Segoo, D.C., 1995. Shear-wave velocity to evaluate in-situ state of Ottawa sand. *Journal of Geotechnical Engineering*, 121(3), 262-273.

Roscoe, K. H., 1953. An apparatus for the application of simple shear to soil samples. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, Institution of Civil Engineers, London, 186-191.

Roya, N. and Jakka, R. S., 2017. Near-field effects on site characterization using MASW technique. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (97), 289-303.

Ryue, J., Thompson, D. J., White, P. R. and Thompson, D. R., 2008. Investigations of propagating wave types in railway tracks at high frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 315(1-2), 157-175.

Saenger, E. H., and Bohlen, T., 2004. Finite-difference modeling of viscoelastic and anisotropic wave propagation using the rotated staggered grid. *Geophysics*, 69(2) 583-591.

Seed, B. H. and Idriss, I. M., 1970. *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*. Berkeley, California, 42 p.

Seed, H. B., Wong, R. T., Idriss, I. M. and Tokimatsu, K., 1986. Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 112(11), 1016-1032.

Seed, H. B., Wong, R. T., Idriss, I. M. and Tokimatsu, K., 1986. Modulus and Damping Factors for Dynamic Response Analysis of Cohesionless Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divisions, ASCE* 112 (SM11) 1016-1032.

Semblat, J. F. and Pecker, A., 2009. Waves and vibrations in soils: earthquakes, traffic, shocks, construction works.

Semblat, J. F., and Brioist, J. J., 2009. Efficiency of higher order finite elements for the analysis of seismic wave propagation. *arXiv preprint arXiv:0901.3715*.

Shariatmadari, N., Karimpour-Fard, M., and Shargh, A., 2017. Evaluation of Liquefaction Potential in Sand-Tire Crumb Mixtures Using the Energy Approach. *International Journal of Civil Engineering*, 1-11.

Sheriff, R. E. and Geldart, L. P., 1982. 4.3. 2 Resolution. *Exploration seismology*, 1, 117-122.

Simcock, K. J., Davis, R. O., Berrill, J. B., and Mullenger, G., 1983. Cyclic triaxial tests with continuous measurement of dissipated, *Geotechnical testing journal*, 6(1), 35-39.

Sirgue, L., Barkved, O. I., Dellinger, J., Etgen, J., Albertin, U., and Kommedal, J. H., 2010. Thematic set: Full waveform inversion: The next leap forward in imaging at Valhall. *First Break*, 28(4), 65-70.

Smith, W. D., 1975. The application of finite element analysis to body wave propagation problems. *Geophysical Journal International*, 42(2), 747-768.

Stewart, J.P., Kwok, A.O.L., Hashash, Y.M.A., Matasovic, N., Pyke, R., Wang, Z., and Yang, Z., 2008. Benchmarking of nonlinear geotechnical ground response analysis procedures, PEER Report 2008/04.

Taborda, D.M.G. and Zdravkovic, L., (2012). Application of a Hill-Climbing technique to the formulation of a new cyclic nonlinear elastic constitutive model. *Computers and Geotechnics* (43), 80-91.

Tasiopoulou, P. and Gerolymos, N., 2016. Constitutive modeling of sand: Formulation of a new plasticity approach. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (82), 205-221.

Tsiatas, G. and Gazetas, G., 1982. Plane-strain and shear-beam free vibration of earth dams. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1(4), 150-160.

Vucetic, M. 1990. Normalized behavior of clay under irregular cyclic loading. *Canadian Geotech. J.*, 27, 29-46.

Vucetic, M. and Dobry, R., 1991. Effect of soil plasticity on cyclic response. *Journal of Geotechnical Engineering (ASCE)*, (11), 89-117.

Wenzlau, F. and Müller, T. M., 2009. Finite-difference modeling of wave propagation and diffusion in poroelastic media. *Geophysics*, 74(4), T55-T66.

Wichtmann, T. and Triantafyllidis, T., 2009. Influence of the Grain-Size Distribution Curve of Quartz Sand on the Small Strain Shear Modulus  $G_{max}$ . *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 135(10), 1404-1418.

Wichtmann, T. and Triantafyllidis, T., 2013. Effect of Uniformity Coefficient on  $G/G_{max}$  and Damping Ratio of Uniform to Well-Graded Quartz Sands. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 139(1), 59-72

Wijewickreme, D. and Soysa, A., 2016. Stress-strain pattern-based criterion to assess cyclic shear resistance of soil from laboratory element tests. *Can. Geotech. J.*, 53(9), 1460-1473.

Woo, S. I., Seo, H. and Kim, J., 2017. Critical-state-based Mohr-Coulomb plasticity model for sands. *Computers and Geotechnics*, (92), 179-185.



Yamashita, S., Kawaguchi, T., Nakata, Y., Mikami, T., Fujiwara, T. and Shibuya, S., 2009. Interpretation of international parallel test on the measurement of  $G_{max}$  using bender elements. *Soils and Foundations*, 49(4), 631-650.

Yang, Y. B., Hung, H. H., and Hsu, L. C., 2007. Ground vibrations due to underground trains considering soil-tunnel interaction. *Interaction and multiscale mechanics*, 1(1) 157-175.

Ye, G. L., Leng, J. and Jeng, D. S., 2018. Numerical testing on wave-induced seabed liquefaction with a poro-elastoplastic model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (105), 150-159.

Yee, E., Stewart, J. P. and Tokimatsu, K., 2013. Elastic and large-strain nonlinear seismic site response from analysis of vertical array recordings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 139(10), 1789-1801.

Yniesta, S., Brandenberg, S.J. and Shafiee, A., 2017. ARCS: A one dimensional nonlinear soil model for ground response analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* (102), 75-85.

Yu. M. H., Ma, G. W., Qiang, H. F. and Zhang, Y. Q., 2006. *Generalized Plasticity*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Zhao, G. F. and Xia , K., 2018. A study of mode-I self-similar dynamic crack propagation using a lattice spring model. *Computers and Geotechnics*, (96), 215-225.

Zienkiewicz , O. C. and Taylor, R. L., 2000. *The Finite Element Method : Solid Mechanics*, vol. 2. Butterworth-heinemann.

Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R. L., 2005. *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier.