

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Hassiba Benbouali de Chlef

Faculté Technologie

Département Électrotechnique



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT

Filière : Génie Électrique

Spécialité : Électrotechnique des Énergies Renouvelables

Par

ALI HAMMOUCHE

Thème :

Modélisation des dispositifs électromagnétiques par la méthode des volumes finis couplée aux modèles de l'hystérésis magnétique

La Soutenance aura lieu le : **27/07/2022 à 11 : 00h** à la salle **E-Learning**

Devant le jury composé de :

Mohamed MOSTEFAOUI	MCA	Université de Chlef, Algérie	Président
Abdelkader KANSAB	Professeur	Université de Chlef, Algérie	Promoteur
Mourad HAMIMID	Professeur	Université de BBA, Algérie	Co-Promoteur
Djilali BENYOUCEF	Professeur	Université de Chlef, Algérie	Examineur
Abdelkadir BELHADJ DJILALI	MCA	Université de Chlef, Algérie	Examineur
Bachir BELMADANI	Professeur	Université de Chlef, Algérie	Invité

Le public est cordialement invité



*Plus que tout, je voudrais dédier ce modeste
travail à*


*Mes parents pour leur encouragement, leur
patience et leur amour...ils sont l'origine de
tout ce que j'ai accompli de bien.*

A tous mes frères et mes sœurs

A tous mes meilleurs amis et collègues

d'étude

A tous ce qu'ils ont aimé me voir à ce jour-là.



REMERCIEMENTS

Tous d'abord, Je tiens à remercier ALLAH le tout Puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'Il nous a donné durant toutes ces longues années.

Ainsi, je tiens également à exprimer mes vifs remerciements à mes promoteurs de thèse Pr. KANSAB Abdelkader et Pr. HAMIMID Mourad pour avoir d'abord proposé ce thème, pour le suivi continu tout au long de la réalisation de ce travail et qui n'ont pas cessé de nous donner ses conseils.

Je tiens à remercier vivement tous ceux qui ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à accomplir ce travail.

Mes remerciements vont aussi à tous mes enseignants qui ont contribué à ma formation, je voudrais également exprimer mes gratitudes aux membres du jury pour avoir accepté de discuter ce travail.

En fin, Je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous mes amis et collègues pour le soutien moral et matériel.

Résumé

Les propriétés des matériaux magnétiques sont exploitées dans de nombreuses applications techniques. Cependant, la prise en compte des pertes fer dans les machines électriques est une étape décisive lors de leur conception. La diversité des modes de fonctionnement de ces machines nécessite une connaissance approfondie de l'aspect phénoménologique de l'hystérésis, où il joue un rôle très important dans la modélisation et la caractérisation précise des matériaux constituant les circuits magnétiques des dispositifs électromagnétiques.

La modélisation basée sur des modèles empiriques est largement inadéquate pour décrire toutes les facettes du phénomène observé et pour déterminer avec précision les pertes mises en jeu. L'objectif de ce travail était de valider le modèle d'hystérésis tout en effectuant une modélisation précise du dispositif étudié. L'approche utilisée dans ce travail est l'intégration d'un modèle de l'hystérésis magnétique dans un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. L'implémentation et la précision de ce modèle ont été évaluées sur un cadre d'Epstein. La comparaison des résultats simulés avec les mesures issues des essais montre un bon accord et prouve la capacité du modèle à estimer les pertes fer.

MOTS CLES : Hystérésis magnétique, matériaux ferromagnétique, méthode des volumes finis, modèle énergétique, pertes fer, résolution numérique.

ملخص: يتم استغلال خواص المواد المغناطيسية في العديد من التطبيقات التقنية. ومع ذلك، فإن اعتبار وحساب ضياع الطاقة في الحديد للآلات الكهربائية يعد خطوة حاسمة في تصميمها. يتطلب تنوع نمط تشغيل هذه الآلات معرفة دقيقة لظاهرة التخلفية، حيث أن هاته الظاهرة تلعب دورًا هامًا للغاية في النمذجة والتوصيف الدقيق للمواد التي تشكل الدوائر المغناطيسية للأجهزة الكهرومغناطيسية.

النمذجة القائمة على المعادلات الرياضية المحضرة غير كافية إلى حد كبير لوصف جميع جوانب الظاهرة المعنية ولتحديد الضياعات الناتجة عنها بدقة. لذلك كان الهدف من هذا العمل التحقق من صحة نموذج التخلفية بإجراء نمذجة دقيقة للجهاز المدروس. النهج المستخدم في هذا العمل هو دمج نموذج التخلفية المغناطيسية في برنامج حساب على أساس طريقة الحجم المحدود. تم تقييم تنفيذ ودقة هذا النموذج على إطار أبشتاين. تظهر مقارنة النتائج المحاكاة مع القياسات المأخوذة من الاختبارات توافقًا جيدًا وتثبت قدرة النموذج على تقدير ضياعات الحديد.

كلمات مفتاحية: التخلفية المغناطيسية، المعادن المغنيطوحديدية، طريقة الأحجام المنتهية، نموذج طاقي، الضياعات في الحديد، الحل رقمي.

Abstract

The properties of magnetic materials are exploited in many technical applications. However, taking iron losses into account in electrical machines is a decisive step in their design. The diversity of the operating modes of these machines requires a thorough knowledge of the phenomenological aspect of hysteresis, where it plays a very important role in the modeling and the precise characterization of the materials constituting the magnetic circuits of electromagnetic devices.

The modeling based on empirical models of material properties is largely inadequate to describe all the facets of the observed phenomenon and to determine the losses involved accurately. The objective of this work was therefore to validate the implementation of a hysteresis model while performing precise modeling of the studied device. The approach used in this work is the integration of a magnetic hysteresis model into a calculation code based on the finite volume method. The implementation and accuracy of this model were evaluated on the Epstein framework. The comparison of the simulated results with the measurements resulting from the tests shows a good agreement and proves the capacity of the model to estimate the iron losses.

KEY WORDS: Magnetic hysteresis, ferromagnetic materials, finite volume method, energetic model, iron losses, numerical resolution.

Sommaire.

Liste des tableaux et des figures.

Liste des abréviations.

Introduction générale.

Chapitre I : Le magnétisme : origines et caractéristiques

I.1 Introduction.....	1
I.2 Aperçu historique.....	1
I.3 Principaux concepts du magnétisme	2
I.3.1 Densité de flux magnétique.....	3
I.3.2 Champ magnétique	3
I.3.3 Flux magnétique.....	5
I.3.4 Aimantation et polarisation magnétique	5
I.3.5 Du microscopique au macroscopique	7
I.3.6 Perméabilité et susceptibilité magnétique	7
I.3.7 Température de Curie.....	9
I.4 Les Matériaux magnétiques	9
I.4.1 Historique des matériaux	9
I.4.2 Classes des matériaux magnétiques	10
I.4.2.1 Diamagnétiques.....	10
I.4.2.2 Paramagnétique	11
I.4.2.3 Ferromagnétique	15
I.4.2.4 Antiferromagnétique	15
I.4.2.5 Ferrimagnétiques.....	16
I.5 Configuration des corps ferromagnétiques	17
I.5.1 Domaines magnétiques de Weiss.....	17
I.5.2 Technologie de visualisation des domaines	18
I.6 Les termes d'énergies micromagnétiques	19
I.6.1 Energie d'échange ou force de couplage	19
I.6.2 Energie d'anisotropie magnétocristalline.....	20
I.6.3 Energie d'anisotropie induite	22
I.6.4 Energie dipolaire ou énergie démagnétisant	22
I.6.5 Anisotropie de surface	23
I.6.6 Anisotropie d'échange	23
I.6.7 Energie de Zeeman.....	23
I.6.8 Magnétostriction et énergie magnétoélastique.....	24
I.6.9 L'énergie de paroi E_p	25
I.7 Mécanisme de l'aimantation et cycle d'hystérésis.....	26
I.7.1 Courbe de première aimantation	26

I.7.2 Bruit Barkhausen.....	28
I.7.3 L'hystérésis magnétique	29
I.7.4 Types du cycle d'hystérésis	31
I.7.4.1 Cycle majeur	32
I.7.4.2 Cycle mineur	32
I.8 Comportements statique et dynamique	33
I.8.1 Comportement statique ou quasi-statique	33
I.8.2 Comportement dynamique	33
I.9 Type des matériaux magnétique.....	33
I.9.1 Matériaux ferromagnétiques doux	34
I.9.2 Matériaux magnétiques durs	34
Conclusion.....	35
 Chapitre II : Aperçu sur les tôles magnétiques	
II.1 Introduction.....	36
II.2 Caractéristiques du fer	36
II.3 Alliages de fer.....	37
II.3.1 Tôles amorphes et nanocristallins.....	38
II.3.2 Alliages Fe-Ni.....	39
II.3.3 Alliages Fe-Co	40
II.3.4 Alliages FeSi.....	41
II.4 Les types des tôles magnétiques en alliage fer silicium	43
II.4.1 Les tôles FeSi à grains non orientés (GNO)	43
II.4.1.1 Procédure de fabrication	44
II.4.2 Les tôles fer- silicium à grains orientés (GO)	46
II.4.2.1 Tôles à grains orientés conventionnelles	46
II.4.2.2 Tôles à grains orientés à Haute perméabilité (HiB).....	47
II.5 Techniques de caractérisation magnétique	48
II.5.1 Les Hystérésismètres	48
II.5.2 Les Magnétomètres.....	49
II.6 Circuits de mesure des caractéristiques des matériaux	50
II.6.1 Le tore.....	50
II.6.2 Le cadre à bande unique (Singl Sheet Tester SST).....	51
II.6.3 Le cadre d'Epstein	51
II.7 Modèles d'estimation des pertes fer	53
II.7.1 Pertes totales dans les tôles.....	53
II.7.1.1 Modèle basé sur l'équation Steinmetz	54
II.7.1.2 Modèles séparation des pertes fer	57
Conclusion.....	60

Chapitre III : Approches par modèles d’hystérésis

PARTIE I.....	61
III.I.1 Introduction.....	61
III.I.2 Evolution des modèles d’hystérésis	62
III.I.3 Modèles analytiques.....	63
III.I.3.1 Modèle de Rayleigh	63
III.I.3.2 Modèle de Frôlich	65
III.I.3.3 Modèle polynomial	67
III.I.3.4 Modèle fractionnel	68
III.I.3.5 Modèle à fonction auxiliaire	69
III.I.3.6 Modèle à fonctions transcendantes	72
III.I.3.7 Modèle à fonction harmonique	74
III.I.3.8 Modèle Potter.....	75
III.I.3.9 Modèle d’Ising	76
III.I.3.10 Modèle de Stoner-Wohlfarth.....	78
III.I.3.11 Modèle Chimique (Nouredine)	78
PARTIE II.....	81
III.II.1 Modèles physiques et dynamiques	81
III.II.2 Modèle de Duhem.....	81
III.II.3 Modèle de Hodgdon	82
III.II.4 Modèle globale DSF et locale DWM	83
III.II.4.1 Modèle globale Dynamic Static Feedback DSF	83
III.II.4.2 Modèle Fractional Derivative Model (FDM)	84
III.II.4.3 Modèle dynamique local DWM (Diffusion & Wall motion)	85
III.II.5 Modèle de Loss surface	86
III.II.6 Modèle de Preisach.....	87
III.II.6.1 Description géométrique de l’aimantation.....	89
III.II.6.2 Détermination de la densité de Preisach.....	89
III.II.6.2.a La distribution Gaussienne.....	90
III.II.6.2.b La distribution de type Lorentz.....	91
III.II.6.2.c La distribution de Lorentz Modifié.....	92
III.II.6.3 Expression mathématique du modèle	94
III.II.6.4 Modèle de Preisach dynamique	98
III.II.7 Modèle de Jiles-Atherton.....	99
III.II.7.1 La composante irréversible de l’aimantation <i>Mirr</i>	99
III.II.7.2 La composante réversible de l’aimantation <i>Mrev</i>	100
III.II.7.3 Aimantation anhystérétique	100
III.II.7.4 Formulation Mathématique du modèle Jiles-Atherton	101
III.II.7.4.a Modèle direct M(H)	101

III.II.7.4.b Modèle inverse $M(B)$	102
III.II.7.5 L'effet des paramètres et leur Identification.....	103
III.II.7.5.a l'effet des paramètres.....	103
III.II.7.5.b Identification des paramètres.....	106
III.II.8 Modèle énergétique [129-130].....	108
III.II.8.1 La densité totale d'énergie.....	108
III.II.8.2 La densité d'énergie des champs appliqué et démagnétisant.....	109
III.II.8.3 Travail réversible.....	110
III.II.8.4 Travail irréversible.....	110
III.II.8.5 Modèle énergétique statique.....	111
III.II.8.5.a L'aimantation initiale (direct).....	111
III.II.8.5.b L'aimantation inverse.....	111
III.II.8.5.c Susceptibilité Différentielle.....	111
III.II.8.5.d Paramètres du modèle.....	112
III.II.8.5.e Effet des Paramètres.....	113
Conclusion.....	115
Chapitre IV : Modélisation numérique de l'électromagnétisme.	
IV.1 Introduction.....	116
IV.2 Modèle mathématique de l'électromagnétisme.....	116
IV.2.1 Les équations de Maxwell.....	117
IV.2.1.1 Equation de Maxwell-Ampère.....	117
IV.2.1.2 Equation de Maxwell-Faraday.....	118
IV.2.1.3 Equation conservation du flux magnétique.....	118
IV.2.1.4 Equation de Maxwell-Gauss.....	118
IV.2.2 Les lois de comportement.....	119
IV.2.2.1 Loi magnétique et loi diélectrique.....	119
IV.2.2.2 Loi d'Ohm.....	119
IV.2.3 Les conditions aux limites.....	120
IV.2.4 Les conditions de jauge.....	120
IV.2.5 Les conditions de passage.....	121
IV.3 Formulation des modèles électromagnétiques.....	121
IV.3.1 Le modèle électrostatique.....	121
IV.3.2 Le modèle électrocinétique.....	122
IV.3.3 Le modèle magnétostatique.....	123
IV.3.3.1 Le modèle magnétostatique scalaire (Approche Coulombienne).....	123
IV.3.3.2 Le modèle magnétostatique vectoriel (Approche Ampérienne).....	123
IV.3.4 Le modèle magnétodynamique.....	124
IV.3.4.1 Formulation magnétodynamique $T- \phi$	125
IV.3.4.2 Formulation magnétodynamique $A-V$	125

IV.4 Equation magnétodynamique bidimensionnelle	126
IV.5 Résolution par les méthodes numériques	127
IV.5.1 La Méthode Des Eléments Finis (MEF)	127
IV.5.2 Méthode de différence finis (MDF)	128
IV.5.3 Méthode intégrale de frontière (MIF)	129
IV.5.4 Méthode des volumes finis (MVF)	129
IV.5.4.1 Discrétisation MVF avec un maillage rectangulaire	130
IV.5.4.2 Discrétisation MVF avec un maillage triangulaire.....	132
IV.6 Méthode de résolution des systèmes d'équation algébriques.....	136
IV.6.1 Les méthodes directes	136
IV.6.2 Les méthodes itératives	136
IV.6.2.1 Méthode de JACOBI.....	136
IV.6.2.2 Méthode de Gauss-Seidel (point par point).....	137
Conclusion.....	137

Chapitre V : Applications et validations.

V.1 Introduction	138
V.2 Présentation du Problème	138
V.3 Procédure de traitement du problème.....	139
V.3.1 Introduction des données.....	139
V.3.2 Procédure de calcul.....	139
V.3.3 Visualisation des résultats	140
V.4 Etude du comportement électromagnétique linéaire	140
V.4.1 Interprétation des résultats du comportement linéaire.....	146
V.5 Etude du comportement électromagnétique non linéaire	146
V.5.1 Identification des paramètres du modèle énergétique	146
V.5.2 Evaluation des résultats non linéaires.....	149
V.5.3 Interprétation des résultats du comportement non linéaire.....	157
V.5.4 Analyse des résultats sans pertes dynamique	157
V.5.5 Estimation des pertes.....	161
V.5.6 Estimation par la formulation de Steinmetz-Bertotie.....	162
Conclusion.....	165

Conclusion Générale

Références bibliographiques.

Liste des abréviations

A : Potentiel vecteur magnétique [T.m].	MIF : Méthode des intégrales des frontières.
E : Champ électrique [V/m].	F: Facteur de forme des inductions non sinusoïdale.
D : Induction électrique [C/m].	Fg : Facteur de forme des inductions sinusoïdale.
J : Densité de courant de source [A/m ²]	PVM : Potentiel vecteur magnétique.
B : Induction magnétique [T].	GNO : tole à grains non orientés.
B _{max} : Induction magnétique maximal en [T].	GO : tole à grains orientés.
B _s : Induction magnétique de saturation en [T].	
B _r : Induction rémanente en [T]	
M : Aimantation magnétique en [A/m].	
M _{max} : Aimantation maximal en [A/m].	
M _r : Aimantation rémanente en [A/m].	
H : Champ magnétique en [A/m].	
H _c : Champ coercitif [A/m].	
H _{max} : Champ magnétique maximal en [A/m].	
φ : Flux magnétique en weber [W].	
μ ₀ : Perméabilité de vide en [H/m].	
μ _r : Perméabilité relative en [H/m].	
μ _i : Perméabilité initial en [H/m].	
μ(H) : Perméabilité instantanée en [H/m].	
χ : Susceptibilité magnétique.	
η : Constante de Rayleigh.	
<i>dB</i> : Variation élémentaire de l'induction magnétique [T].	
<i>dH</i> : Variation élémentaire du champ magnétique [A/m].	
<i>K</i> : Paramètre du modèle de polynomial.	
<i>n</i> : Paramètre de polynomial.	
<i>m</i> : Moment magnétique [A.m ²].	
L _m : Moment magnétique orbital [A.m ²].	
M _{rev} : Composante réversible de l'aimantation	
M _{irr} : Composante irréversible de l'aimantation	
MED : Modèle énergétique dynamique.	
MVF : Méthode des volumes finis.	
MEF : Méthode des éléments finis.	

Liste des tableaux

Chapitre I

Tableau I.1 Températures de Curie pour quelques matériaux ferromagnétiques	9
Tableau I.2 Historique sur les matériaux magnétiques	9
Tableau I.3 Susceptibilité χ_d de certains matériaux diamagnétiques	11
Tableau I.4 Susceptibilités de matériaux paramagnétiques à température ambiante.20°C	14
Tableau I.5 Valeurs des constantes d'anisotropie de quelques substances à la T_{ambiante}	21
Tableau I.6 Caractéristiques de parois de domaines pour les matériaux ferromagnétiques	26
Tableau I.7 Perméabilités relatives initiales, Induction rémanente, Champ coercitif H_c , Induction à saturation B_s et maximales de quelques matériaux.	31

Chapitre II

Tableau II.1 Propriétés des alliages de FeNi.	39
Tableau II.2 Caractéristiques magnétiques de quelques tôles non orientées.	45
Tableau II.3 Caractéristiques des tôles FeSi non orientées selon la teneur se silicium.	45
Tableau II.4 Les types des revêtements utilisés.	46
Tableau II.5 Les grandeurs magnétique des tôles à GO.	47

Chapitre III

Tableau III.1 Bref historique sur l'évolution des modèles d'hystérésis.	62
Tableau III.2 Différente fonction anhystérétique usuel.	100
Tableau III.3 Signification physique des paramètres du modèle de J&A et leurs effets.	104
Tableau III.4 Signification physique des paramètres du ME et leurs influences.	115

CHAPITRE V

Tableau V.1 Caractéristiques physiques du dispositif.	138
Tableau V.2 Paramètres optimisés du modèle énergétique.	147
Tableau V.3 Paramètres dynamique optimisés du MED.	149
Tableau V.4 Champ coercitif mesuré et calculé.	160
Tableau V.5 Les pertes fer mesurées et calculées.	161
Tableau V.6 Coefficients optimisés de la formulation par LSQ.	163

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1 L'induction magnétique dB créée par un courant I	3
Figure I.2 Champ magnétique créé par un courant I	4
Figure I.3 Surface d'application de la loi d'Ampère	4
Figure I.4 Le flux traversant une surface dépend de son orientation	5
Figure I.5 m_o , moment orbital, moment de spin	6
Figure I.6 Moment atomique de quelques éléments purs	7
Figure I.7 Variation de la perméabilité magnétique μ en fonction du champ magnétique \vec{H}	8
Figure I.8 Comportement des matériaux diamagnétique, Susceptibilité en fonction de T	11
Figure I.9 Les moments magnétiques en absence de champ avec évaluation de l'aimantation en fonction de la température, Susceptibilité en fonction de la température	12
Figure I.10 Courbe de Langevin	14
Figure I.11 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux ferromagnétiques	15
Figure I.12 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux antiferromagnétiques	16
Figure I.13 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux ferrimagnétiques.	17
Figure I.14 (a) Domaines de Weiss observés grâce à la méthode de Bitter, (b) Distribution en domaines magnétiques d'un alliage Fe-3%Si à grains orientés	18
Figure I.15 Alignement des moments magnétiques	20
Figure I.16 Courbe d'aimantation des matériaux usuels selon les axes cristallographiques ; Ces résultats sont donnés à T = 300 K.	21
Figure I.17 Apparition de pôles magnétiques	23
Figure I.18 (a) influence d'un champ magnétique, (b) influence d'une contrainte mécanique.	25
Figure I.19 (a) Rotation des parois (b) Présentation des parois de Bloch	25
Figure I.20 (a) Etat désaimanté du matériau (b) saute des parois.	27
Figure I.21.a Première phase de déplacement des parois	27
Figure I.21.b Deuxième phase de déplacement des parois	28
Figure I.21.c Troisième phase de déplacement des parois	28
Figure I.22 Evolution bruit magnétique Barkhausen	29
Figure I.23 (a) Les différents types de perméabilités, (b) Evolution schématique cycle d'hystérésis magnétique.	30
Figure I.24 Cycle majeur d'hystérésis avec les cycles mineurs.	32
Figure I.25 Variation du cycle en fonction de la fréquence	33

Figure 1.26 Les grandes classes des matériaux magnétiques industriels.	34
Figure I.27 (a) Cycle majeur des matériaux durs. (b) Cycle majeur de matériaux doux	35

Chapitre II

Figure II.1 (a) Structure cubique centrée (b) Structure cubique à face centrée (c) Structure hexagonale compacte.	37
Figure II.2 Les phases de transition du fer en fonction de pression et température.	37
Figure II.3 Variation pertes-fréquence pour trois épaisseurs à $B= 2T$ dans le Fe Co.	40
Figure II.4 (a) L'effet du silicium sur les propriétés magnétique, mécanique, et thermique. (b) résistivités des différents éléments alliés au fer.	41
Figure II.5 Pertes fer d'une tôle GO en fonction de α (α angle entre DL et le vecteur d'induction.	46
Figure II.6 Appareil Hystérésigraphe pour la mesure d'échantillon ferromagnétique.	49
Figure II.8 Schéma général d'un banc de mesure de tore	50
Figure II.8 Coupe dans un circuit torique.	51
Figure II.9 Principe de cadre à bande unique.	51
Figure II.10 Cadre Epstein, joints de recouvrement.	52
Figure II.11 Différents modèles pour déterminer les pertes fer.	54
Figure II.12 Illustration des Courants de Foucault.	58

Chapitre III

Figure III.1 Densité de flux, et Cycle d'hystérésis générés par le modèle de Rayleigh	65
Figure III.2 Cycle d'hystérésis généré par le modèle de type Frôlich.	67
Figure III.3 Densité de flux magnétique généré par le modèle de type Frôlich.	67
Figure III.4 Courbe d'aimantation anhystérétique, et la densité de flux magnétique généré par le modèle polynomial.	68
Figure III.5 Courbe de première aimantation produite par l'équation (III.25).	71
Figure III.6 Courbe de première aimantation produite par les fonctions auxiliaires.	72
Figure III.7 Courbe de première aimantation.	73
Figure III.8 Cycle d'hystérésis simulé par la fonction trigonométrique.	74
Figure III.9 Cycle d'hystérésis et l'induction à base des séries de Fourier.	75
Figure III.10 Cycle d'hystérésis obtenu par le modèle Potter.	76
Figure III.11 Schéma descriptif du cristallin régulier et moments magnétiques atomiques.	76
Figure III.12 Courbe B(H) par le modèle chimique.	79
Figure III.13 équivalence du modèle global, (a) circuit réel, (b) circuit conducteur.	84
Figure III.14 Cycle élémentaire d'un hystéron.	88
Figure III.15 (a) Etat désaimanté d'un échantillon $S^+=S^-$, (b) état saturé positivement. (c) état saturé négativement.	89

Figure III.16 Schéma d'évolution de l'aimantation du modèle de Preisach statique.	90
Figure III.17 Conteur et distribution spatiale de type Gaussienne.	91
Figure III.18 Conteur et distribution spatiale de la fonction Lorentzienne.	92
Figure III.19 La distribution spatiale et les conteurs de la distribution $a=2$.	93
Figure III.20 La distribution spatiale et les conteurs de la distribution $a=6$.	93
Figure III.21 La distribution spatiale et les conteurs de la distribution $b=2$.	93
Figure III.22 La distribution spatiale et les conteurs de la distribution $b=6$.	94
Figure III.23 (a) Cycle d'hystérésis pour différente H_s (b) Cycle d'hystérésis par la fonction de Lorentz simple et modifiée.	97
Figure III.24 Cycle d'un hystéron dynamique.	99
Figure III.25 ((a) Courbe d'aimantation. (b) densité de flux magnétique, (c) Aimantation anhystérétique, (d) Aimantation réversible.	105
Figure III.26 Effet des paramètres sur la courbe d'hystérésis.	106
Figure III.27 (a) variation des paramètres du modèle classique (b) variation des paramètres du modèle modifié.	107
Figure III.28 Points particuliers nécessaires utilisés à l'identification du modèle de Jiles.	107
Figure III.29 Effets des paramètres sur le cycle d'hystérésis produit par le ME .	114

Chapitre IV

Figure IV.1 Schématisation d'un problème magnétodynamique.	124
Figure IV.2 Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.	128
Figure IV.3 Configuration géométrique en 2D.	128
Figure IV.4 Histoire d'application de la méthode des volumes finis.	129
Figure IV.5 Maillage d'un domaine avec une description d'un volume Fini.	130
Figure IV.6 Maillage d'un domaine avec des éléments triangulaire.	132
Figure IV.7 Un volume non structuré en 2D montrant la cellule P et son voisin A.	133

Chapitre V

Figure V.1 Dispositif étudié (cadre d'Epstein).	139
Figure V.2 Organigramme du code de calcul.	139
Figure V.3 Algorithme de résolution par le code de calcul développé.	141
Figure V.4 Géométrie du dispositif avec les conditions de Dirichlet aux limites.	142
Figure V.5 Distribution de potentiel magnétique par PDETOOL.	142
Figure V.6 Les directions des lignes d'induction.	142
Figure V.7 ¼ du dispositif avec les conditions de type Dirichlet et de type de Neumann.	143
Figure V.8 (a) Courbe de première aimantation, (b) Perméabilité relative.	144
Figure V.9 ¼ Distribution de potentiel magnétique par PDETOOL.	144

Figure V.10 Les directions des lignes d'induction pour $J=1.105A/m^2$ par Pdetool.	144
Figure V.11 Distribution de potentiel magnétique par MVF triangulaire	145
Figure V.12 Les directions des lignes d'induction générée par MVF triangulaire.	145
Figure V.13 (a) Maillage du système par MVF, (b) Distribution de \vec{A} par la MVF.	145
Figure V.14 Les directions des lignes d'induction par MVF.	146
Figure V.15 Cycle d'hystérésis en régime quasi statique à 10Hz.	147
Figure V.16 (a) PVM suivant la direction des (x) en fonction du temps, (b) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à $t=5ms$	149
Figure V.17 (a) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à $t=10ms$, (b) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à $t=18ms$.	150
Figure V.18 Les endroits choisis au milieu du dispositif.	150
Figure V.19 (a) Induction magnétique, (b) Champ magnétique dans différents points.	151
Figure V.20 Les cycles d'hystérésis pour les points cités ci-dessus.	151
Figure V.21 (a) Lignes équipotentielles de \vec{A} à $t=5ms$, (b) Lignes équipotentielles de \vec{A} à $t=15ms$.	152
Figure V.22 Distribution spatiale des lignes équipotentielles \vec{A} , (a) à $t=5ms$, (b) à $t=15ms$.	152
Figure V.23 Direction de ligne d'induction, (a) pour $t=5ms$, (b) pour $t=15ms$.	153
Figure V.24 Cycles d'hystérésis simulés par MVF pour différentes fréquences avec les cycles mesurés.	154
Figure V.25 Ensemble des formes d'ondes du champ magnétique calculés par la MVF et mesurés.	155
Figure V.26 Evaluation de Champ magnétique dynamique en fonction de fréquence.	156
Figure V.27 Variation de la perméabilité pour différentes fréquences.	157
Figure V.28 Effet d'élimination de champ dû par courant d Foucault.	159
Figure V.29 Effet d'élimination de champ excessif.	160
Figure V.30 Evaluation de Champ coercitif en fonction de la fréquence.	160
Figure V.31 (a) les pertes mesurées et calculées, (b) évaluation l'écart absolue.	162
Figure V.32 Les pertes spécifiques (W/Kg) mesurées, ajustées par Lsq et calculées par MVF.	163
Figure V.33 Distribution des pertes spécifiques (W/Kg) (a) pour $f=10Hz$, (b) pour $f=200Hz$	164
Figure V.34 Evaluation des pertes spécifiques (W/Kg) suivant l'axe 'x' (a) pour $f=10Hz$, (b) pour $f=200Hz$	164
Figure V.34 Evaluation des pertes spécifiques (W/Kg) suivant l'axe 'y' (a) pour $f=10Hz$, (b) pour $f=200Hz$.	165

Introduction générale

L'émergence de l'électrotechnique va de pair avec la recherche des matériaux magnétiques adaptés à la fabrication des circuits magnétiques pour les dispositifs électromagnétiques. Ces circuits sont les sièges de la conversion énergétiques. Dans l'industrie, les circuits magnétiques sont conçus principalement du fer, mais ils présentent des mauvaises caractéristiques en termes des consommations de l'énergie. Afin d'utiliser ces circuits à moindre consommation énergétique, les matériaux ferromagnétiques ont été très rapidement alliés avec d'autres matériaux en optimisant le rendement énergétique (donc c'est l'amélioration de la composition chimique par le Silicium, le Nickel, ou le Cobalt). Cette amélioration a pour but ; de satisfaire les besoins technologiques, de rendre le matériau plus fiable, de réduire les pertes (contrainte économique, environnementale), et aussi d'avoir une meilleure exploitation dans de nombreuses applications industrielles (Production électrique, transports d'énergie, appareillage électronique...etc). Toutefois, il est très important de connaître le plus précisément possible les propriétés additives de chacun des éléments constituant le matériau. Cependant, plusieurs paramètres peuvent présenter un rôle dans l'exploitation des circuits magnétiques. Ces paramètres dépendent aux traitements thermiques effectués, la direction de laminage, et également la géométrie du circuit magnétique. Actuellement, les chercheurs s'intéressent de plus en plus au magnétisme en termes de la bonne maîtrise, de l'interprétation physique et la modélisation de l'ensemble des phénomènes déroulant aux siens des matériaux. La problématique majeure d'un tel phénomène magnétique dépend fortement des sources et des conséquences retrouvés à différents niveaux. En effet, il est essentiel pour les fabricants ; de savoir absolument les caractéristiques des matériaux ferromagnétiques, leurs comportements hystérétiques afin de mieux les modéliser, de pouvoir prédire le fonctionnement des convertisseurs électromagnétiques, et de répondre aux besoins de marché en développant des nouveaux produits ou établir des nouvelles applications.

De plus, les dispositifs électromagnétiques souvent alimentés par des alimentations variables, dont elles génèrent des pertes fer qui demeurent donc aujourd'hui un problème délicat, et posent des difficultés lors de leurs estimations ou leurs modélisations. Cependant, la détermination de pertes fer est une étape clé et nécessaire lors de la fabrication des dispositifs électrotechniques. En outre, plusieurs méthodes analytiques exploitées apportent la détermination des pertes, mais ces méthodes ne tiennent pas en compte le sens physique de ces pertes et restent toujours approximatives, nous nous sommes donc posé la question de résoudre ce problème. Néanmoins, bien entendu lorsqu'un circuit ferromagnétique est soumis

Introduction Générale

à un champ magnétique alternatif externe, sa réponse sera alors non linéaire et peut être décrite par des formes hystérétiques [1], cette dernière montre la propriété fondamentale dans la caractérisation des matériaux ferromagnétiques. Ainsi, le problème présenté par les approches analytiques peut être résolu par l'introduction de la loi hystérétique afin de prédire précisément les pertes fer.

La compréhension des mécanismes physiques qui sont le responsable du phénomène hystérétique permet de modéliser l'hystérésis magnétique dans les tôles ferromagnétiques. C'est pourquoi toutes les recherches effectuées dans ce domaine sont basées sur : comment développer un ou plusieurs modèles capables de reproduire avec précision le comportement des matériaux ainsi que d'estimer les pertes fer ? En effet, ces modèles d'hystérésis permettent de déterminer l'aimantation des matériaux magnétiques, et s'expriment en fonction de l'inconnue du problème (il s'agit d'induction ou de champ magnétique). Principalement, il existe deux types des modèles d'hystérésis ; les modèles d'hystérésis analytique, généralement, s'écrivent sous forme des expressions empiriques et ne permettent pas de décrire le comportement physique des matériaux, tandis que les modèles d'hystérésis physique sont largement utilisés vu qu'ils s'écrivent en fonction des paramètres physiques qui caractérisent l'aspect physique des matériaux [2]. L'idée accompagnée dans cette thèse est de modéliser le comportement magnétique des tôles ferromagnétique par un modèle hystérésis en régime statique et dynamique, le premier régime est généralement utilisé en basse fréquence afin de déterminer les coefficients et les paramètres d'un tel modèle, le deuxième régime est lié au comportement magnétique des matériaux, et qui se traduit aux pertes excédentaires et les pertes classiques dont leurs origines sont les courants induits [53-29].

Dans la littérature, on trouve généralement des modèles physiques, tels que le modèle de **Jiles-Atherton** [126] et le modèle **énergétique** proposé par **Pr. Hans Hauser** [129] sur lequel notre travail il s'inscrit. D'autre part, le modèle énergétique sera intégré dans un code de calcul de champ basé sur des méthodes numériques de discrétisation telle que la méthode des volumes finis, cette intégration a pour but d'assurer des résultats précis de la modélisation avec un minimum de temps de calcul et d'espace mémoire.

La préparation de la présente thèse repose sur deux axes : l'aptitude à représenter le phénomène d'hystérésis par le modèle énergétique, et aussi la capacité d'implantation ou d'incorporation du modèle énergétique avec la méthode des volumes finis. Notre travail s'articule autour de cinq chapitres.

Introduction Générale

Le premier chapitre s'est attaché, à une recherche bibliographique sur l'origine du magnétisme, les différentes grandeurs magnétiques et caractéristiques, ainsi que les phénomènes liés aux processus d'aimantation, puis on développe un état de l'art spécifique sur les matériaux magnétiques en donnant leurs significations physiques, leurs types, et leurs classifications. Nous exposerons ensuite, les lois réelles du comportement magnétique, aussi une brève présentation sur les cycles d'hystérésis.

Le deuxième chapitre traite ; la caractérisation des tôles ferromagnétiques les plus usées dans les circuits magnétiques tels que les alliages fer-silicium, les procédures des fabrications en métallurgie de ces alliages. On donne aussi une figuration des systèmes de caractérisation des tôles ferromagnétiques, les principales approches et modèles développés pour la modélisation des pertes fer.

Dans le troisième chapitre, on citera les différents modèles d'hystérésis, la première partie présente les modèles analytiques basés sur des expressions mathématiques du comportement magnétique. La deuxième partie de ce chapitre sera consacrée aux modèles physiques tels que le modèle énergétique (**ME**). Nous insisterons en particulier dans ce chapitre sur le sens physique de ces paramètres et leur effet sur les cycles d'hystérésis.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse et à l'interprétation physique des modèles électromagnétiques. Ces modèles s'écrivent sous forme des équations aux dérivées partielles, où elles décrivent l'évolution temporelle et spatiale des phénomènes développés dans les dispositifs. Ainsi, nous offrons les méthodes numériques usuelles pour la résolution des EDP. Dans ce chapitre, on s'intéresse en particulier à la résolution des problèmes magnétodynamique à l'aide du potentiel vecteur magnétique par la méthode des volumes finis.

Le dernier chapitre est dédié principalement à la modélisation d'un dispositif électromagnétique (Cadre d'Epstein) dont leurs tôles magnétiques du type FeSi3% à grains non orientés. Cette modélisation est basée sur le couplage entre la et le modèle énergétique **MVF** [138-135]. Nous démontrerons par la suite les résultats de cette approche d'intégration, les pertes fer dynamique. Enfin, ce travail est clôturé par une conclusion générale.

I.1 Introduction

L'étude du magnétisme et des matériaux magnétiques destinés aux applications d'ingénierie électrique est développée de temps à autre en raison de sa grande richesse de comportement magnétique. Depuis les temps les plus reculés, il y avait un fort désir de comprendre l'aimantation de l'oxyde de fer et d'en suivre les conséquences ; néanmoins les débuts des développements des magnétismes sont liés au développement de la minéralogie. En fait, en raison de la grande importance technologique qu'ils apportent dans l'augmentation de la densité des champs magnétiques et des bonnes performances qu'ils offrent, les matériaux magnétiques se retrouvent dans le domaine industriel, comme les transformateurs, les moteurs, les générateurs et les inducteurs, ainsi que dans les technologies électronique telles que haut-parleurs, microphones, stockage d'informations et cartes électroniques. Cependant, ces matériaux sont classés en fonction de leurs propriétés et de leurs caractéristiques. La détermination précise de leurs quantités magnétiques préoccupe les chercheurs ingénieurs dans un objectif d'amélioration économique et technique. En revanche, le domaine du magnétisme se développe toujours régulièrement à mesure que de nouveaux phénomènes et de nouveaux matériaux sont apparus.

Ce chapitre passe principalement en revue les concepts de base du magnétisme afin de mieux comprendre comment il peut être appliqué d'un point de vue technologique, on commence par un aperçu historique de la découverte du magnétisme, passant à la définition des différentes grandeurs magnétiques qui régissent la physique du magnétisme et l'origine du magnétisme. Ensuite, on donne une généralité sur la calcification des matériaux magnétiques, les quantités énergétiques qui leur associaient, et les lois de comportement magnétique (anhystérique et hystérique) pour la compréhension des mécanismes physiques d'aimantation liée à ces matériaux, notamment l'origine du phénomène d'hystérésis magnétique.

I.2 Aperçu historique

Le phénomène du magnétisme est connu depuis très longtemps par Thalès deMilet qui remarqua que la magnétite (oxyde de fer Fe_3O_4) a la propriété d'attraction ou de répulsion des corps fer. En termes d'application, cette force invisible qui attire certains matériaux aurait été exploitée la première fois en 11^{ème} siècle, dont les Chinois firent l'invention de la boussole. Par la suite, cet instrument fut utilisé par les navigateurs afin de s'orienter grâce au magnétisme terrestre. Cependant, Pierre Pélerin de Maricourt en 1269, écrivit une lettre célèbre intitulée 'De Magnete' qui est considérée comme une première contribution en

magnétisme. Tout ça conduisit les inventeurs, les chercheurs et les philosophes à approfondir et à découvrir plus dans ce domaine et ce phénomène visé. Les notions du magnétisme restent les mêmes où les études n'entament réellement que jusqu'à la fin du 18 siècle par Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), il avait en effet mesuré les forces qui s'exercent entre deux charges magnétiques où il établit le théorème d'action des charges nommé approche coulombienne. L'avancement génial était en 1840, Hans Christian Ørsted découvrait la déviation d'une aiguille aimantée par un courant électrique traversant un fil conducteur, donc c'est l'interaction entre l'électricité et le magnétisme [1]. Cette étonnante et grande découverte liant électricité et magnétisme, est à la base de la théorie électromagnétique présentée par André Marie Ampère, puis James Maxwell. A.M. Ampère (1775-1836) a répété l'expérience en montrant qu'une boucle circulaire de courant électrique (direct) crée un champ magnétique, où il a réussi de créer une formule mathématique élégante connue sous le nom d'approche ampérienne. Les approches évoquées précédemment sont considérées complémentaires : L'approche ampérienne est surtout utile en physique atomique, et l'approche coulombienne en électrotechnique. À la suite de la découverte par Ørsted et les travaux d'Ampère, Michael Faraday (1791-1867) il découvrit qu'un aimant mobile près d'une bobine de cuivre produit une force électromotrice (principe de la dynamo), cette expérience fait apparaître la notion de l'induction magnétique. La découverte du magnétisme avance progressivement en modélisant les phénomènes magnétiques par quatre célèbres équations formulées par James Clerk Maxwell (1831-1879), et qui restent actuellement la base de l'analyse fondamentale du magnétisme.

Bref, après avoir fait une recherche bibliographique au cours de cette étude, il a été constaté que la théorie électromagnétique inclut un grand nombre de physiciens célèbres : Oersted, Ampère, Faraday, Foucault, Henry, Lenz, Maxwell, Weber, Hertz, Lorentz etc. S'il a débuté par Ørsted en 1821 et que Maxwell fit l'établir dans des équations en 1873, aucune explication satisfaisante ne serait trouvée avant 1905 dans le cadre de la théorie de la relativité d'Einstein.

I.3 Principaux concepts du magnétisme

Toutes les lois de la physique sont discutables, non figées, et peuvent un jour être abrogées. Où il est important de vérifier les résultats des recherches par expériences physiques réalistes, ce qui impose la nécessité de connaître les grandeurs étudiées et la capacité de les mesurer. Par la suite, on définit les grandeurs qui distinguent le domaine de magnétisme et relie les équations de Maxwell.

I.3.1 Densité de flux magnétique

L'induction ou (la densité de flux magnétique) est la grandeur la plus importante dans l'étude du magnétisme qui traduit l'effet du déplacement des charges électriques, la loi de Biot & Savart donne les expressions de l'induction magnétique \vec{B} et du potentiel vecteur magnétique associée \vec{A} créés par une distribution de courant continue traversant un conducteur électrique dans le vide, la loi s'écrit [3] :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_c \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \right] \tag{I.1}$$

$$d\vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl}}{r} \tag{I.2}$$

r : la distance de l'élément dl au point M.

μ_0 : La perméabilité du vide ($\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ en H/m).

B: l'induction magnétique exprimée en Tesla (T).

u_r : le vecteur unité de la droite orientée de l'élément dl au point M.

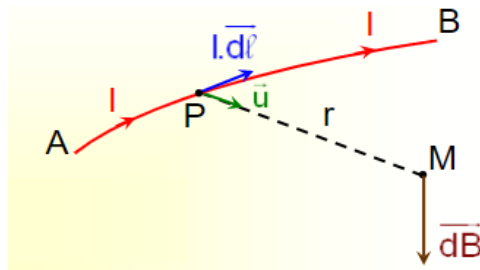


Figure I.1 L'induction magnétique $d\vec{B}$ créée par un courant I .

I.3.2 Champ magnétique

Le champ magnétique \vec{H} est une grandeur vectorielle directement liée au courant électrique I où il rend compte la réponse du milieu magnétique [2]. Le champ magnétique est mesuré ou calculé indirectement, de sorte qu'il est déduit de la mesure de l'induction. La relation liée le champ et l'induction est alors :

Dans le vide :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{I.3}$$

Dans la matière :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \tag{I.4}$$

La source du champ magnétique statique pourrait être ; soit un aimant permanent, soit un courant constant, la loi de Biot et Savart permet de calculer l'intensité de champ \vec{H} :

$$d\vec{H}(M) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \right] \tag{I.5}$$

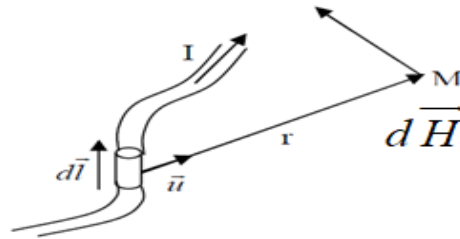


Figure I.2 Champ magnétique créé par un courant I.

Si on prend toute la longueur fermée (contour) du conducteur, le champ total sera :

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{4\pi} \int_C \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \tag{I.6}$$

Le théorème d'Ampère permet aussi de déterminer le champ magnétique. La circulation du vecteur \vec{H} le long d'un contour (C) est égale à la somme algébrique des courants traversant la surface.

$$\oint_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = I \tag{I.7}$$

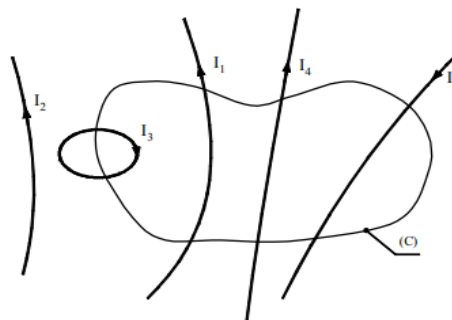


Figure I.3 Surface d'application de la loi d'Ampère.

En appliquant le théorème d'Ampère, I_2 n'intervient pas dans le calcul du champ total ; donc :

$$\oint_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = I_1 - I_3 + I_4 - I_5 \tag{I.8}$$

I.3.3 Flux magnétique

Le flux magnétique est une grandeur physique mesure le débit de champ magnétique à travers une surface. La valeur du flux dépend également de l'orientation de la surface par rapport à la direction des lignes. Si la surface est inclinée par rapport à la direction des lignes (fig. I.4), le flux à travers cette surface sera faible. Le flux est exprimé en Weber.

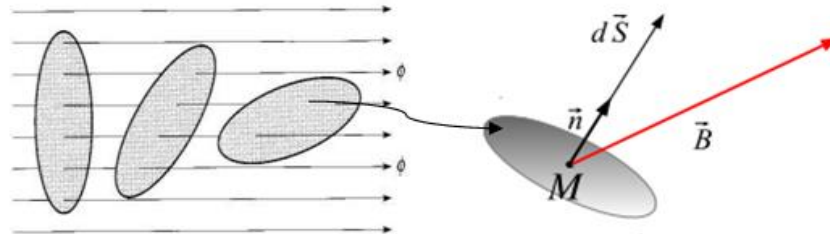


Figure I.4 Le flux traversant une surface dépend de son orientation.

$$d\vec{\phi}(M) = \vec{B}.d\vec{S} \tag{I.9}$$

$$\vec{\phi}(M) = \iint \vec{B}(M).d\vec{S} = \vec{B} \iint dS.\vec{n} \tag{I.10}$$

Où :

n : est un vecteur normal à dS de la surface.

I.3.4 Aimantation et polarisation magnétique

Au niveau atomique, les propriétés magnétiques d'un matériau, sont reliées à la contribution des moments magnétiques de spin et orbitaux.

- **Moment de spin**

Le moment de spin c'est une grandeur intrinsèque purement quantique [4] qui définit la rotation d'un électron autour de lui-même, ce moment est exprimé [5] :

$$\vec{m}_s = -\frac{g_s \mu_B}{h} \vec{S} \tag{I.11}$$

Avec :

g_s : le facteur de Landé. (g_s=2)

h : la constante de Planck.

μ_B : Le magnéton de Bohr (moment unitaire) noté μ_B est la valeur du moment magnétique orbital de l'électron qui se trouve sur la première orbite de Bohr. Donc c'est un multiple entier

du moment magnétique : $\mu_B = \frac{|e|}{2m_e} h = 9,27.10^{-24} Am^2$.

• **Moment orbital**

La contribution du moment orbital due au mouvement angulaire des électrons autour du noyau, ce moment intrinsèque s'exprime en fonction du rayon et de la vitesse de rotation.

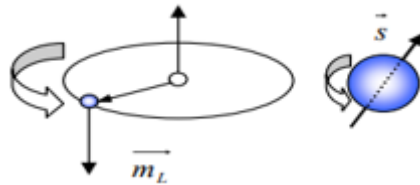


Figure I.5 m_o moment orbital, moment de spin.

$$\vec{m}_o = -\frac{g_L e}{2m_e} \vec{L} \tag{I.12}$$

g_L est le facteur de Landé. ($g_L=1$)

L : moment angulaire.

m_e : masse élémentaire de la charge

e : la charge d'électron.

La somme vectorielle des moments magnétiques de spin et orbital, est dit le moment magnétique atomique qui sera utilisé dans les calculs d'une autre grandeur magnétique, le moment atomique s'exprime comme suit :

$$\vec{m}_a = \vec{m}_o + \vec{m}_s = -(\vec{L} + 2\vec{s})\mu_B \tag{I.13}$$

Le moment atomique résultant pour un volume élémentaire Δv contient N atomes, peut s'exprimer sous la forme :

$$\vec{m}_i = \sum_{i=1}^N \vec{m}_{a_i} \tag{I.14}$$

Notre étude vise à la modélisation des tôles ferromagnétiques, et pour donner une idée aux lecteurs, l'atome de fer porte un moment magnétique de $2.2\mu_B$ (fig. I.6) , alors que le Fe^{++} a un moment de $4\mu_B$ et le Fe^{+++} porte un moment de $5\mu_B$. [6].

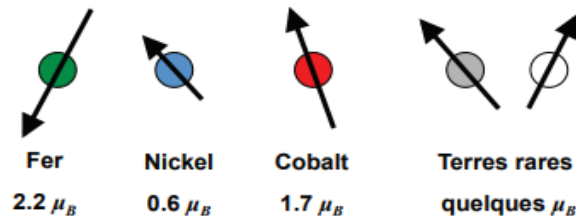


Figure I.6 Moment atomique de quelques éléments purs.

I.3.5 Du microscopique au macroscopique

Dans les matériaux magnétiques placés sous l'influence d'un champ magnétique, une nouvelle grandeur vectorielle apparaît qui traduit microscopiquement l'interaction mise en œuvre, c'est bien donc l'aimantation \vec{M} . Ce comportement résulte d'un mouvement magnétique collectif au niveau atomique [7].

Donc on peut dire que l'aimantation mesurée est la densité volumique des moments magnétiques atomiques [8] :

$$\vec{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^N \vec{m}_{a_i} \right) \tag{I.15}$$

Cependant, cette étude s'appuie fortement sur la modélisation et la détermination de l'aimantation \vec{M} , cette dernière permet de définir l'état magnétique en tout point d'un matériau à l'échelle macroscopique. Elle s'exprime en Ampère par mètre (A/m).

Dans le cas où il n'a pas de champ d'excitation $\vec{M} = \vec{0}$, cela veut dire que les directions des moments sont aléatoires donc : $\sum_{i=1}^N \vec{m}_{a_i} = \vec{0}$

Autre grandeur de même nature avec l'induction magnétique pourrait être utilisée par les électrotechniciens et les fabricants, c'est la polarisation $\vec{J} = \mu_0 \vec{M}$, elle s'exprimée en [T].

I.3.6 Perméabilité et susceptibilité magnétique

Tout corps ferromagnétique placé dans un endroit où il y a un champ magnétique sera magnétisé à l'intérieur. Cette magnétisation due à une propriété magnétique nommée la perméabilité. Celle-ci distingue la capacité des corps à diriger ou canaliser le flux magnétique, elle est variable selon la fréquence, l'amplitude du champ d'excitation ainsi que la température (fig. I.7). Pour les matériaux non ferromagnétiques, les vecteurs \vec{H} et \vec{B} sont proportionnels

(Eq I.3) et souvent on peut dire que c'est un critère de qualité ou de référence pour les substances qui s'aimantent facilement.

La perméabilité magnétique relative diffère d'un matériau à un autre, elle est définie comme le rapport entre la perméabilité du milieu et la perméabilité de l'air ou du vide, elle s'exprime mathématiquement par : $\mu_r = \mu / \mu_0$

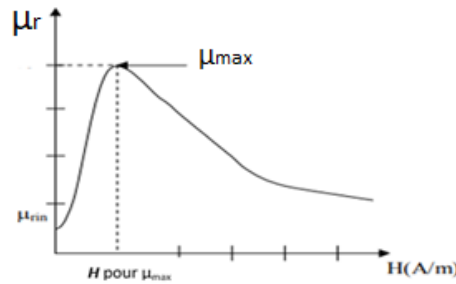


Figure I.7 Variation de la perméabilité magnétique μ en fonction du champ magnétique \vec{H} .

La susceptibilité magnétique χ du matériau traduit le rapport entre l'aimantation \vec{M} et le champ d'excitation \vec{H} , cette grandeur précise la capacité d'un matériau à s'aimanter sous l'effet du champ magnétique, elle dépend fortement de la température selon la loi de Pierre Curie et la loi de Pierre Weiss [9].

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \left(1 + \frac{\vec{M}}{\vec{H}} \right) \cdot \vec{H} = \mu_0(1 + \chi) \cdot \vec{H} \tag{I.16.a}$$

$$\chi = \frac{\vec{M}}{\vec{H}} \Rightarrow \chi = \mu - 1 \tag{I.16.b}$$

De façon similaire, la susceptibilité magnétique relative peut être définie comme suit :

$$\chi_r = \mu_r - 1 \tag{I.16.c}$$

Dans certains types de matières, la susceptibilité n'est pas forcément constante. Elle varie en fonction du champ appliqué, et présente une caractéristique normale à la région de la température critique T_c , où elle prend la forme d'un tenseur $\mathbf{M} = [\chi] \mathbf{H}$, dans ce cas, la réaction du matériau varie en fonction de la direction d'excitation [25].

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}$$

I.3.7 Température de Curie

Les propriétés magnétiques dépendent fortement de la température. Expérimentalement, si on mesure la valeur de l'induction rémanente d'un matériau en fonction de la température, nous remarquons que l'induction s'annule à partir d'une certaine température dite température de Curie. Deux régimes peuvent être observés, sous la température de Curie une décroissance lente et constante de la magnétisation. Autour de T_C , l'aimantation diminue rapidement vers zéro. Au fur et à mesure de l'augmentation de la température, tous les matériaux perdent leurs propriétés magnétiques. Le tableau ci-dessous indique les températures de Curie pour certains matériaux ferromagnétiques.

Matériaux	Températures de Curie [°C]
Fer	770
Cobalt	1115
Nickel	358

Tableau I.1 Températures de Curie pour quelques matériaux ferromagnétiques [10].

I.4 Les Matériaux magnétiques

I.4.1 Historique des matériaux

L'étude des phénomènes qui se produisent au sein du matériau, tels que l'hystérésis magnétique, nécessite une connaissance approfondie des matériaux magnétiques. La structure industrielle conduit à la conception de nouveaux matériaux selon les besoins d'usage, un bref historique de la découverte des matériaux est présenté ci-dessous.

Années Histoire	Historique des matériaux
1880	Acier au carbone, aimant (fer à cheval).
1903	Alliage Fe-Si (Allemagne, USA).
1912	Production industrielle de Fe-Si à grains non orientés.
1932-1941	Tôle de Fe-Si à grain orienté (Gauss 1935), aimants permanents Al-Ni-Co
1946	Aimants ferrites.
1969	Aimant à base de terre rare/Cobalt
1970-1975	Alliage amorphe, Fe-B-Si, Verre métallique.
1983	Aimants terres rares+ Fer (Nd-Fe-B et Sm-Co).

Tableau I.2 Historique sur les matériaux magnétiques [11].

I.4.2 Classes des matériaux magnétiques

Comme on a vu précédemment que l'origine du magnétisme vient des moments atomiques intrinsèques qui interagissent entre eux sous l'effet d'un champ magnétique, où l'orientation de ces moments magnétiques dépend de l'environnement spécifique de l'atome, de la position des atomes voisins, de la température et du champ magnétique appliqué [12], cette interaction engendre une réaction magnétique diffère d'une matière à une autre. Toutefois, dans l'électromagnétisme, la susceptibilité est une quantité essentielle, en fonction de son signe et de sa valeur, il est possible de distinguer trois catégories principales de comportement magnétique.

De point de vue historique, les chercheurs ont mis en évidence l'existence de ces catégories à la fin de siècle 18^{ème}, Pierre Curie fit étudier les propriétés thermiques des matériaux magnétiques pour la première fois en 1895, ensuite Paul Langevin édifié en 1905 la théorie atomique du diamagnétisme et paramagnétisme suivi par Pierre Weiss qui élaborera en 1907 la théorie du ferromagnétisme. Parallèlement, avec l'essor de l'électrotechnique, les applications du magnétisme commencent à développer et le domaine des recherches s'est encore considérablement élargi [13].

I.4.2.1 Diamagnétiques

Les matériaux dits diamagnétiques sont des matériaux dont les couches internes électroniques sont complètes. Le comportement diamagnétique est le plus présent dans tous les matériaux, d'où on trouve les substances diamagnétiques ne porte pas des moments magnétiques atomiques ($m_{at}=0$). Le diamagnétisme présente une réaction magnétique inverse à celui de sa cause, c'est-à-dire que la matière s'aimante faiblement et en sens opposé par rapport au champ magnétisant, cela due à la modification du mouvement orbital des électrons autour du noyau. Ce phénomène est réversible, en cas d'annulation du champ extérieur la matière revient à l'état initial. Parmi les matériaux diamagnétiques, on trouve les éléments **Cu, Au, Ag, Zn, Pb**, etc. Ces matériaux ont alors une susceptibilité magnétique négative de l'ordre de 10^{-5} indépendante de la température [14]; et par conséquent, les valeurs de perméabilité relative sont supérieures à 1 (fig. I.8). Un fort diamagnétisme se trouve dans les matériaux supraconducteurs où les lignes de champ \vec{H} ne pénètrent pas les substances diamagnétiques. L'expression suivante établit par Paul Langevin et corrigée par Pauli.

$$\chi_d = \frac{\overline{M}}{\mu_0 \cdot H} = -\mu_0 \frac{N \cdot Z \cdot e^2}{6m} r^2 \quad (I.17)$$

Avec : Z représente le numéro atomique, r^2 est la valeur moyenne au carré de la distance des électrons au noyau, N le nombre d'atomes par unité de volume, e la charge de l'électron et m la masse de l'électron. [15].

La courbe caractéristique $M(H)$ montre que les matériaux diamagnétiques sont linéaires.

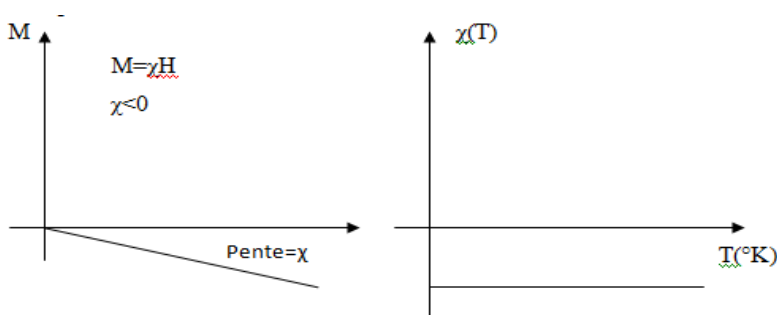


Figure I.8 Comportement des matériaux diamagnétique, Susceptibilité en fonction de la température.

Matière	$\chi_r \times 10^{-6}$	Matière	$\chi_r \times 10^{-6}$	Matière	$\chi_r \cdot \times 10^{-6}$
Ag Argent	-2,4	H Hydrogène	-25	Zn Zinc	-1,9
Ar-Argon	-6,1	He Hélium	-5,9	Al ₂ O ₃	-3,5
Au Or	-1,9	Hg Mercure	-2,2	CaCO ₃	-4,4
Be Berylium	-13	N Azote	-5,4	CO ₂	-6
B Bore	-7,8	Pb plomb	-1,4	Water	-9,05
Bi Bismuth	-16	S Soufre	-6,1	H ₂ SO ₄	-5
C Diamant	-6,2	Sb Antimoine	-10,6	SO ₂	-3
Ca Cadmium	-23,9	Se Sélinium	-4.10 ⁻⁶	Alcool éthylique	-9,3
Cu Cuivre	-1,08	Si silicium	-1.2	Benzène	-8,9

Tableau I.3 Susceptibilité χ_d de certains matériaux diamagnétiques [16].

I.4.2.2 Paramagnétique

Par définition, les matériaux non diamagnétiques sont des matériaux paramagnétiques dont la couche interne électronique incomplète, cependant ces matériaux liés à l'existence des moments magnétiques permanents non couplés et qui n'interagissent pas entre eux. Ces moments prennent au cours du temps des directions aléatoires dues à l'agitation thermique, où

l'énergie d'échange entre les moments reste faible face à l'agitation thermique [8], c'est pourquoi l'aimantation paramagnétique au niveau macroscopique est nulle. L'application du champ extérieur provoque un faible alignement des moments magnétiques suivant le sens de champ appliqué, donc une aimantation faible (fig. I.9) car l'effet de l'agitation thermique est encore prédominant, en concluant que le moment résultant est proportionnel du champ H_a et de la température absolue T . La susceptibilité paramagnétique est très faible de l'ordre 10^{-3} - 10^{-5} , elle est inversement proportionnelle à la température.

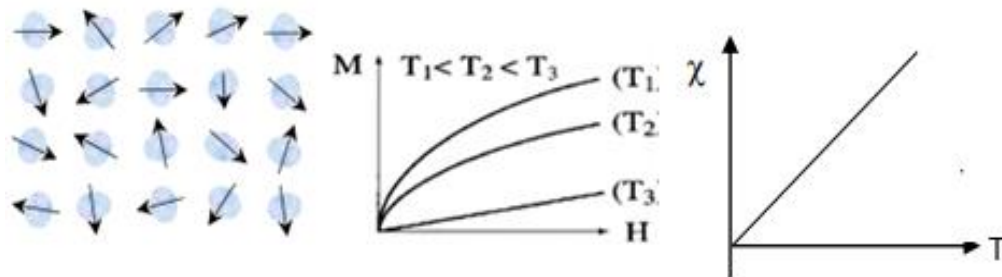


Figure I.9 Les moments magnétiques en absence de champ avec évaluation de l'aimantation en fonction de la température, Susceptibilité en fonction de la température.

- **Développement du modèle de Langevin**

La théorie de Langevin explique l'aimantation du paramagnétisme et diamagnétisme. En présence du champ magnétique l'énergie reçue par les moments magnétiques des matériaux définie par :

$$E_p = -\vec{m}\vec{H} = -mH \cos(\theta) \tag{I.18}$$

Avec θ : Angle entre l'aimantation et le champ magnétique.

L'exploitation de la statistique de Boltzmann où la densité de probabilité qu'un moment magnétique ait une orientation telle que m fasse un angle θ avec le champ \vec{B} est [17] :

$$P(E_p) = \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right)$$

Alors la quantité élémentaire des moments magnétiques ayant l'énergie E_p occupant un angle solide est définie par l'équation :

$$dN = N_0 \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right) 2\pi \sin(\theta) d\theta \tag{I.20.a}$$

Donc :

$$N = N_0 \int_0^\pi \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right) 2\pi \sin(\theta) d\theta \quad (\text{I.20.b})$$

L'aimantation totale se fait par la projection de tous les moments atomiques suivant la direction de \vec{H} , elle s'écrit comme suit [1] :

$$M = \int_0^\pi Nm \cos(\theta) d\theta \quad (\text{I.21.a})$$

De (Eq I.20.b) et (Eq I.21.a) on aura :

$$M = 2\pi m N_0 \int_0^\pi \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right) \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (\text{I.21.b})$$

Par identification :

$$M = mN \frac{\int_0^\pi \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right) \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta}{\int_0^\pi \exp\left(\frac{mH \cos(\theta)}{KT}\right) \sin(\theta) d\theta} = mNL(x) \quad (\text{I.21.c})$$

$$\text{Avec : } x = \frac{m}{KT} \vec{H} = \frac{\vec{H}}{a} \rightarrow a = \frac{KT}{m}$$

D'où :

$$L(x) = \coth\left(x - \frac{1}{x}\right) \quad (\text{I.22})$$

Cette célèbre fonction représentée sur la figure (fig. I.10), a été établit par Langevin, donc :

$$M = NmL(x) = M_s \left(\coth \frac{\vec{H}}{a} - \frac{a}{\vec{H}} \right) \quad (\text{I.23})$$

Au voisinage de l'origine, la fonction devient : $L(x)=x/3$; Il vient donc :

$$\vec{M} = Nm \frac{x}{3} = \frac{Nm^2}{3kT} \vec{H} \quad (\text{I.24})$$

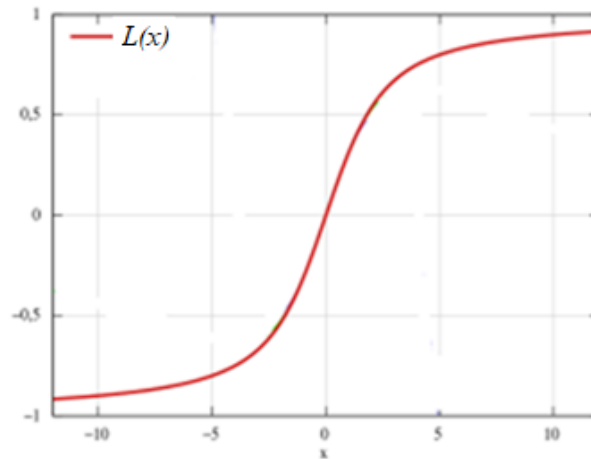


Figure I.10 Courbe de Langevin.

Donc l'expression de la susceptibilité magnétique calculée par Langevin et Brillouin est [5]:

$$\chi_p = \frac{Nm^2}{3kT} = \frac{C}{T} \tag{I.25}$$

Avec :

$C = \frac{Nm^2}{3k}$ représente la constante de Curie, N : nombre d'atome, m : le module du moment magnétique de l'atome, k : la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K).

Le tableau ci-après montre les valeurs des susceptibilités de quelques matériaux.

Matière	$\chi_r \cdot 10^{-6}$	Matière	$\chi_r \cdot 10^{-6}$
Al Aluminium	7,7	Os Osmium	0,069
Ba Baryum	1,9	Pt Platine	12
Ca Calcium	13,8	Ta tantale	1,1
Cr Chrome	38,7	U Uranium	3,3
Li Lithium	44	Cr ₂ O ₃	380
Mg Magnésium	10	CuO	38
Mn Manganèse	121	HCl	9500
Na Sodium	8,6	Fe ₃ C	37 à 1000°C

Tableau I.4 Susceptibilités de matériaux paramagnétiques à température ambiante. 20°C [16].

I.4.2.3 Ferromagnétique

Généralement, toutes les substances sont magnétiques, mais seules les substances ferromagnétiques et ferrimagnétiques sont appelées matériaux magnétiques de la technologie, et sont capables d'être magnétisées par des champs relativement faibles. [16].

Les moments magnétiques dans la plupart des matériaux sont orientés dans des directions aléatoires résultant un champ magnétique total nul, alors que les matériaux ferromagnétiques possèdent des moments permanents intrinsèques de comportement collectif. Les matériaux ferromagnétiques ont une température de Curie (fig. I.11) pour laquelle l'énergie d'échange est égale à l'énergie thermique, au-dessus de laquelle va provoquer une mobilité importante aux atomes, ce qui désorganise les moments, où les substances perdent leurs caractéristiques et deviennent paramagnétiques. Leur susceptibilité caractérise par :

- La loi de Curie-Weiss (Eq I.18)
- Valeur positive vaut jusqu'à 10^7 .
- S'exprime en fonction du champ magnétique appliqué.
- Loi de comportement associée présente une forte non-linéarité.

$$\chi_f = \mu_f - 1 = \frac{C}{T - T_c} \quad (\text{I.26})$$

Il existe neuf éléments ferromagnétiques à l'état pur dans la nature : trois éléments de transition, fer, cobalt et nickel, ainsi que six terres rares (*Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm*) [5].

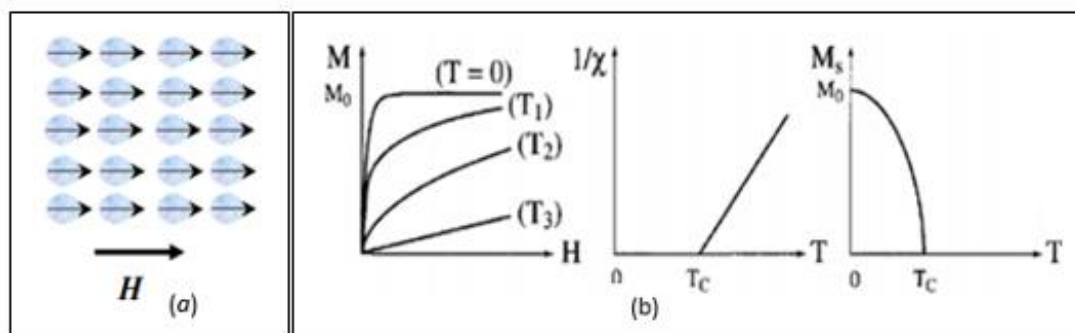


Figure I.11 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux ferromagnétiques.

I.4.2.4 Antiferromagnétique

Comme l'indique son nom, l'antiferromagnétique donne un sens de non ferromagnétique. À l'échelle macroscopique, ces matériaux possèdent un comportement semble à celui du

paramagnétique, et ils sont caractérisés par des moments magnétiques groupés par un arrangement antiparallèle (fig. I.12) qui est la conséquence d'interactions entre atomes proches dite interactions d'échange négatives et résulte une aimantation macroscopique nulle. Les matériaux antiferromagnétiques ont également une rémanence nulle, et une susceptibilité χ faible, positive comprise entre 10^{-2} et 10^{-3} , où ils ne présentent pas le phénomène d'hystérésis, L'augmentation de la température au-dessus d'une température T_N (température de Néel) rend l'état des moments désordonné, donc le matériau devient paramagnétique. L'expression de la susceptibilité magnétique est établit par Néel :

$$\chi_{Af} = \frac{C}{T+T_N} \tag{I.27}$$

On trouve parmi les corps antiferromagnétiques le Chrome, l'Oxyde de Fer « FeO », le Fluorure de Manganèse 'MnF₂' et le Sulfure de Manganèse 'MnS' [18].

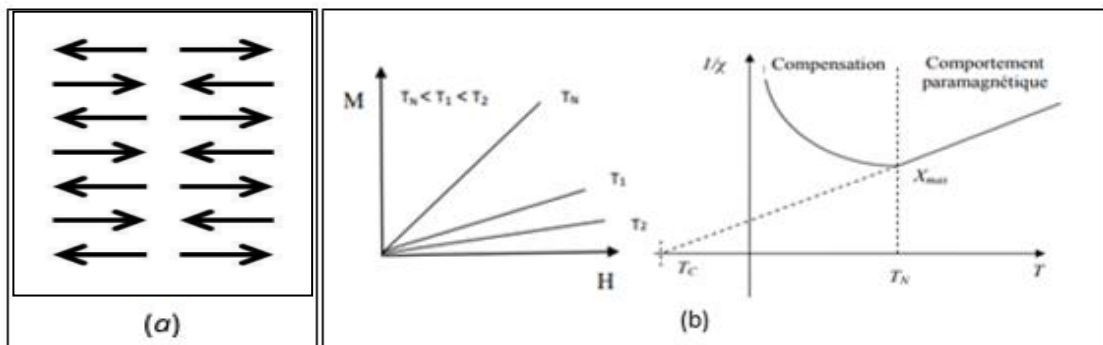


Figure I.12 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux antiferromagnétiques.

I.4.2.5 Ferrimagnétiques

Les matériaux ferrimagnétiques sont des matériaux dans lesquels les moments magnétiques des régions cristallins sont antiparallèles avec des modules différents (compensation des moments), ce qu'il en résulte une aimantation spontanée similaire à celle du ferromagnétique. Généralement, ces matériaux, appartiennent de la classe des oxydes appelés ferrites, ainsi qu'ils sont caractérisés par une susceptibilité magnétique d'ordre $\chi \approx 10^3$, ces matériaux sont considérés comme des isolants permettant de minimiser les pertes par courant de Foucault, c'est pourquoi ils sont fortement préférés dans les fabrications des transformateurs utilisés en haute fréquence [19]. Les matériaux ferrimagnétiques font l'objet de plusieurs caractéristiques des matériaux ferromagnétiques : tel que ; la dépendance de la

température, l'hystérésis et la rémanence. La forme générale de ces corps $X.Fe_3.O_4$ où X représente un ou plusieurs métaux bivalents (Cuivre, Zinc, Nickel,...).

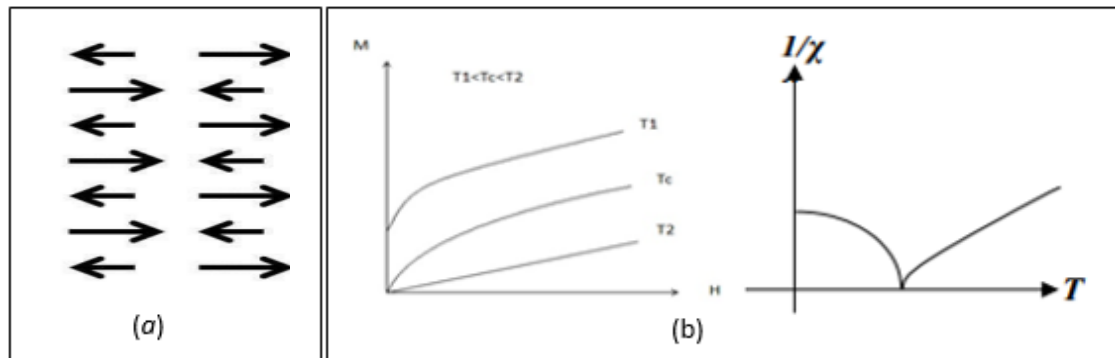


Figure I.13 (a) Réseau des moments magnétiques. (b) la variation de l'aimantation en fonction du champ et de la température pour les matériaux ferrimagnétiques.

I.5 Configuration des corps ferromagnétiques

La compréhension du phénomène ferromagnétisme dépend évidemment du modèle décrivant l'origine du magnétisme. Deux modèles expliquent le phénomène du magnétisme, le modèle de Weiss qui est la première approximation plus simple et à usage général jusqu'à aujourd'hui [20]. Toutefois, cette idée a été énoncée par Pierre Weiss en 1907 qui mit le départ de progrès considérables en magnétisme. Plus tard, la physique quantique a permis de comprendre l'origine microscopique de la théorie établie par Weiss, ce modèle ne sera pas détaillé dans ce mémoire.

I.5.1 Domaines magnétiques de Weiss

Le modèle de Weiss se dérive de la théorie développée par Paul Langevin où il proposa qu'un matériau ferromagnétique, se compose spontanément en un grand nombre des volumes élémentaires à l'échelle mésoscopique (échelle intermédiaire entre atomes et échantillons), appelées domaines magnétiques ($\sim 10\mu m$), ou domaines de Weiss constituent $10^{17}-10^{21}$ atomes qui sont séparés par des parois de Bloch (fig. I.14) et parfois de Néel [21-22]. Cependant, toutes les propriétés magnétiques des matériaux dépendent de la structure des domaines magnétiques. En l'absence d'un champ magnétique extérieur, Weiss expliqua que les moments magnétiques de ces domaines sont alignés uniformément suivant des directions privilégiées (direction de facile aimantation) et résultent une aimantation totale nulle. Cette orientation due à une forte interaction mutuelle appelée couplage ferromagnétique, c.-à-d. les moments atomiques subissent à une énergie d'échange ou champ moléculaire de ses proches (Eq I.28). Sous l'effet d'un champ magnétique, les domaines se changent en termes de

dimension et de forme, et les moments magnétiques tendent à s'aligner facilement dans la direction du champ appliqué même s'ils sont de faible densité. Alors les atomes sont soumis à une superposition de deux champs magnétiques, l'un est le champ extérieur et l'autre dit champ de Weiss, générant un champ effectif (Eq I.29).

$$\vec{H}_m = \alpha \sum_{i=1}^N \vec{m}_{a_i} = \alpha \vec{M} \quad (I.28)$$

Où \vec{M} est l'aimantation de saturation à 0 K

Cette relation décrit le couplage entre les moments voisins, où la constante de proportionnalité α est indépendante de la température.

$$\vec{H}_e = \vec{H}_a + \alpha \vec{M} \quad (I.29)$$

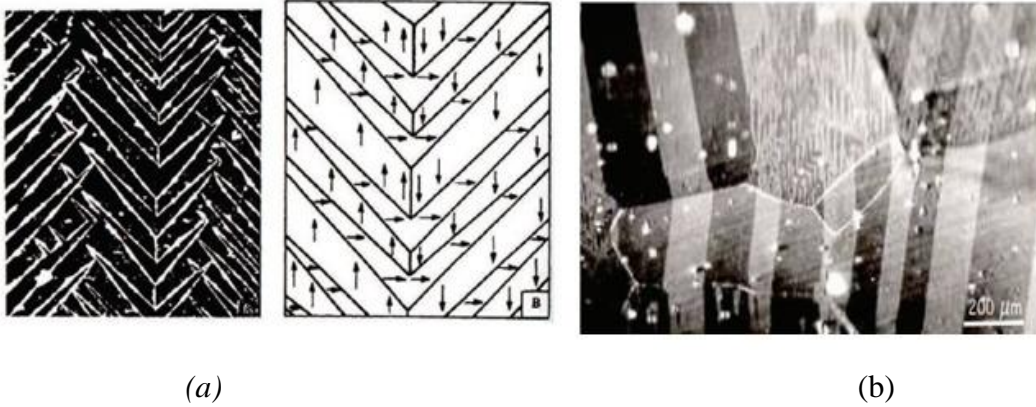


Figure I.14 (a) Domaines de Weiss observés grâce à la méthode de Bitter [23]
(b) Distribution en domaines magnétiques d'un alliage FeSi3% à grains orientés.

Puisque la théorie de Langevin ne prend pas en compte le champ moléculaire, donc la formule reste valide en changeant le champ appliqué par le champ effectif ce qui explique l'existence du ferromagnétisme, donc l'aimantation devient :

$$M = M_S \left(\coth \frac{\vec{H}_e}{a} - \frac{a}{\vec{H}_e} \right) = M_S \left(\coth \frac{\vec{H}_a + \alpha \vec{M}}{a} - \frac{a}{\vec{H}_a + \alpha \vec{M}} \right) \quad (I.30)$$

I.5.2 Technologie de visualisation des domaines

Afin de confirmer l'hypothèse de Weiss, plusieurs techniques ont été élaborées pour but de visualiser les structures des domaines magnétiques. Ces domaines ont été mis en évidence indirectement pour la première fois en 1919 par l'effet Barkhausen [24]. La première tentative fut le décèlement direct a été développée par Bitter en 1931 en utilisant les poudres très fines

[26], d'autres technologies rendent possible de visualiser les domaines réellement telles que les effets magnéto-optiques (l'effet Kerr [27], effet Faraday [28]), le microscope électronique, et les rayons X. Ces méthodes sont de plus en plus utilisées, vue qu'elles sont rapides et non destructives [61].

I.6 Les termes d'énergies micromagnétiques

Dans le paragraphe précédent, on a associé la subdivision des domaines magnétiques aux effets énergétiques qui se produisent entre atomes proches. Où les solides ferromagnétiques sont le siège de nombreux types d'énergies magnétiques (E_{int}) mises en jeu. L'équilibre de ces types d'énergie donne naissance aux domaines magnétiques et dicte leur taille à l'état désaimanté, où son minimum favorise la colinéarité des moments atomiques. À l'inverse, ces énergies augmentent s'il apparaît une désorganisation entre les moments magnétiques. L'énergie libre totale inclut les termes suivants :

$$E_{int} = E_{ech} + E_a + E_m + E_{mt}$$

I.6.1 Energie d'échange ou force de couplage

La force de couplage, c'est un phénomène intrinsèque complexe qui se manifeste dans le matériau magnétique. Cette force est d'origine électrostatique, elle est liée au recouvrement des orbitales électroniques entre les atomes adjacents [8]. A l'état stable avec une température inférieure de celle de Curie, tous les moments s'orientent suivant d'une direction préférentielle due à l'interaction d'échange qui surmonte les turbulences causées par l'agitation thermique. La nature de cette interaction a été étudiée en 1929 par Heisenberg où il a proposé de quantifier cette interaction entre deux atomes voisins par une énergie d'échange qui censé le responsable du ferromagnétique. Néanmoins, cette énergie est très faible en comparaison avec d'autres énergies, et plus importante aux cotés des parois. L'énergie d'échange globale (E_{ech}) est égale à l'énergie que l'on doit fournir pour cesser l'état d'alignement, et peut s'exprimer par l'intégrale sur tout le volume de l'énergie [29]. Cette énergie est proportionnelle au produit scalaire de leurs moments de spins.

$$E_{ech} = \int_{vol} E_{ij} = \int_{vol} -2J_{ij} \vec{S}_j \vec{S}_i = \frac{J_{ij}}{2\mu_B^2} \vec{m}_i \vec{m}_j \quad (I.31)$$

Le signe de l'intégrale d'échange J_{ij} entre deux atomes proche i et j de moment angulaire de spin \vec{m}_i et \vec{m}_j (de norme 1/2 ou 1) définit le magnétisme du matériau, en revanche, ce

constant d'échange J_{ij} décroît rapidement en fonction de la distance séparée les atomes i et j [6].

Cette intégrale est positive pour les matériaux ferromagnétiques, ce qui impose d'un alignement parallèlement entre spins S_i et S_j ($\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$) (fig. I.15), dont il se trouve l'état d'énergie minimum.

Une valeur négative de J_{ij} elle favorise une orientation des moments dans des sens opposées (ordre antiferromagnétique, $(\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow)$ ou ferrimagnétique $(\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow)$).

L'équation (Eq I.31) est dite ; le modèle de Heisenberg, il peut s'écrire par d'autres façons [30] :

$$E_{ech} = J.S^2\beta^2 \tag{I.32}$$

Où β représente un angle entre deux spins et S : nombre quantique de spins. L'énergie d'échange globale de N atomes est donnée approximativement par :

$$E_{ech} = \frac{J.S^2\pi^2}{N^2} \tag{I.33}$$

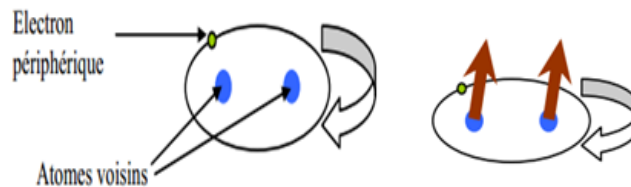


Figure I.15 Alignement des moments magnétiques.

I.6.2 Energie d'anisotropie magnétocristalline

Comme son nom l'indique, contrairement à l'isotrope, il détermine la dépendance directionnelle des propriétés magnétiques. L'anisotrope peut avoir diverses origines telles que l'anisotropie magnétocristalline, l'anisotropie de forme, l'anisotropie de surface.

Dans un matériau ferromagnétique cristallin, le vecteur d'aimantation ne peut pas prendre n'importe quelle direction. Toutefois, l'existence des directions cristallographiques privilégiées (dites des axes de facile aimantation) est liée à l'énergie d'anisotropie magnétocristalline qui représente l'énergie à fournir pour faire pivoter l'ensemble des moments magnétiques atomiques dans la même direction de champs d'excitation appliqué [31]. Dans ce cas, l'énergie est faible [32]. Où l'aimantation \vec{M} atteint presque instantanément

la valeur de saturation, donc l'aimantation dépend fortement de cette énergie (fig. I.16). Par conséquent plus les moments sont proches de ces axes plus l'énergie magnétocristalline est faible. Le cas contraire, les directions, selon lesquelles il est difficile de s'aimanter le matériau, sont appelées axes de difficile aimantation.

L'énergie d'anisotropie est exprimée par le développement en série des fonctions trigonométriques. Elle prend en compte des conditions de symétrie. Pour un cristal cubique, lorsque la magnétisation de saturation est aligné selon une direction qui fait un angle avec les axes du cristal, l'énergie peut s'écrire : [29] :

$$E_a = K_1 (\beta_1^2 \beta_2^2 + \beta_2^2 \beta_3^2 + \beta_3^2 \beta_1^2) + K_2 (\beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2) \quad (I.34)$$

K_1 et K_2 sont des constantes d'anisotropie cristalline dépendent fortement de la composition de l'alliage, ils sont homogènes à des énergies volumiques positives ou négatives et diminuent avec la température vers des valeurs nulles aux abords de la température de Curie [30]. Et $\beta_i = \cos(\theta_i)$ avec $i = \{1,2,3\}$ représentent les cosinus directeurs de l'aimantation par rapport aux axes cristallographiques.

Pour le fer (cubique centré à la température ambiante), les directions de facile aimantation sont les arêtes du cube, dans la Réf [33] il a été montré que le fer est plus facile à aimanter dans les directions de type (100), alors que dans les directions (110) ou (111) est difficile. La figure (fig. I.16) permet de connaître les axes d'aimantation facile et difficile des matériaux représentés dans le tableau (I.5) par les valeurs des constantes d'anisotropie.

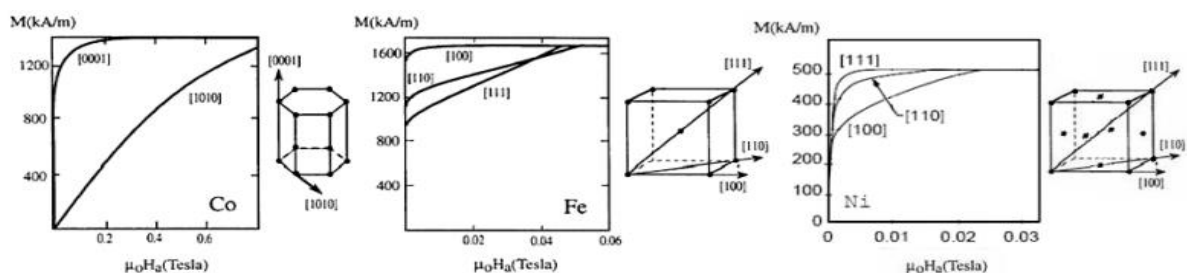


Figure I.16 Courbe d'aimantation des matériaux usuels selon les axes cristallographiques ; à $T = 300 \text{ K}$ [5].

Matière	Structure	$K_1 \text{ [J/m}^3\text{]}$	$K_2 \text{ [J/m}^3\text{]}$
Fer	Cubique Centrée	$4.8 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^4$
Cobalt	Hexagonale Centrée	$4.5 \cdot 10^6$	$2.3 \cdot 10^4$
Nickel	Cubique Faces Centrées	$-4.5 \cdot 10^4$	$2.3 \cdot 10^4$

Tableau I.5 Valeurs des constantes d'anisotropie de quelques substances à la T_{ambiante} .

I.6.3 Energie d'anisotropie induite

Dans les alliages traités dans un champ magnétique avec une température inférieure à celle de la température de Curie, une anisotropie magnétique uniaxiale apparaît appelée anisotropie induite. Elle est causée par le réarrangement des atomes par rapport à l'aimantation locale. Elle se superpose à l'anisotropie magnétocristalline, mais est généralement plus faible. L'énergie d'anisotropie induite s'écrit [6] :

$$E_{au} = K_u \sin^2 \theta \quad (\text{I.35})$$

K_u est la constante d'anisotropie uniaxiale.

I.6.4 Energie dipolaire ou énergie démagnétisant

Dans certains ouvrages appelés l'énergie magnétostatique. L'énergie dipolaire provient de l'interaction dipolaire entre deux moments magnétiques. Typiquement, si une substance est placée où il règne un champ magnétique (\mathbf{H}_{ex}), il apparaît au bord de la substance des pôles magnétiques, (fig. I.17), l'énergie dipolaire est minimale lorsque l'aimantation est parallèle à la surface à cause du champ démagnétisant (\mathbf{H}_d) à l'intérieur de la substance, ceci est le responsable de l'énergie magnétostatique [34]. L'énergie magnétostatique volumique d'un dipôle magnétique est donnée par la relation :

$$E_m = -\mu_0 \int_v \bar{\mathbf{H}} d\mathbf{M} = -\mu_0 \int_v \bar{\mathbf{H}}_d d\mathbf{M} \quad (\text{I.36})$$

Où : $\mathbf{H}_d = -N_d \mathbf{M}$; donc :

$$E_m = \frac{\mu_0}{2} N_d M^2 \quad (\text{I.37})$$

Où N représente des coefficients tensoriels démagnétisant sans dimensions. De telles sortes : $N_x + N_y + N_z = 1$ soit vérifiée.

Notons que les énergies citées précédemment sont liées à des interactions locales, tandis que l'énergie magnétostatique dépend de la structure et de la distribution de l'aimantation dans toute la forme [26]. Cette énergie tend à minimiser le parcours des lignes de champ dans l'air [35].

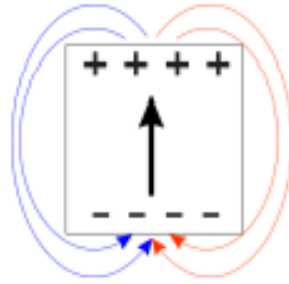


Figure I.17 Apparition de pôles magnétiques.

I.6.5 Anisotropie de surface

Le comportement des atomes situés la surface fait l'origine de l'anisotropie de surface. Cette anisotropie n'est considérable que dans les couches très minces où la quantité des atomes superficielle constitue une partie importante du nombre total d'atomes. L'énergie d'anisotropie de surface peut s'écrire sous la forme :

$$E_d = \frac{2K_S}{e} \sin^2 \theta \quad (\text{I.38})$$

Où K_S est la constante d'anisotropie de surface, e l'épaisseur de la couche mince, et θ l'angle entre l'aimantation \vec{M} et l'axe d'anisotropie.

I.6.6 Anisotropie d'échange

Lorsqu'une couche antiferromagnétique est superposée sur une couche ferromagnétique AF/F, une anisotropie apparaît à l'interface. Cette anisotropie a été observée pour la première fois par Bean et Meiklejohn sur des substances de cobalt (couplage ferromagnétique) et qui s'oxydent en surface en CoO (couplage antiferromagnétique). [36]. La substance F/AF ont une courbe d'hystérésis décalée en fonction du champ appliqué. Un peu plus tard, L'anisotropie d'échange a été expliquée par la nucléation des parois dans l'antiferromagnétisme. Ainsi, l'anisotropie d'échange peut être provoquée par la compétition entre l'énergie d'interface et l'énergie de paroi [37].

I.6.7 Energie de Zeeman

L'énergie de Zeeman traduit l'interaction entre le vecteur d'aimantation \vec{M} et le champ magnétique extérieur appliqué, elle a une valeur faible lorsque tous les moments sont en parallèle avec le champ extérieur et de même sens. Son expression s'écrit :

$$E_z = -\mu_0 \int_v \vec{H} dM = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} \quad (\text{I.39})$$

Le champ magnétique extérieur fait un angle θ avec l'axe de facile aimantation, ce qui donne :

$$E_z = -\mu_0 HM \cos(\theta) \quad (\text{I.40})$$

I.6.8 Magnétostriction et énergie magnétoélastique

Certains matériaux magnétiques ont des propriétés spécifiques telles que la déformation sous l'influence d'un champ magnétique, cet effet connu sous le nom de l'effet magnétostrictif direct. La découverte de la magnétostriction fut découverte par le physicien anglais Joule en 1842 qui expliqua la dilatation d'un barreau de fer lorsque celui est soumis à un champ magnétique. Cependant, ce dernier faisant modifier les directions des moments magnétiques hors les directions habituelles, d'où la déformation du matériau (fig. I.18). En général, la déformation relative du matériau est maximale (0.1 à 0.2 %) [38]. Cet effet donc traduit l'interaction existant entre le champ magnétique et les déformations induites qui considèrent l'origine de la magnétostriction. Celle-ci est utilisée pour les applications de capteurs et d'actionneurs magnétiques. La magnétostriction linéaire λ est la variation relative de longueur Δl par unité de longueur, λ est définie par :

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l} \quad (\text{I.41})$$

Il existe un effet inverse au phénomène de magnétostriction. Pour un matériau considéré comme isotrope, l'application d'une contrainte σ (tension ou compression) suivant une direction d'angle θ avec l'axe de facile aimantation provoque une déformation du réseau atomique en modifiant les distances entre atomes et induit une énergie dite magnétoélastique qui fait modifier la susceptibilité magnétique. L'énergie magnétoélastique E_σ s'écrit [39]

$$E_\sigma = -\frac{3}{2} \lambda_s \sigma \cos^2 \beta \quad (\text{I.42})$$

Avec :

λ_s : le coefficient de magnétostriction à saturation.

θ : l'angle entre l'aimantation et la direction de la contrainte.

σ : la contrainte subie par le matériau dans un plan cristallographique donné.

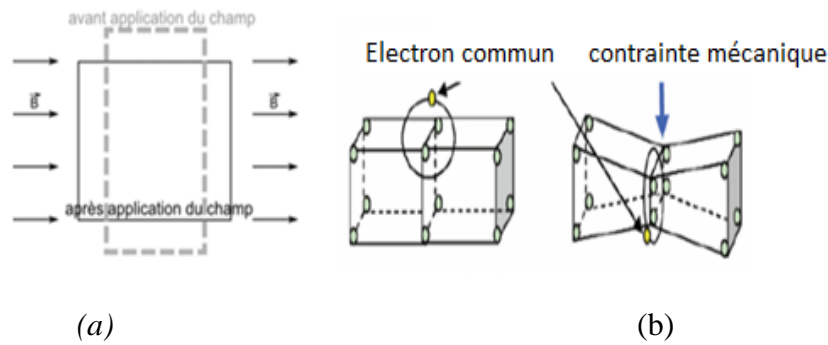


Figure I.18 (a) influence d'un champ magnétique, (b) influence d'une contrainte mécanique.

Notons que les déformations de magnétostriction peuvent être nuisibles, et rendent compte l'un des sources du bruit émis par les machines électriques ou les transformateurs. Le champ magnétique varie et engendre des déformations qui génèrent du bruit. De même, les armatures des condensateurs ont tendance à se désolidariser des matériaux à cause des vibrations. Réciproquement, les contraintes mécaniques imposées par les conditions de fonctionnement ou des processus de fabrication peuvent modifier les propriétés magnétiques des matériaux, ce qui a des conséquences sur les performances des dispositifs électromagnétiques [40].

I.6.9 L'énergie de paroi E_p

La configuration magnétique en domaines de Weiss décrite précédemment, fait introduire la notion de la paroi. Le physicien Felix Bloch (1905-1983) proposa que les structures des domaines magnétiques font apparaître des zones de transition continue (parois de Bloch dont l'épaisseur est de quelques centaines de milliers d'Angström 10^{-10} m) entre deux domaines adjacents. Le basculement progressif des moments magnétiques d'une direction vers une autre permet de réduire autant que possible le coût énergétique basculement d'aimantation (fig. I.19.a). [41].

On distingue principalement : les parois à 180° séparent deux domaines de Weiss dont l'angle de la direction d'aimantation est à 180° , et les parois à 90° séparent deux domaines de Weiss dont l'angle de la direction d'aimantation est à 90° (fig. I.19.b).

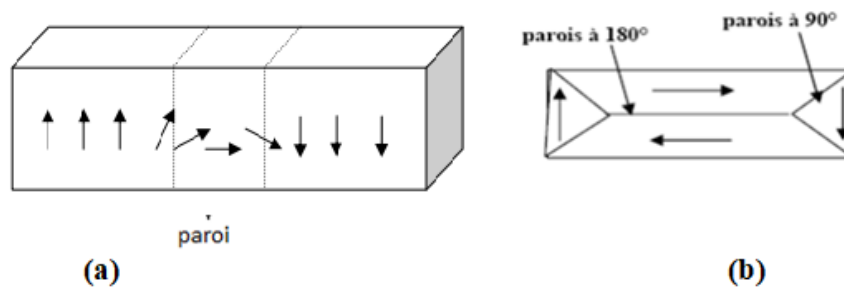


Figure I.19 (a) Rotation des parois (b) Présentation des parois de Bloch.

Toutefois, les parois de Bloch stockent une énergie dite énergie des parois qui contribue à la structure des domaines et mettant aussi en jeu un ajustement entre les énergies citées précédemment ; néanmoins, l'équilibre entre les diverses énergies est très compliquées. Deux grandeurs caractérisent une paroi de Bloch : l'épaisseur et l'élévation d'énergie locale :

$$\begin{aligned}\varepsilon_p &= 2\pi\sqrt{AK} \\ \delta &= \pi\sqrt{A/K}\end{aligned}\tag{I.43}$$

Où A et K sont respectivement les constantes d'échange et d'anisotropie magnétocristalline.

Matériaux	Densité d'énergie ε_p [J.m ⁻²]	Épaisseur δ [nm]
Fer	3. 10 ⁻³	40
Nickel	1. 10 ⁻³	100
Cobalt	8. 10 ⁻³	15

Tableau I.6 Caractéristiques de parois de domaines pour les matériaux ferromagnétiques principaux [29].

I.7 Mécanisme de l'aimantation et cycle d'hystérésis

Dans les paragraphes précédents, nous avons discuté à l'échelle mésoscope les structures en domaines magnétiques, où l'influence d'un effet magnétique extérieur modifie l'état d'équilibre énergétique et donc la structure des domaines. Maintenant, à l'échelle macroscopique, nous allons décrire comment une telle structure va se changer sous l'influence d'un champ magnétique externe.

I.7.1 Courbe de première aimantation

Si un matériau ferromagnétique désaimanté (L'état désaimanté désigne une aimantation nulle en l'absence de champ, (fig. I.20.a)), est soumis à un champ magnétique extérieur strictement croissant, les moments magnétiques tendent à s'aligner selon la direction du champ appliqué en modifiant la répartition des domaines jusqu'à l'obtention d'un nouveau équilibre énergétique. Le mécanisme d'aimantation peut être traduit par une courbe dite de première aimantation, dont le processus est caractérisé par trois mécanismes qui se produisent successivement en fonction de l'intensité du champ magnétique appliqué. La démagnétisation est faite par un procédé thermique, qui consiste à élever la température du matériau au-dessus de la température de Curie T_c puis à le laisser refroidir en l'absence de champ.

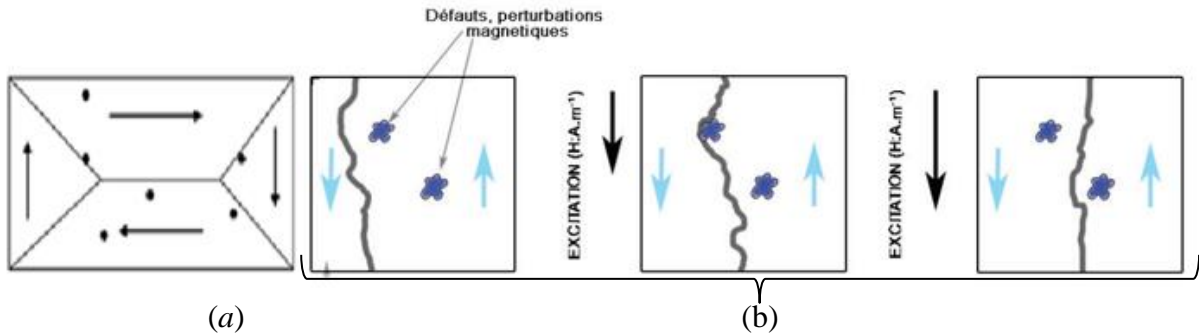


Figure I.20 (a) Etat désaimanté du matériau (b) saute des parois [42].

Région A (Domaine de Rayleigh ou (zone linéaire) : il s'agit de la zone des champs faibles ou l'aimantation initiale (fig. I.21.a). En premier temps, l'énergie externe est insuffisante pour détruire le potentiel des parois qui se déplaceront légèrement, on observe des sauts de parois due à la présence des sites d'ancrage au sein du matériau, qui ont des conséquences directes sur les propriétés magnétiques (une diminution de la perméabilité et un accroissement des pertes magnétiques). À ce stade, le taux d'aimantation n'excède pas 10 %, et ne concerne en réalité qu'une fraction volumique réduite du matériau. Ce mécanisme est réversible et ne perturbe pas les domaines magnétiques ; si le champ extérieur s'annule, le système retourne à l'état initial.

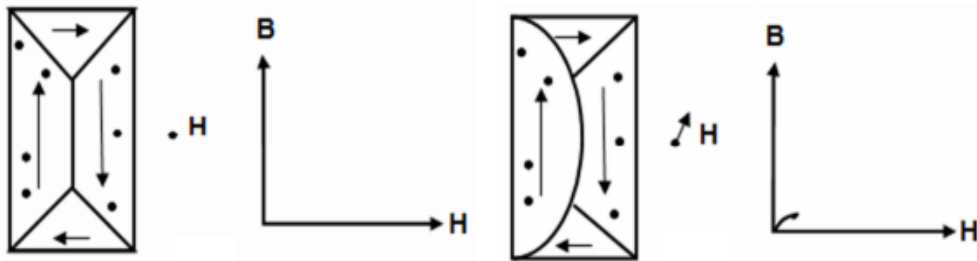


Figure I.21.a Première phase de déplacement des parois.

Région B (coud de saturation) : Dans cette région l'intensité du champ magnétique extérieur augmente, encore l'énergie de ce champ est suffisante pour que certaines parois disparaissent en démolissant les sites d'ancrage, tandis que d'autres parois nécessitent une série de sauts énormes successifs (mis en évidence par l'expérience Barkhausen). En effet, la taille des domaines augmentera au détriment des autres domaines. Néanmoins, l'aimantation atteint 80% à 90% de l'aimantation à saturation où elle est orientée dans le même sens ou proche de celle du champ magnétique externe, il s'agit d'un phénomène irréversible entraînant des pertes. Cette zone généralement exploitée pour les transformateurs et les machines tournantes, dont la pente de $B=f(H)$ est maximale (fig. I.21.b).

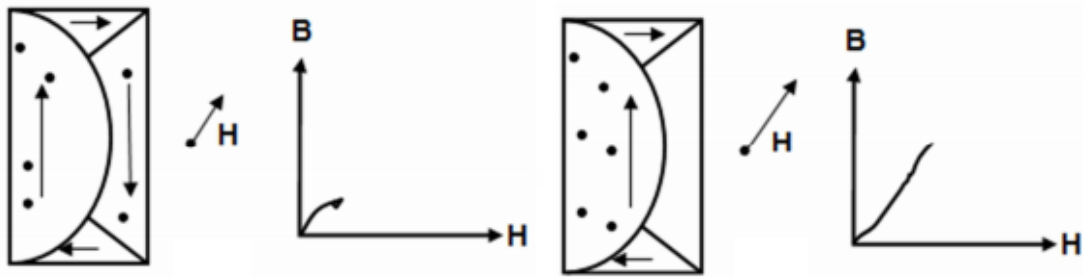


Figure I.21.b Deuxième phase de déplacement des parois.

Région C (zone de saturation) : c'est la région où l'intensité du champ magnétique est très intense. Pour conduire le matériau à un état d'aimantation globale, une énergie supplémentaire très suffisante pour détruire les parois de Bloch et rendre l'échantillon en un seul vaste domaine. Pratiquement, l'aimantation quitte petite à petite la direction de facile aimantation et s'aligne sur la même direction du champ magnétique, le matériau devient donc saturé, on arrive à l'aimantation macroscopique à saturation du matériau. À ce point, le processus de rotation des moments magnétiques est réversible (fig. I.21.c).

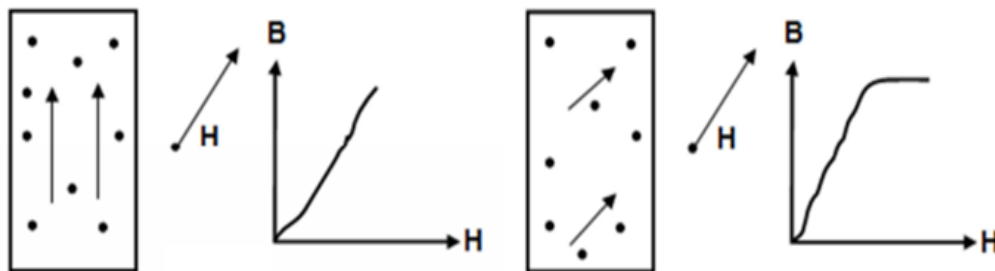


Figure I.21.c Troisième phase de déplacement des parois.

En fait, on ne peut atteindre la saturation que pour des excitations réalisables uniquement au niveau des laboratoires de recherche et non dans les machines industrielles [43].

I.7.2 Bruit Barkhausen

Au fur et à mesure que l'aimantation augmente, les parois se coincent par des imperfections qui résultent un mouvement discontinu. Une observation attentive révèle que la courbe ne monte pas en douceur, mais plutôt progressivement, formant une forme d'escalier (fig. I.22). Ce mouvement accompagne un signal magnéto acoustique, qu'il est possible de capter, selon l'expérience présentée par Barkhausen en 1919. Le bruit ferromagnétique représente ainsi une composante haute fréquence du cycle d'hystérésis. Les défauts d'ancrage à l'origine du bruit proviennent en différents types, tels que les impuretés magnétiques

représentées par des atomes de carbone qui précipitent sous forme de cémentite [44], son effet dépend ; de la taille des inclusions dans l'ordre de l'épaisseur de la paroi, du traitement métallurgique, les dislocations dont sa présence entraîne une déformation du réseau cristallin et modifie ainsi l'énergie magnétoélastique et aussi les joints de grains, représentant des zones de forte désorientation cristallographique.

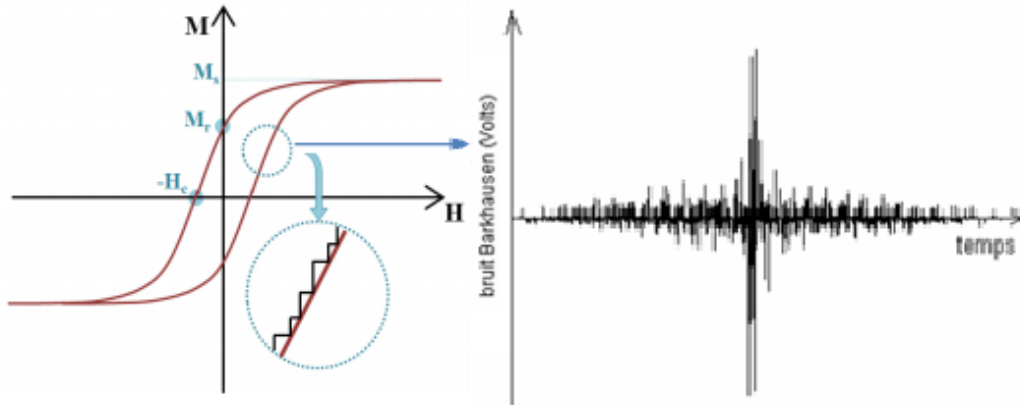


Figure I.22 Evolution bruit magnétique Barkhausen.

I.7.3 L'hystérésis magnétique

L'hystérésis est un phénomène très ancien, qui attire l'attention de nombreux chercheurs. Son exploitation varie d'un domaine à d'autres, où elle n'est pas limitée juste pour le domaine magnétique, mais elle a été étendue dans de nombreux domaines en physique (ferromagnétisme, di-électricité, ferroélectricité, photoélectricité, piézoélectricité, cycles mécaniques de déformations plastiques, cycles thermodynamiques, ...), en chimie (cycles de réaction) ou en biophysiques, biologie et biochimiques [64]. Dans le présent travail, nous nous intéressons principalement à l'hystérésis magnétique. Le mot hystérésis signifie le retard de l'effet (l'aimantation) sur la cause (le champ appliqué), cependant ce comportement spécifique a été montré par J-A. Ewing dans le cas du fer, et qui l'a appelé "hystérésis" [45]. L'apparition du phénomène d'hystérésis magnétique, est une conséquence directe qui confirme l'existence des domaines élémentaires et des processus d'aimantation dans lesquels les sites d'ancrage ont la contribution majoritaire. Le phénomène en question dépend de plusieurs facteurs : l'état magnétique antérieur du corps « mémoire magnétique », l'amplitude du champ extérieur, et la forme qui doit être cyclique lentement variable.

En partant du point d'arrivée à la troisième étape du processus d'aimantation M_s , et en faisant diminuer progressivement l'excitation magnétique, où l'aimantation matériau porte un nouveau parcours défère de la courbe de la première aimantation mais de sens opposé. Sur le

chemin de retour, nous retrouvons les phénomènes inverses à ceux décrits précédemment (fig. I.23).

Donc le cycle d'hystérésis est le tracé de l'aimantation (ou l'induction) en fonction du champ H extérieur. En pratique, les matériaux ferromagnétiques et ferrimagnétiques sont le sujet de ce phénomène. Chaque point (H, M) du cycle est un état possible des matériaux, il présente donc des propriétés typiques qui sont la base de leur classification. Les propriétés figurent sur les courbes d'hystérésis sont (fig. I.23) : la courbe anhystérétique, la courbe de première aimantation, le champ coercitif, l'induction rémanente, l'induction de saturation [46].

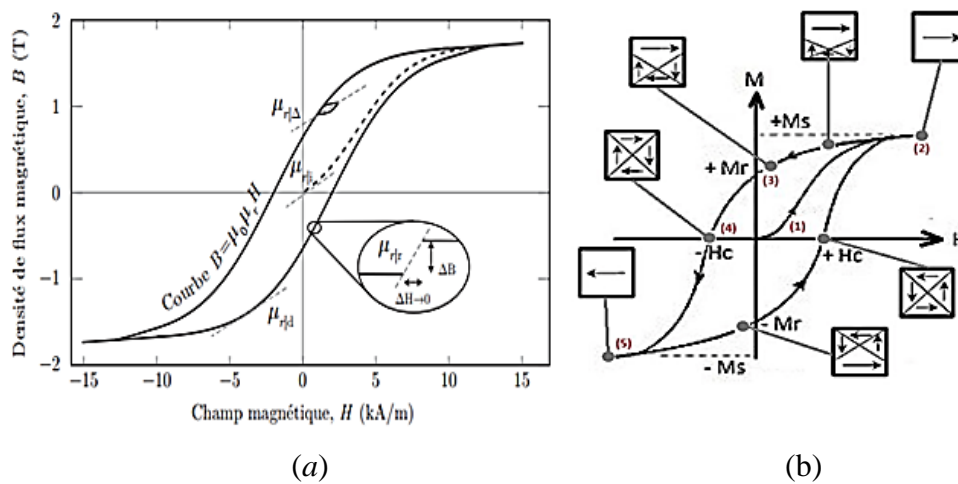


Figure I.23 (a) Les différents types de perméabilités, (b) Evolution schématique du cycle d'hystérésis magnétique.

La non-linéarité de la courbe $B(H)$ montre que la perméabilité relative n'est pas constante, elle dépend de l'amplitude du champ magnétique, et sa fréquence. Sur cette courbe, on définit la perméabilité relative scalaire, la perméabilité initiale μ_{ini} à partir de la pente à l'origine et la perméabilité maximale μ_{max} de la pente maximale (tableau I.7) [16]. Le traitement thermique de certains matériaux, tel que le (Permalloy 65) a permis d'augmenter la perméabilité magnétique, ainsi que de resserrer le cycle d'hystérésis [47] :

$$\mu_{in} = \frac{1}{\mu_0} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} ; \mu_{max} = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_{max}}{H_{max}} \tag{I.44}$$

- **La courbe anhystérétique M_{an}**

Dans le cas où un matériau ne contient pas des impuretés et dans lequel le déplacement des parois est réversible, la loi de comportement magnétique $M(H)$ peut être décrite par la

courbe anhystérétique représentée sur la figure (fig. I.23). La courbe d'aimantation anhystérétique est la courbe médiane du cycle.

- **L'induction rémanente B_r**

L'induction rémanente B_r traduit la faculté du matériau à garder l'état d'aimantation après suppression de l'excitation magnétique, cette grandeur permet la distinction entre les ferromagnétiques et les paramagnétiques.

- **Champ coercitif H_c**

C'est le champ qu'on doit appliquer pour annuler l'aimantation, ce paramètre dépend fortement de la mobilité des parois de Bloch, les fabricants doivent prendre en compte ce paramètre afin de connaître l'état de désaimantation.

- **L'induction à saturation B_{sat}**

Si le champ d'excitation atteint une valeur importante, les moments magnétiques ne bougeront plus, donc l'aimantation M se stabilisera. Dans ce cas, on dit que le matériau est saturé. La perméabilité magnétique n'est plus constante, mais elle diminue rapidement jusqu'à la perméabilité de vide. Généralement, il ne faudra jamais travailler dans la zone de saturation. Quelques valeurs d'induction à saturation sont présentées sur le tableau suivant :

Matériaux	B_r [T]	μ_{ini}	μ_{max}	H_c [A/m]	B_s [T]
Fer	1.3	150	5000	79.58	2.15
Nickel	0.4	110	600	55.7	0.6
Cobalt	0.5	70	250	795.8	1.78
Fer-Silicium	1.24	1500	30000	3.98	2
Fer-Cobalt	1.2	650	12000	0.4	2.4

Tableau I.7 Induction rémanente B_r , perméabilités relatives initiales et maximales, Champ coercitif H_c , Induction à saturation quelques matériaux [46].

I.7.4 Types du cycle d'hystérésis

Plusieurs techniques sont utilisées afin de connaître les caractéristiques des matériaux et analyser leur comportement. Généralement, ces techniques sont exploitées pour la prédiction des pertes fer et dans le contrôle non destructif. Parmi les techniques trouvées dans la

littérature, on distingue : les mesures du cycle d'hystérésis majeur, analyse des cycles mineurs, mesure du bruit de Barkhausen, et la mesure de la perméabilité (relative, incrémentale...).

I.7.4.1 Cycle majeur

La méthode la plus évidente pour caractériser un matériau consiste à mesurer le cycle d'hystérésis principal (cycle majeur). Ce cycle est obtenu en excitant l'échantillon par un champ alternatif de forte amplitude jusqu'à la saturation du matériau, sachant que son comportement magnétique dépend non seulement de la valeur de l'excitation, mais aussi de la mémoire du matériau. En pratique, cette courbe est simple à obtenir, où tout point appartient du cycle majeur représente un état magnétique possible du matériau. A partir de ce cycle, on tire aussi les valeurs des propriétés magnétiques.

I.7.4.2 Cycle mineur

Les cycles d'hystérésis mineurs dus généralement, soit au changement d'une configuration des parois à une autre configuration, soit au déplacement d'une paroi entre deux entres de piégeage [48]. Quand on excite un échantillon par une famille des signaux décentrés et d'amplitudes différentes, on obtient des cycles d'hystérésis mineurs. La cause principale de ces boucles dues aux harmoniques générés par les convertisseurs statiques, en particulier MLI [49-50], cependant l'aire du cycle mineur intervient deux fois dans la détermination des pertes totales, une fois au titre du cycle majeur et une fois au titre du cycle mineur.

Les cycles mineurs asymétriques sont élaborés aussi pour déterminer la perméabilité incrémentale μ_{inc} de la courbe de première aimantation (fig. I.24). [8-51].

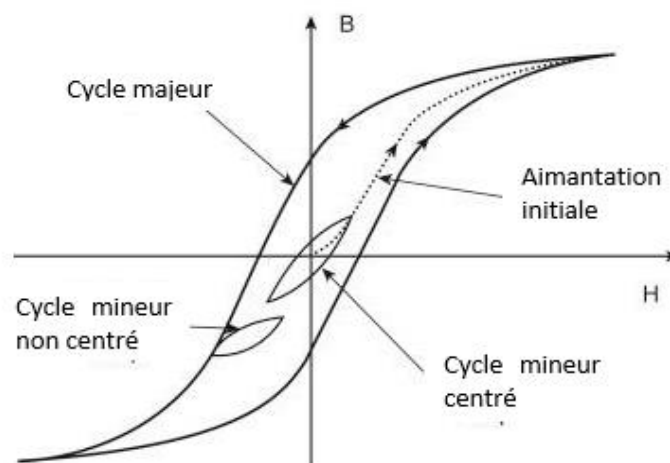


Figure I.24 Cycle majeur d'hystérésis avec les cycle mineurs.

I.8 Comportements statique et dynamique

I.8.1 Comportement statique ou quasi-statique

Soit un échantillon excité par un champ alternatif à basse fréquence (en pratique inférieure à 1 Hz), l'aire du cycle généré par cet échantillon est un peu étroite. Dans ce cas-là, on dit alors que le comportement du matériau est quasi statique, ou bien cycle d'hystérésis quasi-statique (fig. I.25). Néanmoins, cette zone représente l'énergie dissipée par l'unité de volume de l'échantillon au cours de la période d'excitation. En effet, on constate que les courants induits dans la matière ne dépendent pas de fréquence de travail.

I.8.2 Comportement dynamique

Après un test quasi statique sur l'échantillon, on établit le même test avec les mêmes conditions sauf qu'on augmente la fréquence à des centaines d'hertz. On remarque une évolution ou un gonflement du cycle, où l'aire du cycle sera trop large que celle en quasi statique (fig. I.25). En conséquence, on dit que le matériau est dans un état dynamique. Le matériau génère alors des déperditions importantes. Et cela due à l'association macroscopique des courants induits qui seront bien détaillés dans les paragraphes II.7.1.2, et III.4.

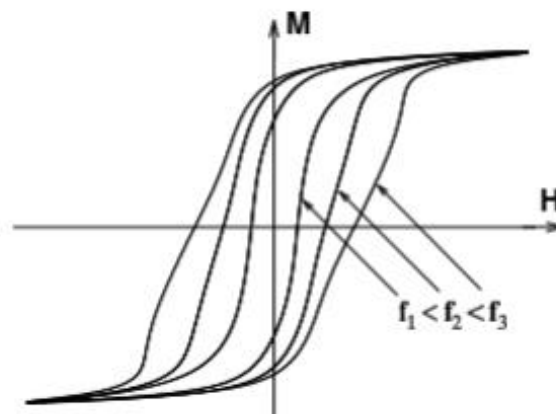


Figure I.25 variation du cycle en fonction de la fréquence.

I.9 Type des matériaux magnétique

La classification des matériaux ferromagnétiques s'appuie essentiellement sur la forme de cycle d'hystérésis, plus précisément sur la valeur de champ coercitif H_c et de l'aimantation rémanente qui lui associer. Généralement, on distingue deux types de matériaux, les matériaux doux et les matériaux durs. La figure (fig. I.26) donne une vue d'ensemble des types de matériaux en fonction de leurs champs coercitifs.

I.9.1 Matériaux ferromagnétiques doux

Les matériaux doux se caractérisent par sa perméabilité élevée, donc ils sont faciles à s'aimanter, c'est ainsi qu'ils ont un cycle très étroit dont l'aimantation rémanente faible et à un champ coercitif de l'ordre de 50 à 100 A/m pour des alliages FeSi à grains non orientés et de l'ordre de 10 A/m pour des tôles FeSi à grains orientés (fig. I.27.b). Ces matériaux magnétiques sont très utilisés dans les applications industrielles, notamment, dans la canalisation des flux pour la conversion d'énergie en basses fréquences. Ainsi que, on trouve les aciers ferritiques et martensitiques, les alliages amorphes à base du Cobalt, les matériaux nanocristallins et les films minces.

I.9.2 Matériaux magnétiques durs

Au contraire des matériaux doux, les matériaux ferromagnétiques durs ont une aimantation permanente vaut entre 0.2 et 1.4 T et difficile à supprimer, où leurs perméabilités relatives est faible. Les matériaux durs présentent un cycle d'hystérésis très large, c'est pourquoi leur champ coercitif est alors de 50 à 100 kA/m et peut atteindre 1000 kA/m, soit plus de dix mille fois supérieure à celui d'un matériau doux [53]. En pratique, ces matériaux sont exploités pour la construction des circuits inducteurs. Parmi ces matériaux, on cite : les alliages AlNiCo, les ferrites de Ba ou Sr et les composantes intermétalliques terres rares-métaux de transition pour faire des aimants permanents (fig. I.27.a) [54].

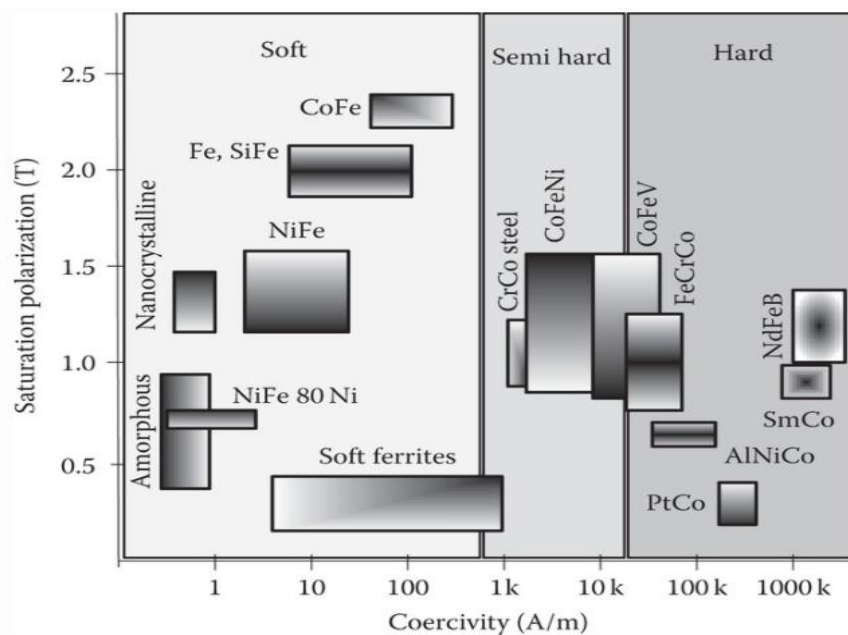


Figure I.26 Les grandes classes des matériaux magnétiques industriels [52]

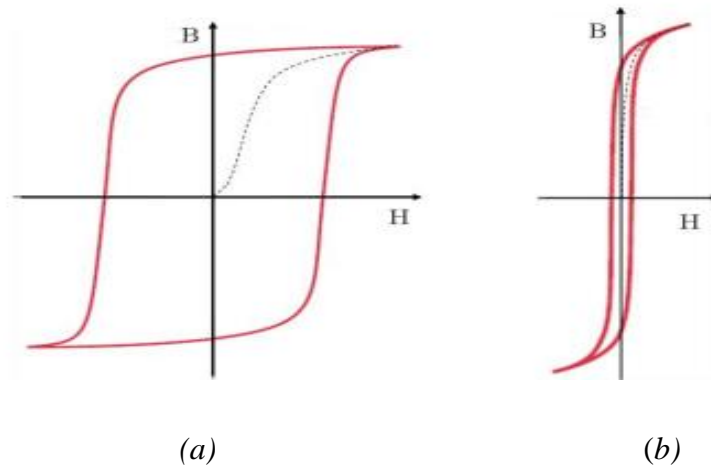


Figure I.27 (a) Cycle majeur des matériaux durs. (b) Cycle majeur de matériaux doux.

Conclusion

Ce chapitre a permis d'assembler des informations de base sur un sujet d'actualité : les matériaux magnétiques. Au préalable, on a présenté les notions de base du magnétisme et les grandeurs qui leur caractérisent, ainsi que son origine due aux mouvements orbitaux et des spins des électrons, suivie par les principaux matériaux qui font la base des technologies actuelle. Le choix d'un tel matériau repose principalement sur les propriétés magnétiques qu'il présente, où on peut classer les matériaux magnétiques en quatre classes, chaque classe ayant son domaine d'application selon leur comportement magnétique. En outre, des tentatives ont été faites pour décrire les phénomènes qui s'y produisent, comme l'hystérésis magnétique. Afin de bien comprendre ces phénomènes, nous avons bien clarifié le mécanisme physique d'aimantation à l'échelle macroscopique et plus particulièrement dans les matériaux ferromagnétiques. Cependant, la théorie des domaines et des parois sont l'origine des comportements magnétiques des matériaux, et aide bien d'expliquer ce mécanisme qui provoque une dissipation d'énergie dite généralement perte de fer où ils sont directement liés à la surface du cycle d'hystérésis. La notion d'hystérésis, les grandeurs qu'ils peuvent présenter sur un cycle d'hystérésis, et les types des cycles d'hystérésis ont été bien expliqués.

L'estimation des pertes fer due par le phénomène d'hystérésis ou d'autre est encore l'objectif des chercheurs, ces pertes dépendent fortement des types tôles et de la procédure de fabrication. Le chapitre suivant sera visé sur les tôles magnétiques et ses types, ainsi les variétés d'approches analytiques pour la détermination des pertes seront également présentées.

CHAPITRE II

Aperçu sur les tôles magnétiques

II.1 Introduction

Après un aperçu introductif des grandes familles des matériaux ferromagnétiques cités au premier chapitre, et pour avoir une bonne compréhension du comportement de ces matériaux, ce chapitre sera consacré pour la description générale des alliages ferromagnétiques les plus utilisés pour la construction des circuits ou noyaux magnétiques des machines électriques tournantes et statiques. On va essayer tous d'abord d'en familiariser à partir de leurs caractéristiques en citant les avantages et les inconvénients qu'ils présentent. Ensuite, nous nous concentrerons spécifiquement sur les alliages FeSi qui constituent les matériaux de base des circuits magnétiques ; ces alliages FeSi se divisent selon leur procédure de fabrication en deux catégories FeSi GO et FeSi GNO. Toutefois, au cours de la fabrication, les tôles subissent plusieurs actions avant de former la structure préférée, ces actions influencent directement sur les propriétés magnétiques, donc ayant un impact sur les pertes fer. Afin de déterminer les propriétés et les pertes fer, plusieurs systèmes de mesure ont été exploités dans des labos de recherche, tels que le tore, le cadre d'Epstein et le SST. Ce chapitre porte aussi l'évolution des modèles dédiés pour la prédiction des pertes fers, en s'appuyant sur l'équation empirique de Steinmetz basé sur la fréquence et l'induction magnétique maximale. Cette équation a connu de nombreuses améliorations afin d'être compatible aux conditions de travail. D'autres modèles basés sur la séparation des pertes tel que le modèle Prey et Beau qui a ensuite été développé par Bertotti.

II.2 Caractéristiques du fer

Le fer pur est un métal gris a été découvert au XIIe siècle avant JC, il est malléable et ductile que l'aluminium. Il appartient à la série des métaux de transition, et se caractérise par une densité volumique de 7.86 kg/dm^3 , une température de fusion de 1530°C , et un point d'ébullition de $2.861 \text{ }^\circ\text{C}$. En outre, il a un comportement cristallographique compliqué selon la pression et la température (cubique centrée le fer α , cubique à faces centrées le fer γ , hexagonale compacte le fer δ (fig. II.1- fig. II.2) [55].

Pratiquement, le fer pur n'est jamais utilisé pour la conception industrielle mécanique que pour des soudures sur acier inoxydable. Bien que le fer pur ait des bonnes propriétés magnétiques, telles que l'aimantation à saturation vaut 2.16 T à la température ambiante, sachant que la température de Curie du fer vaut 1043K [18].

En pratique, les matériaux utilisés étaient des tôles de fer pur avec une perméabilité $\mu_r = 5000$, cependant ces matériaux présentent des pertes par courants de Foucault très élevées due

à leurs conductivités électrique élevées ($9.63 \cdot 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ à température ambiante), et par conséquent de faible résistivité ($10^{-7} \Omega.m$). C'est pourquoi les chercheurs ont joué sur les facteurs affectant les propriétés magnétiques des matériaux tels que : la composition chimique du matériau où la plupart des cas, le fer est associé avec d'autres éléments, le taux d'impuretés, l'élasticité, la plasticité, la dureté mécanique, la température du matériau, sa structure et son orientation cristallographiques, ainsi que son processus de fabrication, et le traitement thermique appliqué. Cependant, les propriétés magnétiques d'un matériau ne sont pas toutes sensibles de la même manière avec la variation de ces facteurs. Par exemple, la température de Curie et l'aimantation à saturation ne dépendent pas des transmutations de structure cristallographique du matériau, contrairement à la perméabilité ou à l'évolution du cycle d'hystérésis [56].

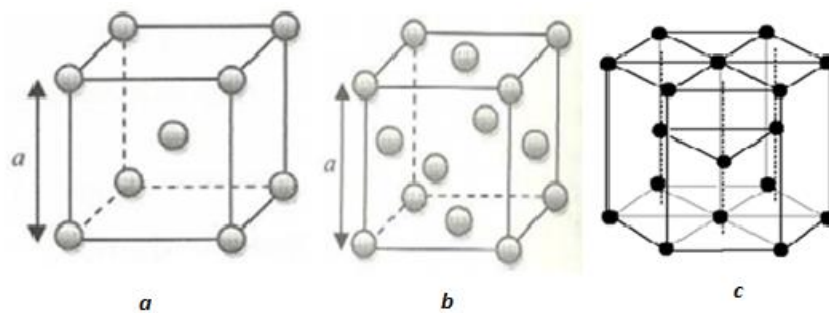


Figure II.1 (a) Structure cubique centrée (b) Structure cubique à face centrée (c) Structure hexagonale compacte.

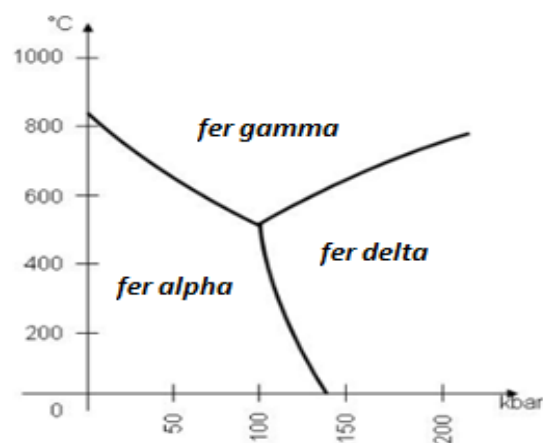


Figure II.2 Les phases de transition du fer en fonction de pression et température.

II.3 Alliages de fer

L'alliage de fer généralement est un mélange des principaux éléments par fusion (Fe, Cr, Ni, Co, Al, Si.). La composition de ces éléments clés définira la structure cristalline et les

propriétés intrinsèques du matériau telles que l'échange d'énergie, l'aimantation à saturation, le point de Curie, la résistance électrique et thermique et les énergies d'anisotropie. Afin d'obtenir un matériau idéal, les métallurgistes proposent une gamme d'alliage comprenant actuellement quatre grandes familles : (a) les alliages métalliques amorphes et nanocristallins, (b) les alliages fer-nickel et fer-cobalt, et (c) les aciers électriques (essentiellement les alliages Fe-3 %Si).

II.3.1 Tôles amorphes et nanocristallins

Les tôles amorphes ont été inventé en 1960 par Pol Duwez, ces substances amorphes peuvent être obtenues de différentes manières, telles que celles préparées par refroidissement très rapide du liquide $10^5 - 10^6$ K/s pour que le réarrangement des atomes ne se produit pas au cours de la solidification ; (lente 'dans le four à l'air', Assez rapide 'dans l'huile', Très rapide 'dans l'eau'). Les atomes constitutifs des tôles amorphes, n'ont pas d'arrangement à grande distance, ce qui les distingue des tôles cristallines. Deux grandes familles de matériaux amorphes peuvent être distinguées.

La première est constituée des composées terre rare-métal de transition. Ils sont généralement obtenus sous forme de couches minces par pulvérisation cathodique sur substrat refroidi. Ils présentent des champs coercitifs élevés associés à une anisotropie prononcée induite.

La seconde famille est celle des alliages ferromagnétiques doux, ces matériaux caractérisent par : une faible anisotropie magnétique, un champ coercitif réduit, une perméabilité élevée ($\mu_{rmax} > 2.10^5$) ce qui facilite la magnétisation et la démagnétisation, une résistivité élevée, des pertes fer faibles mais ils croissent avec la fréquence, une faible induction à saturation par rapport à celle obtenue en FeSi3%, comprise entre 0,5 et 1,7 T, et un constant de magnétostriction proche de zéro voire 35.10^{-6} . Ils sont, en effet utilisables dans un large spectre de fréquences qui vont du continu jusqu'à 1 MHz environ. Dans le domaine des basses fréquences, on peut citer les applications suivantes : les inductances et les transformateurs de distribution de moyenne puissance « comportent d'environ 92 % de fer, 5 % de silicium et 3 % de bore [57], mais leurs faibles caractéristiques mécaniques entravent leur exploitation ; pour les hautes fréquences ils s'utilisent en électronique de puissance, de plus, le blindage magnétique, et les capteurs. Economiquement, les applications à basse fréquence sont axées sur leurs coûts tandis que celles à de fréquence élevée sont axées par leur qualité magnétique [58].

Pour certaines compositions atomiques particulières, il sera possible d'obtenir des matériaux biphasés comportant une phase nanocristalline. Les matériaux nanocristallins dits ultra-doux ont une perméabilité très élevée, où l'anisotropie magnétocristalline et la magnétostriction disparaissent progressivement. Ils possèdent une aimantation à saturation plus élevée que celles des alliages fer-nickel du type Permalloy et aux formes amorphes à base de cobalt, (typiquement de 1,3 T au lieu 0,7 T).

II.3.2 Alliages Fe-Ni

Pour avoir des alliages beaucoup plus doux, les métallurgistes font allier le fer au nickel (années 1920) en jouant sur le taux d'intégration de ce dernier, et cela réduit significativement les anisotropies magnétiques internes du fer [6].

Généralement, le pourcentage de Nickel dans ces alliages est varié entre 30% et 80%, ce qui résulte des diverses propriétés magnétiques intéressantes. Leur structure cristalline varie en fonction du nickel incorporé. Néanmoins, dans cette gamme, ils cristallisent dans le réseau cubique à faces centrée γ (austénite). Ainsi, au-dessous de 30% de **Ni**, les alliages cristallisent dans la structure cubique centré α (cas des ferrites) qui résulte des mauvaises propriétés magnétiques ; au-dessus de 80% de **Ni** on aura un alliage beaucoup plus cher et ne présente aucun intérêt de point de vue magnétique [6]. Les alliages FeNi peuvent être laminés jusqu' à de très faibles épaisseurs les 25 μ m [59] et les recuire à toute température. Il existe trois principaux domaines d'application :

- Près de 80% de Ni où la perméabilité est très élevée et la coercivité est faible.
- Près de 50% là où la polarisation de saturation est la plus grande.
- Près de 36% là où la résistivité est grande.

Parmi les alliages de Nickel on trouve :

Alliages	Appellation	p ($\mu\Omega$ cm)	B_s (T)	H_c (A/m)	$\mu_{\max} \times 10^3$
Fe64Ni36	Invar	75	1.3	40	20
Fe50Ni50	hipernik ou Isoperm	45	1.6	7	15
Fe52Ni48	Supra50SP	45	1.6	8	180
Fe44Ni56		35	1.5	1	300
Fe20Ni80	Permalloy	16	1.1	0.4	100
Fe16Ni79Mo5	Supermalloy	60	0.8	0.4	550

Tableau II.1 Propriétés des alliages de FeNi [52].

Les produits de FeNi sont des matériaux onéreux, leur structure FeNi est très souple, et se présentent sous forme de composants tores, bandes et fils... etc. Ils sont également utilisés dans les appareils de faible puissance et de moyenne fréquence ($f < 100\text{KHz}$) : les disjoncteurs, les transformateurs d'impulsions, les capteurs et les téléphonies.

II.3.3 Alliages Fe-Co

Due à la nécessité d'accroître la tension électrique et l'induction, les alliages FeCo ont apparu en années 1920 pour but d'avoir des bonnes performances des dispositifs électromagnétiques et de répondre aux besoins de miniaturisation des systèmes technologiques en diminuant considérablement leurs poids. Les alliages FeCo rendent en compte une haute qualité de les exploiter, où le pourcentage du cobalt varie entre 30 % et 50 %. Ces alliages caractérisent, par une aimantation à saturation vaut (2.4T à 20°C) pour 35% en poids de Co, une température de Curie très élevée, elle peut atteindre 1040°C avec 94% de Co, et une possibilité d'usage dans les milieux à très hautes températures. L'anisotropie et la magnétostriction du cobalt sont plus fortes que celles du fer-nickel, c'est ainsi que l'anisotropie de l'alliage à 50% de cobalt est très inférieure à celle du fer pur. Les alliages FeCo ont une vaste utilisation qui confine à des applications particulières dont le phénomène à haute fréquence qui correspond à la diminution de perméabilité et à l'accroissement des pertes, la figure (fig. II.3) illustre la proportionnalité de l'épaisseur de cet alliage et les pertes en fonction de fréquence [63]. Parmi les utilisations de FeCo, on trouve : les transformateurs à haute fréquence, les systèmes embarqués, l'aéronautique, les capteurs...etc. toutes ces caractéristiques rendent le cobalt un métal rare et cher.

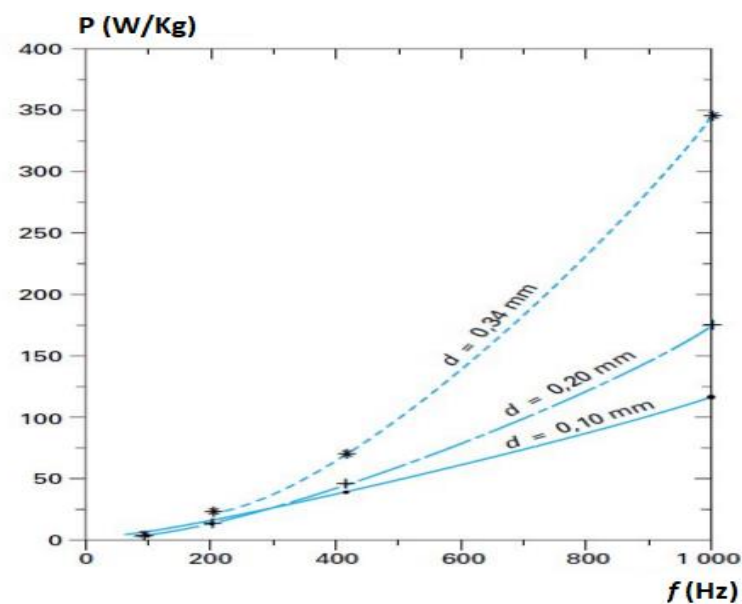


Figure II.3 Variation pertes-fréquence pour trois épaisseurs à $B = 2\text{T}$ dans le Fe Co.

II.3.4 Alliages FeSi

Le fer étant rarement utilisé à l'état pur, les chercheurs ont recherché des améliorations pour répondre aux besoins des applications de ce matériau, et ont proposé de combiner le fer avec le silicium (1900) [6]. Cet alliage ayant un avantage important pour l'électrotechnique, il est le composant essentiel pour la construction des équipements électriques à basse fréquence voir à des milliers de Hz (suivant la teneur en silicium). On présente par la suite l'intérêt de FeSi en terme magnétique, mécanique et thermique (fig. II.4) :

Magnétique

- l'addition de Silicium résulte l'augmentation de la perméabilité magnétique et un champ coercitif faible ce qui conduit à des pertes par hystérésis réduites.
- En outre, les déplacements des parois durant le processus d'aimantation glènerent des courants induits, à cet effet, le silicium va augmenter la résistivité électrique mieux que d'autre élément (fig. II.4), ce qui limite les pertes par courants de Foucault. La conductibilité électrique d'un alliage à 3.1%, 3.2%, 3.5% de Si est 4 fois inférieure que celle de fer pur.
- La diminution de l'anisotropie magnétocristalline rend une rotation facile des moments. La constante K_I d'anisotropie magnétocristalline à la température ambiante vaut de $4,8.10^4 \text{ J m}^{-3}$ pour le fer pur et de $3,4. 10^4 \text{ J m}^{-3}$ pour l'alliage à 3,5 % Si [65] ; l'anisotropie magnétocristalline favorise la nucléation de nouveaux domaines ce qui tend à diminuer le champ coercitif.
- L'ajout de silicium réduit sensiblement l'induction à saturation qui amène une augmentation de la section du circuit magnétique de 2.16 T à 2 T [66].

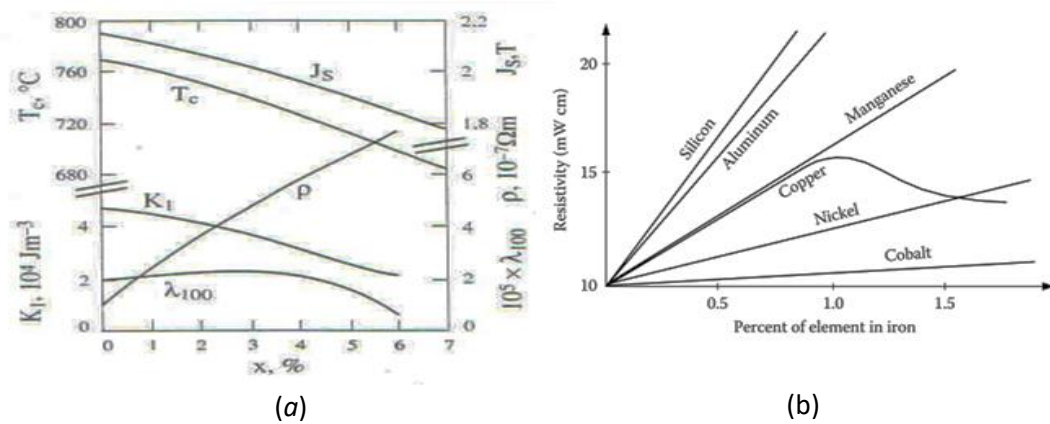


Figure II.4 (a) L'effet du silicium sur les propriétés magnétique, mécanique, et thermique. (b) résistivités des différents éléments alliés au fer [52-68].

Mécanique

- L'addition de silicium avec un taux léger de l'aluminium, entraîne une ductilité des tôles, ce qui facilite le découpage en des tôles minces de formes compliquées comme celles des circuits magnétiques.
- Tandis que le fer pur passe de la structure cubique centrée à la structure cubique à faces centrées à la température de 910°C. Cette transition complique énormément les traitements à températures élevées. Comme le silicium étant un alphasène, leur addition conserve la phase à toute température à partir de 1.8%, ce qui facilite les traitements thermiques de l'alliage, le laminage, l'affinage et la recristallisation [65-50]. Cependant, l'addition du silicium pour des pourcentages supérieurs à 4% rend compte l'alliage fragile de subir au laminage.
- L'addition de silicium fait croître la dureté et la rigidité, ce qui facilite la manutention des tôles et améliore leur résistance mécanique à la traction.
- L'augmentation de la constante de magnétostriction λ_{100} de $20 \cdot 10^5$ à $5 \cdot 10^5$ [6] provoque une augmentation du bruit engendré par la variation dimensionnelle des tôles au double de la fréquence [66].

Thermique

- La conductibilité thermique est un paramètre critique, dont sa diminution entraîne une diminution des pertes. La conductibilité thermique de l'alliage Fe-Si 3.2% -3.5% est réduit 4 fois que celle de fer pur [69].
- L'augmentation de la température peut limiter les pertes par hystérésis, qui provoque une réduction de l'induction B ou la chute de l'aimantation à saturation M_s .
- L'addition de silicium réduit légèrement la température de Curie.

• Fréquence d'utilisation

La teneur en silicium de l'alliage a un effet direct en termes d'application des tôles, où le choix des tôles FeSi dépend fortement de la fréquence de travail. Cependant, les tôles de FeSi (3 à 3,5%) sont pratiquement utilisées pour une gamme de fréquence de 0Hz à 1KHz, et cela a pour but d'éviter la circulation de flux en surface de la tôle, donc en défavorisant l'effet de peau, où on assure une répartition uniforme du flux sur tout le volume. Si on augmente la fréquence, la répartition du flux sera focalisé en une zone dite épaisseur de peau. L'épaisseur de peau dépend de la fréquence, la conductivité, et la perméabilité (Eq II.1), et par conséquent les grandeurs magnétiques ne sont pas homogènes ;

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (\text{II.1})$$

Cette relation montre clairement que le phénomène d'induction est fortement superficiel pour les matériaux qui ont une conductivité élevée et les matériaux de haute perméabilité. En bref, pour une fréquence de travail f , on choisit des tôles ayant une épaisseur ' e ' de l'ordre de l'épaisseur de peau $\delta(f)$. C'est pourquoi, lorsque la fréquence de travail augmente, on doit diminuer l'épaisseur des tôles utilisées. Au-delà de la plage de fréquences précitées, il faudrait utiliser des tôles d'épaisseur très minces qui ne peut pas être réalisés à cause des difficultés de laminage. Au-delà de 1 kHz, les tôles fer-silicium (FeSi de 3 à 3,5%) ne seront plus employables, il existe donc des matériaux doux plus adaptés comme les amorphes, le fer nickel déjà cité, les nanocristallins ou les alliages fer-silicium 6,5% [71]. Ce dernier enrichi en silicium classé parmi les matériaux modernes et sont aujourd'hui largement utilisés dans l'industrie. Cela permet de minimiser et de rendre les appareils et systèmes électriques moins lourds tout en conservant leurs performances et en augmentant les fréquences de fonctionnement [72].

II.4 Les types des tôles magnétiques en alliage fer silicium

Deux grandes catégories de tôles magnétiques Fe-Si sont exploitées selon leurs textures, soit de grains orientés ou non.

II.4.1 Les tôles FeSi à grains non orientés (GNO)

Les tôles FeSi GNO contiennent de 0.1% à 3.2% de silicium avec un taux d'aluminium proche de 0,3 %, leurs épaisseurs varient de 0,7mm pour les basses qualités contenant peu de silicium voire à 0,35mm de meilleures qualités. Les tôles FeSi GNO sont généralement utilisées dans les machines tournantes fonctionnant en régime d'induction variable à fréquence industrielle, ces tôles présentent des bonnes propriétés magnétiques dans toutes les directions, c'est un comportement isotrope, ce qui est difficile en obtenir dans le fer technique à cause de l'anisotropie magnétocristalline importante, où l'aimantation du matériau n'est pas toujours parallèle avec le champ d'excitation. De plus, il n'est pas possible d'optimiser simultanément la perméabilité et les pertes dans toutes les directions de la tôle. Toutefois. Les pertes des tôles GNO sont importantes en comparant avec celles des tôles GO, et sont plus complexes à les analyser, on les décompose parfois en trois parties équivalentes : les pertes alternatives habituelles, les pertes rotationnelles provoquées par le champ tournant et les pertes harmoniques dues aux harmoniques de la machine [63]. Ces derniers ne seront pas

étudiés dans cette thèse. D'autres applications peuvent utiliser ces matériaux telles que : les petits moteurs d'essuie-glace, ou d'électroménager aux plus gros alternateurs hydrauliques, dans les relais, les ballasts pour l'éclairage fluorescent.

II.4.1.1 Procédure de fabrication

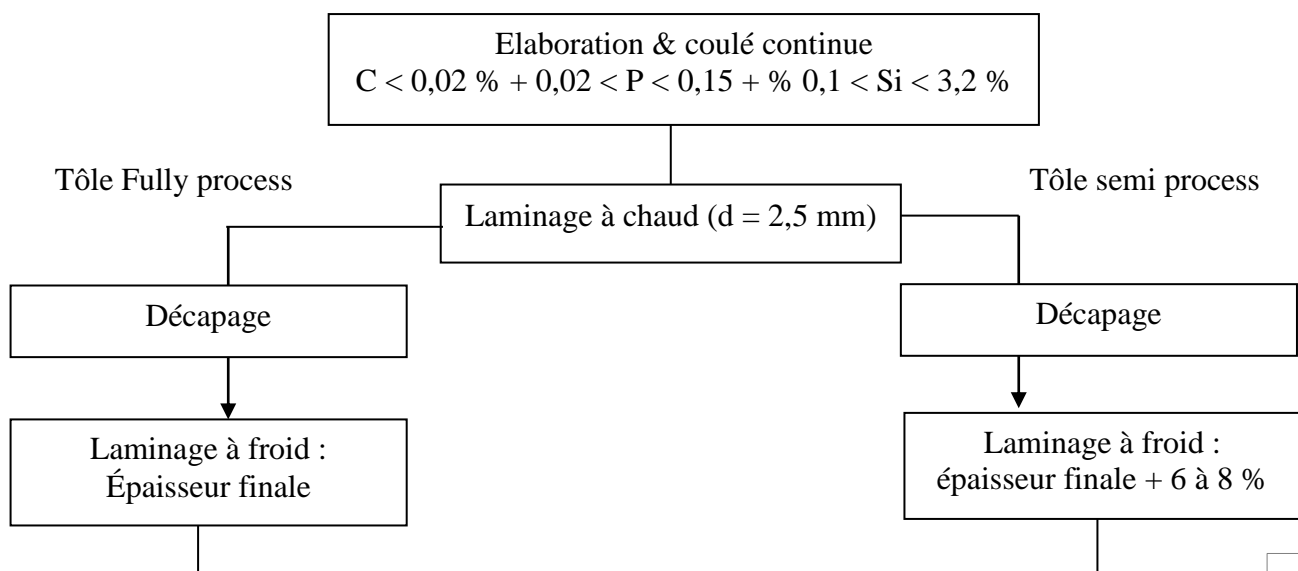
Avant de travailler sur la structuration des circuits magnétiques, il est prioritaire de décrire la fabrication de leurs matériaux de base. En raison des considérations techniques et économiques, les tôles FeSi à grains non orientés (GNO) sont fabriquées par une série d'opérations selon l'exigence voulue qui sert à nous confère deux types de tôle. La procédure de fabrication des tôles est présentée sous forme d'un organigramme :

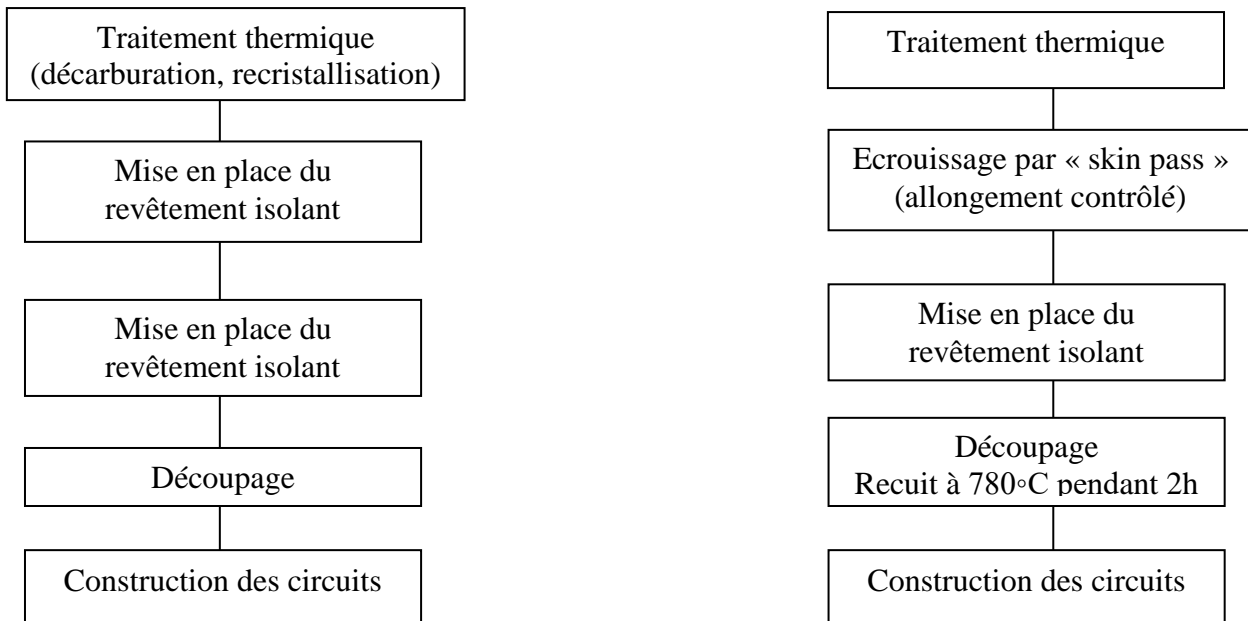
- **Tôles semi-finie**

Les tôles semi-finies sont généralement livrées aux utilisateurs à l'état semi-traité. Et sont souvent épaisses et doivent subir un traitement thermique après le découpage. Ces alliages sont principalement utilisés dans les petits moteurs d'une puissance inférieure à 20 kW.

- **Tôles finie (fully process)**

En raison de toutes les propriétés magnétiques qu'elles possèdent, elles sont fournies dans leur état final, prêtes à l'emploi sans qu'elles subissent un autre processus de traitement thermique après le découpage, elles sont moins épaisses que celles des tôles semi-finies. Les lingots fully process sont revêtus par une couche isolante fine, cette couche est importante dans le cas des machines grosses (Tableau II.4). Pratiquement, elles sont employées dans les machines tournantes (moteurs, dynamo, alternateurs), les transformateurs de faible puissance et de certains dispositifs comme les contacteurs ou capteurs électriques où l'on met au profit leurs caractéristiques quasi statiques [68].





Organigramme II.1 Les étapes de fabrication des tôles GNO [68].

Qualité	Épaisseur (mm)	Pertes (W/kg) $B_{max}=1.5T$ $f=50Hz$	B_{min} (T) pour un champ (en $\times 10^3 A/m$)			Utilisation principale	Dénomination normalisée
			2.5	5	10		
Fully process	0.35	2.5	1.49	1.60	1.71	grosses machines tournantes	FeV250-35HA
	0.5	2.7	1.49	1.60	1.71	Moteurs de grosse et moyenne puissance	FeV270-50HA
	0.6	6.00	1.54	1.68	1.75	relais appareillage domestique	FeV800-65HA
Semi process	0.50	3.90	1.54	1.64	1.75	moteurs de moyenne puissance	FeV390-50HE
	0.65	10.00	1.58	1.68	1.79	relais appareillage domestique	FeV1000-65HD

Tableau II.2 Caractéristiques magnétiques de quelques tôles non orientées [50-73].

Teneur (ou Si + Al)	Aimantation à saturation (T)	Champ coercitif en A/ m	Aimantation pour $H = 2500 A/ m$	Pertes pour $d = 0,5 mm$	
				$B_{max}=1.5T$ $f=50Hz$	$B_{max}=1T$ $f=50Hz$
1%	2.12	60 à 100	1.51	6	2.6
2%	2.04	40 à 80	1.49	4	1.7
3%	2.02	20 à 50	1.48	3.10	1.35

Tableau II.3 Caractéristiques des tôles FeSi non orientées selon la teneur de silicium.

Nature	Épaisseur	Fonction principale
Vernis synthétique	1 à 2 μm	isolation + amélioration de la découpe
Phosphatation	1 à 2 μm	isolation + tenue en température
Vernis synthétique + charges minérales	4 à 7 μm	haute isolation

Tableau II.4 Les types des revêtements utilisés.

II.4.2 Les tôles fer- silicium à grains orientés (GO)

Les tôles GO subdivisent en deux qualités : les tôles à grains orientés conventionnelles et les tôles à grains orientés à haute perméabilité.

II.4.2.1 Tôles à grains orientés conventionnelles

En outre, la situation est fondamentalement différente pour le FeSi à GO à celle de GNO : la teneur en silicium est toujours voisine de 3%; les tôles à forte texture dite de Goss, présentent une forte anisotropie, dont on les utilise dans les circuits magnétiques où le flux prend une même direction à tout moment [71] tel que les transformateurs. Ces matériaux présentent d'excellentes propriétés le long du sens de laminage (fig. II.5) où le mécanisme d'aimantation est facile, et de faibles pertes. Mais cette caractéristique peut être dégradée lorsque la pièce n'est pas magnétisée exactement dans le sens du laminage DL (par exemple, des coins à retournement de flux), et présente des pertes 2 à 4 fois plus importantes, la figure (fig II.5) montre les pertes en fonction d'angle d'inclinaison de la direction de laminage. A titre explicatif, l'induction obtenue pour un champ de 800 A/m est de l'ordre de 1.7 T. par contre, dans la direction transversale, on aura une induction de 1.3 T [18].

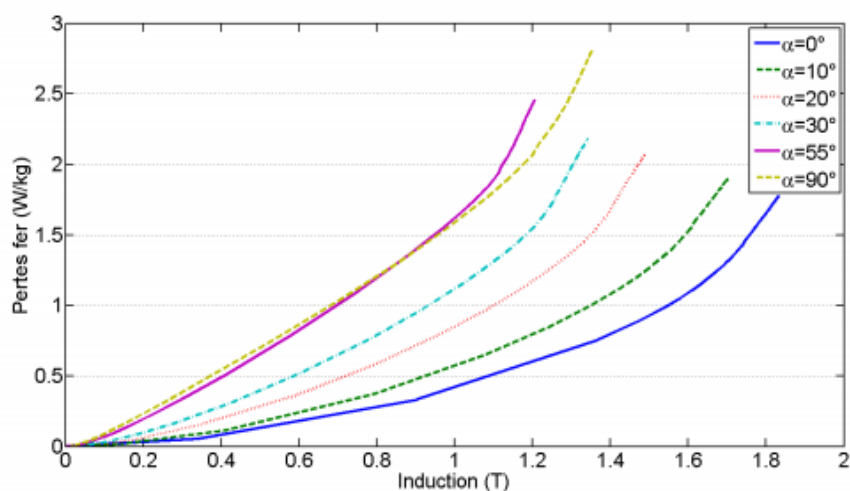


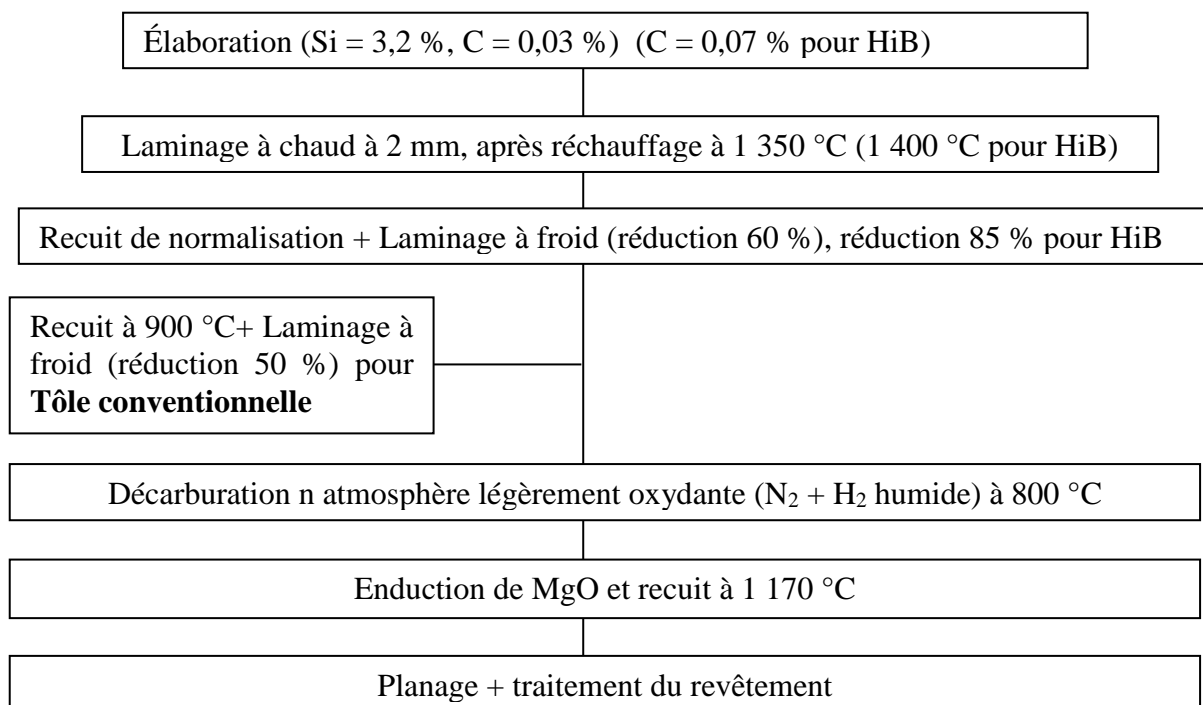
Figure II.5 Pertes fer d'une tôle GO en fonction de α (α angle entre DL et le vecteur d'induction [76]).

II.4.2.2 Tôles à grains orientés à Haute perméabilité (HiB)

Les feuilles GO FeSi conventionnelles ont une orientation des grains (angle d'inclinaison) d'environ 5° à 7°. En 1965, Nippon Steel Corporation a développé une nouvelle technologie pour produire de l'acier FeSi GO amélioré [77-78]. Après qu'environ 0,025 % d'aluminium ait été ajouté, le processus de recristallisation a été amélioré avec du nitrure d'aluminium AlN agissant comme contrôleur de l'inhibition. Où l'angle d'inclinaison des grains diminue en moyenne de 2° à 3°. Le produit final présente des propriétés améliorées, notamment les pertes beaucoup plus faibles au-dessus de 1,7T, cet acier est connu comme un matériau à haute perméabilité (HiB). On présente par suite, les caractéristiques des tôles GO, avec la procédure de fabrication.

Tôle à grains orientés	Épaisseur (mm)	Champ coercitif en A/ m	Aimantation (T) pour H = 800 A/ m	Pertes	
				B _{max} =1.5T f=50Hz	B _{max} =1.7T f=50Hz
Conventionnelles	0.35	8 à 10	1.78	1.03	1.52
	0.28	8 à 10	1.82	0.86	1.28
	0.23	8 à 10	1.80	0.80	1.19
HiB	0.30	6 à 8	1.92	0.82	1.12
	0.23	6 à 8	1.90	0.74	1.01

Tableau II.5 Les grandeurs magnétique des tôles à GO.



Organigramme II.2 Etapes de fabrication des tôles FeSi à grains orientés [74-79].

Les tôles GO sont classées selon les normes internationales en fonction de la puissance dissipée. La norme européenne **EN 10107** utilise la désignation suivante [80] :

- La lettre M, pour magnétique ;
- Trois chiffres suivants indiquent la valeur centième de perte spécifique mesurée à 1,7T avec 50 Hz. En watts par kilogramme
- Deux autres chiffres représentent l'épaisseur centième en millimètre
- La dernière lettre décrit le type de matériau : S, tôle conventionnelle ; P, tôles HiB, A : pour les tôles à GNO Fully process.

Exemple : M150-30S, (M) : signifie tôles magnétique ; (150) : 1.5 W/kg; (30) : l'épaisseur de matériau de 0,3 mm ; S : tôle conventionnelle.

II.5 Techniques de caractérisation magnétique

La caractérisation précise des paramètres magnétiques est particulièrement intéressante par les fabricants, car ils jouent un rôle essentiel dans les performances des matériaux, dans la quantification des pertes de matériaux, ainsi que dans la détermination paramétrique des modèles d'hystérésis qui sont souvent intégrés dans le code de calcul du champ. Cette thèse consiste à tracer les courbes d'hystérésis $B(H)$, et vu que les grandeurs H et B ne peuvent pas être mesurées directement, leurs valeurs sont extraites à partir des grandeurs électriques associées : la tension pour déduire l'induction B et le courant pour déduire le champ d'excitation H . Le développement des méthodes de caractérisation des matériaux magnétiques est une base essentielle du processus de conception des matériaux, deux techniques peuvent être utilisées, l'une est basée sur la force exercée sur un matériau magnétique, et l'autre repose sur la mesure des variations des flux au sein de l'échantillon.

Afin d'extraire les propriétés magnétiques, on distingue deux grandes classes d'appareils : les hystérésismètres et les magnétomètres. [62].

II.5.1 Les Hystérésismètres

Les hystérésismètres plus simples et moins coûteux, sont basées sur la lecture des variations du flux dans le matériau provoqué par une excitation H dépendant du temps. Deux méthodes sont utilisées (fig. II.6) :

- Les hystérésigraphes, donnent des cycles statiques où le champ d'excitation varie continûment.

• Les traceurs de cycles qui donnent les cycles dynamiques où le champ est généralement sinusoïdal. Ces deux méthodes sont bien adaptées pour les mesures sur des tores, dont la géométrie permet d'affranchir les effets démagnétisant, mais présente l'inconvénient d'avoir autant de bobinage primaire et secondaire que l'échantillon à tester.

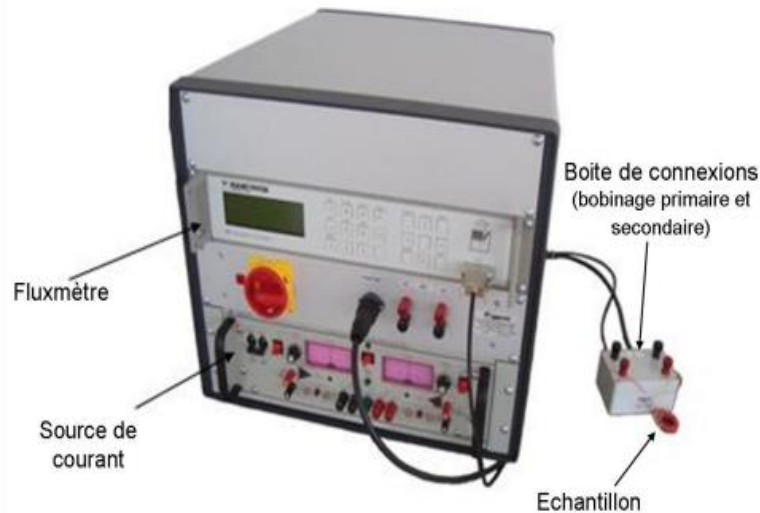


Figure II.6 Appareil hystérésigraphe pour la mesure d'échantillon ferromagnétique [83]

II.5.2 Les Magnétomètres

- **Teslamètre à effet hall** ; le générateur à effet hall fournit le moyen le plus employé pour la mesure des inductions.
- **R.M.N (Résonance Magnétique Nucléaire)** ; procédé très précis de la mesure des inductions magnétiques, ramené à une mesure de fréquence (domaine de laboratoire).
- **Balance de faraday** ; mesure de la force sur un échantillon aimanté et placé dans un gradient de champ. Ce dispositif est mal adapté pour des faibles coercivités.
- **AFGM (Alternating Field Gradient Magnétomètre)** ; variante moderne de la balance de Faraday, mesure à l'aide d'un bimorphe piézoélectrique la force sur un échantillon aimanté et placé dans un gradient alternatif, mesure en température, n'accepte que des échantillons de masse faible.
- **SCQUID (Super Conducting Quantum Interférence Device)** ; le plus sensible des dispositifs, l'échantillon aimanté est placé entre deux bobines, d'où une variation de flux est détectée par une jonction supraconductrice.
- **VSM (Vibrating Sample Magnétomètre)** ; l'échantillon aimanté vibre devant des bobines de lecture.

II.6 Circuits de mesure des caractéristiques des matériaux

Les dispositifs précités sont lourds et très coûteux. Pour cette raison, il importe d'utiliser les dispositifs qui nécessitent un circuit magnétique fermé pour éviter le champ de démagnétisation, qui sont plus utilisables et moins coûteux. Certaines formes de circuits sont préconisées pour la caractérisation des matériaux magnétiques doux, leur fonctionnement s'appuie sur la loi de l'induction et ont deux bobines communes, une pour l'excitation et l'autre pour la mesure.

II.6.1 Le tore

Le procédé le plus pertinent pour relever les caractéristiques magnétiques d'un matériau est de réaliser un circuit torique circulaire tel que le rayon moyen R_{moy} soit grand vis-à-vis de l'épaisseur β (fig. II.7- fig. II.8) [5].

Le tore est généralement pourvu de deux enroulements régulièrement répartis sur sa circonférence :

- Un bobinage d'excitation comportant N_1 spires, qualifié d'enroulement primaire et parcouru par un courant d'excitation I_1 .
- Un bobinage de mesure de flux d'induction traversant une section droite du tore, et généralement situé au plus près du matériau. Il comporte N_2 spires et on l'appelle enroulement secondaire.

D'après la loi d'Ampère, on peut trouver le champ magnétique H :

$$H = \frac{N_1 I_1}{2\pi R_{moy}} \quad (\text{II.2})$$

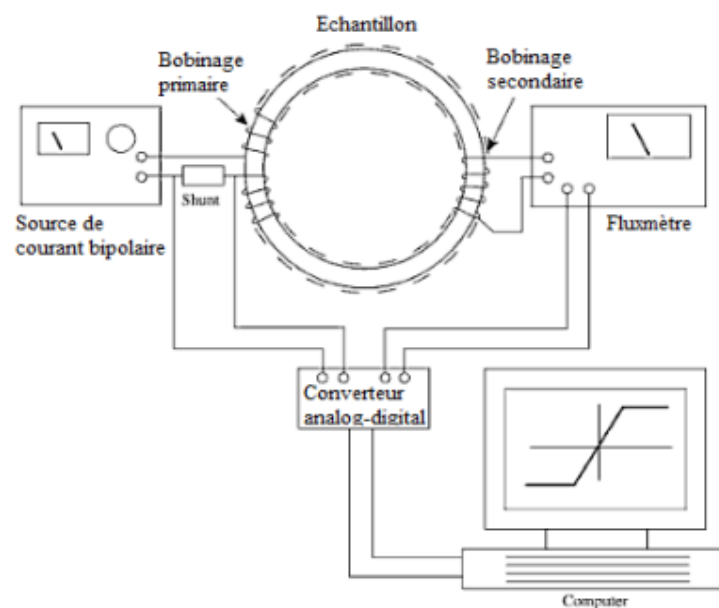


Figure II.7 Schéma général d'un banc de mesure de tore.

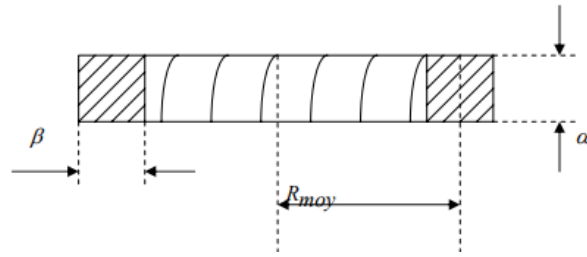


Figure II.8 Coupe dans un circuit torique.

II.6.2 Le cadre à bande unique (Singl Sheet Tester SST)

L'essai sur des tôles unique (SST) est une méthode normalisée (norme CEI 60404-3) [84], où l'échantillon de mesure est constitué d'une seule tôle de forme carré ou rectangulaire, et de dimensions suffisantes pour représenter un lot commercial [50]. La fermeture du circuit magnétique aux deux extrémités de la bande est assurée par un ou de deux culasses mobiles, construites en matériau de grande perméabilité (fig. II.9).

La section des culasses est choisie très grand à celle de l'échantillon, par exemple 30 fois ou 50 fois plus grandes. En utilisation dynamique, les culasses doivent être feuilletées. Elles peuvent être réalisées en tôles FeSi de bonne qualité, ou mieux en alliage FeNi à haute perméabilité. Si on choisit d'effectuer les mesures sur des tôles de grandes dimensions, par exemple 500 x 500 mm², alors les culasses sont obligatoirement très lourdes.

Le cadre à bande unique avec ses accessoires constituent un dispositif complexe très performant. Il permet en particulier la mesure absolue de toutes les grandeurs magnétiques caractérisant les matériaux doux.

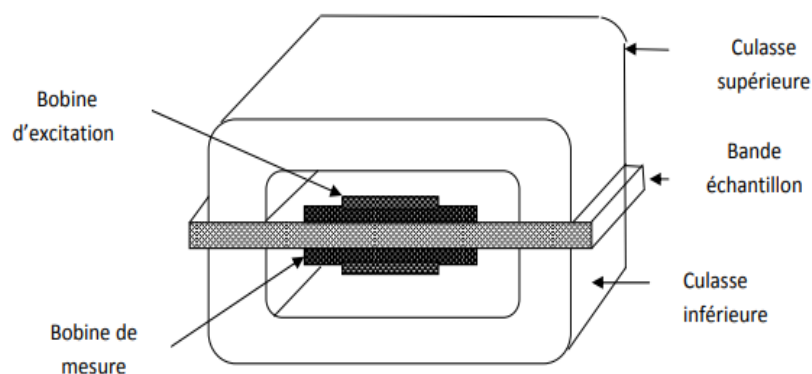


Figure II.9 Principe de cadre à bande unique.

II.6.3 Le cadre d'Epstein

Cette technique de mesure du cadre Epstein a été proposée dès 1936 par Burgwin [85]. Il s'agit d'un circuit carré démontable, obtenu à partir des bandes des tôles empilées de façon

normalisée (norme CEI 60404-2 [86]. c'est le banc le plus populaire utilisé dans l'industrie pour caractériser et mesurer les propriétés magnétiques normalisées [87-50], et utilisé depuis très longtemps pour la caractérisation des tôles utilisées en construction électrique (FeSi, FeNi...). Le cadre d'Epstein est composé de quatre solénoïdes dans lesquels sont introduites les bandes qui se recouvrent aux extrémités pour assurer la bonne circulation du flux magnétique dans le circuit (fig. II.10).

Le principe de cadre Epstein est basé sur le principe du transformateur, dont l'enroulement primaire constitué de 640 spires pour l'alimentation, et de 320 spires pour l'enroulement secondaire, la longueur moyenne du contour d'Ampère de ce dispositif est de 47 cm.

• **Procédé de la mesure**

L'application du théorème d'Ampère à l'enroulement primaire (circuit inducteur) permet de déterminer le champ magnétique $H(t)$, tandis que l'enroulement secondaire est resté ouvert, à partir lequel on mesure la tension secondaire et en déduit l'induction $B(t)$. Considérant que la longueur moyenne parcourue par le flux est l_{moy} , on peut écrire :

$$H(t) = \frac{N_1 i_1(t)}{l_{moy}} \tag{II.3}$$

A partir du second enroulement, et on compte que l'induction était uniforme dans le matériau :

$$v_2(t) = N_2 \frac{d\phi}{dt} = N_2 S_2 \frac{dB(t)}{dt} \tag{II.4}$$

Par l'intégration de la tension secondaire $v_2(t)$, on peut définir :

$$B(t) = \frac{1}{N_2 S} \int v_2(t) dt \tag{II.5}$$

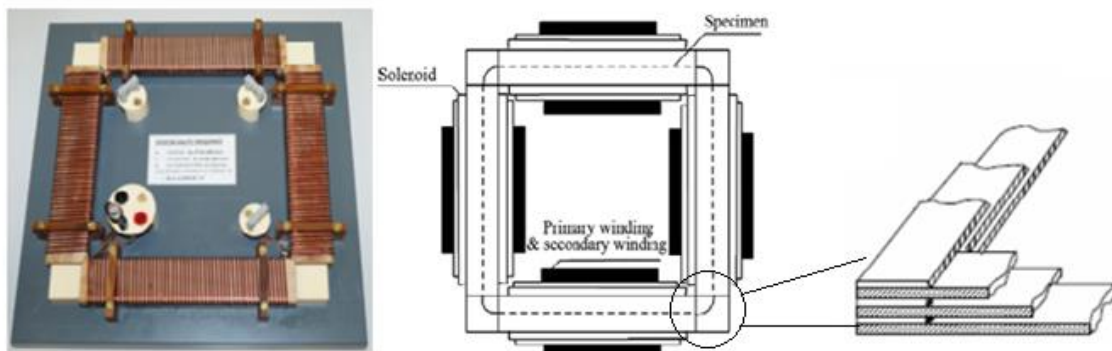


Figure II.10 Cadre Epstein, joints de recouvrement.

II.7 Modèles d'estimation des pertes fer

Afin de calculer les pertes fer dans les substances magnétiques, il est nécessaire de connaître la forme ou la variation de la densité du flux. Cependant, la variation de l'induction au sein du matériau entraîne une dissipation d'énergie ou des pertes fer, souvent sous forme de chaleur généralement pas récupérable. Pour faire une modélisation précise de l'évolution des pertes fer et des lois physiques qui les régissent, il est nécessaire d'utiliser un modèle de pertes à l'échelle macroscopique. Une vue d'ensemble de nombreux modèles (fig. II.11) pour la prédiction des pertes présentées dans les références [88-89].

Dans cette partie, on présente de façon très succincte les différentes approches de modélisation des pertes fer. En premier lieu, nous traiterons les modèles dits analytiques basés sur des formules empiriques utilisées uniquement pour le calcul des pertes fer. Ensuite, afin de mieux modéliser les pertes dynamiques, on introduit les modèles de séparation des pertes ou bien les modèles d'hystérésis dynamique qui seront consacrés au chapitre suivant.

II.7.1 Pertes totales dans les tôles

Les pertes fer sont représentées par le travail W nécessaire qui rend le matériau à l'état aimanté. Elles sont composées de trois termes : les pertes par hystérésis en régime quasi statique, les pertes par courant de Foucault et les pertes excédentaires en régime dynamique. L'expression des pertes totales est donnée ci-dessous :

$$w = \oint e(t).i(t)dt \quad (\text{II.6})$$

$$w = \oint NS \frac{dB}{dt} \cdot \frac{H}{N} l.dt \quad (\text{II.7})$$

Avec ; $V=S.l$

$$w = \oint V.HdB \quad [\text{J}] \quad (\text{II.8})$$

$$W_v = \oint HdB \quad [\text{J/m}^3] \quad (\text{II.9})$$

$$P_t = W_v \frac{f}{m_v} = \frac{f}{m_v} \int HdB \quad [\text{W/kg}] \quad (\text{II.10})$$

Où : f : fréquence de travail, m_v : masse volumique.

II.7.1.1 Modèle basé sur l'équation Steinmetz

Les pertes par hystérésis dépendent aux propriétés physiques et géométriques du matériau, et sont dues au travail mis en jeu entre le déplacement des parois et les défauts du matériau qui le bloquent durant le processus d'aimantation et de désaimantation, ce processus favorise l'échauffement du matériau. Pour surpasser ces défauts, une énergie assez suffisante doit être fournie et supérieure au champ de blocage. Ces pertes proviennent de la différence entre l'énergie emmagasinée lors de la croissance de H et celle restituée lors de sa décroissance. Les pertes par hystérésis peuvent être déterminées à l'aide des formules de Steinmetz et Richter.

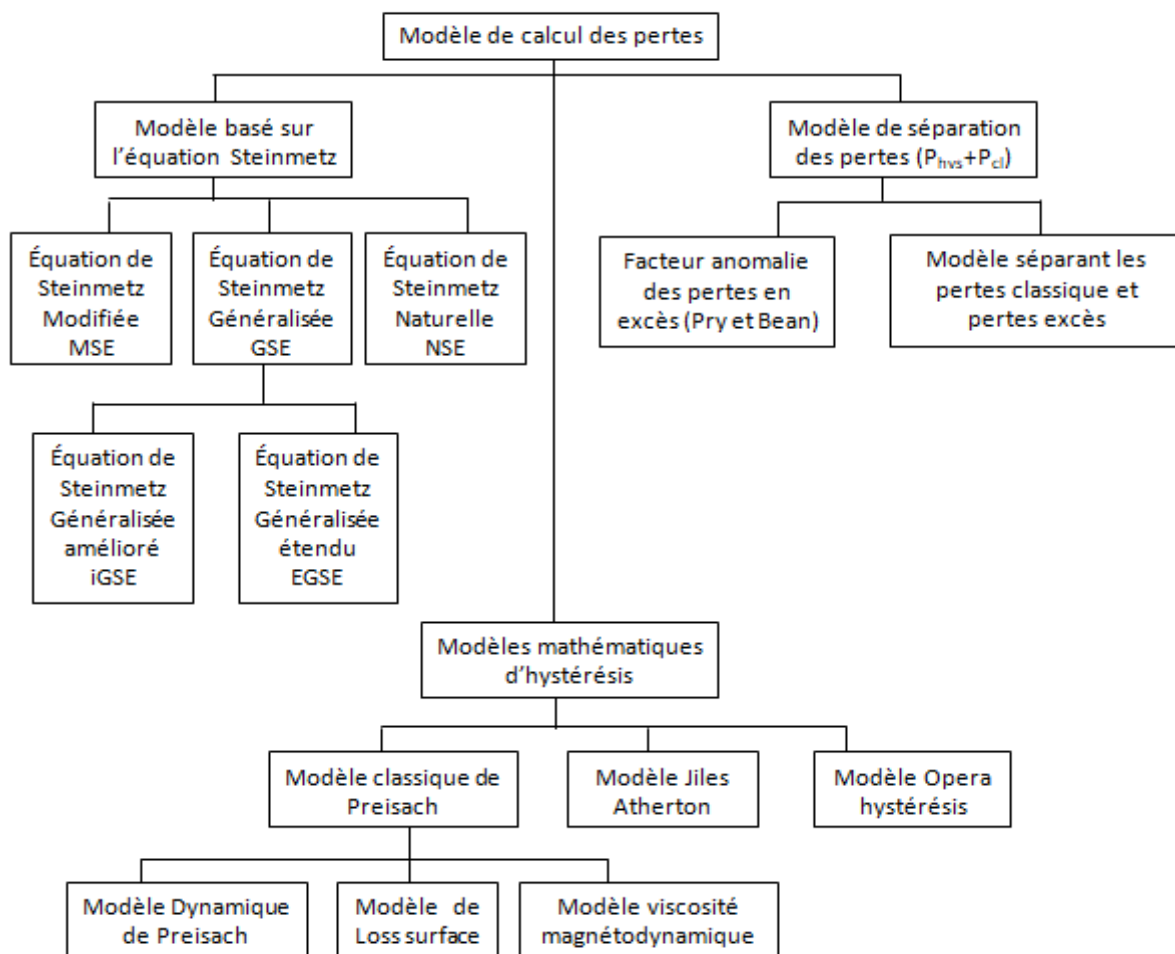


Figure II.11 Différents modèles pour l'estimation des pertes fer.

• **Formule de Steinmetz (1892)**

Pour évaluer les pertes dans les tôles feuilletées, Steinmetz proposa une formule empirique s'écrit en fonction de l'induction et de la fréquence, l'expression est donnée ci-dessous :

$$P_t = K_{SE} f^\alpha B_m^\beta \tag{II.11}$$

Où f la fréquence d'excitation, B_m est la valeur maximum de l'induction sur une période, et K_{SE} , α , β sont des constantes identifiées à partir des essais expérimentaux sur des échantillons. La formule est valable dans le cas des tôles homogènes, isotropes et uniquement qu'en régime sinusoïdal à des fréquences suffisamment réduites afin de négliger l'effet de peau, cette équation prend en compte les pertes statiques (pertes par hystérésis) et dynamiques (pertes par courants induits) de façon globale. Due à ces limitations, une modification de la formule originale de Steinmetz a été proposée pour les inductions non-sinusoïdales, (MSE Modified Steinmetz Equation) [90].

$$P_t = K_{MSE} f_{eq}^{\alpha-1} B_m^\beta f_r \quad (II.12)$$

Avec $\Delta B = B_{max} - B_{min}$, f_r est la fréquence correspondant pour une période.

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \pi^2} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad (II.13)$$

Cette approche montre qu'elle est très peu précise pour des faibles amplitudes de l'induction, une formule généralisée basée sur la dérivée temporelle a été proposée (GSE) [91] :

$$P_t = \frac{1}{T} \int_0^T k_1 \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha |B(t)|^{\beta-\alpha} dt \quad (II.14)$$

Avec ;

$$k_1 = \frac{k}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_0^{2\pi} |\cos \theta|^\alpha |\sin \theta|^{\beta-1} d\theta} \quad (II.14.a)$$

Cette approche achève des bons résultats pour de faibles valeurs d'induction et prend également en compte une dissymétrie éventuelle de l'induction. Cette équation se révèle insuffisante, car ne prend pas en compte les boucles mineures créées par les harmoniques du champ d'excitation. Pour couvrir ce problème, une amélioration de l'équation de Steinmetz généralisée proposé par K. Venkatachalam et al. appelée (iGSE) « improved Generalized Steinmetz Equation » a été introduite [92].

$$P_t = \frac{1}{T} \int_0^T k_i \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha |\Delta B|^{\beta-\alpha} dt \quad (II.15)$$

Avec :

$$k_i = \frac{k}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_0^{2\pi} |\cos \theta|^\alpha 2^{\beta-1} d\theta} \quad (\text{II.16})$$

Une approche similaire à l'iGSE a été publiée sous le nom de Natural Steinmetz Extension (NSE) [93], où la valeur crête à crête de la valeur de densité ΔB est également prise en compte :

$$P_t = \left(\frac{\Delta B}{2} \right)^{\beta-\alpha} \frac{k}{T} \int_0^T \left| \frac{dB}{dt} \right|^\alpha dt \quad (\text{II.17})$$

Or, on peut voir que diverses modifications de l'équation de Steinmetz sont confrontées à un problème connu : la variance des coefficients de Steinmetz en fonction de la fréquence. De même, pour les formes d'onde riche en harmoniques, il sera difficile de déterminer des coefficients convenables qui donnent des résultats adéquats sur toutes les fréquences, c'est pourquoi les travaux des chercheurs tiennent toujours à améliorer les formules des pertes afin de trouver des résultats acceptables.

Une autre formulation dite WcSE (Waveform-coefficient Steinmetz Equation) a été introduite en 2006 [89-94]. Elle suppose que les pertes du noyau sont liées à l'intégral de la densité du flux. Pour un flux sinusoïdal et triangulaire avec la même amplitude alternative, le ratio entre les pertes des deux formes d'onde est égal au ratio de l'aire sous la courbe. Pour un flux sinusoïdal, l'aire d'une demi-période est [95] :

$$W_{\sin} = \frac{1}{T \cdot B_m} \int_0^{T/2} B_m \sin(\omega t) dt = \pi/2 \quad (\text{II.18})$$

Pour l'aire de l'onde triangulaire, on a :

$$W_{sq} = \frac{4}{T \cdot B_m} \int_0^{T/2} \frac{4B_m t}{T} dt = 1/2 \quad (\text{II.19})$$

Ainsi, le coefficient de la forme d'onde du flux (FWC : Flux Waveform Coefficient) de la tension carrée est défini comme :

$$FWC_{sq} = \frac{W_{sq}}{W_{\sin}} = \pi/4 \quad (\text{II.20})$$

En multipliant le coefficient de forme d'onde par l'équation originale de Steinmetz, la perte de forme d'onde de tension carrée peut être déduite. Néanmoins, cette formule n'est valable que pour des ondes carrées pour la tension.

$$P_{WcSE} = FWC_{sq} k \cdot f^\alpha B_m^\beta = \frac{\pi}{4} f^\alpha B_m^\beta \quad (II.21)$$

La simulation optimale du modèle de GSE n'existe que dans une petite zone spécifique de fréquence, où les résultats sont mauvais sur la plage de fréquences de champ magnétique de 50 Hz, 2000 Hz, 5000 Hz. Pour résoudre ce problème de GSE, un paramètre supplémentaire ajouté à la différence de fréquence de champ magnétique dans GSE [96] :

$$P_{EGSE} = k_1 |B|^n |B'|^{(m|B|^e)} \quad (II.22)$$

Supposons que la densité de flux magnétique B est sinusoïdale, les pertes fer moyenne par EGSE peuvent être données :

$$P_{EGSE} = \frac{1}{T} \int_0^T k_1 \left| \frac{dB}{dt} \right|^{(m|B|^e)} |B(t)|^n dt \quad (II.23)$$

$k_1, m, n,$ et e sont des constantes à déterminer expérimentalement, c'est bien claire que si $e=0$ on revient à l'équation de GSE.

• **Formule de Richter**

L'expression de la puissance perdue par hystérésis est donnée par la relation suivante :

$$P_h = a.m.f.B_m^2 + b.m.f.B_m \quad [W/kg] \quad (II.24)$$

Pour $B_m \geq IT$; la formule se reformulé à $P_h=a.m.f.B_m^2$; avec f la fréquence du cycle d'hystérésis, a et b sont des constantes dépendent de la nature du matériau et m la masse du matériau. En général, ces pertes s'écrivent comme suit, avec K_h est une constante d'hystérésis.

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_m^2 \quad [W/kg] \quad (II.25)$$

II.7.1.2 Modèles séparation des pertes fer

II.7.1.2.a Pertes classiques ou pertes par courant de Foucault

Les tôles ferromagnétiques possèdent des propriétés conductrices de courant électrique. En régime dynamique à fréquence élevée, le cycle d'hystérésis s'élargit beaucoup plus qu'en

régime quasi-statique, les tôles favorisent l'échauffement par effet Joule. Cependant, les pertes totales seront donc beaucoup plus importantes due à la contribution des pertes créent par des courants macroscopiques dits pertes par courant de Foucault (fig. II.12). Ces pertes sont directement dépendues à la conductivité de la tôle considérée et aussi sa géométrie. Afin de pallier l'accroissement de ces pertes, les circuits magnétiques seront sectionnés en des feuilles d'épaisseur réduite isolée électriquement les unes des autres. Cette technique permet d'augmenter la résistance, donc c'est la limitation des courants induits, et par conséquent diminue les pertes par effet Joule que possible. Dans la Réf [96-88], une extension de l'expression originale proposée par Jordan, permet de séparer les pertes fer en pertes par hystérésis et pertes par courants induits.

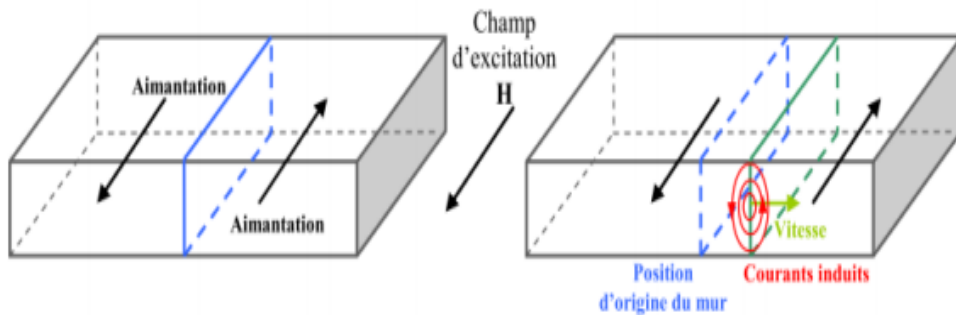


Figure II.12 Illustration des courants de Foucault.

$$P_t = P_h + k_{cl} \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad [\text{W/kg}] \quad (\text{II.26})$$

Le 2^{ème} terme de l'équation (Eq II.24) représente la contribution des pertes par courant de Foucault, et qu'il n'est plus valable que lorsque le flux pénètre complètement dans le matériau ; en d'autres termes, l'épaisseur de laminage doit être inférieure à la profondeur de peau.

Pour une induction sinusoïdale : $k = \frac{\pi^2 \sigma e^2}{6}$

$$P_t = \frac{\pi^2 e^2 \sigma}{6} \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad [\text{W/m}^3] \quad (\text{II.27})$$

Pour le cas général, les pertes classiques sont données par [60] :

$$P_{cl} = \frac{\sigma e^2}{12} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \quad [\text{W/m}^3] \quad (\text{II.28})$$

II.7.1.2.b Pertes supplémentaire

Cependant, lorsque P_{hys} et P_{cl} sont additionnés, réellement la somme est toujours inférieure aux pertes mesurées, la différence étant appelée perte anormale ou excédentaire. Les pertes excédentaires représentent 20 % ou plus des pertes totales dans les aciers électriques. Dans d'autres matériaux, il peut représenter 90 % de la perte [98]. Les pertes excédentaires peuvent être décrites comme ci-dessous [99].

- **Modèle de Prey et Beau (1958)**

L'équation (Eq II.24) manque de la précision pour les alliages FeSi [100]. Pour cette raison, un facteur de correction empirique η_{exc} , appelé facteur de perte en excès a été introduit par Pry et Bean [101] (souvent également appelé facteur de perte anormal). Ce modèle représente l'une des premières tentatives de calcul des pertes excédentaires.

$$P_t = P_{hys} + \eta_{exc} P_{cl} \quad (II.29)$$

$$P_t = k_{hys} \cdot f \cdot B_m^2 + \eta_{exc} k_{cl} \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad (II.30)$$

Pour une induction magnétique non sinusoïdale :

$$P_{dy} = \eta_{exc} \left(\frac{F}{F_g} \right)^2 \cdot f^2 \cdot B_m^2 \quad (II.31)$$

Où : F_g et F sont les facteurs de forme des inductions sinusoïdale et non sinusoïdale respectivement, η_{exc} généralement compris entre 2 et 3.

- **Modèle de Bertotti (1983)**

Une autre approche introduite par Bertotti qui vient soutenir le modèle de Pry et Bean. En introduisant les notions des objets magnétiques. Cette approche rend compte les pertes par excès de manière plus précise en fonction de la densité du flux et de la fréquence. G. Bertotti décomposa les pertes fer en trois termes.

Pour une induction sinusoïdale, d'amplitude B_m et de fréquence f , les pertes par excès par cycle dans une tôle de section S sont exprimées de manière générale par la relation suivante :

$$P_{exc} = 8.76 \sqrt{GV_0 S \sigma} (B_m f)^{1.5} \quad [W/m^3] \quad (II.32)$$

L'équation (Eq II.32) ne permet de calculer les pertes que pour une induction sinusoïdale. C'est pourquoi elle est généralisée par la formule ci-dessous [102].

$$P_{exc} = \sqrt{GV_0 S \sigma} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1.5} dt \quad [\text{W/m}^3] \quad (\text{II.33})$$

G: coefficient de frottement de l'objet magnétique, pour l'amortissement des courants de Foucault ($G=0,136$); **V_o** est un paramètre représente la distribution du champ magnétique nécessaire pour activer un objet magnétique supplémentaire; **m_v** : masse volumique de la tôle.

Toutefois, le modèle séparant les pertes fer n'est plus valable que si l'effet de peau est négligeable [99]. Les modèles analytiques basés sur des équations empiriques et ceux qui utilisent la séparation des pertes, exigent une série de mesures et d'études afin de calculer les différents paramètres. Si les mesures de caractérisation étaient effectuées sur une plage de fréquences, il serait difficile d'obtenir une valeur précise des pertes extrapolées en dehors de cette gamme. C'est la nécessité de rechercher d'autres axes pour l'évaluation ou la détermination des pertes fer, dont il faudra de rechercher d'autre approche plus précise.

Conclusion

Ce chapitre vise à rappeler les différents alliages des matériaux ferromagnétiques utilisés au monde industriel, où le choix des alliages repose bien sûr leurs propriétés magnétiques telles que l'induction, la perméabilité. Nous avons différencié de manière simple et générale les méthodes de fabrication des alliages FeSi mises en œuvre pour fabriquer des formes prêtes à utiliser. Les différentes procédures de fabrication présentent un impact significatif sur les caractéristiques et les propriétés magnétiques. Une vue générale des approches analytiques pour la quantification des pertes fer dans le domaine électrotechnique a été évoquée. Cependant, il a vu qu'il est difficile de quantifier ces pertes avec ces modèles empiriques, car la précision peut être dégradée. En raison de cette dernière, les chercheurs se dirigent vers des autres approches basées sur les modèles d'hystérésis qui peuvent estimer les pertes fer en tenant compte la loi de comportement magnétique, ces approches seront présentées au 3^{ème} chapitre.

CHAPITRE III

Approches par modèles d'hystérésis

PARTIE I

PARTIE I.**III.I.1 Introduction**

Dans le chapitre un, nous nous sommes particulièrement intéressés à l'origine et à l'évolution du cycle d'hystérésis lors du processus de dissipation d'énergie. Encore dans le chapitre deux, nous avons bien évoqué les modèles analytiques de détermination des pertes fer tels que le modèle de Steinmetz, malheureusement ces modèles sont faibles de point de vue de précision. La recherche sur des modèles qui donnent des bonnes représentations du phénomène magnétique reste toujours le but et l'attention des chercheurs.

Par définition, le modèle d'hystérésis est une traduction mathématique des phénomènes physiques mis en jeu aux sens des matériaux, où on peut attirer les grandeurs qui leur caractérisent, et permet de comprendre le comportement des dispositifs électromagnétiques.

Ces modèles d'hystérésis font aussi une estimation des pertes associées, en calculant la surface du cycle, où ils donnent des bons résultats en termes de précision. Il est alors éventuel d'effectuer des modélisations plus complexes comparées aux modèles de Steinmetz. Dans la littérature on distingue trois catégories des modèles : la première catégorie celle qui décrit le phénomène d'hystérésis à l'échelle atomique (Ex : le modèle d'Ising), ce modèle ne satisfait pas la modélisation des matériaux à l'échelle réelle. Deuxième catégorie regroupe généralement les fonctions approximatives (Ex : les fonctions auxiliaires, les fonctions polynomiales et les fonctions multiples). D'autres modèles analytiques peuvent représenter le cycle d'hystérésis, tels que le modèle de Rayleigh, de Frôlich, et de Potter. En revanche, vue la complexité du phénomène d'aimantation, plusieurs chercheurs ont essayé d'introduire divers modèles s'appuient sur des bases mathématiques et physiques pour but d'approcher le comportement magnétique en régimes dynamiques. Parmi ces modèles, on trouve le modèle de Preisach (1935), le modèle de Jiles–Atherton (1984), et le modèle énergétique de Hans Hauser (1994), (ces modèles seront représentés à la 2ème partie de ce chapitre).

D'autres modèles ont été développés plus récemment : le modèle basé sur la viscosité magnétodynamique (Zirka, 2006) qui repose sur le modèle statique du modèle d'hystérésis Preisach, le modèle chimique du G2ELab [2], et le modèle DSHM [31]. Le but de ce chapitre est de présenter les différents modèles d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques, en rappelant leurs avantages et leurs inconvénients. Nous concentrerons notre étude sur un modèle très apprécié. C'est donc le modèle énergétique.

III.I.2 Evolution des modèles d'hystérésis

Dans la littérature, des multitudes modèles d'hystérésis ont été proposés. Ces modèles ont connu des améliorations et des modifications afin d'être des modèles performants. Le choix d'un bon modèle dépend de sa précision, sa rapidité d'exécution et qu'il requiert peu de données expérimentales pour l'identification de ses paramètres. Le tableau (III.1) illustre une description générale et une comparaison entre les caractéristiques des principaux modèles statiques et dynamiques et leur aptitude à intégrer aux codes de calcul.

Année	Modèle
1887	Modèle de Rayleigh
1897	Modèle Duhem, Modèle de Frolich
1916	Modèle de P.Weiss et Freudreich
1927	Modèle d'Ising : décrit le phénomène ferromagnétique à l'échelle microscopique, il ne prend pas en compte l'effet de la température.
1935-1988	Modèle Preisach-Mayergoyz basé sur le changement de commutateurs élémentaires.
1947	Modèle de (Stoner-Wohlfarth) utilisé dans la description des aimants permanents, et dans le domaine de l'enregistrement magnétique
1970	Modèle Chua et Stromsmoe
1971	Modèle Bouc présente une forme fonctionnelle pour donner une description mathématique de l'hystérésis,
1977	Modèle O'Kelly basé sur une fonction exponentielle
1978	Modèle Newbury présente un modèle d'hystérésis avec la forme carrée
1985	Modèle Seigneur représente l'hystérésis, avec l'utilisation de série de Fourier
1986	Modèle Jiles et Atherton présentent un modèle dérivé des propriétés physiques, basé sur la théorie de Langevin et de Weiss.
1988	Modèle Hodgdon, Modèle Green et Gross présentent un modèle de l'hystérésis avec l'étude des harmoniques
1993	Modèle de Bobbio, est un modèle basé sur une analogie mécanique.
1994	Modèle énergétique de Hans Hauser basé sur la minimisation d'énergie
1998	Modèle de Raulet-Masson basé sur l'introduction d'un coefficient comportemental du matériau indépendant de la géométrie et de l'excitation.
2000	Kedous-Chevalier (Modèle "LS", 2000)
2001	Jiles-Szczyglowski
2002	Modèle chimique, basé sur L'approche thermodynamique.

Tableau III.1 Bref historique sur l'évolution des modèles d'hystérésis [6-64-71-67].

III.I.3 Modèles analytiques

Parmi les tentatives de description du comportement hystérétique des matériaux ferromagnétiques, on trouve les modèles analytiques simples, ces derniers sont basés sur des formulations simples purement mathématiques, et ignorent l'interprétation physique des matériaux où ils ne permettent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis. Ces modèles relient l'induction magnétique \vec{B} ou l'aimantation \vec{M} avec le champ \vec{H} sans tenir compte de l'historique du matériau [14].

III.I.3.1 Modèle de Rayleigh

Cet ancien modèle a été développé par Lord Rayleigh en 1887. Ce modèle est valable seulement aux excitations faibles, ainsi qu'il ne peut pas caractériser le comportement dans la zone de saturation, le cycle d'hystérésis généré par ce modèle garde toujours la forme elliptique. Il se caractérise par sa facilité d'incorporation aux codes de calcul. Ce modèle estime que la perméabilité magnétique sur la courbe de première aimantation, elle peut être obtenir par les deux premiers termes d'un polynôme de puissances croissantes [25] :

$$\frac{dB}{dH} = \mu(H) = \mu_{in} + \eta \cdot H \quad (\text{III.1})$$

Avec :

μ_{in} : est la perméabilité initiale et η est la constante de Rayleigh.

$\mu(H)$: est la perméabilité instantanée.

Sous l'effet d'un champ d'excitation sinusoïdale \vec{H} , l'induction magnétique \vec{B} sera écrite par :

$$B(H) = \int \mu(H) \cdot dH \quad (\text{III.2})$$

L'intégration de l'équation (Eq III.2) résulte d'une relation parabolique entre l'intensité de champ \vec{H} et l'induction \vec{B} pour la zone de la courbe de première aimantation :

$$B(H) = \mu_{in}H + \frac{1}{2}\eta H^2 \quad (\text{III.3})$$

Les termes $\mu_{in}H$ et $\eta H^2/2$ représentent respectivement les composantes réversible et irréversible de l'induction magnétique. En appliquant un champ d'excitation sinusoïdal d'une valeur maximale H_{max} , l'induction magnétique peut s'exprimer comme suit :

Si le champ magnétique \vec{H} est croissant :

$$B(H) = \mu_{in} (H + H_{\max}) + \frac{1}{2} \eta (H + H_{\max})^2 - B_{\max} \quad (\text{III.4})$$

Si le champ magnétique \vec{H} est décroissant :

$$B(H) = \mu_{in} (H - H_{\max}) - \frac{1}{2} \eta (H - H_{\max})^2 + B_{\max} \quad (\text{III.5})$$

Avec :

$$B_{\max} = \mu_{in} H_{\max} + \eta H_{\max}^2 \quad (\text{III.6})$$

En substituant cette équation dans (Eq III.6) dans les équations (Eq III.4) et (Eq III.5), on peut déduire la formulation du modèle de Rayleigh finale, en affectant au deuxième terme un signe (+) pour la branche ascendante et un signe (-) pour la branche descendante du cycle d'hystérésis, le modèle obtenu soit alors :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{\max}) H(t) + \text{sgn}(dH) \times \frac{\eta}{2} (H^2(t) - H_{\max}^2) \quad (\text{III.7})$$

Les pertes par hystérésis peuvent être déterminées par le calcul de l'air (H, B), à partir de l'équation (Eq III.3) l'expression des pertes par unité de volume avec la variation élémentaire de l'induction s'écrit comme suit [25] :

$$dB = (\mu_{in} + \eta H_{\max}) dH \pm \eta H dH \quad (\text{III.8})$$

L'énergie dissipée s'écrit sous la forme :

$$w = 2 \int_{B_{\min}}^{B_{\max}} H dB = 2 \int_{B_{\min}}^{B_{\max}} H [(\mu_{in} + \eta H_{\max}) + \eta H] dH = \frac{4}{3} \eta H_{\max}^3 \quad (\text{III.9})$$

Les paramètres du modèle (η, μ_{in}) de Rayleigh peuvent être déterminés à partir du champ d'excitation maximum H_{\max} , de l'induction maximum B_{\max} et de l'induction rémanente B_r , où $\vec{H}=0$, et $\vec{B} = \vec{B}_r$, Sachant que :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{\max}^2} \quad (\text{III.10})$$

Connaissant la valeur de η , on détermine la perméabilité initiale μ_{in} à partir de (Eq III.6) :

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max} \tag{III.11}$$

De même on peut déduire l'expression du champ coercitif :

$$H_c = \sqrt{(\mu_{in} / \eta + H_{max})^2 + H_{max}^2} - (\mu_{in} / \eta + H_{max}) \tag{III.12}$$

Si $H_{max} \ll \mu_{in} / \eta$, l'expression (Eq III.12) peut se réduire à la forme :

$$H_c = \sqrt{(\mu_{in} / \eta)^2 + H_{max}^2} - (\mu_{in} / \eta) \tag{III.13}$$

En utilisant les paramètres μ_{in} , η , H_{max} , B_r , B_{max} , et la formulation décrite par l'équation (Eq III.7), on peut générer le cycle d'hystérésis (fig. III.1). Avec : $H_{max}=1000$ A/m; $B_{max1}=1.25$ T ; $B_{max2}=0.9$ T;

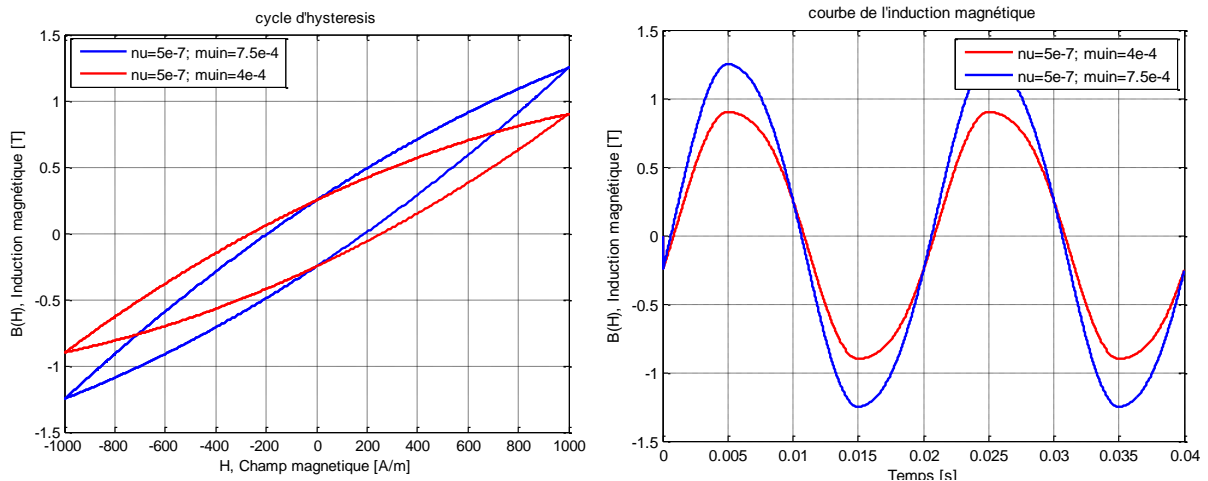


Figure III.1 Densité de flux, et Cycle d'hystérésis générés par le modèle de Rayleigh.

Selon les expressions des paramètres des modèles, il est bien clair que la variation des paramètres a un effet direct sur la courbe d'hystérésis.

III.1.3.2 Modèle de Frôlich

Ce modèle est classé parmi les premiers modèles empiriques élaborés pour la présentation de l'aimantation où il donne des bonnes représentations pour des valeurs plus élevées du champ d'excitation. La relation entre l'induction magnétique \vec{B} et le champ \vec{H} a été développée pour décrire la courbe anhystérique. Les deux paramètres α et β de ce modèle sont des caractéristiques du matériau étudié [25].

$$B(H) = \frac{H}{\alpha + \beta |H|} \quad (\text{III.14})$$

Le modèle de Frôlich a connu plusieurs améliorations, les travaux de Jufer, Apostolides et Wong C.C [73-74] ont modifié le modèle afin de représenter les cycles mineurs. Aussi, les travaux d'Akbaba [70] a reformulé le modèle en décomposant la courbe d'aimantation en deux portions, la première est définie avant la saturation ($B_s \leq B$) et la deuxième est définie juste au-dessus de la saturation ($B_s \geq B$). Le modèle modifié de Frôlich (Eq III.14) est :

$$\begin{cases} B(H) = \frac{H}{a_1 + b_1 |H|} & B \leq B_s \\ B(H) = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + b_2 (H - H_s)} & B \geq B_s \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

En appliquant ce modèle, on peut avoir un cycle d'hystérésis étroit pour les matériaux ferromagnétiques doux, et un cycle d'hystérésis large pour matériaux ferromagnétiques durs. Mais pour certains matériaux magnétiques donne des résultats incompatibles. En effet, Akbaba introduira le champ coercitif $\vec{H}c$ sur les deux branches du cycle majeur. En indiquant un signe (+) pour la branche montante et un signe (-) pour la branche descendante, l'expression de B du modèle devient :

$$B(H) = \frac{H + \text{sgn}(dH) \times H_c}{\alpha + \beta |H + \text{sgn}(dH) \times H_c|} \quad (\text{III.16})$$

En basant sur les points de saturation ($B_s, H \rightarrow \infty$) et de rémanente ($B_r, H=0$) ; Les paramètres α et β du modèle peuvent être déterminés directement :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \\ B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta (H + H_c)} = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s} \right) \end{array} \right\} \quad (\text{III.17})$$

Les équations (Eq III.14), et (Eq III.16) permettent de reproduire le cycle d'hystérésis, densité de flux, et le champ magnétique.

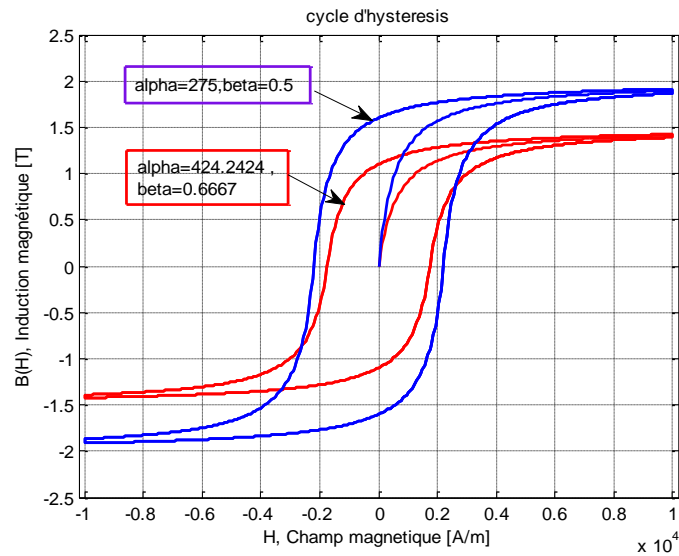


Figure III.2 Cycle d'hystérésis généré par le modèle de type Frôlich.

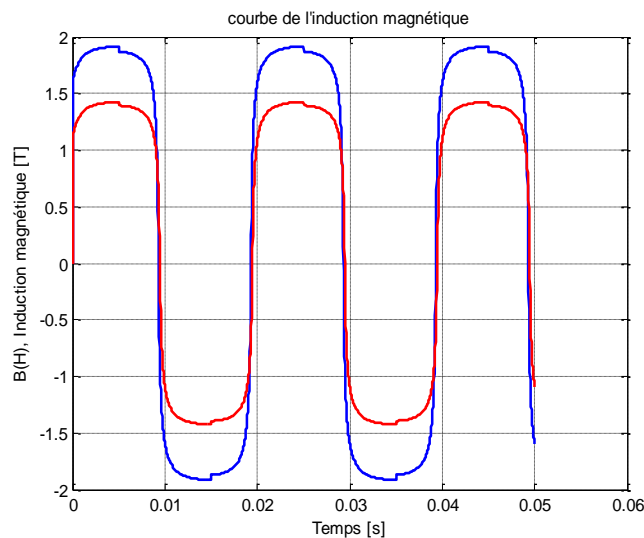


Figure III.3 Densité de flux magnétique généré par le modèle de type Frôlich.

D'après les courbes simulées par ce modèle, on peut déduire que le champ coercitif croit proportionnellement avec l'augmentation des paramètres α et β , donc ils influent directement sur la surface de la courbe d'hystérésis, et vice versa.

III.1.3.3 Modèle polynomial

Pour l'approximation de comportement magnétique non linéaire, on peut utiliser des modèles de forme polynomiale. La forme générale la plus simple de l'induction magnétique \vec{B} en fonction de \vec{H} s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} B(H) = K.H^{\frac{1}{n}} \\ \log(B) = \log(K) + n^{-1} \log(H) \end{array} \right\} \quad (III.18)$$

Les paramètres K et n , sont déterminés à partir des essais expérimentaux. Ce modèle donne une bonne appréciation. Cependant, il ne décrit pas le cycle d'hystérésis avec des branches, il est limité seulement pour la première aimantation. La figure (fig. III.4) montre l'évolution de l'induction en fonction du champ, pour $H_{max}=200$ A/m.

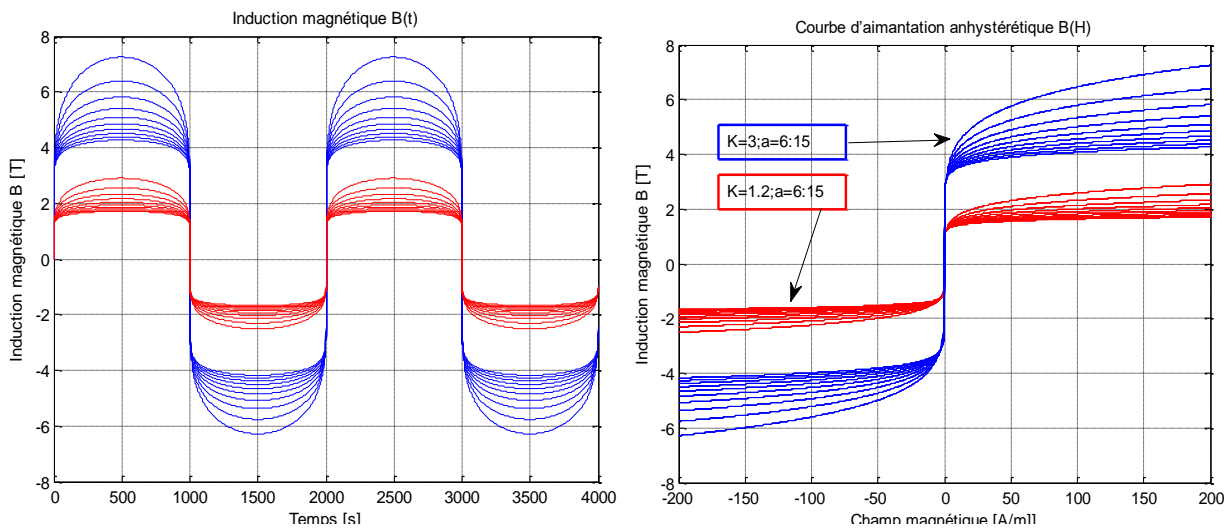


Figure III.4 Courbe d'aimantation anhystérétique, et la densité de flux magnétique généré par le modèle polynomial.

Autre approximation basée sur une série de puissance peut mieux décrire l'aimantation anhystérétique, en comparant avec le polynôme (Eq III.18).

$$B = a_0 + a_1H + a_2H^2 + \dots + a_nH^n = \sum_{k=0}^n a_k H^k \quad (III.19)$$

III.1.3.4 Modèle fractionnel

Parmi les modèles qui se trouvent également dans la littérature, le modèle empirique de base fractionnelle (I/H i , $i = 1 \dots n$). Ce modèle, il n'est satisfaisant que si les champs appliqués sont au voisinage du champ de saturation.

$$B = \mu_0 M_s \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \dots \right) + \mu_0 H \quad (III.20)$$

Le paramètre α représente la constante de Néel. En tenant compte la loi de comportement magnétique (voir Eq I.16.a), le modèle aura la forme suivante :

$$M = M_s \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \dots \right) \quad (\text{III.21})$$

Une extension de la formulation précédente a été proposée par Dionne G.F. et al. [104], où ils ont introduit le champ coercitif H_c , le champ anisotropie H_K et le champ nucléation H_n . La nouvelle formulation est :

$$M = M_s \left(1 - \frac{a}{H + H_n \pm H_c} - \frac{b}{(H + H_K)^2} - \dots \right) \quad (\text{III.22})$$

Le signe (+) est affecté sur la branche ascendante, et le signe (-) est affecté sur la branche descendante du cycle d'hystérésis. Les paramètres a et b du modèle sont déterminés à partir des points ($M=0, H=-H_c, M=Mr$), tel que :

$$M(H = -H_c) = 0 = M_s \left(1 - \frac{a}{H_n} - \frac{b}{(-H_c + H_K)^2} \right) \quad (\text{III.23})$$

$$M(H = 0) = M_r = M_s \left(1 - \frac{a}{H_n + H_c} - \frac{b}{(H_K)^2} \right)$$

De même, si la saturation de l'aimantation n'est pas atteinte, la formulation ci-dessus devient :

$$M_m = M_s \left(1 - \frac{a}{H_c + H_m + H_n} - \frac{b}{(H_m + H_K)^2} \right) \quad (\text{III.24})$$

III.I.3.5 Modèle à fonction auxiliaire

Cette fonction s'appuie sur une fraction de polynôme de second ordre, liée aux paramètres ($a1, a2, b1, b2, H$) dont leur identification fait aussi à partir des mesures expérimentales.

$$M(H) = \frac{a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (\text{III.25})$$

Ces paramètres sont déterminés à partir de deux zones, la zone de Rayleigh représentée par (Eq III.26), et la zone de saturation représentée par (Eq III.27).

$$M(H) = \chi H + \eta H^2 \quad (\text{III.26})$$

χ_{in} : la susceptibilité initiale, η : la constante de Rayleigh.

$$M(H) = M_s \left(1 - \frac{\alpha}{H} \right) \quad (\text{III.27})$$

M_s : aimantation de saturation, α : la constante de Néel.

A partir des équations (Eq III.26) et (Eq III.27), on peut identifier les quatre paramètres de la fonction (Eq III.25).

$$\begin{aligned} a_1 &= \chi_{in} & a_2 &= \left(\frac{M_s \eta + \chi_{in}^2}{M_s + \chi_{in} \alpha} \right) \\ b_1 &= \left(\frac{\alpha \eta + \chi_{in}}{(M_s - \chi_{in} \alpha)} \right) & b_2 &= \left(\frac{M_s \eta + \chi_{in}^2}{M_s (M_s - \chi_{in} \alpha)} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Tandis que cette fonction ne satisfait pas la description du cycle d'hystérésis, une amélioration a été apportée à cette approche par Rivas et al. [75], où ils ont supposé qu'on peut obtenir un cycle d'hystérésis à partir de deux fonctions auxiliaires B_1 et B_2 .

$$B_1 = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \& \quad B_2 = \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (\text{III.29})$$

Où f_2 branche montante du cycle majeur, et f_1 : la branche descendante du cycle majeur. L'induction magnétique B est déterminé par :

$$\begin{aligned} B(H) &= B_1(H) + B_2(H) & ; dH < 0 \\ B(H) &= B_1(H) - B_2(H) & ; dH > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

$$\begin{aligned} B_1(H) &= \mu_0 \left(H + \frac{A_1 + A_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right) \\ B_2(H) &= \mu_0 \left(\frac{c_1 (H_s - |H|) + c_2 (H_s^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

b_1 , b_2 sont les mêmes que ceux identifiés par l'équation (Eq III.28). Les nouveaux paramètres A_1 , A_2 , c_1 et c_2 seront identifiées à partir des résultats expérimentaux du cycle d'hystérésis. En dérivant l'équation (Eq III.30) aux points ($H=0$, $B=Br$) ; on aura :

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_{H=0} = \left(\frac{dB_1}{dH} \pm \frac{dB_2}{dH} \right) \Big|_{H=0} = \mu_{diff} \quad (III.32)$$

Dans ces points : $\frac{dB_2}{dH} = 0$

$$\left. \mu_{diff} \right|_{\substack{H=0 \\ B=B_r}} = \frac{dB_1}{dH} = \mu_0 (1 + A_1) \quad (III.33.a)$$

A la zone de saturation la perméabilité différentielle est constante ; donc :

$$\mu_{diff, H_s} = \frac{B_s}{H_s} = \mu_0 (1 + A_1) \quad (III.33.b)$$

A partir des Réf [75-25] on peut déterminer les coefficients A_1 , A_2 , c_1 et c_2 :

$$A_1 = \left(\frac{B_s}{\mu_0 H_s} - 1 \right) \quad A_2 = \left(\frac{B_s - \mu_0 H_s}{\mu_0 H_s^2} \right) (b_1 H_s + b_2 H_s^2) \quad (III.34)$$

$$c_1 = \frac{b_1 B_r}{\mu_0} \quad c_1 = \frac{B_r (1 + b_1 H_s)}{\mu_0 H_s^2}$$

La figure ci-dessous illustre la courbe de première aimantation simulée du matériau ferroxcube en utilisant l'équation (Eq III.25) avec l'effet de la variation des paramètres de Rayleigh et de Néel, $H_s=1000$ A/m. $M_s=356884$ A/m; $\chi= 2764$.

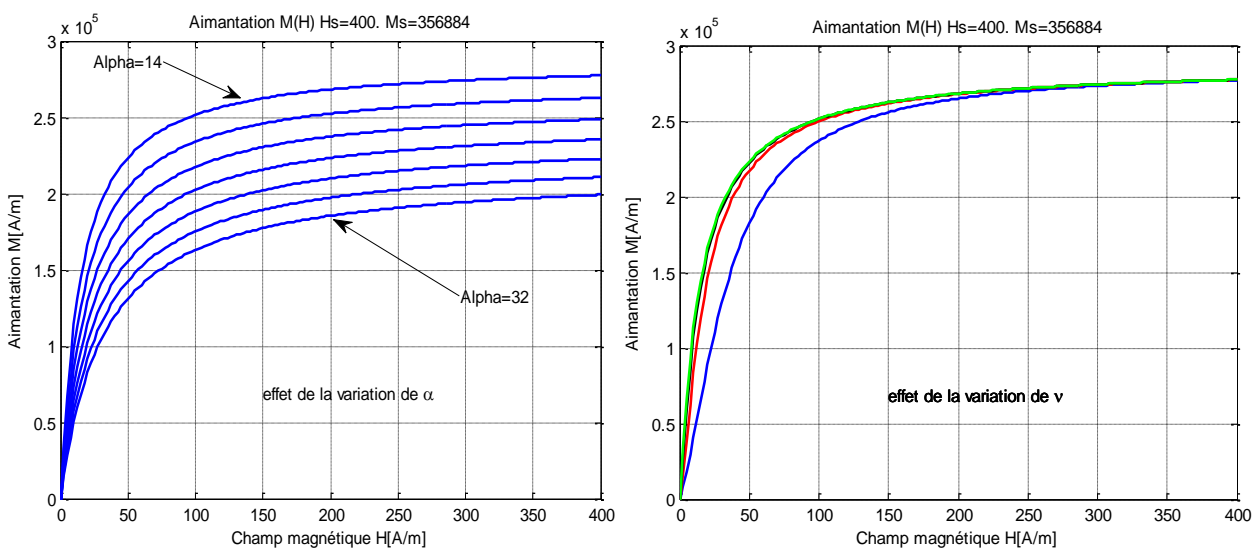


Figure III.5 Courbe de première aimantation produite par l'équation (Eq III.25).

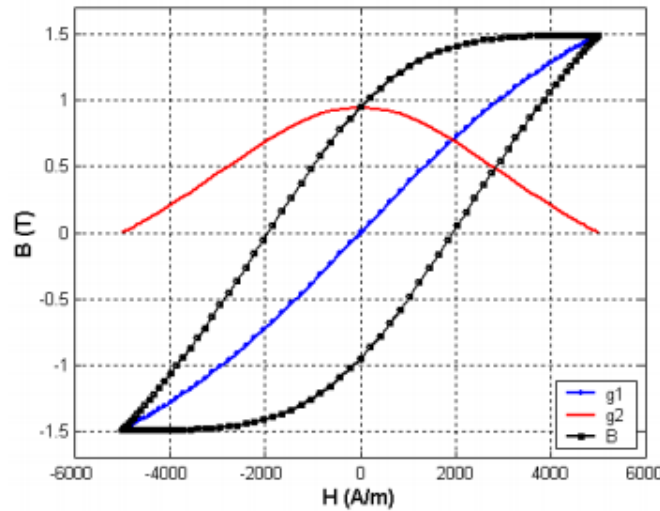


Figure III.6 Courbe de première aimantation produite par les fonctions auxiliaires.

Une autre identification des fonctions auxiliaires sous la forme :

$$\begin{aligned}
 B_1(H) &= B_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_s} \right) \\
 B_2(H) &= \left(\frac{B_s}{H_s} \left(1 + \left(\frac{H}{H_s} \right)^2 \right)^{-1} \right) - \frac{\partial B_1}{\partial H} \Big|_{H=H_s}
 \end{aligned} \tag{III.35}$$

III.I.3.6 Modèle à fonctions transcendantales

Une autre procédure élaborée pour l'approximation du cycle d'hystérésis. Cette procédure est basée sur des formes exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques. Ce modèle décrit convenablement le cycle majeur et aussi les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis, mais semble difficile à les générer. En pratique, ces modèles sont utilisés pour des applications d'enregistrements magnétiques. Les formes d'approximation sont les suivantes :

- **Forme exponentielle**

$$B = B_s \exp \left(\frac{H}{\alpha + \beta H} \right) \tag{III.36}$$

Cette équation a été améliorée en évaluant l'aimantation anhystérétique par une somme des séries exponentielles [79-81], et donnée comme suit :

$$B = \sum_{i=0}^N \alpha_i \exp(-\beta_i H) \tag{III.37}$$

Un développement des séries exponentielles basé sur les formulations ci-dessus est présenté dans les travaux [82]. Le modèle introduit est de la forme :

$$B = \sum_{i=1}^N \alpha_i [1 - \exp(-\beta_i H)] \quad (III.38)$$

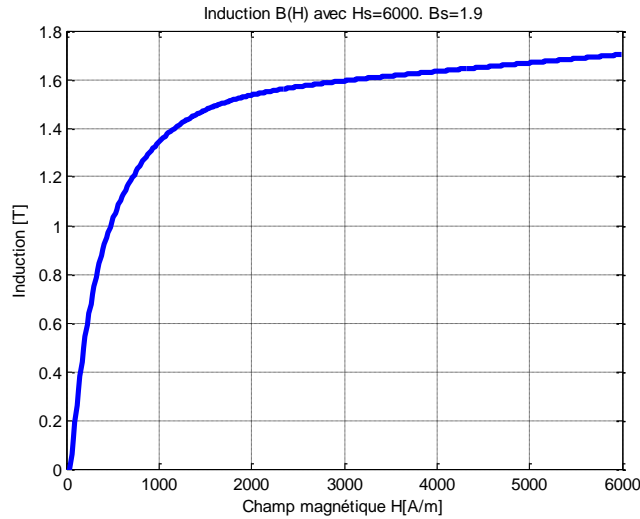


Figure III.7 Courbe de première aimantation.

D'autres types d'approximation du cycle ont été exploités, cette approximation basée sur la fonction inverse de tangente lié à la loi de comportement magnétique du matériau.

- **Forme trigonométrique**

Selon les recherches de la Réf [103], l'aimantation peut être exprimée sous la forme :

$$H(H) = \frac{2}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \times \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \quad (III.39)$$

De même, les cycles mineurs de l'hystérésis peuvent être également représentés par :

$$H(H) = \frac{2}{\pi} K M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \times \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \pm (1 - K) M_r \quad (III.40)$$

Avec :

$$K = \frac{M_r + M_{rm}}{2M_r} \quad (III.41)$$

M_{rm} : est l'aimantation rémanente du cycle mineur.

La figure (fig. III.9) représente deux cycles d'hystérésis caractérisent par $Ms_1=2.10^6$ A/m, $Mr_1=4.10^5$ A/m; $Hc_1=700$ A/m; $Ms_2=2.10^6$ A/m, $Mr_2=4.10^5$ A/m; $Hc_2=700$ A/m;

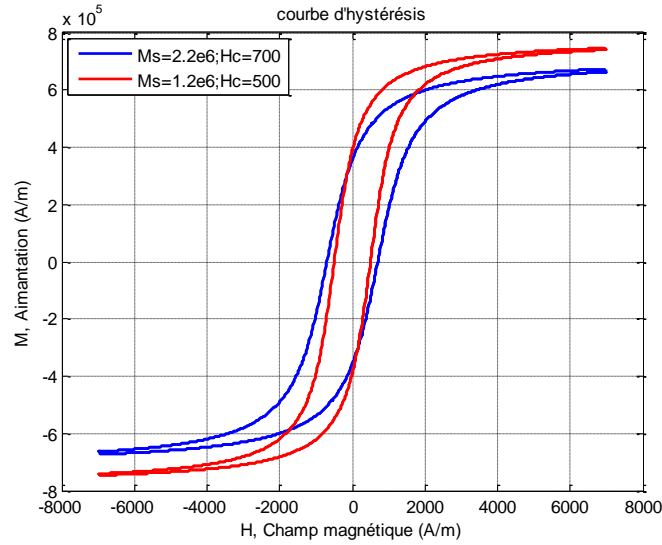


Figure III.8 Cycle d'hystérésis simulé par la fonction trigonométrique.

III.1.3.7 Modèle à fonction harmonique

Généralement, les machines électriques et les transformateurs sont alimentés par un signal sinusoïdal, et en raison du comportement non linéaire des circuits magnétiques, la densité de flux aura une forme complexe (périodique non sinusoïdal) qu'on peut l'analyser ou la décomposer en série de Fourier basant sur les points expérimentaux de la courbe de première aimantation [105-106]. Ce modèle ne comporte aucune interprétation physique, et ne peut pas décrire les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis. La décomposition de l'induction en série de Fourier a la forme suivante :

$$B = B_s + \sum_{i=0}^n \gamma_{2i+1} \sin\left(\frac{(2i+1)\pi}{4H_s}(H - H_s)\right) \quad (III.42)$$

$$\gamma_{2i+1} = \frac{16H_s}{((2i+1)\pi)^2} \left[\alpha_n \sin\left(\frac{(2i+1)\pi}{2}\right) + \sum_{k=1}^{n-1} (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \sin\left(\frac{(2i+1)\pi}{4}\right) \right] \quad (III.43)$$

H_s est le champ de saturation, B_s l'induction de saturation et n le nombre de termes de la série. Les coefficients γ_{2i+1} sont définis par :

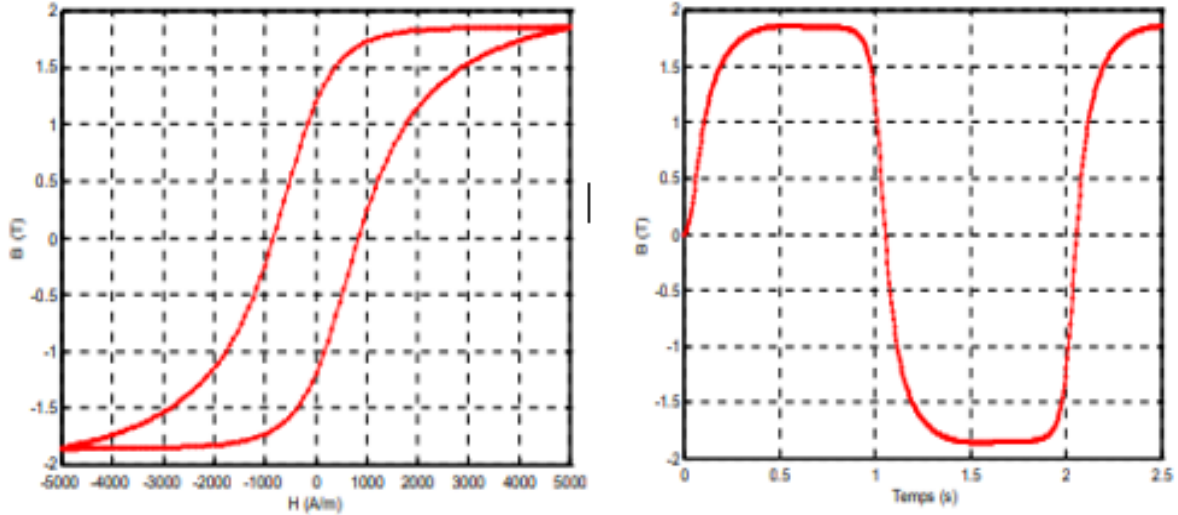


Figure III.9 Cycle d'hystérésis et l'induction à base des séries de Fourier.

III.I.3.8 Modèle Potter

Les travaux présentés par Potter, ont permis d'approximer le cycle d'hystérésis par un modèle basé sur les points trouvés expérimentalement tels que : l'aimantation de saturation M_s , l'aimantation rémanente M_r , le champ de saturation H_s et le champ coercitif H_c . Ces relevés sont nécessaires pour établir ce modèle. Ce modèle est caractérisé par une fonction analytique paramétrée par α . Cependant, ce modèle est relativement simple à mettre en œuvre, mais il ne décrit pas correctement les cycles mineurs. Le modèle est donné sous la forme [107] :

$$M(H, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left(1 + \tanh \left(\frac{H_c - H \times \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right) \right] \quad (\text{III.44})$$

Le coefficient α vaut ± 1 sur le cycle majeur, il est donné à chaque point de renversement par H et α^* . L'aimantation M sera alors calculée en fonction de H et α^* . Il est positif lorsque H est croissant et négatif si H est décroissant tel que $\alpha \leq 1$.

$$\alpha^* = \frac{2 \text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \left(\frac{H}{H_c} \right) \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right]}{1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \left(\frac{H}{H_c} \right) \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right)} \quad (\text{III.45})$$

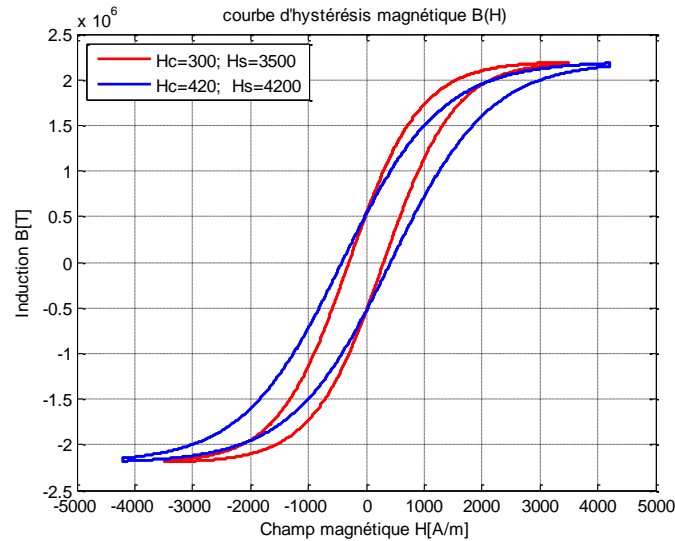


Figure III.10 Cycle d'hystérésis obtenu par le modèle Potter.

III.1.3.9 Modèle d'Ising

Comme nous avons abordé auparavant que le comportement magnétique est une conséquence directe des interactions d'échange entre les moments magnétiques atomiques proches. Parmi les modèles qui font la description de ce phénomène, on trouve le modèle d'Ising proposé par le physicien Ernst Ising en 1927 [108]. Dans ce modèle, il suppose qu'un réseau cristallin 2D régulier et constitué de N moments magnétiques de même nature (fig. III.11). De plus, dans le modèle simple à deux niveaux, chaque noyau i du réseau possède un moment magnétique unitaire S_i ayant deux directions possibles ($S_i = \pm 1$). Ce modèle est généralement utilisé pour représenter le phénomène d'hystérésis dans les supports de l'enregistrement magnétique [110].

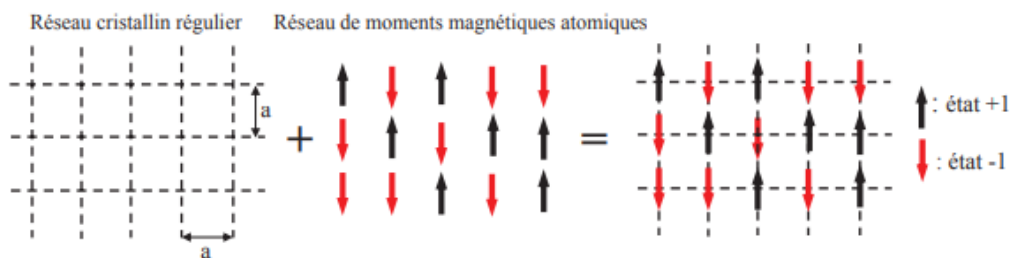


Figure III.11 Schéma descriptif du cristallin régulier et moments magnétiques atomiques.

Pour un système ferromagnétique soumis à un champ extérieur H , et à partir de l'expression de l'énergie d'échange précité par l'équation (Eq I.31) du paragraphe I.6.1, le hamiltonien est donné par :

$$H_{ising} = \sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j - H \sum_{i=1}^N S_i \tag{III.46}$$

L'énergie d'échange est supposée isotope, c'est-à-dire que tous les sites du cristal sont identiques. Ce qui conduit à un facteur de couplage magnétique J identique pour toutes les paires (i, j) (J est positif, car le système est ferromagnétique). L'hamiltonien du système devient donc [07] :

$$H_{ising} = -\sum_{i=1}^N S_i \left(H + J \sum_{j \text{ voisin}} S_j \right) \quad (\text{III.47})$$

D'après l'équation (Eq III.47), le champ H_i auquel est soumis un moment magnétique i de la part des autres moments magnétiques $N-1$ est donné par :

$$H_i = \left(H + J \sum_{j \text{ voisin}} S_j \right) \quad (\text{III.48})$$

L'état d'un moment magnétique de l'équation (Eq III.46) peut être déterminé, en affectant le signe (+) si H_i est positif, et le signe (-) si H_i est négatif. Dans ce cas, on achèvera à déterminer l'aimantation totale, cependant cette description du modèle ne tient pas en compte l'effet thermique.

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \quad (\text{III.49})$$

Toutefois, ce modèle permet d'introduire l'effet de la température agit sur les moments magnétiques, où leur dynamique décrit par la probabilité de basculement de Glauber :

$$P(S_i \rightarrow -S_i) = \frac{\exp(-\beta \Delta E_i)}{1 + \exp(-\beta \Delta E_i)} \quad (\text{III.50})$$

Avec :

$\beta = 1/kT$: Constante de Boltzmann (facteur de proportionnalité relie la température thermodynamique d'un système avec son énergie interne).

ΔE_i : la variation d'énergie du moment magnétique donné par :

$$\Delta E_i = 2S_i \left(H + J \sum_{j \text{ voisin}} S_j \right) \quad (\text{III.51})$$

III.I.3.10 Modèle de Stoner-Wohlfarth

Ce modèle phénoménologique est peu utilisé pour les matériaux doux, dont l'hystérésis statique s'explique physiquement plus par des problématiques d'accrochages et de décrochages des parois au niveau des défauts cristallins. Ce modèle caractérise la rotation cohérente des moments magnétiques, le concept de ce modèle est qu'on suppose un matériau magnétique est constitué de petites particules mono domaines juxtaposés et possédant un moment de norme constante et apte de tourner. A partir de ce concept, on peut déduire l'aimantation, qui est l'apport de toutes les particules [1-25] :

$$M(H) = \left(\frac{M_s}{N} \right) \sum_{i=1}^N m_i(H) \quad (\text{III.52})$$

Où m_i est l'aimantation de la particule et M_s l'aimantation à saturation. L'application d'un champ magnétique fait tourner la particule de manière à minimiser l'énergie totale, Cette énergie est la contribution de l'énergie magnétostatique et de l'énergie d'anisotropie qui s'écrit :

$$w = K \cdot \sin^2 \vartheta - \mu_0 H \cdot M \cdot \cos(\vartheta_0 - \vartheta) \quad (\text{III.53})$$

Avec K est la constante d'anisotropie, et ϑ représente l'angle entre l'axe de facile aimantation et le vecteur d'aimantation. Le premier terme de l'équation (Eq III.53) représente l'énergie d'anisotropie et le second terme représente l'énergie potentielle magnétique.

La position d'équilibre de M_s peut être obtenue sous une condition énergétique extrême en annulant la dérivée de l'énergie, cet équilibre sera stable si le maximum appartient à une énergie minimale, et est obtenue par la dérivée seconde positive, si non sera instable.

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} = 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial \vartheta^2} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.54})$$

III.I.3.11 Modèle Chimique (Nouredine)

Le format de ce modèle est inspiré de la thermodynamique chimique. Ce modèle a été établi en 2002 par Amir Nouredine, où il considère que le processus d'aimantations statiques (en particulier le mouvement des parois magnétiques) comme une réaction chimique dans

laquelle le volume de certains domaines magnétiques diminue en faveur d'autres domaines. Cependant, ce modèle est basé sur le retournement des moments magnétiques qui traduit les déplacements des parois, et la rotation progressive des moments qui correspondent à leur changement de direction. Nous notons bien que ce modèle convient mieux aux matériaux durs qu'aux matériaux doux. L'aimantation M de cette approche est définie par quatre paramètres.

$$M_{renv} = \delta \cdot M_{renvS} \tanh \left(\left(\frac{\beta}{2\gamma} \right) \ln \left(\exp(\delta \cdot \gamma \cdot H) + b \right) - \beta \frac{H_c}{2} \right) \quad (III.55)$$

Avec :

$\delta = +1$ si le champ est croissant, si non prend la valeur (-1) , M_s est l'aimantation de saturation. γ , K et β : sont des constantes, H_c : Champ coercitif. Les conditions initiale quand le champ augmente sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \left(K \cdot \frac{M_s + H_i}{M_s - H_i} \right)^{\gamma/\beta} - \exp(\gamma H_i) \\ K = \exp(\beta \cdot H_c) \end{array} \right. \quad (III.56)$$

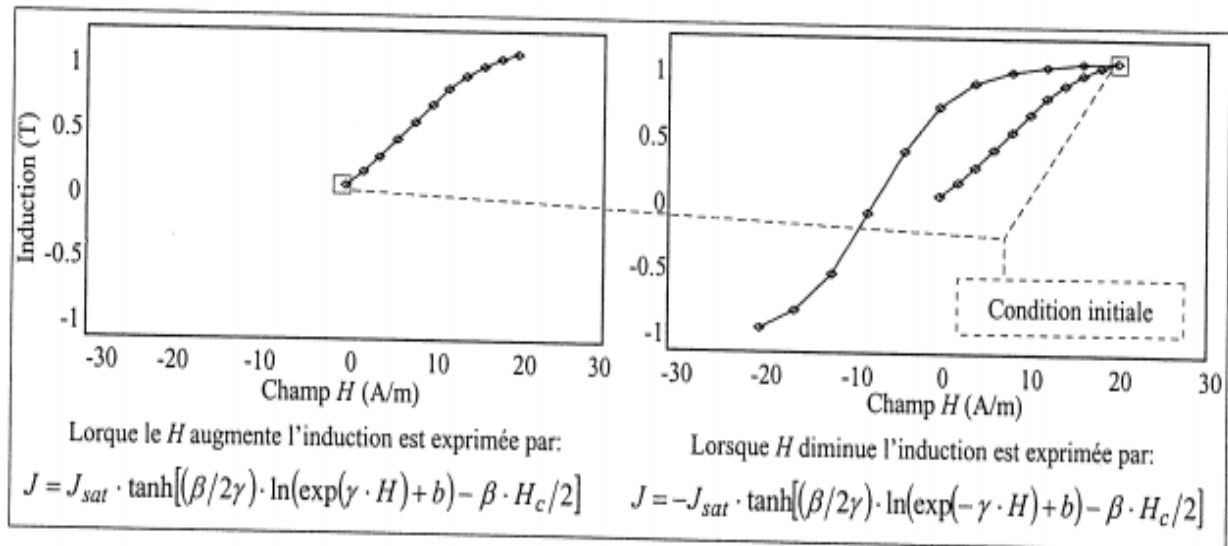


Figure III.12 Courbe B(H) par le modèle chimique [2].

Tandis que l'aimantation décrit par le modèle chimique est assurée seulement sur les déplacements de parois champ d'excitation faible. A champ d'excitation élevé, les mécanismes de rotation des moments se contribuent, ce qui conclut qu'un part important des moments ne participe pas au mécanisme de renversement [2]. Une autre approche basée sur l'équilibre thermodynamique a été développée afin de décrire le phénomène de rotation des moments,

cette approche s'écrit en fonction de l'angle entre le champ appliqué et les moments magnétiques. Pour trouver cet angle, il faut résoudre l'équation suivante :

$$k_1 \cdot sh\left(k_2\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right) + h \cdot \sin \vartheta - \alpha = 0 \quad (\text{III.57})$$

Avec :

$$h = \frac{1}{\beta} \ln(A + \exp(\delta\beta \cdot H)) \quad (\text{III.58})$$

L'aimantation contribue aux rotations des moments vaut :

$$M_{rot} = M_{rotSat} \cdot \cos \vartheta \quad (\text{III.59})$$

Où M_{rotSat} , k_1 , k_2 , α , A et β sont des paramètres liés aux rotations des moments. L'aimantation globale décrit par les deux mécanismes est :

$$M_{tot} = M_{rotSat} + M_{remvS} \quad (\text{III.60})$$

CHAPITRE III

Approches par modèles d'hystérésis

PARTIE II

PARTIE II.

III.II.1 Modèles physiques et dynamiques

Les modèles d'hystérésis cités précédemment ne peuvent pas décrire les phénomènes physiques et ne dépendent pas à la variation temporelle du champ d'excitation, le phénomène dynamique de l'hystérésis n'est plus donc considéré. En revanche, la plupart des équipements industriels fonctionnent en régime dynamique (moyenne ou haute fréquence), dont la connaissance de leurs comportements est nécessaire. Nombreux travaux ont été établis pour développer des modèles permettant de décrire le comportement physique en tenant compte de la variation temporelle du champ appliqué, ces modèles vont tenir en compte les pertes classiques et les pertes dynamiques. Dans le présent chapitre, nous présenterons les différents modèles mis en œuvre ces dernières années, tels que le modèle de Preisach, le modèle de Jiles-Atherton...etc.

III.II.2 Modèle de Duhem

Parmi les premiers modèles dynamiques proposés dans la littérature, le modèle de Duhem 1897-1903. Ce dernier est basé sur la description thermodynamique de l'évolution d'aimantation. Elle peut être exprimée sous forme d'équation différentielle avec la condition initiale. La résolution de cette équation permet de déterminer la caractéristique hystérésis.

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = f\left(B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \quad (III.61)$$

La fonction 'f' représente l'opérateur hystérésis, et donnée par :

$$f\left(B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) = g\left(B(t), H(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (III.62)$$

Avec g est une fonction continue avec des formes distinctes pour les branches ascendantes et descendantes :

$$g\left(B(t), H(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = \begin{cases} g_1(B, H) & \text{si } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) > 0 \\ g_2(B, H) & \text{si } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) < 0 \end{cases} \quad (III.63)$$

La représentation dynamique du processus d'aimantation peut être donnée par :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(B, H) \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^+ - g_2(B, H) \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right)^- \quad (\text{III.64})$$

Les signes (-) et (+) s'affectent les dérivés du champ d'excitation par rapport au temps sur les deux branches (montante et descendante) du cycle d'hystérésis. Cependant, ce modèle est très complexe de mise en œuvre, où l'identification des deux fonctions (g_1 et g_2) est assez difficile.

III.II.3 Modèle de Hodgdon

Ce modèle est basé sur le même principe que celui du Duhem. La résolution de l'équation différentielle (Eq III.65) permet de tracer le cycle d'hystérésis [111-112].

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| (f(H) - B) + \frac{\partial H}{\partial t} g(H) \quad (\text{III.65})$$

Hodgdon a mis en œuvre deux modèles, le premier est dit statique, dont la formule est la suivante :

$$\frac{\partial B}{\partial H} = \delta \cdot \alpha (f(H) - B) + g(H) \quad (\text{III.66})$$

L'intégration de l'équation (Eq III.66) permet de déterminer l'induction magnétique sur les branches ascendante et descendante du cycle majeur (Eq III.67).

$$\begin{aligned} B^+(H) &= f(H) + (B_0 - f(H_0)) \exp(\alpha(H - H_0)) + \\ &\exp\left(-\alpha H \int_{H_0}^H (g(\xi) - f'(\xi)) \exp(\alpha \cdot \xi) d\xi\right) \\ B^-(H) &= f(H) + (B_0 - f(H_0)) \exp(\alpha(H - H_0)) - \\ &\exp\left(-\alpha H \int_H^{H_0} (g(\xi) - f'(\xi)) \exp(-\alpha \cdot \xi) d\xi\right) \end{aligned} \quad (\text{III.67})$$

Selon les travaux de Hodgdon, le choix des fonctions $f(H)$ et $g(H)$ donne des résultats acceptables pour la représentation des cycles d'hystérésis.

$$f(H) = \begin{cases} b_1 \tan^{-1}(H_s / b_2) + \mu_0 (H - H_s) & \text{si } H > H_s \\ b_1 \tan^{-1}(H / b_2) & \text{si } |H| < H_s \\ -b_1 \tan^{-1}(H_s / b_2) + \mu_0 (H + H_s) & \text{si } H < -H_s \end{cases} \quad (\text{III.68})$$

$$g(H) = \begin{cases} f'(H) \left(1 - b_3 \exp(-b_4 |H| / (H_s - |H|))\right) & \text{si } |H| < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (\text{III.69})$$

Les paramètres b_1, b_2, b_3 et b_4 ; sont déterminés à partir du cycle mesuré.

$$\begin{cases} b_1 = B_s / 2\pi \\ b_2 = \frac{2B_s}{\pi b_2} \left(1 + (H_s / b_2)^2\right)^{-1} \\ b_3 = 1 + \frac{\alpha B_r - \mu_r}{f'(0)} \\ b_4 = \frac{H_s - H_c}{H_c} \ln \left(\frac{b_3 f'(H_c)}{\alpha f(H_c) + f'(H_c) - \mu_c} \right) \end{cases} \quad (\text{III.70})$$

Pour étudier le comportement dynamique par ce modèle, une nouvelle formulation a été établie en modifiant le terme $g(H)$:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| \left(f(H) - B \right) + \frac{\partial H}{\partial t} \bar{g}(H, \frac{\partial H}{\partial t}) \quad (\text{III.71})$$

Où :

$$\bar{g}(H) = \begin{cases} f'(H) \left(1 - b_3 C \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \exp \left(-b_4 |H| / (H_s - |H|) \right) \right) & \text{si } |H| < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (\text{III.72})$$

Les travaux de Hodgdon ne définissent pas les méthodes d'identification des paramètres du modèle dynamique, ce qui présente un majeur inconvénient, et rend le modèle relativement inapplicable.

III.II.4 Modèle globale DSF et locale DWM

III.II.4.1 Modèle globale Dynamic Static Feedback DSF

Ce modèle a été développé dans le laboratoire d'Ampère par les travaux de J.P Masson [117] en 1990. Il se repose sur l'équivalence de deux tores ; l'un conducteur et l'autre non conducteur (fig. III.13). Le premier tore est supposé fermer et de section constante, de longueur l_{moy} , et de N spires dans lesquelles va circuler un courant et génère un courant induit, la proposition de J.P Masson est de remanier le circuit conducteur (réel) par un circuit conducteur contient un circuit fictif débitant un courant induit sur une résistance r . L'utilisation du modèle « Dynamic Static Feedback » (DSF) nécessite les hypothèses suivantes : le matériau constitue le circuit soit isotrope afin d'utiliser une représentation scalaire de la loi constitutive statique du matériau, les grandeurs magnétiques sont supposés

homogènes, l'effet de peau est négligeable, et la contribution dynamique représentée dans un seul terme.

L'application du théorème d'Ampère sur ce circuit nous mène à une forme différentielle de l'induction instantanée en régime dynamique quelle que soit la forme d'onde d'excitation.

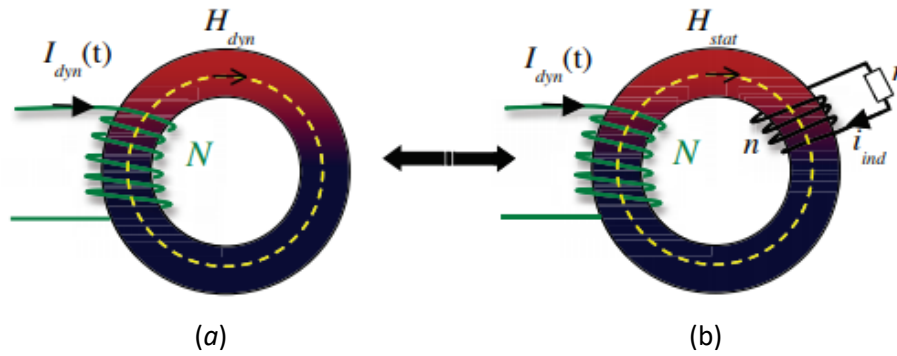


Figure III.13 Equivalence du modèle global, (a) circuit réel, (b) circuit conducteur.

$$H_{dyn}(t) = H_{stat}(B(t)) + \gamma \frac{dB(t)}{dt} \quad (\text{III.73})$$

Avec : $\gamma = \frac{n^2 S}{r \cdot L_{moy}}$,

Le terme (H_{stat}) décrit le comportement statique du matériau et calculer par n'importe quel modèle d'hystérésis.

Le paramètre γ regroupe l'effet dynamique lié aux pertes par courants induits, il est relatives à l'épaisseur des tôles et à la conductivité du matériau ($\sigma d^2/12$), La détermination du paramètre γ se fait par des essais expérimentaux et non par sa formule.

$$\gamma = \frac{\sigma d^2}{12} \quad (\text{III.74})$$

III.II.4.2 Modèle Fractional Derivative Model (FDM)

Autre modèle très similaire au modèle DSF a été développé. Mais il utilise une dérivée fractionnaire de l'induction moyenne pour pouvoir représenter les effets de la diffusion dans le matériau [118-119]. Le modèle à dérivée fractionnaire FDM est défini par l'équation différentielle (Eq III.75), de même que celle du modèle DSF. Ce modèle est facile à mise en œuvre et peut être intégré à n'importe quel modèle d'hystérésis statique.

$$H_{dyn}(t) = H_{stat}(B(t)) + \lambda_{FDM} \frac{d^\alpha B_m(t)}{dt^\alpha} \quad (\text{III.75})$$

Dans le cas d'une induction de type sinus, la relation (Eq III.75) s'exprime directement de manière analytique :

$$H_{excFDM}(t) = \lambda_{FDM} B_{max} \omega^\alpha \sin\left(\omega t + \alpha \cdot \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{III.76})$$

Où B_{max} représente la valeur maximum de l'induction moyenne $B_m(t)$. L'ordre α de la dérivation fractionnaire est égal à 1/2, la valeur du coefficient λ_{FDM} est définie à partir des essais expérimentaux.

III.II.4.3 Modèle dynamique local DWM (Diffusion & Wall motion)

En régime dynamique, les courants induits se contestent la pénétration du flux, ce phénomène lié à l'épaisseur de peau et nommé par la diffusion magnétique. Le problème de diffusion magnétique peut être défini par une équation aux dérivées partielles couplée à la loi constitutive du matériau $B(H)$ comme le modèle de Jiles-Atherton, dans ce cas, on parle « modèle classique de diffusion » (Eq III.77). Les résultats obtenus dans la Réf. [42] donnent une mauvaise représentation des effets dynamiques, où les courants de Foucault dominent le modèle de propagation classique. Alors que les courants induits par le déplacement des parois ne sont pas pris en compte.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}(y,t) &= \sigma \frac{\partial H}{\partial t}(y,t) \\ \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}(y,t) &= \sigma \frac{\partial [\mu_{stat}(H(y,t)) \cdot H(y,t)]}{\partial t} \quad \forall y \in \left[-\frac{d}{2}; +\frac{d}{2}\right] \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

Pour limiter ce problème, un modèle complet de diffusion contenant des effets dynamiques dus aux mouvements des parois a été élaboré nommé « Diffusion & Wall Motion ». La notion du modèle DWM est d'intégrer une loi dynamique qui rend compte les effets des mouvements des parois au modèle classique de diffusion.

Comme nous avons déjà évoqué au chapitre I, les matériaux magnétiques sont le siège de nombreux domaines magnétiques séparés par des parois. Dans ce modèle, la même hypothèse d'homogénéisation à celle de DSF a été adoptée [120]. En effet, une expression identique à celle de (Eq III.73) mais en y introduisant un paramètre β lié à la forme des domaines, et est différent du paramètre γ du modèle DSF.

$$\beta \frac{\partial B}{\partial t}(y,t) = H(y,t) - H_{stat}(B(y,t)) \quad \forall y \in \left[-\frac{d}{2}; +\frac{d}{2}\right] \quad (\text{III.78})$$

L'incorporation de l'équation (Eq III.78) à l'équation de diffusion magnétique classique (Eq III.77), permet de définir le modèle DWM (Eq III.79) qui prend compte au même temps les effets des courants de Foucault macroscopiques et aux courants microscopiques. L'avantage principal de ce modèle est que la plage de fréquence est étendue plus que DSF. Alors que l'inconvénient réside dans le temps de calcul.

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}(y,t) = \frac{\sigma}{\beta} \left(H(y,t) - H_{stat}(B(y,t)) \right) \quad \forall y \in \left[-\frac{d}{2}; +\frac{d}{2} \right] \quad (\text{III.79})$$

Le paramètre β regroupe globalement l'effet dynamique, et identifié à partir des tests expérimentaux.

III.II.5 Modèle de Loss surface

Les efforts pour améliorer les modèles et de développer d'autres modèles sont encore continuent. Parmi les modèles les plus récents, un modèle macroscopique d'hystérésis scalaire dynamique présentant la caractérisation hystérétique a été développé au G2Elab [113-114], il s'agit donc le modèle Loss Surface noté LS. Ce modèle présente une fidélité acceptable du comportement réel du phénomène [115], cependant, il est basé sur deux contributions, statique et dynamique. La première est la partie la plus sensible du modèle en tenant compte de l'induction B et l'histoire de l'aimantation, et l'autre liée à l'induction B et sa variation temporelle dB/dt permettant de reproduire le comportement dynamique du matériau en fonction de la fréquence et de la forme d'onde d'excitation : sinus, trapèze, triangle, MLI. Cette contribution contient tous les effets dynamiques : courants induits macroscopiques, nucléation, déplacement, déformation. Son identification repose principalement sur une surface caractéristique unique $H_{meso}(B, dB/dt)$ déterminée expérimentalement.

$$H(B, dB/dt) = H_{stat}(B, \text{histoire}) + H_{dyn}(B, dB/dt) \quad (\text{III.80})$$

Où :

- H_{stat} est représenté par un modèle d'hystérésis scalaire dans lequel deux termes sont considérés : un champ anhystérétique auquel est juxtaposé un champ de frottement rend en compte de la rugosité du terrain dans lequel se déplace les parois. Cette partie nécessite deux entrées principales : un cycle majeur quasi-statique effectué à une induction de saturation et quelques cycles à plus basses inductions [116].

$$LS_{sta} = H_{sta}(B, \text{historique}) = H_s(B_0) + \text{quelques_cycles} \quad (\text{III.81})$$

• $H_{dyn}(B, dB/dt)$ ce terme est calculé à partir de la surface $H_{mesdyn}(B, dB/dt)$ extraite de la surface globale $H_{mes0}(B, dB/dt)$ après soustraction de la contribution quasi-statique. Sa forme est régulière, sans discontinuité de surface, et elle est approchée par des portions de polynômes [114].

$$H_{dyn}(B, dB/dt) = \left(C_0 + C_1 * \text{sign}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) * B \right) * \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) \quad (\text{III.82})$$

Le modèle statique a été amélioré pour mieux comprendre son fonctionnement. Selon les travaux de la thèse [114], la nouvelle contribution statique est basée sur deux termes, une partie présente la courbe anhystérétique du modèle dite champ réversible H_{rev} , ou bien le champ anhystérétique, et le champ complémentaire H_{com} , aussi désigné par le champ irréversible H_{irr} .

$$H_{sta} = H_{anyh} + H_{comp} \quad (\text{III.83})$$

$$H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^m \alpha_{ij} \left(\frac{dB}{dt}\right)^m \right) \times B^n \quad (\text{III.84})$$

III.II.6 Modèle de Preisach

Parmi les modèles les plus répandus aujourd'hui dans la communauté scientifique du magnétisme, il s'agit le modèle de Preisach qui a été élaboré par le physicien allemand Frederick Preisach en 1935. Ce modèle repose sur des approches phénoménologiques basé sur la connaissance du mécanisme physique de l'aimantation. Cependant, le concept de ce modèle est de représenter l'état magnétique du matériau à un instant donné par un ensemble d'entités magnétiques appelé hystéron (hystéron peut être assimilées à des moments magnétiques ou domaines élémentaires) [121], chaque hystéron se comporte par un cycle élémentaire rectangulaire (c.-à-d. possède un état d'aimantation) décalé par rapport à l'origine, et défini par une fonction dite distribution de Preisach ou densité de Preisach. En présence d'un champ magnétique, les cycles élémentaires peuvent avoir deux états de saturation magnétiques possibles $M = \pm I$ (fig. III.14), et sont caractérisés par les champs de basculement "bas" et "haut" notés respectivement α et β , qui varient d'un état vers l'autre ($\beta < \alpha$) [15-25]

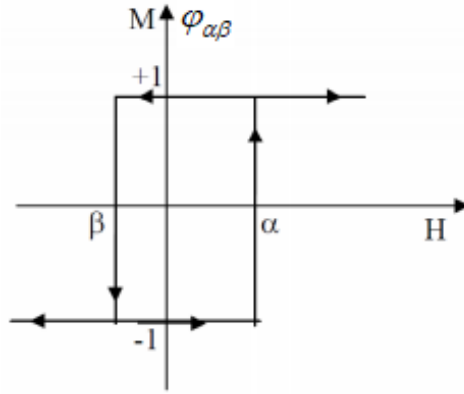


Figure III.14 Cycle élémentaire d'un hystéron.

La connaissance de la fonction distribution statistique des cycles élémentaires permet de déterminer l'aimantation du matériau. Cette fonction dépend de l'état magnétique du matériau et peut être déterminée expérimentalement ou analytiquement. L'aimantation $M(t)$, résultant de l'application du champ $H(t)$ à l'instant t , s'écrit alors :

$$M(t) = M_{sat} \iint_S \rho(\alpha, \beta) \cdot \varphi_{\alpha\beta} [H(t)] d\alpha d\beta \tag{III.85}$$

Où $\varphi_{\alpha,\beta}[H(t)]$ est l'opérateur associé à l'hystéron prend la valeur +1 ou -1 selon la variation du champ magnétique, et $\rho(\alpha,\beta)$ représente la fonction de distribution de Preisach, elle représente le plan de Preisach par un triangle de surface S limité par la droite $\alpha=\beta$, $\alpha=Hs$ et $\beta=-Hs$. A l'état désaimanté, la surface est subdivisé en deux surface S^+ et S^- , tel que : $S=S^++S^-$. La frontière $\alpha=-\beta$ entre les deux surfaces contient l'histoire du matériau et se change lorsque le champ varie (fig. III.15) dans ce cas l'aimantation devient :

$$M(t) = M_{sat} \left[\iint_{S^+} \rho(\alpha, \beta) \cdot \varphi_{\alpha\beta} [H(t)] d\alpha d\beta - \iint_{S^-} \rho(\alpha, \beta) \cdot \varphi_{\alpha\beta} [H(t)] d\alpha d\beta \right] \tag{III.86}$$

Dans la figure (fig. III.15), on montre le mécanisme de la variation instantanée du champ magnétique d'excitation. L'évolution de champ est repérée par une flèche (haute et basse), cette variation fait apparaitre la droite verticale variable dans le temps $L(t)$ séparant le plan de Preisach en deux parties (S^+) et (S^-). L'aimantation sera formée par la variation de la surface du triangle de Preisach (S).

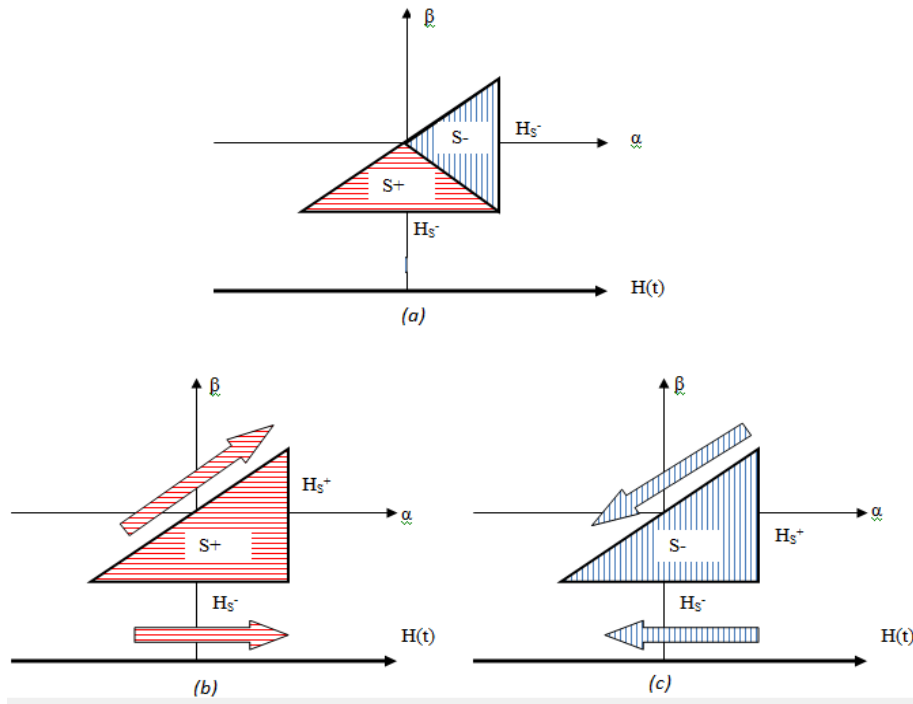


Figure III.15 (a) Etat désaimanté d'un échantillon $S^+=S^-$, (b) état saturé positivement. (c) état saturé négativement.

III.II.6.1 Description géométrique de l'aimantation

Supposons qu'un échantillon initialement désaimanté, on considère qu'il est excité par un champ oscillant entre différents extrêmes H , H_1 et H_2 . Si le champ augmente de H_1 à H_s les hystérons tels que $\alpha \leq H_1$ vont prendre l'état +1. Si le champ diminue de H_s tels que β étant dans l'état +1 les hystérons vont basculer à l'état (-1). En concluant qu'une augmentation du champ entraîne l'apparition des segments verticaux sur la frontière $L(t)$, alors qu'une diminution du champ entraîne la formation des segments horizontaux sur $L(t)$. Donc l'aimantation du matériau dépend de $L(t)$ qui représente l'histoire magnétique du matériau. Les oscillations des champs permet de représenter les cycles mineurs fermés et congruents. Dans la figure (fig. III.16) on représente les étapes de formulation un cycle d'hystérésis à partir de l'état démagnétisé représenté sur la figure précédente (fig. III.15).

III.II.6.2 Détermination de la densité de Preisach

Deux méthodes de recherche ont été mise en œuvre pour déterminer la fonction de distribution de Preisach. La première, elle s'agit la méthode numérique en basant sur un seul ou plusieurs cycles expérimentaux, et la deuxième, c'est la méthode analytique en essayant de l'approximer par une expression analytique.

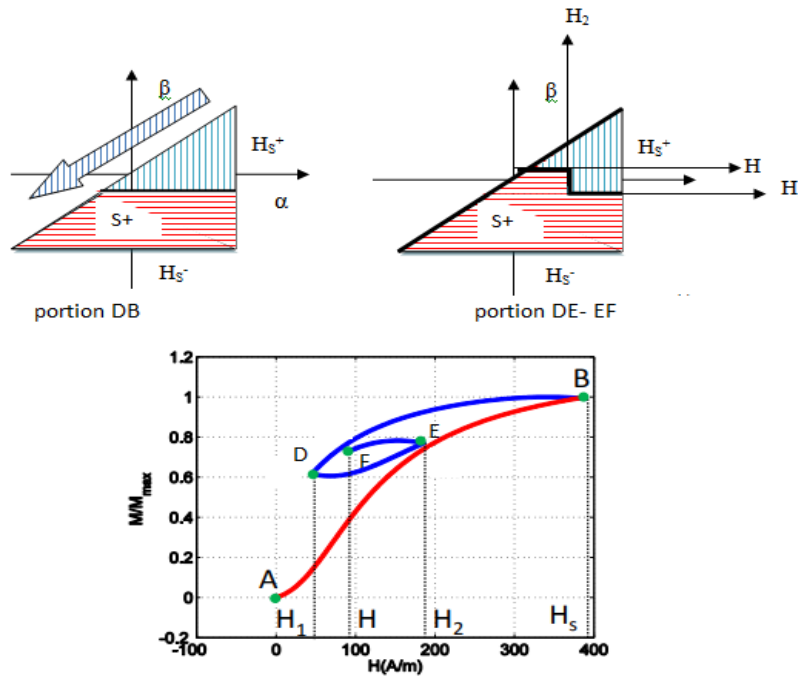


Figure III.16 Schéma d'évolution de l'aimantation du modèle de Preisach statique.

- **Approche numérique**

Cette approche requiert des relevés expérimentaux, on trouve principalement quatre méthodes numériques permettant l'identification de la densité de Preisach ; la méthode de Biorci-Pescitti s'appuie sur la courbe de 1ère aimantation et la partie descendante du cycle majeur [122], la méthode de Mayergoysz repose sur les courbes de renversement du 1er ordre [123], et la méthode des cycles centrés [124].

- **Approche analytique**

La deuxième approche utilisée sert à approcher la fonction de distribution par une fonction analytique, ce qu'il rend facile à appliquer de sorte que ne requiert que des données expérimentales. Diverses fonctions incluses dans cette approche, parmi eux, on trouve (fonction Gaussienne, fonction Lorentzienne,...)[124]. Les paramètres de ces fonctions sont déterminés par des méthodes d'optimisation.

III.II.6.2.a La distribution Gaussienne

La fonction de distribution Gaussienne, peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(h_c, h_i) = \frac{B_s}{2\pi\sigma_c\sigma_i} \left[\exp\left(\frac{-(h_i - h_{cm})^2}{2\sigma_c^2}\right) \right] \times \left[\exp\left(\frac{-h_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \right] \tag{III.87}$$

Cette fonction caractérise par cinq paramètres :

B_s : est l'induction de saturation. **σ_c** et **σ_i** : sont les écarts types relatifs à **h_c** et **h_i**. **h_{cm}** : est le champ coercitif moyen, **h_c** = (α+β)/2 et **h_i** = (α-β)/2. La figure ci-dessous représente les contours

de distribution Gaussienne, avec $B_s=2$; $\sigma_c =100$; $\sigma_i =500$; $h_{cm}=300$; $\alpha_{max}=3000$; $\beta_{max}=3000$.

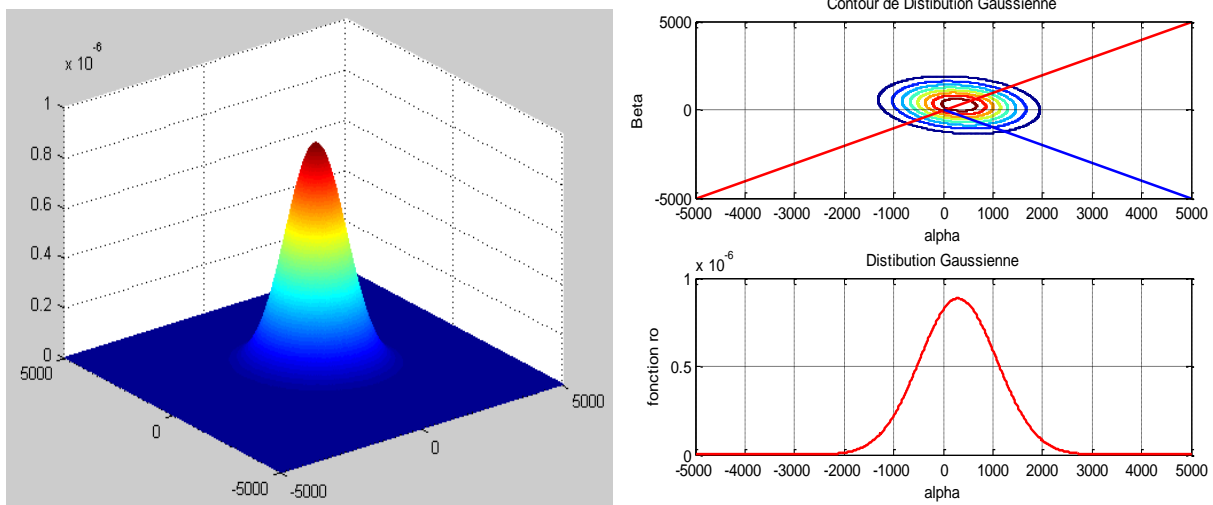


Figure III.17 Contour et distribution spatiale de type Gaussienne.

Cette fonction n'est donc pas adaptée pour les tôles FeSi, elle permet donc de reproduire des cycles rectangulaires présentés par les média ou l'enregistrement magnétique. Il faudrait donc utiliser d'autres fonctions qui s'adaptent au comportement des tôles magnétiques.

III.II.6.2.b La distribution de type Lorentz

La fonction de type Lorentzienne est l'une des fonctions de distribution les plus répandues. La forme générale est un produit de deux distributions, elle s'écrit sous la forme :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{k}{\left(1 + \left(\frac{\alpha}{H_c} - 0.5\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{\beta}{H_c} + 0.5\right)^2\right)} \tag{III.88}$$

Avec :

H_c : Le champ coercitif.

K : Coefficient de régulation ou constante de normalisation.

α et β : Sont les variables de la fonction de distribution, (champ d'inversion).

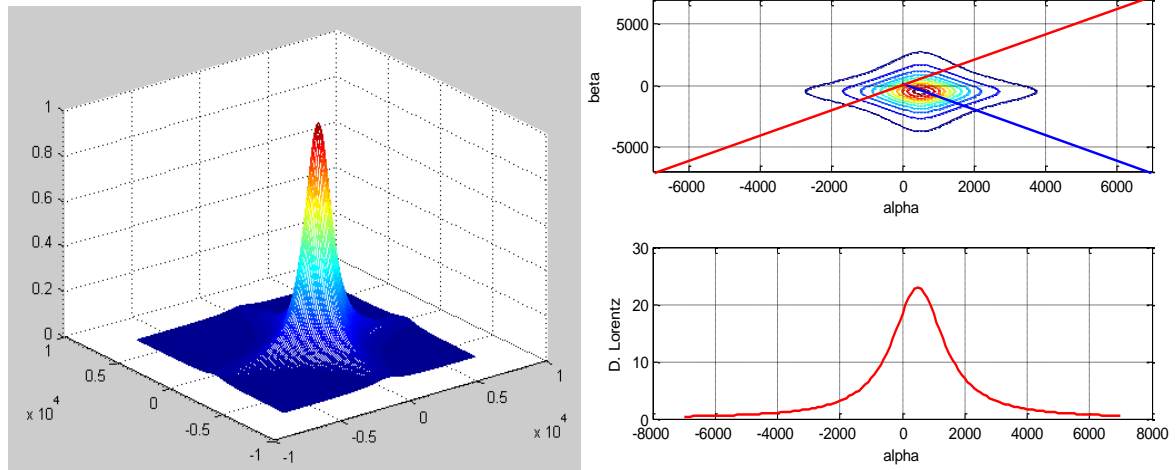


Figure III.18 Contour et distribution spatiale de la fonction Lorentzienne.

III.II.6.2.c La distribution de Lorentz Modifié

Bien que l'association de cette fonction permet une implantation rapide du modèle de Preisach, et vérifier régulièrement l'évolution de l'aimantation du matériau. Néanmoins, cette fonction a montré une imprécision pour certains échantillons. Si on prend par exemple deux échantillons de même valeur de K et H_c , les cycles générés ne sont plus identiques, c'est pourquoi une autre forme modifiée sera exploitée afin d'améliorer la précision du modèle, il s'agit donc la fonction de Lorentz modifiée. Cette dernière consiste à ajouter deux paramètres a et b , et s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right) \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} \quad (III.89)$$

Avec : $a > 0$ et $1 \leq b \leq (H_s / H_c)$

c.1) Propriétés de fonction de distribution de Lorentz modifié

Effet du Paramètre a

Les figures ci-dessous englobent l'effet de la variation de nouveau paramètre sur l'évolution de la distribution spatiale et les contours de la fonction modifiée. En faisant varier le paramètre a et on garde les paramètres K , b et H_c constants ($K=2$, $b=1$, $H_c=1000A/m$).

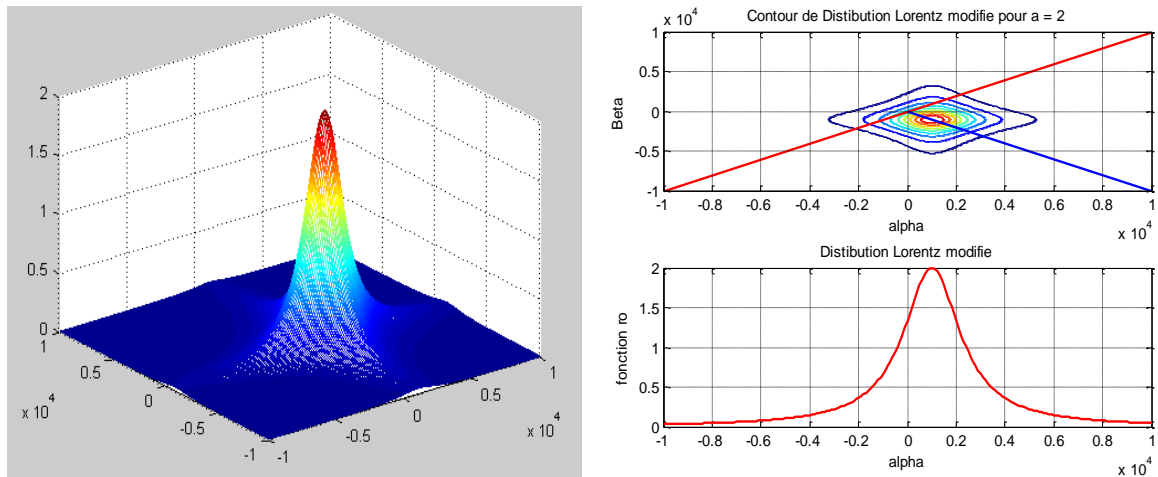


Figure III.19 La distribution spatiale et les contours de la distribution pour $a=2$.

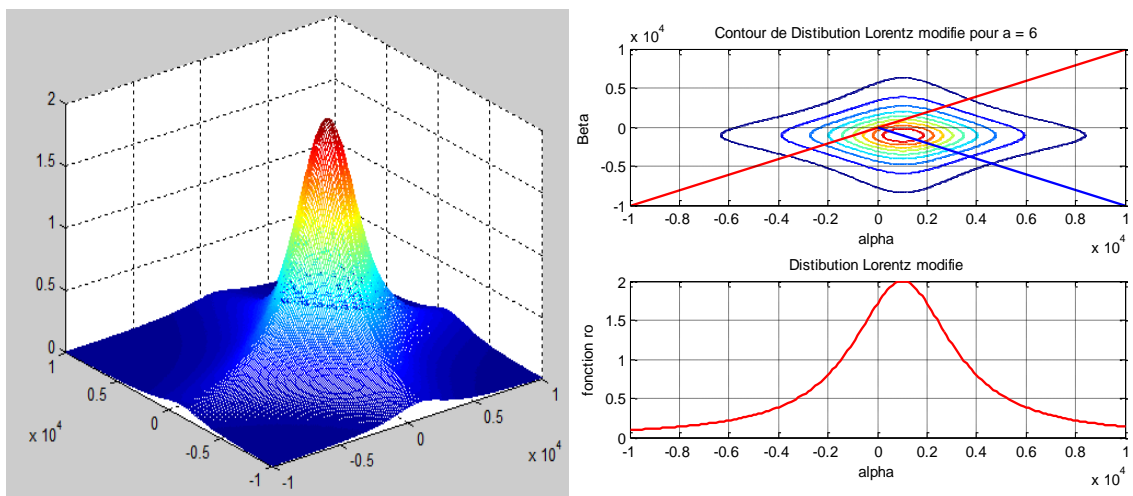


Figure III.20 La distribution spatiale et les contours de la distribution $a=6$.

Effet du Paramètre b

De même manière que la précédente en fixant K , a et H_c , ($K=2$, $a=1$, $H_c=1000A/m$).

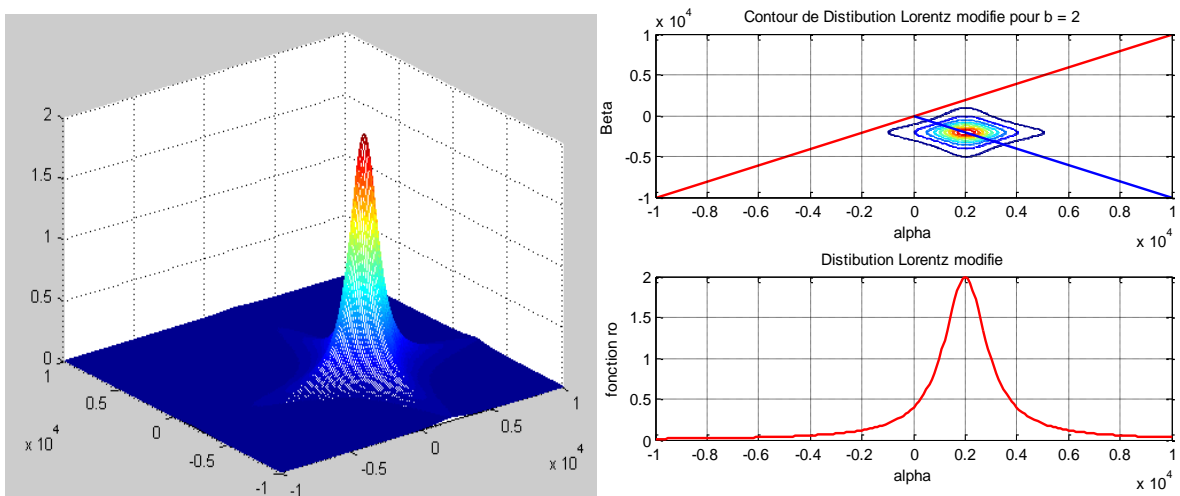


Figure III.21 La distribution spatiale et les contours de la distribution $b=2$.

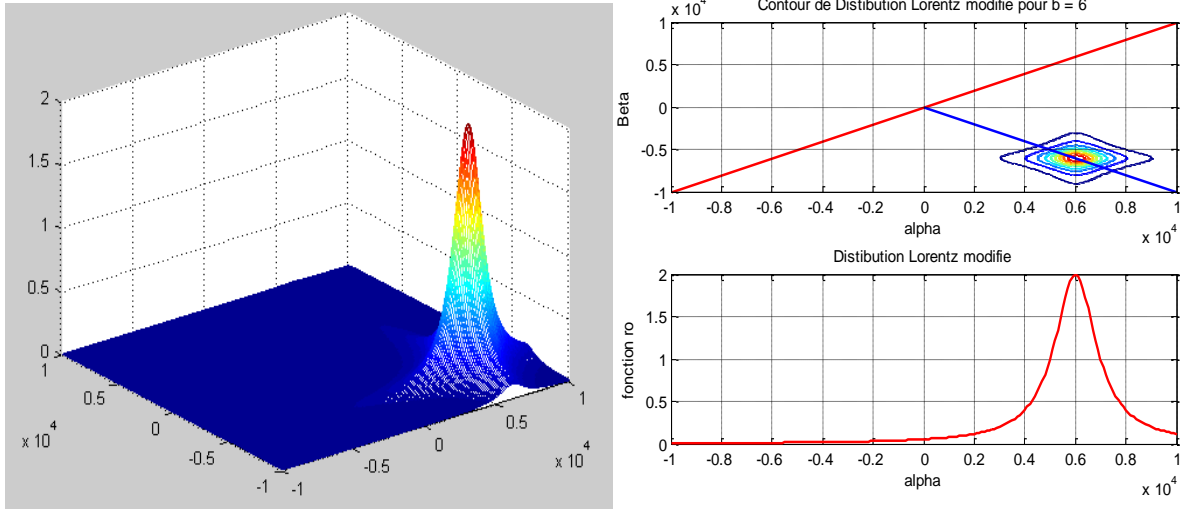


Figure III.22 La distribution spatiale et les contours de la distribution $b=6$.

D'après les figures tracées, nous pouvons conclure que la variation des paramètres n n'influe plus sur la symétrie par rapport à l'axe des contours de distribution $\alpha = -\beta$, mais il y a un déplacement pour les contours de cette fonction sur le plan de Preisach.

III.II.6.3 Expression mathématique du modèle

La mise en œuvre de la fonction de distribution de Lorentz modifié, permet de déduire la formulation mathématique modèle de Preisach, en intégrant la fonction de distribution sur toute la surface. Celle-ci est décrite par l'équation suivante :

$$M(H_i) = M(H_{i-1}) \pm 2L(H, H_{i-1})$$

$$L(H, H_{i-1}) = \iint_S \frac{ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right) \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} d\alpha d\beta \tag{III.90}$$

Donc l'aimantation totale d'un matériau s'écrit sous la forme :

$$M_i = M_{(i-1)} \pm 2 \iint_S \frac{ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right) \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} d\alpha d\beta \tag{III.91}$$

A partir de l'équation (Eq III.89) on peut déduire les trois parties de la boucle d'hystérésis (La courbe de première aimantation, la branche descendante et la branche ascendante).

a) Courbe de première aimantation

Un échantillon à l'état désaimanté soumis à un champ d'excitation sinusoïdale croissant, dans ce cas seul les valeurs de α sont considérées. La formulation de la courbe de première aimantation correspondante de cette courbe est déduite de l'équation suivante :

$$M_i = M_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_i} \left(\frac{ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right)} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{\left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} d\beta \right) d\alpha \quad (\text{III.92})$$

La méthode de changement de variable permet de calculer le deuxième terme de l'intégrale de variable, on aura donc :

$$Y = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right) \Rightarrow d\beta = \sqrt{a} H_c dY \quad (\text{III.93})$$

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{\left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2\right)} d\beta = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{(1+Y^2)} dY \quad (\text{III.94})$$

$$\text{Avec : } Y_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\alpha}{H_c} + b \right); Y_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{H_c} + b \right); \left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right)^2 \right)^{-1} = P$$

Donc :

$$\frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{(1+Y^2)} dY = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \left[\text{arctg}(Y_2) - \text{arctg}(Y_1) \right] \quad (\text{III.95})$$

En remplaçant l'équation (Eq III.95) dans l'équation (Eq III.92), on achève à l'expression finale de l'aimantation, et est donnée par l'équation :

$$M_i = M_{i-1} + 2KH_c a \sqrt{a} \times \int_{H_{i-1}}^{H_i} P \left[\text{arctg}(Y_2) - \text{arctg}(Y_1) \right] d\alpha \quad (\text{III.96})$$

b) Branche descendante

A l'instant ($T/4$) on suppose que l'échantillon est saturé positivement, ce qui montre que tous les hystérons sont à l'état haut. En diminuant le champ d'excitation de H_s jusqu'à $-H_s$, où

les hystérons vont passer à l'état bas, donc seul les valeurs de β qui seront prise en compte. La branche descendante du cycle est représentée par :

$$M_i(t) = M_{i-1}(t) - 2 \int_{H(t_i)}^{H(t_{i-1})} \left(\frac{Ka^2}{a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b\right)^2} \int_{\beta}^{H_s} \frac{1}{a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2} d\alpha \right) d\beta \quad (\text{III.97})$$

On calcule le deuxième terme de l'intégrale par la méthode de changement de variable, on aura donc :

$$Y = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right) \Rightarrow d\alpha = \sqrt{a} H_c dY \quad (\text{III.98})$$

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2} d\alpha = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{1+Y^2} dY \quad (\text{III.99})$$

$$\text{Avec : } \left\{ Y_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\beta}{H_c} - b \right); Y_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{H_s}{H_c} - b \right); P = \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)^{-1} \right.$$

Donc :

$$\frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{1+X^2} dY = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \left[\arctg(Y_2) - \arctg(Y_1) \right] \quad (\text{III.100})$$

En remplaçant l'équation (Eq III.100) dans l'équation (Eq III.97) on achève à l'expression finale de la branche descendante, et est donnée par l'équation :

$$M_i = M_{i-1} - 2KH_c a \sqrt{a} \times \int_{H_{i-1}}^{H_i} p \left[\arctg(Y_2) - \arctg(Y_1) \right] d\beta \quad (\text{III.101})$$

c) Branche Montante

Le plan de Preisach étant occupé par la surface S_- , où l'échantillon est saturé négativement. Maintenant, en faisant augmenter le champ d'excitation de $-H_s$ jusqu'à H_s , ce qui désigne que tous les hystérons vont basculer de l'état bas à l'état haut. Dans ce cas seul les valeurs de α qui seront prise en compte. La branche ascendante du cycle est représentée par :

$$M_i = M_{i-1} + 2 \int_{H_{i-1}}^{H_i} \left(\frac{Ka^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right)^2 \right)} \int_{-H_s}^{\alpha} \frac{1}{\left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)} d\beta \right) d\alpha \quad (III.101)$$

En intégrant le deuxième terme de l'intégrale (Eq III.101), par la méthode de changement de variable, on prend :

$$Y = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right) \Rightarrow d\beta = \sqrt{a} H_c dY \quad (III.103)$$

$$\int_{-H_s}^{\alpha} \frac{1}{\left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)} d\beta = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{(1+Y^2)} dY \quad (III.104)$$

$$\text{Avec : } \left\{ Y_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-H_s}{H_c} + b \right); Y_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{\alpha}{H_c} + b \right); P = \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)^{-1} \right.$$

Donc :

$$\frac{H_c}{\sqrt{a}} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{1}{(1+Y^2)} dY = \frac{H_c}{\sqrt{a}} \left[\arctg(Y_2) - \arctg(Y_1) \right] \quad (III.105)$$

En remplaçant l'équation (Eq III.105) dans l'équation (Eq III.101) on achève à l'expression finale de branche ascendante, et est donnée par l'équation :

$$M_i = M_{i-1} + 2KH_c a \sqrt{a} \times \int_{H_{i-1}}^{H_i} P \left[\arctg(Y_2) - \arctg(Y_1) \right] d\alpha \quad (III.106)$$

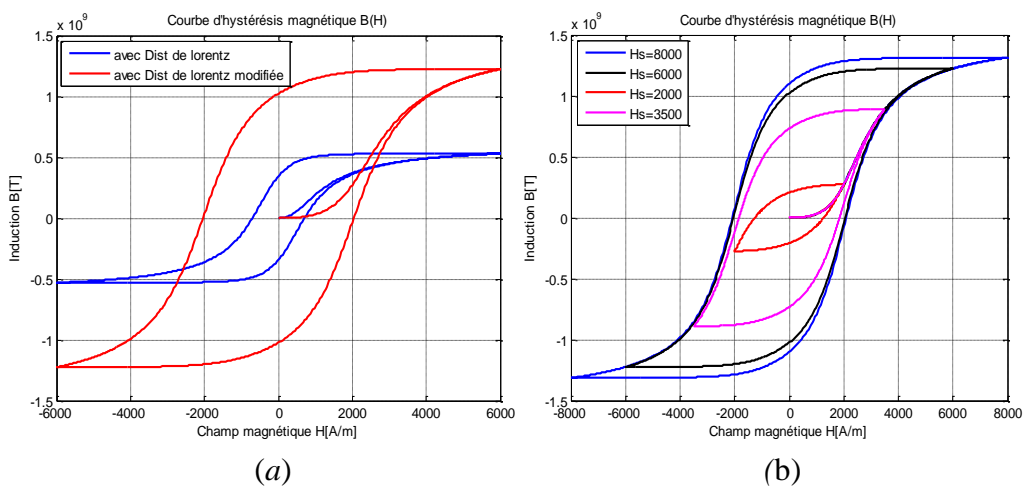


Figure III.23 (a) Cycle d'hystérésis pour différente H_s (b) Cycle d'hystérésis par la fonction de Lorentz simple et modifiée.

Dans la figure (fig. III.23), on voit clairement les effets de la variation des paramètres sur la caractéristique hystérétique, donc sur les grandeurs magnétiques. L'augmentation du paramètre ' b ' induit à une augmentation importante du champ coercitif et la diminution de l'aimantation rémanente. Contrairement à l'augmentation de ' a ' fait diminuer le champ coercitif, alors que l'aimantation tend à des valeurs élevées. Aussi, pour la variation de ' k ' n'influe plus sur le champ coercitif, mais elle agit fortement sur l'aimantation rémanente, où on voit un important accroissement.

III.II.6.4 Modèle de Preisach dynamique

Le modèle décrit auparavant dépend seulement à l'extrême du champ, où ne prend pas en compte l'effet fréquentiel. Ce qu'il permet d'estimer seulement les pertes par hystérésis. En effet, le modèle suppose que le mouvement des commutateurs (α, β) est statique. Afin d'étendre ce modèle à porter le comportement dynamique, Bertotti avait proposé d'introduire un nouveau paramètre k pour toute entité élémentaire, et lié au mouvement des parois magnétiques tout en réservant le même principe du modèle statique. L'idée principale est, que la fonction $\Phi(\alpha, \beta)$ dépend du temps $\Phi(\alpha, \beta, t)$ (fig. III.24). Dans ce cas, la fonction peut avoir des valeurs intermédiaires $-1 \leq \Phi(\alpha, \beta, t) \leq +1$, et la forme d'hystérésis dépend de la dérivée temporelle du flux. La nouvelle formulation de fonction est donnée par [125] :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \begin{cases} k(H_e(t) - \alpha) & H_e(t) > \alpha \quad \text{et } \varphi(\alpha, \beta) < +1 \\ k(H_e(t) - \beta) & H_e(t) < \beta \quad \text{et } \varphi(\alpha, \beta) > -1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{(III.107)}$$

Où $H_e(t)$ est le champ magnétique effectif et k est une constante donnée par la relation suivante :

$$k = \frac{N_0}{\sigma GSM_s} \quad \text{(III.108)}$$

L'aimantation est ensuite déduite par l'équation [60] :

$$M(t) = M_{rev}(H_e(t)) + M_{irr}(H_e(t)) - M_{rev}(H_e(t)) + 0.5 \int_{-H_s}^{+H_s} d\alpha \times \int_{-\infty}^{\alpha} P(\alpha, \beta) \cdot \varphi(\alpha, \beta, t) d\beta \quad \text{(III.109)}$$

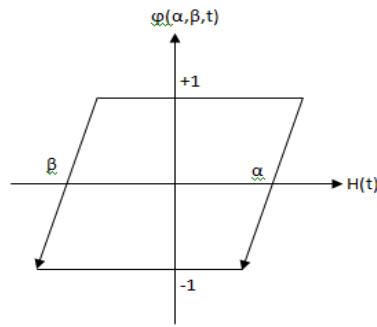


Figure III.24 Cycle d'un hystéron dynamique.

L'estimation du paramètre k est assez difficile. La densité $P(\alpha, \beta)$ est identifiée en régime quasi statique. A cause de l'existence de la fonction $P(\alpha, \beta)$ dans le modèle dynamique, ce modèle reste compliqué à mettre en œuvre, et très coûteux en calcul. Ce qui le rend difficile à implémenter dans le code de calcul de champ [7].

III.II.7 Modèle de Jiles-Atherton

A la différence du modèle d'hystérésis de Preisach, le modèle de Jiles-Atherton repose sur des considérations énergétiques liées au déplacement microscopiques réversibles et irréversibles des parois de domaines magnétiques (paragraphe I.5). Cependant, ce modèle permet de décrire le comportement des matériaux ferromagnétiques isotropes et anisotrope à partir d'une approche physique [126]. Le modèle de Jiles-Atherton est basé sur les études de Weber (1852), Maxwell (1873), Wiedemann (1886), Ewing (1880), Langevin (1905), Weiss (1907-1916), Kersten (1938-1943) et Becker (1939). [51]. Les auteurs considèrent que le comportement des parois des domaines en mouvement traduit le type de l'aimantation. En effet, ils ont décomposé l'aimantation totale M en deux contributions : la première est la composante réversible M_{rev} et la deuxième contribution est la composante irréversible M_{irr} . Les deux aimantations obéissent à des relations différentielles construites à partir d'une aimantation anhystérétique M_{an} de Langevin (décrite au chapitre I) et d'un champ effectif H_e .

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (\text{III.110})$$

III.II.7.1 La composante irréversible de l'aimantation M_{irr}

La contribution de la composante irréversible M_{irr} est due aux contraintes de déplacement des parois (phénomène d'accrochage). En effet, ces contraintes ralentissent et entravent le mouvement des parois et rendant irréversible l'aimantation. Sous l'action du champ extérieur. L'énergie moyenne dissipée par ce phénomène est caractérisé par le paramètre k :

$$E_{epin} = \mu_0 \int_0^M k \delta \frac{dM}{dH} dH \tag{III.111}$$

La susceptibilité différentielle associée au processus irréversible de l'aimantation est exprimé par :

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k \delta} \tag{III.112}$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k \delta - \alpha (M_{an} - M_{irr})}$$

k : est la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois.

δ : est un paramètre prend la valeur (+1) ou (-1) selon la d'évolution de \vec{H} .

III.II.7.2 La composante réversible de l'aimantation *Mrev*

La composante réversible traduit le gonflement, la courbure, la translation, la rotation réversible des parois de domaines, ainsi que la rotation des moments magnétiques. Elle est équivalente à la déformation élastique. Autrement dit, sous l'action d'un champ faible, la paroi se déforme et reprend sa position initiale à la disparition du champ.

L'aimantation réversible est montrée par Jiles et Atherton de cette forme :

$$M_{rev} = c (M_{an}(H_e) - M_{irr}) \tag{III.113}$$

Où « *c* » est un coefficient compris entre 0 et 1 reflétant le taux de réversibilité.

III.II.7.3 Aimantation anhystérétique

La détermination d'une expression fiable de l'aimantation anhystérétique *Man* reste le problème primordial du modèle de J&A. Généralement, plusieurs fonctions peuvent être utilisées pour représenter l'aimantation anhystérétique [127].

La fonction décrivant M_{an}	Type
erf	$\text{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-t^2} dt$
atg	$(2/\pi) \text{tang}^{-1}(x)$
th	$\text{tanh}(x)$
eh	$1 - (1 + x/2) \text{xp}(-x)$
eq	$(\sqrt{1 + x^2} - 1) / x$
Brillouin	$(2J+1/2J) \coth (2J+1/2J * x) - 1/2J * \coth (x /2J)$

Tableau III.2 Différente fonction anhystérétique usuel.

III.II.7.4 Formulation Mathématique du modèle Jiles-Atherton

III.II.7.4.a Modèle direct M(H)

Dans le modèle direct, on considère que la variable d'entrée, c'est le champ d'excitation \vec{H} ; la différentielle de l'aimantation totale par rapport à \vec{H} est :

$$M = cM_{an} + (1-c)M_{irr} \Rightarrow \frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH} \quad (III.114.a)$$

Donc la forme générale du modèle est :

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + (1-c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (III.114.b)$$

Sachant que :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (III.115)$$

A partir de l'équation (Eq III.115), il est possible d'écrire :

$$\begin{cases} \frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \\ \frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \end{cases} \quad (III.116)$$

On dérive cette équation donc se revient :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}}{1 - \alpha \left(c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} \right)} \quad (III.117)$$

On remplace (Eq III.116) dans l'équation (Eq III.117), et après quelques opérations mathématiques on aura finalement le modèle générale direct de J-A :

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + \frac{(1-c)(M_{an} - M)}{k\delta(1-c) - \alpha(M_{an} - M)} \quad (III.118)$$

III.II.7.4.b Modèle inverse M(B)

D'après l'équation (Eq I.29) et (Eq I.16.a) on peut écrire :

$$B = \mu_0 (H_e + (1 - \alpha) M) \quad (III.119)$$

La différentielle de l'équation (Eq III.119) par rapport à $\vec{H_e}$ est :

$$\frac{dB}{dH_e} = \mu_0 \left(1 + (1 - \alpha) \frac{dM}{dH_e} \right) \quad (III.120)$$

Sachant que :

$$\frac{dM}{dH_e} = \frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH_e} \quad (III.121)$$

En remplaçant l'équation (Eq III.120) dans l'équation (Eq III.121) nous obtenons :

$$\frac{dM}{dH_e} = \frac{dM}{dB} \mu_0 \left(1 + (1 - \alpha) \frac{dM}{dH_e} \right) \quad (III.122)$$

En utilisant l'équation ci-dessus, et l'équation (Eq II.33) nous obtenons :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}}{\mu_0 \left(1 + (1 - \alpha) \left(c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} \right) \right)} \quad (III.123)$$

A partir de cette équation et l'équation (Eq III.20) on obtient :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1 - c) \frac{(M_{an} - M_{irr})}{k\delta}}{\mu_0 \left(1 + (1 - \alpha) \left(c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1 - c) \frac{(M_{an} - M_{irr})}{k\delta} \right) \right)} \quad (III.124)$$

Finalement, le modèle inverse de Jiles-Atherton est obtenu en simplifiant l'équation (Eq III.24) :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} + (M_{an} - M)}{\mu_0 \left(kc\delta + (1 - \alpha) \left(kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} + (M_{an} - M) \right) \right)} \quad (III.125)$$

Avec :

Si la fonction anhystérique est de type Langevin on a :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left(1 - \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) \right)^2 + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right) \quad (\text{III.126})$$

Si la fonction anhystérétique est de type de Brillouin alors :

$$M_{an} = M_s \left(\frac{(2J+1)}{2J} \coth \left(\frac{(2J+1)}{2J} \right) \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{1}{2J} \coth \left(\frac{1}{2J} \right) \left(\frac{H_e}{a} \right) \right) \quad (\text{III.127})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{4aJ^2} (K_1 + K_2) \\ K_1 = (2J+1)^2 \left(1 - \left(\coth \left(\frac{(2J+1) H_e}{2J a} \right) \right)^2 \right) \quad K_2 = \left(\left(\coth \left(\frac{H_e}{2Ja} \right) \right)^2 - 1 \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.128})$$

J : est un nombre quantique.

III.II.7.5 L'effet des paramètres et leur Identification

Le modèle de Jiles-Atherton sollicite la connaissance de 5 paramètres c , a , k , α et M_s qui seront identifiés à partir de certains points particuliers sur le cycle d'hystérésis mesuré. Les paramètres du modèle sont en principe les mêmes pour les deux modèles $M(H)$ et $M(B)$. La résolution de l'équation différentielle nécessite de contrôler l'évaluation de $\Delta M_{irr}/\Delta H_e \geq 0$ pour le modèle $M(H)$ et $\Delta M_{irr} \Delta B_e \geq 0$ pour le modèle $M(B)$. En effet, au voisinage de la saturation, la susceptibilité différentielle devient négative. Cela représente un cas non physique pour un matériau réel.

Afin d'éliminer ce problème et d'améliorer le modèle de Jiles, une alternative formulation a été proposée en 1998 par Venkataraman, en ajoutant un facteur δ_M de la forme suivante [128] :

$$\delta_M = 0.5 \left(1 + \text{signe} \left(\left(M_{an} - M_{irr} \right) \frac{dH}{dt} \right) \right) \quad (\text{III.129})$$

III.II.7.5.a l'effet des paramètres

Le modèle de J-A est caractérisé par cinq paramètres qui peuvent être agi sur l'allure de cycle. Les significations et les influences des paramètres sur l'allure du cycle simulé sont résumées dans le tableau (III.3).

Paramètres	Significations et influences sur l'allure du cycle
a [A/m]	Ce paramètre caractérise l'aimantation « anhystérique » (M_{an}), il dépend strictement de la température. Ce paramètre détermine le degré d'inclinaison et d'influence sur la forme du cycle, où la diminution du paramètre a induit une augmentation de l'induction maximale B_s , de l'induction rémanente B_r et une faible diminution du champ coercitif H_c . Les valeurs faibles de a conduisent à la divergence de la solution des équations différentielles.
α [sans unité]	Ce coefficient d'interaction d'échange entre les moments magnétiques, où il influe sur l'aimantation rémanente et rend le cycle plus ou moins rectangulaire, la diminution de sa valeur provoque la diminution de B_s , B_r et H_c
k [A/m]	Ce paramètre prend en compte l'effet des sites d'ancrage (M_{irr}), où il est associé à l'irréversibilité du mouvement des parois. En effet, il influe directement sur la largeur du cycle, sa diminution traduit la diminution de H_c et B_r . Sa valeur est approximativement égale au champ forcé.
c [sans unité]	Ce paramètre caractérise l'évolution de réversibilité de l'aimantation. Où il modifie l'aimantation initiale. La diminution de ce paramètre entraîne une légère diminution de B_s , une augmentation de B_r et de H_c . Cela peut être expliqué par la faible contribution qui représente l'aimantation réversible par rapport à l'aimantation irréversible.
M_s [A/m]	Aimantation à saturation du matériau

Tableau III.3 Signification physique des paramètres du modèle de J&A et leurs effets.

Les figures ci-dessous montrent, le cycle majeur d'un matériau, l'aimantation réversible, l'aimantation irréversible, et l'aimantation Anhystérique caractérisés par les paramètres $M_s=1,7.106$ A/m, $k=22000$ A/m, $a=1000$ A/m, $\alpha=0.00123$, $c=0.1$.

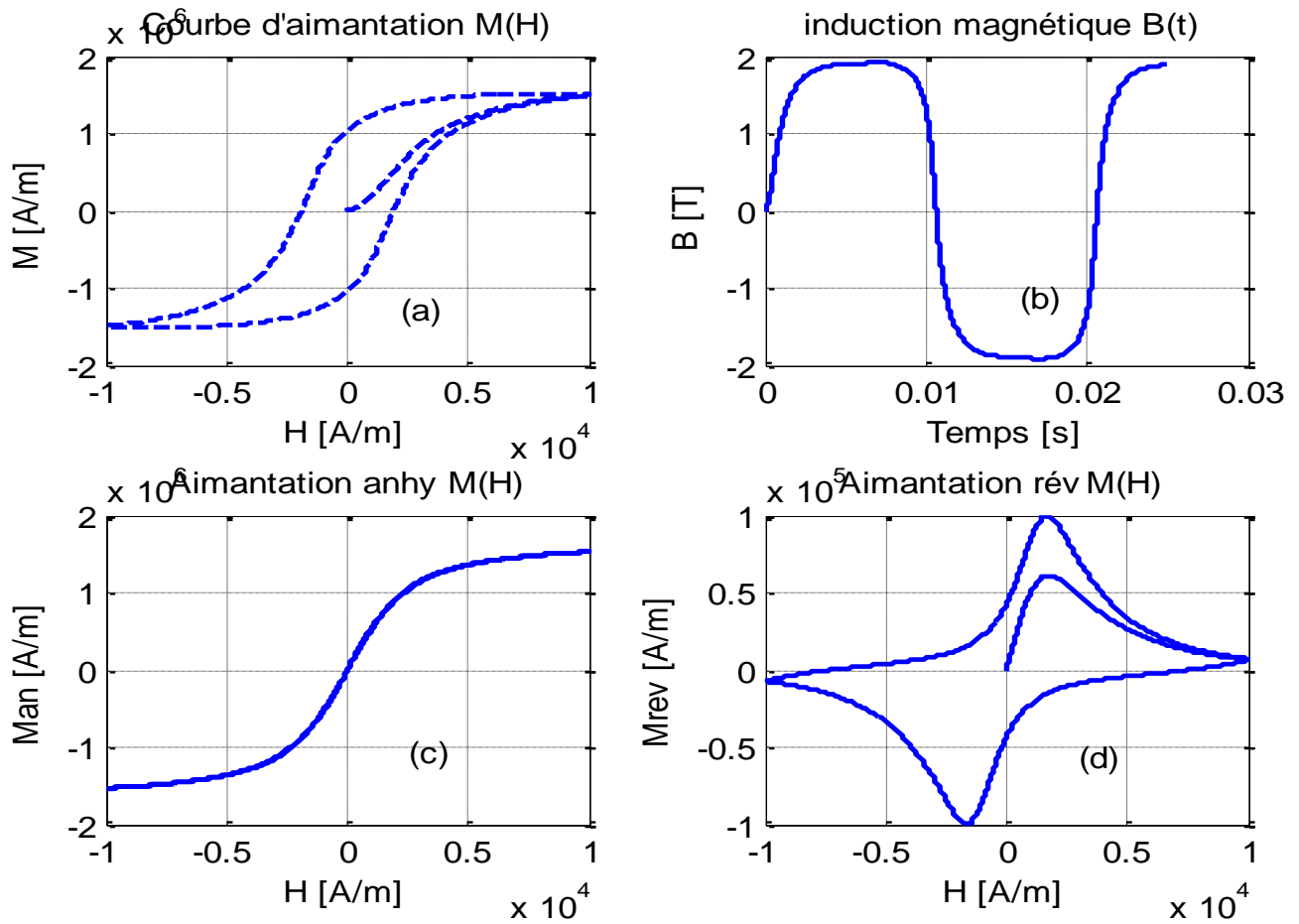
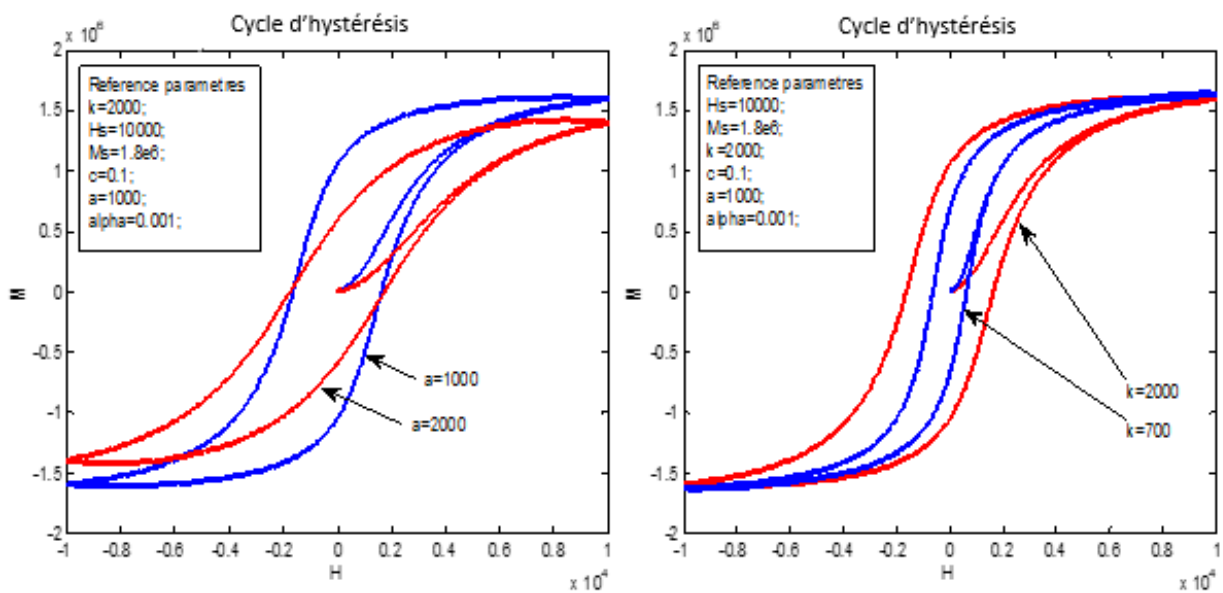


Figure III.25 (a) Courbe d'aimantation, (b) densité de flux magnétique, (c) Aimantation anhystérique, (d) Aimantation réversible.



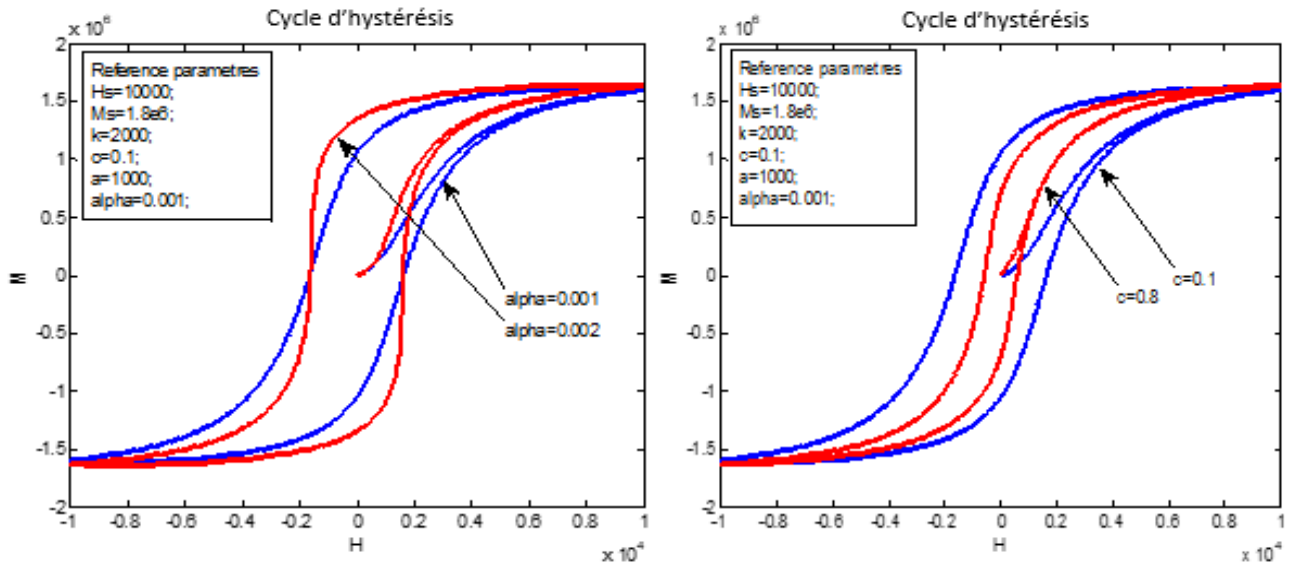


Figure III.26 Effet des paramètres sur la courbe d'hystérésis.

III.II.7.5.b Identification des paramètres

Comme nous avons indiqué au tableau précédent, que chaque paramètre a une influence sur des points particuliers. Il est noté que plusieurs paramètres peuvent avoir les mêmes effets, cela implique qu'ils sont corrélés, autrement dit, la variation de l'un entraîne la variation des autres. Il est aussi remarqué que la variation des paramètres en fonction de champ appliqué pour certaines familles de matériaux comme des tôles FeSi GNO de 0,5mm d'épaisseur sont entièrement incohérentes. C'est pourquoi une autre formule a été développée afin d'obtenir des paramètres constants quelle que soit l'amplitude de l'induction. [42].

$$\frac{dM}{dB} = \frac{R(m)(\psi + \Delta_M)}{\mu_0(1 + R(m))(\psi + \Delta_M(1 - \alpha_1 - 3\alpha_3 M^2))} \tag{III.130}$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{R(m)(\psi + \Delta_M)}{1 - R(m)\Delta_M(\alpha_1 - 3\alpha_3 M^2)}$$

Où :

$R(m)$: représente donc la composante réversible de la susceptibilité différentielle [42].

$$\Delta_M = \frac{\delta_M(M_{an} - M_{irr})}{k\delta}$$

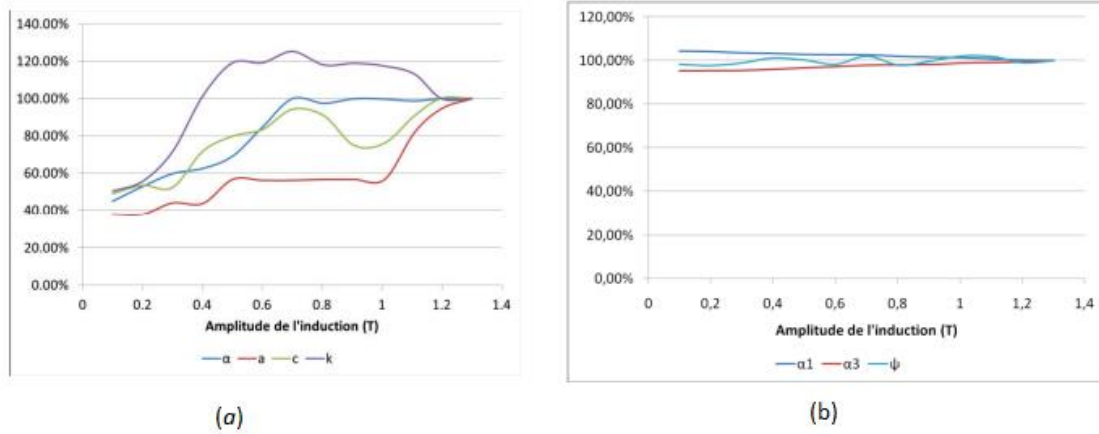


Figure III.27 (a) variation des paramètres du modèle classique (b) variation des paramètres du modèle modifié.

A partir des points particuliers du cycle expérimental $B(H)$, Jiles a proposé une méthode d'identification par des expressions implicites des cinq paramètres. Le paramètre M_s est déduit directement de l'aimantation à saturation mesurée. Les autres paramètres sont déterminés par les relations suivantes en fonction des points particuliers (fig. III.28) :

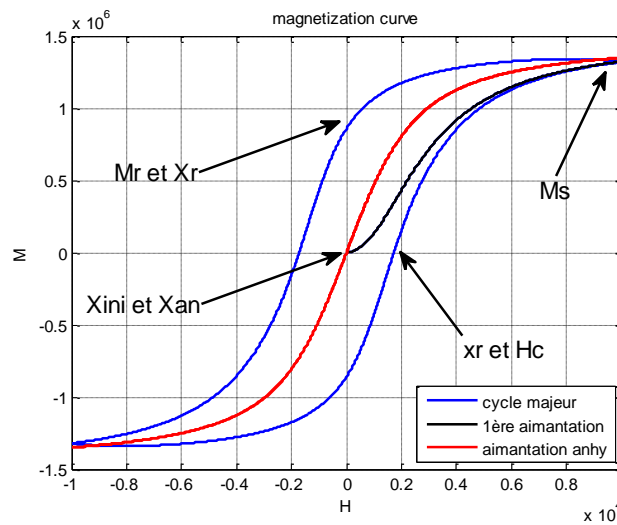


Figure III.28 Points particuliers nécessaires utilisé à l'identification du modèle de Jiles.

$$a = \frac{M_s}{3} \left(\frac{1}{\chi_{an}} + \alpha \right) \tag{III.131.a}$$

$$c = \frac{3a\chi_{ini}}{M_s} \tag{III.131.b}$$

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left(\alpha + \left(\frac{\chi_c}{1-c} - \frac{c}{1-c} \frac{M_{an}(H_c)}{dH} \right)^{-1} \right) \tag{III.131.c}$$

$$M_r = M_{an}(M_r) + k \left(\left(\frac{\alpha}{1-c} \right) + \frac{1}{\chi_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}} \right)^{-1} \quad (\text{III.131.d})$$

Avec : H_c : champ coercitif, M_s et M_r : aimantations à saturation et rémanente, χ_{an} et χ_{ini} susceptibilités différentielles anhystérétique et initiale, χ_r et χ_c : susceptibilités différentielles au coercitif et rémanent.

III.II.8 Modèle énergétique [129-130]

Ce modèle repose sur des bases physiques ou approches énergétiques, où il prend en compte le comportement de domaine statistique (Statistique signifie que les aimantations des domaines sont réparties sur plusieurs directions n_i , données par des contributions anisotropes). L'idée principale de ce modèle est l'interprétation du processus d'aimantation comme un processus de commande des entités domaines de moment magnétique. Il est basé sur la minimisation (état stable magnétique) de la densité d'énergie totale qui constituait des contributions réversibles et irréversibles et des densités d'énergie du champ appliqué H et du champ démagnétisant H_d . Ces termes énergétiques ne sont apparemment pas indépendants les uns des autres. Le champ appliqué par exemple, provoque une magnétisation qui effectue un changement de forme en magnétostriction et contrainte mécanique interne.

III.II.8.1 La densité totale d'énergie

Le modèle énergétique permet de calculer l'état magnétique d'un matériau ferromagnétique par la minimisation de la densité d'énergie totale W_t :

$$w_T = w_H + w_M \quad (\text{III.132})$$

Sachant que W_H est l'énergie fournie.

$$w_H = -\mu_0 \overline{M} \cdot \overline{H} \quad (\text{III.133})$$

W_M : La densité d'énergies magnétisantes du matériau, donnée par :

$$w_M = w_d + w_r + w_i \quad (\text{III.134})$$

Le terme W_M est composé de trois termes : la densité d'énergie de désaimantation W_d et la contribution décrite par le comportement de domaine statique : Le travail réversible W_r et irréversible W_i . Il y a N directions faciles, principalement en raison de l'anisotropie

magnétocristalline et la base d'un isotrope. Les domaines statiques ν_i sont caractérisés par leur fraction volumique avec :

$$\sum_{i=1}^N \nu_i = 1 \quad (\text{III.135})$$

\vec{n}_i Est la direction de \mathbf{M}_s . L'aimantation globale du matériau ferromagnétique est :

$$\begin{aligned} \vec{M} &= M_s \sum_{i=1}^N \nu_i \vec{n}_i \\ \vec{M}_H &= M_s \sum_{i=1}^N \alpha_{i,H} \nu_i \end{aligned} \quad (\text{III.136})$$

Avec $\alpha_{i,H}$ est l'angle entre \vec{n}_i et \vec{H} .

Le point stable de la magnétisation est le point minimal de la densité d'énergie total :

$$dw_T = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial w_T}{\partial \nu_i} d\nu_i + \frac{\partial w_T}{\partial \vec{n}_i} d\vec{n}_i \right) = 0 \quad (\text{III.137})$$

L'énergie fournie par le champ appliqué \mathbf{W}_M est ;

$$H = \frac{1}{\mu_0 M_s} \left(\frac{dw_d}{dm} + \frac{dw_r}{dm} + \frac{dw_i}{dm} \right) \quad (\text{III.138})$$

III.II.8.2 La densité d'énergie des champs appliqué et démagnétisant

Selon l'énergie Zeeman des moments magnétiques \vec{m} , $W = -\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{H}$, la dérivée de la densité d'énergie potentiel \mathbf{W}_H par rapport ν_i et \vec{n} sont données respectivement :

$$\frac{\partial w_H}{\partial \nu_i} = -\mu_0 M_s \cdot H \sum_{k=1}^N \alpha_{k,H} \frac{\partial \nu_k}{\partial \nu_i} \quad \text{et} \quad \frac{\partial w_H}{\partial \vec{n}} = -2\mu_0 M_s \cdot H \quad (\text{III.139})$$

En raison de champ \vec{H}_d démagnétisant, le champ interne \vec{H}_i est la somme du champ appliqué \vec{H} et $\vec{H}_d = -N_e M$.

Avec : $\mathbf{M} = \mathbf{M}_s \cdot \mathbf{m}$. et N_e : sont des facteurs de démagnétisation total.

Donc :

$$\vec{H}_d = -N_d M_s \cdot m \quad (\text{III.140})$$

III.II.8.3 Travail réversible

L'énergie W_r représente l'interaction élastique des domaines, ainsi que la rotation des domaines pour les matériaux isotropes. La dérivée de l'énergie réversible est donnée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial w_r}{\partial n} = 2\mu_0 M_s h \left(\left(2n^n (1-n)^{1-n} \right)^g - 1 \right) \quad (\text{III.150})$$

Le travail réversible décrivant le comportement non linéaire correspondant à un champ fictif réversible :

$$H_r = h \left[\left((1+m)^{1+m} (1-m)^{1-m} \right)^{g/2} - 1 \right] \quad (\text{III.151})$$

La susceptibilité initiale χ_0 d'aimantation réversible est infinie dans le cas des champs démagnétisant internes et externes sont nuls.

III.II.8.4 Travail irréversible

Les parois de domaine sont en mouvement réversible. Les pertes d'une paroi de domaine unique au cours d'un bruit de Barkhausen irréversible sont supposées augmenter avec le déplacement de la paroi $W_s = k(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j)$ (coefficient de perte k). La dérivée de l'énergie irréversible est donné par :

$$\frac{\partial w_i}{\partial n} = 2k \left(1 - \kappa \cdot \exp \left(-2 \frac{q}{\kappa} |n - n_0| \right) \right) \quad (\text{III.152})$$

Le champ de travail irréversible décrit l'effet hystérésis est donnée sous la forme :

$$H_{irr} = \frac{k}{\mu_0 M_s} \left(1 - \kappa \cdot \exp \left(-\frac{q}{\kappa} |m - m_0| \right) \right) \quad (\text{III.153})$$

Lors le calcul de la contribution du champ de travail réversible, il est supposé que la vitesse des parois des domaines durant les sautes de Barkhausen est constante et limitée par des courants microscopiques, mais d'après l'expérience Sixtus and Tonks, montre que la vitesse dépend du champ actionné sur la paroi. L'estimation de dépendance de la vitesse des parois des domaines est donnée par :

$$v_p \propto (H - H_{cr}) \quad (\text{III.154})$$

Avec H_{cr} est le champ critique.

Due le déplacement irréversible des parois de domaines à $H > H_{cr}$, en remplaçant le terme k de l'équation (Eq III.152) par le terme $C_r = 1/d$. ce terme est l'inverse de l'épaisseur des domaines ou les grains de la géométrie, dans certains cas comme les amorphes et les ferrites il est négligeable. L'expression de champ irréversible est :

$$H_{irr} = \left(\frac{k}{\mu_0 M_s} + c_r H_r \right) \left(1 - \kappa \exp \left(-\frac{q}{\kappa} |m - m_0| \right) \right) \quad (III.155)$$

III.II.8.5 Modèle énergétique statique

III.II.8.5.a L'aimantation initiale (direct)

Dans le cas où le processus d'aimantation est quasi-stationnaire, on détermine l'aimantation initiale à partir des équations précédente.

$$H_{hys} (B) = H_{hys} + H_r + H_{irr} \quad (III.156)$$

Le premier terme de l'équation. (Eq III.156) décrit le comportement linéaire du matériau (démagnétisation domaine \vec{H}_d), le deuxième terme représente le comportement non linéaire des matériaux inclut le champ de saturation (champ réversible, \vec{H}_r), et le troisième terme décrit les effets d'hystérésis tels que la rémanence, la coercivité, les pertes statiques (champ irréversible \vec{H}_{irr}).

III.II.8.5.b L'aimantation inverse

La fonction κ décrit l'influence de l'état magnétique total dans les points de renversement de l'aimantation. Cette fonction d'inversement dépend du déplacement des parois $s = |m - m_0|$ jusqu'à le point d'inversion.

$$\kappa = 2 - \kappa_0 \left(\exp \left(-\frac{q}{\kappa_0} |m - m_0| \right) \right) \quad (III.156)$$

Avec : κ_0 ancienne valeur de κ , m_0 est la première valeur de m du dernier champ réversible.

III.II.8.5.c Susceptibilité Différentielle

La susceptibilité différentielle est donnée par la forme suivante :

$$\chi_d = \left(N_e + p_1 + p_2 \left(\text{sgn}(m) + \text{sgn}(m - m_0) c_r f_{ir}(m) \right) \right)^{-1} \quad (III.157)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = \frac{q(1-f_r(m))}{\kappa M_s} \times \left(\frac{k}{\mu_0 M_s} + c_r h f_r(m) \right) \quad f_r(m) = ((1+m)^{1+m} (1-m)^{1-m})^{g/2} - 1 \\ p_2 = \frac{gh}{2M_s} (1+f_r(m)) \ln \left(\frac{1+m}{1-m} \right) \quad f_{ir}(m) = \left(1 - \kappa \exp \left(-\frac{q}{\kappa} |m - m_0| \right) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.158})$$

III.II.8.5.d Paramètres du modèle

Le modèle énergétique se compose de deux paramètres physiques M_s et N_e . Les quatre paramètres phénoménologiques g , k , h et q peuvent être utilisés comme des constantes adaptatives afin d'atteindre à un bon accord avec les mesures. Les paramètres de ce modèle sont liés à des caractéristiques d'hystérésis macroscopiques telles que, le champ coercitif H_c , le susceptibilité à l'état démagnétisé χ_i , la susceptibilité différentielle à la coercivité C , l'aimantation rémanente Mr , l'aimantation Mg correspondant à un champ magnétique de valeur arbitraire Hg sur la courbe ascendante de la boucle majeure, et le champ magnétique Hr sur la boucle ascendante courbe correspondant à une aimantation égale à Mr . Ces variables peuvent être exprimées par les équations suivantes :

$$H_c = \frac{k}{\mu_0 M_s} \left(1 - \exp \left(-\frac{q}{2} \right) \right) \quad (\text{III.159})$$

$$\chi_i = \left(N_e + \frac{qk}{\mu_0 M_s^2} \right)^{-1} \quad (\text{III.160})$$

$$\chi_c = \left(N_e + \left(\frac{qk}{\mu_0 M_s^2} \right) \times \exp \left(-\frac{q}{2} \right) \right)^{-1} \quad (\text{III.161})$$

$$N_e M_s m_r + hG(m_r) - F(-m_r) = 0 \quad (\text{III.162})$$

$$N_e M_s m_g + hG(m_g) + F(m_g) = H_g \quad (\text{III.163})$$

$$N_e M_s m_r + hG(m_r) + F(m_r) = H_r \quad (\text{III.164})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} F(m) = \left(\frac{k}{\mu_0 M_s} + c_r hG(m) \right) \quad G = ((1+m)^{1+m} (1-m)^{1-m})^{g/2} - 1 > 0 \\ m_g = \frac{M_g}{M_s} \quad m_r = \frac{M_r}{M_s} \end{array} \right. \quad (\text{III.165})$$

A partir des équations (Eq III.159) et (Eq III.160) on exprime

$$\left\{ \begin{aligned} k &= \frac{\mu_0 M_s H_c}{1 - 2 \exp\left(-\frac{q}{2}\right)} \\ N_e &= \frac{1}{\chi_i} - \frac{qk}{\mu_0 M_s^2} \end{aligned} \right. \quad (\text{III.166})$$

La résolution de l'équation (Eq III.67) permet de déterminer le paramètre q :

$$\left(\frac{1}{\chi_i} - \frac{1}{\chi_c} \right) \frac{M_s}{H_c} = q \frac{1 - \exp\left(-\frac{q}{2}\right)}{1 - 2 \exp\left(-\frac{q}{2}\right)} \quad (\text{III.167})$$

$$H_g = N_e M_g + \frac{G(m_g)}{G(m_r)} + \frac{k}{\mu_0 M_s} Q(m_g) + I(m_r, m_g) \quad (\text{III.168})$$

$$h = \frac{1}{G(m_r)} \left(\frac{H_r Q(-m_r)}{Q(m_r) + Q(-m_r)} - N_e M_r \right) \quad (\text{III.169})$$

$$C_r = \frac{1}{G(m_r)} \left(\frac{H_r}{Q(m_r) + Q(-m_r)} - \frac{k}{\mu_0 M_s} \right) \quad (\text{III.170})$$

Avec:

$$Q(m) = 1 - 2 \exp\left(-\frac{q}{2(1+m)}\right) \quad (\text{III.171})$$

$$I(m_r, m_g) = H_r Q(-m_r) + \frac{Q(m_g)}{Q(m_r)} + Q(-m_r) - \left(\frac{k}{\mu_0} \right) Q(m_g) - N_e M_s m_r$$

III.II.8.5.e Effet des Paramètres

Dans cette partie, nous allons étudier l'influence des paramètres du modèle. On prend les paramètres du modèle et on montre l'effet de chacun de ces paramètres sur la forme de boucle d'hystérésis, leur effet sur la magnétisation de saturation, la magnétisation rémanente et le champ coercitif (fig. III.29). Les paramètres originaux sont : $N_e=1.584e-5$; $h=4.939$; $g=9.516$; $M_s=1.5e6$; $K=92.129$; $q=12.405$; $Cr=0.853$; $B_{max}=1.3$. Le Tableau (III.4) montre les significations physiques des paramètres et leurs effets.

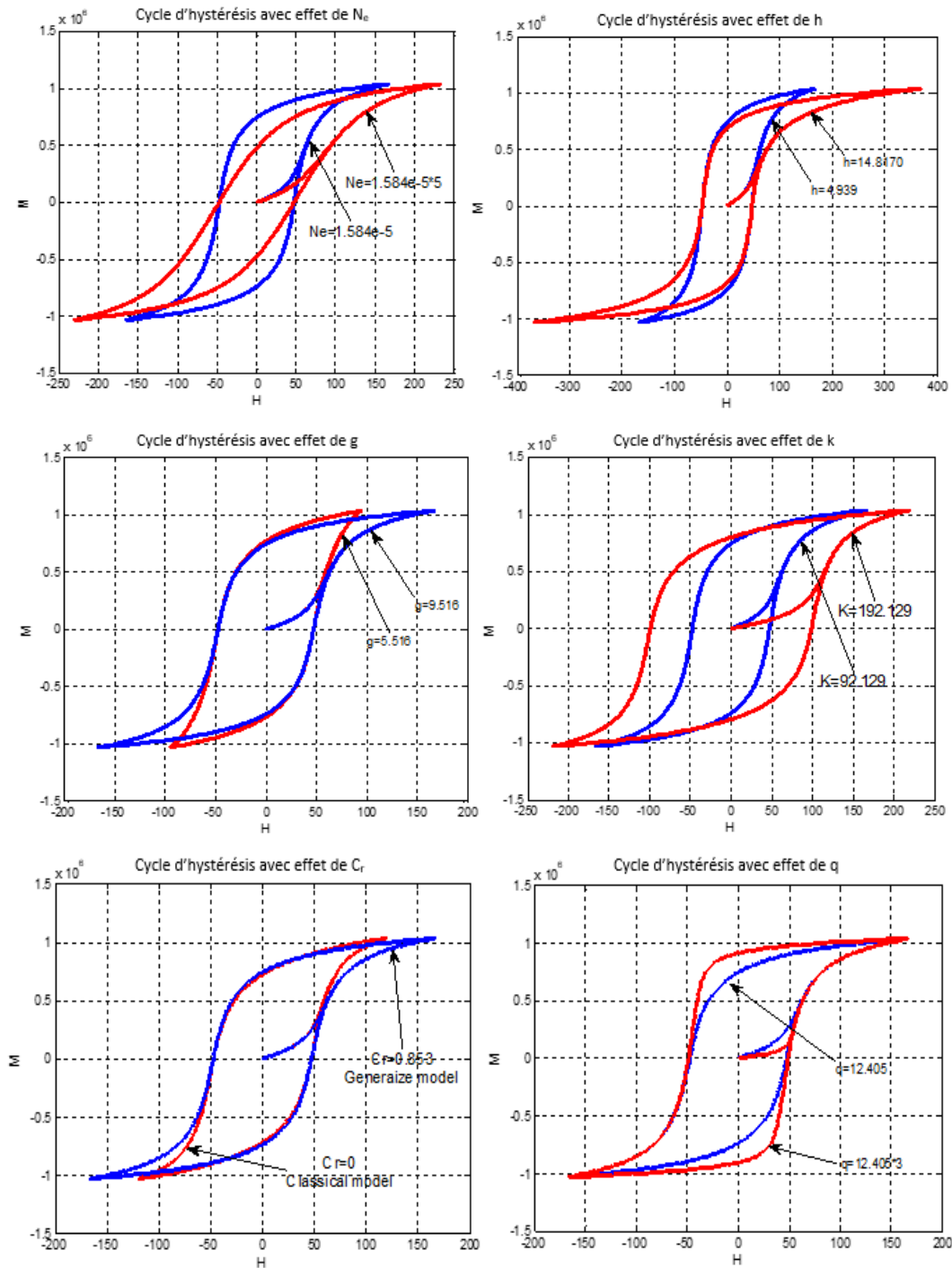


Figure III.29 Effets des paramètres sur le cycle d'hystérésis produit par le ME.

Paramètre du modèle généralisé EM	Les effets des paramètres
N_e : coefficient effectif de démagnétisation	L'augmentation de N_e emmène une diminution de M_s and M_r
M_s : magnétisation de saturation	L'augmentation de M_s provoque une augmentation de M_r et une diminution de H_c
g : associer à l'anisotropie	L'augmentation de g entraîne une diminution de M_s and M_r

h : associer au champ de saturation	L'augmentation de h emmène une diminution de M_s and M_r
k : dépend de déplacement des parois [j/m ³]	L'augmentation de k provoque une diminution de légère pour M_r et importante pour H_c
q : densité de centre de pinning	L'augmentation de q induit une augmentation de M_s and M_r
C_r : l'inverse de l'épaisseur des domaines, facteur dépendance de la vitesse des parois des domaines	L'augmentation de C_r traduit une diminution de légère pour M_s

Tableau III.4 Signification physique des paramètres du ME et leurs influences.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents modèles d'hystérésis rencontrés dans la communauté scientifique du magnétisme. Parmi ces modèles, on trouve les modèles analytiques qui sont rapides à produire les courbes d'hystérésis, leur implantation est très simple, cependant ces modèles sont pauvres de toute interprétation physique du phénomène, comme le modèle **Frölich**, ainsi qu'on trouve rarement des modèles qui ne montrent que la première aimantation (**polynomiale**). Toutefois, nous avons également tracé les cycles d'hystérésis par ces modèles avec la variation des paramètres. Encore, on a évoqué les modèles de tube flux (diffusion magnétique), le modèle chimique, et le modèle **LS**.

D'autres modèles physiques-dynamiques ont été évoqués tels que ; le modèle de **Preisach**, de **Jiles-Atherton**, et de **Hans Hauser** qui sont notamment complets sur le plan phénoménologique et mathématique. Vue à l'adaptation des aspects microscopique et macroscopique du phénomène de ces modèles, on a choisi le modèle énergétique développé par **Pr. Hans Hauser**, qu'il s'appuie sur des considérations énergétiques. La simplicité du ME vient du fait qu'il est entièrement donné en termes d'équations transcendentes, avec lesquelles on peut représenter le comportement des matériaux ferromagnétiques. Le modèle attrayant pour une variété d'applications où il peut s'intégrer aux codes de calcul de champ, tels que les simulations d'éléments finis, et des volumes fins. Le prochain chapitre sera consacré à la formulation mathématique des équations de Maxwell pour pouvoir construire un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis.

CHAPITRE IV

Modélisation numérique de l'électromagnétisme

IV.1 Introduction

La conception et l'optimisation des dispositifs électromagnétiques nécessitent une bonne connaissance des phénomènes électromagnétiques. Cependant, l'étude du fonctionnement des systèmes est traitée par la mise en œuvre des équations aux dérivées partielles qui gouvernent l'ensemble du phénomène électromagnétique. Ce dernier intervenant dans l'étude d'un dispositif électromagnétique, fait appel aux équations de Maxwell associées aux relations constitutives qui définissent les propriétés macroscopiques locales assemblées les grandeurs électriques et magnétiques. Dans ce chapitre, nous allons exposer les modèles mathématiques qui caractérisent l'évolution spatio-temporelle des comportements du champ magnétique et du champ électrique. Une telle modélisation mathématique avec des conditions aux limites donne un modèle complet régissant le fonctionnement du système, dont sa résolution par des méthodes numériques permet de fournir des résultats approximatifs locaux (champ magnétique et électrique), à partir desquelles on peut déduire des grandeurs globales (les flux, les courants). Plusieurs méthodes numériques sont exploitées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles, telles que la méthode éléments finis qu'est fréquemment utilisée [2-18]. En particulier, dans ce travail, la méthode des volumes finis est optée comme méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles en deux dimensions [138].

Par la suite, nous nous proposons d'intégrer cette méthode avec un modèle d'hystérésis énergétique (détaillé précédemment), alors que les résultats de la simulation et l'exploitation du modèle seront traités dans le chapitre suivant

IV.2 Modèle mathématique de l'électromagnétisme

Le traitement des phénomènes électromagnétiques au sein des dispositifs sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell. Qui peuvent être décrites par les six quantités dépendant du temps et de l'espace.

$\vec{E}(\vec{r}, t)$: Champ électrique [V/m].

$\vec{H}(\vec{r}, t)$: Champ magnétique [A/m].

$\vec{B}(\vec{r}, t)$: Induction magnétique [T].

$\vec{D}(\vec{r}, t)$: Induction électrique [C/m²].

$\vec{J}(\vec{r}, t)$: Densité de courant de conduction [A/m²].

$\vec{\rho}(\vec{r}, t)$: Densité volumique de courant électrique [C/m³].

IV.2.1 Les équations de Maxwell

Quatre équations créées par Maxwell forment les postulats de base de l'électromagnétisme, ces équations s'écrivent sous forme locale ou bien forme globale. La première est mise sous forme différentielle (utilise une fonction de l'espace), et indique que la variation spatiale d'un champ en un point de l'espace entraîne la variation temporelle d'un autre champ au même point de l'espace, généralement utilisée pour les milieux continus. La deuxième forme est mise sous forme intégrale, elle décrit les relations entre les champs dans une région de l'espace et non plus en un point.

IV.2.1.1 Equation de Maxwell-Ampère

Cette première équation de forme locale montre l'évolution et la dualité entre d'une grandeur électrique et magnétique. Nous retrouvons le théorème d'Ampère montre qu'un champ \vec{H} tourne autour des conducteurs va créer des courants induits. Le terme supplémentaire J_d indique qu'un champ électrique variable est une source de champ magnétique. Autrement dit, cette relation interprète le taux de variation spatiale du champ en fonction de taux de mouvement des charges.

$$\overrightarrow{RotH} = J_c + J_d \quad (IV.1)$$

Avec :

$$J_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} : \text{Densité de courant de déplacement en (A/m}^2\text{)}.$$

Dans le cas où on a des applications contiennent des matériaux conducteurs fonctionnant à basse fréquence (exemple la fréquence industrielle de 50Hz), le courant de déplacement est nettement inférieur au courant de conduction, donc le terme J_d peut être négligés [131] :

$$\overrightarrow{RotH} = \vec{J}_c \quad (IV.2)$$

La forme globale est celle décrit dans le paragraphe (I.3.2), l'équation (Eq I.7). Appliquons le théorème de Stokes sur l'équation (Eq I.7), on obtient :

$$\int_S \overrightarrow{RotH} d\vec{S} = \int_S \vec{J} d\vec{S} = \int_C \vec{H} dl = I \quad (IV.3)$$

IV.2.1.2 Equation de Maxwell-Faraday

Cette équation décrit tous les phénomènes d'induction magnétique et montre qu'un champ magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle (couplage électrique– magnétique).

$$\text{Rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{IV.4})$$

D'après la loi de Faraday, la force électromotrice induite dans un circuit (c) placé dans un champ magnétique est déterminée par l'intégrale curviligne suivant :

$$e = \oint_c \vec{E} dl = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \vec{B} dS \quad (\text{IV.5})$$

Où (S) est une surface s'appuyant sur le contour (c), avec l'application du théorème de Stokes on se ramène à l'équation (Eq IV.4).

IV.2.1.3 Equation conservation du flux magnétique

Cette équation est indépendante des sources. Sa forme locale est :

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \oiint_s \vec{B} dS &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

Cette formule décrit la conservation du flux \vec{B} , où la circulation de flux à travers de toute la surface fermée est nulle. C'est une propriété intrinsèque de \vec{B} indique que le champ magnétique ne peut diverger à partir de point de l'espace, ou encore qu'il n'existe pas des charges magnétiques monopoles, car les seules sources de champ magnétique sont les courants électriques. C'est pour cela les lignes du champ forment des boucles qui n'ont ; ni points de départ, ni point de convergences, (champ conservatif).

IV.2.1.4 Equation de Maxwell-Gauss

Cette équation exprime le flux du champ électrique à travers une surface fermée est égal à la somme des charges intérieures sur ϵ_0 et connu sous le nom de théorème de **Gauss**. Il montre que le champ électrique peut diverger à partir d'une source (ou converger en fonction de signe de la charge) proportionnellement à la distribution de charges électriques.

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{IV.7})$$

Si on considère une surface (S) fermée, le flux de champ électrique \vec{E} sortant de cette surface égale à la charge totale intérieure de cette surface.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{int}} = \oint_V \rho dv \quad (\text{IV.8})$$

D'après le théorème de Green-Ostrogradski nous avons :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_V \text{div} \vec{D} dv \Rightarrow \oint_V \text{div} \vec{D} dv = \oint_V \rho dv \quad (\text{IV.9})$$

IV.2.2 Les lois de comportement

Les champs vectoriels présentés précédemment sont en fonction du milieu où ils se règnent, il faut donc associer aux équations de Maxwell des relations qui caractérisent le milieu ou la matière à étudier [132]. Ces lois sont liées à des relations magnétiques, diélectriques, et la loi d'Ohm.

IV.2.2.1 Loi magnétique et loi diélectrique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{IV.11})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$, $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ est la Permittivité diélectrique du vide [F/m],

ε_r : est la Permittivité relative du milieu considéré [F/m],

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ est la Perméabilité magnétique du vide [H/m],

μ_r : est la Perméabilité relative du milieu considéré [H/m].

B_r : Vecteur induction magnétique rémanente.

Selon les matériaux utilisés, μ , ε et σ peuvent être soit des scalaires modélisant le comportement de matériaux isotropes, soit des tenseurs qui permettent de tenir compte des effets d'anisotropie.

IV.2.2.2 Loi d'Ohm

$$\begin{aligned} J_t &= J_{\text{ind}} + J_s \\ J_{\text{ind}} &= \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Avec :

J_s : Densité de courant de source (excitation) [A/m²],

$\sigma(\vec{v} \wedge \vec{B})$: Densité de courant induit dû au mouvement des charges [A/m²],

$\sigma \vec{E}$: Densité de courant induit dû au champ électrique \vec{E} [A/m²],

Dans le cas où la vitesse mécanique de déplacement (v) est absente on peut décomposer le courant total par :

$$J_t = J_s + \sigma \vec{E} \quad (IV.14)$$

IV.2.3 Les conditions aux limites

En pratique, le domaine étudié est généralement borné par des frontières suffisamment loin des parties actives. Dans ce cas, en dehors de l'espace d'étude, les champs peuvent être considérés comme nuls. Il en résulte d'imposer des conditions aux limites sur l'induction magnétique et le champ magnétique. On distingue deux types de conditions ; condition de Dirichlet qui impose des valeurs potentielles nulles aux bords du domaine, et la condition de Neumann qui s'impose au niveau des plans de symétrie.

$$\begin{aligned} A.n = 0 |_{\Gamma_d} & \quad \text{condition de Dirichlet homogène} \\ \frac{\partial A}{\partial n} = 0 |_{\Gamma_d} & \quad \text{condition de Neumann homogène} \end{aligned} \quad (IV.15)$$

\mathbf{n} : la normal de la frontière.

IV.2.4 Les conditions de jauge

Pour garantir une solution unique du système de Maxwell, il est requiert d'ajouter une condition dite « condition de Jauge ». Dans les équations de Maxwell, les champs s'expriment soit à un gradient près (champ rotationnel), soit au rotationnel près (champ à divergence) ce qui justifie l'utilisation des jauges dans certaines formulations. Les conditions de jauge s'écrivent de façon générale par :

$$\nabla . A = 0 \quad \text{Jauge de Coulomb} \quad (IV.16.a)$$

$$\nabla . A + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{Jauge de Lorentz} \quad (IV.16.b)$$

Jauge de Coulomb : appliquer en deux dimensions.

Jauge de Lorentz : couple de deux potentiels ; scalaire électrique et vecteur magnétique.

IV.2.5 Les conditions de passage

Lors du passage entre deux milieux de propriétés différentes, les grandeurs électromagnétiques subissent à des discontinuités et ne sont donc mathématiquement plus différentiables. Les relations de passage à l'interface entre ces deux milieux s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} (B_1 - B_2) \cdot n &= 0 & (D_1 - D_2) \cdot n &= \rho_s \\ (E_1 - E_2) \wedge \vec{n} &= 0 & (H_1 - H_2) \wedge \vec{n} &= J_s \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Les deux premières équations formulent la continuité de la composante normale de l'induction magnétique et de la composante tangentielle du champ électrique à travers la surface limitée Γ . Les deux autres équations, au cas de \mathbf{K} et ρ_s sont présentés à l'interface entre les deux milieux (la composante de la densité de courant perpendiculaire à l'axe du plan). La composante normale de \mathbf{D} et la composante tangentielle de \mathbf{H} sont discontinues.

IV.3 Formulation des modèles électromagnétiques

Les équations de Maxwell avec les lois constitutives décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques. Suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent insignifiants, les équations se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples. On peut trouver plusieurs formulations exprimant ces modèles mathématiques de l'électromagnétisme : les formulations en champs (\mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} et \mathbf{B}) et les formulations en potentiels (\mathbf{A} , \mathbf{T} , \mathbf{V} et ϕ). Les formulations en champs présentent un majeur inconvénient, c'est la discontinuité de l'inconnue aux interfaces de deux milieux différents, et elles nécessitent l'utilisation des méthodes numériques spéciale. Alors que les formulations en potentiels, l'inconnue est continue entre deux milieux différents et les méthodes numériques de base sont utilisées. Parmi les modèles nés, on peut distinguer :

IV.3.1 Le modèle électrostatique

En régime stationnaire, l'opérateur dérivé soit nul $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, et toutes les grandeurs électriques et magnétiques (\mathbf{E} , \mathbf{H} , $q...$) sont constantes. Dans ce modèle la répartition des charges électriques ne dépend pas du temps (régime stationnaire : cas de courant continue). A cet effet, le champ magnétique crée ne varie pas dans le temps $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ [132] :

Les équations de ce modèle se simplifient comme suit :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = 0 \quad (\text{IV.18.a})$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{IV.18.b})$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \quad (\text{IV.18.c})$$

La relation (Eq IV.18.a) dérive un potentiel scalaire électrique V , tel que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} V = -\nabla V \quad (\text{IV.19})$$

Ce modèle se ramène alors à l'équation dit de Poisson :

$$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \quad (\text{IV.20})$$

A partir de l'équation (Eq IV.19) on remarque qu'un seul inconnu scalaire, ce qui implique une unicité de solution, cependant le problème à étudier est en fonction de (V) , donc une seule valeur de chaque point. Si $\rho=0$ (exemple dans le vide) on a $\Delta V = 0$ c'est l'équation de Laplace.

IV.3.2 Le modèle électrocinétique

Ce type de modèle est utilisé lors de la répartition de courant électrique dans des conducteurs hétérogènes (connexion, jeu de barre...) soumis à des tensions continues. Ce modèle peut s'écrire en deux formulations, avec le terme $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ reste nul. La formulation en potentiel scalaire électrique est régit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\operatorname{Rot}} \vec{E} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{J} &= 0 \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

Où σ est la conductivité de conducteur [S/m].

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\operatorname{Rot}} \vec{E} = 0 &\Leftrightarrow E = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} V \\ \operatorname{div} \vec{J} = 0 &\Rightarrow \sigma \operatorname{div}(\vec{E}) = -\sigma \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} V) \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

La résolution de ce genre d'équation est bien maîtrisée ; cela est dû particulièrement à la simplicité de la détermination des conditions aux limites.

La formulation en potentiel vecteur électrique est donnée par les équations suivantes :

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0 \Rightarrow J = \overrightarrow{\operatorname{rot}} T \quad (\text{IV.23})$$

$$\overrightarrow{rot} \vec{J} = \sigma \overrightarrow{rot} \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{\sigma} \overrightarrow{rot} (\overrightarrow{rot} \vec{T}) = 0$$

IV.3.3 Le modèle magnétostatique

IV.3.3.1 Le modèle magnétostatique scalaire (Approche Coulombienne)

Dans ce modèle, on admet que les courants sont négligeables dans la pièce à étudier, et que le champ magnétique ne dépend pas du temps $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$. La formulation en potentiel scalaire magnétique est gouvernée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Rot} \vec{H} &= \vec{0} && \text{Car les courants sont nuls.} \\ \overrightarrow{div} \vec{B} &= 0 && \text{Conservation du champ.} \end{aligned} \tag{IV.24}$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés par des forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié, ou bien par l'effet d'aimants permanents (Eq IV.11). Dans ce cas, le champ dérive d'un potentiel magnétique scalaire Φ :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad} \Phi \tag{IV.25}$$

Les équations (Eq IV.23) et (Eq IV.11) sont regroupées pour former l'équation globale suivante :

$$\overrightarrow{div} (\mu \overrightarrow{grad} \Phi) = -\overrightarrow{div} \vec{B}_r \tag{IV.26}$$

Ce modèle pose peu des problèmes, néanmoins, il est particulièrement adapté aux cas tridimensionnels.

IV.3.3.2 Le modèle magnétostatique vectoriel (Approche Ampérienne)

Il est un peu similaire le modèle précédent, sauf qu'on suppose que, la création de champ magnétique par des sources indépendantes du temps (des courants stationnaires imposés \vec{J}_s ou à des aimants permanents). Donc le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ vaut nul, et les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} sont découplés. Dans le cas stationnaire non linéaire, les équations gouvernantes de ce modèle sont :

$$\text{Car les courants non nuls.} \tag{IV.27}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{rot} \vec{H} &= \vec{J} && \text{Conservation du champ.} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{B}_r) && \text{Loi de comportement non linéaire.} \end{aligned}$$

A partir de ces équations avec l'application de la jauge de Coulomb $\text{div} \vec{A} = 0$, on peut déduire l'équation magnétostatique non linéaire.

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = J_s + \overrightarrow{rot} \vec{B}_r \tag{IV.28}$$

IV.3.4 Le modèle magnétodynamique

Au contraire du modèle précédent le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ n'est plus nul. C-à-d. l'évolution du champ magnétique et de la **f.e.m** ne sont pas stationnaires. Toutefois, les phénomènes magnétiques et électriques ne sont plus découplés, due à la présence des courants induits (courants de Foucault). Typiquement, un problème magnétodynamique est composé des parties suivantes : des inducteurs dans lesquelles circulent des courants variables, matériaux magnétiques saturables ou non-saturables, des matériaux conducteurs où peuvent circuler des courants induits, et une boîte d'air englobant [8].

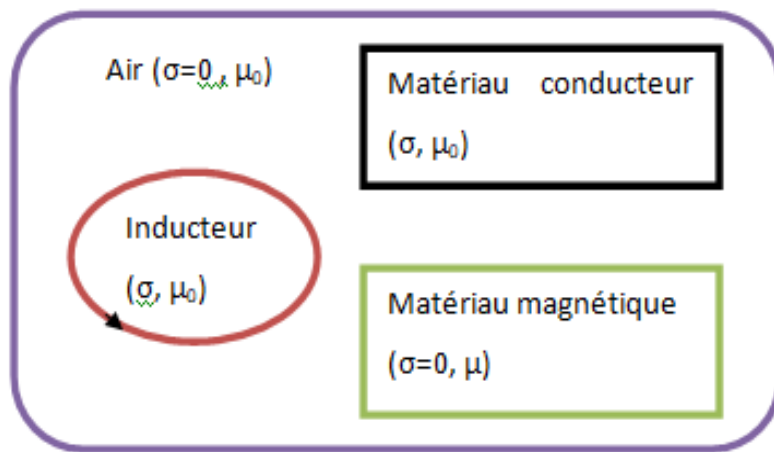


Figure IV.1 Schématisation d'un problème magnétodynamique.

Pour résoudre un tel problème magnétodynamique, deux formulations en potentiel peuvent être introduites, la formulation en $T-\phi$ dite formulation Magnétique et la formulation électriques en $A-V$.

IV.3.4.1 Formulation magnétodynamique T- ϕ

Les équations liées à cette formulation sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \vec{H}_{ind} + \vec{H}_s \\ \vec{H}_{ind} &= \vec{T} - grad\phi\end{aligned}\quad (IV.29)$$

En régime harmonique, l'équation à résoudre est :

$$\vec{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\vec{rot}\vec{T}\right) + j\omega\mu(\vec{T} - grad\phi) = 0 \quad (IV.30)$$

IV.3.4.2 Formulation magnétodynamique A-V

Cette formulation est assez générale, elle présente plusieurs avantages du fait qu'on introduit le potentiel vecteur magnétique \vec{A} . Cependant le système d'équations s'écrit en fonction d'un seul inconnu dont il a une seule composante. A partir de l'équation de conservation du flux, on peut définir une fonction vectorielle \vec{A} par :

$$div\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{rot}\vec{A} \quad (IV.31)$$

$$\vec{rot}\vec{E} = -\vec{rot}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \Rightarrow \vec{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (IV.32)$$

Ceci implique que $\left(\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)$ est un champ conservatif, il dérive donc un potentiel scalaire électrique V :

$$\left(\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = -gradV \Rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + gradV\right) \quad (IV.33)$$

L'expression de \vec{E} dépend à la fois de \vec{V} et de \vec{A} . A partir de les équations (Eq IV.14) et (Eq I.16.a) nous aurons :

$$\nu_0\nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{A}) + \sigma\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \nabla V\right) = \vec{J}_s + \nabla \wedge \vec{M} \quad (IV.34)$$

On peut considérer que le terme $\sigma\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \nabla V\right)$ est intégré directement dans le terme $\nabla \wedge \vec{M}$, on aura donc l'équation magnétodynamique non linéaire en fonction du potentiel vecteur magnétique :

$$\nu_0 \nabla \wedge (\nabla \wedge A) = J_s + \nabla \wedge M \quad (IV.35)$$

IV.4 Equation magnétodynamique bidimensionnelle

Les dispositifs possédant une symétrie par rapport à un axe, nous permet de simplifier le domaine d'étude en un problème bidimensionnel. Dans les problèmes bidimensionnels, on peut avoir deux types de symétrie : la première concerne les systèmes à symétrie de translation, dont il ne présente aucune variation sur l'une des trois directions d'un plan cartésien, généralement, on choisit l'axe (oz). Dans l'autre cas, on trouve les systèmes axisymétriques (symétrie d'axe de révolution dans les coordonnées cylindriques (r, φ, z), où aucune variation par rotation n'a lieu le long de la direction orthoradiale (φ). Dans ce travail, nous allons nous restreindre au cas cartésien, où la direction des vecteurs \vec{j} de la densité de courant et $\vec{A} = \vec{A}_z$ doit être perpendiculaire au plan d'étude, alors que le champ magnétique \vec{B} présente deux composantes suivant (ox) et (oy). La condition de jauge de Coulomb est automatiquement vérifiée [7]. Le problème magnétodynamique régi par l'équation (Eq IV.35), devient alors en coordonnées cartésiennes symétriques :

$$\overrightarrow{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix} \quad (IV.36)$$

Donc :

$$\overrightarrow{rot} \vec{A} = \frac{\partial A_z}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (IV.37)$$

Et :

$$\overrightarrow{rot} \vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ M_x & M_y & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\partial \vec{M}_y}{\partial z} \vec{i} + \frac{\partial \vec{M}_x}{\partial z} \vec{j} + \left(\frac{\partial \vec{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{M}_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (IV.38)$$

Supposant que \vec{M}_x et \vec{M}_y sont invariant par rapport à l'axe Oz donc l'équation de l'aimantation :

$$\overrightarrow{rot} \vec{M} = \left(\frac{\partial \vec{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{M}_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (IV.39)$$

Le premier terme de l'équation (Eq IV.36) devient :

$$\vec{rot}(\vec{rot}\vec{A}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial A_z}{\partial y} & -\frac{\partial A_z}{\partial x} & 0 \end{vmatrix} = -\left(\frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial y^2}\right)\vec{k} \quad (IV.40)$$

Après une manipulation mathématique sur les équations ci-dessus, on aura en coordonnées cartésiennes l'équation suivante :

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \left(\vec{J}_s(t) + \vec{\nabla} \wedge \vec{M} \right) \quad (IV.41)$$

Cette équation de diffusion représente le comportement magnétique des dispositifs électromagnétiques. Deux méthodes peuvent être utilisées comme outil de résolution de cette équation. La première est celle de la méthode analytique, qui ne sera pas élaborée dans ce travail vue à sa complexité, due que pour chaque nouvelle structure un modèle correspondant doit être développé. L'autre outil c'est d'utiliser les méthodes numériques.

IV.5 Résolution par les méthodes numériques

Les modèles numériques sont fondés sur la résolution directe des équations en fournissant les valeurs des potentiels (magnétique, électrique, ...) en tout point de la structure. Les grandeurs macroscopiques sont ensuite calculées à partir des valeurs de potentiels trouvés. Ces méthodes présentent typiquement sous forme des logiciels génériques, où le temps de réponse généralement lent du fait qu'ils analysent des matrices relativement grandes. Chaque méthode de résolution numérique d'un problème continu comporte une phase de maillage et une phase de discrétisation. La phase de maillage consiste à diviser le domaine d'étude en de petits volumes appelés volumes de contrôle et la phase de discrétisation transforme le problème continu en un problème discret. (Transforme les équations aux dérivées partielles (EDP) aux systèmes d'équations algébriques). L'objectif de cette partie est de développer un code basé sur la méthode des volumes finis de maillage structuré et non structuré.

IV.5.1 La Méthode Des Eléments Finis (MEF)

C'est une méthode utilisée la première fois en génie civil et en mécanique et n'a trouvé sa place en génie électrique que vers les années 1970. Elle est plus générale, car elle est mieux adaptée aux géométries complexes et aux non linéarités des matériaux. La MEF ne s'applique

pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre. Cependant, on cherche à exprimer une formulation intégrale basée soit sur la méthode variationnelle ou bien sur la méthode des résidus pondérés [133]. Le principe de la méthode des résidus pondérés est de remplacer la solution exacte par la solution approchée, ce qui va engendrer une erreur appelée résidus. Toutefois, on subdivise le domaine d'étude, en éléments simples (fig. IV.2), et en approximant la fonction inconnue sur chaque élément par des polynômes de Lagrange de degré un ou deux, ensuite l'erreur due à l'approximation doit être minimisée. La MEF est une méthode très puissante, et est très utilisée avec succès pour les problèmes électrotechniques. Par contre sa mise en œuvre est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante.

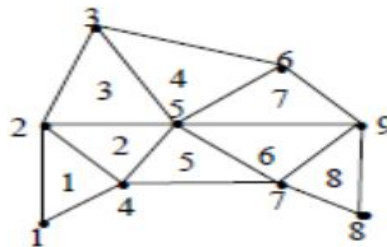


Figure IV.2 Un domaine d'étude discrétisé en Elément finis.

IV.5.2 Méthode de différence finis (MDF)

C'est une méthode basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences. Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque point ou nœud de maillage, pour cela, on aura un système d'équations possédant un nombre d'équations égale au nombre de nœuds. La figure (fig. IV.3) représente un exemple de maillage pour le cas bidimensionnel.

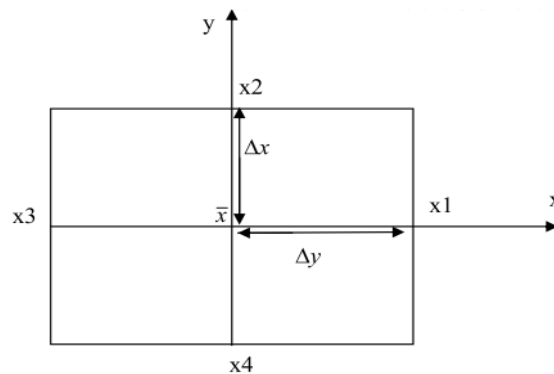


Figure IV.3 Configuration géométrique en 2D.

Où x est le point d'évaluation et $x1$, $x2$, $x3$ et $x4$ étant les nœuds du maillage.

IV.5.3 Méthode intégrale de frontière (MIF)

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine.

Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème **d'Ostrogorski-Green**. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude des structure tridimensionnelles, ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps de calcul [134-132-135].

IV.5.4 Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode des volumes finis est appliquée dans divers problèmes de la physique, la mécanique de fluide, les problèmes d'écoulement (fig. IV.4). Ces dernières années, elle a atteint un stade de développement avancé pour les calculs des EDP pour les problèmes de transfert thermique, électromagnétisme, où elle a supplanté les méthodes classiques. Le concept principal de cette formulation est de découper le domaine de calcul en un nombre d'éléments suffisamment faible pour que le matériau magnétique puisse être considéré comme linéaire sur les surfaces correspondantes (Le maillage). Chaque élément contient un schéma de volumes finis centré et entouré par quatre nœuds pour le cas bidimensionnel axisymétrique. L'équation différentielle est intégrée dans chacun des volumes élémentaires. L'équation discrétisée exprime le principe de conservation de l'inconnu dans l'élément de volume, où la solution obtenue est constituée aux nœuds [135]. La discrétisation par la méthode des volumes finis conduit à un système linéaire avec une matrice creuse. Cet avantage accède à une convergence plus rapide des solveurs itératifs.

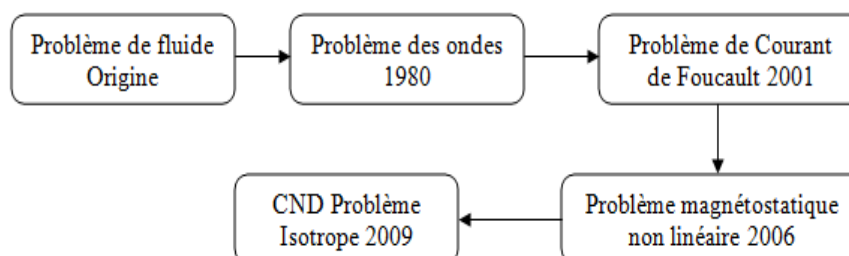


Figure IV.4 Histoire d'application de la méthode des volumes finis.

La technique comprend deux étapes importantes : La diversité des choix des éléments de maillage donne une flexibilité importante à la méthode. Dans les régions où les résultats doit

être précis, il faut minimiser (raffinage) le volume des éléments, ce qui rend le temps de résolution plus important.

IV.5.4.1 Discrétisation MVF avec un maillage rectangulaire

Ci-dessous, nous donnons l'exemple d'un maillage comprenant des volumes de contrôle rectangulaire irrégulier qu'on peut adopter pour la discrétisation de l'équation.

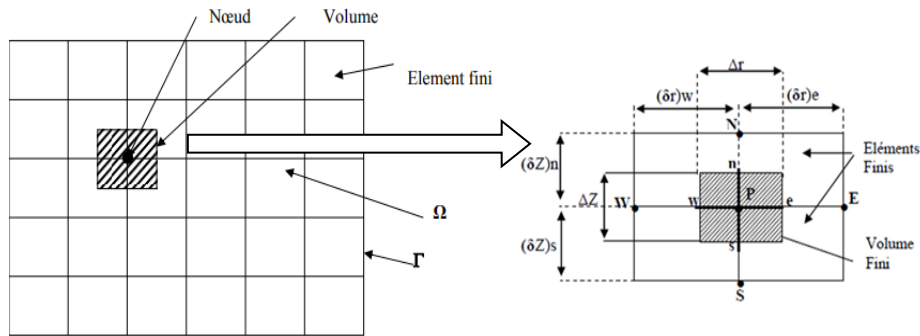


Figure IV.5 Maillage d'un domaine avec une description d'un volume fini.

La valeur de \vec{A} est nulle aux frontières, et à chaque point P placé au centre de chaque volume. (e) et (o) sont deux points sur l'axe horizontal x appelés « Est » et « Ouest ». et deux autres points voisins sur l'axe vertical y qui sont sud (s) nord (n), Δx et Δy sont les pas de maillage (fig. IV.5).

L'intégration de l'équation (Eq IV.41) sur le volume de contrôle autour du centre P donne :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} \right) dx dy dt = -\mu_0 \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \left(J_s + \left(\frac{\partial \vec{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{M}_x}{\partial y} \right) \right) dx dy dt \quad (IV.42)$$

On développe l'équation (Eq IV.42), commençant par le premier terme du membre à gauche :

$$I_1 = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} dx dy dt = \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_w^e \Delta y \Delta t = \left(\left(\frac{A_e - A_p}{\Delta x} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta x} \right) \right) \Delta y \Delta t \quad (IV.43)$$

Le développement du second terme du membre à gauche est donné par :

$$I_2 = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} dx dy dt = \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_s^n \Delta x \Delta t = \left(\left(\frac{A_n - A_p}{\Delta y} \right) - \left(\frac{A_p - A_s}{\Delta y} \right) \right) \Delta x \Delta t \quad (IV.44)$$

Le premier terme du membre à droite de l'équation (Eq IV.42) devient :

$$I_3 = - \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \mu_0 J_{\max} \cos(\omega t) dx dy dt = - \frac{\mu_0 J_{\max} \sin(\omega t)}{\omega} \Delta x \Delta y \quad (IV.45)$$

Le second terme à droite de l'équation devient sous la forme suivante :

$$I_4 = -\mu_0 \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial \overline{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \overline{M}_x}{\partial y} \right) dx dy dt = -\mu_0 \left((M_e - M_w) \Delta y \Delta t - (M_n - M_s) \Delta x \Delta t \right) \quad (IV.46)$$

L'équation globale est alors donnée par :

$$\left(\left[\frac{A_e - A_p}{\Delta x} \right] - \left[\frac{A_p - A_w}{\Delta x} \right] \right) \Delta y \Delta t + \left(\left[\frac{A_n - A_p}{\Delta y} \right] - \left[\frac{A_p - A_s}{\Delta y} \right] \right) \Delta x \Delta t = -\mu_0 \left(\frac{J_{\max} \sin(\omega t)}{\omega} \Delta x \Delta y + \left[(M_e - M_w) \Delta y \Delta t - (M_n - M_s) \Delta x \Delta t \right] \right) \quad (IV.47)$$

IV.5.4.1.a Détermination de l'aimantation

Pour déterminer l'aimantation aux nœuds principaux, on suppose que la variation de l'aimantation entre deux nœuds proches est linéaire, $M = ax + b$, dans ce cas l'aimantation au nœud (E) est donnée par $M_E = a x_E + b$ et au nœud (W) devient $M_W = a x_W + b$.

Après quelques opérations mathématiques, on obtient :

$$(M_e - M_w) = (M_E - M_W) \frac{x_e - x_w}{x_E - x_W} \quad (IV.48)$$

Donc l'équation (Eq IV.47) devient :

$$\left(\left(\frac{A_e - A_p}{\Delta x} \right) - \left(\frac{A_p - A_w}{\Delta x} \right) \right) \Delta y \Delta t + \left(\left(\frac{A_n - A_p}{\Delta y} \right) - \left(\frac{A_p - A_s}{\Delta y} \right) \right) \Delta x \Delta t = - \left(\frac{\mu_0 J_{\max} \sin(\omega t)}{\omega} \Delta x \Delta y + \mu_0 \left((M_E - M_W) \frac{x_e - x_w}{x_E - x_W} \Delta y \Delta t - (M_N - M_S) \frac{x_n - x_s}{x_N - x_S} \Delta x \Delta t \right) \right) \quad (IV.49)$$

Finalement l'équation algébrique obtenue est la suivante :

$$-K_p A_p + K_E A_E + K_W A_W + K_N A_N + K_S A_S = K_j \sin(\omega t) + K_M \left[(M_E - M_W) - (M_N - M_S) \right] \quad (IV.50)$$

Avec :

$$K_P = -(K_E + K_W + K_N + K_S), K_E = \frac{\Delta y}{\Delta x}, K_W = \frac{\Delta y}{\Delta x}, K_N = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

$$K_S = \frac{\Delta x}{\Delta y}, K_J = \frac{1}{w} \mu_0 j_{max} \Delta x \Delta y$$

$$K_M(N, S) = \mu_0 \frac{x_n - x_s}{x_N - x_S} \Delta x, K_M(E, W) = \mu_0 \frac{x_e - x_w}{x_E - x_W} \Delta y.$$

Si la discrétisation du domaine comporte n nœuds ; alors, il est évidemment qu'un système de n équations avec n inconnues doit être construit.

IV.5.4.2 Discrétisation MVF avec un maillage triangulaire

Comme on a montré précédemment, la méthode des volumes finis est particulièrement adaptée aux problèmes dans lesquels les équations gouvernantes représentent des lois de conservation. L'équation de volume fini régulier (Eq IV.50) a été dérivée par l'intégration d'EDP elliptique sur le volume de contrôle rectangulaire. Il est important de noter que ; la discrétisation précédente n'était possible que pour les éléments ayant des limites bien définies sur les deux directions x et y (par exemple les faces, w, e, s, n). Maintenant, que se passe-t-il si le contrôle volume est de forme triangulaire (fig. IV.6) ou d'autre forme irrégulière ? Dans un tel cas, une approche plus générale est nécessaire. La théorie de la divergence attribuée à Gauss (Eq IV.51) nous permet de faire la discrétisation avec ce maillage [134].

$$\int_V (\nabla \cdot F) dV = \int_S (F \cdot \vec{n}) dS \tag{IV.51}$$

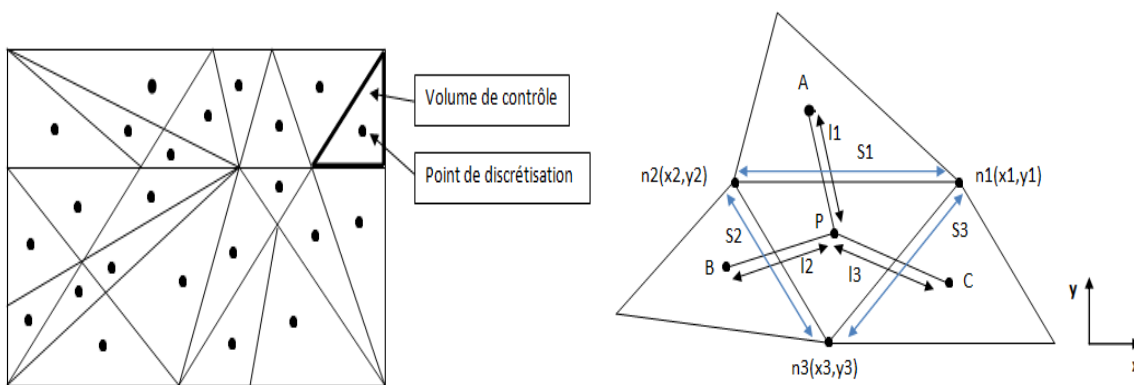


Figure IV.6 Maillage d'un domaine avec des éléments triangulaire.

En appliquant la théorie de Gauss, on intègre le premier terme de l'équation différentielle (Eq IV.41) sur le volume triangulaire de surface \mathcal{S} entouré au nœud 'P' (en 2D ; S correspondant à la longueur de la face d'un triangle), on obtient :

$$\int_V \left(\nabla \cdot \frac{1}{\mu_f} \nabla \vec{A} \right) dV = \int_S \left(\frac{1}{\mu_f} \nabla \vec{A} \cdot \vec{n} \right) dS_f \quad (IV.52)$$

$$\int_S \left(\frac{1}{\mu_f} \nabla \vec{A} \cdot \vec{n} \right) dS_f = \sum_{f=1}^3 \int_{S_f} \left(\frac{1}{\mu_f} \nabla \vec{A} \cdot \vec{n} \right) dS_f = \sum_{f=1}^3 \left(\frac{1}{\mu_f} \nabla A_f \cdot n_f \right) S_f \quad (IV.53)$$

En introduisant les coordonnées : 'n' le long de la ligne joignant **P** et **A**, et 't' le long de la face du volume de contrôle (c'est-à-dire le long de la ligne joignant les sommets **n1** et **n2**). La figure (fig. IV.7) montre que le vecteur normal unitaire extérieur 'n' est perpendiculaire à la coordonnée tangentielle 't'. Ainsi, le terme $\overrightarrow{\text{grad}} A$ peut être exprimé en termes de coordonnées des vecteurs unitaire 'i', 'j' ou 'n', 't' comme suit :

Où 'n' et 't' sont des vecteurs unitaires le long des directions normale et tangentielle.

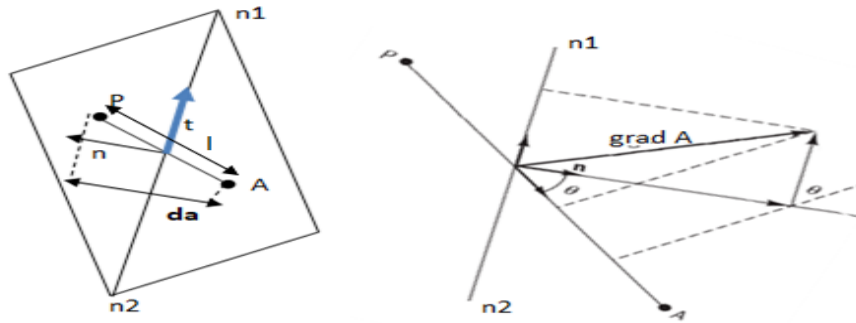


Figure IV.7 Un volume non structuré en 2D montrant la cellule **P** et son voisin **A**.

En 2D, le gradient de ∇A à la face **f** est un vecteur, et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(\nabla A)_f = \frac{\partial A}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial A}{\partial y} \vec{j} = [(\nabla A) \cdot \vec{i}] \vec{i} + [(\nabla A) \cdot \vec{j}] \vec{j} \quad (IV.54)$$

Dans l'équation (Eq IV.54), le vecteur ∇A a été décomposé en deux directions perpendiculaires l'un à l'autre (les directions de coordonnées cartésiennes 'i' et 'j'). En principe, le vecteur $(\nabla A)_f$ pourrait être décomposé en deux directions arbitraires qui sont aussi perpendiculaires, telles que la normale et la tangente à la face **f**, donc on peut écrire [135] :

$$(\nabla A)_f = \frac{\partial A}{\partial x} \vec{n} + \frac{\partial A}{\partial y} \vec{t} = [(\nabla A) \cdot \vec{n}] \vec{n} + [(\nabla A) \cdot \vec{t}] \vec{t} \quad (IV.55)$$

Ensuite, nous effectuons un produit scalaire de l'équation (Eq IV.54) avec le vecteur \vec{l}_f , qui est le vecteur du segment relie le centre de la cellule de **A** avec centre de la cellule de **P**, comme illustré à la figure (fig. IV.8). L'équation résultante est :

$$(\nabla A)_f \cdot l_f = \left[(\nabla A)_f \cdot \vec{n}_f \right] \vec{n}_f \cdot l_f + \left[(\nabla A)_f \cdot \vec{t}_f \right] \vec{t}_f \cdot l_f \quad (\text{IV.56})$$

La quantité $\vec{n}_f \cdot l_f$ représente la distance perpendiculaire entre le centre de cellule **A** et le centre de cellule **P** dans la direction normale à la face **f**, noté **da** sur la figure (fig. IV.7). il s'agit d'une autre quantité qui est précalculée et stockée pour chaque face afin qu'elle soit facilement disponible. Par conséquent, l'équation (Eq IV.56) peut être réécrit comme suit :

$$(\nabla A)_f \cdot \vec{n}_f = \frac{(\nabla A)_f \cdot l_f}{da} + \frac{\left[(\nabla A)_f \cdot \vec{t}_f \right] \vec{t}_f \cdot l_f}{da} \quad (\text{IV.57})$$

Où t_f est la tangente de la surface (arrête) unitaire pointant de **n1** vers **n2**. Comme dans le cas d'un maillage cartésien régulier. En effectuant maintenant deux développements en série de Taylor : l'un de **A** sur **f** et l'autre de **P** sur **f**. La série de Taylor peut s'écrire sous la forme :

$$A_A = A_f + \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_f (x_A - x_f) + \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_f (y_A - y_f) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \Big|_f (x_A - x_f)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \Big|_f (y_A - y_f)^2 + \dots \quad (\text{IV.58})$$

$$A_P = A_f + \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_f (x_P - x_f) + \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_f (y_P - y_f) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \Big|_f (x_P - x_f)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \Big|_f (y_P - y_f)^2 + \dots$$

En soustrayant la deuxième expression de la première, nous obtenons :

$$A_A - A_P = \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_f (x_A - x_P) + \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_f (y_A - y_P) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \Big|_f \left[(x_A - x_f)^2 - (x_P - x_f)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \Big|_f \left[(y_A - y_f)^2 - (y_P - y_f)^2 \right] + \dots \quad (\text{IV.59})$$

En réorganisant alors l'équation (Eq IV.59) nous obtenons :

$$A_A - A_P = (\nabla A)_f \cdot l_f = \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_f (x_A - x_P) + \frac{\partial A}{\partial y} \Big|_f (y_A - y_P) \quad (\text{IV.60})$$

$$(\nabla A)_f \cdot \vec{n}_f = \frac{A_A - A_P}{da} + \frac{\left[(\nabla A)_f \cdot \vec{t}_f \right] \vec{t}_f \cdot l_f}{da} \quad (\text{IV.61})$$

En suivant la même procédure que celle utilisée pour dériver $(\nabla A)_f$, on peut facilement montrer $(\nabla A)_f \cdot \vec{t}_f = A_{n_2} - A_{n_1}$, où A_{n_1} et A_{n_2} sont les valeurs aux sommets n_1 et n_2 , respectivement, comme le montre la figure (fig. IV.7), et par conséquent, il s'ensuit que :

$$(\nabla A)_f \cdot \vec{t}_f = \frac{A_{n_2} - A_{n_1}}{|\vec{t}_f|} \quad (IV.62)$$

où $|\vec{t}_f|$ est la longueur de l'arrête $[n_1 n_2]$ (ou l'aire de la face f dans le cas d'un maillage 2D). La quantité $\vec{t}_f \cdot \vec{l}_f$ peut être calculée directement en utilisant les coordonnées des sommets et des centres des cellules, de sorte que l'expression (Eq IV.53) peut être écrite sous la forme finale comme suit :

$$\int_S \left(\frac{1}{\mu_f} \nabla \vec{A} \cdot \vec{n} \right) dS_f = \sum_{f=1}^{N_f} \left(\frac{1}{\mu_f} \left(\frac{A^{abc} - A_p}{da} + \frac{[A_{n_{231}} - A_{n_{123}}] \vec{t}_f \cdot \vec{l}_f}{|S_f| da} \right) \right) S_f \quad (IV.63)$$

Maintenant on intègre le deuxième terme dans le cas linéaire de l'équation différentielle (Eq IV.41) sur le volume triangulaire (en 2D on désigne la surface par le volume V_{tri}).

$$I = - \int_V J_{max} dV = -J_{max} \times V_{tri} \quad (IV.64)$$

Si les segments reliant les centres de cellules sont perpenduculaire à l'arrête de triangle, on aura :

$$\int_S \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \vec{A} \cdot \vec{n} \right) dS_f = \sum_{f=1}^{N_f} \left(\frac{1}{\mu_f} \frac{A^{abc} - A_p}{da} \right) S_f = \quad (IV.65)$$

$$\frac{1}{\mu_{f_1}} \frac{A^a - A_p}{da_1} S_{f_1} + \frac{1}{\mu_{f_2}} \frac{A^b - A_p}{da_2} S_{f_2} + \frac{1}{\mu_{f_3}} \frac{A^c - A_p}{da_3} S_{f_3}$$

L'équation algébrique finale s'écrit :

$$K_p A_p = K_b A_b + K_a A_a + K_c A_c + C_p \quad (IV.66)$$

Tels que : $ka = S_{f1}/(\mu_f da_1)$, $kb = S_{f2}/(\mu_f da_2)$, $kc = S_{f3}/(\mu_f da_3)$, et $Cp = J_{max} * V_{tri}$

La forme matricielle correspond à (Eq IV.66) est : $[K][A] = [Js]$

IV.6 Méthode de résolution des systèmes d'équation algébriques

Afin de résoudre les systèmes d'équations algébriques linéaires, on distingue deux groupes méthodes principales :

- Les méthodes directes.
- Les méthodes itératives.

IV.6.1 Les méthodes directes

Ces méthodes sont adaptés pour les systèmes linéaires dans les systèmes denses d'ordre peu élevé $[A][X]=[B]$. Ces méthodes sont précises et exactes, mais requièrent un espace mémoire et de temps de calcul important. Parmi les méthodes directes nous citons : Méthode d'Euler, Cramer, Gauss, Jordon, Crout, Cholevski...etc. Pour la résolution du système algébrique non-linéaire à chaque pas de temps la méthode d'Euler est utilisée.

IV.6.2 Les méthodes itératives

Cette méthode est adaptées aux matrices d'ordre élevé comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuse). Les méthodes itératives basées sur des successions d'améliorations d'une solution approchée, dont les itérations sont difficile à prévoir. Nombreuses méthodes itératives peuvent être utilisées pour résoudre les systèmes linéaires de la forme $[K][A]=[B]$. la méthode de Jacobi, la méthode de Gauss-Seidel, la méthode de relaxation, la méthode du gradient conjugué. On trouve certaines méthodes implémentées sous environnement Matlab telles que : BICGSTAB, CGS, GMRES, sont les plus utilisés. En effet, la convergence d'une telle méthode est liée effectivement de la structure des propriétés de la matrice K et le vecteur B . Généralement, la méthode des volumes finis produit une matrice K de grande taille, mais souvent creuse. Pour cette matrice, le solveur Gauss Siedel est un bon choix, parce qu'il consomme moins de mémoire et souvent converge rapidement [137].

IV.6.2.1 Méthode de JACOBI

Cette méthode consiste à transformer le système : $[A][x] = [B]$ en :

$$X_i^{k+1} = \left(b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k \right) / a_{ij} \quad i \neq j, i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{IV.67})$$

On affecte une valeur arbitraire initiale x_j^0 pour $(k=0)$ le calcul sera arrêté si : la précision absolue $(X_i^{k+1} - X_i^k) < \varepsilon$, ou la précision relative $(X_i^{k+1} - X_i^k) / X_i^k < \varepsilon$.

ε : tolérance imposée par l'utilisateur.

IV.6.2.2 Méthode de Gauss-Seidel (point par point)

Cette méthode consiste à transformer le système : $[A][x]=[B]$, en :

$$X_i^{k+1} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} X_j^k \right) / a_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{IV.68})$$

En donnant aux inconnues x_j^k des valeurs arbitraires initial x_j^0 (pour $k=0$) le processus sera arrêté si :

$(X_i^{k+1} - X_i^k) < \varepsilon$ dans le cas d'une précision absolue, $(X_i^{k+1} - X_i^k) / X_i^k < \varepsilon$ dans le cas d'une précision relative.

ε : précision imposée par l'utilisateur.

La rapidité de la convergence peut être améliorée par l'introduction d'un paramètre dit de relaxation γ . Il est facile d'écrire [136] :

$$X_i^{k+1} = X_i^k + \gamma (X_i^{k+1} - X_i^k) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{IV.69})$$

Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques régissent les matériaux magnétiques, qui s'appuie sur les équations de Maxwell. Dans ce contexte, nous avons donné un rappel sur les notions relatives à l'électromagnétisme. Cependant, différentes formulations mathématiques sous forme des EDP s'écrivent en utilisant le concept de potentiel sont présentées pour la modélisation électromagnétique. Dans notre cas, nous nous sommes intéressés de façon particulière au modèle magnétodynamique non linéaire. Afin de résoudre ces équations, un passage du domaine continu au domaine discret se fait par l'application des diverses méthodes numériques de discrétisation. Dans notre cas, on est principalement intéressé à la méthode des volumes finis (MVF) pour la transformation en un système des équations EDP à un système d'équations algébriques, lequel sera résolu par les méthodes itératives. Le chapitre suivant, sera dédié à représentation des résultats de simulation obtenus à partir d'un code numérique développé et implémenté sous l'environnement MATLAB, auquel est associé un maillage localement raffiné ; régulier et irrégulier.

CHAPITRE V

Applications et Validations

V.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents, plusieurs modèles hystérésis ont été développées, ainsi que nous avons présenté certaines méthodes numériques pour la résolution des EDP, telle que la méthode des volumes finis. Nous proposons dans le présent chapitre une approche d'incorporation du modèle énergétique dans un code de calcul par la méthode des volumes finis. Afin de valider les codes de calcul développés sous MATLAB, nous tentons de modéliser le cadre d'Epstein par la méthode des volumes finis en bidimensionnel dans les coordonnées cartésiennes. En premier lieu et, pour améliorer la concordance du modèle aux courbes mesurées la plus proche possible, une méthode d'optimisation et d'identification sera utilisé afin de déterminer les paramètres du modèle énergétique, la procédure de l'identification sera implantée sous le TOOLBOOX MATLAB. Le code de calcul développé nous a permis de représenter les cycles d'hystérésis pour différentes fréquences, de même la quantification des pertes et aussi leurs distributions. L'introduction du comportement dynamique par le modèle énergétique en régime dynamique permet de visualiser la progression de ces pertes en fonction de la fréquence.

On terminera par une validation des résultats de la simulation par une comparaison avec ceux obtenus expérimentalement.

V.2 Présentation du Problème

Les mesures ont été établis à l'aide d'un cadre d'Epstein (paragraphe II.6.3 du 2ème chapitre), chaque côté du cadre est composé de quatre tôles de type fer-silicium 3% à grains non orientés ayant les caractéristiques présentées au tableau (V.1). Sur la figure (fig. V.1) on présente la géométrie du dispositif étudié.

Epaisseur des tôles	0.35 mm
Largeur des tôles	15 mm
Longueur des tôles	160 mm
Masse volumique du matériau	7650 kg/m ³
Conductivité électrique	2.074.10 ⁶ Ω ⁻¹ m ⁻¹
l'entrefer	E= 0.01 mm
Epaisseur de l'inducteur	D=0.05 mm

Tableau V.1 Caractéristiques physiques du dispositif.

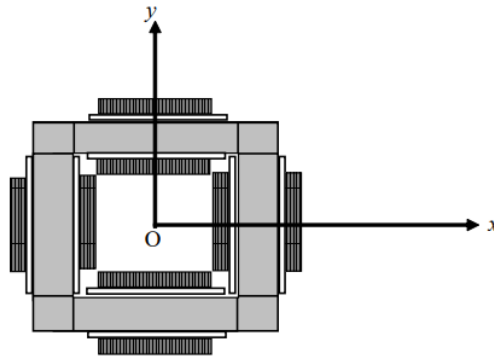


Figure V.1 Dispositif étudié (cadre d'Epstein).

V.3 Procédure de traitement du problème

La figure (fig. V.2) présente une structure générale du code de calcul par la méthode des volumes finis développés sous Matlab. Ce code comporte trois parties principales, chaque partie effectue une tâche : partie d'entrée, partie de résolution et partie de sortie :

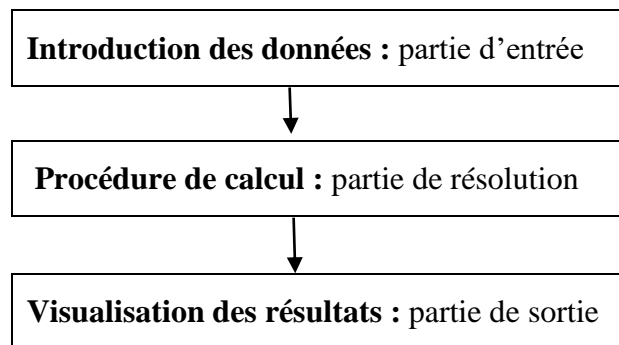


Figure V.2 Organigramme du code de calcul.

V.3.1 Introduction des données

Dans ce sous-programme, nous décrivons la géométrie du dispositif à étudier, en introduisant leurs dimensions, les frontières des domaines représentant l'infini physique, ainsi que le maillage et l'introduction des propriétés physiques nécessaires. Toutes ces données consistent à préparer les données nécessaires pour **la Procédure du calcul**.

V.3.2 Procédure de calcul

Le modèle algébrique de l'équation, présentant au chapitre précédent sous une forme matricielle est donné par $[B][x] = [C]$.

Par identification on aura : $[K][A] = [F]$.

[K] : Matrice de rigidité.

[A] : Vecteur potentiel magnétique (inconnu).

[F] : Vecteur source.

En calculant les coordonnées des nœuds ainsi que les coefficients des matrices du système [K], à partir du maillage en volume fini et les propriétés en chaque nœud.

Dans notre étude on a utilisé la méthode **itérative** de Gauss Seidel afin d'inverser la matrice [K], cette méthode est implémentée sous MATLAB sous la forme suivante $[A] = [F] \setminus [K]$, la solution obtenue représente le vecteur potentiel magnétique \vec{A} et par l'utilisation de la troisième équation de Maxwell $div(\vec{B}) = 0$ nous calculons les deux composantes du vecteur de l'induction magnétique \vec{B} .

L'introduction de ces deux composantes de l'induction magnétique dans le modèle énergétique nous a permis de calculer l'aimantation \vec{M} et le champ \vec{H} magnétique. La procédure du calcul se répète jusqu'à la fin de deux périodes de temps.

V.3.3 Visualisation des résultats

A ce stade, on visualise en 2D les grandeurs électromagnétiques du phénomène magnétique ainsi que les cycles d'hystérésis à chaque nœud dans les régions ferromagnétiques. La figure (fig. V.3) illustre les différentes étapes de la procédure du calcul et la résolution de l'équation électromagnétique. Afin de confirmer et de valider le code développé en magnétodynamique linéaire, nous utilisons le Pdetool MATLAB qui est basé sur la méthode des éléments finis.

V.4 Etude du comportement électromagnétique linéaire

Dans cette partie, nous allons illustrer les résultats obtenus (distribution du potentiel magnétique, induction magnétique). Pour qu'on puisse valider les résultats obtenus par les codes des volumes finis développés (rectangulaire et triangulaire), on fait une comparaison avec les résultats obtenus par PDETOOL (code de base ou bien de référence). Dans le cas d'un système complet, des conditions aux limites du type Dirichlet ($\vec{A}=0$) sont imposées sur le bord du domaine (infini physique). La figure suivante présente l'algorithme de résolution par le code de calcul développé.

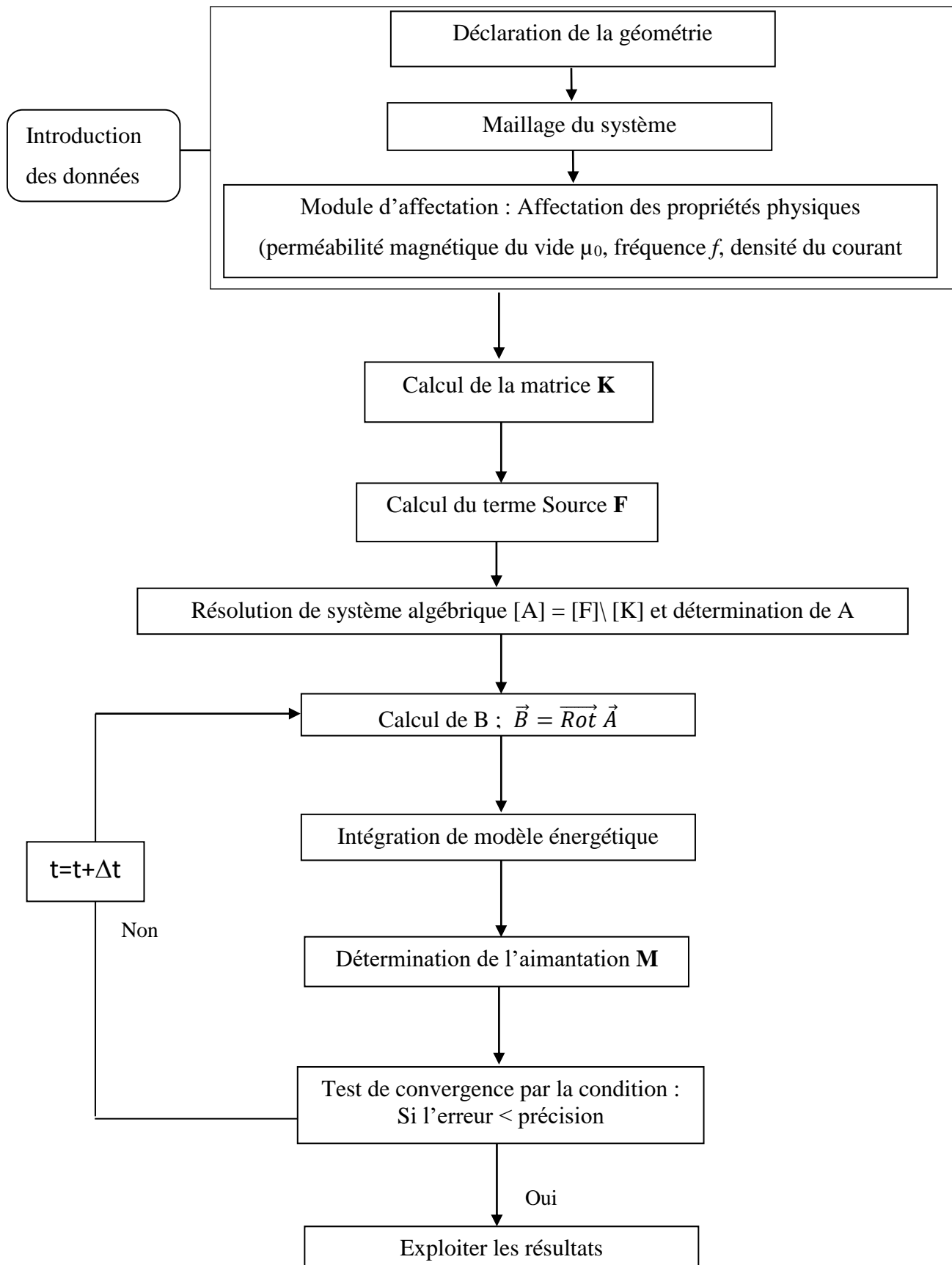


Figure V.3 Algorithme de résolution par le code de calcul développé.

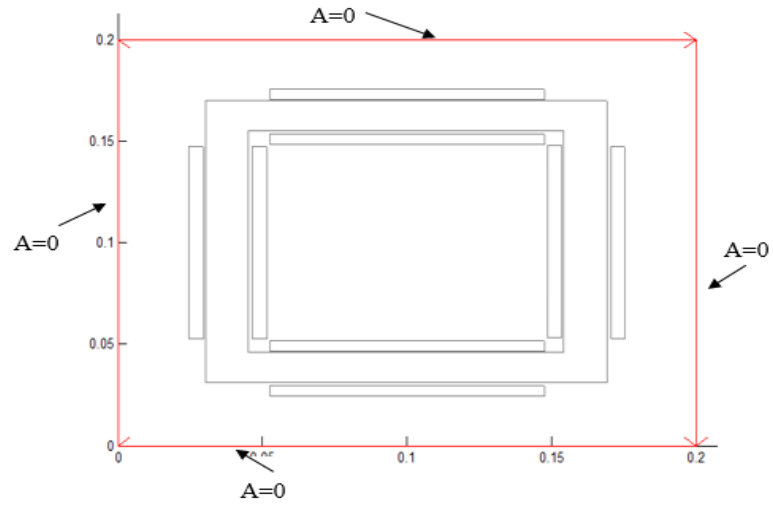


Figure V.4 Géométrie du dispositif avec les conditions de Dirichlet aux limites.

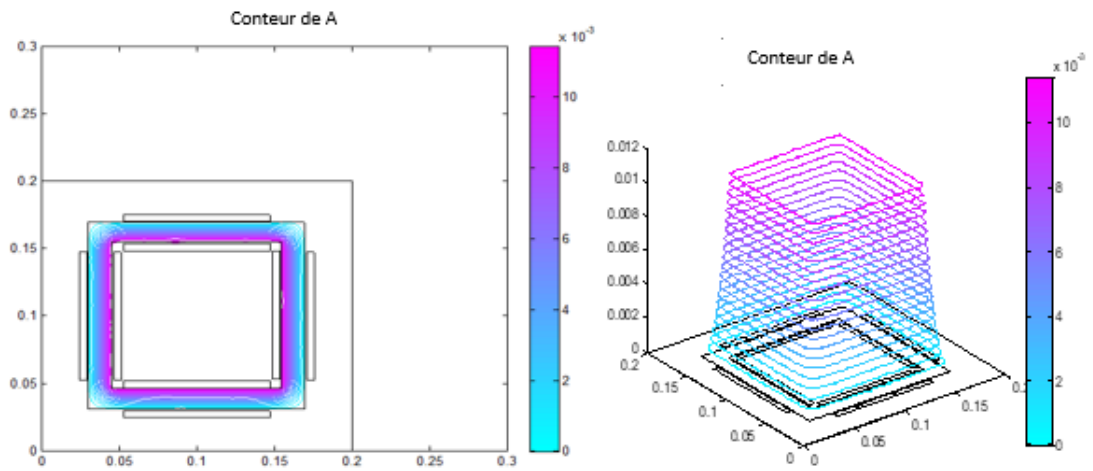


Figure V.5 Distribution de potentiel magnétique par PDETOOL.

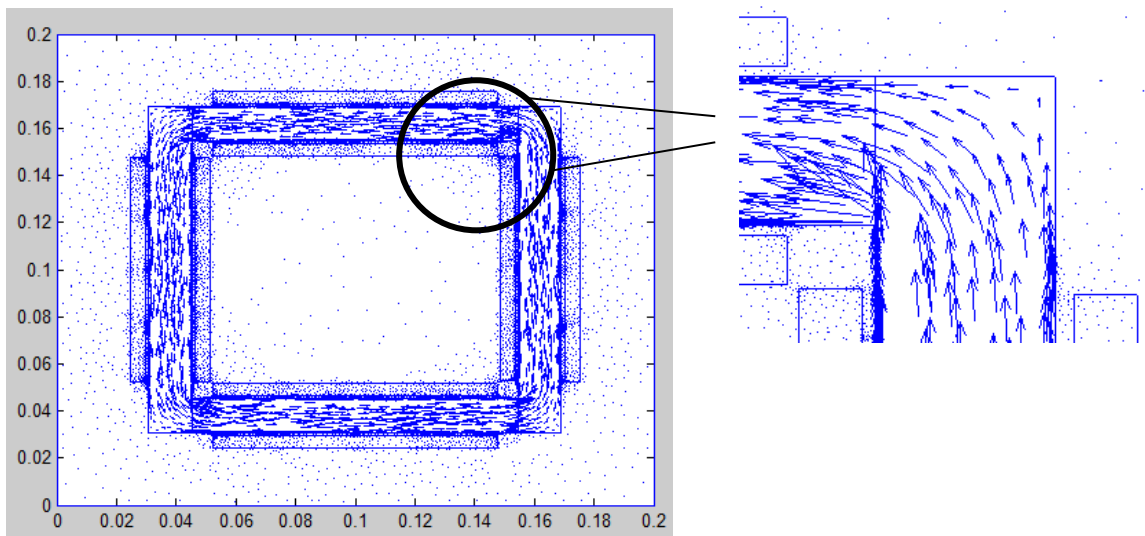


Figure V.6 Les directions des lignes d'induction.

Le système étudié présente des plans de symétrie, et vu des contraintes informatiques (espace mémoire, temps de calcul), l'étude du système sera appliquée uniquement sur l'un quart du dispositif. Dans ce cas, des conditions aux limites de type Neumann sur les axes (ox, oy) $\frac{\partial \vec{A}}{\partial n} = 0$ seront imposées au niveau des plans de symétrie, où n représente la normale au coupe du plan. Dans le cas de cette application, le nombre des points du maillage adopté représente le nombre d'inconnues du potentiel vecteur magnétique, dont il a une seule composante. La figure (fig. V.7) montre le dispositif en coupe dans le plan cartésien.

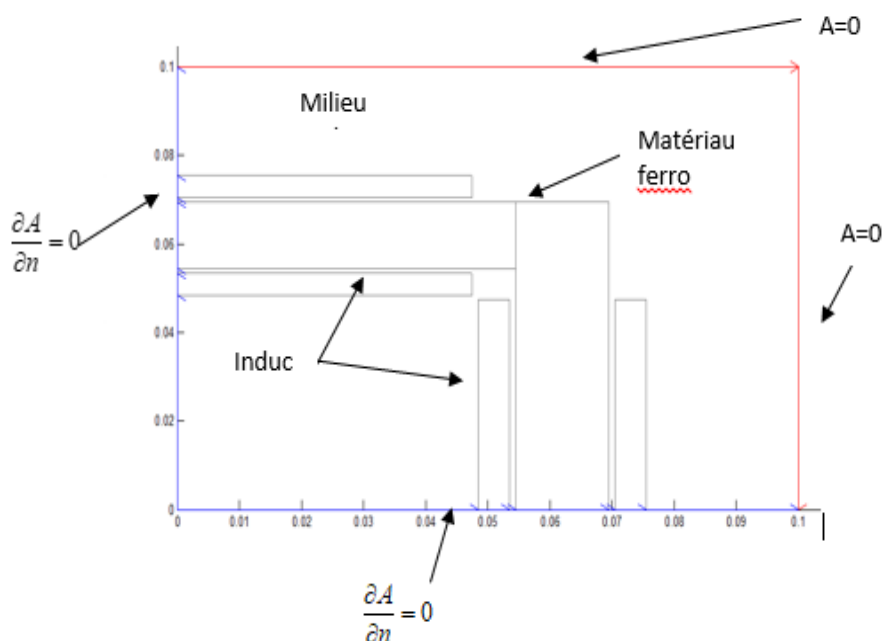


Figure V.7 ¼ du dispositif avec les conditions de type Dirichlet et de type de Neumann.

Le problème magnétodynamique non linéaire devient linéaire avec l'utilisation d'une perméabilité constante. D'après le paragraphe (III.II.8.5), on peut générer la courbe de première aimantation (fig. V.8) par le modèle énergétique statique. Cependant, à partir de cette courbe en faisant calculer la valeur moyenne de la tangente, dont on peut ainsi déduire la perméabilité relative moyenne $\mu_r = 5.8336.10^3$. Nous allons exécuter notre code de calcul avec une densité de courant $J_s = 1.10^5 \text{ A/m}^2$. La distribution du potentiel vecteur magnétique représentée est comparée avec celle obtenue en utilisant PDETOOL sous MATLAB.

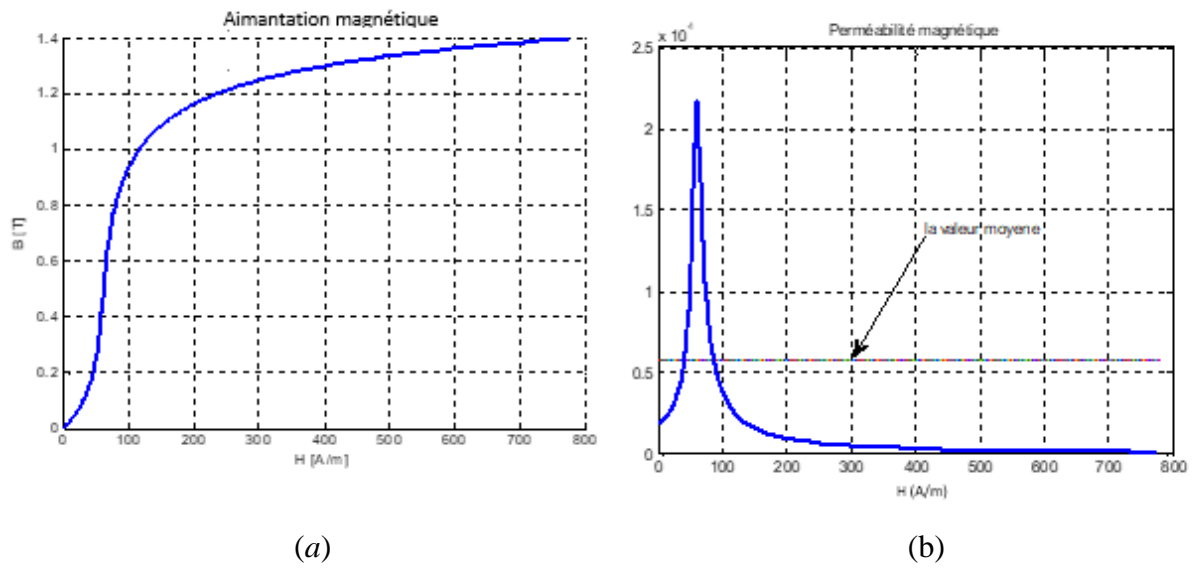


Figure V.8 (a) Courbe de première aimantation, (b) Perméabilité relative.

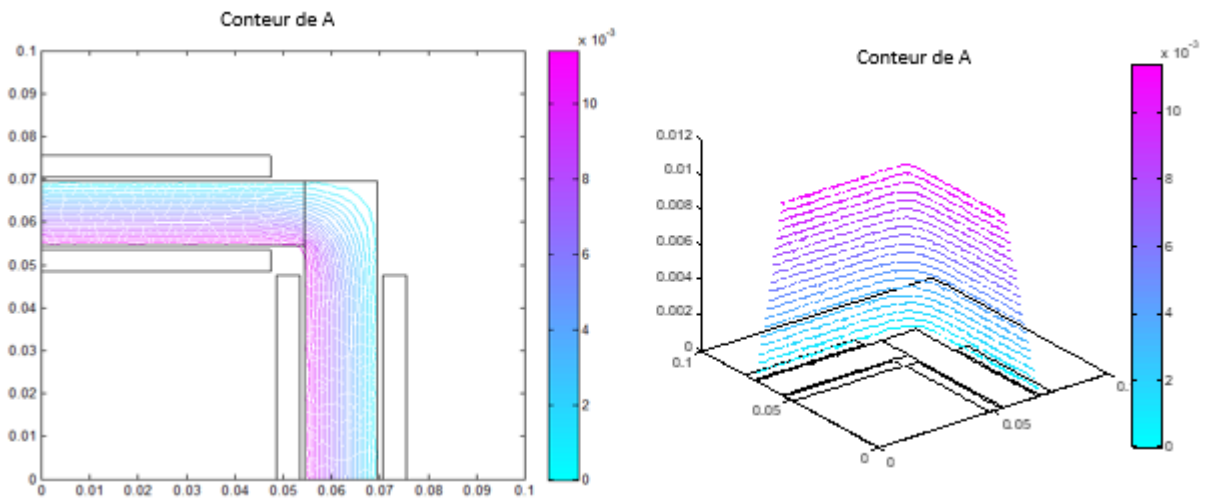


Figure V.9 ¼ Distribution de potentiel magnétique par PDETOOL.

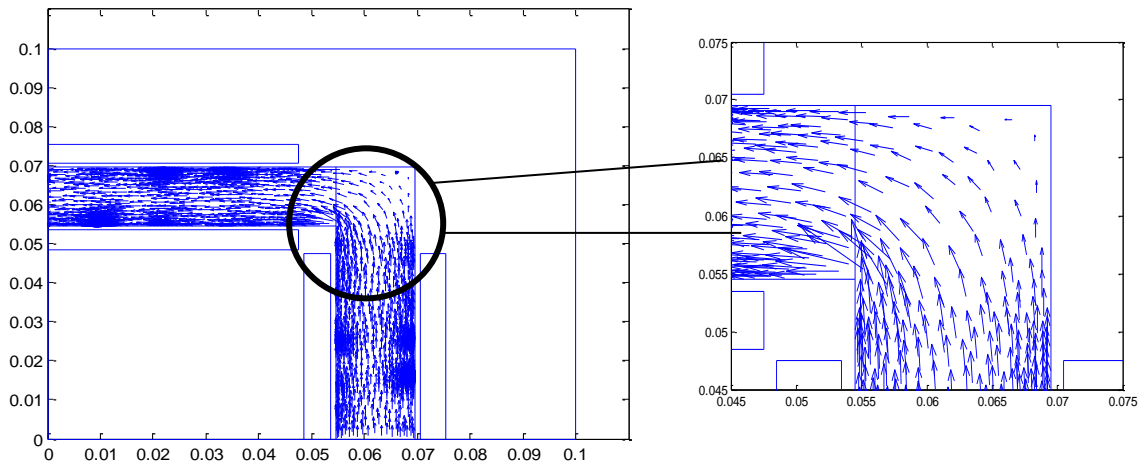


Figure V.10 Les directions des lignes d'induction pour $J=1.10^5$ A/m² par Pdeetool.

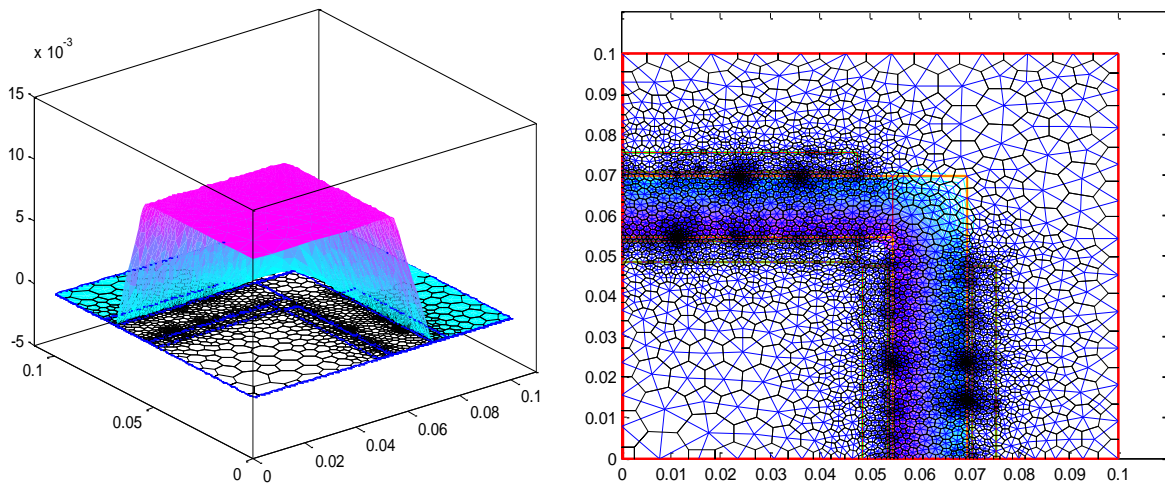


Figure V.11 Distribution de potentiel magnétique par MVF triangulaire.

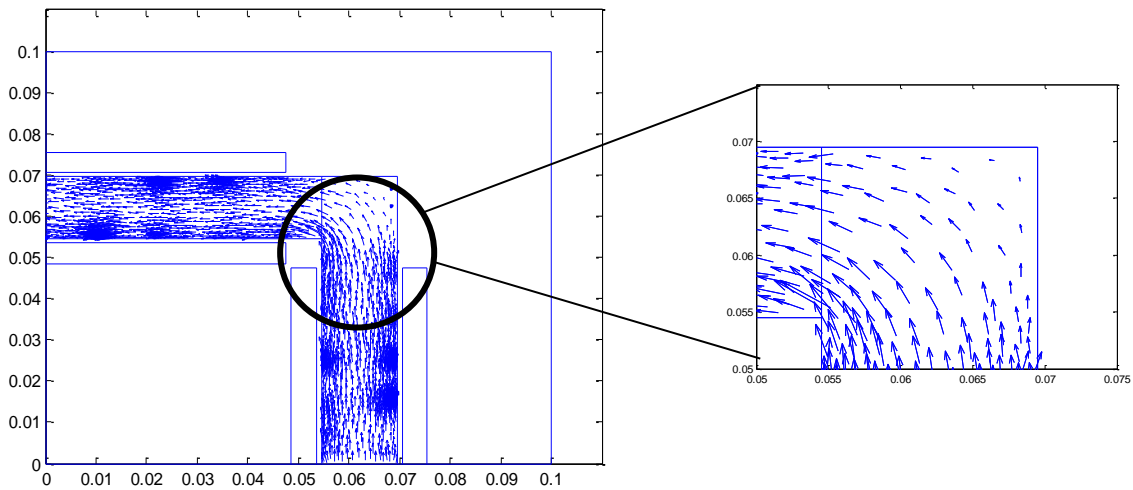


Figure V.12 Les directions des lignes d'induction générée par MVF triangulaire.

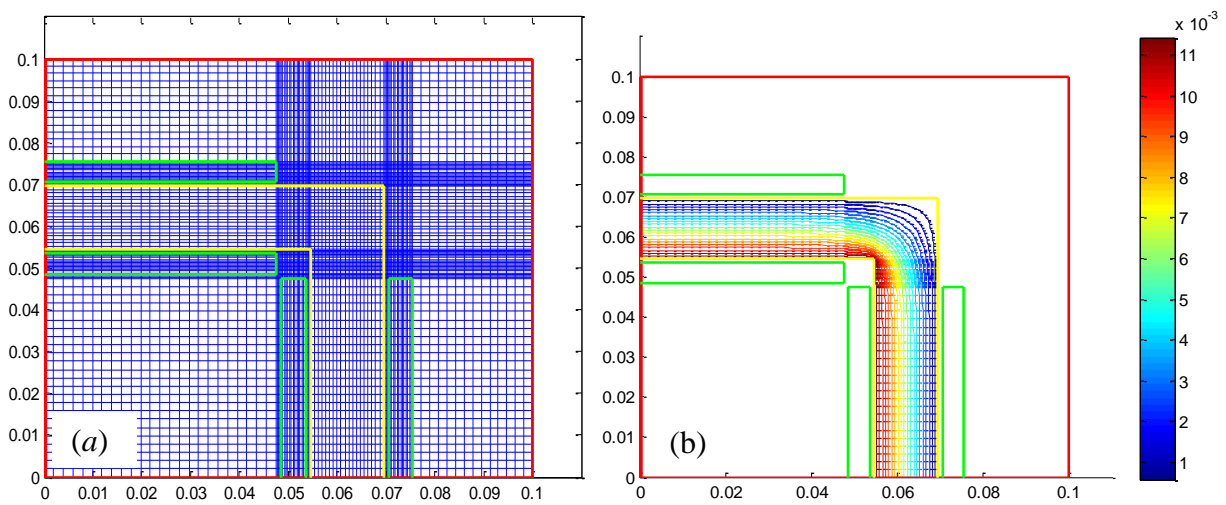


Figure V.13 (a) Maillage du système par MVF, (b) Distribution de \vec{A} par la MVF.

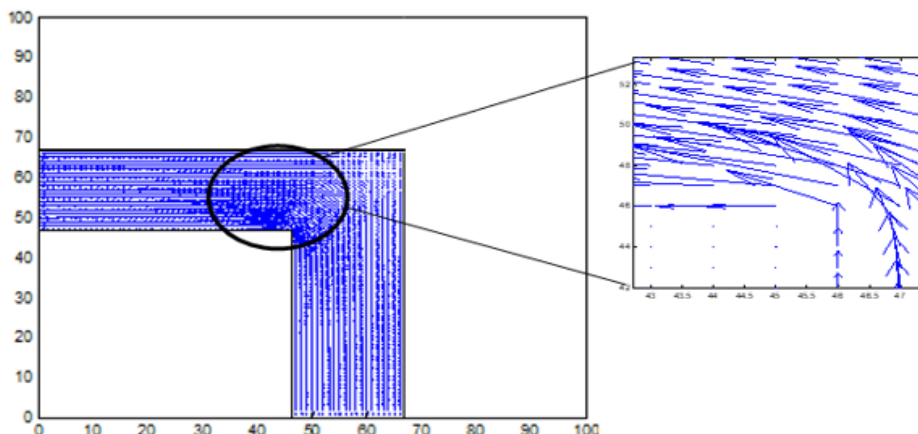


Figure V.14 Les directions des lignes d'induction par MVF.

V.4.1 Interprétation des résultats du comportement linéaire

Les figures ci-dessus illustrent les distributions du potentiel vecteur magnétique et de l'induction magnétique obtenus par les trois méthodes. D'après les résultats obtenus, on constate que la méthode des volumes finis est capable de résoudre ce type de problèmes. Sur les figures (fig. V.11) et (fig. V.13), on remarque la même allure du potentiel vecteur que celle représentée sur la figure (fig. V.9), cependant les lignes du potentiel ont une bonne répartition où elles se condensent à l'intérieur de la charge à cause de la perméabilité importante du matériau, et prennent une faible valeur dans les frontières de domaine. En comparant la distribution des lignes d'induction magnétique des figures (fig. V.12) et (fig. V.14) avec celle de la figure (fig. V.10), on peut déduire que les codes développés par MVF rectangulaire et MVF triangulaire donnent des résultats énormément satisfaisants.

V.5 Etude du comportement électromagnétique non linéaire

Dans cette partie, nous résolvons le problème magnétodynamique non linéaire par la méthode des volumes finis incorporée avec le modèle d'hystérésis énergétique dynamique pour différentes fréquences. Les figures suivantes illustrent la distribution axiale et la variation du potentiel vecteur magnétique en fonction du temps. Une comparaison sera évoquée des cycles d'hystérésis expérimentaux avec ceux obtenus par MVF, ainsi que les courbes de la perméabilité calculée à partir des points expérimentaux et simulés.

V.5.1 Identification des paramètres du modèle énergétique

L'application du modèle énergétique s'appuie sur la bonne détermination de ses paramètres. L'identification de ces paramètres impose une manipulation au préalable sur un banc d'essai, où on peut obtenir les sept paramètres du modèle à partir du cycle expérimental $B(H)$ en régime quasi statique pour une fréquence de (10 Hz). Cependant, chaque paramètre a une influence sur

certain points du cycle d'hystérésis (paragraphe III.II.8.5). Nous avons essayé d'identifier les paramètres du modèle en utilisant la méthode de simulated annealing (SA) de manière à obtenir un accord acceptable entre les valeurs mesurées ($H_{mesurée}$) et les valeurs correspondantes du champ magnétique modélisé ($H_{modélé}$). L'algorithme de cette méthode est implémenté directement dans le Toolbox MATLAB. L'accord le plus proche est obtenu lorsque le minimum de la fonction objectif utilisée est atteint.

$$Error = \frac{\sqrt{\sum_i^N (H_{measured}^i - H_{modelled}^i)^2}}{N} \tag{V.1}$$

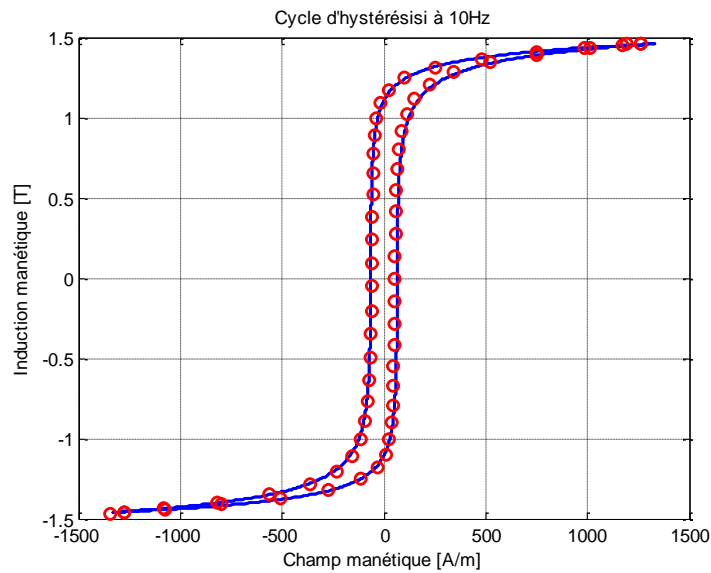


Figure V.15 Cycle d'hystérésis en régime quasi statique à 10Hz.

Paramètres du modèle	Valeurs min et max	Valeur optimisé par SA
N_e	$[1 \cdot 10^{-7} \div 1 \cdot 10^{-5}]$	$1.58 \cdot 10^{-7}$
M_s	$[1 \cdot 10^6 \div 2 \cdot 10^6]$	$1.27 \cdot 10^6$
h	$[1 \div 20]$	4.93
g	$[1 \div 20]$	9.51
k	$[10 \div 200]$	92.12
q	$[1 \div 20]$	12.40
c_r	$[0 \div 1]$	0.83

Tableau V.2 Paramètres optimisés du modèle énergétique.

On sait que la fréquence a une grande influence sur le phénomène d'aimantation des matériaux. En effet, le flux magnétique obtenu n'était plus causé uniquement par l'aimantation statique, mais d'autres phénomènes sont apparus (paragraphe II.7.1.2). Des courants induits se développent et contribuent à la création du flux résultant, ce qui conduit en pratique à un élargissement du cycle d'hystérésis par rapport au cycle statique et, par conséquent, à une augmentation des pertes dans le dispositif. Pour présenter le comportement dynamique du ferromagnétisme, cela inclut la création d'un modèle énergétique dynamique. L'idée principale du MED est basée sur la modification de la densité d'énergie totale en introduisant deux énergies supplémentaires représentées par les pertes de Foucault W_{edd} et W_{exc} en excès. Si la forme d'onde de la densité de flux est supposée sinusoïdale, le champ magnétique correspondant peut être donc décomposé en trois termes comme suit [138] :

$$H_{dyn}(B) = H_{hys}(B) + H_{edd}(t) + H_{exc}(t) \quad (V.2)$$

"*H_{edd}*" et "*H_{exc}*" sont les champs magnétiques créés respectivement par les courants de Foucault et les pertes excessives, et ils sont donnés dans par (Eq V.3) et (Eq V.3) :

$$H_{edd}(t) = k_{edd} \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (V.3)$$

$$H_{exc}(t) = k_{exc} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)^{1/2} \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (V.4)$$

Le champ magnétique résultant en régime dynamique est donné par :

$$H_{dyn}(B) = H_{hyst}(B) + \left(k_{edd} \frac{\Delta m}{\Delta t} + k_{exc} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)^{1/2} \frac{\Delta m}{\Delta t} \right) \quad (V.5)$$

« *k_{edd}* » et « *k_{exc}* » représentent les nouveaux facteurs du régime fréquentiel associés aux propriétés géométriques et physiques des matériaux. Enfin, le modèle énergétique dynamique est caractérisé par neuf paramètres, sept d'entre eux sont identifiés en régime quasi-statique, « *k_{edd}* » et « *k_{exc}* » seront identifiés en régime dynamique pour deux fréquences distinctes ($f=50\text{Hz}$ et $f=100\text{Hz}$), et $B_{\max}=1,4\text{T}$ (Eq V.6), les nouveaux coefficients dynamiques sont obtenus et illustrés dans le tableau (V.3) [138].

$$\begin{aligned}
 (w_{Tdy})_{f1} - w_T &= k_{edd} \left(\int \frac{\Delta m}{\Delta t} dm \right)_{f1} + k_{exc} \left(\int \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)^{1/2} \frac{\Delta m}{\Delta t} dm \right)_{f1} \\
 (w_{Tdy})_{f2} - w_T &= k_{edd} \left(\int \frac{\Delta m}{\Delta t} dm \right)_{f2} + k_{exc} \left(\int \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)^{1/2} \frac{\Delta m}{\Delta t} dm \right)_{f2}
 \end{aligned}
 \tag{V.6}$$

K_{edd} (m/Ω)	K_{exc} (A/m) ^{1/2}
0.0426	0.4266

Tableau V.3 Paramètres dynamique optimisés du MED.

V.5.2 Evaluation des résultats non linéaires

Après avoir identifié les neuf paramètres du modèle, nous entamons maintenant d'examiner d'une manière générale les résultats électromagnétiques : le potentiel vecteur magnétique \vec{A} , les cycles d'hysteresis obtenus dans différents points.

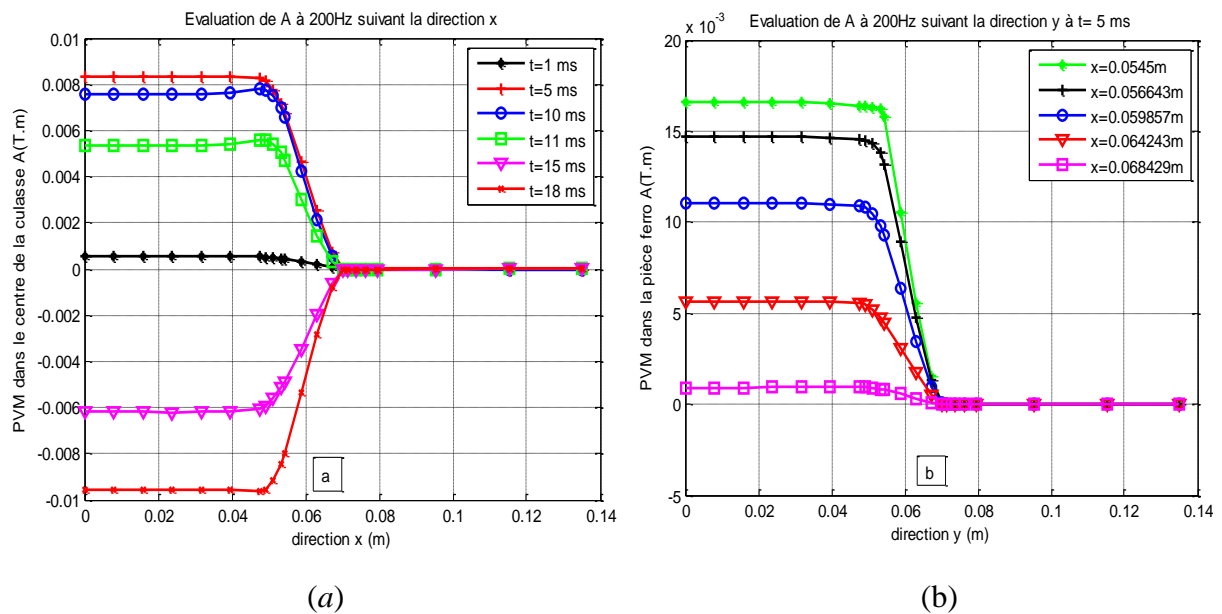


Figure V.16 (a) PVM suivant la direction des (x) en fonction du temps, (b) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à t=5ms

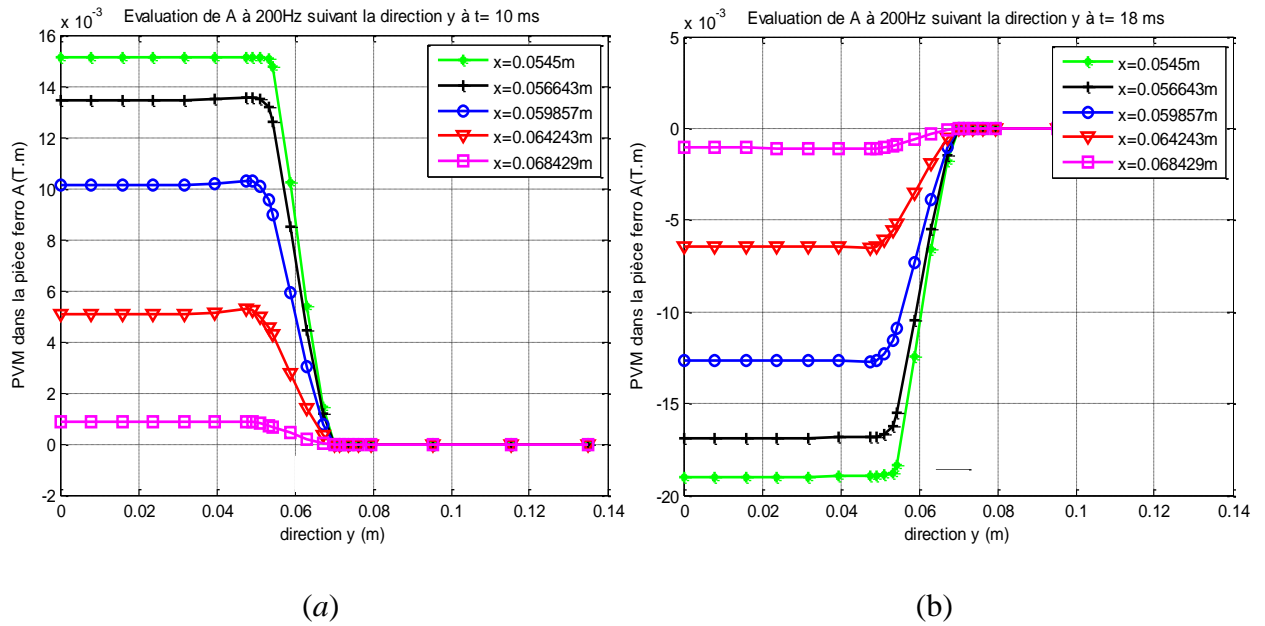


Figure V.17 (a) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à t=10ms, (b) PVM dans la pièce suivant la direction des (y) à t=18ms.

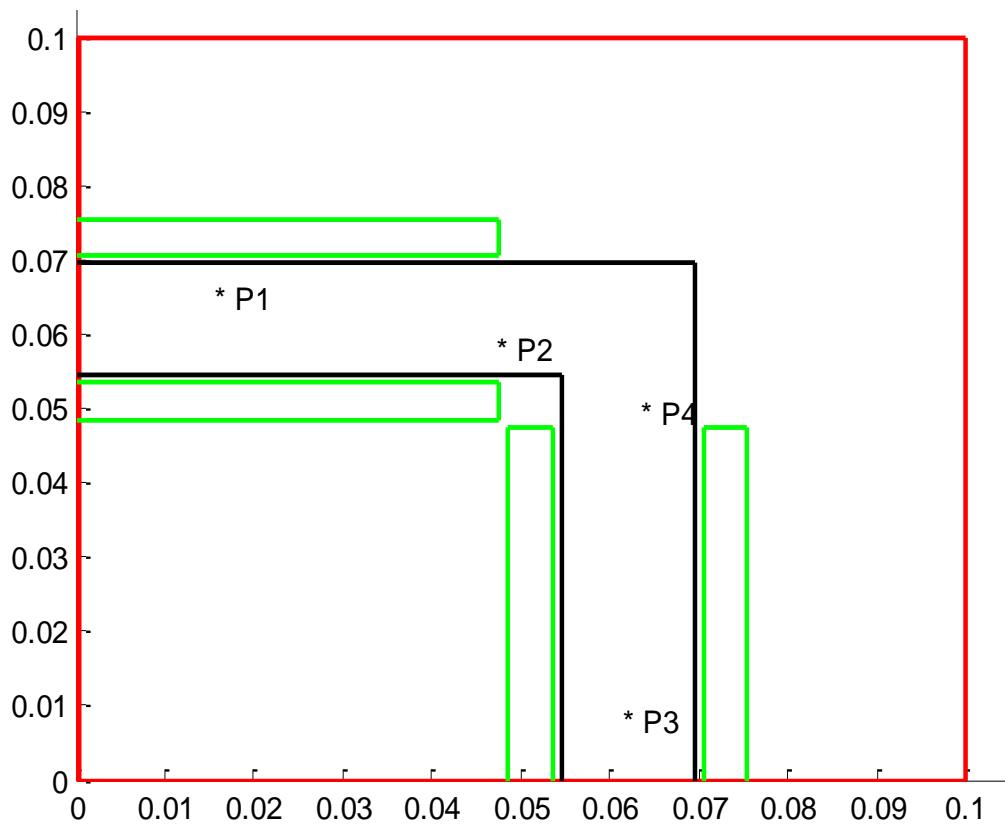


Figure V.18 Les endroits choisis au milieu du dispositif.

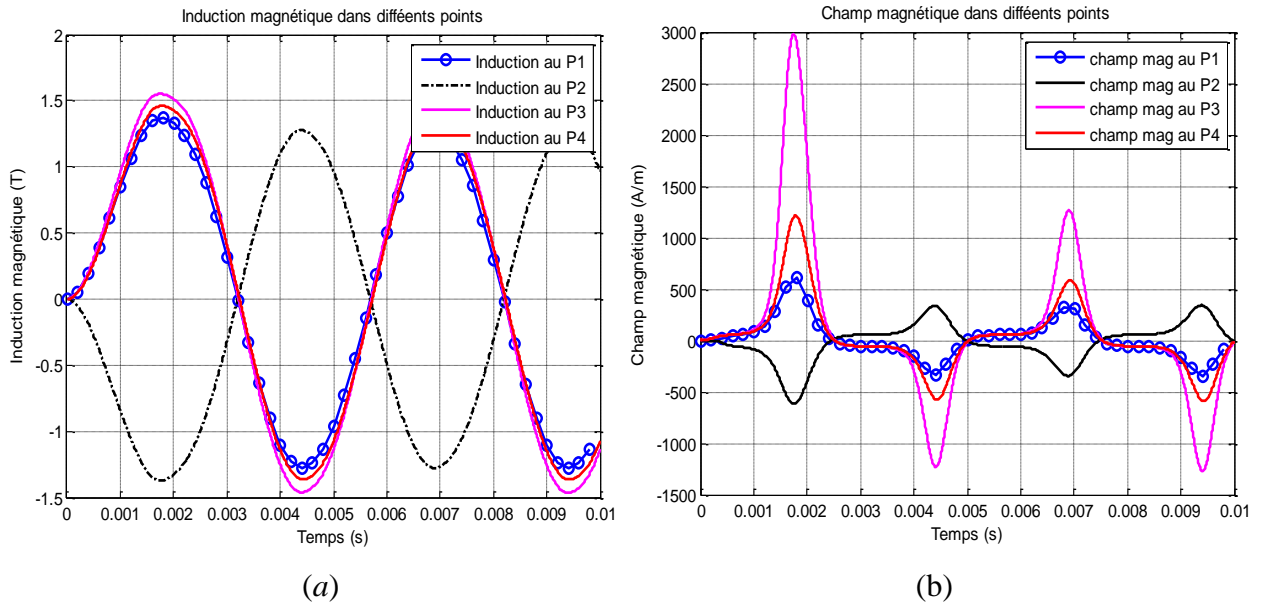


Figure V.19 (a) Induction magnétique, (b) Champ magnétique dans différents points.

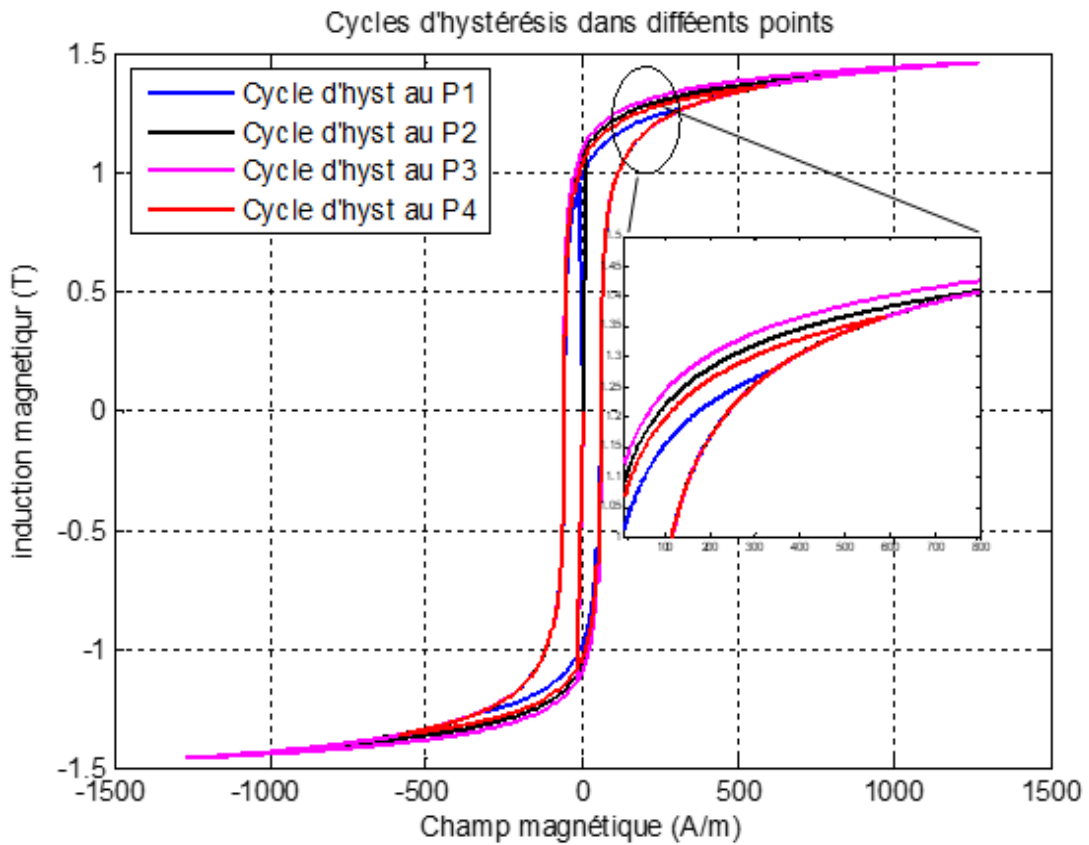


Figure V.20 Les cycles d'hystérésis pour les points cités ci-dessus.

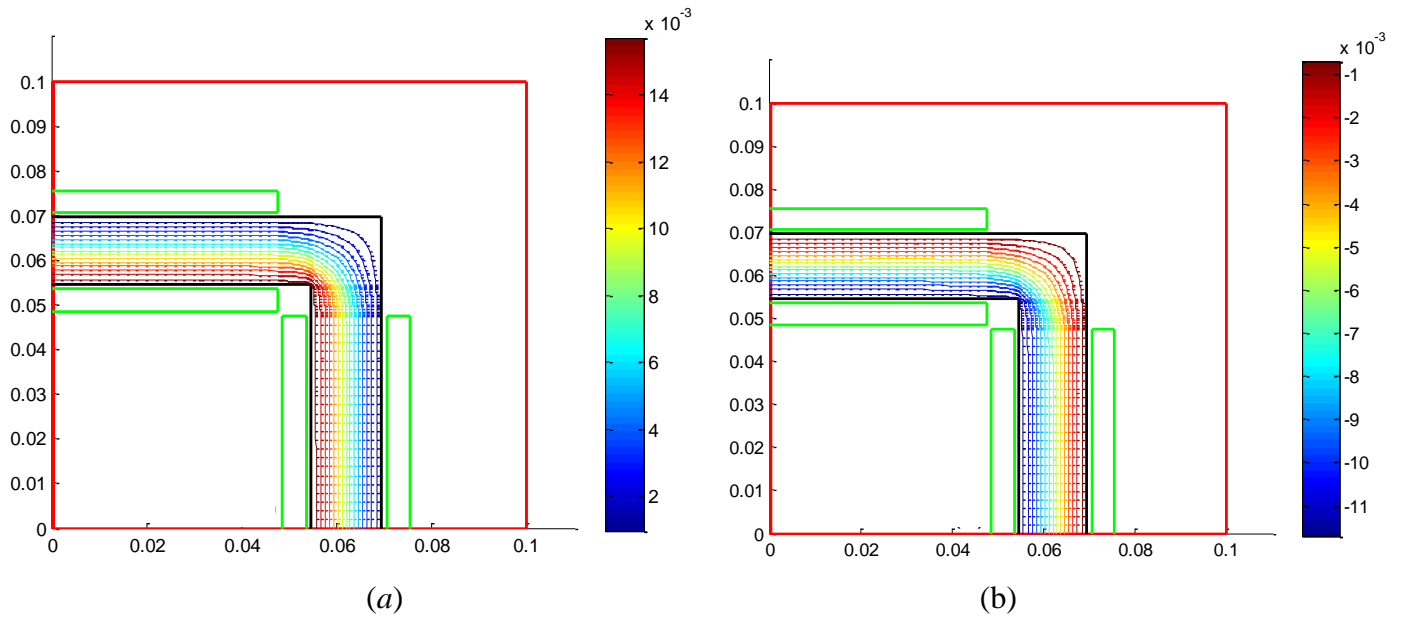


Figure V.21 (a) Lignes équipotentiels de \vec{A} à $t=5\text{ms}$, (b) Lignes équipotentiels de \vec{A} à $t=15\text{ms}$.

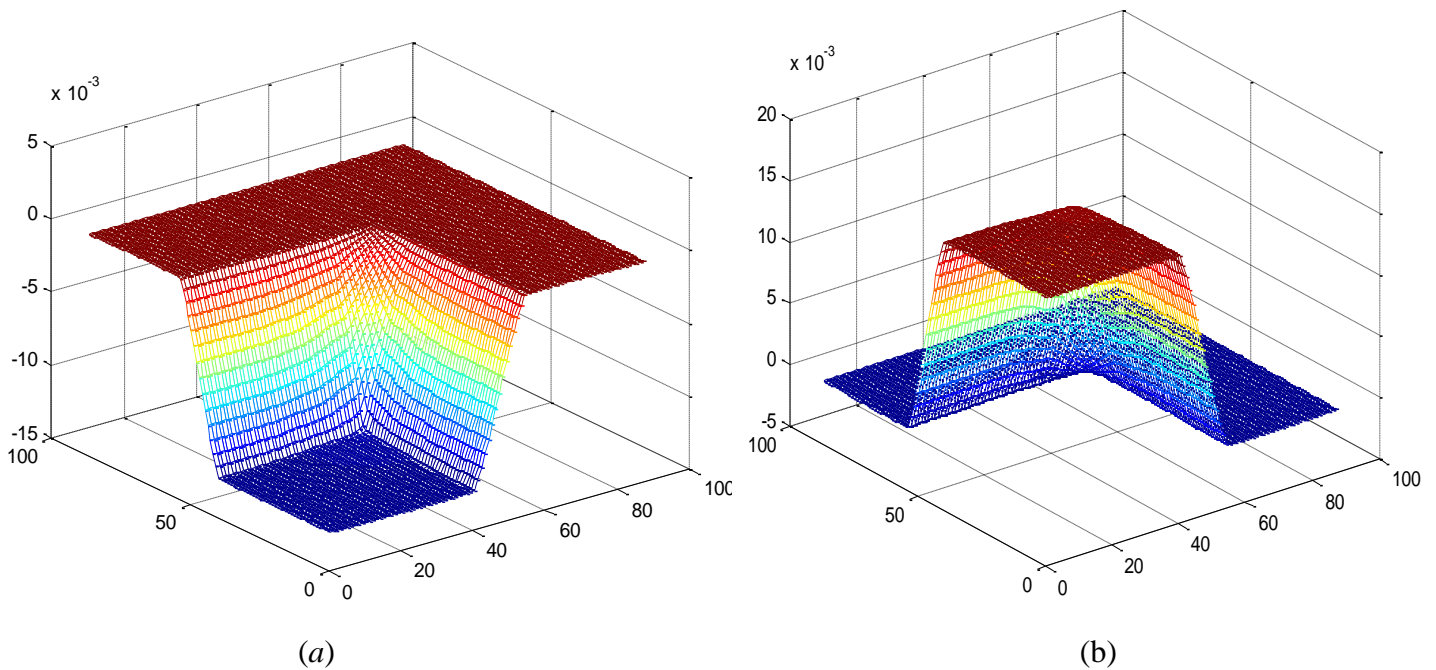


Figure V.22 Distribution spatiale des lignes équipotentiels \vec{A} , (a) à $t=5\text{ms}$, (b) à $t=15\text{ms}$.

D'après les résultats de simulation présentés par les figures ci-dessus, on constate facilement à la figure (fig. V.16.a), à $t=1\text{ms}$ la valeur de PVM est supérieur à celle de l'instant $t=11\text{ms}$, et cela, interprété par la diminution de champ magnétique, et à l'instant $t=15\text{ms}$ et $t=18\text{ms}$ la valeur de PVM prend des valeurs négatives dû à l'inversion du courant d'excitation donc l'inversion du champ magnétique. De plus, les figures (fig. V.16.b) et (fig. V.17.a), représentent la distribution axiale du PVM dans le matériau, où il prend une valeur maximale de l'ordre de $16 \cdot 10^{-6}$ au niveau

de matériaux, puis diminue progressivement jusqu'à une valeur minimale au fur et à mesure que l'on s'éloigne du domaine d'étude, ce qui justifie notre choix des conditions aux limites. De même ; à l'instant $t=18\text{ms}$ (fig. V.17.b) le PVM prend une valeur négative dû à renversement de champ magnétique ensuite elle décroît de proche en proche du matériau.

On remarque aussi sur la figure (fig. V.20) que les cycles aux points sélectionnés sont différents, et ce, revient à la structure intérieure du matériau à ces points (structure des domaines magnétiques), ces cycles représentent l'état magnétique des points locaux.

La forme d'onde de l'induction garde la même allure que celle de l'excitation sinusoïdale imposée, tandis que la forme de champ magnétique est distordue au coude de saturation, du fait que le matériau atteint le niveau de saturation. Les figures (fig. V.21.a) et (fig. V.21.b) illustrent les lignes équipotentielles de PVM, où on observe qu'ils s'accroissent et pénètrent seulement la charge, et par conséquent, le PVM à l'instant $t=0.015\text{s}$ et à l'instant $t=0.005\text{s}$ sont de sens inverse dû à l'inversion de champ d'excitation (fig. V.23.a) et (fig. V.23.b).

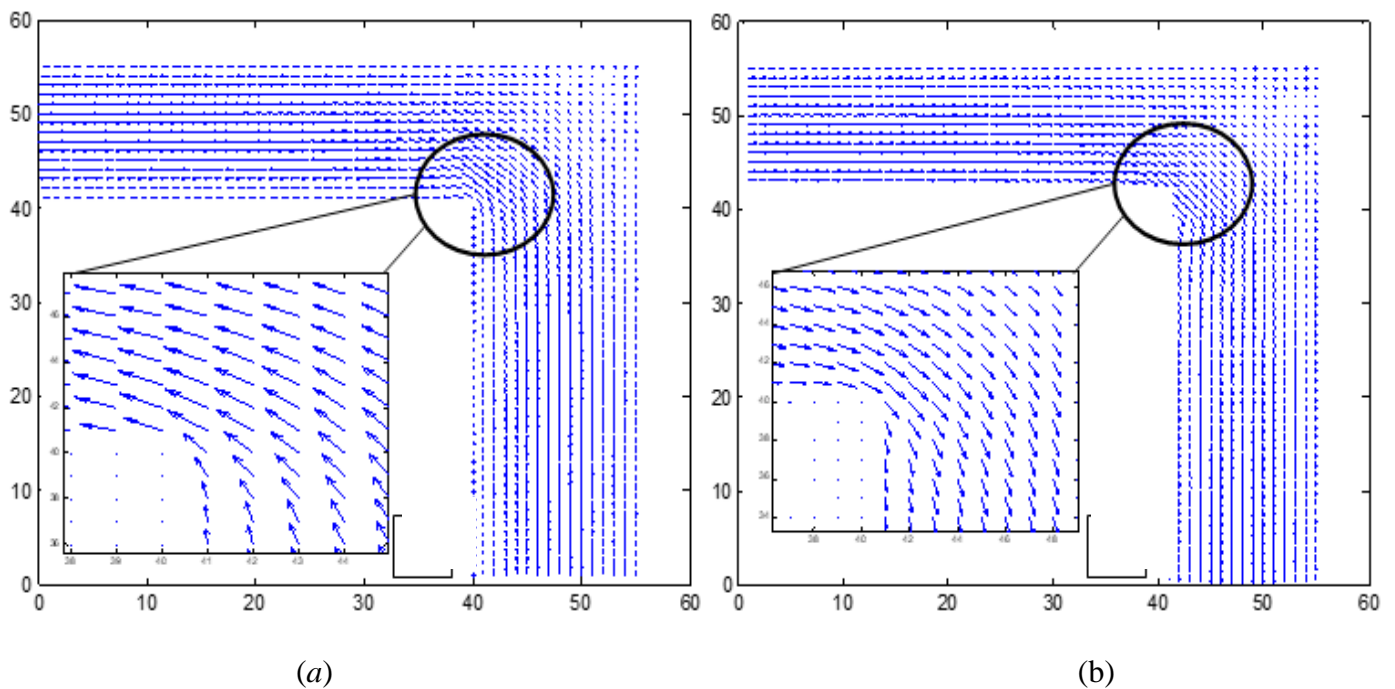


Figure V.23 Direction de ligne d'induction, (a) pour $t=5\text{ms}$, (b) pour $t=15\text{ms}$.

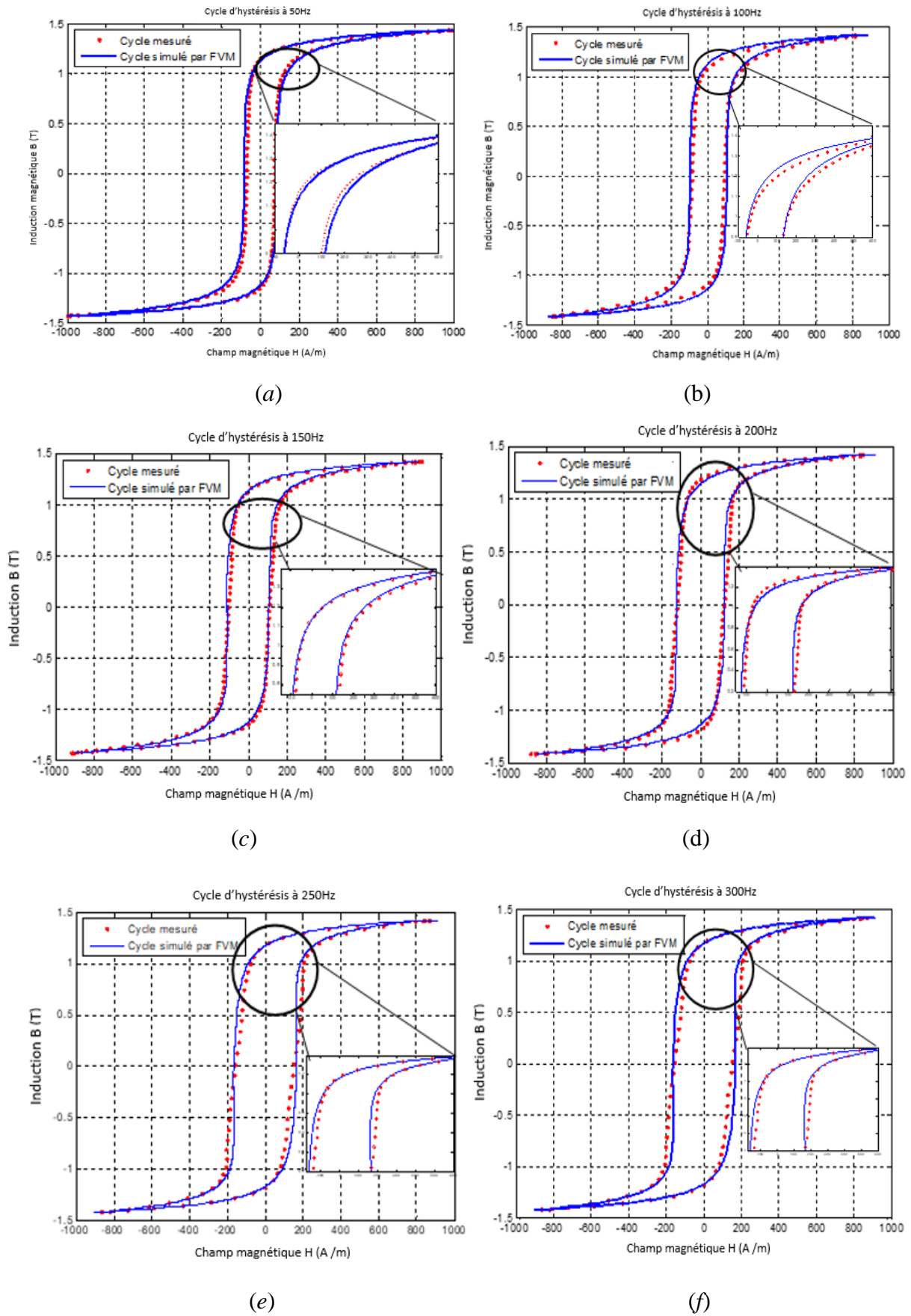


Figure V.24 Cycles d’hystérésis simulés par MVF pour différentes fréquences avec les cycles mesurés.

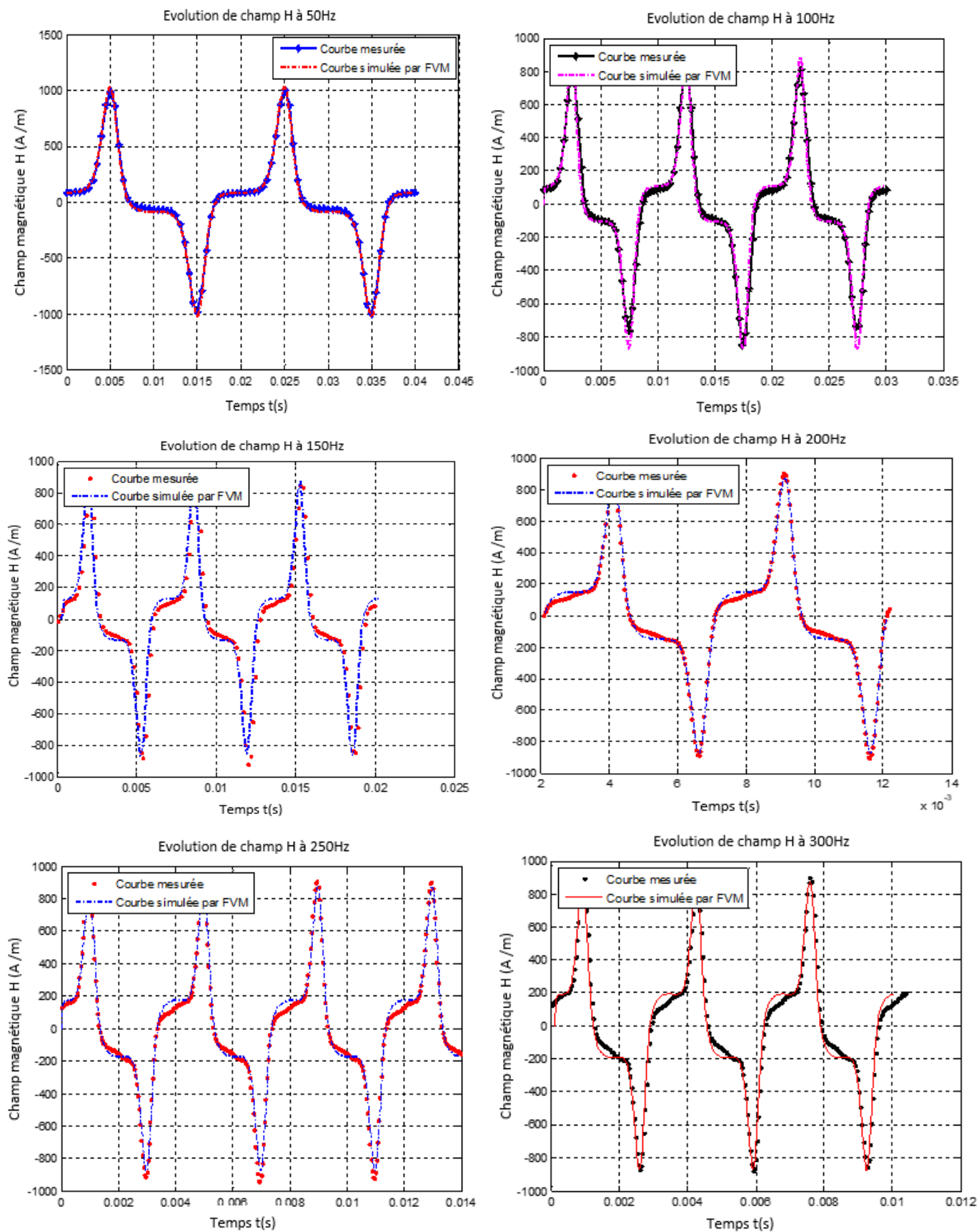


Figure V.25 Ensemble des formes d'ondes du champ magnétique calculés par la MVF et mesurés.

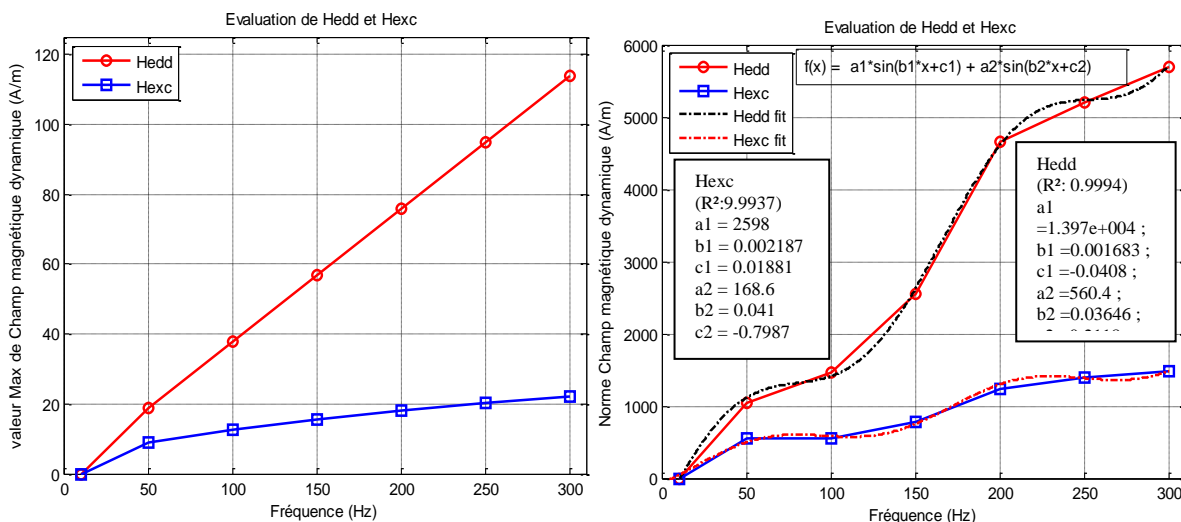


Figure V.26 Evaluation de Champ magnétique dynamique en fonction de fréquence.

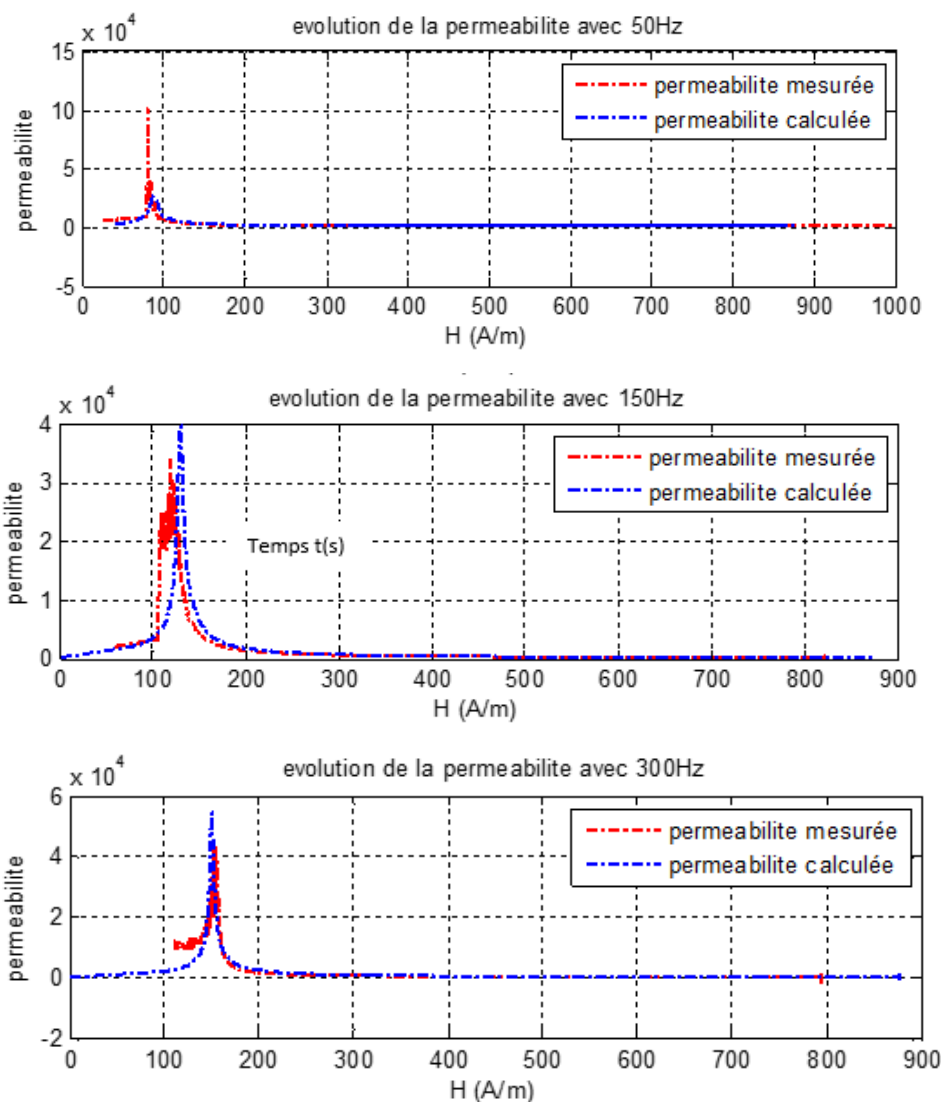


Figure V.27 Variation de la perméabilité pour différentes fréquences.

V.5.3 Interprétation des résultats du comportement non linéaire

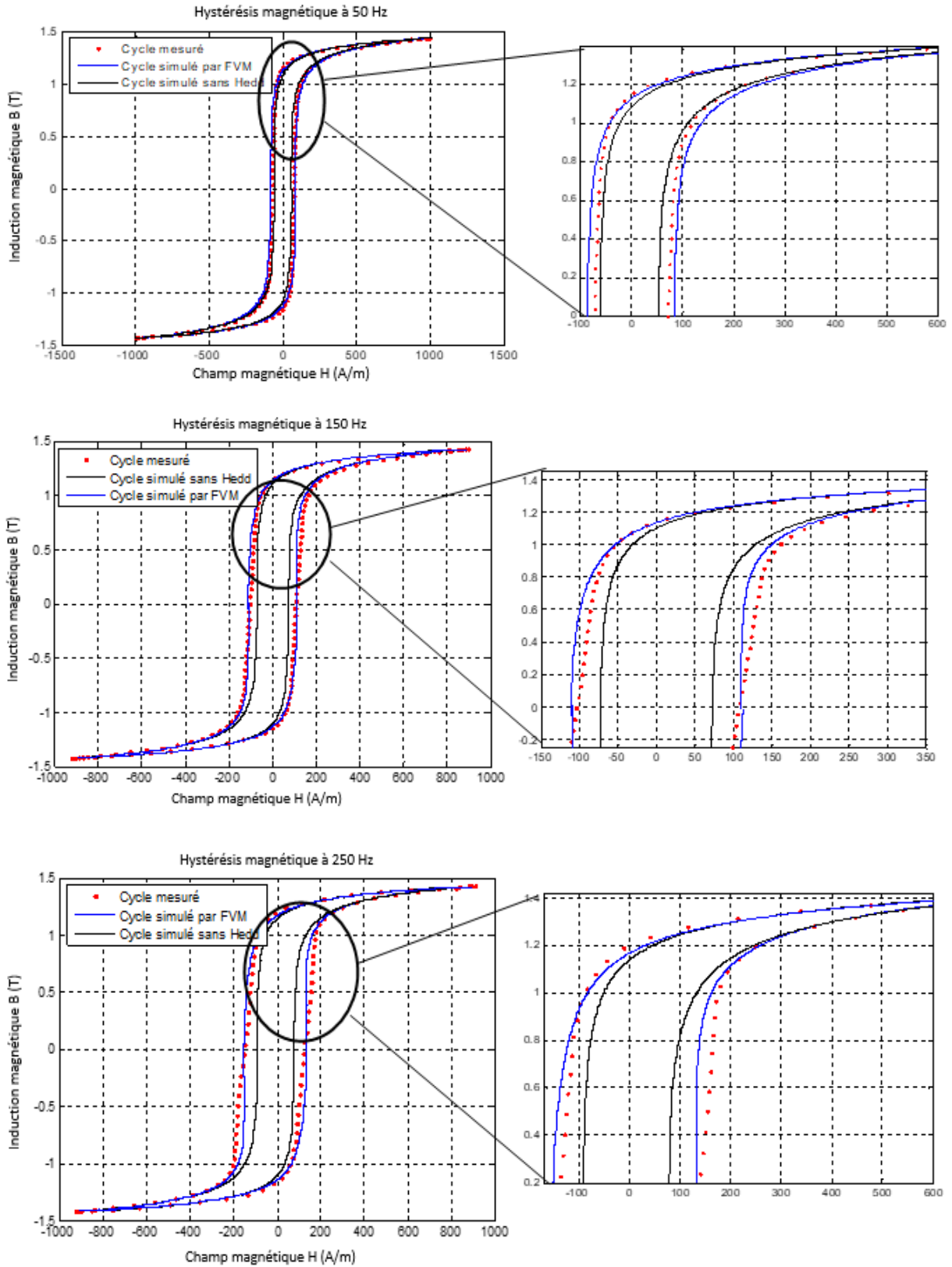
D'après la figure (fig. V.24) on remarque que les cycles d'hystérésis simulés sont en bonne corrélation avec les courbes mesurées, cependant, on voit clairement que les cycles s'élargissent en fonction de la fréquence dus aux deux champs ajoutés (champs dus aux courants de Foucault et champs excessif). Néanmoins, dans la zone de champ d'excitation fort, il apparaît un gonflement de cycle pour des fréquences élevées, cela peut être corrigé en modifiant les formules (fig. V.3 et V.4), cette remarque est bien clarifiée sur les figures des champs magnétiques et des inductions magnétiques (fig. V.25), où ils présentent un décalage à la zone de coud de saturation. De plus, l'effet de la fréquence se manifeste évidemment dans la figure (fig. V.26), où les champs dus aux courants de Foucault et par excès augmentent graduellement en fonction de la fréquence soit en module ou bien en valeur max, cette remarque peut interpréter microscopiquement par l'augmentation de la vitesse de déformation des domaines magnétiques et aussi la rotation des parois, donc c'est l'accroissement de l'énergie perdue.

Une bonne affinité présentée aussi sur la figure (fig. V.27), les perméabilités mesurées avec celles simulées prennent une valeur max dans la zone de champ faible (région linéaire), puis diminuent continuellement dans la zone de champ fort sous l'effet de saturation du matériau, où elles sont bien superposées. Dans cette zone la perméabilité du circuit magnétique tend vers une perméabilité de vide due à la saturation du matériau, or, ce cas traduit, que tous les moments magnétiques s'orientent dans le même sens du champ appliqué. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance, dont ils valident le code de MVF utilisé, et en particulier la procédure de combinaison des MVF-MED, de plus, elle montre le degré de précision de la méthode d'identification utilisée.

V.5.4 Analyse des résultats sans pertes dynamique

Afin d'illustrer l'effet des pertes dynamiques dans le système étudié, on essaye d'analyser les résultats obtenus par MVF-MED en négligeant les pertes par courant de Foucault ($K_{edd} = 0$), et ceux par excès ($K_{exc} = 0$), ce qui s'exprime par mathématiquement de l'élimination des termes H_{edd} et H_{exc} dans l'équation (Eq.V.2). Sur la figure (fig. V.28) et (fig. V.33), on compare les cycles d'hystérésis obtenus par MVF avec ceux mesurés pour différentes fréquences. Ces courbes confirment et montrent que la largeur des cycles s'élargit avec l'augmentation de la fréquence, cette annotation est assurée au tableau (V.4) et figurée sur la figure (fig. V.34), où le champ coercitif progressé en fonction de la fréquence. En effet, cela montre que les pertes dues aux

courants de Foucault sont importantes et considérables par rapport aux pertes excédentaires. Donc on peut dire que le champ coercitif c est un critère de choix des matériaux.



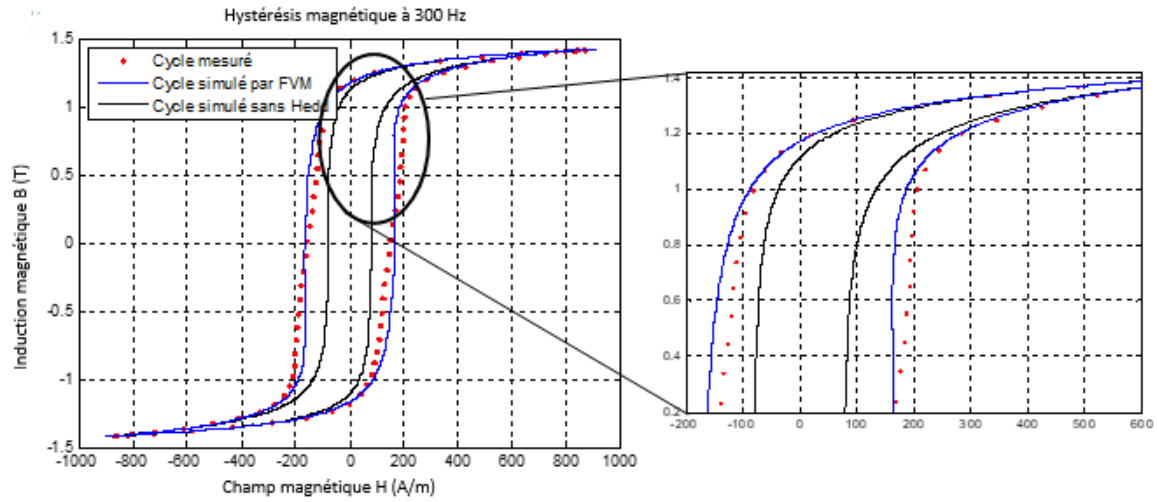
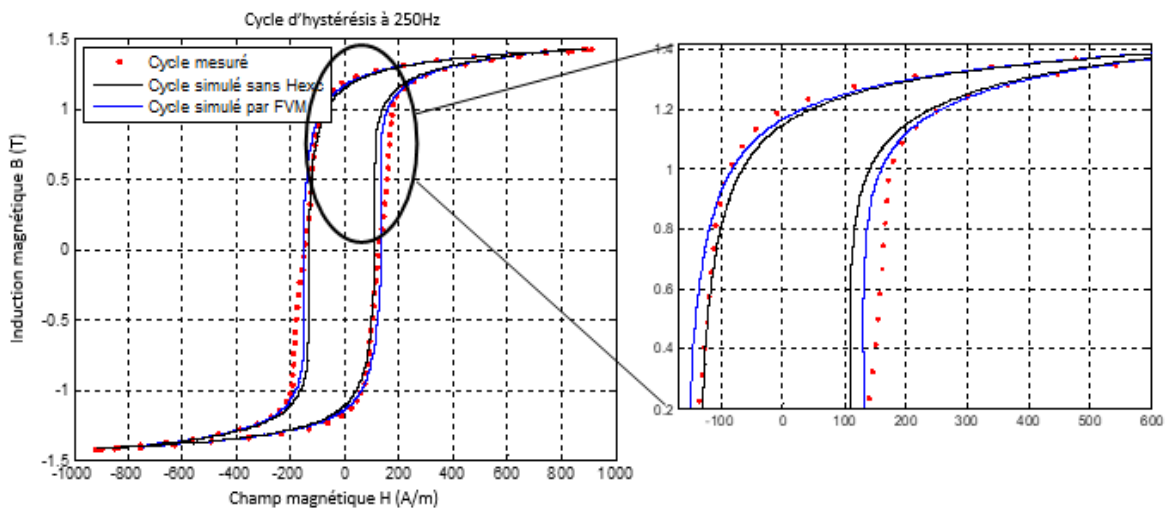
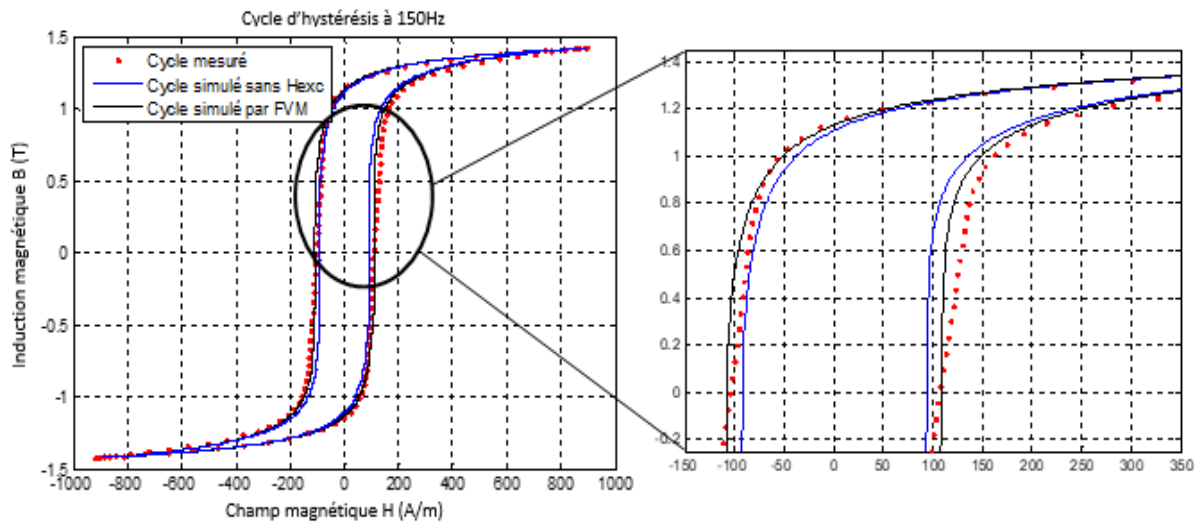


Figure V.28 Effet d'élimination de champ dû par courant d Foucault.



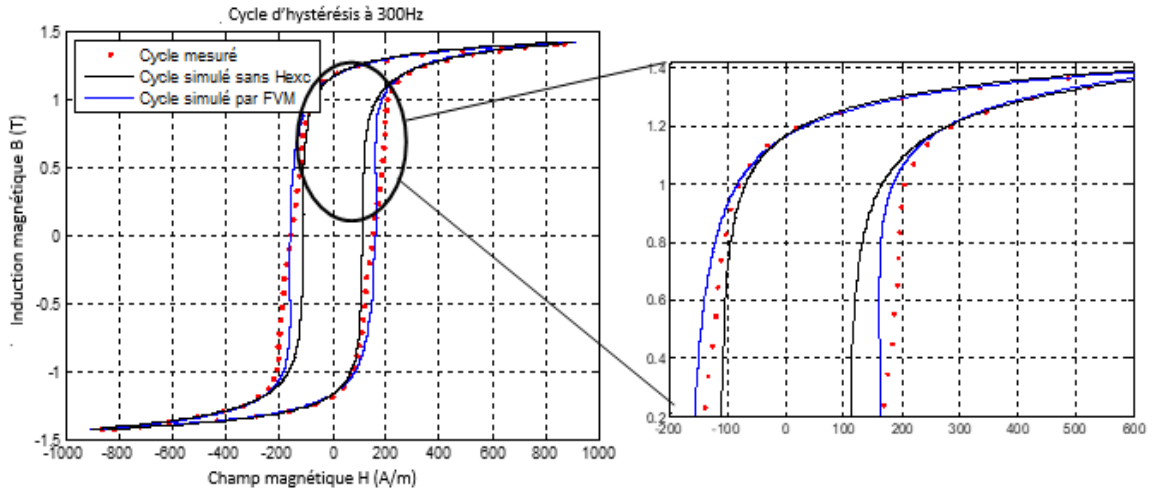


Figure V.29 Effet d'élimination de champ excessif.

Fréquence (Hz)	Hc mesuré (A/m)	Hc calculé (A/m)		
		$H_{hyst} + H_{exc} (K_{edd}=0)$	$H_{hyst} + H_{edd} (K_{exc}=0)$	H_{tot}
10	52.7766	53.28	53.25	56.20
50	75.1751	66.1478	69.8204	77.3861
100	91.2847	79.39	85.0594	93.8018
150	105.8562	89.6533	99.0588	107.9588
200	119.3561	100.0721	112.0677	121.2677
250	134.1411	113.1991	126.6991	138.0193
300	150.3667	124.1149	140.0677	153.9122

Tableau V.4 Champ coercitif mesuré et calculé.

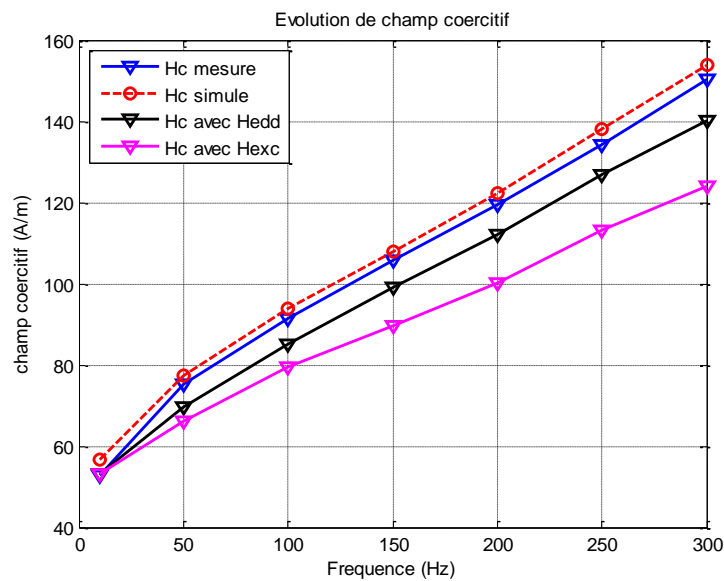


Figure V.30 Evaluation de Champ coercitif en fonction de la fréquence.

V.5.5 Estimation des pertes

Dans cette partie on rapporte l'évaluation des pertes magnétiques estimées à partir des mesures et celles des pertes calculées. Pour apprécier l'énergie dissipée par cycle, nous faisons un calcul direct de la surface du cycle obtenu par la méthode de trapèze, puis on détermine les pertes spécifiques en utilisant la masse volumique δ des tôles. Pour valider les résultats obtenus par les cycles d'hystérésis, on utilise les formules empiriques basées sur l'équation de Steinmetz en régime sinusoïdal, une comparaison des pertes totales mesurées et les pertes totales simulées pour différentes fréquences, et pour la même valeur de l'induction maximale $B = 1.4$ T. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau (V.5) et tracés sur les figures ci-dessous.

		Fréquence (Hz)						
		10	50	100	150	200	250	300
Pertés mesurées	Ps mesuré (W/kg)	0.39	2.2032	5.121	8.926	13.567	19.102	24.730
	Puissance Dissipé (mW)	39.195	221.42	514.66	897.06	1363.5	1919.8	2485.4
	Energie dissipé (J/m ³)	381.49	431.02	500.93	582.08	663.55	747.41	806.35
Pertés Calculées	$P_{hyst} + P_{ed} (P_{exc}=0)$	0.36	2.11	4.52	7.89	11.651	15.732	20.19
	$P_{hyst} + P_{exc} (P_{ed}=0)$ (W/kg)	0.375	2.0305	4.11	6.37	8.81	11.25	13.95
	Ps_tot (W/kg)	0.3832	2.162	5.235	8.6941	13.261	18.665	25.49
	Puissance Dissipée (mW)	38.512	217.28	526.12	873.76	1332.7	1875.8	2561.7
	Energie dissipé (J/m ³)	374.84	422.96	512.08	566.96	648.58	730.31	831.13
Err (%)	$Err = \left \frac{P_{Stot} - P_{Sm}}{P_{Sm}} \right \times 100$	1.7745	1.9056	2.1777	2.6673	2.3075	2.3413	2.9816

Tableau V.5 Les pertes fer mesurées et calculées.

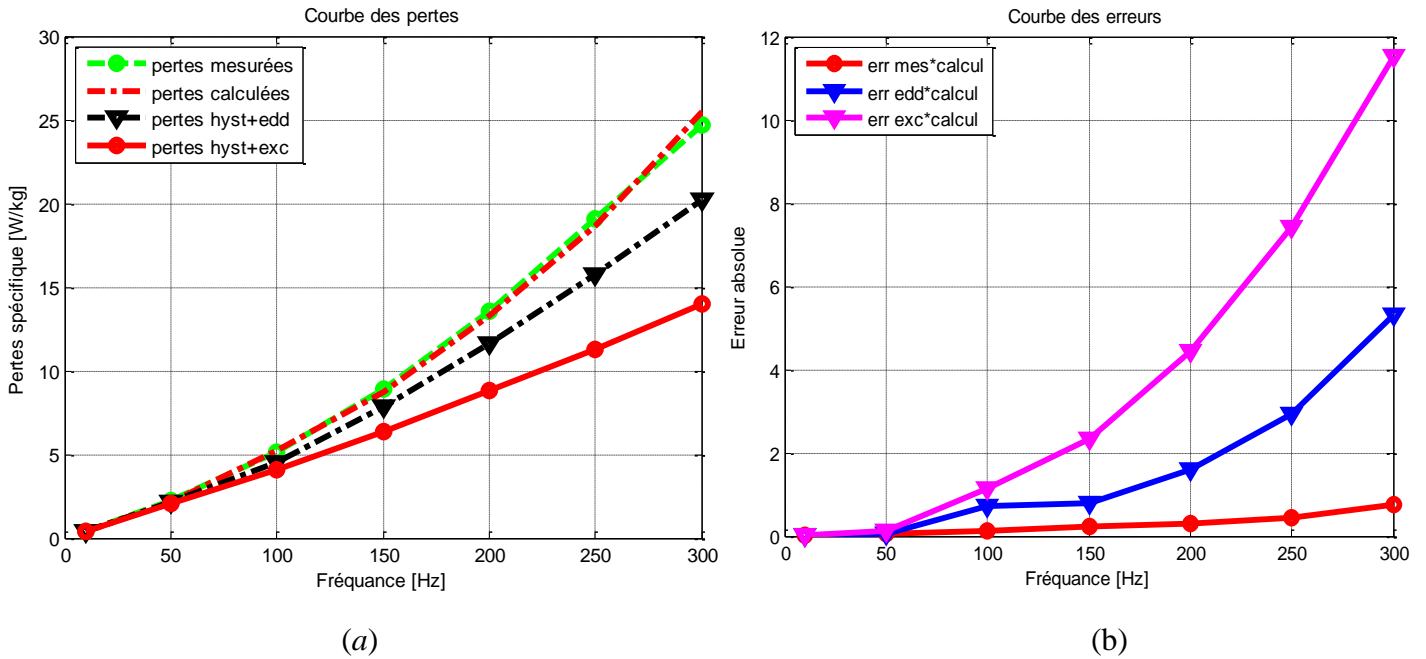


Figure V.31 (a) les pertes mesurées et calculées, (b) évaluation de l'écart absolue.

Sur le tableau (V.5) nous avons calculé les pertes fer en utilisant les cycles identifiés et les pertes fer mesurées pour chaque fréquence. On remarque que l'erreur relative entre l'énergie perdue mesurée et calculée ne dépasse pas les 3 %. La comparaison des pertes mesurées et calculées montre bien l'exactitude des paramètres obtenus et par conséquent la précision de modèle utilisé. L'évolution des pertes fer en fonction de la fréquence est représentée sur la figure (fig. V.31.a), cette figure montre clairement l'effet de la fréquence sur les pertes fer. En analysant les pertes sans terme de courants induits d'une part sans terme des pertes excédentaires, cette analyse indique, que les pertes excédentaires et les pertes classiques sont peu identiques pour des fréquences inférieures à 100 Hz, au-delà de cette fréquence les pertes dues par courants de Foucault deviennent plus élevées que celle des pertes excès. La figure (fig.V.31.b) expose l'écart entre les pertes, elle exprime bien la nécessité des contributions des pertes dynamiques, on trouve une évolution proportionnelle de l'incertitude absolue avec la fréquence.

V.5.6 Estimation par la formulation de Steinmetz-Bertotie

On représente dans les figures suivantes les pertes magnétiques en utilisant la formulation de Steinmetz pour une valeur crête de l'induction $B_m=1.4$ T. Les pertes totales (W/kg) peuvent être exprimées par l'expression (Eq V.6) [99]. La méthode d'identification des coefficients de cette formule est la méthode de moindre carré. Tant que l'induction est constante, on peut considérer : $k_e = k_{cl} \cdot B_m^2$, et $k_c = k_{exc} \cdot B^{1.5}$

$$P_t = k_{hys} \cdot f \cdot B_m^a + k_{cl} \cdot f^2 \cdot B_m^2 + k_{exc} \cdot f^{1.5} \cdot B_m^{1.5} \tag{V.6}$$

$$P_t = k_{hys} \cdot f \cdot B_m^a + k_e \cdot f^2 + k_c \cdot f^{1.5} \tag{V.7}$$

Coefficients	K_h	K_e	K_c	a	R^2
Valeurs estimées par Lsq	$22 \cdot 10^{-3}$	$128.6 \cdot 10^{-6}$	$836.4 \cdot 10^{-6}$	0.9593	0.999

Tableau V.6 Coefficients optimisés pour la formulation par LSQ.

La figure ci-dessous illustre l'évolution des pertes mesurées, des pertes calculées par MVF et celles calculées par la formulation (Eq V.7). Un bon agrément entre les pertes calculées et mesurées, cela valide et le théorème de séparation des pertes fer et la méthode proposée de MVF-MED. La figure (fig. V.33) présente la distribution des pertes aux seins des tôles, on voit évidemment que les pertes sont très intenses au milieu de la pièce, cependant l'intensité des pertes pour $f=200\text{Hz}$ est multiple plus grande à celle pour $f=10\text{Hz}$.

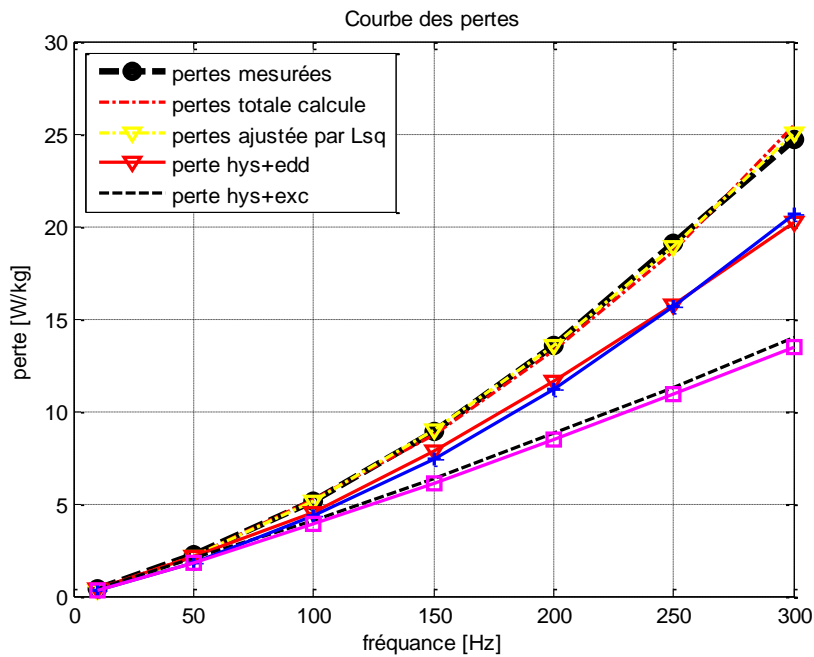


Figure V.32 Les pertes spécifiques (W/Kg) mesurées, ajustées par Lsq et calculées par MVF.

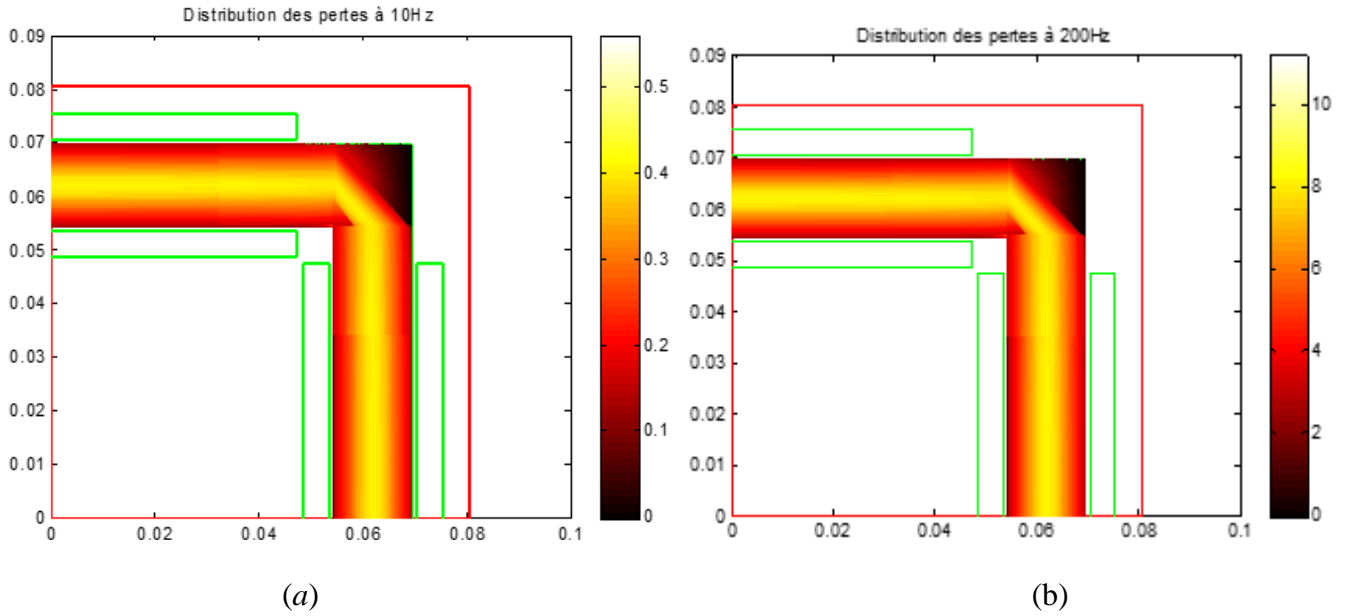


Figure V.33 Distribution des pertes spécifiques (W/Kg) (a) pour $f=10\text{Hz}$, (b) pour $f=200\text{Hz}$.

Le code de calcul élaboré nous a permis de calculer les pertes dans différents axes du matériau :

Sur l'axe des x : $y=13.9\text{mm}$, $y=58.8\text{mm}$, $y=62\text{mm}$, $y=67.4\text{mm}$

Sur l'axe des y : $x=5.9375\text{mm}$, $x=54.5\text{mm}$, $x=62\text{mm}$, $x=69.5\text{mm}$.

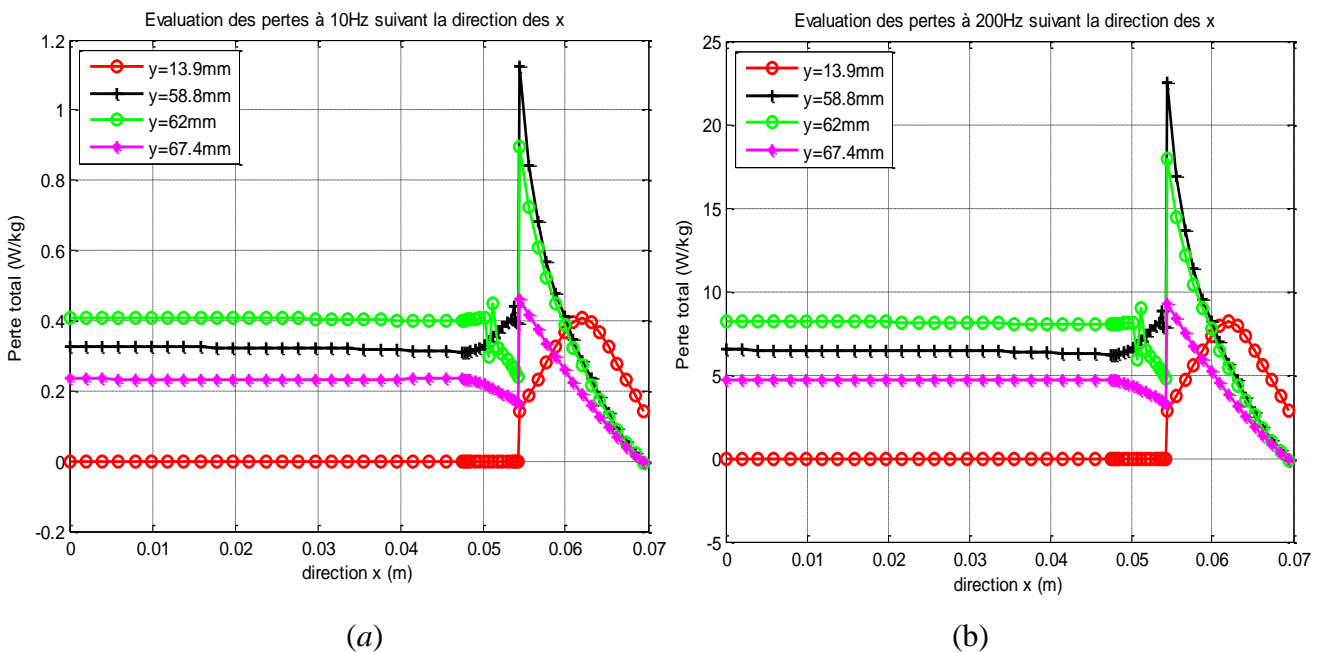


Figure V.34 Evaluation des pertes spécifiques (W/Kg) suivant l'axe 'x' (a) pour $f=10\text{Hz}$, (b) pour $f=200\text{Hz}$.

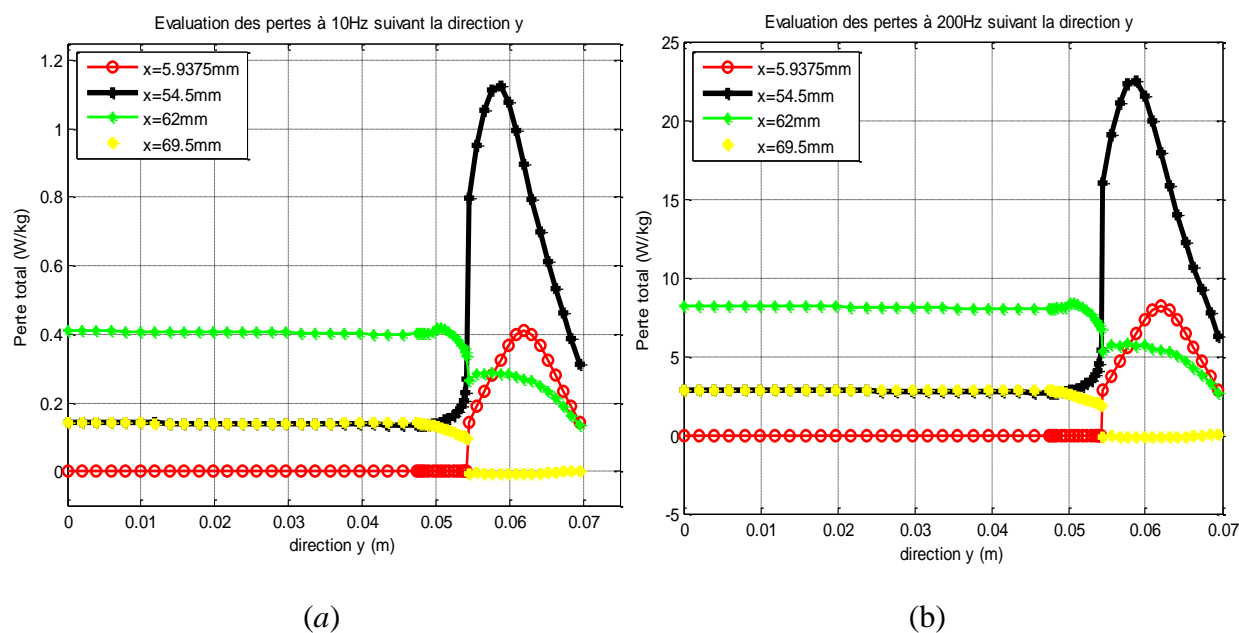


Figure V.35 Evaluation des pertes spécifiques (W/Kg) suivant l'axe 'y' (a) pour $f=10\text{Hz}$, (b) pour $f=200\text{Hz}$.

Dans les figures présentées ci-dessus, on remarque que : les pertes sont différentes d'un axe à l'autre, elles augmentent jusqu'à la valeur crête qui vaut les pertes au milieu des culasses horizontales et verticales, puis diminuent jusqu'à la valeur minimale aux limites des dispositifs.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons validé notre code de calcul qui est basé sur le couplage entre le modèle énergétique et la méthode des volumes finis. En premier lieu, on a considéré que la perméabilité magnétique du dispositif est constante (comportement en régime linéaire). Les résultats obtenus en régime linéaire ne représentent pas le comportement réel du dispositif et ne nous donnent qu'une première approximation des grandeurs requises. Ces résultats sont utilisés comme base pour la validation de notre code et des résultats trouvés dans le cas non linéaire ; pour cette raison, en faisant intégrer un modèle énergétique dans un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus par cette approche d'intégration montrent l'aptitude de ce modèle et éprouvent que ce code est capable pour les modélisations électromagnétiques. En termes de validation, un ensemble des résultats obtenus par la simulation (cycles hystérésis, champ magnétique, induction magnétique, pertes fer) comparés avec les résultats mesurés, les pertes locales au niveau du dispositif sont aussi représentées. Les résultats de la comparaison sont tout à fait satisfaisants, notamment pour la prédiction des pertes totales dont elles ont été comparées avec les pertes calculées par l'équation empirique.

Conclusion générale

En conclusion, l'étude des dispositifs électromagnétiques nécessite une compréhension de nombreux phénomènes physiques au sein de leur circuit magnétique, le travail présenté dans cette thèse est consacré à la création et à la validation d'un code de calcul par volume finie combiné avec le modèle d'hystérésis. La première partie de ce mémoire a été consacré à une étude bibliographique sur les origines du magnétisme, les différents types des matériaux et de leurs propriétés. Alors que, au deuxième chapitre, il a été consacré aux types des tôles utilisées dans la construction des circuits magnétiques, ainsi qu'aux procédés de leur fabrication suivie par les méthodes de mesure et de caractérisation. Néanmoins, le choix des matériaux est une étape importante lors de la conception des dispositifs, et cela vise à réduire les pertes fer vers l'objectif d'un système qui a essentiellement une bonne perméabilité, et une induction de crête élevée, donc plus performant avec un rendement plus élevé, en fait, on trouve de nombreux alliages (FeSi, FeNi, FeCo) qui ont des propriétés magnétiques et mécaniques différentes. Une série de modèles et de méthodes ont été présentés pour évaluer les pertes fer, mais en raison de la complexité des phénomènes responsables des processus d'aimantation, l'évaluation des pertes fer reste un problème difficile à surmonter jusqu'à présent, car la difficulté réside dans leur quantification de manière précise, il est donc nécessaire d'utiliser des modèles physiques robustes et qui prennent en compte les phénomènes magnétiques.

Dans le troisième chapitre, nous avons établi une revue des différents modèles existant dans les documentations scientifiques pour caractériser les matériaux et estimer leurs pertes. Ces modèles ont été classés en deux catégories selon leurs bases, à savoir les modèles analytiques et les modèles physiques. Dans ce travail, nous avons décrit d'abord des modèles analytiques qui se caractérisent par la production rapide des cycles d'hystérésis et la facilité de mise en œuvre. Cependant, son principal inconvénient est qu'ils ne reposent que sur des expressions mathématiques dépourvues de toute interprétation physique. En outre, nous avons également cité certains modèles physiques dynamiques qui expriment le processus de magnétisation en sens physique. Cependant, la difficulté liée à ces modèles demeure dans l'identification de leurs paramètres. Dans ce travail, nous avons choisi d'utiliser un modèle énergétique qui s'appuie sur des considérations énergétiques. Nous avons utilisé aussi la méthode simulated annealing pour l'identification des paramètres de modèle énergétique dans le cas statique, où en comparant le cycle d'hystérésis obtenue par le modèle avec celui mesuré.

Sachant, que les équations aux dérivées partielles gouvernant les phénomènes physiques et en particulier les phénomènes d'hystérésis des matériaux sont difficiles à résoudre par des méthodes analytiques, cette difficulté nécessite d'exploiter des méthodes numériques pour la résolution de ces équations, certaines méthodes numériques ont été présentées dans le quatrième chapitre. Au cours de ce travail, nous avons implémenté sous l'environnement MATLAB un code de calcul dans le cas bidimensionnel basé sur la méthode des volumes finis pour la modélisation des phénomènes d'hystérésis. Deux types de maillages ont été présentés ; le maillage triangulaire et le maillage rectangulaire qu'on a utilisé pour notre modélisation, cette méthode sera exploitée avec le modèle énergétique afin de représenter le comportement réel des matériaux. Nous avons testé la conformité de cette approche (FVM-MED) pour différentes fréquences sur un système d'un cadre Epstein fabriqué par des tôles de type Fe-Si 3% à grain non orienté. Le cas dynamique de ce modèle est similaire à celle de la théorie statistique de séparation des pertes fer. Dans ce régime, l'effet dynamique a été introduit en ajoutant deux nouveaux paramètres, l'un dépend aux courants induits macroscopiques et l'autre aux courants induits microscopiques, ces deux paramètres associent à deux énergies, l'une dite perte par courant de Foucault et l'autre dite pertes excessives. Les deux paramètres sont déterminés par la résolution d'un système d'équations, et cela fait en mesurant l'énergie dissipée par cycle pour différentes fréquences. Cette approche permet d'obtenir des résultats suffisamment précis et conformes, et sont bien accordés aux mesures. Cependant, ils montrent l'aptitude et la robustesse de la méthode d'intégration pour le calcul des grandeurs magnétiques et de reproduire le comportement. A la fin du chapitre cinq de ce mémoire, nous avons quantifié les pertes fer d'une manière globale par (FVM-MED), et les comparer avec les pertes mesurées d'une part, et d'autre part, on a analysé les effets des pertes dynamiques pour des fréquences élevées, ainsi que les erreurs relatives entre les résultats simulés et les essais expérimentales, cette comparaison donne une validation quantitative et qualitative. Parmi les difficultés que nous avons rencontrées au cours de cette étude, nous mentionnons particulièrement l'intégration de la méthode des volumes finis triangulaire avec le modèle hystérésis qui demande un grand nombre de nœuds, et nécessite donc un temps de calcul important.

En perspective, nous proposons des nouveaux objectifs à moyen terme, où d'exploiter l'approche utilisée sur d'autres matériaux de modéliser les phénomènes magnétothermiques et les phénomènes mécaniques en utilisant le modèle énergétique, génération des cycles mineurs et leurs intégrations dans un code de calcul.

Références bibliographiques

- [1] J. M. D. COEY, "Magnetism and Magnetic Materials", Cambridge University Press, New York, 2010
- [2] A. Nourdine, "Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et Introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D", Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique De Grenoble, France, 2002.
- [3] A. Carpentier., "Formulation intégrale de volume magnétostatique et calcul des densités de force magnétique Application au couplage magnéto-mécanique ", Thèse de doctorat, Université de GRENOBLE, France, 2013.
- [4] C. Zorni., "Contrôle non destructif par courants de Foucault de milieux ferromagnétiques : de l'expérience au modèle d'interaction, Thèse de doctorat, Université de PARIS-SUD 11, France, 2012.
- [5] S. Couderc, "Etude de matériaux ferromagnétiques doux à forte aimantation et à résistivité élevée pour les radio-fréquences-Applications aux inductances spirales planaires sur silicium pour réduire la surface occupée", Thèse doctorat, Université de Limoges, France, 2006.
- [6] O. Messal, "Caractérisation et modélisation du comportement thermomagnétique d'alliages FeNi pour le prototypage virtuel", Thèse de doctorat, Université CLAUDE BERNARD LYON 1, France, 2013.
- [7] A. BENABOU, "Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ", Thèse de doctorat, Université de LILLE I, France, 2002.
- [8] L. Arbenz., "Caractérisation des propriétés électromagnétiques des matériaux magnétiquement doux : application aux roues polaires de machine à griffes ", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Paris Tech, France, 2016.
- [9] J. Smit and H.P.J. Wijn, "Ferrites, Physical Properties of Ferrimagnetic Oxides in Relation to Their Technical Applications". Eindhoven: N.V. Philips Gloeilampenfabrieken, 1959.
- [10] S. S. M. Tavares, J. R. Teodósio, J. M. Neto, and M. R. D. Silva, "Magnetic properties and thermomagnetic analysis of a Fe-20Mo-5Ni-0.075C alloy", Journal of Materials Science, 101 vol. 34, pp. 4545–4550, 1999.
- [11] F. Bekhouche, "Caractérisation des matériaux ferromagnétiques doux utilisés dans les systèmes électromagnétiques", Mémoire de Magister, Université de Batna, Algérie, 2002.
- [12] F. Issaoui, " Etude des propriétés magnétiques des matériaux à bases des métaux de transition sous forme de poudre A_2BO_4 et monocristaux RMX_5 ", Thèse de Doctorat, Université de GRENOBLE, France, 2012.
- [13] Encyclopaedia universalis S.A. 2010.
- [14] Y. Ouled Amor, "Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction", Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Science pour l'Ingénieur de Nantes, France, 2000.
- [15] A. Werling, "Modélisation Numérique de L'enregistrement Magnétique Avec Prise en Compte de L'hystérésis Vectorielle", Diplomarbeit de L'école Nationale de Physique de Grenoble, France, 1997.
- [16] C. Heck, "Magnetic Materials and their Applications", Standard Elektrik Lorenz AG German associate of ITT, Translated from the German by Stuart S. Hill, M.Eng, London Butterworths, 1979.
- [17] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer et B. Roulet. "Physique statistique", Edition Hermann, 1997.
- [18] M. Hamimid., "Modèles de l'hystérésis magnétique et leurs implémentations par la méthode des volumes finis dans les dispositifs électromagnétique", Thèse de Doctorat, Université de Biskra, Algérie, 2011.
- [19] F. Cardarelli, "Materials handbook- A Concise Desktop Reference-", Springer, 2018.

Références bibliographiques

- [20] P. Weiss, "La variation du ferromagnétisme avec la température," Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, vol. 143, 1136–1139, 1906
- [21] F. Bloch., "Zur Theorie des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika", Z. Physik 74, 295–335, 1932.
- [22] L. Néel, "Energie des parois de Bloch dans les couches minces" , C. R. Acad . Sci . Paris 241, 533-536, 1955.
- [23] H. J. Williams, R. M. Bozorth, and M. Shockley, "Magnetic domain patterns on single crystals of silicon iron", Physical review, 155-178, 1949.
- [24] G. Benjamin., "Contribution à l'identification expérimentale du bruit de Barkhausen" , Thèse de doctorat, UCBL, France, 2007.
- [25] A. IVÁNYI, "Hysteresis models in electromagnetic computation", Technical University of Budapest, 1997.
- [26] O. Ghibaud, " Caractéristiques magnétiques de matériaux doux sous l'action de contraintes mécaniques cycliques", Thèse de doctorat, Université de GRENOBLE ALPES, France, 2016.
- [27] Umesh Tiwari, R. Ghosh, and P. Sen, "Theory of magneto-optic Kerr effects", Phys. Rev. B, vol 49, no 3, pp 2159--2162, 1994.
- [28] A. Villaume., " Imagerie Magnéto Optique pour les matériaux supraconducteurs", Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble 1, France, 2006.
- [29] I.V. Eugen., " Suivi de l'état de contraintes, appliquées et internes, des alliages ferromagnétiques doux par mesure de leur propriétés magnétiques", Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2003.
- [30] S. Chetouh., " Caractérisation mécanique des matériaux intelligents de type magnétostrictifs et leur application " , Thèse de doctorat, Université de Constantine, Algérie 2010.
- [31] B. Ducharne, "Caractérisation et modélisation de circuit magnétiques : du global vers le local", Mémoire doctorat, Université Claude Bernard-Lyon 1, France 2003.
- [32] B. D. Cullity, C. D. Graham, " INTRODUCTION TO MAGNETIC MATERIALS ", 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc., IEEE Press Editorial Board, 2009
- [33] N. Grabham, S. Beeby, N. White, "The formulation and proceeding of a thick-film magnetostrictive material", Measurement Science and Technology", vol. 13, pp. 59–64, 2002.
- [34] I. Douada, "Etude de propriétés structurales et magnétiques des couches minces ferromagnétiques à base de métaux de transition " , Thèse de doctorat, Université de Sétif, Algérie, 2012.
- [35] F. Alves., R. Barrué, " Magnétisme microscopique à l'échelle des domaines magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques doux", J3eA, Vol. 3 - 6 2004.
- [36] W.H. Meiklejohn and C.P. Bean, "New Magnetic Anisotropy", Physical Review.105, no 3, 904, 1957.
- [37] D. Mauri, H. C. Siegmann, P. S. Bagus, and E. Kay, "Simple model for thin ferromagnetic films exchange coupled to an antiferromagnetic substrate", J. Appl. Phys. 62, 3047, 1987.
- [38] V. Dubuget, "Élaboration et Caractérisation de Matériaux Ferromagnétiques Doux – Modélisation de Couches Magnétiques Inhomogènes", Thèse de doctorat, Université de FRANÇOIS - RABELAIS DE TOURS, France, 2010.
- [39] L. Neel, "Anisotropie magnétique superficielle et surstructures d'orientation", J. Phys. Radium, vol 15, no 4, 225-239, 1954.

Références bibliographiques

- [40] M. Almanza, "Piézoélectricité et magnétostriction", Ecole Nationale Paris saclay, : <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-paris-saclay>, 2018.
- [41] R. Rindrarivelo, " Modélisation stochastique de la variabilité des propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques : application sur des stators de machines électriques", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Paris Tech, France, 2012.
- [42] M. MARION Romain, " Contribution à la modélisation du magnétisme statique et dynamique pour le génie électrique ", Thèse de doctorat, Université CLAUDE BERNARD LYON 1, France, 2010.
- [43] M. Sadok, "Étude de l'influence des paramètres géométriques d'un corps ferromagnétique sur sa réponse à une excitation magnétique", Mémoire de Magistère, Université de Tizi-Ouzou, Algérie, 1998.
- [44] J. Degauque., "Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques doux : origine physique", Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie, vol. 1, 1985.
- [45] J. A. Ewing, Proc. of the Royal Soc; 216, 1881, p.22 et 228, 1883, p. 123
- [46] A. Abdelhak, " Modélisation thermique des matériaux magnétiques dans les micro-convertisseurs ", Thèse de doctorat, UNIVERSITE Oran, Algérie, 2017.
- [47] E-P. Wohlfarth, "ferromagnetic materials", North-Holland Ed., vol. 1, 1980.
- [48] W. Ernsdorfer, "Magnétométrie à micro-squid pour l'étude de particules ferromagnétiques isolées aux échelles submicroniques", Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier–Grenoble, 1996
- [49] J. V.Leite,N. Sadowski, P. Kuo-Peng, A. Benabou, "Minor loops calculation with a modified Jiles Atherton hysteresis model" , Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Application, Vol. 8,No. 1, 2009.
- [50] P. Brissonneau, " Magnétisme et matériaux de l'électrotechnique ", Hermès 1997.
- [51] Y. Gabi., "Modélisation FEM du système de contrôle non destructif 3MA en ligne de production des aciers dual phase", Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2012
- [52] S. Tumanski., "Magnetic Materials from: Handbook of Magnetic Measurements", CRC Press, 2011.
- [53] G. Bertotti. "Hysteresis in magnetism for physicists", Material scientists and engineers Academie Press, 1998.
- [54] J. Degauque., A. Lebouc., "Matériaux magnétiques doux, dans Matériaux à propriétés spécifiques. Les matériaux magnétiques, rapport rédigé sous la responsabilité de Givord D., Lab. Louis Néel, CNRS
- [55] J. Benard, A. Michel, J. Philibert et al " Métallurgie Générale" 2e édition, Edition Masson
- [56] R. M. Bozorth, "Ferromagnetism, Hoboken": Wiley-Interscience, 1964
- [57] Pavlos S. Georgilakis, Spotlight on modern transformer design, Dordrecht, Springer, 427p. 2009,
- [58] L. Régis, B. Thierry., "Matériaux magnétiques doux cristallins. Acier électrique à grains orientés", Techniques de l'ingénieur Matériaux magnétiques en électrotechnique, ref article : d2124, volume = base documentaire : TIB259DUO. 2014.
- [59] Y. Alhassoun, "Etude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse", Thèse de doctorat, TOULOUSE, 2005.
- [60] O. Hamrit, "Étude des pertes magnétiques dans les matériaux magnétiques destinés aux applications de transport en haute fréquence et sous champ bidirectionnel ", Université Paris-Saclay, 2015.
- [61] W. Kurtz, J. P. Mercier, G. Zambelli, "Introduction à la science des matériaux", Triaté des Matériaux, 2^{ème} Edition, Presse Polytechnique Romandes, 1995.
- [62] M. Boukezzata, "Méthodes et techniques de mesure électrique", Office des publications universitaires, 2003

Références bibliographiques

- [63] G. Couderchon, "Alliages Magnétiques Doux ", Technique de l'Ingénieur Dossier M350, traité Matériaux métalliques, EDP Editions 1998.
- [64] O. Maloberti, "Contribution a la modélisation de la dynamique d'aimantation dans les matériaux magnétiques doux : caractérisation et simulation", Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2006
- [65] J. L. Porteseil, O. Geoffroy, " Les matériaux doux pour l'électrotechnique basse fréquence " Presse universitaire de Grenoble, France, 1999.
- [66] C. Cyr, "Modélisation et caractérisation des matériaux magnétique composites doux utilisés dans les machines électrique", thèse de doctorat en philosophie PHD, université Laval Québec, 2007.
- [67] A. IVANYI, "Hysteresis Models in Electromagnetic Computation", Edition Akademiai Kiado, Budapest, 1997.
- [68] J. C. Bavay, J. Verdun " Alliages fer-silicium ", Techniques de l'ingénieur, Traité de Génie Electrique, 1991.
- [69] A. Marino., " Caractérisation et modélisation des pertes magnétiques d'une machine asynchrone fonctionnant en charge", Thèse de doctorat, Université de GRENOBLE, France, 2003.
- [70] Akbaba, "A modified Frôlich's type equation for accurate modelling of magnetizing characteristics of magnetic cores", Electrical Machines and Power Systems, p.303 -311, 1991.
- [71] L. Line Rouve, " Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des toles fesi en modélisation électrotechnique", Thèse de doctorat, L'institut national polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [72] K.A. Lebouc, "Matériaux magnétiques en génie électrique 2 ", Lavoisier, 2006.
- [73] Jufer, Apostolides, " An analysis of eddy current and hysteresis losses in solid iron based upon simulation of saturation and hysteresis characteristics". IEEE Transactions on Power Applications and Systems, Vol.95, No.4, pp 1786-1794, 1976.
- [74] Wong C.C, A dynamic hysteresis model. IEEE Transactions on Magnetics, Vol 24 1988 pp 1966-1968.
- [75] J. Rivas, J.M. Zamarro, E. Martin, et C. Pereira, Simple approximation for magnetization curve and hysteresis loops," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.17, pp 1498-2265, 1981.
- [76] S. Lopezl, " Définition de nouvelles structures de circuits magnétiques de machines AC utilisant des toles à grains orientés Définition de nouvelles structures de circuits magnétiques de machines AC utilisant des toles `a grains orientés ", Thèse de doctorat, Université d'Artois, France, 2011.
- [77] S. Taguchi, A Sakakura., "Process of producing singleoriented silicon steel", U.S. Patent 3159511. 1964.
- [78] T. Yamamoto, S. Taguchi, A. Sakakura, T. Nozawa, "Magnetic properties of grain-oriented silicon steel with high permeability orientcore HiB", IEEE Trans. Magn., 8, 677-681, 1972
- [79] M.k. El-Sherbiny, "Representation of magnetization characteristic by a sum of exponential",. IEEE Transactions on Magnetics, Vol.9, pp 60-61, 1973.
- [80] British Standard, BS EN 10107-2005
- [81] F.C.,Trutt, E.A. Erdelyi, R.E. Hopkins, "Representation of the magnetization characteristic of DC machines for computer use ", IEEE Trans. on Power App. and Sys, vol.87, pp.665-669, 1968
- [82] W.K. Macfadyen., R.R.S. Simpson., R.D.Slater., W.S. Wood., "Representation of magnetization curve by exponential series", Proc. IEE, vol.120, pp.902-904, 1973.
- [83] B. D. Cullity, C. D. Graham, Introduction to magnetic materials, Editeur Wiley-IEEE Press, ISBN 978-0-471-47741-9, 2008

Références bibliographiques

- [84] 60404-3, IEC Standard Publication, Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel sheet and strip by means of a single sheet tester, Geneva, Switzerland: International Electrotechnical Commission, 2000.
- [85] IEEE standard for test procedures for magnetic cores, Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE Std 393-1991, 1992.
- [86] 60404-2, IEC Standard Publication, Methods of measurements of the magnetic properties of electrical steel sheet and strip by means of an Epstein frame, Geneva, Switzerland: International Electrotechnical Commission, Edition 3.1 2008-06.
- [87] N. Elnékavé, « Mesures magnétiques », Techniques de l'ingénieur, 1979.
- [88] A. Krings, J. Soulard, "Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines", Journal of Electrical Engineering, 2010.
- [89] A. Krings, "Iron Losses in Electrical Machines — Influence of Material Properties, Manufacturing Processes, and Inverter Operation", Thèse de doctorat, Stockholm, Sweden 2014.
- [90] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. De Doncker, "Calculation of Losses in Ferro- and Ferrimagnetic Materials Based on the Modified Steinmetz Equation," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 4, 1055-1061, 2001.
- [91] J. Li., T. Abdallah, and C. R. Sullivan, "Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms," In Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting, Cat. No. 01CH37248, Vol. 4, 2203-2210, 2001.
- [92] K. Venkatachalam, C. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters," IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, Proceedings, 36-41, 2002.
- [93] A. Van den Bossche, V. Valchev, and G. Georgiev, "Measurement and loss model of ferrites with non-sinusoidal waveforms" IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference PESC, vol. 6, 4814–4818, 2004.
- [94] W. Shen, F. Wang, D. Boroyevich, and C. W. Tipton*, "Loss Characterization and Calculation of Nanocrystalline Cores for High-frequency Magnetics Applications" IEEE, pp 90–96, 2007.
- [95] J. Chambon, "Modélisation par éléments finis, validation expérimentale et optimisation d'une machine synchrone à aimants permanents", Mémoire de MAÎTRISE, Université du QUÉBEC, 2016.
- [96] K. Chen, "Iron-Loss Simulation of Laminated Steels Based on Expanded Generalized Steinmetz Equation" IEEE, pp 6–8, 2009.
- [97] H. Jordan, "Die ferromagnetischen Konstanten für schwache Wechselfelder," Elektr. Nach. Techn., vol. 1, no 8, 1924.
- [98] J. Anthony. Moses "Loss Prediction in Electrical steel Laminations and Motor Core", Materials Technology - Electrical Steels, vol. 76, no. 6, 455-460, 2005.
- [99] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials ", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, 621-630 p, 1988.
- [100] R. Boll, Weichmagnetische Werkstoffe, 4th ed. Vacuumschmelze GmbH, Hanau, Germany, ISBN: 3800915464. 1990.
- [101] R. H. Pry., C. P. Bean, "Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model", Journal of Applied Physics, vol. 29, no. 3, 532–533, 1958.

Références bibliographiques

- [102]F. Fiorillo, A. Novikov, "An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, no. 5, 2904-2910, 1990.
- [103]R.H. Noyau., B.K Middleton., J.J. Miles, N.D. Mackintosh, " Modelling digital recording in thinfilm media ", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, pp 2494- 2496, 1988.
- [104]G.F. Dionne., J.A. Weiss., G.A. Allen., " Hysteresis loops modeled from coercivity, anisotropy, and microstructure", J. Appl. Phys, vol.61.pp.3862-3864, 1987.
- [105]R.M. Josephs, D.S. Crompton, C.S. Krafft, "Characterization of magnetic oxide recording media using Fourier analysis of static hysteresis loops", IEEE Trans. on Magn, vol.22. pp.653-655, 1986.
- [106]M.T. Abuelma'atti, "Modelling of magnetization curves for computer aided design", IEEE Tans. on. Magn, vol.29. pp.1235-1239, 1993.
- [107]R.I. Potter., R.J. Schmulian, " Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media", IEEE Trans. on Magn, vol.7. pp.873-880, 1971.
- [108]P. Papon, Leblond J., P.H.E Meijer. "Physique des transitions de phases", Edition Dunod, 2002.
- [109]P. Duhem, "Die dauernden Aenderungen und die Thermodynamik, Part I. Die dauernden Änderungen der Systeme, welche von einer einzigen normalen Veränderlichen abhängen, Zeitschrift für Physikalische Chemie, vol.22. pp.545-589, 1897.
- [110]J. Restrepo, O. Arnache. "Hysteretic behavior of Fe_{0.9}-qMn_{0.1}Alq-disordered alloys : a Monte Carlo study", Physica B 320, pp. 244-248, 2002.
- [111]M.L Hodgdon, "Applications of a theory of ferromagnetic hysteresis", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No.1, pp.218-221, 1988.
- [112]M.L. Hodgdon, "Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No.6, pp.3120 -3122, 1988.
- [113]T. Chevalier., "Modélisation et mesure des pertes fer dans les machines électriques, application à la machine asynchrone", Thèse de doctorat, INP Grenoble, 1999.
- [114]T. Gautreau., "Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis Loss Surface et application aux machines synchrones à aimants", Thèse de doctorat, INP Grenoble, 2005.
- [115]T. Chevalier, et al., "A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet", Physica B, vol. 275, pp. 197-201, 2000.
- [116]D. Hakim., "Caractérisation et modélisation de matériaux magnétiques pour capteurs de courant", Thèse de doctorat Université Grenoble Alpes, 2018.
- [117]P. Masson, "Développement d'un modèle de simulation du comportement dynamique de circuits magnétiques ", Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1990.
- [118]S. Canat, "Contribution à la modélisation dynamique d'ordre nonentier de la machine asynchrone à cage", Thèse de doctorat, INP Toulouse, 2005.
- [119]D. Riu, N. Retière, et M. Ivanès, "Diffusion phenomenon modeling by half-order systems: application to squirrel-cage induction machine", Journal of Magnetism and Magnetic Material, Vol. 242, no. 45, pp. 1243-1245, 2002.
- [120]M.A. Raullet & al., "The magnetic field diffusion equation including dynamic hysteresis" a linear formulation of the problem", IEEE Transactions on Magnetics , vol. 40, no. 2, pp. 872-875, 2004.

Références bibliographiques

- [121]A. Cariou., "Contribution à la caractérisation et la modélisation des matériaux magnétiques doux pour les machines électriques en associant les modèles Play et Loss Surface LS ", Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes, 2021.
- [122]I. D. Mayergoyz, G.Freidman., "Isotropic vector preisach models of hysteresis Journal of Applied physics", vol. 61, no. 8, pp 4022-4024, 1987.
- [123]I.D. Mayergoyz, "Mathematical Models of Hysteresis", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 22, p.p. 603-608, 1986.
- [124]Y.BERNARD., "Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d'hystérésis. Extensions du modèle de Preisach adaptées au calcul de champ", Thèse de Doctorat en Sciences, Université de PARIS –SUD, U.F.R Scientifique D'ORSAY, 2000.
- [125]L. Dupré, G. Bertotti, V.Basso, F. Fiorillo, and J Melkebeek., "Generalisation of the dynamic preisach model toward grain oriented FeSi alloys". Physica B: Condensed Matter, 2751–3, 202 – 206, 2000.
- [126]D. Jiles., D. Atherton., "Theory of ferromagnetic hysteresis", Journal of Applied Physics, vol. 55, pp. 2115-2120, 1984.
- [127]E. Kokornaczyk, M.W.Gutowski, "Anhysteretic Functions for the Jiles–Atherton Model", IEEE Transactions on Magnetics, vol.51, no. 2, 2015
- [128]R. Venkataraman, P.S. Krishnaprasad, Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control 1998.
- [129]H. Hauser, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis: Isotropic magnetization," J. Appl. Phys., vol. 96, no. 5, pp. 2753-2767,2004.
- [130]P.Andrei, A. Adedoyin, "Noniterative parameter identification technique for the energetic model of hysteresis," J. Appl. Phys., vol. 105, p. 07D523, 2009.
- [131]F. Z. Louai, "Modèles magnétodynamiques d'éléments finis pour structures tridimensionnelles de chauffage par induction", Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1995.
- [132]A. Chentouf, "Contribution à la modélisation électrique, magnétique et thermique d'un applicateur de plasma inductif haute fréquence". Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1994.
- [133]M.Féliachi., "La modélisation numérique des phénomènes couplés", Journée de formation, Club Electrothermie Enseignement, Paris, 16 Octobre 1997.
- [134]F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish, "The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics, An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®", Fluid Mechanics and Its Applications, vol 113, Springer International Publishing Switzerland, 2016.
- [135]S. Mazumder, " Numerical Methods for Partial Differential Equations Finite Difference and Finite Volume Methods", Academic Press is an imprint of Elsevier, 2016.
- [136]H.K. Versteeg, W. Malalasekera, " An Introduction to Computational Fluid Dynamics THE FINITE VOLUME METHOD", Pearson, 2007.
- [137]A. Cheriet "Contribution à la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis de dispositifs électromagnétiques ", Thèse de doctorat, Université de Biskra, 2007.
- [138]A, Hammouche. M, Hamimid. A, Kansab, B, Belmadani. 'Integration of energetic model for ferromagnetic hysteresis in finite volume method for electromagnetic field calculation'. Instrumentation Mesure Métrologie, Vol. 20, No. 1, pp. 23-27. (2021). <https://doi.org/10.18280/i2m.200104>