

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE HASSIBA BEN BOUALI DE CHLEF



Faculté des Sciences & Sciences de l'Ingénieur

Département d'électrotechnique

MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE

Option : Systèmes d'entraînement électrique

Présenté par

Khelifa KHELIFI OTMANE

Ingénieur d'état en électrotechnique

THEME

ANALYSE D'UNE COMMANDE PREDICTIVE SOUS CONTRAINTES POUR

LA CONDUITE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE

Soutenu le : 27 mai 2008 devant le jury composé de :

Président	M.O Mahmoudi	Professeur	ENP AIGER
Encadreur	B. Belmadani	Professeur	UHB Chlef
Co.encadreur	M. Bounadja	M.A.C.C	UHB Chlef
Examineurs	M.S Boucherit	Professeur	ENP AIGER
	M. Tadjine	Professeur	ENP AIGER

-Promotion 2006-

Remerciement

*Je suis particulièrement sensible à l'honneur que m'a fait Monsieur **B. Belmadani** Professeur au département d'électrotechnique de l'Université de Chlef, d'accepter d'être rapporteur de cette thèse et pour la confiance et l'intérêt qu'il ma témoignés tout au long de la réalisation de ce travail.*

*Qu'il me soit permis d'exprimer à Monsieur **M. Bounadja** Maître assistant et Chargé de cours au département d'électrotechnique à l'université de Chlef, ma gratitude pour son importante participation dans l'élaboration de ce travail autant que Co. encadreur.*

*C'est un honneur pour moi que **M.O. Mahmoudi** ait accepté de participer à ce jury et d'en assumer la tâche de président. Je l'en remercie très sincèrement et très profondément.*

*Mes remerciements vont également aux autres membres de jury examinateurs qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de ma thèse. Il s'agit, en l'occurrence de : Monsieur **M.S Bouchrit** professeur à ENP Alger et Monsieur **M. Tadjine** professeur à ENP Alger.*

*Je tiens également à remercier tous les enseignants qui m'ont formé et je cite en particulier M^r **Aek Mellakhi**, M^r. **A Zagaoui**, M^r **M.Latrouch**, M^r **A. Djahbar**, M^r **R. Taleb**, M^r **A.G Halimi**, M^r **M. Benyamina**. M^r **Alouache** et M^r **Drouazi**.*

*Mes remerciements vont aussi à tous mes collègues de ma promotion **Elhadj, Maamar, Taïb, Rahim, Abderrahmane** et **Abdelkader**, pour leurs conseils éclairés, leurs informations coopératives, leurs questions pertinentes et l'ambiance sympathique qu'ils ont su créer.*

Enfin, je ne saurais ici oublier dans ces sentiments mon entourage proche qui depuis toujours m'a aidé à réaliser mes projets avec la plus grande compréhension et le plus grand intérêt.

*A ma famille et mes amis
pour la patience et dévouement dont ils ont fait preuve*

Sommaire

Introduction générale	04
Chapitre 1. Modélisation et commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée	
1.1 Introduction.....	07
1.2 Modélisation de la machine asynchrone triphasée.....	08
1.2.1 Présentation de la machine.....	08
1.2.2 Modélisation dans le repère triphasé.....	09
1.2.2.1 Equations électriques.....	09
1.2.2.2 Equations des flux.....	10
1.2.2.3 Equation du couple électromagnétique.....	10
1.2.2.4 Equation du mouvement.....	11
1.2.3 Modélisation dans le repère de Park.....	11
1.2.3.1 Equations électriques.....	13
1.2.3.2 Equations des flux.....	13
1.2.3.3 Equation du couple électromagnétique.....	13
1.2.3.4 Equation du mouvement.....	13
1.2.4 Choix du référentiel.....	13
1.2.5 Simulation numérique d'un démarrage direct.....	14
1.3 Modélisation de l'onduleur de tension.....	16
1.3.1 Fonction de connexion.....	16
1.3.2 L'alimentation en tension constante.....	17
1.3.3 Modélisation aux valeurs instantanées.....	17
1.3.4 Méthodes de commande de l'onduleur de tension.....	18
1.3.5 Modulation de largeur d'impulsion.....	18
1.4 Commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée.....	22
1.4.1 Principe de la commande par flux orienté.....	22
1.4.2 Théorie du flux orienté.....	24
1.4.3 Application de la commande vectorielle indirecte (IRFO).....	25
1.5. Régulation, méthodes classiques.....	28
1.5.1 Régulateurs à placement de pôles.....	28
1.5.2 Régulation des courants.....	29
1.5.3 Régulation de la vitesse.....	31
1.5.4 Simulation numérique et interprétation des résultats.....	32
Conclusion.....	35

Chapitre 2. Commande prédictive généralisée, application à la machine asynchrone triphasée

2.1	Introduction.....	36
2.2	Concepts de base de la commande prédictive	37
2.3	Stratégie de la commande prédictive.....	38
2.3.1	Principe général.....	38
2.3.2	Modélisation du système.....	39
2.4	Commande prédictive généralisée (GPC).....	40
2.4.1	Principe de calcul.....	41
2.4.1.1	Modèle de prédiction.....	41
2.4.1.2	Prédicteur optimal.....	42
2.4.1.3	Résolution récursive des équations diophantiennes	43
2.4.1.3.1	Résolution récursive de la première équation de diophantien...	43
2.4.1.3.2	Résolution récursive de la deuxième équation de diophantien..	45
2.4.1.4	Fonction du coût quadratique.....	47
2.4.1.5	Prédicteur optimal sous forme matricielle.....	48
2.4.1.6	Fonction de coût sous forme matricielle.....	48
2.4.1.7	Loi de commande optimale.....	49
2.4.1.8	Stratégie de l'horizon fuyant.....	49
2.4.2	Structure RST du régulateur.....	49
2.4.3	Algorithme d'implémentation de la GPC.....	51
2.4.4	Choix des paramètres de réglage.....	51
2.4.4.1	Choix de l'horizon minimal de prédiction N_1	52
2.4.4.2	Choix de l'horizon maximal de prédiction N_2	52
2.4.4.3	Choix de l'horizon de commande N_u	52
2.4.4.4	Choix du facteur de pondération de la commande λ	52
2.5	Applications numériques sur différents procédés.....	53
2.5.1	Système second ordre stable à phase minimale.....	53
2.5.2	Système second ordre stable à phase non minimale.....	54
2.5.3	Système instable.....	56
2.6	Application numérique sur la machine asynchrone triphasée.....	58
2.6.1	Synthèse du régulateur GPC pour la boucle de courant.....	58
2.6.2	Synthèse du régulateur GPC pour la boucle de vitesse.....	59
2.6.3	Influence de la boucle interne sur la boucle externe.....	60
2.6.4	Commande GPC/cascade.....	61
2.6.5	Application de la GPC/cascade sur le modèle complet de la MAS.....	66
2.6.6	Test de robustesse.....	69
	Conclusion.....	72

Chapitre 3. Commande prédictive généralisée sous contraintes temporelles et fréquentielles, application sur le moteur asynchrone triphasé

Introduction.....	65
3.1 Rôle de robustification de la loi de commande prédictive.....	66
3.1.1 Robustesse en stabilité	66
3.1.2 Définition de la marge de robustesse pour le cas du correcteur GPC.....	67
3.2 Paramétrisation de Youla.....	67
3.3 Paramétrisation de Youla d'un correcteur GPC.....	70
3.4 Spécification de robustesse et performance nominale.....	73
3.4.1 Spécification fréquentielles.....	75
3.4.2 Spécification temporelles.....	78
3.4.3 Problème d'optimisation convexe.....	79
3.5 Résolution par programmation linéaire.....	80
3.5.1 Norme H_∞	81
3.5.2 Respect d'un gabarit temporel.....	83
3.6 Application sur la machine asynchrone triphasée.....	84
3.6.1 Commande contrainte.....	86
3.6.2 Robustification face à des bruits de mesure et aux incertitudes du model à haute fréquence.....	90
Conclusion.....	93
Conclusion générale.....	103
Annexes.....	105
Références bibliographiques.....	117

ملخص

العمل المقدم في هذه المذكرة يعالج موضوع تحت عنوان " تحليل تحكم تنبؤي تحت ضغوطات من أجل قيادة آلة غير متزامنة ثلاثية الأطوار".

في البداية قمنا بانجاز النموذج الرياضي وكذا التحكم الشعاعي للآلة الغير متزامنة والمغذاة بواسطة موج ذو المستوى اثنان. ثم تبيننا ضابطات كلاسيكية من النوع (تناسبي تكاملي) مُدخل تحت صيغة رقمية وذلك من اجل ضبط السرعة و التيارات. وبعدها ركزنا على تبديل هذه الضابطات بضابطات تنبؤية مُعممة وهذا بعد تبسيط بنية تنبؤية تسلسلية. كل الضابطات التنبؤية أُدخلت علي الشكل الرقمي. ومن أجل النقل من شدة إشارة التحكم (التيار أو العزم الكهرومغناطيسي) أثناء النظام الانتقالي وكذلك النقل من تأثير تشويش القياسات على إشارة التحكم استعملنا بما يسمى بتعبير يُولا بهدف تغيير قانون التحكم التنبؤي من جهة وتعزيز صلابة هذا الأخير من جهة أخرى. في كلتا الحالتين، الضغوطات التواترية والزمنية حُولت إلى مسألة تحسين مقعر.

كلمات مفتاحي — تحكم تنبؤي معمم ، تحكم تنبؤي تسلسلي، تعبير يُولا، تحسين مقعر، برمجة خطية، آلة غير متزامنة، صلابة

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire traite un sujet intitulé "Analyse d'une commande prédictive sous contraintes pour la conduite d'une machine asynchrone triphasée". Nous avons réalisé tout d'abord, la modélisation et la commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée alimentée via un onduleur de tension à deux niveaux. On a adopté des régulateurs classiques de type PI introduits sous une forme discrète RST, pour le réglage de la vitesse et ainsi pour le réglage des courants. Ensuite on a s'intéressé au remplacement de ces régulateurs, par des régulateurs prédictifs GPC, cela après avoir développer une structure prédictive cascade; tous les correcteurs prédictifs sont alors exprimés sous la forme RST. Dans le souci de minimiser les transitoires de la commande GPC et de diminuer l'impact du bruit de mesure sur le signal commande, on a utilisé la paramétrisation de Youla afin de modifier et robustifier la loi de commande GPC. Dans ces deux cas, les contraintes de type fréquentiel et temporel en boucle fermée sont transformées en un problème d'optimisation convexe.

Mots clés —Commande prédictive généralisée, Commande prédictive généralisée cascade, Paramétrisation de Youla, Optimisation convexe, Programmation linéaire, Machine asynchrone triphasée, Robustesse.

Abstract

The work presented in this report deals with a topic entitled the "Analysis of a predictive control under constraints for the driving of an induction machine "; first of all, we have achieved the modelling and the field oriented control of the induction machine fed by a two-level inverter. We've adopt, classic regulators of type PI implemented under a discreet form RST for the regulation of the speed and the currents. Then we interested in the replacement of these regulators by predictive controllers GPC, after developing a cascade predictive structure for the speed control of the motor; all the predictive controllers are then expressed under the form RST. To minimize the transitory of the GPC control and to decrease the impact of the noise measurement on the control signal, we used the Youla parameterization to modify and to make robust the law of GPC control. In both cases, the constraints frequency and temporal in closed loop are transformed into a problem of convex optimization.

Key Words — Generalized Predictive Control, Cascade Generalized Predictive Control, Youla Parameterization, Convex Optimization, Linear Programming, Three Phase Asynchronous Machine, Robustness.

Introduction générale

Le moteur asynchrone à cage excelle lorsqu'il doit fonctionner à vitesse constante, en effet, ses avantages connus sont assez nombreux, ce qui a fait qu'il est devenu le seul moteur électrique dont l'usage est généralisé dans l'industrie. Par contre, il est difficile et onéreux d'en faire un variateur de vitesse tel que le groupe Ward-Leonard. C'est la raison pour laquelle, le moteur à courant continu est resté longtemps le plus utilisé dans les entraînements à vitesse variable. Toutefois, avec le développement de l'industrie et l'accroissement continu de l'automatisation des processus de production, le moteur asynchrone suscite de plus en plus l'intérêt des industriels. La disponibilité des convertisseurs de fréquence assurant la mise en forme de l'énergie électrique et la mise en place de lois de commande, souvent implémentées dans un microcalculateur, permet d'utiliser le moteur asynchrone à cage dans des applications à vitesse variable. Pour les premières applications, le réglage de la vitesse en régime permanent constituait la principale satisfaction des industriels; très vite on s'est intéressé aux performances de réglage durant les régimes transitoires ; à savoir: le démarrage, le freinage ainsi que ceux qui apparaissent lors de l'application d'une charge.

Que ce soit en régime permanent ou en régime dynamique, les recherches effectuées ont montré que le moteur asynchrone peut être découplé en utilisant la théorie de la commande à flux orienté. En outre, la commande indirecte à flux rotorique orienté est la plus simple à mettre en œuvre et offre un contrôle linéaire du couple de la machine asynchrone, des avantages qui ont fait d'elle la commande la plus prépondérante dans les milieux industriels.

Les méthodes classiques de commande aboutissent parfois à de faibles performances en boucle fermée, et à une détérioration de la robustesse du régulateur. Avec l'avènement des microprocesseurs, des changements importants ont été provoqué dans la conception des systèmes de commande/régulation. La puissance de calcul de ces derniers et leur faible coût les rendent aptes à prendre intégralement en charge les aspects commande/régulation avec des performances nettement supérieures à celles régulateurs analogiques. Ce développement a favorisé l'émergence de différentes commandes numériques telles que les commandes prédictives.

La commande prédictive, méthode récente dite avancée, a commencé à donner ses premiers résultats théoriques et pratiques à la fin des années 1970, notamment avec la méthode PFC [24].

Dans les années 1980, plusieurs méthodes basées sur les mêmes concepts prédictifs ont été développées. Parmi ces méthodes, on peut citer la commande prédictive généralisée (GPC), développée par David Clarke et son équipe [23], qui a été la technique la plus largement utilisée par la suite. Ces commandes prédictives possèdent toutes la même philosophie, à savoir créer un effet anticipatif, fondée sur les idées suivantes :

- Utilisation d'un modèle du système pour prédire la sortie du système dans le futur.
- Calcul de la suite de commandes à appliquer au système de façon à minimiser un critère à horizon fini portant sur l'écart entre la sortie prédite et la sortie future désirée.
- Application du premier élément de la suite de commandes calculées.
- Répétition du processus à la période d'échantillonnage suivante, selon le principe de l'horizon fuyant.

La différence entre les structures prédictives existantes réside, notamment, dans l'utilisation de modèles et critères différents. Ces types de commande sont aujourd'hui groupés sous la dénomination « MPC », pour *Model Predictive Control*.

La richesse de la commande prédictive provient du fait que d'une part sa démarche repose sur une méthodologie permettant la prise en compte des *contraintes* pour la mise au point de la loi de commande; d'autre part, il est possible d'exploiter pleinement les informations de *trajectoires prédéfinies* situées dans le futur. En effet, le but de la stratégie, comme nous le verrons par la suite, est de faire coïncider la sortie du processus avec une consigne dans le futur et sur un horizon fini. De plus, la commande prédictive est applicable sur une large classe de systèmes (stable, instable en boucle ouverte, à phase non minimale, avec retard). C'est pourquoi elle est apparue très séduisante aux industriels dans le cadre général de problèmes de suivi de trajectoires. L'un des objectifs essentiels de notre travail c'est d'appliquer la méthodologie prédictive pour la commande d'une machines asynchrone triphasée. Les actionneurs électriques sont en effet par excellence des systèmes électromécaniques auxquels on cherche à faire suivre des trajectoires que l'on peut prédéfinir.

La conception de la loi de commande pour le système nominal est habituellement fondée sur les deux hypothèses suivantes :

- Il n'y a aucune incertitude sur le modèle ;
- La perturbation a un comportement bien défini.

La loi de commande résultante présente en conséquence de bonnes performances pour le modèle nominal mais des performances dégradées en présence d'incertitude et/ou de

perturbations sur le système. Surmonter ces problématiques, des techniques provenant de la théorie de la commande robuste peuvent être utilisées pour les lois prédictives.

Ce mémoire est partagé en trois chapitres organisés comme suit :

Dans le premier chapitre, nous entamons tout d'abord la modélisation de la machine asynchrone triphasée dans le plan triphasé et biphasé. Puis, nous abordons l'étude de l'association machine convertisseur dans laquelle nous modélisons la MAS associé à un onduleur de tension à deux niveaux. Ensuite, nous entamons la commande vectorielle traitant particulièrement, la commande vectorielle indirecte IRFO et son implémentation sur la machine asynchrone. A la fin du chapitre, nous calculons les différents régulateurs du système ; Ces régulateurs sont classiques de type PI (Proportionnel-Intégral) reformulés sous une structure numérique (RST). Finalement on valide l'étude par des simulations numériques.

Au deuxième chapitre, on présente la commande prédictive en général, puis on aborde de façon détaillée la commande prédictive généralisée (GPC), pour les systèmes linéaires et sans contraintes. Ensuite on teste sur quelques systèmes élémentaires pour prouver leur efficacité après avoir déduit la représentation polynomiale RST du régulateur GPC équivalent. Et à partir de l'algorithme GPC on développe une structure prédictive cascade pour la commande en vitesse du moteur asynchrone car ce dernier est piloté par une structure de commande de type cascade, les boucles internes de courants et la boucle externe de vitesse ; toutes les correcteurs prédictives sont exprimés sous forme RST.

Le dernier chapitre s'intéresse à la commande prédictive sous contraintes temporelles et fréquentielles, pour cela, on présente l'outil fourni par la paramétrisation de Youla pour robustifier et/ou modifier la loi de commande prédictive. Tout d'abord on définit les spécifications formulées pour robustifier ou modifier un correcteur initial puis la transformation du problème en un problème d'optimisation convexe. L'étape suivante consiste à élaborer la méthode de résolution par programmation linéaire. Un correcteur satisfaisant les contraintes et minimisant le critère est obtenu. Enfin le chapitre se termine par une application sur notre moteur.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale sur l'ensemble de notre travail.

Chapitre I

Modélisation et commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée

1 .1. Introduction

Un modèle est un outil mathématique qui permet de représenter ou de reproduire plus ou moins bien un système réel donné. L'intérêt de ce modèle est l'analyse et la prédiction du comportement en régime stationnaire ou dynamique du système physique, sans nécessairement y inclure toutes les contraintes qu'il présente. Dans ce travail une modélisation fiable et suffisamment précise de la machine à induction triphasée est proposée. Elle présente une importance essentielle car il lui sera associé une commande vectorielle répondant aux exigences actuelles d'entraînement des moteurs asynchrones. Une grande précision étant généralement requise dans les systèmes de commande, un modèle répondant également aux exigences de précision devient un impératif. Il est important de rappeler que toutes les structures de commande et de régulation s'appuient sur un modèle du système à commander. Dans le cas de la machine asynchrone le modèle couramment utilisé pour développer sa commande est le modèle de reconnaissance ou d'état, construit à partir des équations différentielles qui régissent le comportement de la machine.

1.2. Modélisation de la machine asynchrone triphasée

1.2.1. Présentation de la machine

Une machine asynchrone comporte une partie fixe, dite stator, et une partie mobile, dite rotor. Dans des encoches régulièrement réparties sur la face interne du stator sont logés trois enroulements identiques, à p paires de pôles ; leurs axes sont distants entre eux d'un angle électrique égale à $2\pi/3$. Les phases du stator sont alimentées par un réseau triphasé de tension sinusoïdale à fréquence et amplitude constantes ou par un onduleur de tension ou de courant à fréquence et à amplitudes réglables. La structure électrique du rotor peut-être de deux types [1] :

- Soit par un système d'enroulements triphasés (rotor bobiné), raccordés en étoile à trois bagues sur les quelles frottent trois balais fixes accessibles par la plaque à bornes et mis en court-circuit pendant les régimes permanents,

- Soit par une cage conductrice intégrée aux tôles ferromagnétiques, le circuit magnétique est composé de barres généralement en cuivre ou en aluminium. Ces barres sont reliées entre elles à chaque extrémité par un anneau de court-circuit. Cette cage est traversée par l'arbre mécanique qui peut sortir ou non de chaque côté [2].

La machine électrique étant un système très complexe pour tenir compte dans sa modélisation complète de tous les phénomènes physiques qu'elle contient, il est essentiel de poser quelques hypothèses simplificatrices.

Tout d'abord, la saturation du circuit magnétique n'est pas considérée, ni son hystérésis, ce qui entraîne la constance des inductances propres. On suppose que la construction mécanique est parfaitement équilibrée, l'entrefer est lisse, et la répartition de l'induction dans l'entrefer est sinusoïdale, et la dispersion du champ magnétique aux deux bouts de la machine est négligeable.

Ces hypothèses permettent de décrire le comportement dynamique de la machine, ainsi, le model obtenu permet d'élaborer les stratégies de commande de la machine. C'est également à partir de ce modèle que la simulation numérique de la machine est mise en œuvre, afin de tester les différentes méthodes de commande envisagées [3].

1.2.2. Modélisation dans le repère triphasé

Soit une machine asynchrone triphasée au stator et au rotor représentée schématiquement par la figure (1.1) et dont les phases sont repérées respectivement par as , bs , cs et ar , br , cr .

L'angle électrique θ variable en fonction du temps définit la position relative instantanée entre les axes magnétiques des phases as et ar choisis comme axes de référence.

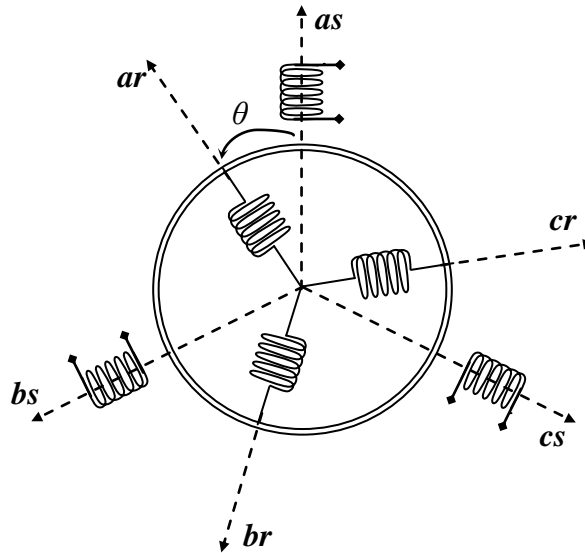


Figure (1.1) Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée

1.2.2.1. Equations électriques

Par application du loi de Faraday à chaque enroulement de la machine représenté par la figure (1.1) On peut écrire

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt} [\Phi_s] \quad (1.1)$$

$$[V_r] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt} [\Phi_r] \quad (1.2)$$

Avec :

$$[V_s] = [v_{as}, v_{bs}, v_{cs}]^T, [V_r] = [v_{ar}, v_{br}, v_{cr}]^T$$

$$[I_s] = [i_{as}, i_{bs}, i_{cs}]^T, [I_r] = [i_{ar}, i_{br}, i_{cr}]^T$$

$$[\Phi_s] = [\varphi_{as}, \varphi_{bs}, \varphi_{cs}]^T, [\Phi_r] = [\varphi_{ar}, \varphi_{br}, \varphi_{cr}]^T$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

1.2.2.2. Equations des flux

Les hypothèses que nous avons présentées conduisent à des relations linéaires entre les flux et les courants. Elles sont exprimées sous forme matricielles comme suit :

$$[\Phi_s] = [L_{ss}][I_s] + [M_{sr}][I_r] \quad (1.3)$$

$$[\Phi_r] = [L_{rr}][I_r] + [M_{rs}][I_s] \quad (1.4)$$

Où $[L_{ss}]$, $[L_{rr}]$, $[M_{sr}]$ et $[M_{rs}]$ sont les matrices d'inductances telles que :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix}, \quad [L_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & m_r & m_r \\ m_r & l_r & m_r \\ m_r & m_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = M_0 \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Avec :

l_s : Inductance propre d'une phase statorique ;

l_r : Inductance propre d'une phase rotorique ;

m_s : Inductance mutuelle entre phases statoriques ;

m_r : Inductance mutuelle entre phases rotoriques ;

M_0 : Maximum de l'inductance mutuelle entre une phase du stator et une phase du rotor ; il est obtenu lorsque les axes sont alignés.

En remplaçant (3) et (4) dans (1) et (2), on obtient le système suivant :

$$[V_s] = [R_s][I_s] + [L_{ss}] \frac{d}{dt} [I_s] + \frac{d}{dt} \{[M_{sr}][I_r]\} \quad (1.5)$$

$$[V_r] = [R_r][I_r] + [L_{rr}] \frac{d}{dt} [I_r] + \frac{d}{dt} \{[M_{rs}][I_s]\} \quad (1.6)$$

1.2.2.3 Equation du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est donné par l'expression générale suivante :

$$C_{em} = p [I]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [L][I] \right\} \quad (1.7)$$

Avec :

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \text{ et } [I] = \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}$$

Les sous matrices $[L_{ss}]$ et $[L_{rr}]$ contiennent des termes constants d'où la possibilité de simplification, on a donc :

$$C_{em} = p[I_s]^T \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [M_{sr}] [I_r] \right\} \quad (1.8)$$

1.2.2.4. Equation du mouvement

Elle est solution de l'équation fondamentale de la dynamique :

$$J \frac{dw_n}{dt} = C_{em} - C_r - \frac{f}{p} w_n \quad (1.9)$$

Puisque $w_n = p\Omega_m$; on a

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = C_{em} - C_r - f\Omega_m \quad (1.10)$$

Avec :

p : Nombre de paire de pôles ;

f : Coefficient de frottement visqueux ;

J : Moment d'inertie total des masses tournantes ;

ω_m : Vitesse angulaire électrique du rotor ;

C_r : Couple résistant de la charge montée sur l'arbre du rotor.

La modélisation triphasée présente un inconvénient majeur pour notre application. La matrice $[M_{sr}]$ dépend de l'angle de rotation mécanique, et nécessite donc d'être recalculée à chaque pas d'échantillonnage.

1.2.3. Modélisation dans le repère de Park :

La transformation de Park est une opération mathématique qui permet de passer d'un système triphasé d'axes magnétiques décalés d'un angle électrique de $2\pi/3$ radian, en un système à trois axes orthogonaux. En fait ce n'est rien d'autre qu'un changement de base pour les axes magnétiques du système. La figure (1.2) représente la transformation des enroulements réels de la machine abc en enroulements orthogonaux dq

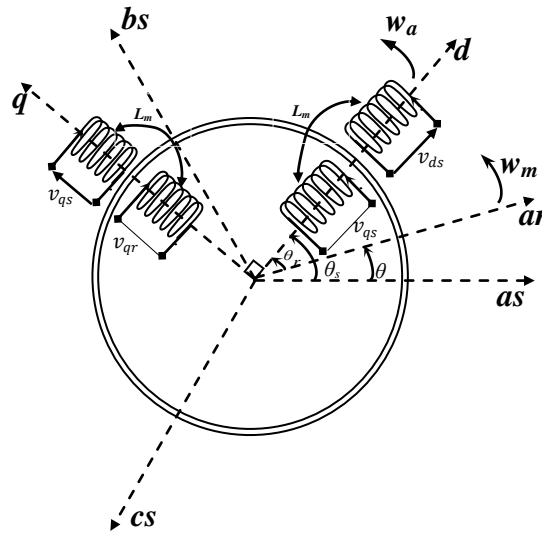


Figure (1.2) Représentation des enroulements fictifs d'axes d, q

Les notations portées sur la figure (1.2) désignent respectivement :

θ : Angle électrique entre as et ar ;

θ_s : Angle électrique entre as et d ;

θ_r : Angle électrique entre ar et d ;

ω_a : Vitesse angulaire électrique du système d'axes d, q , $(\omega_a = \frac{d\theta_s}{dt})$;

ω_m : Vitesse angulaire électrique du rotor, $(\omega_m = \frac{d\theta}{dt})$

Cette transformation est définie par sa matrice de passage de **PARK** $[P(\theta)]$ tel que :

$$p[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

La matrice de passage $[P(\theta)]$ écrite sous cette forme est orthogonale, ce qui conduit à la conservation de la puissance instantanée. L'orthogonalité nous permet d'écrire :

$$[P(\theta)]^{-1} = [P(\theta)]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

L'angle θ prend la valeur θ_s pour les grandeurs statoriques et la valeur $(\theta_r = \theta_s - \theta)$ pour les grandeurs rotoriques.

$$\text{On a ainsi : } [X_{dq}] = [P(\theta)][X_{abc}] \quad (1.11)$$

X : pouvant représenter la tension, le courant et le flux.

La transformation inverse s'écrit :

$$[X_{abc}] = [P(\theta)]^{-1}[X_{dq}] \quad (1.12)$$

En utilisant la matrice de passage $[P(\theta)]$, on obtient dans le plan biphasé d, q les nouvelles équations suivantes :

1.2.3.1 Equations électriques

$$\begin{cases} v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\varphi_s}{dt} - \omega_a \varphi_{qs} \\ v_{qs} = R_r i_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega_a \varphi_{ds} \\ v_{dr} = 0 = R_r i_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - (\omega_a - \omega_m) \varphi_{qr} \\ v_{qr} = 0 = R_r i_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} - (\omega_a - \omega_m) \varphi_{dr} \end{cases} \quad (1.13)$$

1.2.3.2 Equations des flux

$$\begin{cases} \varphi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \varphi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \\ \varphi_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\ \varphi_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \end{cases} \quad (1.14)$$

Avec :

$L_s = l_s - m_s$: Inductance cyclique propre du stator ;

$L_r = l_r - m_r$: Inductance cyclique propre du rotor ;

$L_m = \frac{3}{2} M_0$: Inductance cyclique mutuelle stator - rotor.

1.2.3.3 Equation du couple électromagnétique

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{dr} i_{qs} - \varphi_{qr} i_{ds}) \quad (1.15)$$

1.2.3.4 Equation du mouvement

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{p^2 L_m}{J L_r} (\varphi_{dr} i_{qs} - \varphi_{qr} i_{ds}) - \frac{p}{J} C_r - \frac{f_r}{J} \omega_m \quad (1.16)$$

1.2.4 Choix du référentiel

Parmi tous les référentiels possibles, trois sont particulièrement intéressants : Le premier est celui qui fixe d et q par rapport au stator. Dans ce cas, θ_s est constant, c'est à dire $\omega_a = 0$. Le second repère intéressant est celui où d et q sont fixes par rapport au rotor. Dans ce cas θ_r est constant, c'est à dire $\omega_a = \omega_m$.

Enfin, un troisième repère intéressant est celui où \mathbf{d} et \mathbf{q} sont fixes par rapport au champ tournant. Dans ce cas, $\omega_a = \omega_s$. Ce repère est intéressant lorsque la fréquence d'alimentation est constante car les grandeurs transformées selon les axes d et q deviennent des constantes, c'est à dire des grandeurs continues qu'il est facile de réguler. Dans ce dernier référentiel, le système (1.13) devient :

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[- \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r T_r} \right) i_{ds} + \frac{L_m}{L_r T_r} \varphi_{dr} + p\Omega \frac{L_m}{L_r} \varphi_{qr} + \sigma \omega_s L_s i_{qs} + v_{ds} \right] \\ \frac{di_{qs}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[- \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r T_r} \right) i_{qs} - p\Omega \frac{L_m}{L_r} \varphi_{dr} + \frac{L_m}{L_r T_r} \varphi_{qr} - \sigma \omega_s L_s i_{ds} + v_{qs} \right] \\ \frac{d\varphi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{ds} - \frac{1}{T_r} \varphi_{dr} + (\omega_s - p\Omega) \varphi_{qr} \\ \frac{d\varphi_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{qs} - \frac{1}{T_r} \varphi_{qr} - (\omega_s - p\Omega) \varphi_{dr} \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{p}{J} \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{dr} i_{qs} - \varphi_{qr} i_{ds}) - \frac{C_r}{J} - \frac{f_r}{J} \Omega \end{cases} \quad (1.17)$$

Avec $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$

1.2.5 Simulation numérique d'un démarrage direct

La première application du model de **Park** est sa mise en œuvre dans la simulation numérique du démarrage direct sur un réseau triphasé équilibré de tension sinusoïdales et de fréquences fixe.

Les courbes de la figure (1.4) représentent les résultats de simulation du model de la MAS dans le référentiel lié au stator pour un démarrage à vide. L'examen de ces courbes permet d'avoir un temps d'établissement (0.2s) de toutes les grandeurs. La vitesse en régime permanent se stabilise à (157rad/s) ; au démarrage à vide, le couple est fortement pulsatoire, il atteint une valeur maximale de l'ordre de cinq fois le couple nominal, d'où il y a un fort appel de courant certes bref, mais important au démarrage.

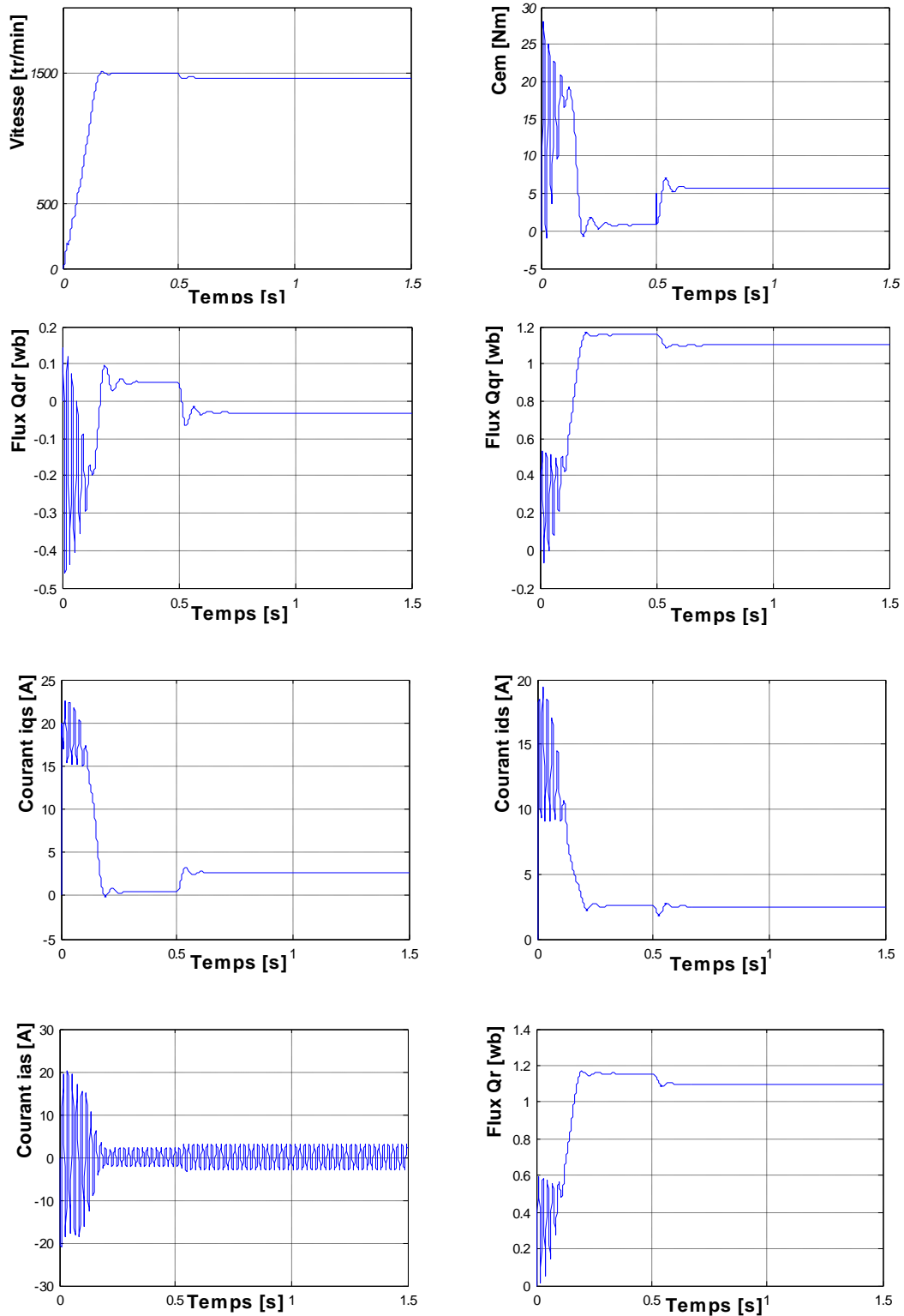


Figure (1.4) Comportement de la machine asynchrone triphasée ; démarrage à vide puis application d'une charge nominale de 5 Nm à $t= 0.5s$

Ensuite à l'instant $t = 0.5s$ on charge le moteur avec un couple nominal vaut $5Nm$, Ce qui entraîne un appel de courant, une diminution de la vitesse et une augmentation du couple électromagnétique qui tend vers le couple de charge. Egalement le flux rotorique subit une baisse, chose qui explique le couplage naturel existant entre le flux et le couple.

Le model de Park nous a permis de connaître les différentes contraintes des grandeurs électriques qu'une machine asynchrone peut supportées pour l'associée à des onduleurs de tensions triphasés.

1.3. Modélisation de l'onduleur de tension

L'onduleur triphasé de tension utilisé se décompose en trois bras. Chaque bras est composé de deux interrupteurs en série. Le point milieu de chaque bras est relié à une phase de la charge. Les trois bras de l'onduleur sont connectés à une alimentation continue, de force électromotrice E . La figure (1.5) fourni une représentation schématique de cet onduleur.

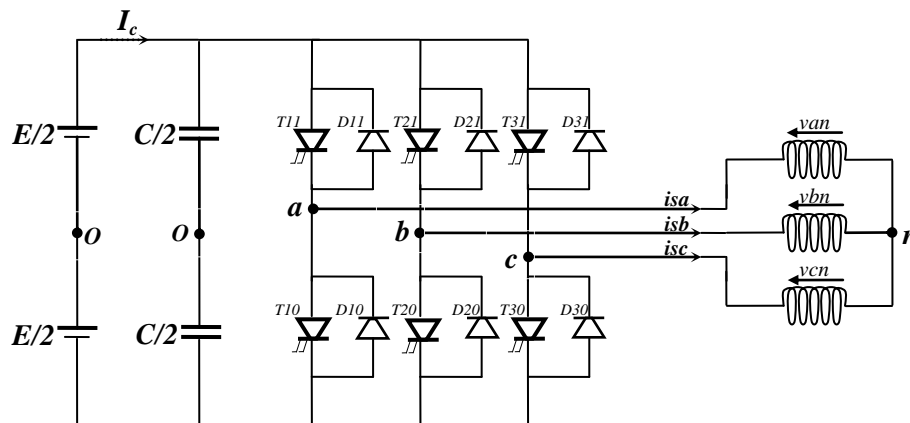


Figure (1.5) Représentation de l'onduleur triphasé de tension

1.3.1 Fonction de connexion

On définit la fonction de connexion de chaque interrupteur TD_{ks} (Thyristor à GTO – Diode) comme étant une fonction qui décrit l'état ouvert ou fermé de celui-ci tel que [4] :

$$F_{ks} = \begin{cases} 1 & \text{si } TD_{ks} \text{ est fermé} \\ 0 & \text{si } TD_{ks} \text{ est ouvert} \end{cases} \quad (1.18)$$

Avec k est le numéro du bras ;

s est le numéro de l'interrupteur.

1.3.2 L'alimentation en tension constante

L'alimentation en tension de l'onduleur sera considérée comme parfaite. On entend par parfaite, le fait qu'elle soit capable de délivrer une puissance infinie. En pratique, cela se traduit le fait que, quelque soit le courant I_c délivré par cette alimentation, la tension E ses bornes reste toujours constante [5].

Afin de faciliter la modélisation de l'onduleur, on considère que cette alimentation est constituée par deux générateurs de force électromotrice égale à $E/2$. ces deux générateurs étant connectés entre eux en un point fictif noté O ; Le rôle de la capacité C est de fournir l'énergie réactive à la machine.

1.3.3 Modélisation aux valeurs instantanées

La commande des interrupteurs d'un bras de l'onduleur doit être complémentaire tel que :

$$\begin{cases} F_{11} = 1 - F_{10} \\ F_{21} = 1 - F_{20} \\ F_{31} = 1 - F_{30} \end{cases} \quad (1.19)$$

Les différentes tensions composées de cet onduleur s'expriment au moyen des fonctions des connexions comme suit :

$$\begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} E \quad (1.20)$$

Les tensions simples sont liées aux tensions composées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} v_{an} = \frac{1}{3}(v_{ab} - v_{ca}) \\ v_{bn} = \frac{1}{3}(v_{bc} - v_{ab}) \\ v_{cn} = \frac{1}{3}(v_{ca} - v_{bc}) \end{cases} \quad (1.21)$$

Par conséquent, les tensions simples sont exprimées au moyen des fonctions de connexion comme suit :

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} \frac{E}{3} \quad (1.22)$$

1.3.4. Méthodes de commande de l'onduleur de tension

Il nous importe ici de voir de quelle manière les signaux de commandes de l'onduleur F_{11} , F_{12} et F_{13} sont élaborés. Pour cela regardons quelle est la fonction de l'ensemble alimentation – onduleur – commande de l'onduleur. Dans le cas qui est le notre, il s'agira d'imposer des courants désirés dans les enroulements de la machine afin d'en assurer le pilotage vectoriel comme nous le verrons par la suite. Pour mener à bien à cette tâche deux stratégies sont notées ; premièrement, les régulateurs de courant génèrent directement les signaux de commande de l'onduleur, c'est la stratégie d'*hystérésis*. La deuxième stratégie c'est que les régulateurs de courants fournissent des références de tensions à appliquer par l'onduleur, c'est la stratégie de commande par MLI (*Modulation de Largeur d'Impulsion*).

Nous nous intéresserons par la suite à la commande par la stratégie MLI.

1.3.5. Modulation de Largeur d'Impulsion

Elle consiste à convertir une modulante (tension de référence au niveau commande), généralement sinusoïdale, en une tension sous forme de créneaux successifs, générée à la sortie de l'onduleur (niveau puissance). Au niveau électronique, son principe repose sur la comparaison de la modulante avec la porteuse triangulaire (ou en dent de scie) et la modulante procède d'un compromis entre une bonne neutralisation des harmoniques et un bon rendement de l'onduleur.

Les technique de modulation sont nombreuses, les plus utilisées sont : la naturelle, la régulière, l'optimisée (élimination des harmonique non désirées), et la vectorielle [6].

L'objectif de la MLI, c'est la minimisation ou la réduction des oscillations sur la vitesse, le couple et les courants. Cela permettra de réduire la pollution du réseau électrique en harmonique, avec minimisation des pertes dans le système par conséquent augmenter le rendement.

Dans ce travail, on va utiliser la MLI naturelle en se basant sur la comparaison entre deux signaux Figure (1.6) :

- Le premier c'est le signal de référence d'une phase qui représente l'image de la sinusoïde qu'on désire à la sortie de l'onduleur, ce signal est modulable en amplitude et en fréquence.

- Le second qui est appelé signal de la porteuse définit la cadence de commutation des interrupteurs statiques de l'onduleur, c'est un signal de haute fréquence par rapport au signal de référence.

On définit l'indice de modulation m le rapport de la fréquence f_p de la porteuse à la fréquence f_r de la référence. Et le taux de modulation r , est le rapport de l'amplitude V_{rm} de la tension de référence à l'amplitude V_{pm} de la porteuse.

$$\begin{cases} m = \frac{f_p}{f_r} \\ r = \frac{V_{rm}}{V_{pm}} \end{cases} \quad (1.22)$$

On choisit la fréquence de la porteuse f_p égale à 25KHZ.

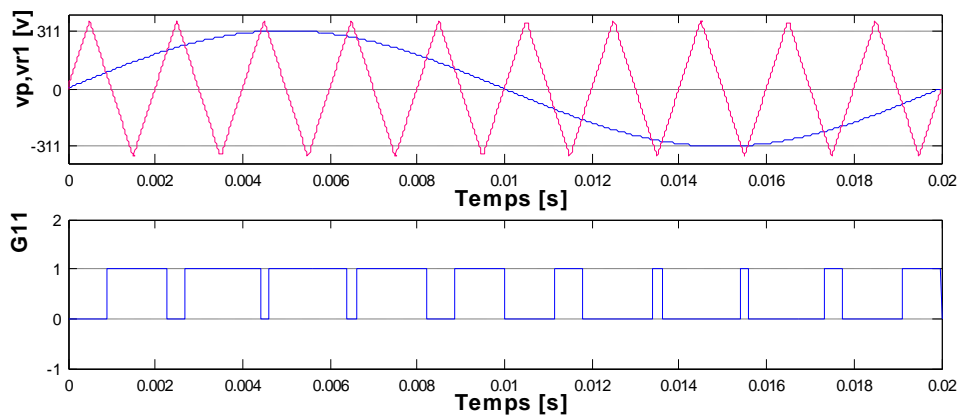


Figure (1.6) Séquence de commande d'un interrupteur réalisé par la MLI naturelle.

L'algorithme de la commande triangulo-sinusoidale se résume pour un bras k comme suit :

$$\begin{cases} v_{rk} \geq v_p \Rightarrow G_{k1} = 1, G_{k0} = 0 \\ v_{rk} < v_p \Rightarrow G_{k1} = 0, G_{k0} = 1 \end{cases} \quad (1.23)$$

La figure (1.7) illustre le schéma global correspondant à l'association du moteur asynchrone triphasé à un onduleur commandé par la stratégie MLI, tandis que la figure (1.8) symbolise la tension à la sortie de l'onduleur.

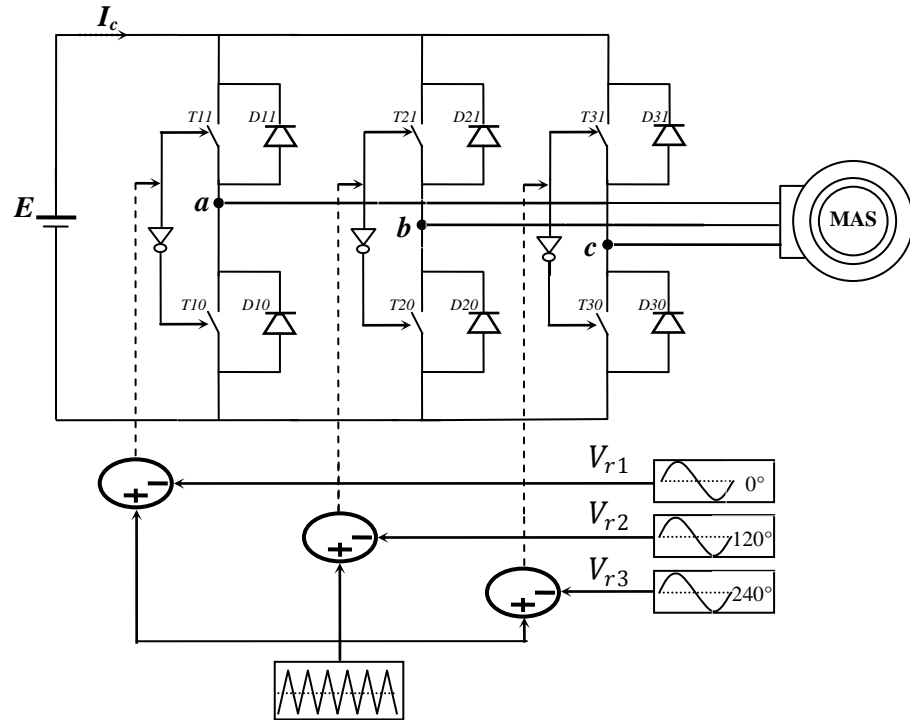


Figure (1.7) Schéma d'association d'un moteur asynchrone à un onduleur commandé par la technique MLI

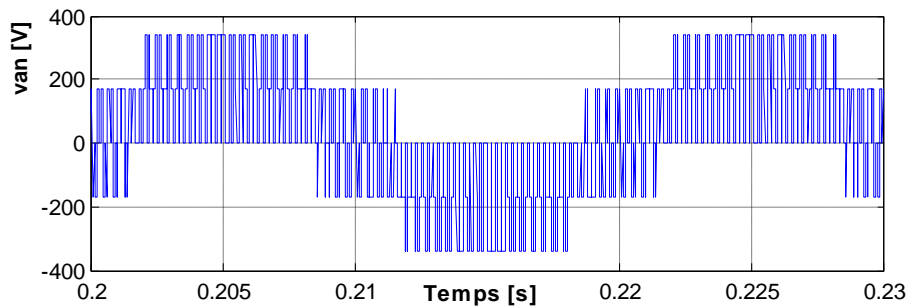


Figure (1.8) Représentation de la tension à la sortie de l'onduleur

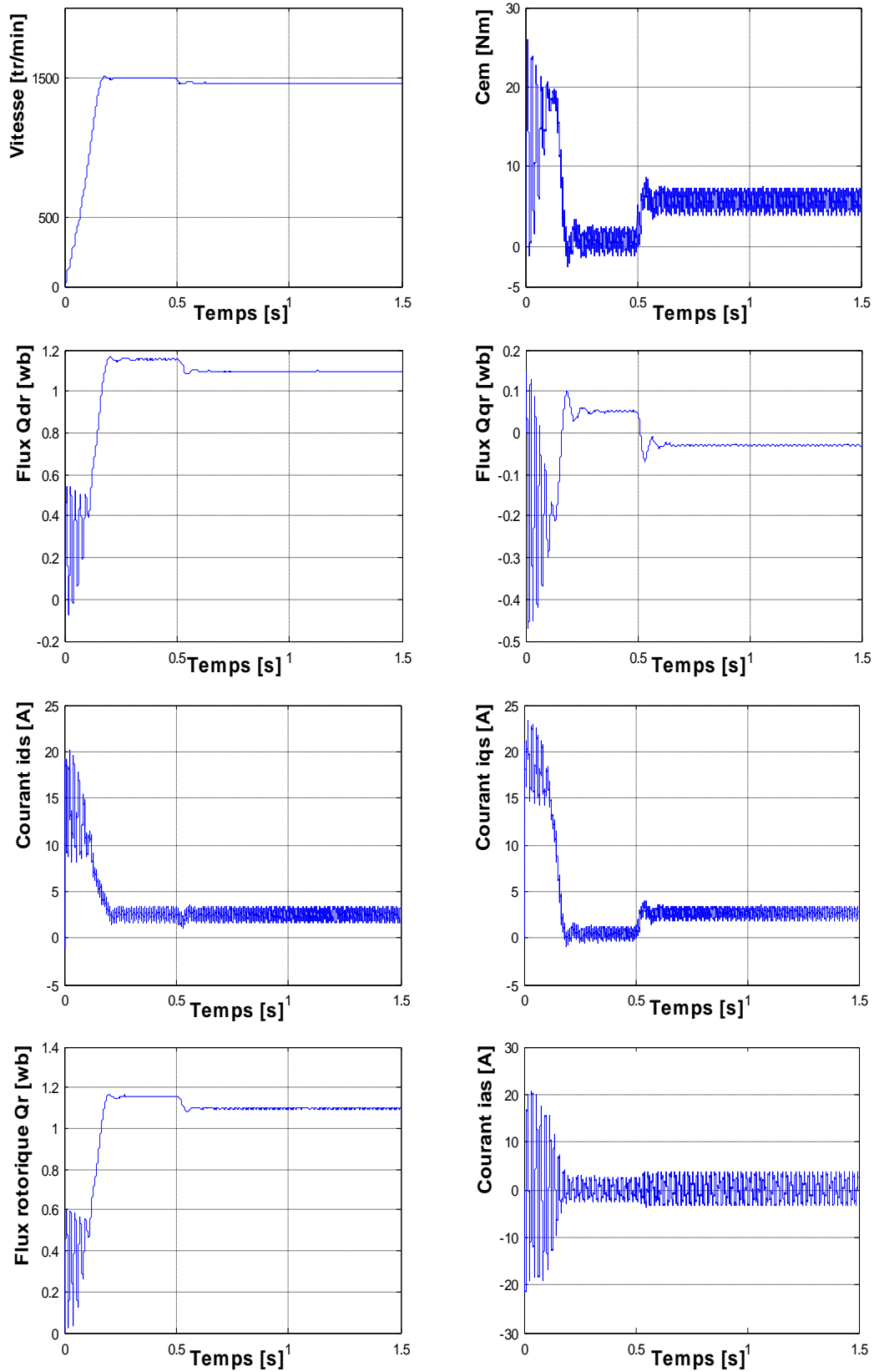


Figure (1.9) Résultat de simulation de la MAS associé à un onduleur de tension ; démarrage à vide suivi d'une application de charge nominale à l'instant 0.5s

1.4. Commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée

Grâce au développement de l'électronique de puissance et de l'électronique de commande (micro - électronique), il est aujourd'hui possible d'obtenir des machines asynchrones aussi performantes que des machines à courants continus [7].

La machine à courant continu à excitation indépendante offre comme principal avantage d'être facilement commandable.

Le couple et le flux sont découplés et contrôlables indépendamment. Le flux est contrôlé de l'inducteur, le couple est contrôlé par le courant d'induit. Cependant le collecteur mécanique prohibe leur utilisation dans des conditions difficiles. Pour cette raison la machine à courant continu est remplacée par des machines à courant alternatif. Néanmoins le couplage entre les flux les rend difficilement commandables. En plus le régime transitoire de ces machines dépend de plusieurs grandeurs reliées entre eux d'une manière non linéaire.

Le modèle de Park permet certaines simplifications. En effet un choix convenable du repère permet d'obtenir un modèle simple de la MAS. Ce repère particulier peut être orienté sur le flux rotorique, sur le flux statorique ou sur le flux d'entrefer.

Dans ce chapitre l'étude est consacrée à la commande vectorielle (commande par flux orienté), et en particulier à l'orientation du flux rotorique par la commande indirecte.

1.4.1. Principe de la commande par flux orienté

La difficulté pour commander une machine asynchrone réside dans le fait qu'il existe un couplage complexe entre les variables internes de la machine comme le flux, le couple, la vitesse ou la position. Une méthode de commande classique consiste à contrôler le couple par le glissement fréquentiel et le flux par le rapport de la tension d'alimentation à la fréquence. Toutefois, ce type de commande ne peut pas donner des performances dynamiques appréciables à cause du manque de connaissance de cette quantité à priori.

En 1971, *Blaschke* a proposé une nouvelle théorie de commande par flux orienté qui permet d'assimiler la machine asynchrone à une machine à courant continu, figure (1.10).

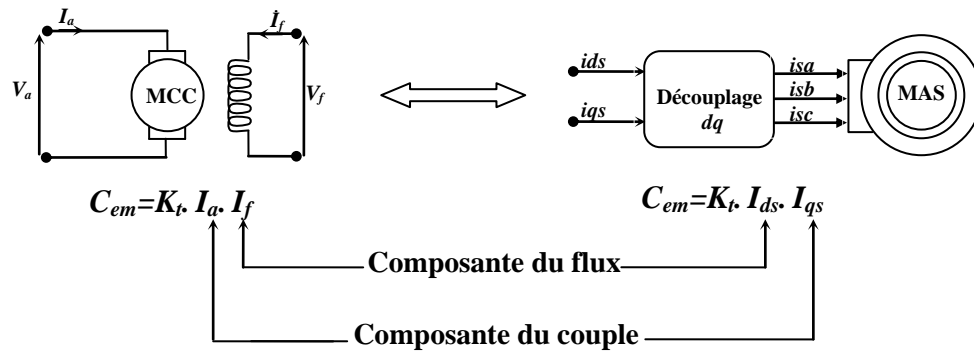


Figure (1.10) Schéma de principe du découplage pour la MAS par analogie avec la machine à courant continu

La commande d'une MCC est effectuée simplement en pilotant deux courants continus. Par contre, le cas d'une MAS est beaucoup plus difficile car il faut piloter trois grandeurs, deux courants ou deux tensions statoriques et la fréquence de ces signaux.

D'après la proposition de *Blaschke*, on peut maîtriser ces difficultés en introduisant des coordonnées de champ, la dynamique d'une MAS sera ramenée à celle d'une MCC.

Dans une machine à courant continu, le rotor est bobiné de telle manière que l'axe de la force magnétomotrice de l'induit établit un angle de 90° avec l'axe du flux inducteur, et ceci quelle que soit la vitesse de rotation de la machine. De ce fait, le couple est proportionnel au produit du flux inducteur et du courant induit. Dans le cas d'une machine à excitation séparée, si l'on maintient le flux inducteur constant, le couple peut être contrôlé aussi rapidement que le courant induit peut l'être.

En contrepartie, dans une MAS, l'angle entre le champ tournant du stator et celui du rotor varie avec la charge, ce qui donne des interactions complexes et des réponses dynamiques oscillantes.

Pour obtenir une situation équivalente à celle d'une MCC, on cherche un repère propre pour que le vecteur courant stator se décompose en deux composantes, une qui produit le flux et l'autre le couple. Aujourd'hui, grâce à cette technique de commande et en développant des systèmes numériques, de nombreux entraînements à courant continu sont remplacés par des MAS.

1.4.2. Théorie du flux orienté

Dans le modèle de la MAS représenté par les équations biphasées, nous choisissons un référentiel lié au champ tournant tel que l'axe «d» coïncide avec la direction désirée du flux (rotorique, statorique ou d'entrefer).

Le flux Φ représenté à la figure (1-10) peut être le flux rotorique, le flux statorique ou le flux d'entrefer. Cependant, nous pouvons orienter les trois différents flux :

- Soit le flux rotorique avec les conditions: $\Phi_{dr} = \Phi_r$, $\Phi_{qr} = 0$;
- Soit le flux statorique avec les conditions: $\Phi_{ds} = \Phi_s$, $\Phi_{qs} = 0$;
- Soit le flux d'entrefer avec les conditions: $\Phi_{dg} = \Phi_g$, $\Phi_{qg} = 0$;

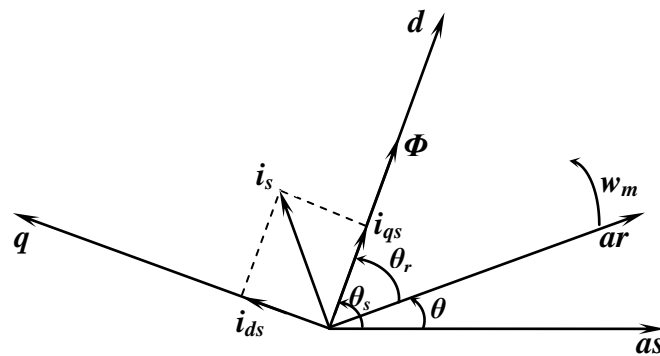


Figure (1. 11) Principe de la commande à flux rotorique orienté

La commande par flux orienté est une technique qui, malgré la structure complexe et non linéaire de la MAS, permet sa commande de façon similaire à celle de la machine à courant continu. Par conséquent, trois types de commande par flux orienté de la MAS sont possibles:

- Orientation du flux rotorique;
- Orientation du flux statorique;
- Orientation du flux d'entrefer.

Chacune de ces méthodes de commande permet d'obtenir un contrôle de flux et un contrôle de couple découplés comme une machine à courant continu à excitation séparée. Ce découplage permet d'obtenir de très bonnes réponses de l'entraînement en régime dynamique.

Deux méthodes sont possibles:

Méthode dite directe: Le flux considéré est directement mesuré ou estimé à l'aide d'un estimateur.

Méthode dite indirecte : La position du flux considéré est calculée à partir de la mesure de la vitesse du rotor et d'autres grandeurs accessibles comme les tensions et les courants statorique

Dans notre travail l'étude est essentiellement consacrée à la méthode indirecte.

1.4.3. Application de la commande vectorielle indirecte (IRFO)

Si le flux rotorique est orienté sur l'axe d d'un repère lié au champ tournant à la vitesse w_s , on a :

$\varphi_{dr} = \varphi_r$ et $\varphi_{qr} = 0$; Et les équations de la machine dans ce référentiel deviennent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = R_s i_{ds} + \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\varphi_r}{dt} - \sigma w_s L_s i_{qs} \\ v_{qs} = R_s i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + w_s \frac{L_m}{L_r} \varphi_r + \sigma w_s L_s i_{ds} \\ i_{ds} = \frac{1}{L_m} \left(T_r \frac{d\varphi_r}{dt} + \varphi_r \right) \\ i_{qs} = \frac{L_r}{p L_m} \frac{C_{em}}{\varphi_r} \\ w_{gl} = \frac{L_m}{T_r} \frac{i_{qs}}{\varphi_r} \\ w_s = w_m + w_{gl} \\ J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_r \Omega \end{array} \right. \quad (1.24)$$

Après passage par une transformation de Laplace nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = (R_s + \sigma L_s s) i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} s \varphi_r - \sigma w_s L_s i_{qs} \\ v_{qs} = (R_s + \sigma L_s s) i_{qs} + w_s \frac{L_m}{L_r} \varphi_r + \sigma w_s L_s i_{ds} \\ \varphi_r = \left(\frac{L_m}{1 + T_r s} \right) i_{ds}, \text{ ainsi } \varphi_r = L_m i_{ds} \text{ en régime permanent} \\ C_{em} = \frac{p L_m}{L_r} \varphi_r i_{qs} \\ w_{gl} = \frac{L_m}{T_r} \frac{i_{qs}}{\varphi_r} \\ \Omega = \left(\frac{1}{f_r + J s} \right) [C_{em} - C_r] \end{array} \right. \quad (1.25)$$

On peut donc commander le flux rotorique à l'aide de la composante i_{ds} et on peut commander le couple essentiellement avec la composante i_{qs} . Afin d'assurer un contrôle du couple et de pouvoir fournir à tout instant un couple maximal, le flux est maintenu à sa valeur nominale. Néanmoins dans un régime de survitesse où on atteint la limitation de la tension maximale qui peut être fournie par l'onduleur, il est intéressant de diminuer de flux, afin de réduire la norme de la tension. Dans ces conditions, on ne peut que difficilement assurer le contrôle du couple.

La figure (1.12) donne le schéma détaillé de la structure de commande (**FOC : Field Oriented Control**) le flux rotorique φ_r^* et couple C_{em}^* considèrent comme références de commande.

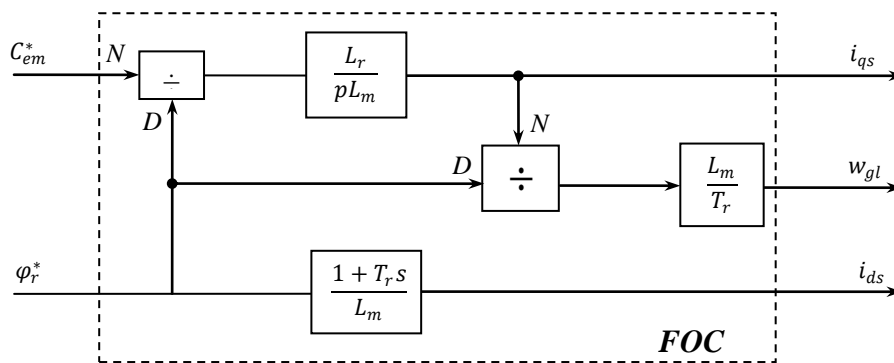


Figure (1. 12) Schéma de principe de découplage FOC à flux rotorique orienté

D'après le système (1.25), les équations des tensions montrent un découplage indésirable : v_{ds} et v_{qs} influent à la fois i_{ds} et i_{qs} donc sur le flux et le couple. Il est donc nécessaire de réaliser un découplage [7] [8].

On définit deux nouvelles variables de commande v_{ds1} et v_{qs1} telles que v_{ds1} n'agisse que sur i_{ds} et v_{qs1} sur i_{qs} . La variation du module du flux rotorique est supposée très lente par rapport à i_{ds} et i_{qs} [9].

On a donc :

$$\begin{cases} v_{ds} = v_{ds1} - e_{ds} \\ v_{qs} = v_{qs1} - e_{qs} \end{cases} \quad (1.26)$$

Avec

$$\begin{cases} e_{ds} = \sigma w_s L_s i_{qs} \\ e_{qs} = -w_s \frac{L_m}{L_r} \varphi_r - \sigma w_s L_s i_{ds} \end{cases} \quad (1.27)$$

On a donc un nouveau système :

$$\begin{cases} v_{ds1} = (R_s + \sigma L_s s) i_{ds} \\ v_{qs1} = (R_s + \sigma L_s s) i_{qs} \end{cases} \quad (1.28)$$

$$\begin{cases} i_{ds} = \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1 + \sigma T_s s)} v_{ds1} \\ i_{qs} = \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1 + \sigma T_s s)} v_{qs1} \end{cases} \quad (1.29)$$

La figure (1.14) donne une vue globale de la réalisation de la commande de vitesse de la MAS commandé par orientation du flux rotorique indirecte en boucle fermée.

Les principaux constituants dans ce type de commande sont la boucle de régulation de vitesse, celles des courants i_{ds} et i_{qs} , le bloc de calcul de θ_s et les transformations directe et inverse de PARK. La vitesse est régulée à travers la boucle externe du bloc. La sortie de son régulateur est le couple électromagnétique de référence C_{em}^* ou le courant de référence i_{qs}^* . Il est limité de manière à tenir compte la surcharge de la machine. i_{qs}^* est comparé à la valeur i_{qs} issue de la mesure des courants réels. L'erreur sollicite l'entrée du régulateur dont la sortie est la tension de référence v_{qs}^* après introduction du terme de découplage e_{qs} .

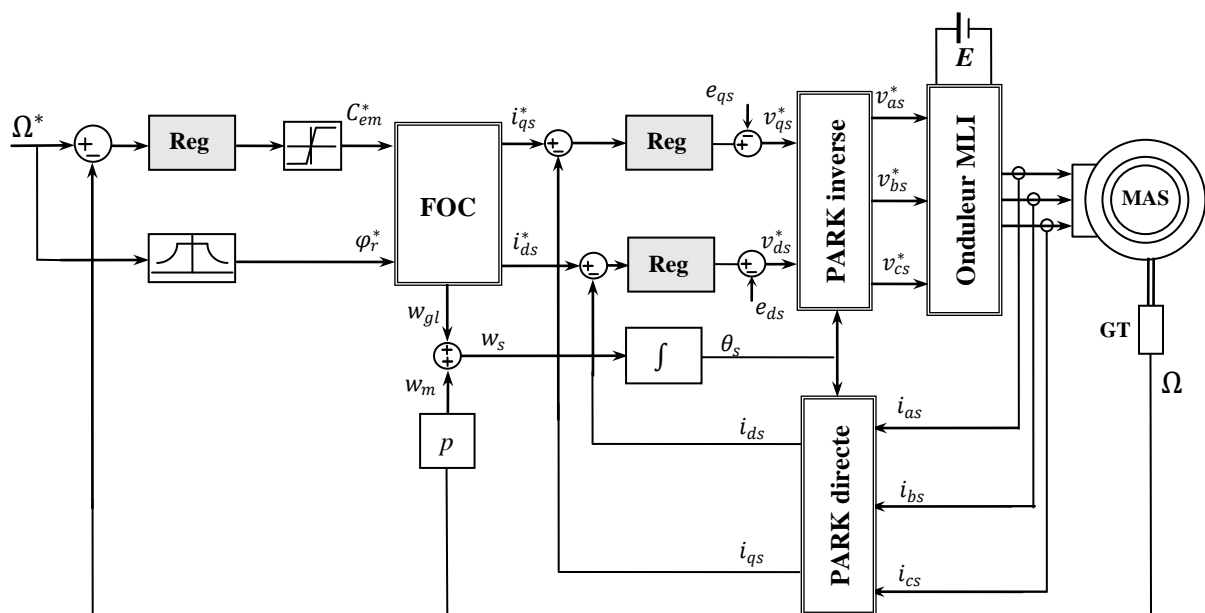


Figure (1.14) Régulation de vitesse par la commande vectorielle indirecte

En parallèle avec cette boucle interne, on trouve une boucle de régulation de i_{ds} . Le courant de référence i_{ds}^* est calculé à partir du flux à imposer. Ce flux correspond à sa valeur nominale pour la zone de vitesse inférieure à la vitesse de base. Au-delà de cette zone, on procède au défluxage de la machine de manière à pouvoir atteindre des vitesses supérieures. Le couple maximal que l'on peut imposer devient alors plus faible. La sortie du régulateur de i_{ds} donne la tension de référence v_{ds}^* après avoir introduire le terme de découplage e_{ds} . Les deux tensions de référence v_{ds}^* et v_{qs}^* sont transformées en grandeurs triphasées à l'aide d'une transformation de PARK.

L'onduleur à MLI applique des créneaux de tension à la machine dont les valeurs moyennes sur une période de MLI correspondent aux valeurs v_{as}^* , v_{bs}^* , v_{cs}^* . Les courants i_{as} , i_{bs} , i_{cs} sont mesurés puis transformés dans le référentiel tournant et donnent i_{ds} , i_{qs} qu'on utilise pour la régulation des courants.

La pulsation statorique ω_s et l'angle θ_s sont calculés à partir d'une mesure de vitesse mécanique ω_m et du calcul de la pulsation du glissement ω_{gl} . C'est cet angle qui sera utilisé dans les transformations directe et inverse.

1.5. Régulation, méthodes classiques

Pour chaque une des boucles de courant et de vitesse, nous avons adopté classiquement des régulateurs proportionnel- intégral (PI). Il comporte une action proportionnelle qui sert à régler la rapidité avec laquelle la régulation doit avoir lieu et une action intégrale qui sert à éliminer l'erreur statique entre la grandeur régulée et la grandeur de consigne. Ces régulateurs seront implémentés sous une structure polynomiale discrétisée.

1.5.1 Régulateurs à placement de pôles

La version de base des régulateurs à placement de pôles résulte de la discrétisation des régulateurs **PI** continu. Considérons la fonction de transfert du régulateur continu :

$$G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (1.30)$$

Avec

K_p : gain proportionnel ;

K_i : Action intégrale.

La discrétisation de $G_{PI}(s)$ peut être obtenue en utilisant les approximations de premier ordre d'Euler [10].

$$G_{PI}(q^{-1}) = K_p + \frac{K_i T_e}{1 - q^{-1}} \quad (1.31)$$

Où T_e est la période d'échantillonnage. Et q^{-1} représente l'opérateur retard d'une période d'échantillonnage

L'expression en terme de rapport de deux polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ s'obtient en faisant la somme des deux termes :

$$G_{PI}(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})} \quad (1.32)$$

Avec

$$\begin{cases} R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} \\ S(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \end{cases}$$

La figure (II.4) représente schématiquement la structure du régulateur (STR), en prenant $T(q^{-1}) = R(q^{-1})$.

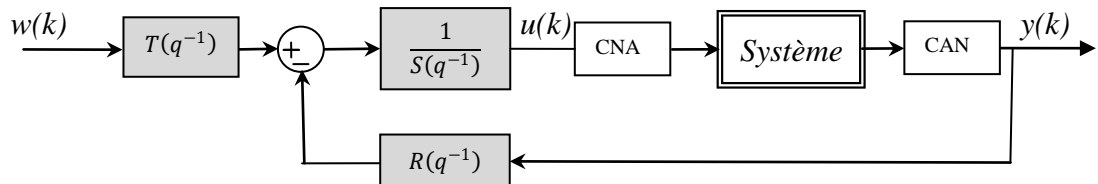


Figure 1.15 structure du régulateur RST

1.5.2. Régulation des courants

Partant du système d'équation (1.29) ; on utilise la même fonction de transfert pour traiter l'axe direct d et l'axe en quadrature q . Cette transmittance met en jeu des tensions v_{ds1}, v_{qs1} en fonction des courants direct et en quadrature i_{ds}, i_{qs} respectivement.

$$G_i(S) = \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1 + \sigma T_s S)} \quad (1.33)$$

Elle est de premier ordre, $\frac{1}{R_s}$ représente le gain et $\sigma T_s = \sigma \frac{L_s}{R_s}$ c'est la constante du temps, et selon le théorème de *Shannon* la période d'échantillonnage doit être choisi inférieur à la moitié de cette constante [5]. $T_{ei} < \frac{\sigma T_s}{2}$

La fonction de transfert discrétisée s'écrit comme suit :

$$G_i(q^{-1}) = \frac{B_i(q^{-1})}{A_i(q^{-1})} = \frac{b_i q^{-1}}{1 + a_i q^{-1}} \quad (1.33)$$

Avec :

$$\begin{cases} b_i = \frac{1}{R_s} \left[1 - e^{-\frac{T_{ei}}{\sigma T_s}} \right] \\ a_i = -e^{-\frac{T_{ei}}{\sigma T_s}} \end{cases} \quad (1.34)$$

On aboutit alors au schéma bloc simple de régulation du courant, il est identique pour les deux axes figure (1.16).

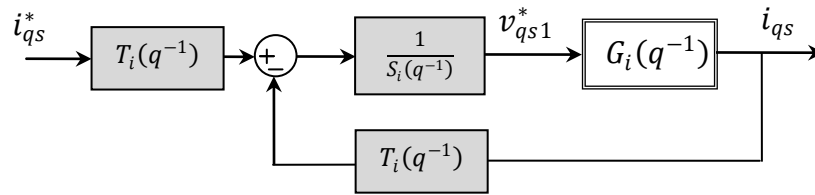


Figure (1.16) Boucle de régulation de courant i_{qs}

À partir de la fonction de transfert en boucle fermée $G_{if}(q^{-1})$, le calcul des paramètres du régulateur *RST* se fait selon des spécifications désirées (Annexe 2). tel que

$$G_{if}(q^{-1}) = \frac{B_i(q^{-1})R_i(q^{-1})}{A_i(q^{-1})S_i(q^{-1}) + B_i(q^{-1})R_i(q^{-1})} \quad (1.35)$$

Suivant la figure (1.17), pour un amortissement $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, lors d'un échelon sur la consigne on a un dépassement de 4.82% et un temps de montée vaut 2.2ms, nous obtenons une marge de gain près de 26.2 dB et une marge de phase 153°.

Les boucles de courant jouent un rôle primordial, puisque, tout en assurant le contrôle vectoriel, elles garantissent les protections nécessaires à l'ensemble convertisseur- machine. Ainsi si on introduit des limitations sur les références de courants i_{ds}^* , i_{qs}^* cela assure la maîtrise des courants même s'il apparaît un problème sur les boucles de régulation externes.

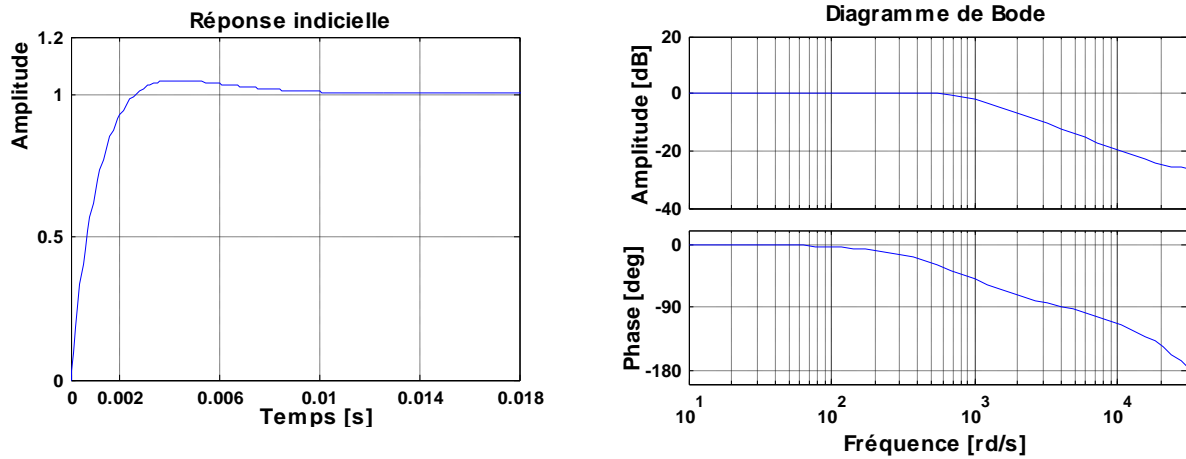


Figure (1.17) Diagramme de Bode et la réponse indicielle du système corrigé de courant

1.5.3. Régulation de la vitesse

Le schéma de régulation en cascade retenu nécessite, pour un bon fonctionnement, que la boucle interne soit plus rapide que la boucle externe. Dans notre cas, le régulateur de vitesse est sollicité toutes les $1ms$ alors que les boucles de courant le sont toutes les $100\mu s$.

Il est clair que le réglage du couple se fera par l'action sur le courant i_{qs} plutôt que par une action sur le flux. Par conséquent, la sortie du régulateur de la boucle externe (vitesse) constitue la référence (l'entrée) de la boucle interne (courant) i_{ds} .

La fonction de transfert du mode mécanique est la suivante :

$$G_v(S) = \frac{1}{f_r} \frac{1}{(1+T_m s)} \quad (1.36)$$

Elle est de premier ordre tel que $\frac{1}{f_r}$ représente le gain et $T_m = \frac{L_r}{R_r}$ est la constante du temps, donc on choisit une période d'échantillonnage inférieure à la moitié de cette constante. $T_{ev} < \frac{T_m}{2}$; Ensuite on déduit la fonction de transfert équivalente en discret:

$$G_v(q^{-1}) = \frac{B_v(q^{-1})}{A_v(q^{-1})} = \frac{b_v q^{-1}}{1+a_v q^{-1}} \quad (1.37)$$

Avec :

$$\begin{cases} b_v = \frac{1}{f_r} \left[1 - e^{-\frac{T_{ev}}{T_m}} \right] \\ a_v = -e^{-\frac{T_{ev}}{T_m}} \end{cases} \quad (1.38)$$

Finalement on calcule les paramètres du régulateur (Annexe 2). Le schéma bloc de régulation de la vitesse est le suivant :

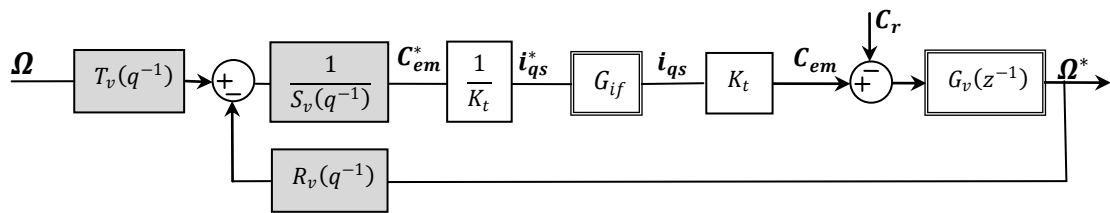


Figure (1.17) Boucle de régulation de la vitesse

1.5.4. Simulation numérique et interprétation des résultats

On présente dans les deux figures suivantes les résultats de simulation de l'orientation de flux rotorique de la machine asynchrone triphasée alimentée par un onduleur de tension et munies avec les régulateurs *RST* de vitesse et de courant calculés précédemment.

La figure (1.18) illustre un démarrage à vide avec une consigne de vitesse égale à 600tr/min , on remarque que le régulateur accomplit son rôle, ou la vitesse suit la valeur de référence avec apparition d'un dépassement. On peut aussi remarquer une ressemblance entre la composante direct du courant statorique et celle du flux rotorique et une autre entre la composante en quadrature du courant et le couple électromagnétique ; cette ressemblance traduit le découplage de la machine

Après l'établissement une charge de 5Nm vient s'ajouter entre les instants 1s et 2s , on constate que le flux rotorique reste inchangé égale à 1.14wb après une augmentation du couple délivré par la machine. Par contre, la composante en quadrature du courant consommé par la machine suit cette augmentation, la vitesse subit une diminution de 60tr/min (soit 10% de la valeur de consigne) juste à l'instant de l'application de la charge et une augmentation de la même valeur à l'instant de l'élimination de la charge, cette variation étant corrigée par le régulateur dans une durée de 0.5s dans les deux cas.

La figure (1.19) présente un teste d'inversion de sens de rotation du moteur tel que la vitesse de référence varie de 600tr/min à -600tr/min à partir de l'instant 1s ; ensuite au-delà de 2s on annule la consigne. On observe que la vitesse suit sa référence, lors de l'inversion de vitesse la commande perd légèrement son découplage et le courant absorbé par la machine présente un pic qui disparaît par la suite.

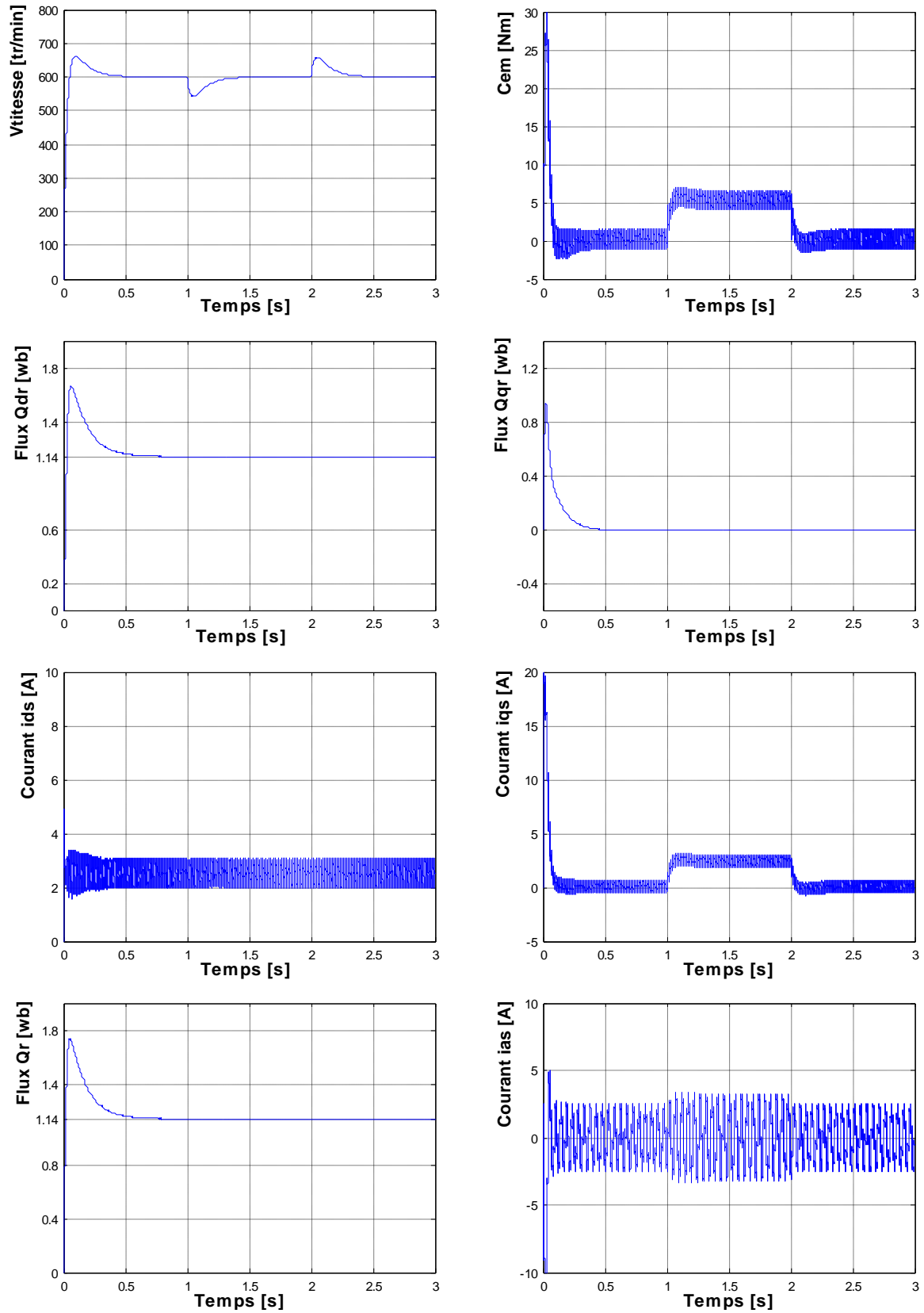


Figure 1.18 Comportement de la MAS alimenté par un onduleur de tension commandé par IRFO à travers des régulateurs PI numérisés de vitesse et de courant, avec application d'une charge de 5Nm entre 1 et 2s

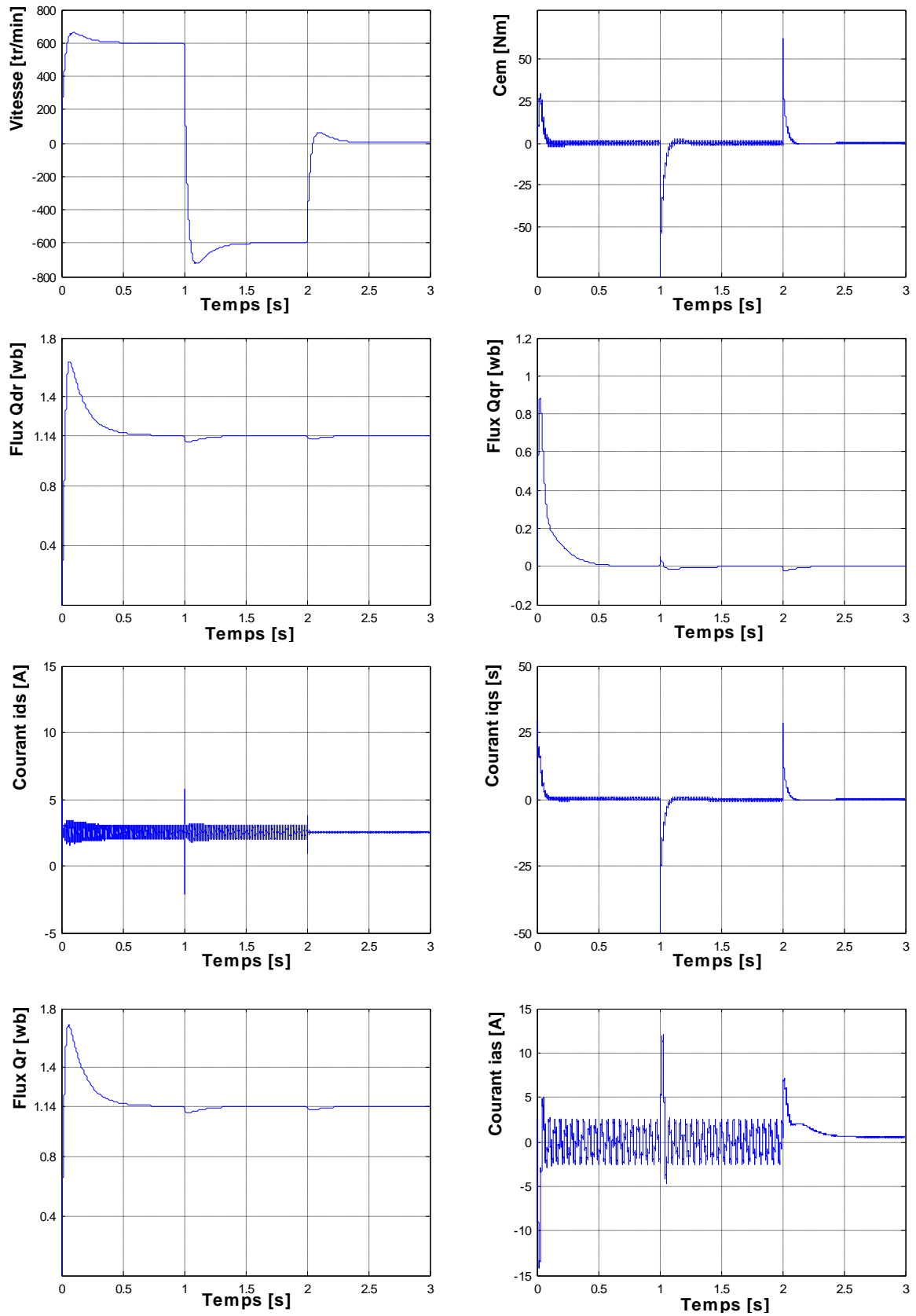


Figure 1.18 Comportement de la MAS alimenté par un onduleur de tension commandé par IRFO à travers des régulateurs PI numérisés de vitesse et de courant, avec inversion du sens de rotation entre 1s et 2s

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation et la commande vectorielle de la machine asynchrone triphasée; on a vu en premier lieu la modélisation ; après les hypothèses simplificatrices on a développé les équations électriques et mécaniques de fonctionnement du moteur, ces équations sont simplifiées grâce à la transformation de Park.

En second lieu on a abordé la principale méthode d'orientation du flux rotorique à savoir la méthode indirecte ; une mise en équation du processus, avec un choix de variables d'états permettant un découplage entre l'axe d et q de la machine, permet d'introduire le principe de la commande vectorielle en boucle fermée. Enfin, afin d'introduire le régulateur à placement de pôles RST pour le réglage en cascade de la vitesse et du courant, on a entrepris la discrétisation du modèle de la machine asynchrone triphasé. Cette modélisation est validée par une simulation numérique en présentant les différentes grandeurs de la machine.

Dans le souci d'améliorer les performances obtenues par les régulateurs classiques polynomiales, l'utilisation d'une commande qui permettra d'offrir des performances plus satisfaisantes s'avère nécessaire, Ceci peut être obtenu par la Commande Prédictive Généralisée.

Chapitre II

Commande prédictive généralisée, application à la machine asynchrone triphasée

2.1 Introduction

La commande prédictive (MPC : *model predictive control*) est née à la fin des 1970 et s'est considérablement développée depuis, à la fois dans la communauté de la recherche en automatique et dans l'industrie. La raison de ce succès peut être attribuée au fait que la commande prédictive est peut-être la façon la plus générale de poser le problème de la commande de procédés dans le domaine temporel. En effet, sa formulation intègre des concepts tirés de la commande optimale, la commande stochastique, la commande multivariable et prend en compte les références futures lorsqu'elles sont disponibles. Un avantage de la commande prédictive est que, grâce à l'horizon de commande fini et au modèle du système, les contraintes, et même des processus non linéaires et /ou variant dans le temps, peuvent être considérés en pratique.

La première partie de ce chapitre a pour but tout d'abord de préciser les grandes idées communes aux méthodes prédictives, puis dans le cas particulier de la commande prédictive généralisée (GPC), pour les systèmes linéaires et sans contraintes. Ensuite développer la mise en œuvre mathématique aboutissant à la synthèse du régulateur sous forme polynomiale (*RST*) et enfin d'aborder le problème du choix des paramètres de réglage par application numérique sur quelques systèmes élémentaires.

La deuxième partie est consacrée à l'application sur la machine asynchrone triphasée pour l'asservissement de vitesse, pour cela, une commande prédictive généralisée cascade sera envisagée. La fin du chapitre illustre le comportement de cette loi de commande dans un modèle complet de l'actionneur asynchrone.

2.2. Concepts de base de la commande prédictive

Le terme de *Commande Prédictive* ne désigne pas une stratégie de commande spécifique mais un ensemble de méthodes de l'automatique qui utilisent explicitement un modèle du processus à commander, afin d'obtenir le signal de commande par la minimisation d'une fonction de coût. Ces méthodes donnent des correcteurs linéaires qui ont pratiquement tous la même structure et que se basent tous plus ou moins sur les idées suivantes [11],[17] :

- Utilisation d'un modèle numérique pour prédire les sorties du procédé à des instants futurs (notion d'*horizon de prédiction*). Ce modèle peut être obtenu par une discrétisation de la fonction de transfert continue du modèle (transformée en z) ou par une identification préalable hors ligne du système. Cette particularité permet de classer la commande prédictive dans la grande famille des commandes à base de modèles, dite 'MBC' (*Model Based Control*) ;
- Calcul de la séquence des commandes qui minimise une fonction du coût dans le futur (notion d'*horizon de commande*) ;
- A chaque instant d'échantillonnage, l'horizon de prédiction est déplacé vers le futur, et seule la première des commandes calculées est effectivement appliquée au système (notion d'*horizon fuyant*).

La commande prédictive présente un certain nombre d'avantages, par rapport aux autres méthodes, parmi lesquelles on trouve :

- Son principe est très intuitif et le réglage relativement facile de ces paramètres la rendent accessible aux personnes avec des connaissances limitées en automatique ;
- elle peut être utilisée pour commander une grande variété de processus, ceux avec des dynamiques simples à ceux plus complexes, par exemple les systèmes à grand retards, les systèmes instable, et les systèmes à phase non minimale;
- Le cas multi variable se traite facilement ;
- Elle est capable intrinsèquement de compenser les retards et les temps morts ;
- Le correcteur obtenu est une loi de commande linéaire facile à implémenter et qui requiert peu de temps de calcul ;
- Le traitement de contraintes sur le système à commander peut être inclus systématiquement dans la définition du correcteur ;
- Elle est très utile lorsque les consignes ou les trajectoires à suivre sont connues à l'avance ;

En revanche, il y a quelques désavantages de la commande prédictive. Le plus grand des inconvénients est le besoin d'un modèle approprié du système. L'algorithme de calcul du correcteur prédictif se base sur une connaissance a priori de ce modèle, il est donc évident que les bénéfices obtenus avec la commande prédictive sont affectés par les écarts qui peuvent exister entre le processus réel et le modèle utilisé.

2.3 Stratégie de la commande prédictive

La stratégie de la commande prédictive est très similaire à la stratégie utilisée pour la conduite automobile. Le conducteur connaît la trajectoire de référence désirée (le tracé de la route) sur un horizon de la commande fini (celui de son champ visuel), et en prenant en compte les caractéristiques de la voiture (modèle mental du comportement du véhicule), il décide quelles actions (accélérer, freiner ou tourner le volant) il faut réaliser afin de suivre la trajectoire désirée. Seule la première action de conduite est exécutée à chaque instant, et la procédure est répétée à nouveau pour les prochaines actions. Noter que lorsqu'on recourt à des schémas de commande classiques, comme les PID, les commandes sont calculées à partir des erreurs passées et de l'erreur courante. Si l'on étend l'analogie de la conduite automobile, la technique PID serait alors équivalente à conduire une voiture en utilisant seulement ce qui se passe juste devant la voiture (accès à la mesure courante) et le rétroviseur (mesures passées). Mais l'analogie est un peu sévère, car la commande prédictive a besoin en réalité de beaucoup plus d'informations que le PID (la trajectoire à suivre par le système, et un modèle de ce système). Et si un point situé dans le futur sur la trajectoire de référence est utilisé comme consigne pour le PID, alors les différences entre les deux stratégies sont moins grandes [12].

2.3.1 Principe général

Le principe général de tous les correcteurs de la classe prédictive se caractérise par la stratégie suivante, représentée sur la figure (2.1) :

1. Les sorties futures sur un horizon déterminé de taille N , appelé l'horizon de prédiction, sont prédites à chaque instant k à l'aide du modèle du processus. Ces prédictions sont notées $y(k+j/k)$, avec $j = 1, \dots, N$, pour indiquer la valeur de la sortie à l'instant $k+j$ calculée à l'instant k . Elles dépendent des valeurs connues jusqu'à l'instant k (entrées et sorties passées) et des commandes futures $u(k+j/k)$, $j = 0, \dots, N-1$, qui sont celles à envoyer au système et qui doivent être calculées ;

2. L'ensemble des commandes futures est calculé en optimisant un critère déterminé pour garder le processus aussi proche que possible de la trajectoire de référence $r(k+j)$. Ce critère prend généralement la forme d'une fonction quadratique des erreurs entre le signal de sortie prédit et les consignes futures. L'énergie de la commande est incluse dans la fonction de coût dans la plupart des cas. Une solution explicite peut être obtenue si le critère est quadratique, le modèle linéaire et s'il n'y a pas de contraintes, sinon une méthode d'optimisation itérative doit être utilisée. Des hypothèses sont également faites sur la structure de la loi de commande future, comme par exemple qu'elle sera constante à partir d'un instant donné (horizon de commande) ;

3. La commande $u(k/k)$ est envoyée au système et les autres valeurs de commande sont oubliées, parce qu'à l'instant d'échantillonnage suivant la mesure $y(k+1)$ est déjà connue et que l'étape n°1 est répétée avec cette nouvelle valeur, toutes les séquences étant mise à jour. Alors on calcule la commande $u(k+1/k+1)$, qui est différente de $u(k+1/k)$ en principe à cause des nouvelles informations prises en compte.

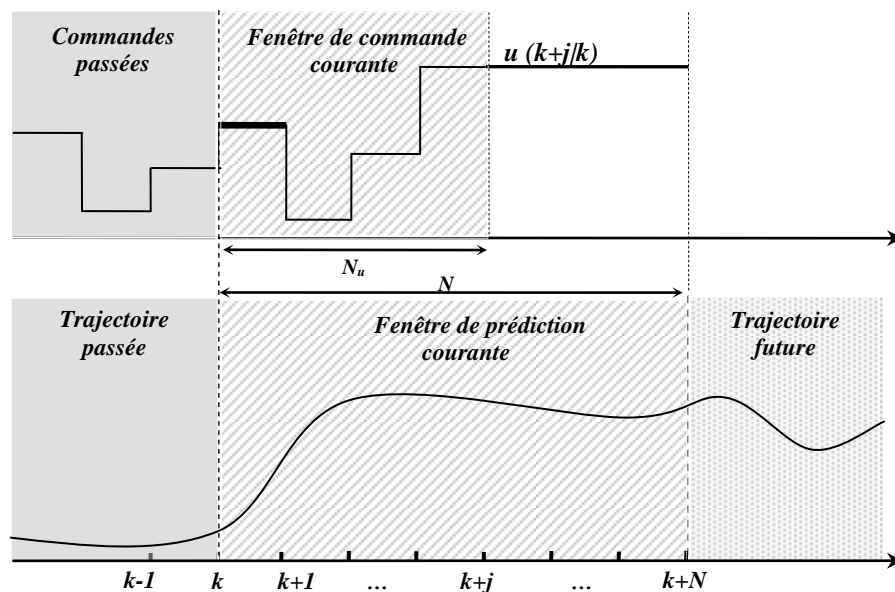


Figure (2.1) Représentation temporelle du principe de la commande prédictive

2.3.2 Modélisation du système

Pour l'implémentation de la stratégie prédictive, la structure de base de la figure (2.2) est mise en œuvre. Un modèle sert à prédire les futures sorties du système, grâce aux valeurs courantes et passées de la commande et aux commandes optimales futures. Ces dernières sont calculées par une méthode d'optimisation, qui prend en compte la fonction du coût (qui dépend aussi des consignes futures), et éventuellement des contraintes.

Le modèle du système joue donc un rôle central dans le correcteur. Le modèle choisi doit être capable de rendre compte de la dynamique du processus pour prédire précisément les sorties futures et aussi doit être simple à implémenter et à comprendre. Tous les algorithmes de commande prédictive ne diffèrent entre eux que par le modèle utilisé pour représenter le procédé et les bruits, et par la fonction du coût à minimiser.

Les différentes approches se différencient par le type de modèle qu'elles utilisent, ainsi que par la forme de la fonction de coût et la prise en compte ou non de contraintes.

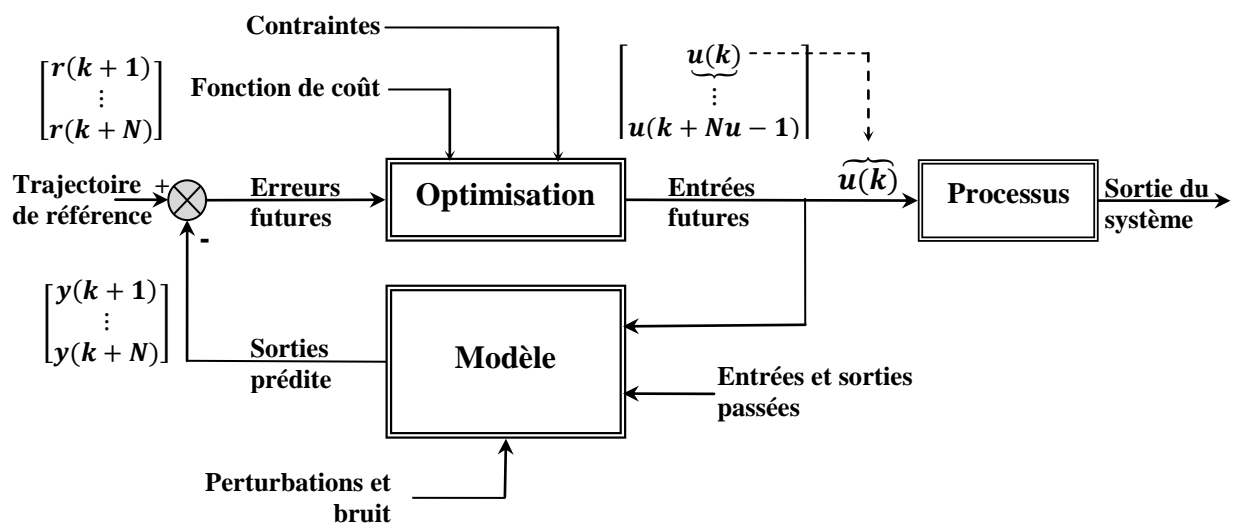


Figure (2.2) : Stratégie de la commande prédictive

2.4 Commande prédictive généralisée (GPC)

Proposée par Clarke en 1987, la commande prédictive généralisée est devenue l'un des algorithmes de commande prédictive les plus répandus. Elle a été très tôt implémentée, avec succès, dans nombreuses applications industrielles, et a montré de bonnes performances et un certain degré de robustesse.

L'idée à la base de la commande **GPC** est de calculer une séquence de commandes futures de telle façon qu'une fonction de coût à plusieurs composantes soit minimale sur un certain horizon de prédiction. L'indice à optimiser est une fonction quadratique qui mesure la distance entre la sortie prédite du système et une séquence de référence, plus une fonction quadratique qui mesure l'effort de commande [16], [17].

2.4.1 Principe de calcul

A partir des développements formulés par Clarke, les principales étapes donnant la loi de commande sont les suivantes :

2.4.1.1 Modèle de prédiction

Le modèle numérique de prédiction est classiquement défini par fonction de transfert entrée/sortie. Le système est alors représenté sous la forme **CARIMA** (**C**ontrolled **A**uto **R**egressive **I**ntegrated **M**oving **A**verage), correspondant à la figure (2.3), dont l'expression est :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + x(t) \quad (2.1)$$

Tel que
$$x(t) = C(q^{-1}) \frac{\xi(t)}{\Delta(q^{-1})}$$

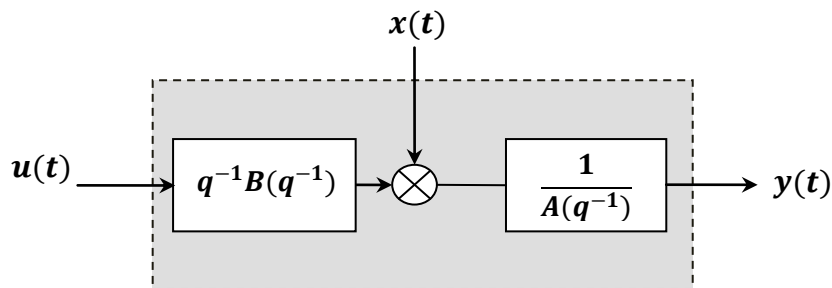


Figure (2.3) Représentation CARIMA du modèle numérique

Avec $u(t)$ l'entrée du système, $y(t)$ la sortie, $\Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ l'opérateur de différence $\xi(t)$ modélise les perturbations par un bruit blanc centré, A , B et C sont des polynômes en opérateur de retard q^{-1} :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) = 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \end{cases} \quad (2.2)$$

Ce modèle appelé aussi modèle incrémental, introduit une action intégrale par le terme $\Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ et permet donc d'annuler toute erreur statique vis à vis d'une consigne ou d'une perturbation constante. On retiendra alors pour la suite cette dernière structure CARIMA, avec $C(q^{-1})=1$ en ne s'intéressant qu'aux fonctions de transfert entrée/sortie pour lesquelles ce polynôme n'a aucune influence.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \frac{\xi(t)}{\Delta(q^{-1})} \quad (2.3)$$

2.4.1.2 Prédicteur optimal

La méthodologie prédictive requiert la définition d'un prédicteur optimal à j -pas qui permette d'anticiper le comportement du processus dans le futur sur un horizon fini. Pour cela, à partir de la forme du modèle, équation. (2.3), on élabore la sortie estimée à l'instant $t + j$, connaissant la sortie à l'instant t .

On a :

$$A(q^{-1})\Delta(q^{-1})y(t + j) = B(q^{-1})\Delta u(t + j - 1) + \xi(t + j) \quad (2.4)$$

Ou encore :

$$y(t + j) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\Delta u(t + j - 1) + \frac{\xi(t + j)}{\Delta(q^{-1})A(q^{-1})} \quad (2.5)$$

On peut alors séparer les termes de la sortie prédite de la manière suivante :

$$y(t + j) = \underbrace{F_j(q^{-1})y(t) + H_j(q^{-1})\Delta u(t - 1)}_{\text{réponse libre}} + \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u(t + j - 1) + J_j(q^{-1})\xi(t + j)}_{\text{réponse forcée}} \quad (2.6)$$

Avec G_j représentant le futur, F_j, H_j correspondant au présent et au passé, J_j lié aux perturbations. Dès lors, le premier terme représentant la réponse libre est dû aux incréments de commandes passées, le deuxième terme représentant la réponse forcée correspond aux incréments de commandes futures et présentes, et à l'influence des perturbations.

L'équation du modèle CARIMA, équation (2.3), combinée avec celle du prédicteur, équation. (2.6), fournit le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} A(q^{-1})\Delta(q^{-1})y(t + j) = B(q^{-1})\Delta u(t + j - 1) + \xi(t + j) \\ [1 - q^{-j}F_j(q^{-1})]y(t + j) = [G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1})]\Delta u(t + j - 1) + J_j(q^{-1})\xi(t + j) \end{cases} \quad (2.7)$$

Considérant l'égalité des fonctions de transfert, les quatre polynômes inconnus sont obtenus de façon explicite et unique par résolution des deux équations de diophantien suivantes :

$$\begin{cases} \Delta(q^{-1})A(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \\ G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})J_j(q^{-1}) \end{cases} \quad (2.8)$$

En faisant l'hypothèse que la meilleure prédiction du terme lié aux perturbations est sa moyenne (ici nulle dans le cas du bruit blanc centré), le prédicteur optimal est défini de façon unique, dès que les polynômes sont connus, par la relation :

$$\hat{y}(t+j) = F_j(q^{-1})y(t) + G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + H_j(q^{-1})\Delta u(t-1) \quad (2.9)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \text{degré de } [G_j(q^{-1})] = j-1 \\ \text{degré de } [F_j(q^{-1})] = \text{degré de } [A(q^{-1})] \\ \text{degré de } [H_j(q^{-1})] = \text{degré de } [B(q^{-1})] - 1 \end{cases}$$

2.4.1.3 Résolution récursive des équations de diophantien

L'implémentation de la commande prédictive généralisée nécessite la résolution des deux équations de diophantien (2.8).

2.4.1.3.1 Résolution récursive de la première équation de diophantien

On a

$$\Delta(q^{-1})A(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \quad (2.10)$$

On pose

$$\tilde{A} = \Delta(q^{-1})A(q^{-1}) \quad (2.11)$$

Pour les horizons de prédiction j et $j+1$ l'équation (2.10) s'écrit :

$$\begin{cases} \tilde{A}(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \\ \tilde{A}(q^{-1})J_{j+1}(q^{-1}) + q^{-(j+1)}F_{j+1}(q^{-1}) = 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

La différence donne

$$\tilde{A}(q^{-1})[J_{j+1}(q^{-1}) - J_j(q^{-1})] + q^{-j}[q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1})] = 0 \quad (2.13)$$

D'après l'équation (2.13) nous constatons que q^{-j} divise le polynôme $\tilde{A}(q^{-1})[J_{j+1}(q^{-1}) - J_j(q^{-1})]$, or q^{-j} et $\tilde{A}(q^{-1})$ sont premières entre eux. Ceci nous permet d'écrire :

$$[J_{j+1}(q^{-1}) - J_j(q^{-1})] = q^{-j} r_j \quad (2.14)$$

En remplaçant $[J_{j+1}(q^{-1}) - J_j(q^{-1})]$ par son expression dans (2.13) nous aurons :

$$q^{-j} [q^{-1} F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1}) + \tilde{A}(q^{-1}) r_j] = 0 \quad (2.15)$$

Il ressort de l'équation précédente :

$$F_{j+1}(q^{-1}) = q[F_j(q^{-1}) - \tilde{A}(q^{-1}) r_j] \quad (2.16)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} F_j(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + f_{j,2}q^{-2} + \dots + f_{j,n_a}q^{-n_a} \\ \tilde{A}(q^{-1}) r_j = [1 + \tilde{a}_1 q^{-1} + \tilde{a}_2 q^{-2} + \dots + \tilde{a}_{n_a+1} q^{-(n_a+1)}] r_j \end{cases} \quad (2.17)$$

On aura :

$$F_{j+1}(q^{-1}) = q[\{f_{j,0} - r_j\} + \{f_{j,1} - \tilde{a}_1 r_j\} q^{-1} + \dots + \{f_{j,n_a} - \tilde{a}_{n_a} r_j\} q^{-n_a} - \tilde{a}_{n_a+1} q^{-(n_a+1)} r_j] \quad (2.18)$$

Tel que:

$$F_{j+1}(q^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}q^{-1} + f_{j+1,2}q^{-2} + \dots + f_{j+1,n_a}q^{-n_a} \quad (2.19)$$

En identifiant les coefficients des polynômes d'équations (2.18) et (2.19), nous tirons les relations récurrentes suivantes :

$$\begin{cases} r_j = f_{j,0} \\ f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - \tilde{a}_{i+1} r_j \text{ pour } i = 0, 1, \dots, n_a - 1 \\ f_{j+1,n_a} = -\tilde{a}_{n_a+1} r_j \end{cases} \quad (2.20)$$

Ces relations déterminent le polynôme $F_{j+1}(q^{-1})$, nous retrouvons à partir de (2.14)

$$J_{j+1}(q^{-1}) = J_j(q^{-1}) + q^{-1} r_j \quad (2.21)$$

Les conditions initiales étant pour $j=1$:

$$\tilde{A}(q^{-1}) J_1(q^{-1}) + q^{-1} F_1(q^{-1}) = 1 \quad (2.22)$$

Le coefficient \tilde{a}_0 étant égal à 1, l'identité (2.2) est vérifiée lorsque :

$$J_1(q^{-1}) = 1 \quad (2.23)$$

$$F_1(q^{-1}) = q[1 - \tilde{A}(q^{-1})] \quad (2.24)$$

2.4.1.3.2 Résolution récursive de la deuxième équation de diophantien

On considère la deuxième équation diophantienne du système (2.8), que l'on rappelle ici :

$$G_j(q^{-1}) + q^{-j} H_j(q^{-1}) = B(q^{-1}) J_j(q^{-1}) \quad (2.25)$$

Pour les horizons de prédiction j et $j+1$ l'équation (2.10) s'écrit :

$$\begin{cases} G_j(q^{-1}) + q^{-j} H_j(q^{-1}) = B(q^{-1}) J_j(q^{-1}) \\ G_{j+1}(q^{-1}) + q^{-(j+1)} H_{j+1}(q^{-1}) = B(q^{-1}) J_{j+1}(q^{-1}) \end{cases} \quad (2.26)$$

La différence donne

$$[G_{j+1}(q^{-1}) - G_j(q^{-1})] + q^{-j} [q^{-1} H_{j+1}(q^{-1}) - H_j(q^{-1})] = B(q^{-1}) [J_{j+1}(q^{-1}) - J_j(q^{-1})] \quad (2.27)$$

D'après (2.14) on implique :

$$[G_{j+1}(q^{-1}) - G_j(q^{-1})] + q^{-j} [q^{-1} H_{j+1}(q^{-1}) - H_j(q^{-1})] = q^{-j} B(q^{-1}) r_j \quad (2.28)$$

D'où nous constatons que q^{-j} divise le polynôme $[G_{j+1}(q^{-1}) - G_j(q^{-1})]$, ceci nous permet d'écrire :

$$[G_{j+1}(q^{-1}) - G_j(q^{-1})] = q^{-j} s_j \quad (2.29)$$

En remplaçant $[G_{j+1}(q^{-1}) - G_j(q^{-1})]$ par son expression dans (2.28) nous aurons :

$$q^{-j} [q^{-1} H_{j+1}(q^{-1}) - H_j(q^{-1}) - B(q^{-1}) r_j + s_j] = 0 \quad (2.30)$$

Il ressort de l'équation précédente :

$$H_{j+1}(q^{-1}) = q[H_j(q^{-1}) + B(q^{-1})r_j - s_j] \quad (2.31)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} H_j(q^{-1}) = h_{j,0} + h_{j,1}q^{-1} + h_{j,2}q^{-2} + \dots + h_{j,n_b-1}q^{-(n_b-1)} \\ B(q^{-1})r_j = [b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}]r_j \end{cases} \quad (2.32)$$

On aura :

$$H_{j+1}(q^{-1}) = q[\{h_{j,0} + b_0r_j - s_j\} + \{h_{j,0} + b_1r_j\}q^{-1} + \dots + \{H_{j,n_b-1} + b_{n_b-1}r_j\}q^{-n_b} + b_{n_b}q^{-n_b}r_j] \quad (2.33)$$

Tel que:

$$H_{j+1}(q^{-1}) = h_{j+1,0} + h_{j+1,1}q^{-1} + h_{j+1,2}q^{-2} + \dots + h_{j+1,n_b-1}q^{-(n_b-1)} \quad (2.34)$$

En identifiant les coefficients des polynômes d'équations (2.33) et (2.34), nous tirons les relations récurrentes suivantes :

$$\begin{cases} s_j = h_{j,0} + r_j \\ h_{j+1,i} = h_{j,i+1} + b_{i+1}r_j \text{ pour } i = 0,1, \dots, n_b - 2 \\ h_{j+1,n_b-1} = b_{n_b}r_j \end{cases} \quad (2.35)$$

Ces relations déterminent le polynôme $H_{j+1}(q^{-1})$, nous retrouvons à partir de (2.29)

$$G_{j+1}(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-1}s_j \quad (2.36)$$

Les conditions initiales étant pour $j=1$:

$$G_1(q^{-1}) + q^{-1}H_1(q^{-1}) = B(q^{-1})J_1(q^{-1}) \quad (2.37)$$

L'identité (2.37) est vérifié lorsque :

$$G_1(q^{-1}) = b_0 \quad (2.38)$$

$$H_1(q^{-1}) = q[B(q^{-1}) - b_0] \quad (2.39)$$

2.4.1.4 Fonction du coût quadratique

Une fois définie l'équation de prédiction, la méthode implique la minimisation d'un critère quadratique à horizon fini. La stratégie GPC minimise une somme pondérée des carrés des erreurs futures entre la sortie prédite et la consigne, et des incréments des commandes futures.

$$J(N_1, N_2) = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [u(t+j-1)]^2 \quad (2.40)$$

On suppose :

$$\Delta u(t+j) = 0 \text{ pour } j \geq N_u \quad (2.41)$$

Avec : $w(t+j)$ consigne appliquée à l'instant $t+j$, $\hat{y}(t+j)$ sortie prédite à l'instant $t+j$, $\Delta u(t+j-1)$ incrément de commande à l'instant $t+j-1$. La relation (2.11) signifie que lorsque le pas de prédiction j atteint la valeur fixée pour l'horizon de commande N_u , la variation de commande s'annule et donc que la commande future va se stabiliser. Cette hypothèse permettra par la suite de simplifier le calcul de la commande.

Le critère nécessite la définition de quatre paramètres de réglage :

- N_1 : horizon de prédiction minimal ;
- N_2 : horizon de prédiction maximal ;
- N_u : horizon de prédiction sur la commande ;
- λ : coefficient de pondération sur la commande.

Ce critère comprend donc un terme quadratique sur l'erreur et l'incrément de la commande. Sa minimisation analytique fournit la séquence des commandes futures dont seule la première sera effectivement appliquée. L'aspect incrémental du modèle se retrouve dans le critère par l'intermédiaire de Δu . Enfin le coefficient λ permet de donner plus ou moins de poids à la commande par rapport à la sortie, de façon à assurer la convergence lorsque le système de départ présente un risque d'instabilité.

2.4.1.5 Prédicteur optimal sous forme matricielle

La minimisation du critère se base sur la mise sous forme matricielle de l'équation de prédiction, équation (2.9), et de la fonction de coût Equation (2.40). On considère les notations matricielles suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{if} = [F_{N_1}(q^{-1}), \dots, F_{N_2}(q^{-1})]^T \\ \mathbf{ih} = [H_{N_1}(q^{-1}), \dots, H_{N_2}(q^{-1})]^T \\ \tilde{\mathbf{u}} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+N_u+1)]^T \\ \hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(t+N_1), \dots, \hat{y}(t+N_2)]^T \end{cases} \quad (2.42)$$

Le prédicteur (2.9) peut alors être transcrit sous forme matricielle :

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}y(t) + \mathbf{ih}\Delta u(t-1) \quad (2.43)$$

Où \mathbf{G} est la matrice formée des coefficients $\{g_i^j\}$ des polynômes G_j . Ces coefficients correspondent aux valeurs des coefficients $\{g_i\}$ de la réponse indicielle du modèle.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N_1}^{N_1} & g_{N_1-1}^{N_1} & \dots & \dots \\ g_{N_1+1}^{N_1+1} & g_{N_1}^{N_1+1} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ g_{N_2}^{N_2} & g_{N_2-1}^{N_2} & \dots & g_{N_2-N_u+1}^{N_2} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

2.4.1.6 Fonction de coût sous forme matricielle

De la même manière, le critère de coût (2.40) se transcrit sous la forme :

$$J = [\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}y(t) + \mathbf{ih}\Delta u(t-1) - \mathbf{w}]^T [\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{if}y(t) + \mathbf{ih}\Delta u(t-1) - \mathbf{w}] + \lambda \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \quad (2.45)$$

Avec :

$$\mathbf{w} = [w(t+N_1), \dots, w(t+N_2)]^T$$

2.4.1.7 Loi de commande optimale

La loi de commande optimale est obtenue par minimisation analytique du critère sous forme

matricielle $\frac{\partial J}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 0$:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{opt} = -\mathbf{M}[\mathbf{i}f\mathbf{y}(t) + \mathbf{i}h\Delta u(t-1) - \mathbf{w}] \quad (2.46)$$

Où

$$\mathbf{M} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_u}]^{-1} \mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{m}_{N_u} \end{bmatrix}$$

2.4.1.7 Stratégie de l'horizon fuyant

De façon classique en commande prédictive, seule la première valeur de la séquence, équation (2.46), est finalement appliquée au système en accord avec la stratégie de l'horizon fuyant, l'ensemble de la procédure étant effectué de nouveau à la période d'échantillonnage suivante.

$$u_{opt}(t) = u_{opt}(t-1) - \mathbf{m}_1[\mathbf{i}f\mathbf{y}(t) + \mathbf{i}h\Delta u(t-1) - \mathbf{w}] \quad (2.47)$$

2.4.2 Structure RST du régulateur

La structure *RST* polynomiale est introduite afin d'obtenir une relation entre la sortie $y(t)$, la commande $u(t)$ et la consigne $w(t)$. À partir de la relation (2.47), il vient :

$$\Delta u_{opt}(t)[1 + q^{-1}\mathbf{m}_1\mathbf{i}h(q^{-1})] = -\mathbf{m}_1\mathbf{i}f(q^{-1})y(t) + \mathbf{m}_1[q^{N_1} \dots q^{N_2}]\mathbf{w} \quad (2.48)$$

Cette relation doit correspondre d'après la figure (2.4) à l'équation :

$$S(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q)w(t) \quad (2.49)$$

Ce qui fournit par identification les trois polynômes R , S et T constituant le régulateur linéaire équivalent :

$$\begin{cases} S(q^{-1}) = 1 + \mathbf{m}_1 \mathbf{i} h q^{-1} \\ R(q^{-1}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{i} f \\ T(q^{-1}) = \mathbf{m}_1 [q^{-N_2+N_1} \quad q^{-N_2+N_1+1} \quad \dots \quad 1]^T \end{cases} \quad (2.50)$$

Avec

$$\begin{cases} \text{degré}[S(q^{-1})] = \text{degré}[B(q^{-1})] \\ \text{degré}[R(q^{-1})] = \text{degré}[A(q^{-1})] \\ \text{degré}[T(q^{-1})] = N_2 - N_1 \end{cases}$$

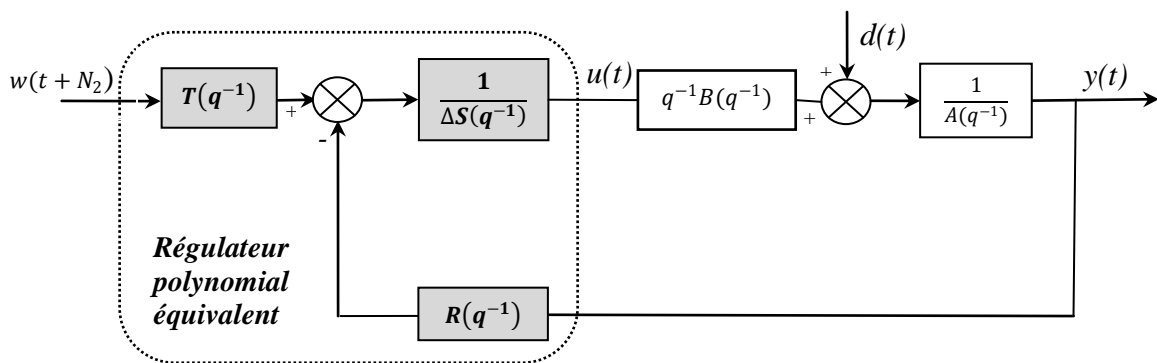


Figure (2.4) Structure RST de la commande GPC

Notons que T est volontairement choisi ici causal (puissances de q^{-1}), en considérant que le signal de consigne est $w(t + N_2)$.

L'intérêt qui se dégage de la représentation RST (par ailleurs très générale puisque toute loi de commande numérique peut se modéliser ainsi) est que finalement la boucle temps réel s'avère très peu gourmande en temps de calcul, puisque la commande appliquée au système se calcule par une simple équation aux différences (équation 2.49). Les trois polynômes R , S , T sont en effet élaborés hors ligne et définis de façon unique dès lors que les quatre paramètres de réglage N_1 , N_2 , N_u , λ sont choisis. En conséquence, ce type de commande permet la sélection de périodes d'échantillonnage faibles et s'avère bien adapté à la commande de systèmes électromécaniques.

Un autre intérêt majeur de cette structure RST concerne l'étude de la stabilité de la boucle corrigée, et donc la caractérisation de la stabilité de la commande prédictive élaborée, qui est dès lors possible pour un jeu de paramètres du critère fixé. On peut vérifier la position des pôles en boucle fermée, donnés par l'équation caractéristique suivante:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1}) + q^{-1}B(q^{-1})R(q^{-1}) \quad (2.51)$$

Avec cette représentation, il est possible de tester la stabilité avant l'implantation de la loi de commande sur le système réel.

2.4.3 Algorithme de calcul de la GPC

Nous pouvons résumer la synthèse de la commande prédictive généralisée dans l'algorithme suivant :

Début

1. Obtention des coefficients A et B du modèle de processus de type CARIMA ;
2. Calcul du polynôme $\tilde{A}=A\Delta$;
3. Définir les horizons de prédictions N_1 et N_2 , l'horizon de commande N_u ,et le facteur de pondération λ ;
4. Résolution des deux équations de diophantien;
5. Formation de la matrice \mathbf{G} ;
6. Définition des matrices \mathbf{if} et \mathbf{ih} ;
7. Calcul de la matrice $\mathbf{M} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}_{N_u}]^{-1} \mathbf{G}^T$;
8. Calcul de \mathbf{m}_1 (stratégie de l'horizon fuyant) ;
9. Synthèse du correcteur RST

Fin

2.4.4 Choix des paramètres de réglage

La définition du critère quadratique (2.40) a montré qu'on doit fixer quatre paramètres de réglage. Ce choix des paramètres s'avère cependant délicat, car il n'existe pas de relations empiriques permettant de relier ces paramètres à des 'indicateurs' classiques en Automatique, tel que la marge de stabilité. Nous énonçons ci-dessous quelques idées guidant le choix des paramètres de réglage [11], [12].

2.4.4.1 Choix de l'horizon minimal de prédiction N_1

Le produit $N_1 T_e$ (T_e période d'échantillonnage) est choisi égal au retard pur du système. Ainsi, pour un système ne présentant pas de retard ou un retard mal connu ou variable, N_1 est choisi égal à 1.

2.4.4.2 Choix de l'horizon maximal de prédiction N_2

N_2 est choisi de sorte que le produit $N_2 T_e$ soit limité par la valeur du temps de réponse souhaité. En effet augmenter la prédiction au delà du temps de réponse n'apporte aucune information supplémentaire et complexifie la résolution. Par ailleurs, plus N_2 est grand, plus le système corrigé est stable et lent.

2.4.4.3 Choix de l'horizon maximal de prédiction N_u

L'horizon de commande conditionne les dimensions des matrices et vecteurs impliqués pour le calcul de la loi de commande : plus ce paramètre est choisi petit et plus le volume de calcul diminue. En plus si $N_u = 1$, ceci permet d'éviter des inversions de matrices lors des calculs de la loi de commande. D'où l'intérêt de choisir ce paramètre le plus petit possible (égal à un ou deux selon les performances exigées).

2.4.4.4 Choix du facteur de pondération de la commande λ

On peut interpréter le facteur de pondération λ comme 'l'équilibre de la balance'. Plus λ est élevé et plus la commande optimale fournie est douce. Si λ est nulle, la minimisation du critère est effectuée sans tenir compte des mouvements de la commande. Il peut donc en résulter une commande très forte pouvant faire diverger le processus réel. Une relation permettant de déterminer rapidement la valeur de λ apportant au système le maximum de stabilité est donnée ci-dessous [11] :

$$\lambda_{opt} = trace(\mathbf{G}^T \mathbf{G}) \quad (2.52)$$

2.5 Applications numériques sur différents procédés

Afin de compléter la partie théorique, cette partie est consacrée à la présentation d'un ensemble de résultats qui vont permettre de valider et confirmer la théorie présentée précédemment. Pour cela quelques tests seront réalisés afin de montrer l'effet des principaux paramètres de réglage de la GPC sur différents types de procédés.

2.5.1 Système second ordre stable à phase minimale

Le modèle du procédé considéré est le suivant [13] :

$$G(q^{-1}) = \frac{0.0232 - 0.0006q^{-1}}{1 - 1.16939q^{-1} + 0.7165q^{-2}} q^{-1} \quad (2.53)$$

Avec $T_e = 0.001s$ est la période d'échantillonnage.

Les polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ du model CARIMA sont :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - 1.16939q^{-1} + 0.7165q^{-2} \\ B(q^{-1}) = 0.0232 - 0.0006q^{-1} \end{cases} \quad (2.54)$$

La figure (2.5a) montre l'effet de l'horizon de prédiction final N_2 sur la sortie et la commande du procédé, on a fixé $N_1 = 1$ et $N_u = 1$; le coefficient de pondération est pris égale à $trace(\mathbf{G}^T \mathbf{G})$. Les différentes valeurs de N_2 sont : 2, 10, et 30.

On constate que pour un horizon de prédiction court, la réponse est très rapide (voire même instable dans quelques cas) exigeant des valeurs considérables de la commande; En revanche, si l'horizon de prédiction est long, la dynamique de réponse est lente avec une commande douce. Lorsque N_2 tend vers l'infini, la réponse du système en boucle fermée tend vers celle de la boucle ouverte (les pôles en boucle fermée tendent vers les pôles du procédé en boucle ouverte).

La figure (2.5b) montre l'effet de l'horizon de commande N_u sur la sortie et la commande du procédé, on a fixé $N_1 = 1$ $N_2 = 10$, et $\lambda = 0.5$. Les différentes valeurs de N_u sont : 3, 9, et 10. On remarque que l'horizon de commande affecte la nature du signal de commande fourni. S'il est court la loi de commande fournie un contrôle doux et peu actif. Le choix de ce paramètre dépend principalement du système à commander. Plus le système sera complexe, plus N_u doit être élevé.

La figure (2.5c) montre l'effet du coefficient de pondération λ sur la sortie et la commande du procédé, on a fixé $N_1 = 1$, $N_2 = 10$, et $N_u = 1$. Les différentes valeurs de λ sont : 1, 15, et 30. On voit que ce paramètre de réglage permet de pondérer les variations brusques du signal de commande. Plus λ est élevé et plus la commande optimale fournie est douce.

2.5.2 Système second ordre stable à phase non minimale

Le comportement de ce type de système est très sensible aux choix de l'horizon initial N_1 ; Afin d'illustrer l'influence de ce dernier sur le comportement d'un système second ordre stable à phase non minimale en boucle fermée, on considère le modèle suivant [13] :

$$G(q^{-1}) = \frac{-0.2138 + 0.2365q^{-1}}{1 - 1.16939q^{-1} + 0.7165q^{-2}} q^{-1} \quad (2.55)$$

Avec $T_e = 0.01s$ est la période d'échantillonnage.

Les polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ du modèle CARIMA sont :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - 1.16939q^{-1} + 0.7165q^{-2} \\ B(q^{-1}) = -0.2138 + 0.2365q^{-1} \end{cases} \quad (2.56)$$

La simulation de ce système en boucle ouverte, pour une entrée échelon est présentée sur la figure (2.6).

Dans ce cas l'horizon de prédiction doit être assez long soit $N_2 = 30$ pour "voir" au delà du départ malin, permettant ainsi de prendre en considération toute la partie montante de la sortie dans le critère.

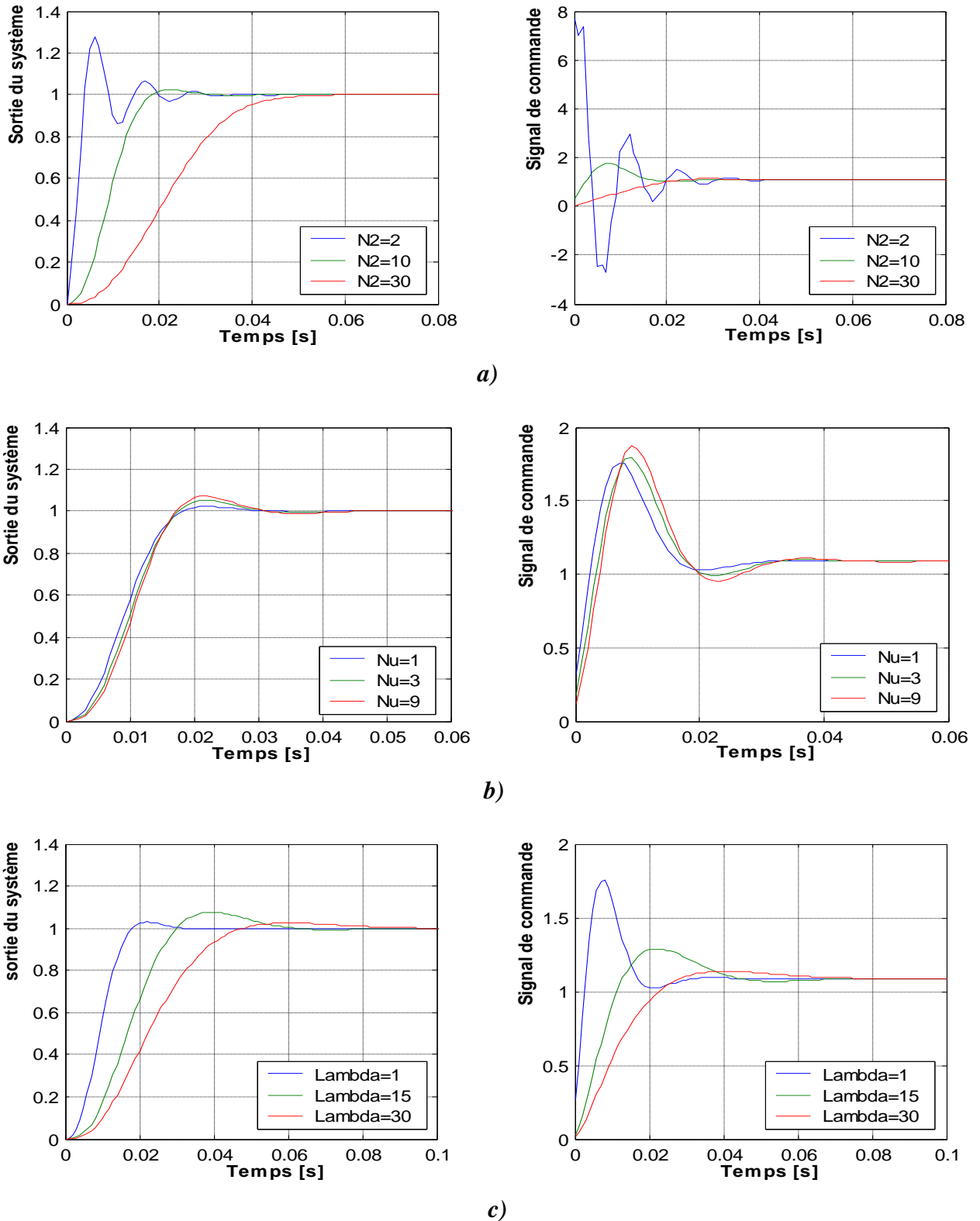


Figure (2.5) Evolution de la sortie et de la commande d'un système 2^{ème} ordre stable à phase minimale

- a) Influence de l'horizon de prédiction N_2
- b) Influence de l'horizon de commande N_u
- c) Influence du coefficient de pondération λ

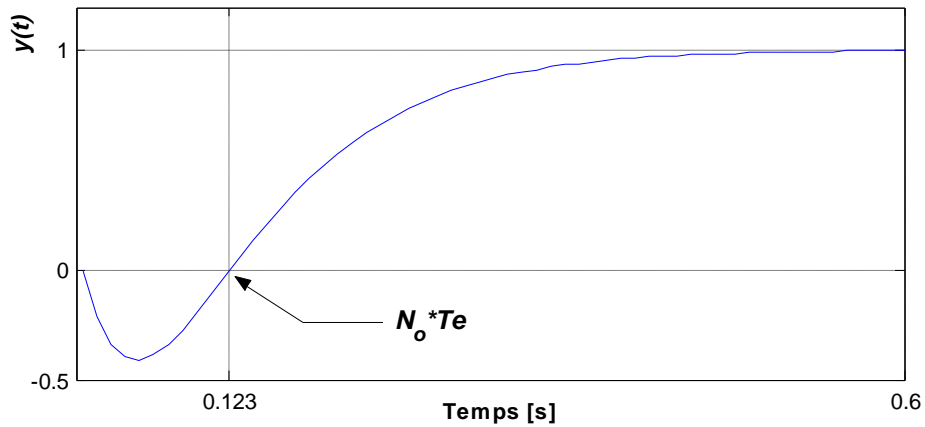


Figure (2.6) réponse indicielle en boucle ouverte d'un système 2^{ème} ordre stable à phase non minimale

Le paramètre N_1 doit être égal ou supérieur de N_0 indiqué sur la figure (2.6) : $N_0 = \frac{0.123}{T_e}$ soit $N_1 = 13$. On constate d'après la figure (2.7) qu'une faible valeur de N_1 entraîne une instabilité.

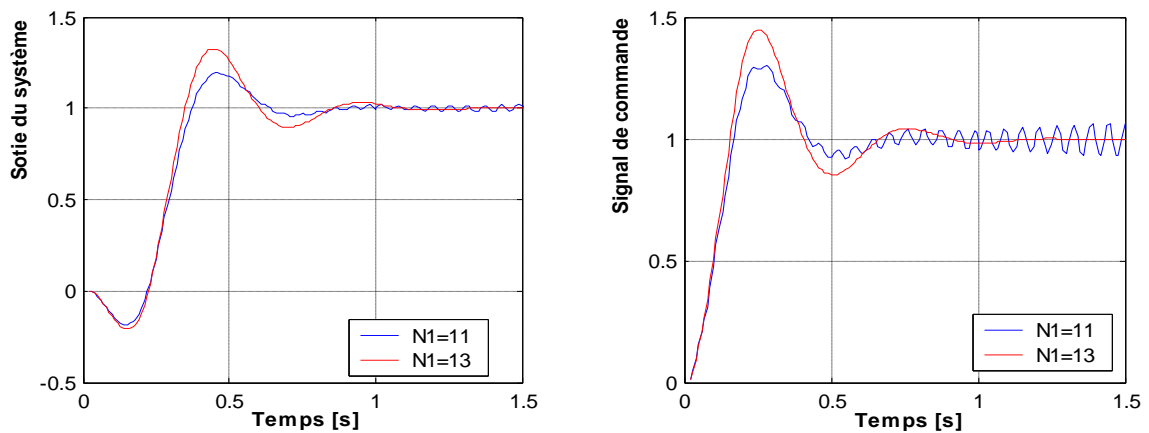


Figure (2.7) Evolution de la sortie et de la commande d'un système 2^{ème} ordre stable à phase non minimale : influence de l'horizon de prédiction initial N_2

2.5.3 Système instable

On considère le système instable suivant [14]

$$G(q^{-1}) = \frac{0.1}{1-1.1q^{-1}} q^{-1} \tag{2.57}$$

Avec une période d'échantillonnage $T_e=0.01s$

Les polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ du model CARIMA sont :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - 1.1q^{-1} \\ B(q^{-1}) = 0.1 \end{cases} \quad (2.58)$$

La figure (2.7) montre la simulation de ce système en boucle ouverte, le système possède un pôle instable en 1.1

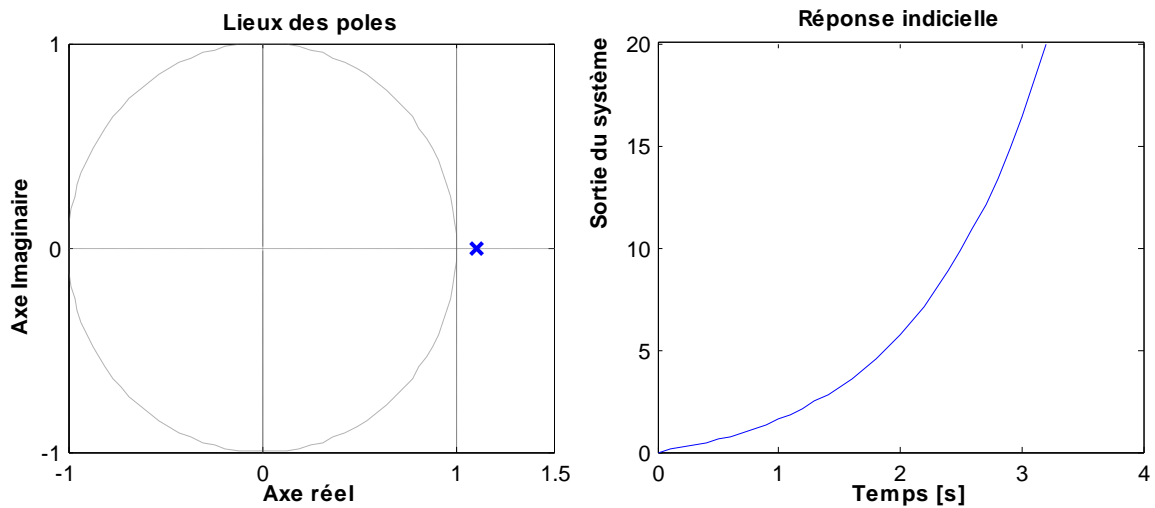


Figure (2.7) Lieux des pôles et réponse indicielle en boucle ouverte d'un système instable

Le choix des paramètres de réglages $N_1 = 1, N_1 = 10, N_u = 1$ et $\lambda = \text{trace}(\mathbf{G}^T \mathbf{G}) = 7.939$ conduit à un comportement stable et bien amorti figure (2.8).

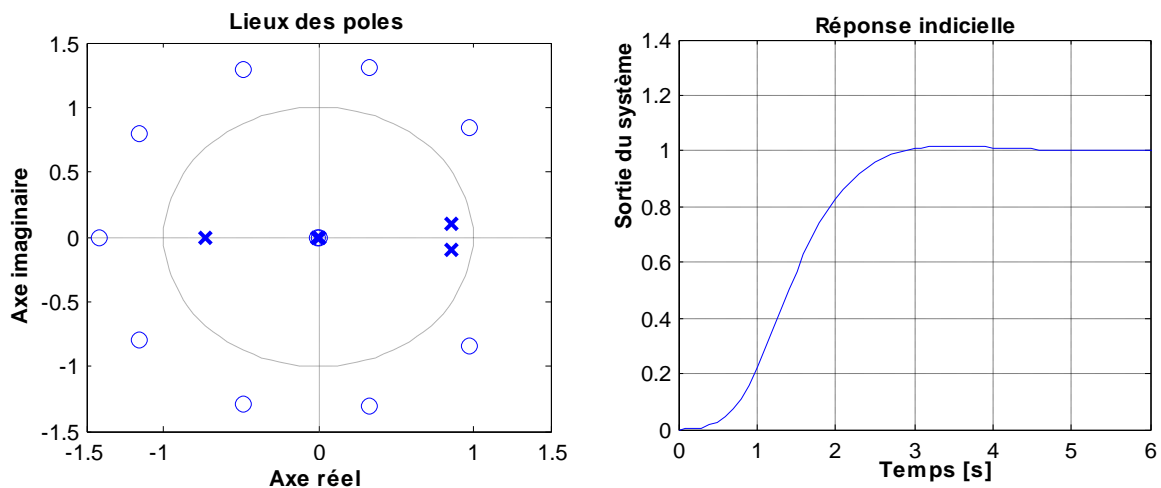


Figure (2.8) Lieux des pôles et réponse indicielle en boucle fermée d'un système instable stabilisé par la GPC

2.6 Application numérique sur la machine asynchrone triphasée

Partant des deux des fonctions de transferts du modèle simplifié de la MAS donné par les équations (1.33) et (1.36) citées en premier chapitre qu'on les rappelle ici :

$$G_i(S) = \frac{v_{qs1}}{i_{qs}} = \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1+\sigma T_s s)} \quad (2.59)$$

$$G_v(S) = \frac{\Omega}{C_{em}} = \frac{1}{f_r} \frac{1}{(1+T_m s)} \quad (2.60)$$

Prenant une période d'échantillonnage $T_{ei} = 0.0001s$ pour le mode électrique, et une période d'échantillonnage $T_{ev} = 0.001s$ pour le mode mécanique. On obtient les deux fonctions de transferts discrétisés correspondent aux systèmes (2.59) et (2.60) respectivement.

$$G_i(q^{-1}) = \frac{0.0028}{1-0.9776q^{-1}} q^{-1} \quad (2.61)$$

$$G_v(q^{-1}) = \frac{0.06666}{1-0.9997q^{-1}} q^{-1} \quad (2.62)$$

2.6.1 Synthèse du régulateur GPC pour la boucle de courant

Selon (2.61) on obtient les polynômes $A_i(q^{-1})$ et $B_i(q^{-1})$ du model CARIMA suivants :

$$\begin{cases} A_i(q^{-1}) = 1 - 0.977q^{-1} \\ B_i(q^{-1}) = 0.0028 \end{cases} \quad (2.63)$$

Le régulateur de courant est synthétisé pour le réglage suivant : $N_1 = 1, N_2 = 25, N_u = 1$ et $\lambda = \text{trace}(\mathbf{G}^T \mathbf{G}) = 0.0294$; Les polynômes RST de la structure symbolisée dans la figure (2.4) deviennent :

$$S_i(q^{-1}) = 1 \Rightarrow \Delta S_i(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$R_i(q^{-1}) = 187.5965 - 174.5607q^{-1}$$

$$\begin{aligned} T_i(q^{-1}) = & 0.9198 + 0.8922q^{-1} + 0.8639q^{-2} + 0.8349q^{-3} + 0.8053q^{-4} + 0.7750q^{-5} + 0.7440q^{-6} + 0.7124q^{-7} + \\ & 0.6799q^{-8} + 0.6468q^{-9} + 0.6129q^{-10} + 0.5782q^{-11} + 0.5427q^{-12} + 0.5064q^{-13} + 0.4692q^{-14} + \\ & 0.4312q^{-15} + 0.3924q^{-16} + 0.3526q^{-17} + 0.3120q^{-18} + 0.2704q^{-19} + 0.2278q^{-20} + 0.1843q^{-21} + \\ & 0.1398q^{-22} + 0.0942q^{-23} + 0.0476q^{-24} \end{aligned}$$

Ce réglage assure pour le système corrigé de bonnes performances, la figure (2.9) illustre la réponse indicielle et le diagramme de Bode du système ainsi corrigé. Le Système possède alors un temps de réponse très rapide égale à $0.006s$ sans dépassement, et une marge de gain $\Delta G = 11.3dB$.

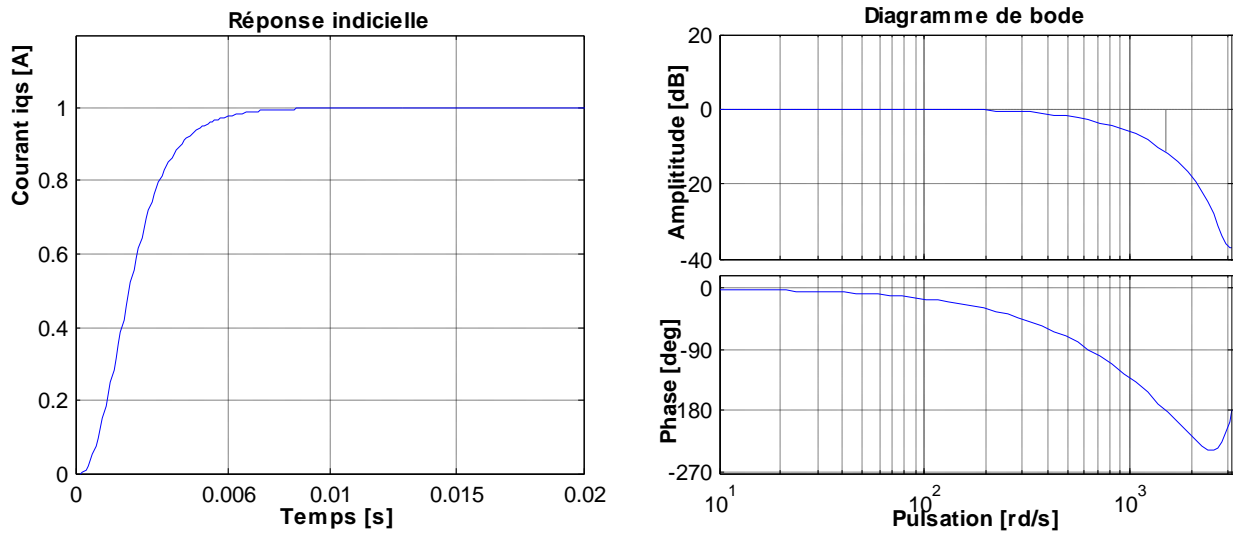


Figure (2.9) Réponse indicielle et diagramme de Bode du système corrigé par la GPC :
Boucle de courant

2.6.2 Synthèse du régulateur GPC pour la boucle de vitesse

Les polynômes $A_v(q^{-1})$ et $B_v(q^{-1})$ du model CARIMA correspond à l'équation (2.62) sont les suivants :

$$\begin{cases} A_v(q^{-1}) = 1 - 0.9997q^{-1} \\ B_v(q^{-1}) = 0.06666 \end{cases} \quad (2.64)$$

Le régulateur de vitesse est synthétisé pour le réglage suivant : $N_1 = 1, N_2 = 30, N_u = 1$ et $\lambda = \text{trace}(\mathbf{G}^T \mathbf{G}) = 41.7034$; Les polynômes RST de la structure symbolisée dans la figure (2.4) deviennent :

$$S_v(q^{-1}) = 1 \Rightarrow \Delta S_v(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$R_v(q^{-1}) = 7.8692 - 7.4988q^{-1}$$

$$\begin{aligned} T_v(q^{-1}) = & 0.0239 + 0.0231q^{-1} + 0.0223q^{-2} + 0.0215q^{-3} + 0.0207q^{-4} + 0.0199q^{-5} + 0.0191q^{-6} + 0.0183q^{-7} + 0.0175q^{-8} + \\ & 0.0167q^{-9} + 0.0159q^{-10} + 0.0151q^{-11} + 0.0143q^{-12} + 0.0135q^{-13} + 0.0128q^{-14} + 0.0120q^{-15} + 0.0112q^{-16} + \\ & 0.0104q^{-17} + 0.0096q^{-18} + 0.0088q^{-19} + 0.0080q^{-20} + 0.0072q^{-21} + 0.0064q^{-22} + 0.0056q^{-23} + 0.0048q^{-24} + \\ & 0.0040q^{-25} + 0.0032q^{-26} + 0.0024q^{-27} + 0.0016q^{-28} + 0.0008q^{-29} \end{aligned}$$

Ce réglage assure pour le système corrigé de bonnes performances, la figure (2.10) illustre la réponse indicielle et le diagramme de Bode du système ainsi corrigé. Le Système possède un temps de réponse très rapide égale à 0.1s sans dépassement, et une marge de gain $\Delta G = 30.2dB$.

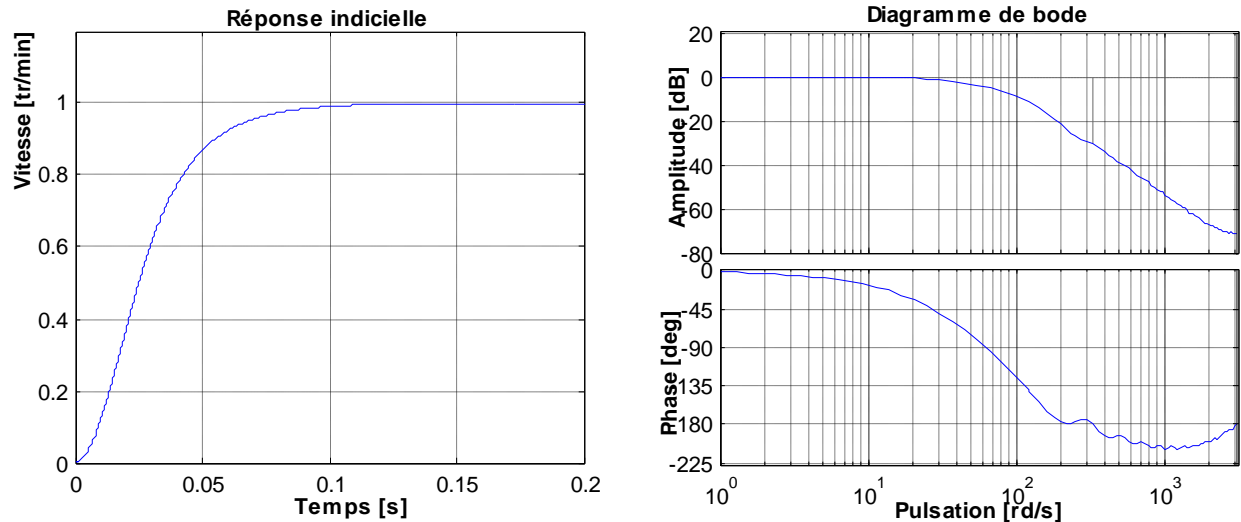


Figure (2.10) Réponse indicielle et diagramme de Bode du système corrigé par la GPC : Boucle de vitesse

Comparant ces résultats avec celles obtenus avec le régulateur classique *PI_RST* étudié au premier chapitre, on constate que les performances sont beaucoup améliorées en termes de rapidité et dépassement.

2.6.3 Influence de la boucle interne sur la boucle externe

Afin de révéler l'influence de la boucle de courant sur la boucle de vitesse on réalise la structure de commande simplifiée suivante, figure (2.12) :

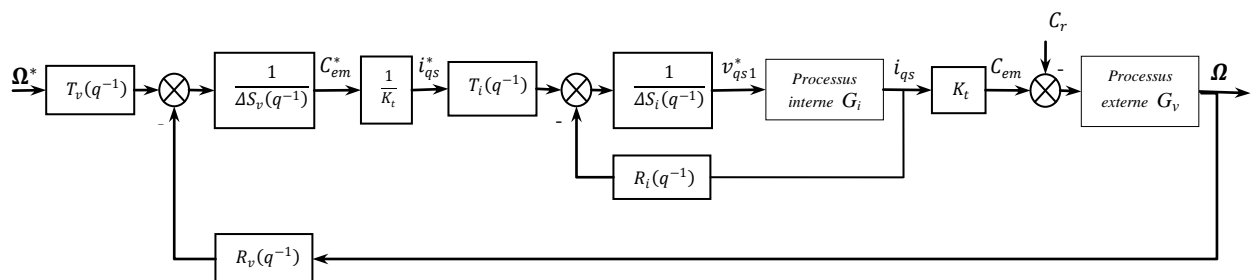


Figure (2.12) Mise en cascade des deux régulateurs prédictifs

On garde les mêmes polynômes *RST* de courant et de vitesse calculés précédemment et on trace le diagramme de Bode en boucle fermée correspond à la structure (2.12), ce dernier est comparé au digramme de Bode de la boucle externe sans introduction de la partie électrique.

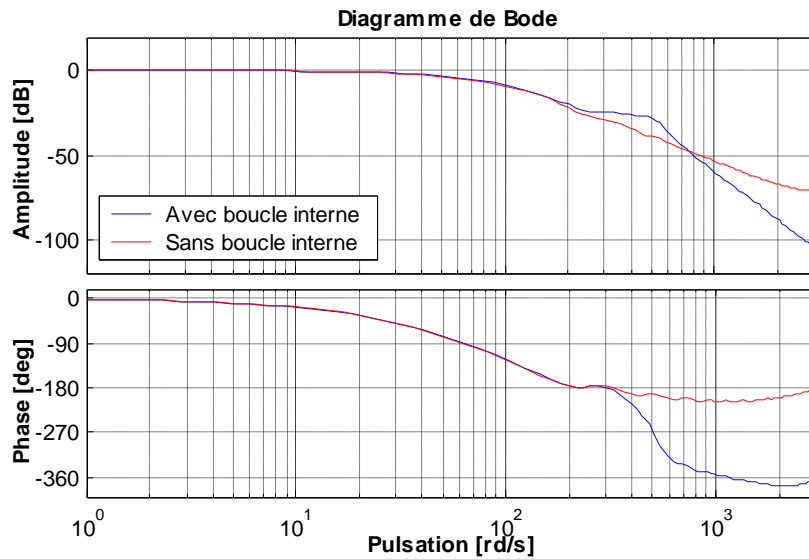


Figure (2.13) Diagramme de Bode du système avec et sans considération de la boucle de courant

On constate selon la figure (2.13), que la dynamique du système en boucle fermée est changée après avoir incorporé la boucle interne notamment en haute fréquence. Dans la suite on omit l'hypothèse qui considère une rapidité de la boucle interne par rapport à la boucle externe, pour cela on fait appel à la commande *GPC/cascade* [15] [16].

2.6.4 Commande GPC/cascade

Dans le cadre de la commande du moteur asynchrone classiquement implémentée sous forme cascade (vitesse, courant), il s'avère maintenant nécessaire de développer, à partir de l'algorithme GPC 'de base' détaillé précédemment, une structure prédictive cascade tient compte tout les éléments de la boucle y compris le régulateur interne.

La figure (2.14) illustre la structure cascade en mettant en évidence les modèles utilisés pour l'élaboration des polynômes *RST*. Afin d'implanter la commande GPC pour la boucle de courant, il est nécessaire d'élaborer un modèle de prédiction noté '*modèle interne*'. Egalement pour la boucle de vitesse, il est nécessaire de disposer d'un modèle de prédiction pour cette boucle de vitesse, noté ici '*modèle global*', afin de pouvoir prédire son comportement. Ce modèle est composé d'une partie correspondant au '*modèle externe*' et d'une deuxième partie représentant la boucle interne fermée.

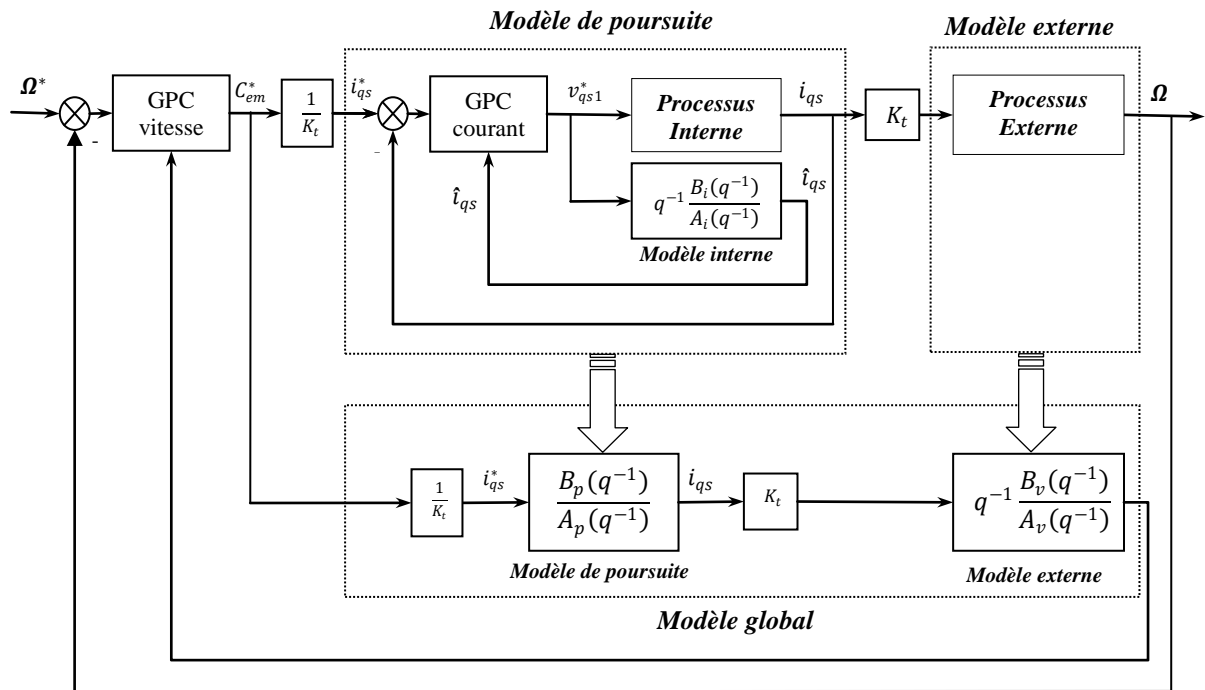


Figure (2.14) Structure de commande GPC cascade

L’algorithme de calcul permettant d’aboutir aux six polynômes pour les deux boucles procède en deux étapes. La boucle interne est envisagée tout d’abord puis la boucle externe.

Les polynômes $R_i(q^{-1})$, $S_i(q^{-1})$ et $T_i(q^{-1})$ du régulateur interne sont les mêmes que ceux obtenus précédemment, à paramètres de réglage identiques.

A partir de ces polynômes et le modèle du processus interne on définit un modèle de poursuite représenté dans la figure (2.15), par la relation suivante :

$$i_{qs}(t) = \frac{B_p(q^{-1})}{A_p(q^{-1})} i_{qs}^*(t) \tag{2.65}$$

Tel que

$$\frac{B_p(q^{-1})}{A_p(q^{-1})} = \frac{q^{-1}T_i(q^{-1})B_i(q^{-1})}{\Delta S_i(q^{-1})A_i(q^{-1}) + q^{-1}R_i(q^{-1})B_i(q^{-1})} \tag{2.66}$$

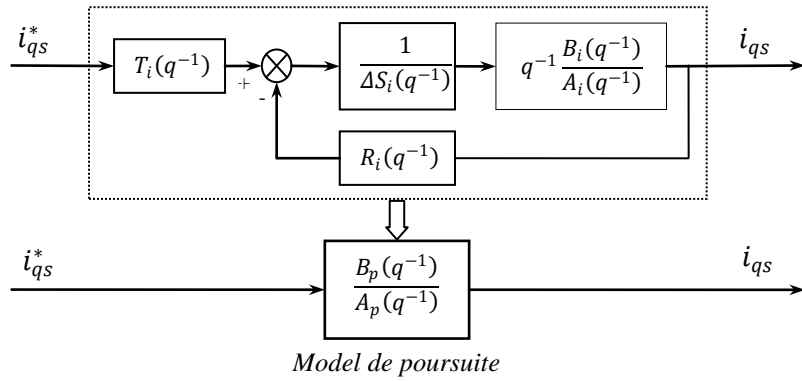


Figure (2.15) Dynamique équivalente de la boucle interne

On utilise la commande *minreal* fourni par Matlab pour trouver la minimale réalisation de $\frac{B_p(q^{-1})}{A_p(q^{-1})}$ après avoir changé le pas de discrétisation utilisant la commande *d2d*.

Afin de retrouver l'expression des nouveaux polynômes $R_v(q^{-1}), S_v(q^{-1})$ et $T_v(q^{-1})$ du régulateur *GPC* de vitesse, la définition du modèle global externe est nécessaire, comme défini figure (2.16). Ce modèle inclut le modèle de la boucle fermée de courant, exprimé par l'intermédiaire du modèle de poursuite (2.65) et le modèle externe.

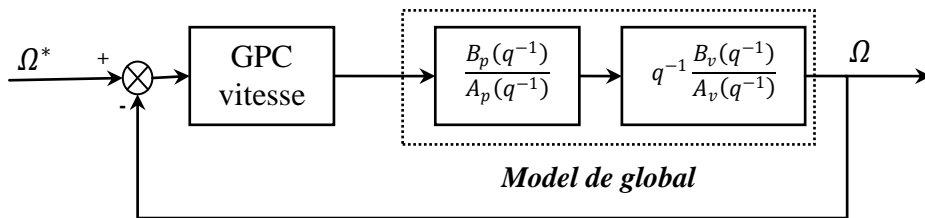


Figure (2.16) Boucle externe de vitesse

Le modèle de prédiction global s'exprime alors par la relation suivante :

$$\Omega(t) = q^{-1} \frac{B_g(q^{-1})}{A_g(q^{-1})} \Omega^*(t) = q^{-1} \frac{B_v(q^{-1}) B_p(q^{-1})}{A_v(q^{-1}) A_p(q^{-1})} \Omega^*(t) \quad (2.67)$$

Finalement on trouve les polynômes $A_g(q^{-1})$ et $B_g(q^{-1})$ du model CARIMA :

$$\begin{cases} B_g(q^{-1}) = B_v(q^{-1}) B_p(q^{-1}) \\ A_g(q^{-1}) = A_v(q^{-1}) A_p(q^{-1}) \end{cases} \quad (2.68)$$

L'application numérique donne le résultat suivant :

$$\begin{cases} B_g(q^{-1}) = 0.0121 q^{-1} + 0.0164 q^{-2} + 0.0057 q^{-3} \\ A_g(q^{-1}) = 1 - 1.447 q^{-1} + 0.448 q^{-2} - 0.0008 q^{-3} \end{cases}$$

Pour un jeu de paramètres de réglage suivant:

$$N_1 = 1, N_2 = 30, N_u = 1 \text{ et } \lambda = \text{trace}(\mathbf{G}^T \mathbf{G}) = 27.42$$

On aboutit aux nouveaux polynômes $R_v(q^{-1})$, $S_v(q^{-1})$ et $T_v(q^{-1})$ suivants :

$$\begin{aligned} S_v(q^{-1}) &= 1 + 0.5269q^{-1} + 0.3497q^{-2} + 0.0912q^{-3} \Rightarrow \Delta S_v(q^{-1}) = 1 - 0.4731q^{-1} - 0.1772q^{-2} - 0.2584q^{-3} - 0.0912q^{-4} \\ R_v(q^{-1}) &= 16.8245 - 23.5597q^{-1} + 7.1854q^{-2} - 0.0125q^{-3} \\ T_v(q^{-1}) &= 0.0307 + 0.0296q^{-1} + 0.0285q^{-2} + 0.0274q^{-3} + 0.0263q^{-4} + 0.0251q^{-5} + 0.024q^{-6} + 0.0229q^{-7} + 0.0218q^{-8} + \\ &\quad 0.0207q^{-9} + 0.0195q^{-10} + 0.0184q^{-11} + 0.0173q^{-12} + 0.0162q^{-13} + 0.0151q^{-14} + 0.0139q^{-15} + 0.0128q^{-16} + \\ &\quad 0.0117q^{-17} + 0.0106q^{-18} + 0.0094q^{-19} + 0.0083q^{-20} + 0.0072q^{-21} + 0.0061q^{-22} + 0.005q^{-23} + 0.0038q^{-24} + \\ &\quad 0.0028q^{-25} + 0.0017q^{-26} + 0.0008q^{-27} + 0.0002q^{-28} + 0q^{-29} \end{aligned}$$

L'essai suivant est fait sur le modèle simplifié de la MAS, structure (2.12), munie de ce dernier régulateur (GPC/cascade), On applique un couple résistant de $C_r = 5Nm$ à partir de l'instant 0.3s jusqu'à l'instant 0.6s alors que la vitesse est régulée à 400tr/min. On remarque d'après la figure (2.17) que le courant i_{qs} suit bien sa référence.

La figure (2.18) montre que la dynamique de rejet de perturbation est très rapide ; La chute de la vitesse à l'instant d'application de la perturbation ne dépasse pas 10tr/min (soit 2.5% de la valeur de la consigne), ainsi le temps de rétablissement est très bref (inferieur à 0.1s), résultat nettement différent à celle obtenu avec le régulateur PI_RST tel que la chute de la vitesse était 10% de la valeur de la consigne, et 0.5s était le temps de rejet de la perturbation.

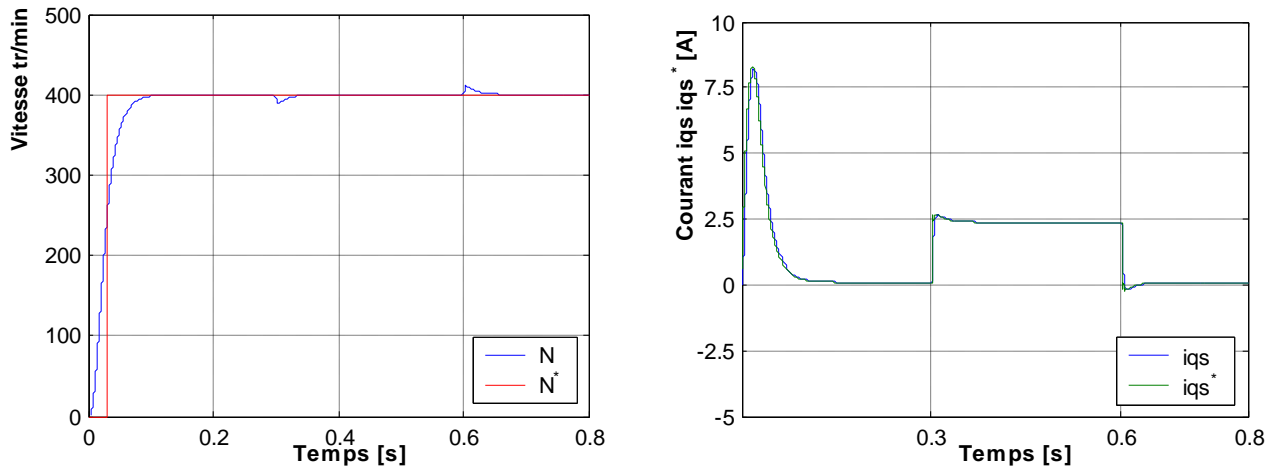
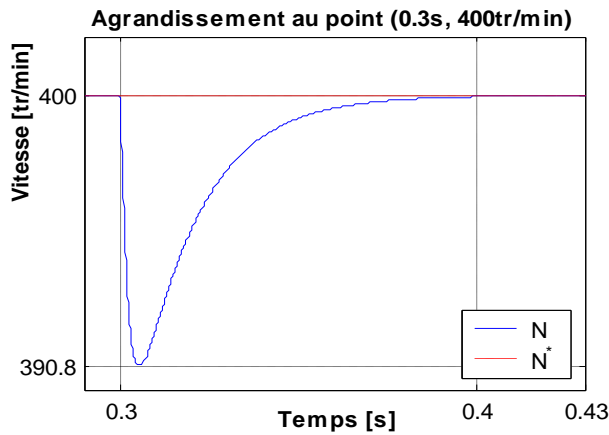


Figure (2.17) Evolution de la vitesse et du courant i_{qs} pour une consigne de 400tr/min, et application d'un couple résistant entre 0.3 et 0.6s



	PI RST	GPC RST
Chute de la vitesse	10%	2.3%
Temps de rejet de perturbation	0.5s	0.1s

Figure (2.18) Rejet de perturbation par le régulateur GPC

Tableau (2.1) Comparaison entre PI et GPC

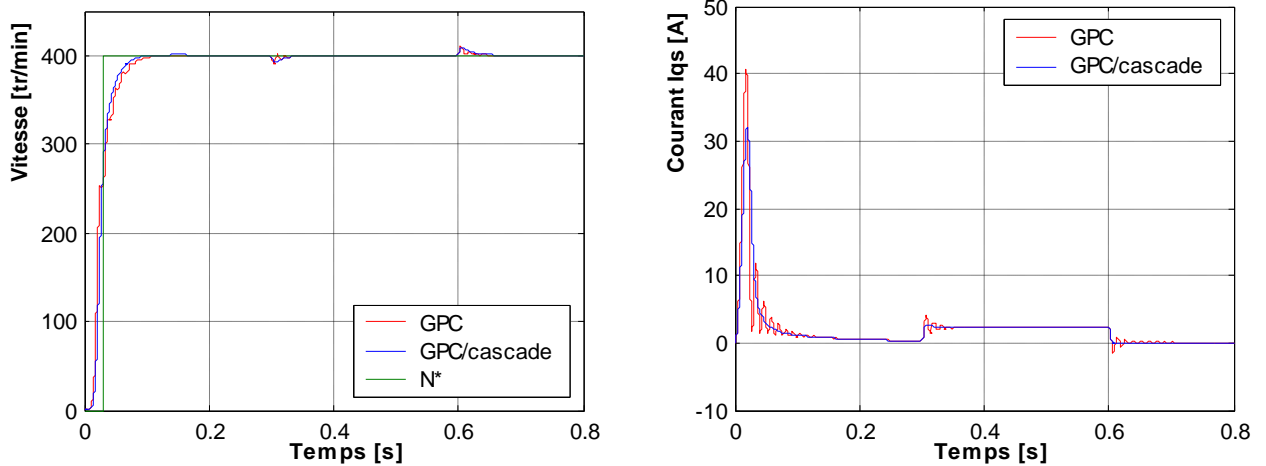


Figure (2.19) Comparaison entre GPC et GPC cascade

La figure (2.19) illustre la comparaison entre la GPC et la GPC/cascade, on constate que les performances obtenues avec la GPC/cascade est meilleur à celui obtenus avec la régulation GPC qui ne tient pas en compte la boucle interne de courant.

2.6.5 Application de la GPC/cascade sur le modèle complet de la MAS

A la partie précédente, nous avons appliqué la GPC au modèle simplifié de la MAS, cette étude est basée sur le modèle linéaire découplé. Afin d'approcher le fonctionnement réel de la machine, nous faisons, dans ce qui suit, une application de la GPC/cascade sur le modèle complet de la machine muni du pilotage vectoriel figure (2.20).

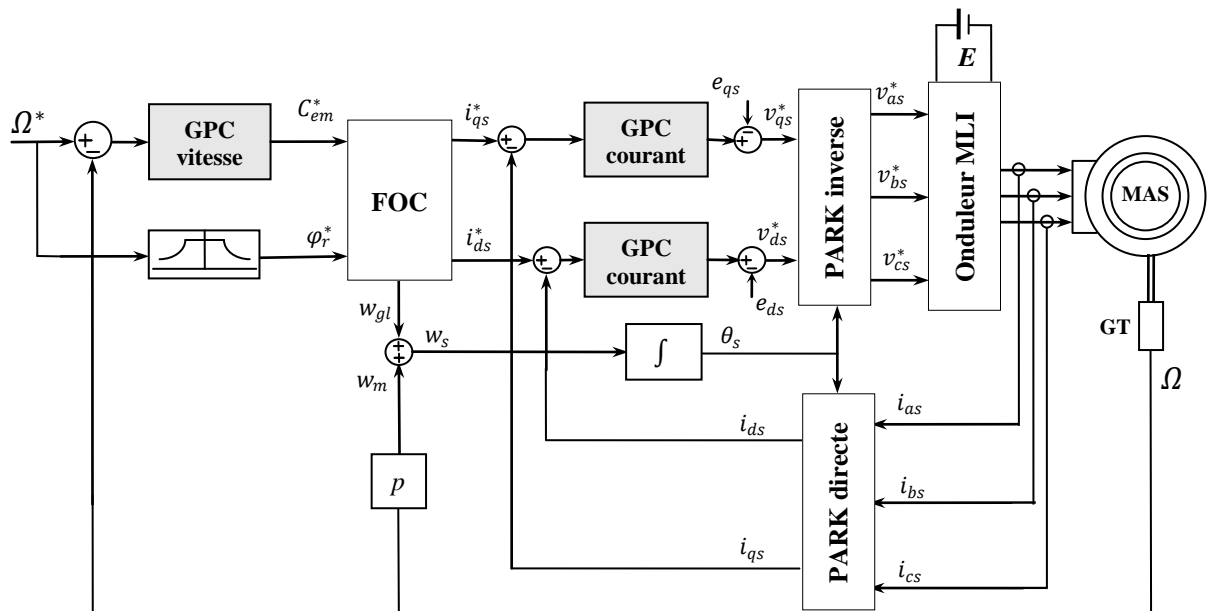


Figure (2.20) Structure globale de la commande de la MAS par la GPC/cascade

On présente les différentes grandeurs de la machine dans les figures (2.21) et (2.22) pour deux essais. La première figure montre un démarrage à vide avec une consigne de 600tr/min suivi d'une application d'un couple nominal $5Nm$ à l'instant $1s$ pendant $1s$. La deuxième figure illustre un test d'inversion de vitesse donnant une référence varie de (600tr/min et -600tr/min), nous remarquons que la dynamique de régulation est bien meilleure que dans le cas d'un réglage PI numérique. En outre, le rejet de perturbation est très efficace, ainsi le découplage entre le flux et couple est parfaitement assuré.

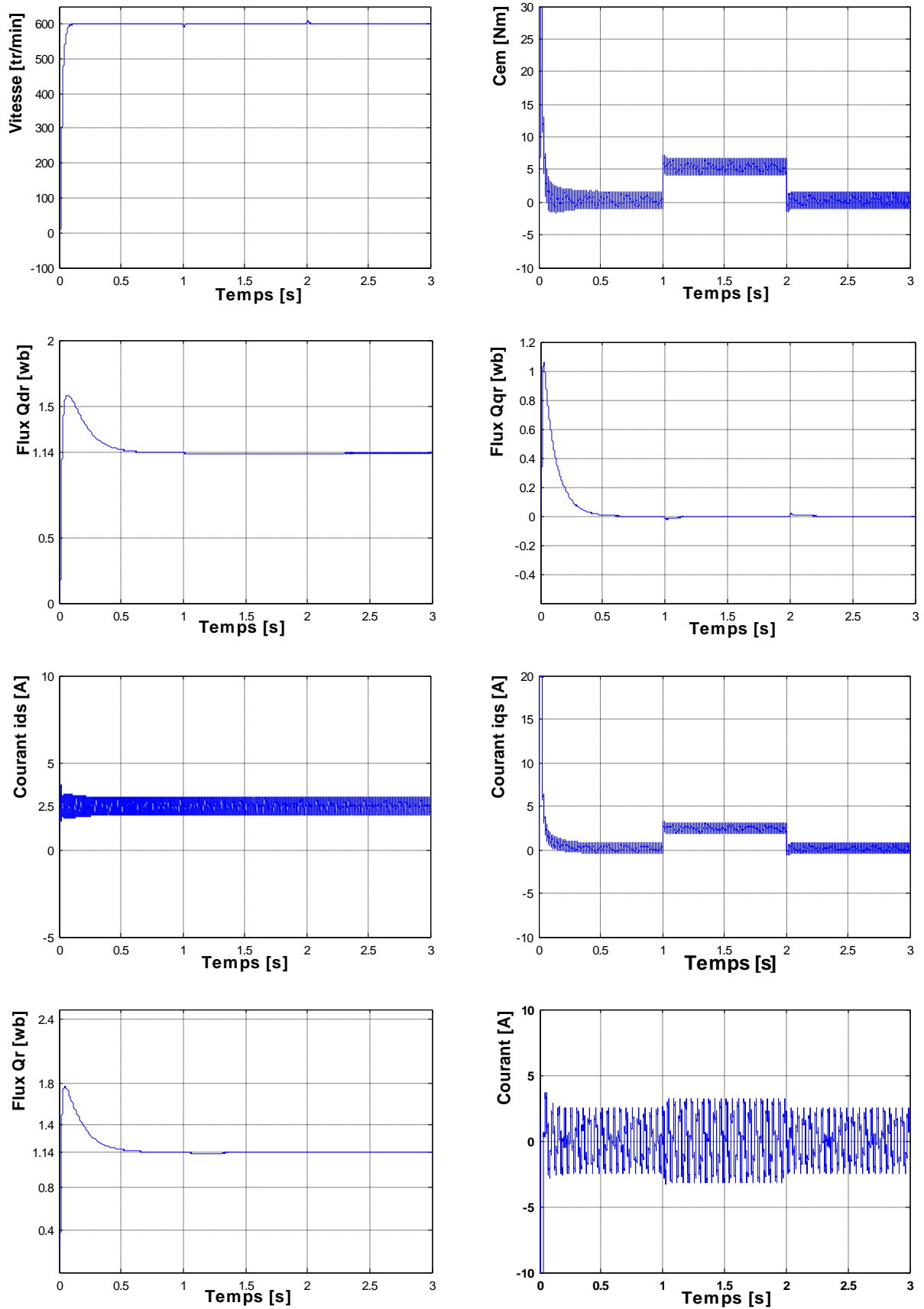


Figure (2.21) Performances de la conduite d'une MAS commandée par la GPC/cascade : Démarrage à vide puis application d'un couple résistant entre 1s et 2s.

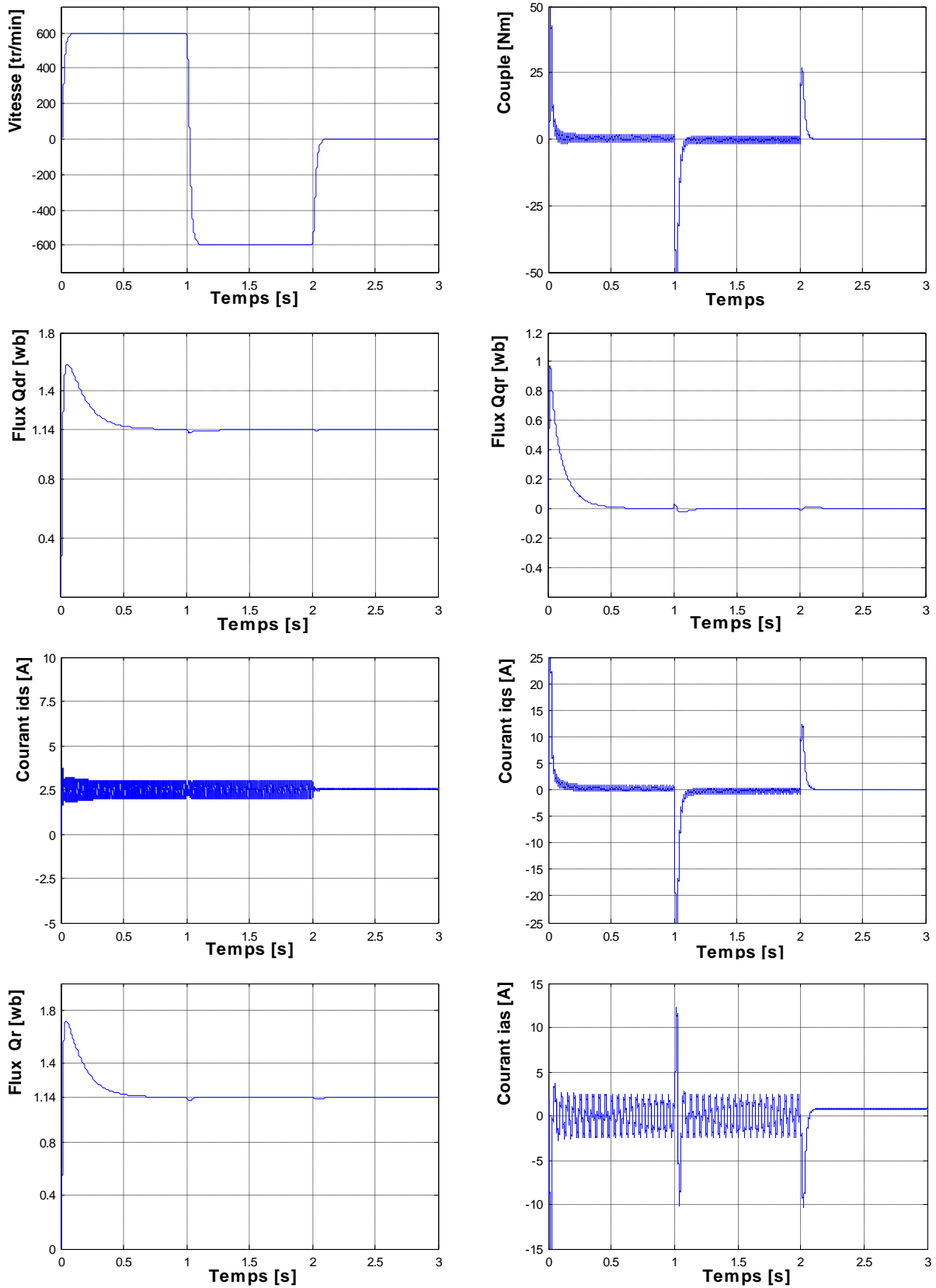


Figure (2.22) Performances de la conduite d'une MAS commandée par la GPC/cascade : Inversion du sens de rotation entre 1s et 2s.

2.6.6 Teste de robustesse

La robustesse d'une commande est sa capacité de surmonter l'incertitude sur le model à contrôler. Ces incertitudes peuvent être dues soit à l'imprécision des paramètres de la machine, soit à la simplification de la dynamique du modèle.

Nous proposons dans cette partie l'étude de la robustesse de la commande GPC/cascade vis-à-vis la variation du moment d'inertie J . La Figure (2.23) présente les grandeurs de la machine obtnues avec une variation du moment d'inertie J de 50% et 100%.

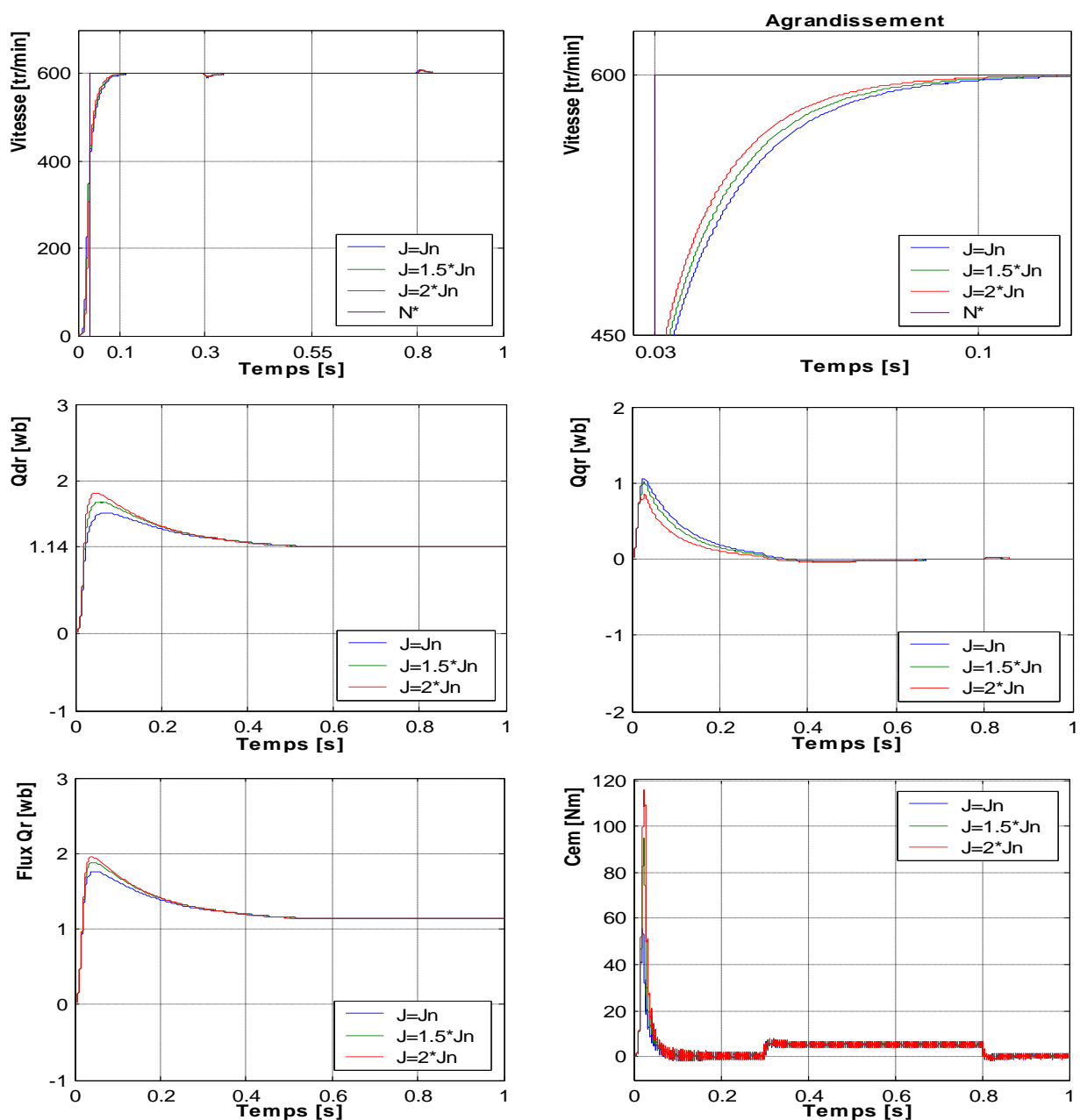


Figure (2.23) Test de robustesse de la commande GPC vis-à-vis de la variation du moment d'inertie J

On constate que pour les variations du moment d'inertie prises précédemment, n'influent pas sur les performances de la MAS. Le découplage étant toujours assuré et les grandeurs à commander suivent leurs valeurs de consignes. Donc, cette commande est robuste vis-à-vis la variation du moment d'inertie.

Les figures (2.24) et (2.25) représentent respectivement un test de robustesse vis-à-vis de la variation de la résistance rotorique et un test vis-à-vis de la variation de la résistance statorique.

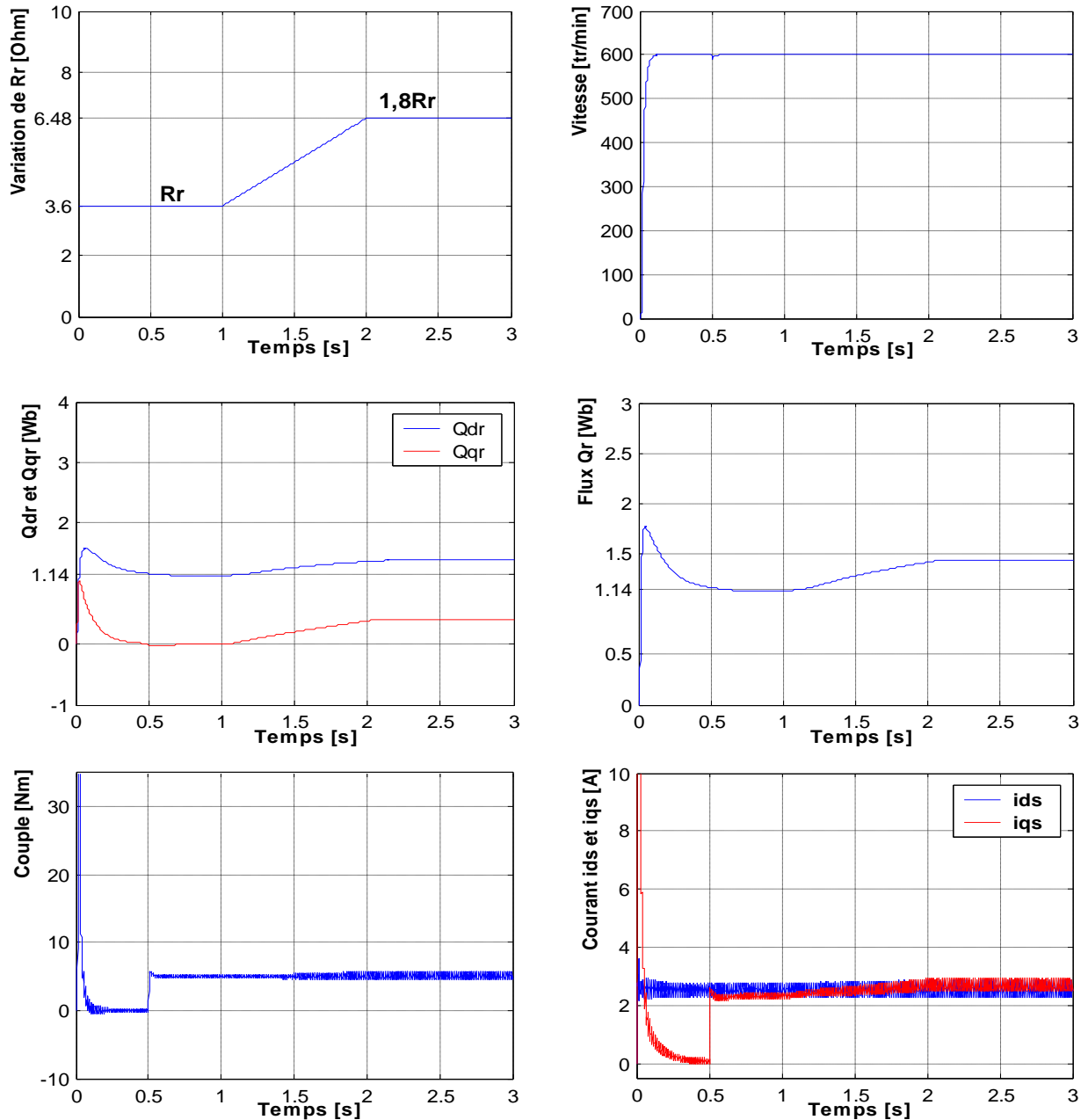


Figure (2.24) Test de robustesse vis-à-vis de la variation de la résistance rotorique ; application d'un couple nominal à partir de 0.5s

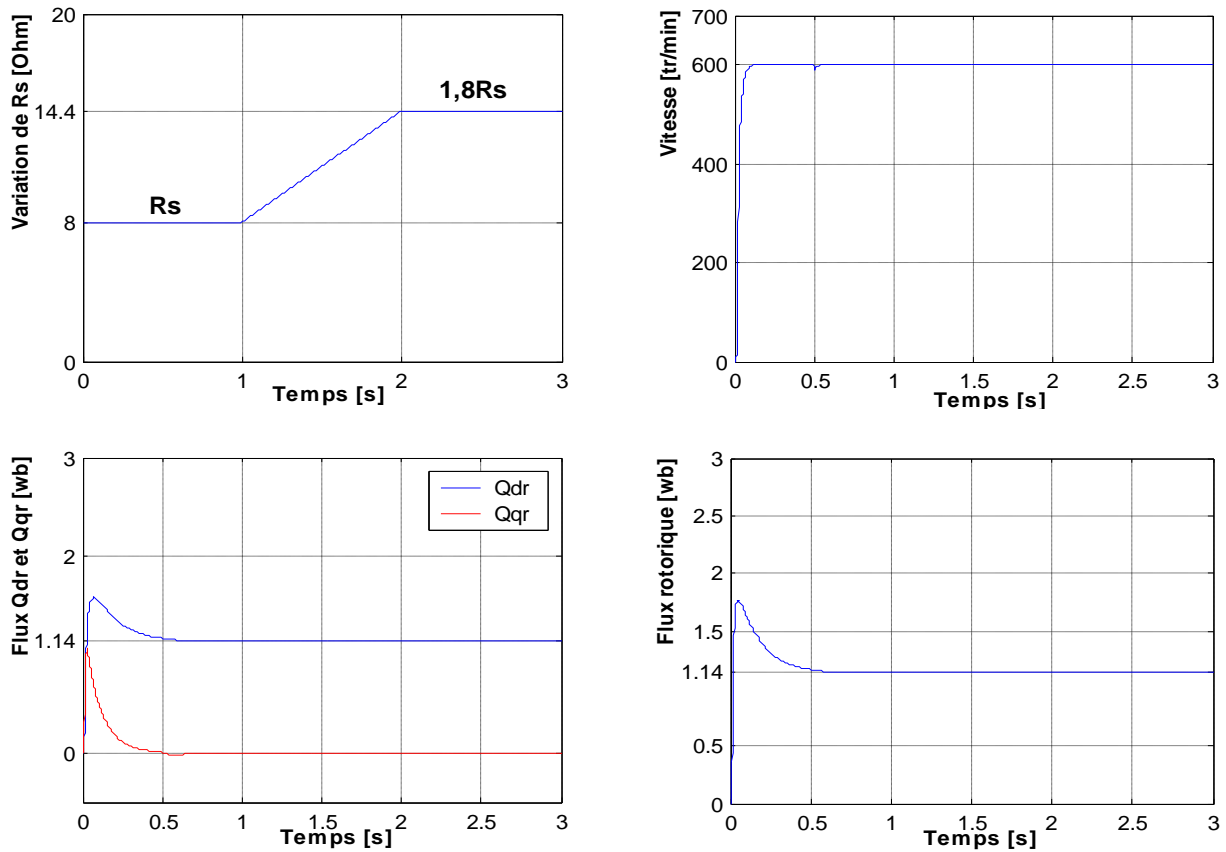


Figure (2.25) Test de robustesse vis-à-vis de la variation de la résistance statorique ; application d'un couple nominal à partir de 0.5s

On constate qu'à partir d'une variation de la résistance rotorique R_r , nous perdons le découplage. Pour remédier ce problème, une estimation de cette dernière demeure nécessaire. On note également, d'après ces résultats, que la variation de la résistance statorique R_s n'affecte pas le comportement de la GPC. En effet, celui-ci est stable et le découplage entre les deux axes d et q persiste.

Conclusion

Ce chapitre a présenté la stratégie de la commande prédictive en insistant sur ses particularités qui en font une méthode de commande particulièrement efficace et très répandue dans la communauté automatique. Les atouts principaux de cette technique de commande reposent sur son aspect prédictif permettant une anticipation au niveau du suivi de la trajectoire.

Les calculs du correcteur prédictif généralisé *GPC* ont été rappelés dans le cadre des systèmes linéaires sans contraintes, le but était de formuler cette commande sous une forme polynomiale *RST*. Une application numérique est faite sur le modèle simplifié de la machine asynchrone triphasée; Ensuite on a discuté l'idée de base de la commande prédictive généralisée cascade permettant de maîtriser la vitesse et le courant tel que la synthèse du régulateur externe tient en compte tout les constituants de la boucle (processus interne + processus externe + régulateur interne). Cette étude est validée par simulation numérique sur le modèle complet de la machine.

Néanmoins, la commande prédictive généralisée peut avoir comme effet néfaste sur notre système par amplification des bruits sur la commande. Cet effet serait alors tout à fait défavorable à la commande avancée proposée dans le milieu d'usinage. Ainsi, cette commande nécessite une méthode qui permet de contraindre les transitoires de la commande. Le chapitre suivant a pour but de répondre à ces deux problèmes.

Chapitre III

Commande prédictive généralisée sous contraintes temporelles et fréquentielles, application sur le moteur asynchrone triphasé

Introduction

Ce chapitre présente la méthode de robustification proposée pour les lois de commande prédictive GPC. Les idées de la méthode se basent sur le travail développé par P. RODRIGUEZ [14]. La méthode est en réalité applicable à toute loi de commande numérique sous forme *RST*.

La commande *GPC* conduit à un correcteur *RST* polynomial à deux degrés de liberté, comme il a été déjà vu au deuxième chapitre. Ainsi, Les méthodes de synthèse des correcteurs à deux degrés de liberté basées sur la paramétrisation de Youla font intervenir des techniques de synthèse de type H_∞ . Le fait d'avoir un correcteur à deux degrés de liberté permet de séparer la dynamique de poursuite et la dynamique de régulation, et l'utilisation de la paramétrisation de Youla permet de faire la synthèse de chaque dynamique séparément. On définit ainsi un problème H_∞ pour la dynamique de poursuite et un autre problème H_∞ pour la dynamique de régulation. A ce stade, notre objectif c'est d'obtenir un régulateur invariant qui puisse faire face aux différentes incertitudes et les bruits sur le système. Ce régulateur devrait satisfaire les contraintes temporelles ajoutées dans le comportement de la boucle fermée ou dans le comportement d'entrée/sortie, de sorte que certains signaux du système respectent un gabarit lorsque le système est excité par une entrée déterminée. Ce type de contrainte est convexe, ce qui permet de traduire les spécifications de robustesse et performance en un problème d'optimisation convexe. La recherche d'un régulateur invariant présente l'avantage de ne pas être soumise à des contraintes concernant le temps de calcul de l'optimisation. Cette caractéristique permet de chercher le paramètre de Youla dans un espace plus large et de trouver ainsi un meilleur compromis entre la robustesse et la performance du régulateur.

Le chapitre s'intéresse tout d'abord à la paramétrisation de Youla d'un correcteur GPC à deux degrés de liberté. On y décrit comment, à partir d'un correcteur GPC initial, il est possible

de paramétrer tous les correcteurs qui stabilisent le système. Cette paramétrisation permet de définir le problème de robustification ou de modification comme un problème d'optimisation convexe. Ensuite on analyse la résolution numérique du problème d'optimisation. Finalement, le dernier paragraphe est consacré à l'application numérique sur le moteur asynchrone triphasé.

3.1 Rôle de robustification de la loi de commande prédictive

3.1.1 Robustesse en stabilité

Considérons le système de la figure (3.1)

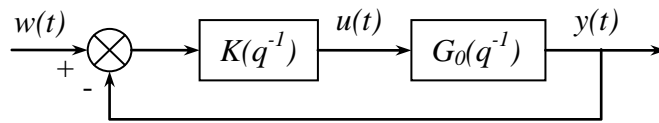


Figure (3.1) Système bouclé pour analyse de robustesse

On notera $G(q^{-1})$ la fonction de transfert modélisant le système et $G_0(q^{-1})$ le système réel. Le théorème 3.1, basé sur le critère de stabilité de Nyquist, donne les conditions de stabilité du système bouclé [18].

Théorème 3.1

Le système de la figure (3.1) est stable si :

- Le système bouclé avec $G(q^{-1})$ est stable.
- $G(q^{-1})$ et $G_0(q^{-1})$ ont le même nombre de pôles à l'extérieur du cercle unité.
- Si $G_0(q^{-1})$ a des pôles sur le cercle unité, ceux-ci sont aussi pôles de $G(q^{-1})$.
- La condition suivante est satisfaite pour $\forall w \in [0, \pi]$.

$$|G(e^{-jw})K(e^{-jw}) - G_0(e^{-jw})K(e^{-jw})| < |1 + G(e^{-jw})K(e^{-jw})| \quad (3.1)$$

Cette condition peut être s'interpréter graphiquement sur le diagramme de Nyquist, comme montre la figure (3.2).

La stabilité est garantie si, pour tout point du lieu de Nyquist nominal $G(e^{-jw})K(e^{-jw})$, le cercle de centre GK et de rayon $|GK - G_0K|$ ne contient pas le point (-1).

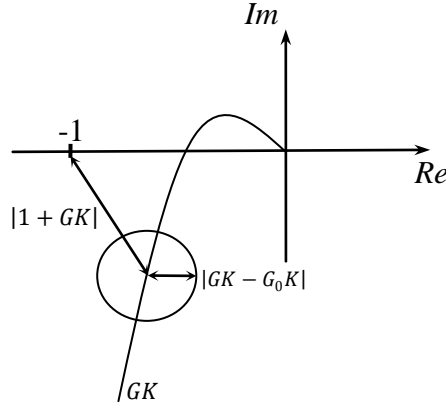


Figure (3.2) Interprétation de la condition de robustesse en stabilité

3.1.2 Définition de la marge de robustesse pour le cas du correcteur GPC

Appliquant la condition précédente relation (3.1) au système de la figure (2.4) on a :

$$\left| \frac{q^{-1}B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})S(q^{-1})} - \frac{q^{-1}B_0(q^{-1})R(q^{-1})}{A_0(q^{-1})\Delta(q^{-1})S(q^{-1})} \right| < \left| 1 + \frac{q^{-1}B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})S(q^{-1})} \right| \quad (3.2)$$

En considérant (2.51), il vient

$$\left| \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{B_0(q^{-1})}{A_0(q^{-1})} \right| < \left| \frac{P_c(q^{-1})}{A(q^{-1})R(q^{-1})} \right| = B_r \quad (3.3)$$

Plus la partie droite de l'inégalité sera grande, plus notre système sera robuste face aux incertitudes de modèle. Ce transfert est donc une marge de robustesse du système, que l'on va nommer B_r .

3.2 Paramétrisation de Youla

Il s'agit de paramétrer de manière complète la famille de correcteurs stabilisants pour un système donné. On considère le système en boucle fermée de la figure (3.3).

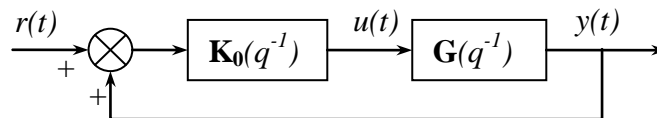


Figure (3.3) Boucle fermée classique (avec retour positif)

Les deux théorèmes suivants définissent la Paramétrisation de Youla (le lecteur pourra consulter leurs preuves dans [19]).

Théorème 3.2

Considérons :

$$\mathbf{G} = \mathbf{N}\mathbf{M}^{-1} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{N}} \quad (3.4)$$

et :

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{U}_0\mathbf{V}_0^{-1} = \tilde{\mathbf{V}}_0^{-1}\tilde{\mathbf{U}}_0 \quad (3.5)$$

Les factorisations fractionnelles co-premières de \mathbf{G} et \mathbf{K}_0 à gauche et à droite ou \mathbf{N} , \mathbf{M} , \mathbf{U}_0 , \mathbf{V}_0 , $\tilde{\mathbf{N}}$, $\tilde{\mathbf{M}}$, $\tilde{\mathbf{U}}_0$ et $\tilde{\mathbf{V}}_0$ sont les matrices de transfert stables.

Si \mathbf{K}_0 est un correcteur stabilisant, alors \mathbf{N} , \mathbf{M} , \mathbf{U}_0 , \mathbf{V}_0 , $\tilde{\mathbf{N}}$, $\tilde{\mathbf{M}}$, $\tilde{\mathbf{U}}_0$ et $\tilde{\mathbf{V}}_0$ peuvent être choisies telles que :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_0 & -\tilde{\mathbf{U}}_0 \\ -\tilde{\mathbf{N}} & \tilde{\mathbf{M}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{N} & \mathbf{V}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Théorème 3.3

En considérant (3.4) et (3.5) telles que (2.3) soit vérifiée, pour toute matrice de transfert stable \mathbf{Q} de dimensions adéquates, on définit :

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{M}\mathbf{Q} \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{N}\mathbf{Q} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{U} = \tilde{\mathbf{U}}_0 + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{M}} \quad \mathbf{V} = \tilde{\mathbf{V}}_0 + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{N}} \quad (3.8)$$

Alors :

1. $\mathbf{U}\mathbf{V}^{-1} = \tilde{\mathbf{V}}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}$ et $\mathbf{K} = \mathbf{U}\mathbf{V}^{-1} = \tilde{\mathbf{V}}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}$ est un correcteur stabilisant pour $\mathbf{G} = \mathbf{N}\mathbf{M}^{-1} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{N}}$
2. Tout correcteur stabilisant a une représentation fractionnelle donnée par (3.7) et (3.8).

Afin d'aboutir à une représentation correspondante pour un correcteur à deux degrés de liberté (le cas RST étant la structure utilisée dans ce travail), plusieurs transformations sont requises (Figure 3.4), à partir de la forme générale (Figure 3.4a) jusqu'à la forme de bouclage standard illustrée dans la Figure (3.4b) afin de conserver la mise en forme de la Figure (3.3).

Avec :

$$\mathbf{K} = (C_1 \quad C_2) \text{ et } \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ G \end{pmatrix}$$

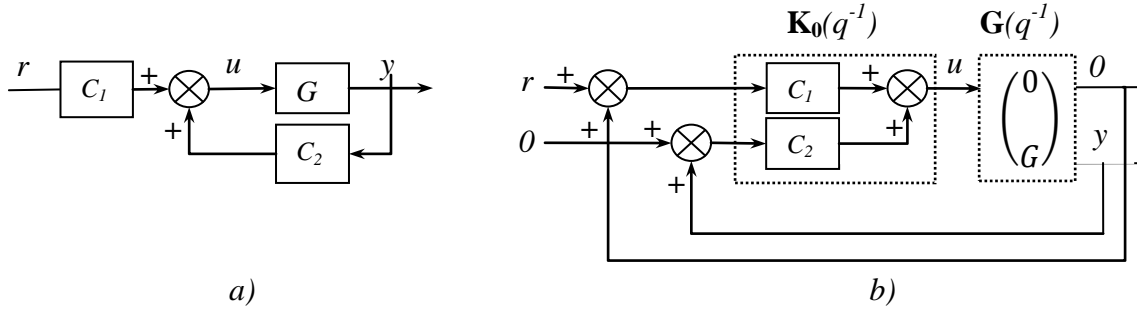


Figure (3.4) Correcteur à deux degrés de liberté. a) Représentation générale. b) Bouclage standard

Afin de paramétrer le correcteur, un choix de factorisation peut être le suivant :

$$\mathbf{N} = \tilde{\mathbf{N}} = \begin{pmatrix} 0 \\ G \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = 1, \quad \tilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{U}_0 = \tilde{\mathbf{U}}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{\mathbf{V}}_0 = 1$$

qui vérifient (3.4), (3.5) et (3.6) avec $\mathbf{Q} = (Q_2 \quad Q_1)$, on obtient la famille de correcteurs est la suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}} &= \tilde{\mathbf{U}}_0 + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{M}} = (Q_2 \quad Q_1) \\ \tilde{\mathbf{V}} &= \tilde{\mathbf{V}}_0 + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{N}} = 1 + Q_1G \end{aligned} \tag{3.9}$$

A partir de la relation $\mathbf{K} = \mathbf{UV}^{-1} = \tilde{\mathbf{V}}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}$, il vient :

$$K = \begin{pmatrix} \frac{Q_2}{1+Q_2G} & \frac{Q_1}{1+Q_1G} \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

Les deux représentations (a) et (b) de la figure (3.5) sont équivalentes :

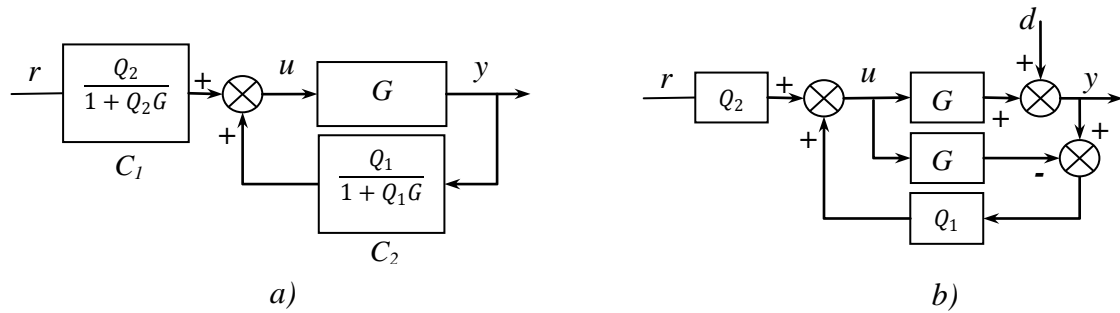


Figure (3.5) Paramétrisation de tous les correcteurs stabilisants pour un correcteur à deux degrés de liberté

La Figure (3.5b) correspond à la paramétrisation de tous les correcteurs stabilisants à deux degrés de liberté avec une structure à modèle interne. On constate au travers de cette représentation que la paramétrisation d'un régulateur à deux degrés de liberté implique un paramètre de Youla à deux composantes ; Q_2 qui a un rôle de préfiltrage, et Q_1 , qui modifie la dynamique de la boucle fermée. On remarque également que Q_1 a une influence uniquement sur la partie non modélisée par G , à savoir les perturbations qui agissent sur le système, représentées ici par le signal d .

L'intérêt de ce type de régulateur réside tout particulièrement en une séparation des dynamiques de poursuite et de régulation. Le paramètre Q_2 modifie la dynamique de poursuite sans changer la dynamique de la boucle fermée (ou de régulation), et le paramètre Q_1 modifie la dynamique de régulation sans changer la dynamique de poursuite.

3.3 Paramétrisation de Youla d'un correcteur GPC

Considérons un correcteur GPC initial noté $R'-S'-T'$, représenté Figure (3.6). Ce correcteur a été synthétisé avec les paramètres N_1, N_2, N_u et λ ajustés de façon à obtenir le comportement entrée/sortie désiré.

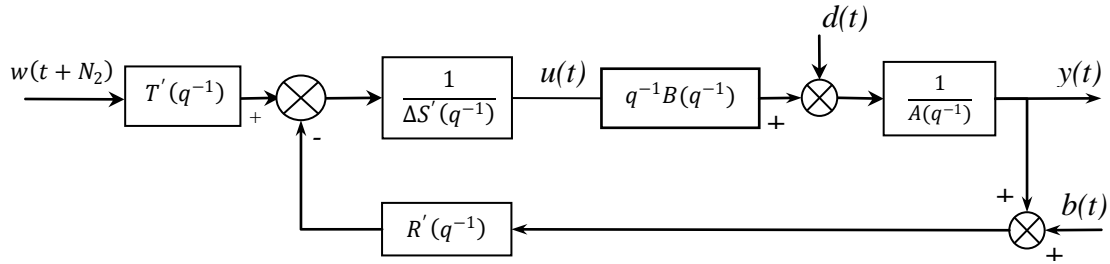


Figure (3.6) Correcteur $R'-S'-T'$ initial

Afin d'obtenir la paramétrisation de Youla de ce correcteur initial, il faut tout d'abord définir une structure de bouclage standard Figure (3.3) et appliquer le Théorème (3.3). Pour ce faire, modifions la Figure (3.6), pour arriver à la Figure (3.7), puis à la Figure (3.8).

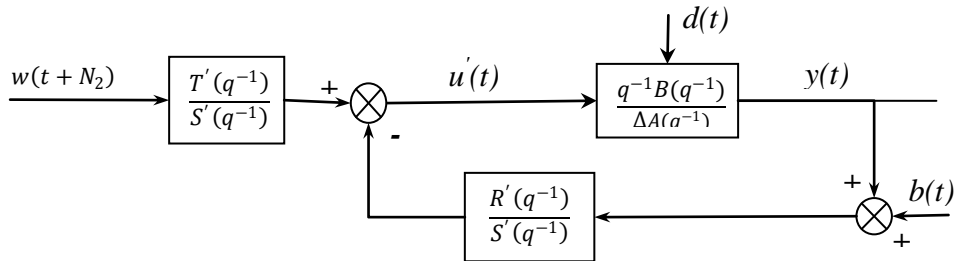


Figure (3.7) Correcteur initial, structure modifiée

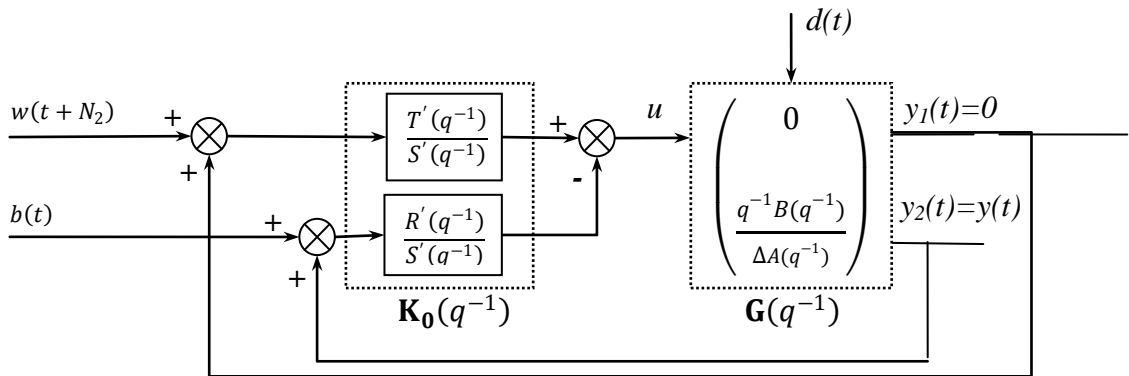


Figure (3.8) Correcteur initial avec la structure du bouclage standard

L'action intégrale du correcteur initial est incluse dans le modèle du système, permettant ainsi de paramétrer tous les correcteurs qui conservent l'action intégrale. Utilisant le Théorème (3.3), avec la factorisation suivante [14] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{q^{-1}B}{A_c} \end{pmatrix} & \mathbf{M} = \frac{\Delta A}{A_c} \\ \tilde{\mathbf{N}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{q^{-1}B}{A_0} \end{pmatrix} & \tilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta A}{A_c} \end{pmatrix} \\ \mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta AT'}{A_0 A_c} & \frac{R'}{A_c} \end{pmatrix} & \mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{q^{-1}BT'}{A_0 A_c} & -\frac{S'}{A_c} \end{pmatrix} \\ \tilde{\mathbf{U}}_0 = \begin{pmatrix} \frac{T'}{A_0} & -\frac{R'}{A_0} \end{pmatrix} & \tilde{\mathbf{V}}_0 = \frac{S'}{A_0} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

et en considérant $\mathbf{Q} = [Q_2 \quad Q_1]$, l'ensemble des correcteurs stabilisants est :

$$\mathbf{K}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{T' - A_0 Q_2}{S' - q^{-1} B Q_1} & \frac{R' + \Delta A Q_1}{S' - q^{-1} B Q_1} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Où $A_0 A_c = \Delta A S' + q^{-1} B R'$ est l'équation caractéristique de la boucle fermée obtenue avec le correcteur initial \mathbf{K}_0 de la Figure (3.6). Cette équation caractéristique est factorisée comme dans le cas d'un placement de pôles [18], en un polynôme A_c correspondant à la dynamique de commande et un polynôme A_0 correspondant à la dynamique de l'observateur. Les deux polynômes sont stables, toutes leurs racines étant de module inférieur à 1, car le correcteur initial est un correcteur stabilisant.

La structure *RST* finale est la suivante :

$$\begin{cases} T(q^{-1}) = T'(q^{-1}) - A_0(q^{-1})Q_2(q^{-1}) \\ R(q^{-1}) = R'(q^{-1}) + \Delta A(q^{-1})Q_1(q^{-1}) \\ S(q^{-1}) = S'(q^{-1}) - q^{-1}B(q^{-1})Q_1(q^{-1}) \end{cases} \quad (3.13)$$

Où $Q_1(q^{-1})$ et $Q_2(q^{-1})$ sont des transferts stables. Le transfert $Q_2(q^{-1})$ modifie le comportement entrée/sortie, tandis que le paramètre $Q_1(q^{-1})$ modifie la dynamique de la boucle fermée ou de régulation, sans changer le transfert entrée/sortie.

3.4 Spécifications de robustesse et performance nominale

La paramétrisation de Youla paramétrant tous les correcteurs stabilisants peut s'appliquer au système décrit par la Figure (3.9).

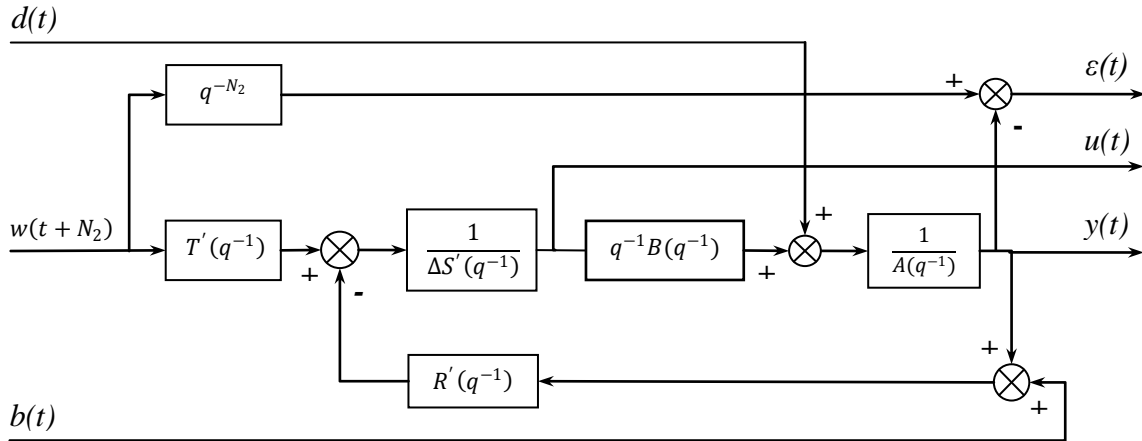


Figure (3.9) Système avec régulateur RST, entrées d, w, b et sorties ε, y, u

L'application de la paramétrisation, définie par la relation (3.12), au correcteur initial conduit au correcteur représenté Figure (3.10).

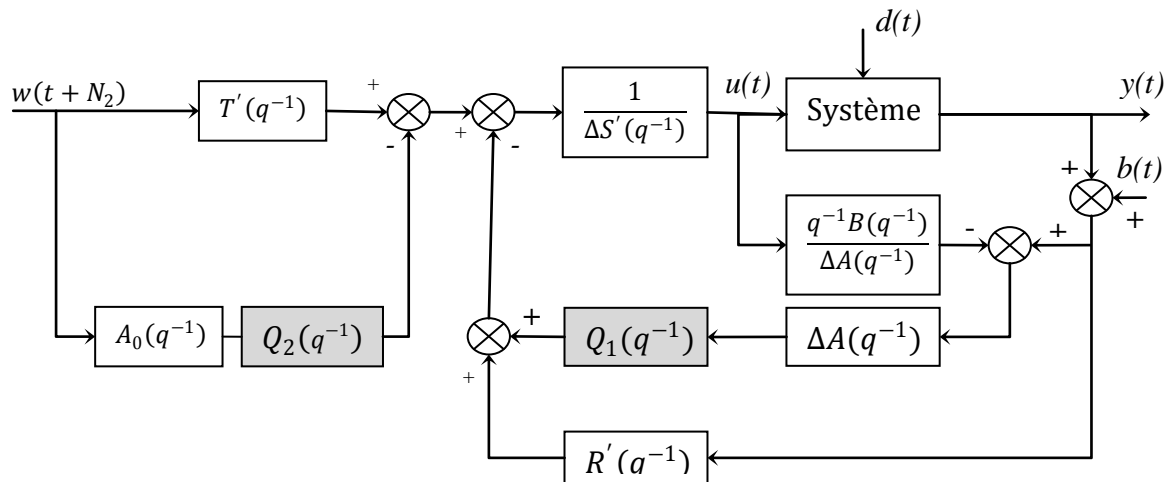


Figure (3.10) Régulateur GPC avec paramétrisation de Youla

Cette représentation peut être modifiée afin de faire apparaître les deux paramètres au sein d'un seul bloc, comme le montre la Figure (3.11).

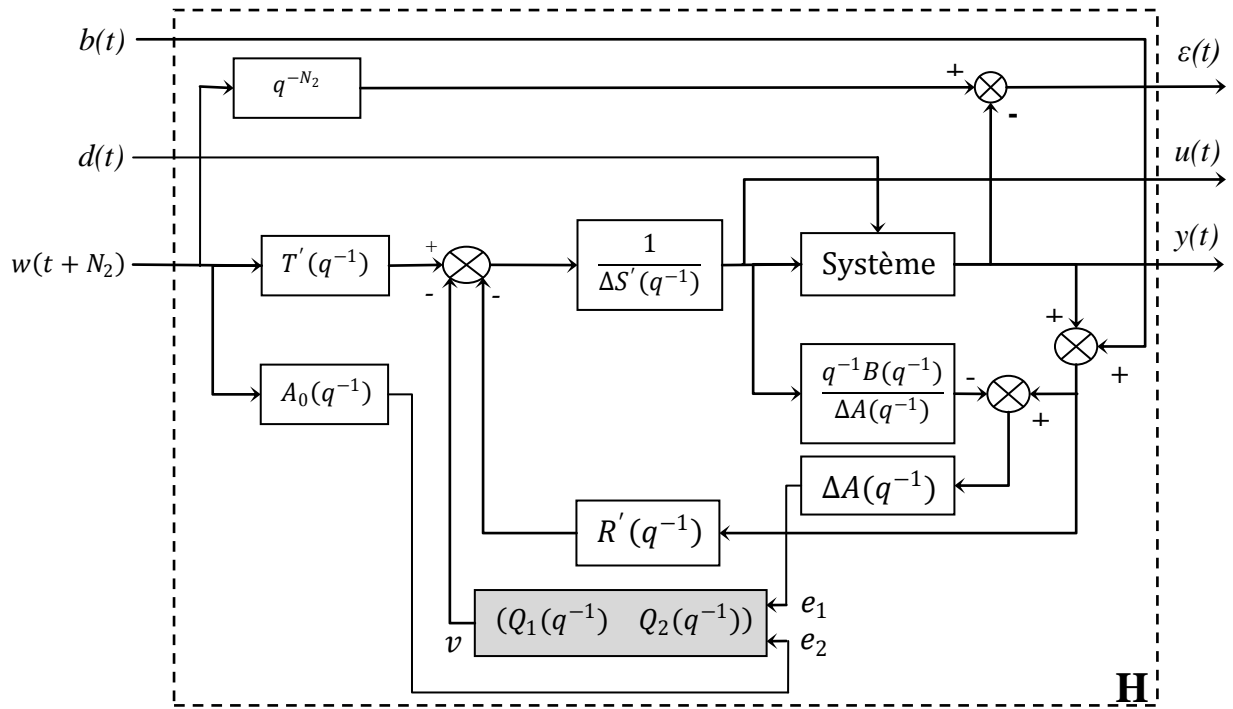


Figure (3.11) Régulateur GPC avec paramétrisation de Youla dégageant les signaux e_1, e_2 , et v

On arrive finalement à la structure de la Figure (3.12) avec :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ u \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} b \\ d \\ w \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{q^{-1}BR'}{A_0A_c} + \frac{q^{-1}B\Delta A}{A_0A_c} Q_1 & -\frac{\Delta S'}{A_0A_c} + \frac{q^{-1}B\Delta}{A_0A_c} Q_1 & \frac{A_0A_c q^{-N_2} - q^{-1}BT'}{A_0A_c} + \frac{q^{-1}BA_0}{A_0A_c} Q_2 \\ -\frac{R'A}{A_0A_c} - \frac{\Delta A^2}{A_0A_c} Q_1 & -\frac{R'}{A_0A_c} - \frac{\Delta A}{A_0A_c} Q_1 & \frac{T'A}{A_0A_c} - \frac{AA_0}{A_0A_c} Q_2 \\ -\frac{q^{-1}BR'}{A_0A_c} - \frac{q^{-1}B\Delta A}{A_0A_c} Q_1 & \frac{\Delta S'}{A_0A_c} - \frac{q^{-1}B\Delta}{A_0A_c} Q_1 & \frac{T'q^{-1}B}{A_0A_c} - \frac{q^{-1}BA_0}{A_0A_c} Q_2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

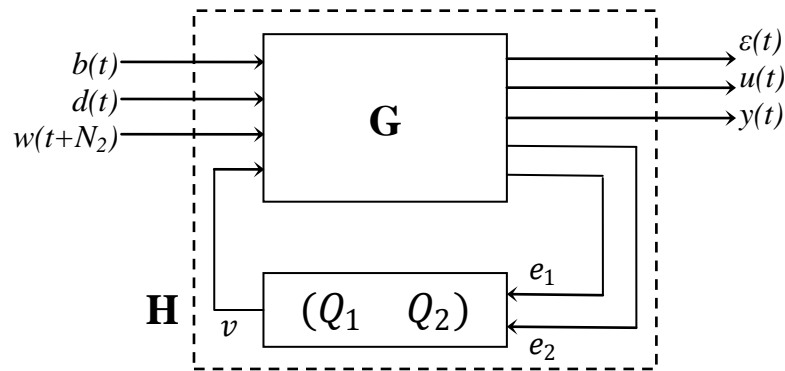


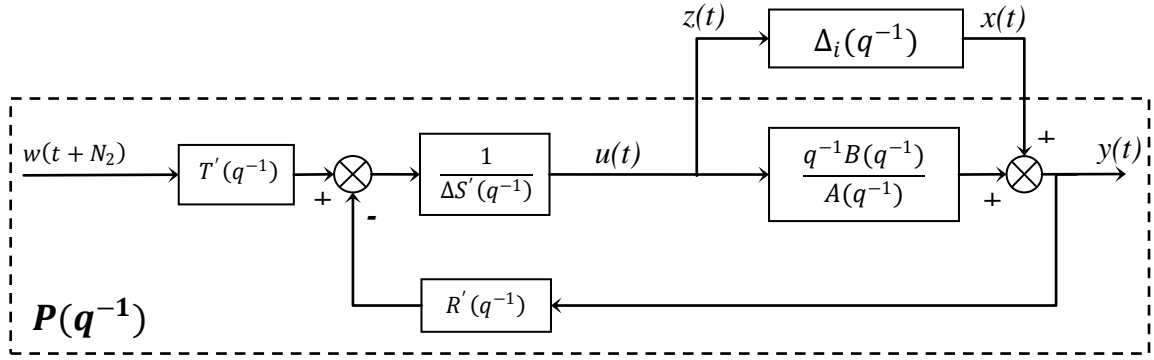
Figure (3.12) Régulateur GPC avec paramétrisation de Youla. Formalisme par bloc

On constate dès lors aisément que le paramètre Q_1 modifie les fonctions de transfert associant b et d à ε , u et y , et le paramètre Q_2 modifie les fonctions de transfert reliant w à ε , u et y . En conséquence, Q_1 modifie la dynamique de la boucle fermée et Q_2 modifie la dynamique de poursuite.

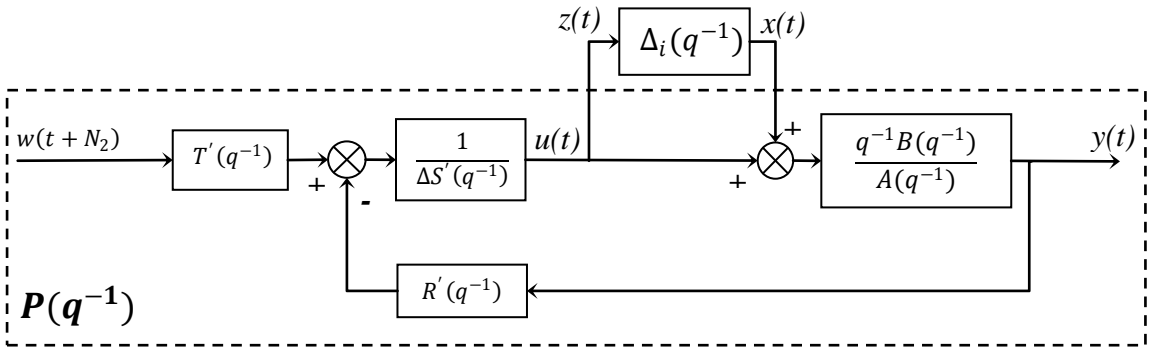
On va maintenant examiner des spécifications de robustesse en stabilité face à des incertitudes non structurées, et des spécifications de performance nominale, grâce au respect de gabarits temporels.

3.4.1 Spécifications fréquentielles

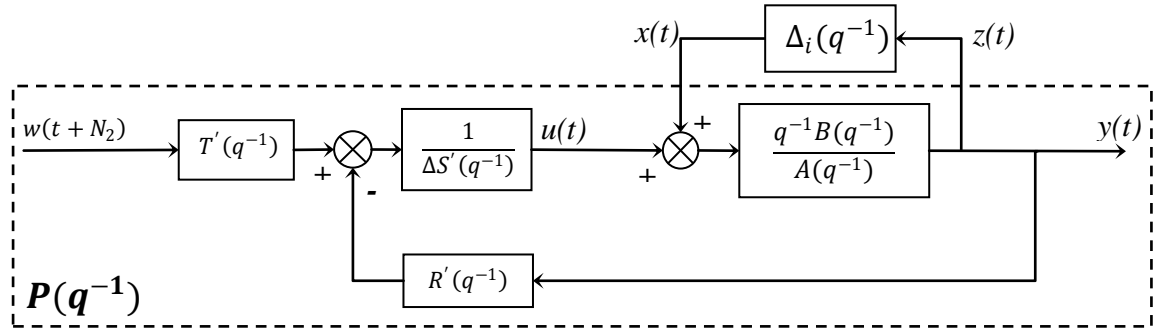
La méthode décrite ici a pour but la robustification du régulateur GPC à deux degrés de liberté vis-à-vis d'incertitudes non-paramétrées. Cette classe d'incertitudes inclut des incertitudes additives directes et inverses, multiplicatives directes et inverses. Appliquées à la structure GPC-RST présentée précédemment, ces types d'incertitudes agissent comme illustré Figure (3.13).



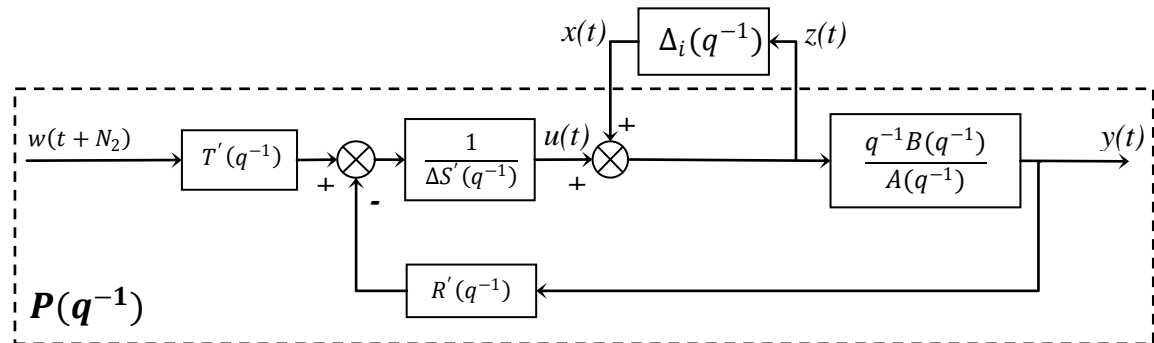
a) Incertitude additive directe



b) Incertitude multiplicative directe



c) Incertitude additive inverse



d) Incertitude multiplicative inverse

Figure (3.13) Différents types d'incertitudes non structurées.

En généralisant, un système bouclé par une incertitude non structurée peut se représenter sous la forme de la Figure (3.14).

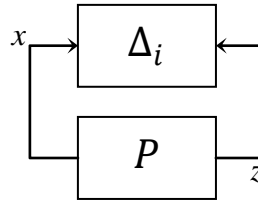


Figure (3.14) Système P bouclé par l'incertitude non structurée

Par la suite, le but est de déterminer le transfert P correspondant à chaque type d'incertitude. Le calcul peut se faire de deux manières : soit en intégrant dans la Figure (3.10) les différents types d'incertitudes sur la partie dénotée « *Système* ». Et en calculant par la suite le transfert P , soit en partant du régulateur initial RST (Figure 3.6) en calculant le transfert P et finalement en utilisant la paramétrisation (3.12) pour en déduire le transfert P dans le cas robuste. Si l'on examine par exemple le cas d'une incertitude additive directe (Figure 3.13a), le système bouclé par l'incertitude non structurée est :

$$-\frac{R' A}{A_0 A_c} - \frac{A^2 \Delta}{A_0 A_c} Q_1 \tag{3.16}$$

Le tableau (3.1) récapitule les fonctions de transfert liées aux différentes incertitudes.

Δ_i	P
additive directe	$-\frac{R' A}{A_0 A_c} - \frac{A^2 \Delta}{A_0 A_c} Q_1$
additive inverse	$\frac{q^{-1} B \Delta S'}{A_0 A_c} - \frac{q^{-2} B^2 \Delta}{A_0 A_c} Q_1$
multiplicative directe	$-\frac{q^{-1} B R'}{A_0 A_c} - \frac{q^{-1} B \Delta A}{A_0 A_c} Q_1$
multiplicative inverse	$-\frac{S' A}{A_0 A_c} - \frac{\Delta A q^{-1} B}{A_0 A_c} Q_1$

Tableau (3.1) Transfert P connecte aux blocs d'incertitude non structurée.

A l'aide du théorème du petit gain [14], [20], la robustification vis-a-vis d'une incertitude non structurée est maximisée par la minimisation de la norme H_∞ suivante :

$$\min_{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty} \|P(q^{-1})W(q^{-1})\|_\infty \quad (3.17)$$

Ou le transfert W sert à pondérer davantage la bande de fréquences pour laquelle les incertitudes de modèle sont les plus importantes. La notation \mathcal{RH}_∞ indique l'espace de toutes les matrices de transfert propres et stables à coefficients réels. La paramétrisation de Youla procure une dépendance linéaire entre les transferts P et le paramètre de Youla, comme indique dans le Tableau (3.1), de sorte que les spécifications définies par la relation (3.16) sont convexes en Q_1 [20].

3.4.2 Spécifications temporelles

Le compromis de cette méthode se situe au niveau de la réaction du système face aux différentes perturbations (par exemple le couple résistant et le bruit de mesure). La méthode présentée à l'avantage de rendre la commande moins sensible face aux bruits de mesure par exemple, mais en revanche elle ralentit le rejet des perturbations. Il est donc nécessaire de trouver un compromis pour ces deux problèmes : l'insensibilité face aux bruits et un bon rejet des perturbations. On peut envisager des lors de contraindre le rejet de perturbation ou l'effet des bruits de mesure à rester à l'intérieur d'un gabarit fixé au préalable. Cela peut se faire par l'intermédiaire d'une enveloppe temporelle, en imposant des valeurs limite inférieures et supérieures au signal contraint.

En notant $s_{ij}(t)$ la réponse du transfert $H_{ij}(t)$ a une entrée déterminée, la spécification temporelle consiste en un gabarit à l'intérieur duquel la sortie $s_{ij}(t)$ doit rester confinée. L'ensemble des paramètres Q qui satisfont cette spécification est donné par :

$$\begin{aligned} C_{env} &= \{Q_1 / \forall t \geq 0; s_{min}(t) \leq s_{ij}(t) \leq s_{max}(t)\} \\ &= \{Q_1 / \Phi_{env}(Q_1) \leq 0\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Avec

$$\Phi_{env}(Q_1) = \max \left(\max_{t \geq 0} (s_{ij}(t) - s_{max}(t)), s_{min}(t) - s_{ij}(t) \right)$$

3.4.3 Problème d'optimisation convexe

Avec ces deux spécifications, fréquentielles et temporelles, le problème de robustification d'un correcteur initial est défini comme un problème de minimisation sous contraintes, où le critère à minimiser, la contrainte à satisfaire et l'espace d'appartenance du paramètre de Youla sont convexes. Il s'agit dès lors d'un problème d'optimisation convexe, comme il a été défini dans [14]. Ainsi, par exemple, la robustification du régulateur initial vis-à-vis d'incertitudes additives directes, des dynamiques négligées par exemple, tout en respectant un gabarit pour le rejet de perturbation, afin de ne pas trop ralentir la dynamique de régulation, se traduit par :

$$\min_{\substack{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env}(Q_1) < 0}} \left\| \left(-\frac{R'A}{A_0A_c} - \frac{A^2\Delta}{A_0A_c} Q_1 \right) W(q^{-1}) \right\|_\infty \quad (3.19)$$

Où $\Phi_{env}(Q_1)$ définit la contrainte d'enveloppe du rejet de perturbation. Dans ce cas, seul le paramètre Q_1 du paramètre Q intervient dans l'optimisation, car il s'agit de modifier la dynamique de la boucle fermée ou de régulation.

De la même façon, on peut envisager un problème d'optimisation modifiant la dynamique de poursuite. On peut ainsi faire respecter un gabarit pour la réponse à un échelon, tout en minimisant le transfert entrée/commande, de façon à minimiser, par exemple, la commande en haute fréquence. Ceci conduit au problème décrit par (3.19). Dans ce cas, seul le paramètre Q_2 intervient, car on cherche à modifier la dynamique entrée/sortie. $\Phi_{env}(Q_2)$ définit la contrainte d'enveloppe temporelle imposée à la réponse à un échelon.

$$\min_{\substack{Q_2 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env}(Q_2) < 0}} \left\| \left(\frac{T'A}{A_0A_c} - \frac{AA_0}{A_0A_c} Q_2 \right) W(q^{-1}) \right\|_\infty \quad (3.20)$$

De façon générale, les spécifications fréquentielles et temporelles peuvent être utilisées indistinctement pour chercher une robustesse en stabilité ou une performance nominale. Ainsi, dans le dernier exemple, la minimisation de la norme H_∞ sert à diminuer la commande en haute fréquence pour le système nominal, on cherche donc à garantir une performance nominale. De même, le critère de robustesse en stabilité face à des incertitudes additives directes peut être

traduit par le respect d'un gabarit pour le transfert bruit de mesure/commande, qui est, en fait, le transfert P considéré dans ce cas.

La prise en compte de contraintes fréquentielles ou temporelles supplémentaires est aussi possible. Ainsi, si l'on souhaite robustifier vis-à-vis d'incertitudes multiplicatives directes, tout en respectant un gabarit pour le rejet de perturbation, mais en considérant aussi l'effet du bruit de mesure sur la commande, on peut l'exprimer :

$$\min_{\substack{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env1}(Q_1) < 0 \\ \Phi_{env2}(Q_1) < 0}} \left\| \left(-\frac{q^{-1}BR'}{A_0A_c} - \frac{q^{-1}B\Delta A}{A_0A_c} Q_1 \right) W(q^{-1}) \right\|_\infty \quad (3.21)$$

Où $\Phi_{env1}(Q_1)$ définit le gabarit à respecter par la perturbation, et $\Phi_{env2}(Q_1)$ le gabarit à respecter par l'effet du bruit de mesure sur la commande. Le même problème peut se traduire par :

$$\min_{\substack{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env}(Q_1) < 0}} \left\| \begin{array}{l} \left(-\frac{q^{-1}BR'}{A_0A_c} - \frac{q^{-1}B\Delta A}{A_0A_c} Q_1 \right) W_1(q^{-1}) \\ \left(-\frac{R'A}{A_0A_c} - \frac{A^2\Delta}{A_0A_c} Q_1 \right) W_2(q^{-1}) \end{array} \right\|_\infty \quad (3.22)$$

Dans ce cas, on minimise les transferts P correspondant à des incertitudes multiplicatives directes et additives directes, en respectant un gabarit pour le rejet de perturbation. L'équivalence entre les deux problèmes vient du fait qu'un bruit de mesure et une dynamique négligée en haute fréquence peuvent se modéliser par des incertitudes additives directes ; pour ce type d'incertitude le transfert P considéré correspond au transfert entre le bruit de mesure (b) et la commande (u).

3.5 Résolution par programmation linéaire

Considérant les contraintes fréquentielles et temporelles formulées lors de la partie précédente, on en conclut qu'il est nécessaire de minimiser une norme H_∞ parmi les paramètres $Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty$ qui satisfont la contrainte temporelle. Le problème à ce stade est que Q_1 appartient à l'ensemble des systèmes stables \mathcal{RH}_∞ , ensemble de dimension infinie. A l'heure actuelle, il n'existe aucune méthode permettant de résoudre ce type d'optimisation. Une solution possible procurant une solution sous optimale consiste alors à restreindre l'espace de recherche à un sous-ensemble généré par une base de transferts stables, Q prenant la forme suivante :

$$Q = \sum_{l=0}^{n_q} \alpha_l Q_l \quad (3.23)$$

Dans le cas des systèmes discrets, une base naturelle de systèmes stables est donnée par $Q_l(q^{-1}) = q^{-l}$, ce qui revient à rechercher le transfert Q_1 sous la forme d'un polynôme ou filtre FIR.

Grace au choix de cette base des transferts stables pour le paramètre Q_1 , il s'avère possible d'approcher les spécifications sur les contraintes fréquentielles et temporelles par des inégalités linéaires, et le problème peut ensuite être résolu par une optimisation sous contraintes de type inégalité.

3.5.1 Norme H_∞

La relation (3.16) peut s'écrire de la façon suivante

$$\min_{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty} \|P(q^{-1})W(q^{-1})\|_\infty = \min_{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty} \max_{0 \leq w \leq \pi} |T_1 + T_2 Q| \quad (3.24)$$

En considérant que chaque expression P du Tableau (3.1) peut se mettre sous la forme $T_1 + T_2 Q$

Soit :

$$\min_{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty} \max_{0 \leq w \leq \pi} |T_1(e^{-jw}) + T_2(e^{-jw})Q(e^{-jw})| \quad (3.25)$$

En notant γ le majorant de la relation précédente, et en discrétisant le demi-cercle unité [22], il vient

$$|T_1(e^{-j\theta_k}) + T_2(e^{-j\theta_k})Q(e^{-j\theta_k})| \leq \gamma \quad (3.26)$$

Avec :

$$\theta_k = \frac{\pi(k-1)}{N-1} \text{ pour } k=1, \dots, N$$

Avec Q sous forme de filtre FIR, relation (3.21) on déduit :

$$\left| \underbrace{T_1(e^{-\theta_k})}_{\mathbf{T}_{1k}} + \underbrace{T_2(e^{-\theta_k})[Q_0(e^{-\theta_k}) \dots Q_{n_q}(e^{-\theta_k})]}_{\mathbf{T}_{2k}} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_{n_q} \end{bmatrix} \right| \leq \gamma \quad (3.27)$$

Soit en simplifiant la notation :

$$|\mathbf{T}_{1k} + \mathbf{T}_{2k}| \leq \gamma \quad \text{pour } k=1, \dots, N$$

Cette inégalité portant sur le module, du type $|u| \leq \gamma$, est une contrainte quadratique. Il est possible de l'approximer par les quatre inégalités suivantes [22] :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(u) + \operatorname{Im}(u) &\leq \gamma \\ \operatorname{Re}(u) - \operatorname{Im}(u) &\leq \gamma \\ -\operatorname{Re}(u) + \operatorname{Im}(u) &\leq \gamma \\ -\operatorname{Re}(u) - \operatorname{Im}(u) &\leq \gamma \end{aligned}$$

L'étape suivante consiste à réécrire chaque inégalité ci-dessus sous la forme standard

$$ax - b \leq 0 \quad (3.28)$$

Ainsi la première de ces inégalités :

$$\operatorname{Re}(\mathbf{T}_{1k} + \mathbf{T}_{2k}\boldsymbol{\alpha}) + \operatorname{Im}(\mathbf{T}_{1k} + \mathbf{T}_{2k}\boldsymbol{\alpha}) \leq \gamma \quad (3.29)$$

Devient

$$[\operatorname{Re}(\mathbf{T}_{2k}) + \operatorname{Im}(\mathbf{T}_{2k}) - 1] \begin{bmatrix} \alpha \\ \gamma \end{bmatrix} - [-\operatorname{Re}(\mathbf{T}_{1k}) - \operatorname{Im}(\mathbf{T}_{1k})] \leq 0 \quad (3.30)$$

En regroupant les quatre inégalités, on obtient finalement le critère à minimiser sous forme matricielle :

$$\min_{\mathbf{AX}-\mathbf{B}\leq\mathbf{0}} \mathbf{CX} \quad (3.31)$$

Avec :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{T}_{21}) + \operatorname{Im}(\mathbf{T}_{21}) & \cdots & -1 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ -\operatorname{Re}(\mathbf{T}_{2N}) - \operatorname{Im}(\mathbf{T}_{2N}) & \cdots & -1 \\ 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix}_{(4N+1) \times (n_q+2)} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\operatorname{Re}(T_{11}) - \operatorname{Im}(T_{11}) \\ \vdots \\ -\operatorname{Re}(T_{1N}) - \operatorname{Im}(T_{1N}) \\ 0 \end{bmatrix}_{(4N+1) \times 1}$$

$$\mathbf{X}^T = [\alpha_0 \quad \cdots \quad \alpha_0 \quad \gamma]_{1 \times (n_q+2)}$$

$$\mathbf{C} = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]_{1 \times (n_q+2)}$$

3.5.2 Respect d'un gabarit temporel

De façon similaire à la manipulation effectuée au paragraphe précédent, un transfert H_{ij} de la relation (3.14) devient :

$$H_{ij} = \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 Q \tag{3.32}$$

Soit encore d'après la relation (3.21)

$$\frac{s_i(t)}{e_j(t)} = \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 \sum_{l=0}^{n_q} \alpha_l Q_l \tag{3.33}$$

La réponse à $e_j(t)$ s'exprime donc par

$$s_i(t) = \tilde{T}_1 e_j(t) + \tilde{T}_2 \alpha_0 Q_0 e_j(t) + \cdots + \tilde{T}_2 \alpha_{n_q} Q_{n_q} e_j(t) \tag{3.34}$$

En notant enfin :

$$s_1(t) = \tilde{T}_1 e_j(t) \text{ et } s_{2i}(t) = \tilde{T}_2 Q_i e_j(t) \text{ il vient :}$$

$$s_i(t) = s_1(t) + [s_{20}(t) \quad s_{21}(t) \quad \dots \quad s_{2n_q}(t)] \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_{n_q} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

En considérant les N_t premières valeurs de la réponse $s_i(t)$ et les valeurs, maximale $s_{max}(t)$ et minimale $s_{min}(t)$ du gabarit temporel, voir Figure (3.15), on obtient l'inégalité matricielle suivante :

$$\left. \begin{array}{l} s_i(t) - s_{max}(t) \leq 0 \\ -s_i(t) + s_{min}(t) \leq 0 \end{array} \right\} \text{ pour } t_0, t_1, \dots, t_{N_t} \quad (3.36)$$

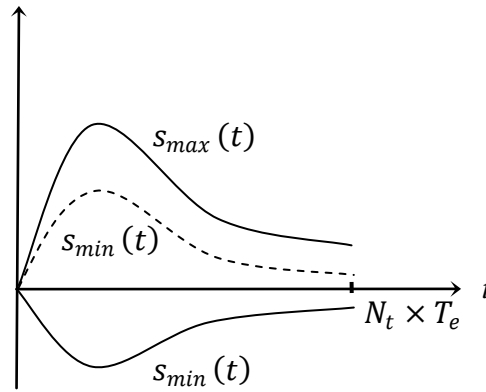


Figure (3.15) Gabarit temporel

D'où les contraintes supplémentaires :

$$\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{B}} \leq \mathbf{0} \quad (3.37)$$

Avec :

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} s_{20}(t_0) & s_{21}(t_0) & \dots & s_{2n_q}(t_0) & 0 \\ s_{20}(t_1) & s_{21}(t_1) & \dots & s_{2n_q}(t_1) & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & 0 \\ s_{20}(t_{N_t}) & s_{21}(t_{N_t}) & \dots & s_{2n_q}(t_{N_t}) & 0 \\ -s_{20}(t_0) & -s_{21}(t_0) & \dots & -s_{2n_q}(t_0) & 0 \\ -s_{20}(t_{N_t}) & -s_{21}(t_{N_t}) & \dots & -s_{2n_q}(t_{N_t}) & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} s_{max}(t_0) - s_1(t_0) \\ \vdots \\ s_{max}(t_{N_t}) - s_1(t_{N_t}) \\ -s_{min}(t_0) + s_1(t_0) \\ \vdots \\ -s_{min}(t_{N_t}) + s_1(t_{N_t}) \end{bmatrix}$$

Il convient alors d'ajouter ces contraintes (3.35) à celles définies par la relation (3.29).

$$\min_{\substack{\mathbf{A} \\ \tilde{\mathbf{A}}}} \mathbf{C}\mathbf{X} \quad \text{s.t.} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \tilde{\mathbf{B}} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \tilde{\mathbf{B}} \end{pmatrix} \leq \mathbf{0} \quad (3.38)$$

Le problème initial devient ainsi un problème de programmation linéaire qui peut être résolu par des algorithmes classiques. Par ailleurs, puisque le problème est convexe en Q , la convergence vers le minimum global est garantie, tout au moins dans l'espace de recherche.

3.6 Application sur la machine asynchrone triphasée

La méthodologie précédemment développée est appliquée maintenant en vue de robustifier la commande GPC en vitesse d'un moteur asynchrone.

Le premier objectif consiste à élaborer un paramètre Q_2 permettant de respecter un gabarit pour le comportement entrée/sortie en s'imposant une commande la plus faible possible avec la dynamique de poursuite désirée et sans modification de la boucle fermée.

Le deuxième objectif est alors de robustifier ce correcteur initial, de sorte que la loi de commande soit moins sensible aux bruits de mesure et aux incertitudes de modèle à haute fréquence. Cependant, cette robustification doit être réalisée, d'une part, en conservant le comportement entrée/sortie imposé par le correcteur initial (dynamique de poursuite) et, d'autre part, en respectant un gabarit spécifié au préalable pour le rejet de perturbation, afin de ne pas trop ralentir la dynamique de régulation de la boucle fermée.

3.6.1 Commande Contrainte

Le régulateur initial GPC a été obtenu et mis sous forme RST selon les méthodes exposées au deuxième chapitre. On cherche alors le paramètre Q_2 , (on fixe $Q_1=0$), qui permette de respecter un gabarit entrée/sortie tout en minimisant les transitoires de commande.

La première étape a pour but de déterminer le gabarit à respecter. La démarche adoptée ici vise à la mise en œuvre d'un gabarit pour lequel le système conserve le temps de réponse obtenu avec le correcteur initial (0.1s), et de minimiser la norme H_∞ du transfert u/w cela implique une minimisation des transitoires de la commande. Le gabarit est représenté Figure (3.16), en

incluant la réponse indicielle du système avec le correcteur initial à titre de comparaison. Cette réponse a été obtenue en se ramenant à une allure causale de la réponse indicielle du système. On a choisi $N_t = 200$ (nombre de points de la réponse temporelle pris en compte par le gabarit) pour la minimisation, soit un horizon de $0.2s$.

Afin de réduire la commande en haute fréquence, on choisi : $W = \frac{1-0.8q^{-1}}{0.2}$

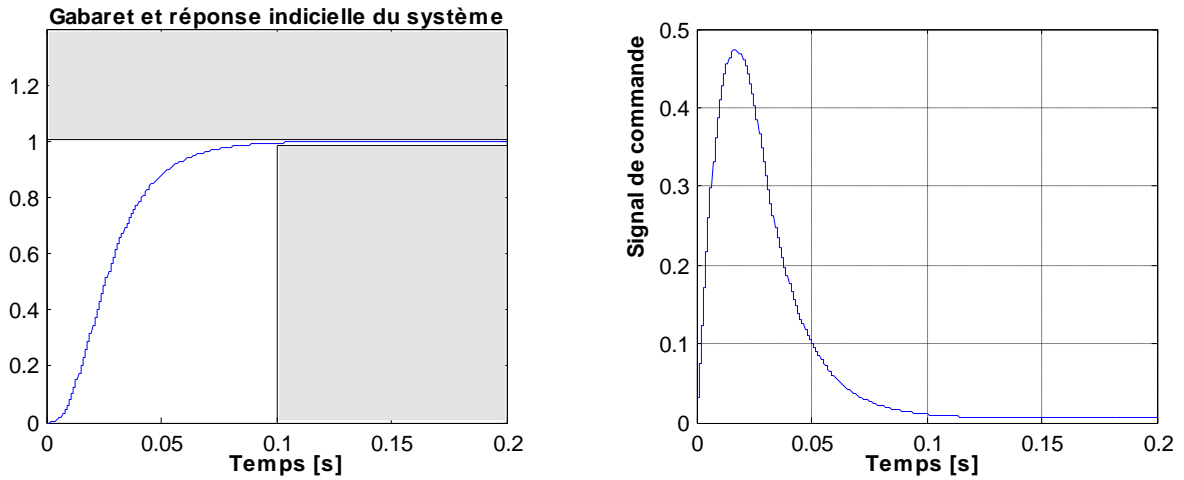


Figure (3.16) Gabarit avec réponse indicielle du système et signal de commande pour le correcteur initial

D’après la relation (3.14) on a :

$$\begin{cases} \frac{y(q^{-1})}{w(q^{-1})} = \frac{T'q^{-1}B}{A_c} - \frac{q^{-1}B}{A_c} Q_2 \\ \frac{u(q^{-1})}{w(q^{-1})} = \frac{T'A}{A_c} - \frac{A}{A_c} Q_2 \end{cases} \quad (3.39)$$

Pour conserver un gain unitaire dans le transfert entrée/sortie, il est nécessaire de valider la relation suivante :

$$\frac{y(q^{-1})}{w(q^{-1})} = \frac{T'q^{-1}B}{A_c} - \frac{q^{-1}B}{A_c} Q_2 \Big|_{q=1} = 1 \quad (3.40)$$

Avec le correcteur initial, le gain unitaire est satisfait par structure de l’algorithme GPC, ce qui garantit que la première partie de la relation (3.40) possède un gain unitaire. Il faut donc que

$Q_2(q^{-1}) = 0$ pour $q = 1$. Ceci peut s'obtenir simplement en forçant dans Q_2 un terme $\Delta = 1 - q^{-1}$ au numérateur, soit :

$$Q_2(q^{-1}) = \Delta(q^{-1})Q_2'(q^{-1}) \quad (3.41)$$

On arrive à la minimisation suivante

$$\min_{\substack{Q_2 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env}(Q_2) < 0}} \left\| \left(\frac{T'A}{A_c} - \frac{A\Delta}{A_c} Q_2' \right) W \right\|_\infty$$

La contrainte temporelle est représenté par $\Phi_{env}(Q_2)$; l'optimisation a été effectuée via une programmation linéaire, avec un paramètre Q_2 polynomial d'ordre 90, et 200 points de discrétisation pour la réponse fréquentielle.

La Figure (3.17) illustre la réponse indicielle du système et le gabarit à respecter pour les correcteurs initial et modifié. La réponse temporelle à un échelon en entrée et à une perturbation et le signal de commande sont représentés à la Figure (3.18), où les résultats obtenus avec le correcteur initial sont superposés à titre de comparaison. On constate d'une part que la réponse à la perturbation est la même que celle obtenue avec le correcteur initial, ce qui nous montre que la dynamique de la boucle n'a pas été modifiée. D'autre part, les transitoires de la commande sont limités et la dynamique du comportement entrée/sortie respecte le gabarit imposé.

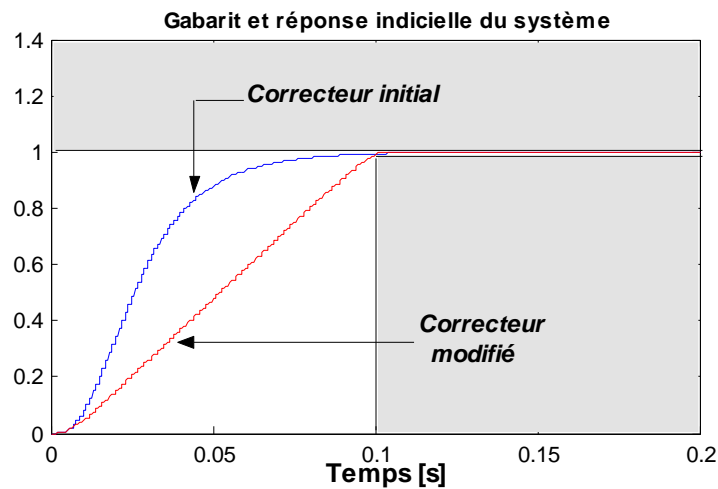


Figure (3.17) Gabarit avec réponse indicielle du système pour les correcteurs initial et modifié

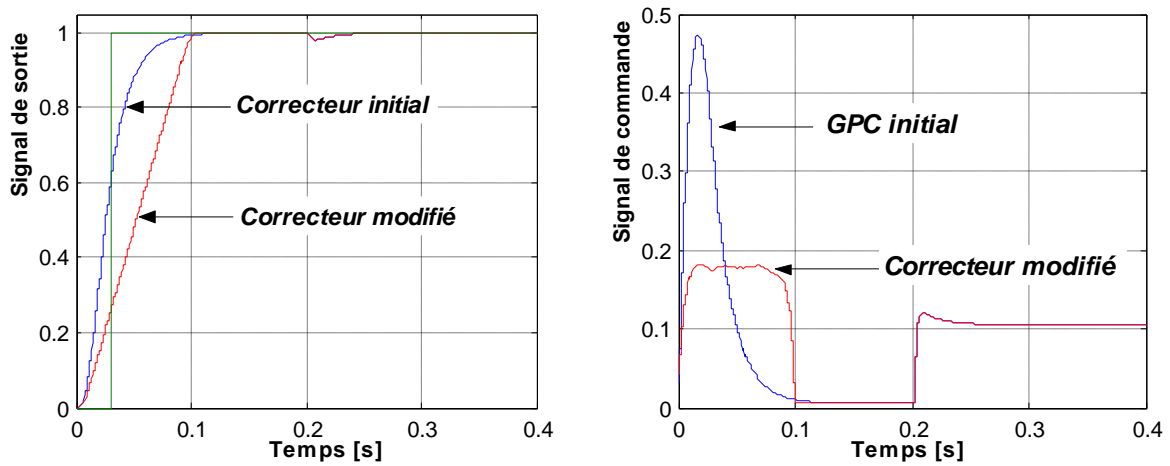


Figure (3.18) réponse temporelle et signal de commande du système pour les correcteurs initial et modifié

Finalement on teste cette technique sur le model complet de la machine asynchrone triphasée en incluant l'onduleur. Les différentes grandeurs de la machine sont illustrées sur la Figure (3.19), on reproduit les résultats obtenus avec le correcteur GPC/cascade initial à titre de comparaison.

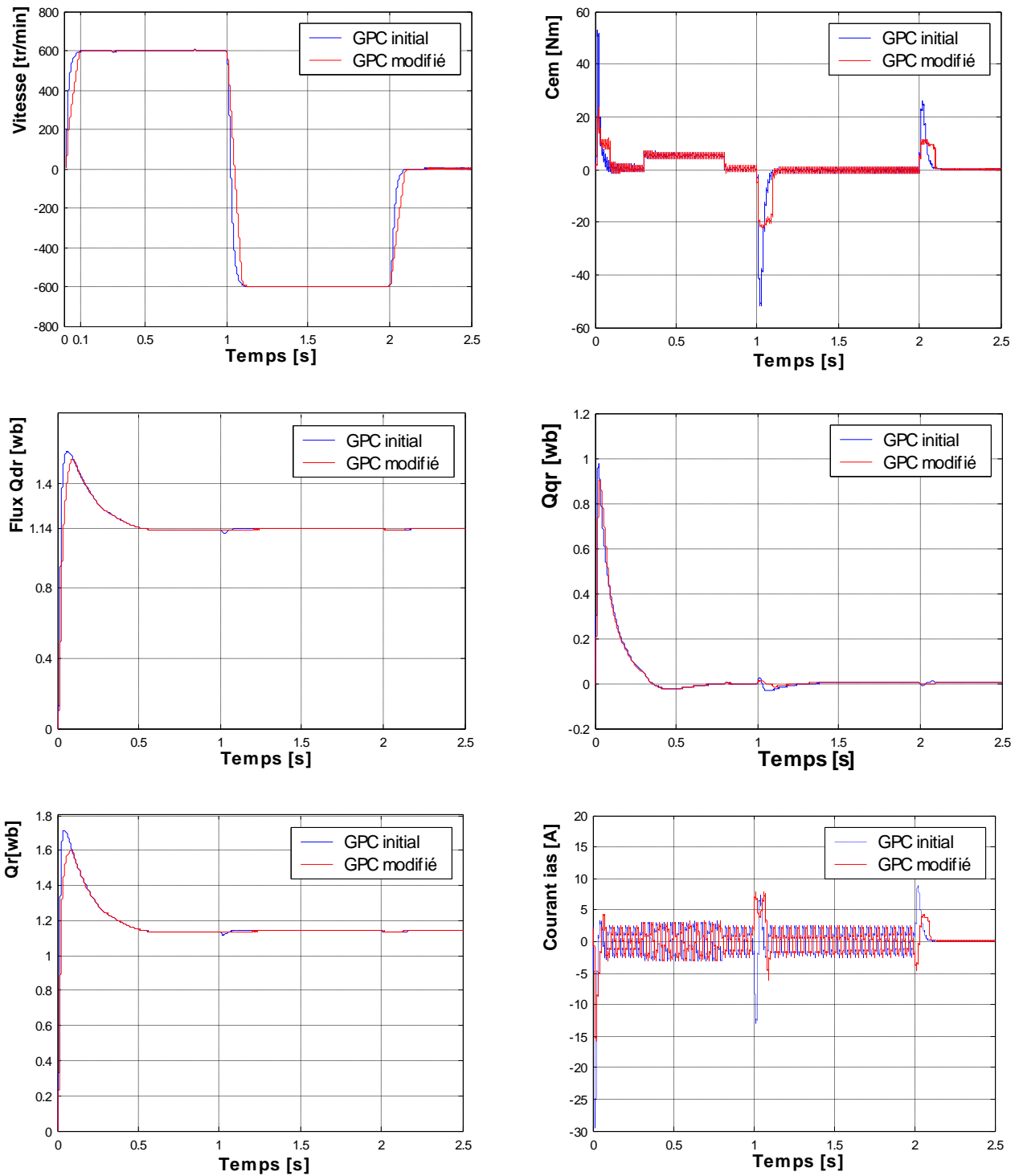


Figure (3.19) Résultats de simulation d'une MAS commandée par la GPC/cascade modifié à l'aide du paramètre de Youla Q_2 comparés à ceux obtenus avec le régulateur GPC initial : Démarrage à vide puis application d'un couple résistant entre 0.3s et 0.8s et inversion du sens de rotation entre 1s et 2s.

3.6.2 Robustification face à des bruits de mesure et aux incertitudes de modèle à haute fréquence

L'objectif dans ce cas consiste à rechercher le paramètre de Youla Q_1 , (on fixe $Q_2=0$), qui permet de robustifier le correcteur initial, de sorte que la loi de commande soit moins sensible aux bruits de mesure et aux incertitudes de modèle à haute fréquence. Cependant, cette robustification doit être réalisée, d'une part, en conservant le comportement entrée/sortie imposé par le correcteur initial (dynamique de poursuite) et, d'autre part, en respectant un gabarit spécifié au préalable pour le rejet de perturbation, afin de ne pas trop ralentir la dynamique de régulation de la boucle fermée.

Robustifier pour diminuer l'effet du bruit de mesure sur la commande se traduit par une robustification maximisant l'incertitude additive directe ; On déduit alors le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\substack{Q_1 \in \mathcal{RH}_\infty \\ \Phi_{env}(Q_1) < 0}} \left\| \left(-\frac{R'A}{A_c} - \frac{A^2\Delta}{A_c} Q_1 \right) W \right\|_\infty$$

Le gabarit pour le rejet de perturbation est décrit par $\Phi_{env}(Q_1)$, ce dernier est représenté sur la figure (3.20), (en fixant la valeur maximale égale à 12), et ainsi le rejet de perturbation déduit de l'action du correcteur initial, pour un échelon unité de perturbation. On a choisi $N_t = 150$ (nombre de points de la réponse temporelle pris en compte par le gabarit) pour la minimisation, soit un horizon de 0.15s. Et afin de pondérer davantage les hautes fréquences on considère ici $W = \frac{1-0.3q^{-1}}{0.7}$.

Avec ce choix de paramètres (pondération et gabarit), la recherche du paramètre Q_1 est réalisée via une structure de programmation linéaire, relation (3.31), en imposant un polynôme d'ordre 40, et 60 points de discrétisation pour la réponse fréquentielle.

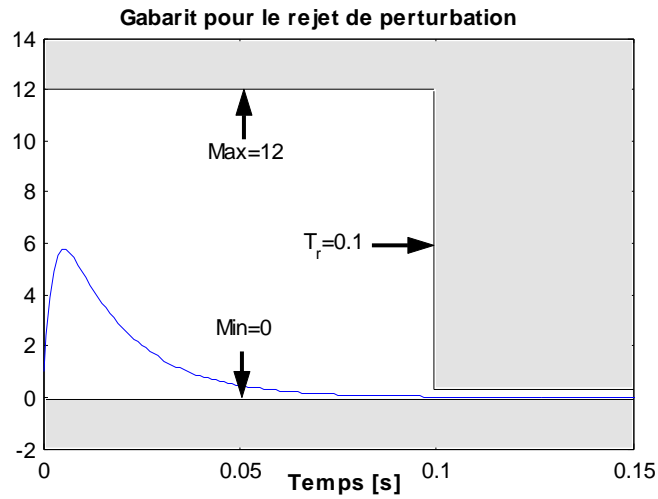


Figure (3.20) Gabarit pour le rejet de perturbation

La figure (3.21) montre la réponse temporelle à un échelon de vitesse, puis à un échelon de perturbation. On constate que la réponse à l'échelon de vitesse reste identique à celle obtenue avec ce correcteur initial (ce qui correspond à l'objectif fixé), et que le gabarit imposé pour le rejet de perturbation est pratiquement respecté.

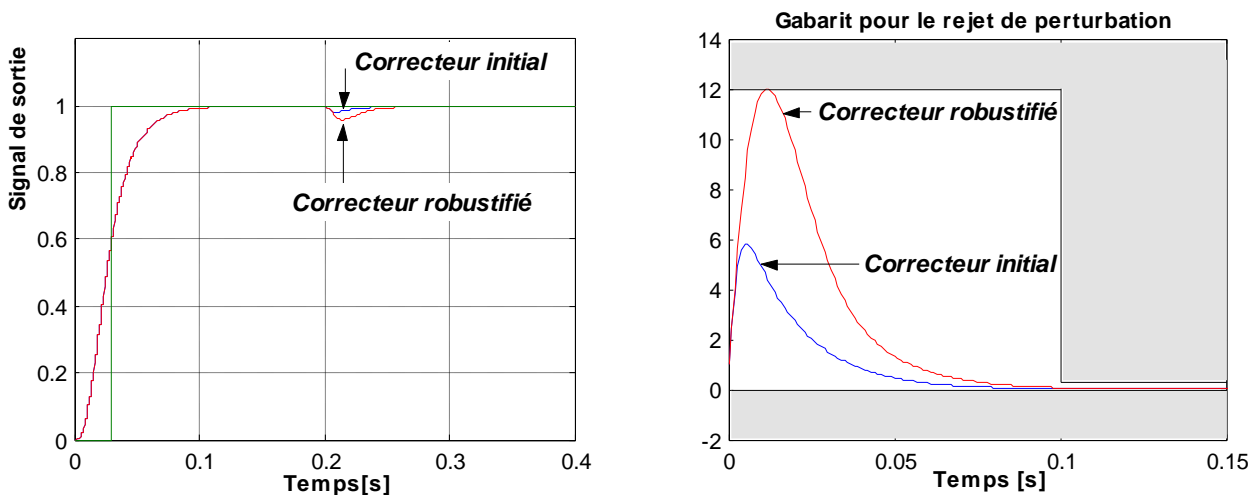


Figure (3.21) Gabarit pour le rejet de perturbation et réponse indiciel

Par ailleurs, la figure (3.22), illustre la marge de robustesse B_r du système bouclé par le régulateur initial et par le régulateur robustifié, on vérifie que la robustesse à haute fréquence a été améliorée.

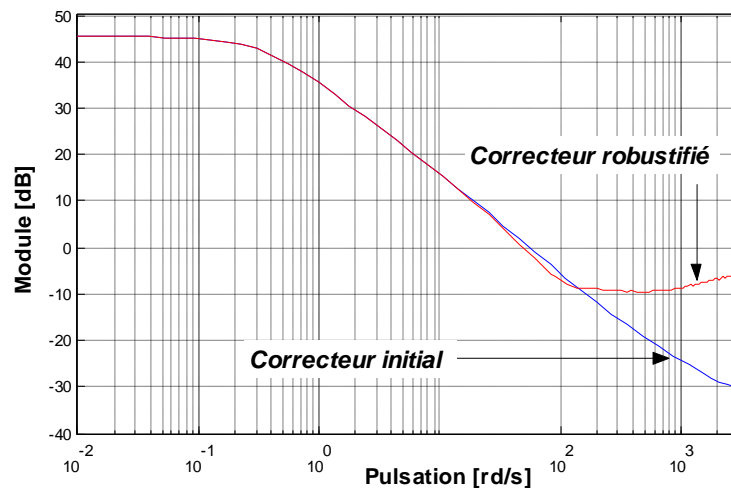


Figure (3.22) Marge de robustesse B_r

On constate d'après la figure (3.23) que l'effet du bruit de mesure sur la commande a été largement diminué par rapport au correcteur initial, mais cela au détriment de la rapidité du rejet de perturbation.

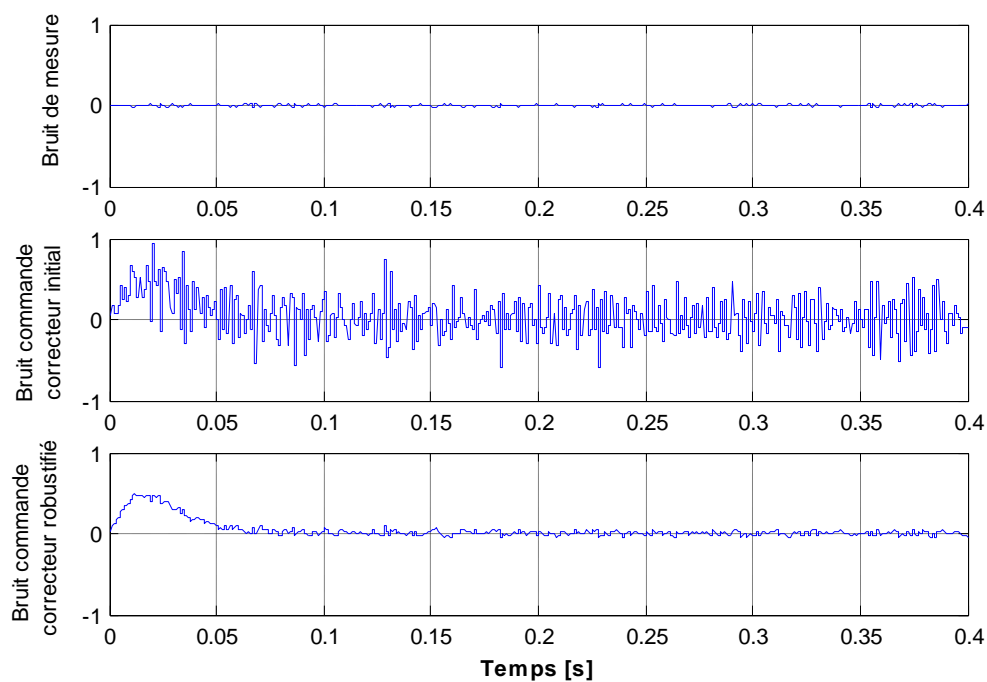


Figure (3.23) Bruit de mesure et effet de mesure sur le signal de commande

La Figure (3.24) illustre les résultats de simulation obtenus après avoir appliqué cette technique de robustification sur le model complet de la machine asynchrone triphasée en incluant l'onduleur. On a introduit volontairement un bruit blanc dans la boucle de vitesse afin de tester leur impact sur les grandeurs de la machine. Et on a reproduit les résultats obtenus avec le correcteur GPC/cascade initial à titre de comparaison.

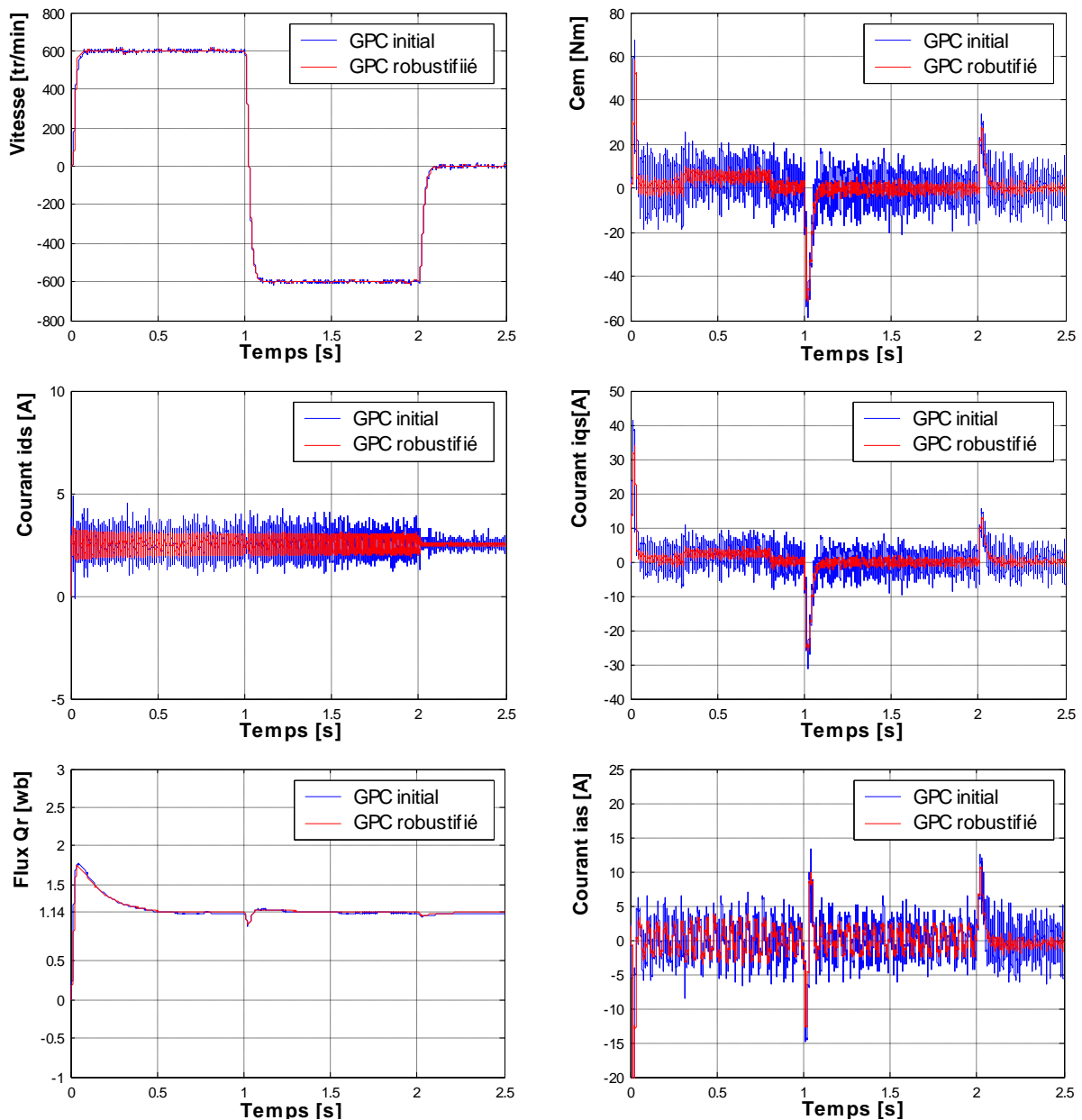


Figure (3.24) Résultats de simulation d'une MAS commandée par la GPC/cascade robustifié à l'aide du paramètre de Youla Q_1 comparés à ceux obtenus avec le régulateur GPC initial : Démarrage à vide puis application d'un couple résistant entre 0.3s et 0.8s et inversion du sens de rotation entre 1s et 2s.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une commande GPC basée sur la paramétrisation de Youla appliquée sur le moteur asynchrone triphasé. Cette paramétrisation permet, d'une part, de paramétrer tous les correcteurs stabilisant le système et, d'autre part, de formuler des spécifications convexes en boucle fermée. Ces deux caractéristiques sont utilisées de façon à traduire le problème de robustification en un problème d'optimisation convexe. Les contraintes de type fréquentiel et temporel en boucle fermée sont transformées en un problème d'optimisation convexe. L'utilisation de plusieurs spécifications en boucle fermée permet d'obtenir une synthèse mixte robustesse/performance nominale, où la relation entre les deux est facile à ajuster grâce à l'utilisation de gabarits temporels pour les spécifications temporelles en boucle fermée.

Le premier objectif était de changer le comportement entrée/sortie au moyen du paramètre de Youla Q_2 qui permet de minimiser les transitoires de la commande tout en respectant un gabarit pour lequel le système conserve le temps de réponse obtenu avec le correcteur GPC initial. Le deuxième objectif c'était de diminuer l'impact du bruit de mesure sur la commande, et les incertitudes du modèle à haute fréquence, tout en garantissant le respect d'un gabarit pour le rejet de perturbation et sans modifier le comportement entrée/sortie, cela se fait grâce au paramètre de Youla Q_1 .

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous sommes intéressés à étudier la commande prédictive sous contraintes pour la conduite d'une machine asynchrone triphasée, associé à un onduleur de tension à deux niveaux commandé par la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI.

Nous avons commencé cette étude en présentant le modèle mathématique de la machine asynchrone. L'importance de la transformation de Park utilisée dans la modélisation de cette machine permet d'obtenir un système linéaire d'ordre réduit. L'asservissement de vitesse de la MAS nécessite un découplage entre le flux et le couple électromagnétique, qui est réalisé en utilisant la commande indirecte par orientation du flux rotorique, où nous n'avons besoin de mesurer ou d'estimer le module du flux. Grâce à cette commande, la machine asynchrone devient commandable comme une machine à courant continu à excitation séparée, car le découplage entre le flux et le couple est maintenu.

Les boucles de commande viennent ensuite se caractériser, on a adopté tout d'abord des régulateurs classiques de type PI implémentés numériquement sous la forme polynomiale RST. Ensuite la commande prédictive GPC dans sa version classique avec un modèle CARIMA a été présentée, on a constaté que cette technique peut finaliser sous formalisme générique RST, condition fondamentale pour la structure prédictive cascade envisagée par la suite. Cette partie se termine par une application sur le moteur asynchrone, les résultats obtenus sont donc comparés à ceux obtenus avec les régulateurs classiques, et ainsi des testes de robustesse de la GPC ont été effectués ; on a conclu que les résultats obtenus avec les régulateurs prédictives sont nettement meilleurs.

Nous avons présenté ensuite une commande GPC basée sur la paramétrisation de Youla afin d'atteindre deux objectifs : Le premier objectif était de modifier le comportement poursuite de la loi de commande sous forme RST à l'aide du paramètre de Youla Q_2 qui permet de minimiser les transitoires de la commande tout en respectant un gabarit pour lequel le système conserve le temps de réponse obtenu avec le correcteur prédictive initial. Le deuxième objectif était de calculer un paramètre de Youla Q_1 qui permet de diminuer l'impact du bruit de mesure sur la commande, et les incertitudes du model à haute fréquence, tout en garantissant le respect d'un gabarit pour le rejet de perturbation et sans modifier le comportement entrée/sortie.

A ce stade, on a utilisé les caractéristiques de convexité obtenues avec la paramétrisation de Youla pour traduire le problème de robustification ou de modification en un problème d'optimisation convexe. Pour cela, on a exprimé les caractéristiques de robustesse désirées à partir de spécifications fréquentielles et temporelles de la boucle fermée, comme par exemple la minimisation de la norme H_∞ d'un transfert en boucle fermée ou le respect d'un gabarit temporel par un signal. Ces spécifications permettent de prendre en compte des critères de robustesse face à des incertitudes non structurées et des critères de performance nominale. De cette façon, on a pu garantir un compromis entre la robustesse et la performance.

Trois perspectives à ce travail peuvent être envisagées. Une première démarche consiste à examiner cette méthodologie dans le cas multivariable. Dans cette situation, une approche par espace d'état avec des techniques d'optimisation sous un formalisme LMI semble plus adaptée.

Une autre perspective à étudier consiste dans l'élargissement de la méthodologie à d'autres types de correcteurs structurés sous forme *RST* et à l'utilisation d'autres contraintes convexes en boucle fermée. On pourrait considérer d'autres spécifications temporelles et fréquentielles

Enfin, et pour poursuivre dans la voie applicative considérée pendant ce travail, il apparaît nécessaire de sortir du cadre de la simulation, au sein duquel on a pu montrer l'intérêt de la méthode, pour tester de façon expérimentale les bénéfices réellement attendus.

Annexe 1

Paramètres de la machine asynchrone triphasée

La machine asynchrone triphasée utilisée pour notre étude, est une machine à cage d'écureuil caractérisée par les paramètres suivants:

Puissance nominale.....	$P_n = 1,1Kw$
Tension nominale.....	$V_n = 220/380V$
Vitesse nominale.....	$N_n = 1500tr/min$
Couple nominal.....	$C_n = 5Nm$
Fréquence nominale.....	$f_n = 50Hz$
Nombre de paires de pôles.....	$p = 2$
Résistance statorique.....	$R_s = 8\Omega$
Résistance rotorique.....	$R_r = 3.6\Omega$
Inductance cyclique propre du stator.....	$L_s = 0.47H$
Inductance cyclique propre du rotor.....	$L_r = 0.47H$
Inductance cyclique mutuelle stator-rotor.....	$L_r = 0.452H$
Moment d'inertie.....	$J = 0.015Kg.m^2$
Coefficient de frottement visqueux.....	$f_r = 0.005Nm.s.rd^{-1}$

Annexe 2

Calcul des paramètres du régulateur PI discrétisé

On exprime les performances désirées du système en boucle fermée en termes de paramètres d'une fonction de transfert échantillonné spécifiée :

$$G_{bf} = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1})+B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (\text{A2.1})$$

Avec

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = bq^{-1} \\ B(q^{-1}) = 1 + aq^{-1} \end{cases}$$

L'équation caractéristique de G_{bf} est :

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) = 0 \quad (\text{A2.2})$$

Nous choisissons $P(q^{-1})$ de la forme

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} \quad (\text{A2.3})$$

Une méthode judicieuse pour définir p_1 et p_2 consiste à considérer d'abord un modèle continu normalisé du deuxième ordre :

$$H(s) = \frac{w_0^2}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2} \quad (\text{A2.4})$$

Ou w_0 et ξ définissent les spécifications désirées en boucle fermée. Les expressions de p_1 et p_2 sont alors :

$$\begin{cases} p_1 = -2e^{-(2\xi w_0 T_e)} \cos(\sqrt{1-\xi^2} w_0 T_e) \\ p_2 = e^{-(2\xi w_0 T_e)} \end{cases} \quad (\text{A2.5})$$

Les paramètres du régulateur r_0 et r_1 s'obtiennent par la résolution de l'équation suivante :

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) = 1 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} \quad (\text{A2.6})$$

Par identification on aura :

$$\begin{cases} r_0 = \frac{p_1 + 1 - a}{b} \\ r_1 = \frac{p_2 + a}{b} \end{cases} \quad (\text{A2.7})$$

Annexe 3

Principes sur l'optimisation convexe

Dans cette annexe, on abordera quelques notions concernant la géométrie convexe. On commencera par définir et étudier les propriétés des ensembles et des fonctions convexes. Ensuite, on traitera l'optimisation convexe. Finalement, on analysera comment la synthèse d'un correcteur incluant des contraintes et spécifications sur la boucle fermée peut se traduire en un problème d'optimisation convexe grâce à la paramétrisation de Youla.

A3.1 Ensemble convexe

A3.1.1. Définition

On dit qu'un ensemble C est convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0 \ 1], \forall (x_1, x_2) \in C^2, (\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \in C \quad (\text{A3.1})$$

A3.1.2 Interprétation géométrique

Considérons le cas où C est inclus dans \mathfrak{R}^2 . L'équation (A3.1) traduit le fait que, si C est convexe, pour tout x et y appartenant à C , le segment $[x \ y]$ est inclus dans cet ensemble (Figure A3.1 (a)). Au contraire, si C n'est pas convexe, il existe au moins un couple de points ne vérifiant pas cette propriété (Figure A3.1 (b)).

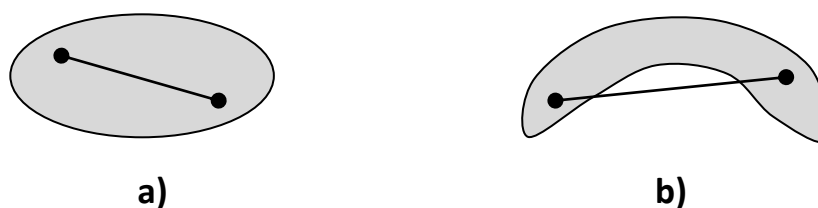


Figure A3.1 Convexité d'un ensemble

A3.1.3 Propriétés

- Tout ensemble affine est convexe ;
- L'intersection finie d'une famille d'ensembles convexes est convexe.

Un ensemble est affine si (A1.1) est vrai $\forall \lambda \in \mathfrak{R}$.

A3.2 Fonction convexe

A3.2.1 Définition

Soit un ensemble C convexe et f une fonction définie de C dans \mathfrak{R} . On dit que la fonction f est convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0, 1], \forall (x_1, x_2) \in C^2, \quad f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) \quad (\text{A3.2})$$

A3.2.2 Interprétation géométrique

La Figure A1.2 présente une fonction f convexe de \mathfrak{R} vers \mathfrak{R} . La convexité de f se traduit géométriquement par le fait que le segment $[(a, f(a)), (b, f(b))]$ est au-dessus de la courbe $y = f(x)$ pour tout $(a, b) \in \mathfrak{R}^2$.

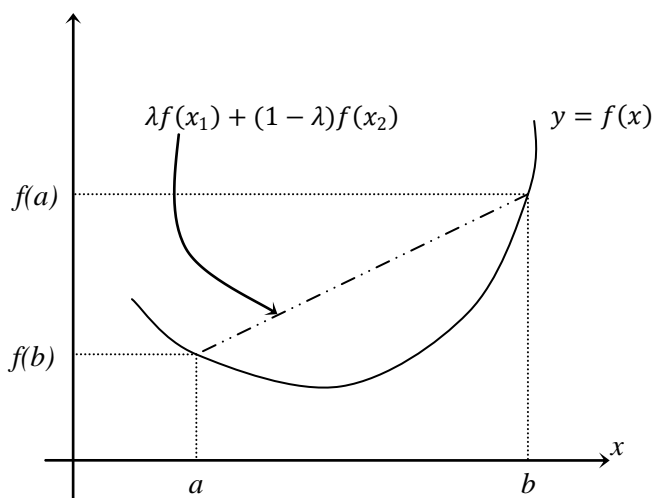


Figure A3.2 Convexité d'une fonction

A3.2.3 Propriétés

Propriété 1

Toute fonction affine est convexe.

Propriété 2

Le produit d'une fonction convexe par un réel positif est convexe.

Propriété 3

La somme pondérée à coefficients positifs de plusieurs fonctions convexes est convexe :
Si $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ sont des fonctions convexes et $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ sont n réels positifs donnés, alors $(\lambda_1\varphi_1 + \dots + \lambda_n\varphi_n)$ est convexe.

Propriété 4

Le maximum de plusieurs fonctions convexes est convexe :
Si $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ sont des fonctions convexes et $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ sont n réels positifs donnés, alors $\max\{\lambda_1\varphi_1, \dots, \lambda_n\varphi_n\}$ est convexe.

Propriété 5

Si φ est une fonction convexe et α un réel donné, alors l'ensemble $\{x/\varphi(x) \leq \alpha\}$ est convexe.

Notons que la réciproque est fautive : la propriété $(\forall \alpha \in \mathfrak{R} \text{ on a } \{x/\varphi(x) \leq \alpha\} \text{ est convexe})$ n'implique pas que φ soit convexe. On dit dans ce cas que φ est quasi convexe.

A3.3 Problème d'optimisation convexe**A3.3.1 Définition**

Un problème d'optimisation du type :

$$\min_{\{x \in C_i\}} f(x) \quad (\text{A3.3})$$

est dit convexe si et seulement si les ensembles $\{C_i\}_{i=1,2,\dots,m}$ et la fonction $f: C \rightarrow \mathfrak{R}$ sont tous convexes. f et $\{C_i\}_{i=1,2,\dots,m}$ sont appelés respectivement critère et contraintes du problème.

A3.3.2 Propriétés

Si l'intersection des contraintes est un ensemble convexe, non vide et fermé, alors :

- Le problème est faisable ;
- La solution est atteinte ;
- Tout optimum local est un optimum global.

A3.4 Algorithmes de résolution

Outre les garanties théoriques qui découlent de la convexité du problème, il est intéressant dans la pratique d'exploiter la géométrie du problème pour :

- obtenir un meilleur comportement numérique ;
- diminuer les temps de calcul et la place mémoire nécessaire pour la résolution.

Plusieurs algorithmes ont été développés pour des structures particulières. Ils prennent en compte la nature du critère à optimiser ainsi que celle des contraintes à respecter.

Considérons, par exemple, le cas d'un problème avec un critère linéaire et/ou des contraintes formulées par des égalités et inégalités linéaires de type :

$$\min_{\substack{\{a_i x \leq b_i\}_{i=1,2,\dots,m} \\ \mathbf{F}\mathbf{x}=\mathbf{g}}} (\mathbf{c}^T \mathbf{x}) \quad (\text{A3.4})$$

Où \mathbf{x} est le vecteur d'optimisation, et \mathbf{a}_i , \mathbf{b}_i , \mathbf{c} , \mathbf{F} et \mathbf{g} sont les paramètres du problème.

La méthode dite du simplexe a été introduite par Dantzig pour résoudre ce type de problème [29], [28]. Ensuite, en 1984, Karmarkar a introduit l'algorithme du point intérieur pour la programmation linéaire [25]. Plusieurs algorithmes basés sur cette technique du point intérieur pour la résolution de problèmes linéaires ont été ainsi développés et ont prouvé leur efficacité [26], [27].

Références bibliographiques

- [1] T. wildi “Electrotechnique” *Presses de l’université Laval, 3^{ème} édition. Canada 2000.*
- [2] H. Tamrabet “Robustesse d’un control vectoriel et structure minimale d’une machine asynchrone” *mémoire de Magister, Université de Batna 2006.*
- [3] R.Taleb “Commande vectorielle par réseau de neurones d’une machine asynchrone triphasée alimentée par un onduleur de tension à trois niveaux” *mémoire de Magister, Université de Chlef 2002.*
- [4] G. Buche “Commande vectorielle de machine asynchrone en environnement temps réel Matlab/Simulink” *mémoire d’ingénieur, C.N.A.M Grenoble 2001.*
- [5] A. Djahbar : “ sur l’application de commandes adaptatives à une machine asynchrone alimentée en courant avec pilotage vectoriel” *mémoire de Magister ENP Alger. Nov.1998.*
- [6] S. Zaidi : “ Commande non linéaire du moteur à induction” *mémoire de Magister, Université de Batna.*
- [7] J.P Caron, J.P Hautier: “ Modélisation et commande de la machine asynchrone ” *Edition technip, Paris 1995.*
- [8] A. Kheldoun “ Amélioration des performances d’un variateur de vitesse par moteur asynchrone contrôlé par la méthode à flux orienté” *Thèse de Doctorat, Université de Boumerdès 2007.*
- [9] L. Baghli “Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques” *Thèse doctorat université Henri Poincaré Nancy.I 1999.*
- [10] M. Benarousse “Méthodes numériques avancées cours et exercice programmes Fortran” *Université de Chlef.*
- [11] G. Ramond: « Contribution à la commande prédictive généralisée adaptative direct et applications», *Thèse de doctorat Université PARIS XI 2001.*
- [12] M.T. Khadir “Modélisation et commande prédictive des systèmes industriels” *Thèse doctorat université Annaba 2005*
- [13] A. Kheftani “La commande prédictive globale multivariable” *Thèse doctorat, université Laval Canada 2000.*
- [14] P. Rodriguez “Robustification de loi de commande prédictive par la paramétrisation de Youla” *Thèse doctorat. Supélec Paris, 2003.*

-
- [15] I. Benyó “Cascade generalised predictive control, application in power plant control” *Presses de l’université Ouluensis Finland, 2006.*
- [16] M. Susanu “Commande prédictive hiérarchisée pour le positionnement des axes de machine outil à architecture ouverte ” *Thèse doctorat, Supélec Paris, 2005.*
- [17] R. Ginhoux “Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive ” *Thèse doctorat, U.L.P Strasbourg I, 2003*
- [18] K. J. Åström and B. Wittenmark, “Computer Controlled Systems. Theory and Design (3^{ème} Edition)”. *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1997.*
- [19] J.M. Maciejowski, “Multivariable feedback design”, *Addison-Wesley publishing company, Wokingham, England, 1989.*
- [20] M. Morari et E. Zafiriou, “Robust Process Control” *Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1989.*
- [21] B. Clément, S. Hbaïeb, G. Duc et S. Font, “Paramétrisation de Youla : application à la commande robuste par optimisation convexe”, *APII Journal Européen des Systèmes Automatisés 2001.*
- [22] S. Hbaïeb, “Analyse de cahier des charges en automatique par optimisation convexe”. *Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris 2002.*
- [23] D.W Clarke, C. Mohtadi et P.S. Tuffs, “Generalized predictive control – Part I. and II”, *Automatica, 1987.*
- [24] J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud et J. Papon, “Model predictive heuristic control: applications to industrial processes” *Automatica, 1978.*
- [25] N. Kamkar, “A new polynomial time algorithm for linear programming” *Combinatorica, 1984.*
- [26] S. Mehrotra, “On the implementation of a primal-dual interior point method”, *SIAM Journal on optimization, 1992.*
- [27] Y. Zhang, “Solving large-scale linear programs by interior-point methods under the Matlab environment”, *Department of mathematics and statistics, Rice University, Houston, Texas, 1997.*
- [28] P.E. Gill, W. Murray, M.A. Saunders, M.H. Wright, “Procedures for optimization problems with a mixture of bounds and general linear constraints”, *ACM Transactions on Mathematical Software, 1984.*
- [29] G.B. Dantzig, A. Orden, P. Wolfe, “The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints”, *Pacific Journal of Mathematics, 1955.*
-

- [30] P. Rodriguez and D. Dumur, “Robustification of GPC controlled system by convex optimisation of the Youla parameter”, *IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, 2002*.
- [31] M. M’Saad and J. Chabassier, “Commande Optimale. Conception Optimisée des systèmes”. *Paris, France: Diderot, 1996*.
- [32] T. Coleman, M. A. Branch, and A. Grace, “Optimization Toolbox User’s Guide—for Use with Matlab (Version 2)”. *Natick, MA: Math Works, Inc, 1999*.
- [33] Didier Henrion, “Stabilité des systèmes linéaires à commande contrainte”. *Ph.D INSA Toulouse et LAAS-CNRS Toulouse*.