جامعة حسيبة بن بو علي – الشلف –

كلية العلوم الإقتصادية وعلوم التسيير

قسم العلوم الإقتصادية

أطروحة لنيل شهادة الدكتوراه في العلوم الإقتصادية:

تخصص: إقتصاد كمي

تحت عنوان

دراسة لعدم التوافق الزمني، التحايل، التعلم في شكل ألعاب ديناميكية لـــ ' ستاكلبرغ '

من إعداد الطالب :

هـــني محمد نبيل

إشراف الأستاذ الدكتور:

قدي عبد المجيد

لجنة المناقشة:

د. راتول محمد	أستاذ التعليم العالي	جامعة الشلف	رئيساً
د. قدي عبد المجيد	أستاذ التعليم العالي	جامعة الجزائر	مقرراً
د. بختي إبراهيم	أستاذ التعليم العالي	جامعة ورقلة	عضواً
د. البشير عبد الكريم	أستاذ محاضر أ	جامعة الشلف	عضواً
د. بلعزوز بن علي	أستاذ محاضر أ	جامعة الشلف	عضواً
د. ميهوب وهيبة	أستاذ محاضر أ	جامعة وهران	عضواً

السنة الجامعية: 2009 - 2010

بسم الله الرحمن الرحيم

* [... و فـوق كـلِّ ذي عـلـمٍ عـليـمٌ]

* صَدَقَ الله العَظِيمْ *
" سُورَة يوسف – الآيَة 76 "

* [... وَمَا أوُتِيتُمْ مِنَ العِلْمِ إلاَّ قَلِيلاً]

صَدَقَ الله العَظِيمْ
" سُورَة الإِسْرَاءْ– الآيَة 85".

إهـــداء...

إلى أبي وأمي أطال الله عمرهما.

إلى زوجـتي الكريمة.

إلى بناتي، نعيمة حفظها الله وآلاء شفاها المولى القدير.

إلى كل إخوتي.

إلى كل العائلة المحترمة (هني، بيال، بلكحل).

إلى كل الأصدقاء.

إلى كل أساتذة كلية العلوم الإقتصادية وعلوم التسيير- جامعة الشلف-

شكر وتقدير

الأطروحة هي في الحقيقة ليست نتاج عمل فردي، ولهذا أتقدم بالشكر إلى كل من ساهم من بشكل مباشر أو غير مباشر في إنهاء هذا العمل.

في البداية أتقدم بجزيل الشكر وأفضل التقدير والاعتراف لأستاذي الفاضل البروفسور "**قدي عبد المجيد** " الذي شرفني بقبوله متابعتي وتوجيهي بغية إنجاز هذه الأطروحة.

كما أقدم كل الإمتنان للبروفسور " **Tamer BAŞAR**" من جامعة "l'Illinois " بالولايات الأمريكية المتحدة ومدير مخبر التحكم والقرار في نفس الجامعة والبروفسور " **François Charles WOLFF**" من جامعة "Nantes " بفرنسا على إفادتي بعدة أبحاث في هذا الجانب.

كما لا يفوتني أن أتقدم بكل الشكر للسادة الأساتذة أعضاء لجنة المناقشة.

وفي الأخير أتقدم بخالص الشكر والإمتنان إلى كل من ساعدني من قريب أو من بعيد بإمداده للمعلومات والنصائح القيمة أو حتى بالتشجيع وأخص بالذكر الدكتور كتوش عاشور، السيد شحاط الحبيب، السيد سليمان محمد، السيد لوازاني أحمد، السيد آيت مختار عمر، السيد الشيخ أبو عبد الله، السيد قندوز محمد، الدكتور عتو الشارف.

إلى كل من أرادوا وإلى كل من حولوا النقطة الحرجة الإبتدائية غير المستقرة من أطروحتي إلى أكثر قوة وإستقرار في ظل لعبة تعاونية، فقد لا يتعارفون، لكن بواسطة خوارزم جيني سعيت إلى إلتقائهم. فهذا ليس تأثير إعلان ولكن عمل لمدة أكثر من ثلاثة سنوات.

فهرس المحتويات

الفصل الثاني:ألعاب "Stackelberg"الديناميكية المقلوبة وإستراتيجيات الحلول للتحايل من الحلقة المفتوحة **ص: 158 – 200**	

قائمة الرموز والمصطلحات المستعملة :

i. المختزلات والرموز التي أوردناها باللغة الأجنبية:

معناه بالإنجليزية	معناه بالعربية	الرمز
Leader	الرائد	*L*
Follower	الملاحق	*S*
Open loop	الحلقة المفتوحة	*Ol*
Discretionary Open loop	الحلقة المفتوحة التقديرية	*Old*
Feedback	المفعول الرجعي	*Fd*
Closed Loop	الحلقة المغلقة	*Cl*
The second try cheating	التحايل من المحاولة الثانية	*TSC*
Second try cheating with Ad respect	التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان	*TSCRA*
Optimale cheating	التحايل الأمثل	*TO*
The Pareto cheating	تحايل ' باريتو '	*TP*
Less cheat	أقل تحايل	*MT*
Genetic algorithms	الخوارزميات الجينية	*AG*
Ad / announcement	إعلان / عرض	a
Anticipated	المتوقع	e
Defined by	معرفة بواسطة	$\triangleq$
Proof end	نهاية الحجة	$\square$
Favorite	مفضل عن	$\succeq$

ii. رموز عامة:

معناه بالإنجليزية	معناه بالعربية	الرمز
set of real	مجموعة الأعداد الحقيقية	$\Re$
Set of positive real	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة	$\Re^{+}$
Continuously differentiable i times	قابلة للتفاضل بإستمرار i من المرات	C^{i}
Time index	مؤشر الزمن	t
Time horizon $(t \in [1,...,T])$	الأفق الزمني $(t \in [1,...,T])$	T
State vector at the time t	شعاع الحالة في الزمن t	x_t
Transposed	المنقول	$x_t^{/}$
Transition function (dynamic state)	دالة الإنتقال (ديناميكية الحالة)	f
Set index	مجموعة المؤشرات	N
Structure / set of information available to the player i at the time t	البنية / مجموعة المعلومات التي يحوز عليها اللاعب i في الزمن t	η_t^i
Actions spaces / admissible controls for the player i	فضاءات الأفعال / التحكمات المسموحة بالنسبة للاعب i	U^i
Action / i player control at the time t	فضاء الفعل / التحكم للاعب i في الزمن t	u_t^i
Sequence of actions for $t \in [i,j]: \{u\}_i^j \equiv (u_i, u_{i+1},...,u_j)$; $\{u_t\}_{t=1}^T$ is also used	متتابعة الأفعال لـ $t \in [i,j]: \{u\}_i^j \equiv (u_i, u_{i+1},...,u_j)$ و $\{u_t\}_{t=1}^T$ هي أيضا مستعملة	$\{u\}_i^j$
With k element $k \in [i,j]$	العنصر k في الترتيب من $\{u\}_i^j$ لما تكون $k \in [i,j]$	$\{u_k\}_i^j$
Overall Strategy of the i[th] player, $\gamma^i = (\gamma_1^i,...,\gamma_T^i)$	الإستراتيجية الشاملة للاعب i حيث $\gamma^i = (\gamma_1^i,...,\gamma_T^i)$	γ^i
Strategy of player i starting at date t	إستراتيجية اللاعب i الذي بدأ في الزمن t	γ_t^i
Strategy of Player i for the interval time $[s,T]$	إستراتيجية اللاعب i بالنسبة للمجال الزمني $[s,T]$	$\gamma_{[s,T]}^i$
Allowed strategies Set $(\gamma^i \in \Gamma^i)$	مجموعة الإستراتيجيات المسموحة $(\gamma^i \in \Gamma^i)$	Γ^i
The player i total loss function, $J^i = \sum_{t=1}^{T} J_t^i$	دالة الخسارة الكلية للاعب i حيث $J^i = \sum_{t=1}^{T} J_t^i$	J^i
Loss function for the period t	دالة الخسارة في الفترة الزمنية t	J_t^i
Set (function) of the best responses	مجموعة (دالة) أفضل الإستجابات	T^i
Hamiltonienne Function also simply called Hamiltonien	الدالة ' الهميلتونية ' و تسمى كذلك ' الهميلتوني ' بإختصار	H
Deputy vector of state vector for the player i	الشعاع المساعد لشعاع الحالة بالنسبة للاعب i	p_t^i
Bellmann Function Value	دالة قيمة ' بلمان '	V^i
In general, Riccati matrix	تدل بصفة عامة على مصفوفة " Riccati "	K^i
Lagrangian (Lagrange function)	' لاقرونج ' (دالة لاقرونج)	L
Identity matrix of $n \times n$ size	مصفوفة التعريف ببعد $n \times n$	$I_{n \times n}$
Matrix zero of $n \times n$ size	المصفوفة الصفرية ببعد $n \times n$	$O_{n \times n}$

iii. رموز خاصة:

* **لعبة خطية رباعية بلاعبين:**

معناه بالإنجليزية	معناه بالعربية	الرمز
Action / control leader	الفعل / التحكم الخاص بالرائد	u
Action / follower control	الفعل / التحكم الخاص بالملاحق	v
allowed Space actions to the leader	فضاء الأفعال المسموحة للرائد	U
allowed Space actions to follower	فضاء الأفعال المسموحة للملاحق	V
The leader loss function	دالة الخسارة الخاصة بالرائد	J^L
The Follower Loss function	دالة الخسارة الخاصة بالملاحق	J^S

* **نموذج التسعيرة لـ"Fisher" :**

معناه بالإنجليزية	معناه بالعربية	الرمز
Consumption level in the period i	مستوى الإستهلاك في الفترة i	c_i
Capital stock of the period i	مخزون رأس المال في الفترة i	k_i
Amount of provided work for the period 2	كمية العمل المبذول في الفترة 2	n_2
Government expenditure for the period 2	النفقات الحكومية في الفترة 2	g_2
Capital taxation rate	معدل الضريبة على رأس المال	R_2
Income taxation rate	معدل الضريبة على الدخل	τ_2
Utility function of private and government	دالة المنفعة للأعوان الخواص و للحكومة	U
Exogenous parameters (positive constants)	معالم خارجية (ثوابت موجبة)	a,b

* **نموذج التلوث:**

معناه بالإنجليزية	معناه بالعربية	الرمز
Price at time i	الأسعار في الفترة i	p_i
Produced quantity in the period i	الكمية المنتجة في الفترة i	q_i
Stock pollution period i	مخزون التلوث في الفترة i	x_i
Unit tax on production for the period i	الضريبة الوحدوية على الإنتاج في الفترة i	τ_i
Welfare regulator function	دالة الرفاهية الإجتماعية للمنظم	J^L
Monopoly profits Function	دالة الأرباح للمحتكر	J^S
Nature capacity to self-absorb pollution	قدرة الطبيعة التي من شأنها أن تمتص التلوث من تلقاء ذاتها	$1-\tilde{\beta}$
Exogenous parameters (positive constants)	معالم خارجية (ثابتة و موجبة)	$a,b,\alpha,\gamma,\beta,\tilde{\beta}$

* **نموذج على طريقة "Barro" و "Gordon" :**

الرمز	معناه بالعربية	معناه بالإنجليزية
π	التضخم المحقق	Conducted Inflation
π^a	التضخم المعلن عنه	Announced Inflation
π^e	التضخم المتوقع	Anticipated Inflation
u_n	معدل البطالة الطبيعية	Natural unemployment rate
$\bar{u}$	معدل البطالة المرغوب	Desired unemployment rate
$\bar{\pi}$	معدل التضخم المرغوب	desired Inflation rate
x_t	الفارق ما بين البطالة الحقيقية و البطالة الطبيعية في الزمن t	Difference between real unemployment and natural unemployment at the time t
a,b,c	معالم خارجية (ثوابت موجبة)	Exogenous parameters (positive constants)

* **الخوارزميات الجينية:**

الرمز	معناه بالعربية	معناه بالإنجليزية
A	متتابعة / الصبغية أو حتى الفرد	Sequence /chromosome or individual
c_i	الصبغية i	Chromosome i
H	المخطط	Diagram
l	طول الصبغية	Chromosome Length
d	دالة إزالة التشفير	Decoding function
f	دالة الأداء	Fitness Function
*	إشارة رمزية تفيد «لا يهم كثيرا»	Symbolic "no matter"
N	حجم الجماعة	Population size
T	تاريخ نهاية الخوارزم: العدد الأقصى للأجيال	the Algorithm end date: maximum number of generations.
p_c	إحتمال التهجين	Crossover probability
p_m	إحتمال التحول	Mutation probability

قائمة الأشكال

قائمة الجداول

مقدمة

كثيرة هي المسائل الإقتصادية التي يظهر فيها النزاع ولذلك فإن نظرية الألعاب تجد تطبيقاتها كلما لمسنا المساومة والمفاضلة والتفكير والتقدير وتخمين قوة الطرف الآخر، فهي تعتمد على قانون الفعل ورد الفعل أو كما نقول "If then" "Select case" ومن الممكن أن يدخل الذكاء الإصطناعي لمحاكاة أكثر من حالة بناء على الكثير من الإحتمالات والمعطيات .

وفي هذا المعنى يقول " Aumann"

> « إن نقد نظرية الألعاب أو بالأحرى النظرية الإقتــصادية إن شئنا القول بسبب طغيان مصلحة الأنانية كمثل نقد علم الجراثيم بسبب وجود الأمراض. فحقيقة نظرية الألعاب في الواقع هي دراسة المصلحة الأنانية وليس الحث على هـــذه المصلحة » [1]

إن الدارس لمختلف المسائل الإقتصادية يجد أن حالات عديدة منها توافق الألعاب الديناميكية لــ "Stackelberg". ونظرا لأن الألعاب تعتمد بدرجة أكبر على التوازنات بإختلافها، فإن موضوع أطروحتنا مرتبط أساسا بنظرية الألعاب، يهتم في أساسه بدراسة **التوازنات داخل النماذج الديناميكية**، وإرتأينا التعرض بشيء من التفصيل لدراسة ألعاب "Stackelberg" الديناميكية بصفة خاصة، وفي هذا الصدد يقول "Moulin":

> « إننا نجد دائما، حسب الإفتراضات الطوبولوجية العادية أو المألوفة [...] على الأقل توازنا واحدا من صنف توازنات "Stackelberg" وهذا بغض النظر عن صفة اللاعب المسيطر على اللعبة، مما يجعلنا نقول بأن سلوك الرائد في اللعبة وكذا سلوك الملاحق يتضمنان كلاهما معنى أو توجها معينا في إستراتيجية اللعب ككل. »[2]

إننا نميز في سياق الألعاب غير التعاونية نوعين من التوازنات[3] وهما توازن"Nash " وتوازن "Stackelberg" ويتميز كل نوع منهما بميزات خاصة تجعله يختلف إختلافا واضحا عن

[1] AUMANN, R., *Game theory*, Game Theory, J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman eds., MacMillan, The New Palgrave, London, (1989), p45

[2] MOULIN, H, *Théorie des jeux pour l'économie politique*. Hermann, Paris (1981), P 45.

[3] يوجد بطبيعة الحال عدد لا بأس به من المفاهيم المتعلقة بالتوازن ونذكر منها توازنات التغيرات الافتراضية المتوافقة بالإضافة إلى ذلك فإن نظرية الألعاب التعاونية لها مفاهيمها الخاصة المتعلقة بالتوازنات.

الآخر، ومن ضمن جملة الاختلافات نذكر ميزة البنية الضمنية للعبة، فإذا كان توازن "Nash" يفترض وجود لاعبين ينشطون في آن واحد (أي لا يفصل بينهم فاصل زمني في اللعبة) فإن توازن "Stackelberg" يقتضي عادة نظام التدرج في اللعب أو تتابع الأدوار بين اللاعبين في فترات زمنية متعاقبة.

لقد عرف توازن "Nash" رواجا منقطع النظير في مجال نظرية الألعاب أو في المجال الإقتصادي، كما لقي إنتشارا واسعا في مجالات معرفية أخرى تأخذ بالتوازنات.

و قد أكد هذه الرؤية كل من "Fudenberg " و"Levine " في قولهما :

« [...] لقد ركزت نظرية الألعاب غير التعاونية في جلها على موضوع التوازنات، وبالتحديد توازن "Nash" وضوابطه لما عرفه هذا التوازن من قيمة علمية وتوسع في الدقة[...] »[1]

« [...]كما كانت لهذا التوازن تطبيقات في نظرية الألعاب المعيارية التي أخذت بتحليل توازن "Nash" وضوابطه [...]».[2]

وقد واجه توازن "Nash" الكثير من الصعاب الميدانية بحيث بات يتعذر في سياق ألعاب "Nash" تحليل الوضعيات المتدرجة أو المتعاقبة ولذا كان "Kydland " يرى بأن توازن "Nash" لا يلاءم المسائل الإقتصادية[3]. فإذا أخذنا بمثال الحكومة حيث تكون اللاعب المسيطر على اللعبة فهي التي تعلن عن إستراتيجيتها الخاصة أولا فإن البنك المركزي بصفته ملاحقا يبقى في المقابل يعتمد في إتخاذ قراره الأمثل على قرار الحكومة قبل كل شيء، أي أن قرار البنك المركزي هذا يأتي في فترة تعقب فترة إعلان الحكومة عن إستراتيجيتها.

وبذلك يتضح بأننا بصدد لعبة من نوع "Stackelberg" التي تتضمن التدرج في فترات اللعب الصفة التي تغيب في إطار ألعاب "Nash".

غالبا ما نقول عن توازن "Stackelberg" بأنه يتميز بصفة عدم التوافق الزمني.

[1] FUDENBERG, D., and. LEVINE, D, *The Theory of Learning in Games*. MIT Press,USA (1998) P1.
[2] FUDENBERG, D., and. LEVINE, D, *The Theory of Learning in Games*, Previous Reference ،P12
[3] KYDLAND, F , *Non-cooperative and dominant player solutions in discrete dynamic games*, International economic review, 16(2),Wiley, USA , (1975) , P303 .

لقد تم التطرق لظاهرة عدم التوافق الزمني لأول مرة في مقال لكل من"Kydland " و "Prescott" سنة 1977 ثم توسع إستعمال هذا المصطلح في الكتابات الإقتصادية بفضل كل من "Barro" و "Gordon" ليلقى رواجا في المجال الإقتصادي على يد كل من "Hugues Hallet " و"Holly " وتجدر الإشارة بأن تمثيل الباحثين "Kydland " و "Prescott" لظاهرة عدم التوافق الزمني قد ترك هامشا واسعا للتأويل.

وفي هذا الصدد قال "D'AUTUME "

> « لقد تطورت نظرية إقتصادية تقوم على عدم التوافق الزمني للسياسات الإقتصادية. وكانا أولا من فسر هذه الظاهرة "Kydland " و " Prescott " في مقال لهما صدر عام 1977. أبرزت هذه النظرية أهمية السلوكات الإستراتيجية للمتعاملين الخواص ودورها في إنجاح السياسات الاقتصادية إلى جانب أنها دفعت رواد الاقتصاد الكلي إلى الأخذ بعين الإعتبار بعامل مصداقية أو سمعة الحكومة، كما مهدت المجال من الجانب الشكلي لتطبيق نظرية الألعاب الديناميكية والأخذ بها في المجال الإقتصادي»[1]

من الملاحظ أن مصطلح عدم التوافق الزمني هذا كثيرا ما يكون فهمه في الكتابات الاقتصادية فهما سلبيا بسبب إرتباطه عادة بفكرة التحايل بصورة واضحة أو ضمنية.

فمن الضروري هنا أن نوضح الفرق بين مفهوم عدم التوافق الزمني ومفهوم التحايل لتفادي اللبس الذي قد يحصل بين المفهومين.

إن إعادة النظر في السياسية الإبتدائية قد يكون مرده لمصدرين متباينين، إذ من الممكن أن نراجع السياسة الإبتدائية بعد أن نتوصل إلى الإحاطة بكل جوانب المسألة المعنية بهذه السياسة وفهمها فهما أحسن من فهمنا لها في مرحلة سابقة وبالتالي فإن النظرة الجديدة النابعة من الفهم الجديد تخالف بالضرورة النظرة الإبتدائية لها وهذا ما يفرض إعادة النظر.

فمثل إعادة النظر هذه تختلف جوهريا عن إعادة النظر الناجمة عن الإنحراف الإستراتيجي الإرادي الذي يظهر نتيجة الإختلاف ما بين الإعلان عن سياسة مستقبلية وبين تطبيق السياسة

---

[1] D'AUTUME, A, , *Histoire de la théorie macroéconomique*, miméo MAD, Paris (1995), P20

بصورة حقيقية على أرض الواقع، ولتوضيح الفرق بين إعادة النظر التقنية وإعادة النظر الإستراتيجية وجب التطرق إلى دراسة نوعين من ألعاب "Stackelberg"[1] :

– الألعاب المعيارية (*The Standard Games*)

– الألعاب المقلوبة (*The Reversed Games*)

إن ألعاب "Stackelberg" المعيارية لا تتضمن في إطارها آثار الإعلان، في حين نجد في ألعاب "Stackelberg" المقلوبة أن الرائد يسبق قيامه بالفعل الإعلان عن هذا الفعل مما يجعلنا أن نقول أنه يوجد فترتين أو فعلين متمايزين، الإعلان في أول الأمر ثم تحقيق هذا الإعلان، ومن ثمة فإن إمكانية التحايل تبقى واردة في هذه الحالة إذ أن الرائد قد يعمد من أجل الوصول إلى غايات إستراتيجية إلى بث الإعلان *(Announcement of the Leader)* يختلف عن التحقيق.

إن إعادة النظر بالنسبة لكل من "Barro" و"Gordon" لا يمكن قبولها من طرف المتعاملين الخواص إذ أنهم لا يولون في رد فعلهم، أي مصداقية للإعلانات المستقبلية التي ستعلنها الحكومة بل أكثر من ذلك فإنهم يعاقبون هذه الحكومة بشدة [2]، وبتحصيل حاصل تصبح هذه الحكومة مطالبة بالأخذ بالسياسات ذات التوافق الزمني *(Temporally Coherent)* فقط، وفي حالة تعذر ذلك يتحتم عليها البحث عن طريقة ملحقة من شأنها أن تمنح لها فرصة المحافظة على مصداقيتها.

وفي هذا الصدد يقول "Crettez":

> « لقد أشار كل من "*Kydland*" و "*Prescott*" في نفس الوقت إلى النقائص التي تعتري الحلول ذات التوافق الـــزمني. وأوضحا بأن هذه الأخيرة تبقى ضعيفة الإغناء أي أنها لا تبلغ الحد الأمثل في أي لحظة زمنية كانت. لقد فسر كـــل مـــن "*Kydland*" و "*Prescott*" بإثارتهما للجدل من جديـــد حول القواعد الخاصة بالسياسات التقديريـــة بـــأن المتعامـــل سينجح بلا شك في أن يفرض على نفسه إحترام بعض قواعد

[1]CAVAGNAC ,M *Théorie des jeux* Mémentos LMD, Gualimo éditeur, Paris (2006) p 51-57

[2] - BARRO, R., and D. GORDON, *A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model*, Previous Reference ،P591.

- BARRO, R., and D. GORDON, *Rules, Discretion and Reputation in a model of Monetary Policy*, Previous Reference ،P 5.

السياسة الإقتصادية والتخلي عن السياسات التقديريـــة ذات المصداقية التي لا تصل الحد الأمثل » [1]

وتتلخص هذه الطريقة الملحقة في نقطة واحدة ألا وهي تخلي الحكومة عن سلطتها التقديرية *(The Discretionary Power)* لأن التقدير ضار بما أنه يتميز بعدم التوافق الزمني. ويتوقف التخلي عن التقدير على أن تتنحى الحكومة عن وضعيتها كرائد في اللعبة بهذه الصورة التي يوضحها لنا "Lordon " :

« عندما تتميز الحكومة بالتلاعب وسوء التسيير، فإنه من الواجب نزع سلطة السياسة الاقتصادية من هذه الحكومة وتفوضها إلى سلطة أخرى تترفع عن المصالح السياسية ولهذا السبب ظل الكلاسيكيون الجدد يقترحون بإلحاح كبير بأن تمنح سلطة السياسة النقدية لبنك مركزي مستقل وإذا أمكن الأمر حسب رأيهم أن نضعها بين أيدي حكومة محافظة *(Conservative Gouvernement)* »[2] .

ويرتكز هذا التفسير على المسلمة الضمنية التي ترى بأن المتعاملين الخواص يستطيعون أن يتأكدوا بصورة مسبقة من مصداقية أي سياسة معلنة. ولمعرفة الطابع الضار لظاهرة إعادة النظر وجب علينا أن نتساءل عن العلاقة السببية القائمة بين التوافق الزمني والمصداقية، وهي علاقة يمكن دراستها ضمن ألعاب "Stackelberg". مما لا شك فيه أن هذه المسألة تكتسي أهمية بالغة في الدراسات الإقتصادية وقد كانت للكتابات الإقتصادية في هذا الموضوع صدى واسعا من حيث النتائج المقبولة والمنطقية التي توصلت إليها عن موضوع المصداقية، عدم التوافق الزمني والتحايل.

وفي هذا الصدد كتب كل من "SNOWDON " و"WYNARCZYK "

« لقد منحت نظرية عدم التوافق الزمني التي مهد لها كل من " Kydland" و"Prescott" و طورها بعد ذلك "Barro" و"Gordon" ثم "Backus" و"Driffil" التبرير الكافي لإنشاء

[1] CRETTEZ, B., Politiques temporellement cohérentes et théorie des jeux dynamiques : un essai de clarification, Référence déjà citée, p509

[2] Lordon ,F *Formaliser la dynamique économique Historique* Economie Appliquée N°1,Tome XlIX, Paris (1996) , P 83

البنوك المركزية المستقلة [...] ونظرا لأن مسألة المصداقية سببها تقديرات الحكومة لسياستها النقدية، فإنه من الممكن جدا تبسيط هذه الصعوبة وذلك بتحويل مسؤولية إيجاد سياسات مكافحة التضخم لبنك مركزي مستقل غير قابل للتسييس »[1]

وهناك مشكل آخر يثار أثناء دراسة اللعبة ويتعلق بكيفية تعلم توازن "Stackelberg" وفيه نقوم بتجميع كل التفاصيل المتعلقة بالموضوع. فيجب على الرائد الذي يسعى لإستعمال إستراتيجيته المثلى أن يعرف دالة خسارة الملاحق التي تمكنه من معرفة دالة رد فعله. لكن ماذا يعمل الرائد في حالة جهله لهذه الدالة؟ ولمعرفة الإجابة عن هذا السؤال نورد هنا ما يقوله كل من "Hugues Hallet " و"Holly " :

«يكون من الضروري بالنسبة للرائد [...] بأن يباشر هو الأول اللعب فيجبر الملاحق بأن يبقى ملاحقا له، كما ينبغي على الرائد أن يتعلم مع مرور الوقت دالة إستجابة (رد فعل) الملاحق وحينئذ يكون من الممكن أن نتصور عدة طرائق متطورة يستطيع بواسطتها الرائد أن يتعلم دالة خسارة الملاحق حتى في حالة جهله تماما لهذه الدالة مع بداية اللعبة » [2].

ومن البديهي أن يثار هذا الإشكال في سياق توازن "Nash" غير أن هذا الأمر حينئذ لا يكون شديد التعقيد، إذ أننا نميز من خلال الكتابات الإقتصادية المهتمة بهذا الموضوع عدة آليات تساعد على التعلم و التي تتفق في معظمها على أن التعلم يحصل عن طريق التكرار باعتباره سلسلة من النشاطات « فعل – رد فعل لهذا الفعل – رد الفعل لرد الفعل و هكذا» وهذا ما لا نجده في توازن "Stackelberg" لأن هذا التوازن ليس له خاصية النقطة الثابتة التي يتميز بها توازن "Nash". وبطبيعة الحال فإن الصعوبة لا تقوم في حالة وجود عدد محدود وضعيف من النشاطات لأنها ستلعب كلها، غير أن عدد النشاطات التي تتضمنها السياسات الإقتصادية هام جدا ويكاد

[1] SNOWDON, B, VANE, H and WYNARCZYK, P, *A modern guide to macroeconomics*. Edward Elgar Publishing Limited, USA (1994), P211.
[2] HUGUES-HALLETT,A,and.HOLLY,S, *Optimal control, expectations and uncertainty*.Previous Reference ،P 175-175.

يكون غير متناه (غير محدود)، مما جعل الدراسات الإقتصادية حول الأعمال المتعلقة بتعلم توازن "Stackelberg" تواجه الصعاب المرتبطة بهذا التعدد الكثير والمتشابك و لذلك عمدنا إلى التساؤل عن إمكانية العمل بالخوارزميات العشوائية ودراسة نجاعتها. فإرتأينا أن نجرب بصفة خاصة آلية الخوارزميات الجينية[1] *(Genetic Algorithms)* بهدف العمل على إيجاد الحلول المناسبة.

لقد عرفت الخوارزميات الجينية منذ السبعينيات من القرن العشرين وبالأخص مع أعمال كل من "Holland" وكذلك "Goldberg " إستعمالا واسعا في حل الألعاب المتكررة[2] *(Repeated Games)* وبذلك فقد تم إستعمالها في سياق مفارقة المسجونين المدمجين[3] *(The Cotexte of Repeated Prisoners Dilemma)* من قبل" Axelerod".

ويجب القول هنا أننا سنولي في هذه الدراسة إهتماما كبيرا لإمكانية أو قدرات هذه الخوارزميات ومدى الإستفادة من تطبيقاتها في مجال ألعاب "Stackelberg" ومن أجل ذلك سنقوم بإختبار العمل بهذه الآليات في حالة إفتراض أن الرائد يجهل كليا دوال الخسارة للملاحق بل يجهل حتى شكل هذه الدوال وقد يمكن أن نعتبر بأن هذه الدراسة تعد بمثابة إجابة عن تقرير "Shinar"، إذ يرى بضرورة إعتماد البحث في هذه المسائل مستقبلا على الآليات المتطورة كالذكاء الإصطناعي ونظرية الألعاب وغيرها من الطرائق العلمية الحديثة ويجب القول بأن المقارنة بين طرائق البحث ظلت ضرورية للعمليات التحليلية اللازمة لصياغة رياضية صحيحة ومقبولة[4].

وهكذا نجد أن الأعمال الكثيرة المنجزة في هذا المجال على كثرتها ما فتئت تتنوع مع إستعمال طرائق البحث التطورية كالآلية الخلوية *(Cellular Automaton)* والخوارزميات الجينية وكذلك شبكات النورونات *(Neural Network)*.

---

[1] من أجل الإطلاع أكثر على مفهوم الخوارزميات الجينية وطريقة عملها إرجع إلى مقال هني محمد نبيل وبلعزوز بن علي مفهوم الخوارزميات الجينية وتطبيقاتها في مجال الإقتصاد، مجلد الإحصاء (تطبيقي-رياضي- سكاني) المؤتمر السنوي الثاني والأربعون للإحصاء وعلوم الحاسب و بحوث العمليات 2 - 5 ديسمبر 2007 معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة ص 18 - 44

[2] - HOLLAND, J. H, *Adaptation In Natural And Artificial Systems*. University of Michigan Press, USA(1975) P96

- GOLDBERG, D, Genetic *Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, (1989) ,P12

[3] AXELROD, R , *The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma ,in Genetic algorithms and simulated annealing*, L. D. Davis eds., Morgan Kaufmann, San Mateo USA(1987),P17

[4] SHINAR, J, *Analysis of dynamic conflicts by techniques of artificial intelligence*, Rapport de recherche no1137, INRIA, Sophia Antipolis, France, (1989),P112.

أولا: أهمية البحث:

تدعو الضرورة في البداية إلى الإحاطة بالأهمية العلمية، والفائدة العلمية من القيام بهذا البحث حيث تبرز أهميته ضمن المجالات التالية:

1) يكتسي البحث في نظرنا مكانة هامة ضمن مختلف البحوث الأكاديمية المقدمة في هذا المجال بإعتبار أنه لم يقدم – حسب إطلاعنا – موضوع سابق في هذا التخصص يحاول أن يبحث بدقة وبطريقة كمية دراسة مسألة إعادة النظر في السياسات الإقتصادية داخل النماذج الديناميكية[1].
2) يمكن لهذا البحث أن يساهم في زيادة الإهتمام العلمي بمسألة إعادة النظر بإعتباره مرجعا إضافيا ضمن حقل السياسات الإقتصادية، علاوة على إمكانية تدعيم الباحثين والمهتمين بطرائق كمية لتفسير التوافق الزمني أو عدمه للسياسات الإقتصادية المنتهجة.
3) محاولة تبيين عدم فائدة إعادة النظر في السياسات الإقتصادية إذا كانت هذه المسألة لا يجنى منها مكاسب إضافية للحكومة بل تفقد هذه الأخيرة لمصداقيتها أمام المتعاملين الخواص.

ثانيا: أهداف البحث:

نسعى من خلال قيامنا بهذا البحث العلمي الأكاديمي إلى تحقيق عدة أهداف أهمها :

1) محاولة إثراء المكتبة العربية التي تعاني نقص إن لم نقل إنعدام في مثل هذه البحوث.
2) محاولة المساهمة في صياغة النموذج الفكري المبني على التحليل الرياضي (نظرية الألعاب) بإعتباره أداة لضبط وتحليل مسألة إعادة النظر في النماذج الديناميكية.

[1] هناك استثناءات لامناص منها والتي تتضمن:

- BAGCHI, A, *Stackelberg Differential games in economic models*, Notes Reading in Control and Information Sciences, no64, Springer-Verlag., New York (1984)
- MEHLMANN, A, *Applied differential games*. Plenum Press. , New York (1988)
- BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Non-cooperative Game Theory*. Academic Press, New York, 2nd edition. , (1995)

3) محاولة إستقراء بعمق علمي، وتأصيل منهجي منظم لبعض الإسهامات المعرفية المقدمة من طرف العديد من الباحثين ضمن حقل السياسات الإقتصادية وتحليلها داخل النماذج الديناميكية.

4) محاولة الوصول عن طريق جملة من المحاكاة الرقمية التي تعتمد على النماذج الإقتصادية المعيارية إلى فائدة لا ننكر أهميتها وخاصة في مجال السياسات الإقتصادية التي تكون في أغلب الأحيان متطرفة *(Extremes)* .

5) محاولة تطبيق بعض الطرائق العلمية الجديدة (الخوارزميات الجينية) التي مازالت طور التشكيل والإختبار، الأمر الذي يتطلب مواصلة تشكيل إطارها النظري ومناقشة فعاليتها العلمية، وهو ما حاولنا تحقيقه ضمن بحثنا هذا.

ثالثا: مبررات إختيار البحث :

إن من أهم الأسباب التي دفعتنا إلى إختيار ودراسة هذا الموضوع ما يلي:

1) تنامي الفكر الإقتصادي الحديث بإستخدام نظرية الألعاب، وتزايد عدد الألقاب في جائزة 'نوبل ' للعلوم الإقتصادية الأمر الذي مازال يشجع الباحثين على تطبيق نظرية الألعاب كأداة للتحليل.

2) حداثة وقلة الدراسات التي تناولت بعمق إشكالية إعادة النظر وتحليلها داخل النماذج الديناميكية، والأمر يعود في نظرنا إلى الصعوبة الملازمة لهذا النوع من الدراسات المرتبطة بالسلوك البشري (الأنانية) والقائمة على التحليل الرياضي وإلى إلتقاء عدة علوم نذكر منها العلوم الإقتصادية، الإعلام الآلي بحوث العمليات، نظرية الألعاب.

رابعا : إشكالية البحث :

ضمن هذا السياق وبعد الإطلاع على إطار البحث وأهمية القيام به والتعرف على الأهداف التي نسعى للوصول إليها، بالإضافة إلى المبررات والدوافع التي كانت وراء الإقدام على الخوض في هذا البحث، نصل إلى إبراز معالم إشكالية بحثنا التي نحاول تناولها وفق سياق نظري تحليلي من خلال الإجابة على السؤال التالي:

هل نستطيع القول، كما جرى الإعتقاد، بأن إعادة النظر سواء التقنية أو الإستراتيجية للسياسة الإقتصادية الإبتدائية من طرف الرائد (الحكومة) في اللعبة تضر بالملاحق (المتعاملون الخواص) وهذا بغض النظر عن إطار اللعبة من صنف "Stackelberg" المستعملة؟

لمعالجة وتحليل هذه الإشكالية، وبغية الوصول إلى إستدلال منطقي وعلمي ــ عن طريق جملة من المحاكاة الرقمية التي تعتمد على النماذج الإقتصادية المعيارية ــ يمكن بلورة الإطار النظري والفكري حول آثار إعادة النظر للسياسات الإقتصادية الإبتدائية نقوم بطرح الأسئلة الفرعية التالية:

1) ما هي الأسباب التي تترتب عن إعادة النظر في السياسة الإقتصادية؟
2) لماذا تتميز السياسة الابتدائية بعدم التوافق الزمني ؟
3) ما هي أهمية المكسب الذي نحصل عليه من عملية إعادة النظر ؟
4) هل توجد أسباب سياسية وراء عملية إعادة النظر ؟
5) لماذا تؤدي إعادة النظر في السياسة التي تتميز بعدم التوافق الزمني إلى زوال المصداقية ؟
6) إذا كان هناك بالفعل زوال كلي للمصداقية في حالة عدم التوافق الزمني فهل يكون لإنتهاج سياسة ذات توافق زمني القدرة على ضمان مصداقية تامة ؟
7) هل الحلول ذات التوافق الزمني هي حقيقة حلول ضعيفة الإغناء ؟
8) هل هناك علاقة سببية بين التوافق الزمني والمصداقية ؟
9) هل يستطيع الملاحق أن يعرف بصورة قبلية مصداقية الإستراتيجية المنتهجة من طرف الرائد؟
10) كيف يمكن وضع معاقبة صارمة ؟

خامسا: حدود البحث :

تقتضي منهجية البحث العلمي بهدف الإقتراب من الموضوعية، ولتسهيل الوصول إلى إستنتاجات منطقية ضرورية للتحكم في إطار التحليل المتعلق بطبيعة هذه الدراسة النظرية، وذلك بوضع حدود للإشكالية، مع ضبط الإطار الذي يسمح بالفهم الصحيح للمسار

المقترح لتحليلها ومنهجية إختبار فرضياتها، ولتحقيق ذلك قمنا بإنجاز هذا البحث ضمن الحدود والأبعاد التالية:

1) **البعد النظري**:

يصنف هذا البحث ضمن البحوث النظرية التي تهدف إلى الإحاطة بجوانب معرفية ذات الصلة بحقل دراسة التوازنات داخل النماذج الديناميكية، من خلال محاولة الإجابة على الإشكالية المقدمة واختبار فرضياتها من خلال التحليل العلمي، وبغية التركيز على جوانب القيمة المضافة المحتملة في البحث، كان التحليل نظريا وتطبيقيا، الذي نرى أنه مفتوح أمام دراسات مستقبلية.

2) **البعد المفاهيمي**:

بسبب خصوصية الموضوع الذي يتطلب تحديد الإطار المفاهيمي للإشكالية تناولنا ضمن هذا البحث العديد من المفاهيم كعدم التوافق الزمني، التحايل، التعلم المصداقية، إعادة النظر.

3) **البعد التحليلي**:

إن سياق تحليل سلوك كل من الرائد والملاحق المشار إليهما ضمن هذا البحث مرتبط بوجودهما في بيئة مبنية على الأنانية وبإفتراض أن كلا اللاعبين يفترضان نفس بنية المعلومة وأن كل منهما يسعى لتعظيم دالة منفعته هذا ما يدفع كل واحد لبناء إستراتيجية خاصة به، مما يعني دراسة مجال أنانية كل واحد منهما من أجل الوصول إلى توازن نموذج ديناميكي.

4) **البعد الإستراتيجي**:

إن دراسة وتحليل مسألة إعادة النظر داخل النماذج الديناميكية يعد ظاهرة متعددة الأبعاد، مازالت محل تناول العديد من الباحثين ضمن حقل السياسات الإقتصادية من خلال تنوع الإسهامات النظرية، فإن تحليل إشكالية بحثنا وإختبار فرضياتها يتم ضمن المدخل الإستراتيجي بشكل رئيسي، وهذا توافقا مع خصوصية الإطار المفاهيمي للإشكالية ومتغيراتها الإستراتيجية.

5) **البعد الزمني**:

يتوافق سياق التحليل في بحثنا هذا في مجاله الزمني مع تنامي عدد البحوث التي تم الإعتماد فيها على نظرية الألعاب التي برزت في نهاية القرن العشرين والتي حصلت على خمس جوائز 'نوبل ' للإقتصاد في بداية هذا القرن الواحد والعشرين.

6) البعد المكاني:

تقتضي الإجابة على الإشكالية المقدمة عدم ربط مسألة إعادة النظر بخصوصية السياسة الإقتصادية المتبعة، سواء في الدول النامية أو المتطورة وهذا لإعتبارات البحث النظري الذي يسعى لبلورة دراسة معرفية نموذجية يمكن تطبيقها والإستفادة منها حسب السياسة الإقتصادية المتبعة.

سادسا : فرضيات البحث :

يتطلب تحليل الإشكالية محل الدراسة إختبار صحة مجموعة من الفرضيات هي:

1) ترجع ظاهرة عدم التوافق الزمني إلى مشكلة التحكم الأمثل غير السببية المصاحبة للتوقعات العقلانية المسبقة.
2) ظاهرة التوافق الزمني ما هي إلا تعميم لألعاب "Stackelberg".
3) السياسة التقديرية ضارة في جميع الحالات بالنسبة للملاحق (المتعاملين الخواص).
4) هناك علاقة سببية بين التوافق الزمني والمصداقية.
5) المتعاملون الخواص يعاقبون الحكومة بعد كل إنحراف عن سياستها الإبتدائية.
6) المتعاملون الخواص لا يقبلون نهائيا التحايل من طرف الحكومة.

سابعا: المنهج المستخدم في البحث:

بغية القيام بتحليل علمي ومنهجي لإشكالية بحثنا، وبهدف إختبار صحة الفرضيات المقترحة إستخدمنا في بحثنا المناهج المعتمدة في الدراسات الإقتصادية عموما، وعليه يعتمد على المنهج الوصفي في تقديم ظاهرة عدم التوافق الزمني. وقد قادنا المنهج الإستقرائي من تحليل الجزء للوصول إلى الكل بجعل نتائج البحث معممة من خلال تعاملنا مع الظاهرة بشكل عام دون تركيزنا على عينة محددة بهدف الوصول إلى بلورة دراسة نموذجية تفترض أن إعادة النظر في

السياسة الإبتدائية قد لا تضر دائما بالملاحق بالإضافة إلى إستخدام المنهج الرياضي في صياغة الخوارزميات الملائمة للمسألة وإجراء المحاكاة.

ثامنا : الدراسات السابقة :

1) **دراسة** "KYDLAND " و"RESCOTT "

« Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans »

وهي مقالة نشرت في مجلة

« Journal of Political Economy »

سنة 1977 والتي توصل من خلالها الباحثان إلى أن ظاهرة عدم التوافق الزمني ترجع إلى مشكلة التحكم الأمثل غير السببية المصاحبة للتوقعات العقلانية المسبقة.

2) **دراسة** " Hugues Hallet" و"Holly "

« *Optimal control, expectations and uncertainty* »

وهي كاتب صدر سنة 1989 والتي توصل من خلالها الباحثان إلى أن ظاهرة عدم التوافق الزمني ترجع إلى مشكلة التحكم الأمثل غير السببية المصاحبة للتوقعات العقلانية المسبقة، ولكن في حالة وجود مقرر واحد.

3) **دراسة** "Başar"

« Time Inconsistency and robustness of equilibria in non cooperative dynamic games »

وهي مقالة نشرت في مجلة

« Dynamic Policy Games in Economics»

سنة 1989 والتي توصل من خلالها هذا الباحث إلى أن الإطار الأسلم للإجراء التحليلات لظاهرة عدم التوافق الزمني هو نظرية الألعاب.

4) **دراسة** " BLAKE" و "WESTAWAY "

« Time consistent policymaking: the infinite horizon linear - quadratique case »

وهي ورقة عمل مقدمة في جامعة 'نيويورك' سنة 1989 والتي توصل من خلالها الباحثان إلى أن التوقعات العقلانية في اللعبة الحتمية تتمثل في أفعال المتعاملين الخواص.

5) دراسة كل من "Simaan" و"Cruz"

« On the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games »
« Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games »

وهي مقالتين نشرتا في مجلة

« Journal of Optimization Theory and Applications »

سنة 1973 والتي توصل من خلالها الباحثان إلى أن توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة لا يتميز بالضرورة بالتوافق الزمني وذلك من خلال لعبة واحدة بسيطة تجرى على فترتين زمنيتين.

6) دراسة كل من "Barro" و "Gordon"

« A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model »
« Rules, Discretion and Reputation in a model of Monetary Policy »

وهي مقالتين نشرتا على الترتيب في مجلة

« Journal of Political Economy »
« Journal of Monetary Economics »

سنة 1983 والتي توصل من خلالهما الباحثان إلى أن إعادة النظر لا يمكن قبولها من طرف المتعاملين الخواص.

تاسعا: صعوبات إنجاز البحث :

بالنظر إلى طبيعة البحث فقد واجهتنا صعوبات عديدة أثناء إنجازنا إياه أهمها:

1) إنعدام المراجع ذات الصلة بالموضوع باللغة العربية مما حملنا مشقة الترجمة الضرورية.

2) صعوبة جمع المراجع ذات الصلة بالموضوع خاصة الحديثة منها بإعتبار حداثة الموضوع الأمر الذي حملنا للبحث عن أساتذة مختصين على الشبكة المعلوماتية والإتصال بكل من الأستاذ " Tamer BAŞAR" من جامعة "l'Illinois " بالولايات الأمريكية المتحدة ومدير مخبر التحكم والقرار في نفس الجامعة والأستاذ " François Charles WOLFF" من جامعة "Nantes " بفرنسا لتزودنا بالمعلومات والمراجع اللازمة.

3) صعوبة التناول النظري المفاهيمي والتجريدي للفكرة وتحليلها بعمق علمي ومنهجي ذلك أن تحقيق هذا الهدف يتطلب من أي باحث قدرات ومهارات ذهنية.

4) صعوبة الحصول على البرامج الجديدة المتخصصة لإجراء المحاكاة اللازمة.

5) صعوبة الإستنتاج العلمي الملازم للدراسات الإنسانية، خاصة إذا تعلق الأمر ببناء إطار معرفي وإستخدام المنهج الرياضي في دراسة الأنانية.

عاشرا : هيكل البحث:

إتبعنا في هذه الأطروحة التصميم التالي :

في الفصل الأول من القسم الأول سوف نبدأ بمناقشة ظاهرة عدم التوافق الزمني انطلاقا من المقال المؤسس لهذه النظرية والذي أنجزه كل من "Kydland " و "Prescott" سنة 1977 ثم بعد ذلك سوف نطرح من خلال تطرقنا للموضوع أسئلة عن إطار التحليل الحقيقي للمصطلح وبالأخص إثارتنا لبعض المشاكل المتعلقة ببرهنة كل من "Kydland "و"Prescott".

أما في الفصل الثاني سوف نتعرض للعناصر المكونة للعبة الديناميكية وتوازناتها. بحيث سوف نتطرق إلى دراسة لعبة خطية تربيعية *(The Dynamic Game Quadratic)*، ونتوخى على وجه الخصوص أن نطرح، من خلال المحاكاة الرقمية *(Numerical Simulations)*، السؤال المتعلق

بمقارنة مختلف التوازنات الممكنة، وبعد ذلك سوف نشرع ضمنيا في دراسة مفهوم عدم التوافق الزمني وبعض نتائجه كالطابع الضار، أو غير الضار للتمييز وحالة 'ضعيف الإغناء' أو عدمها الخاصة بالحل المتميز بالتوافق الزمني. وسوف يستمر تطرقنا لهذه الدراسة في الفصل الثالث كذلك عندما نعمد إلى إظهار إمكانية توازنات "Stackelberg" في المسائل الاقتصادية المتعلقة بالضريبة *(Taxation)*، ومن ثمة سنبحث عن معرفة مستويات الضريبة المثلى بحسب المعلومة التي في حوزة الرائد، في البداية سوف نتطرق إليها داخل نموذج "Fisher " الذي يدرس التحكيم الممكن بين الضريبة على مداخيل العمل و/ أو مداخيل رأس المال[1]. ثم من خلال نموذج تنظيم التلوث *(Regulating Pollution)*.

أما في القسم الثاني من الأطروحة فخصصناه لدراسة نتائج الإعلان (التحايل) إذ حاولنا في الفصل الأول أن نتساءل عن الخلط الذي قد يحصل ما بين مصطلح عدم التوافق الزمني ومصطلح التحايل. وسوف نقترح في ذلك المضمون ألعاب "Stackelberg" المقلوبة وبذلك نكون قد قدمناها كإطار لتحليل الألعاب ذات نتائج الإعلان كما سوف نقدم المفاهيم الخاصة بتوازن "Stackelberg" والتي تتلاءم مع إطار التحليل هذا وقد اتفقنا على تسميتها بتوازنات التحايل *(Equilibria Cheat)*. وسنحاول تبيين أنه من بين هذه التوازنات، هناك توازن يعتبر بأن التحايل في حالته المثلى يكون يتميز بالتوافق الزمني، ثم بعد ذلك سنحاول أن نوضح معنى مصطلح المصداقية وسنتساءل عن العلاقة السببية التي تجمعه بمصطلح التوافق الزمني.

أما في الفصل الثاني فسوف نتطرق إلى إستراتيجيات التحايل في خضم لعبة ديناميكية خطية تربيعية، ومثلما تعرضنا لدراسة عدم التوافق الزمني في القسم الأول من الأطروحة فسوف نفسر النتائج التي تنجم عن إعادة النظر بسبب التحايل. وسنسعى إلى معرفة – على سبيل المثال – إذا ما كان من الممكن وجود التحايل المبيت *(The Benevolent Cheating)* وهل نستطيع أن نعتبر هذا التحايل على أنه مفهوم لتوازن "Pareto" [2]. وسوف نحاول بذلك توضيح كل الإقتراحات التي سوف نقدمها بأمثلة رقمية داخل لعبة خطية تربيعة في الأول ثم بعد ذلك بواسطة نموذج الضريبة لـــ "Fisher " وبنموذج التضخم و البطالة على طريقة "Barro" و "Gordon".

---

[1] FISHER, S, *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Journal of economic dynamics and control, Boston College ,USA 2, (1980) 93–108

[2] هني محمد نبيل وكتوش عاشور نظرية مصطلح القانون الإقتصادي في فكر 'فلفريدو باريتو' مجلة مصر المعاصرة العدد 449 السنة 100 القاهرة جانفي 2008 ص 417-447

وسوف نخصص القسم الثالث من هذه الأطروحة لمسألة إستعمال الخوارزميات الجينية في نظرية الألعاب لـــ "Stackelberg"، و من أجل توضيح ذلك، سوف نوضح كيفية عملها نظريا في الفصل الأول، أما في الفصل الثاني فسوف نستعمل هذه الخوارزميات كمسارات تعلم بهدف العثور على توازنات"Stackelberg " مهما كانت، وبهذا سوف نختبر في الحالة الأولى نجاعة هذه الخوارزميات بواسطة مثال رقمي (لعبة خطية تربيعية متكررة) ثم بواسطة لعبة تسمى لعبة حرب الأسماك *(Fish War Game)*، ثم سوف نقوم بعد ذلك بإختبار نجاعة هذه الآليات من خلال وضعية أكثر ديناميكية. وبهدف توضيح هذه الحالة أفضل سوف نتطرق إلى لعبة تنظيم الملوث *(The Game of Regulating a Polluter)*، أين يكون المنظم يجهل تماما دالة ربح المحتكر معتمدين في ذلك على الخوارزميات الجينية كطريقة حل للبحث عن الضريبة المثلى.

وفي السياق نفسه نستخدم كذلك طريقة أخرى تعتمد على نموذج يبنى على المحاكاة من أجل تعلم الدعم *(Subsidy)* الأمثل بهدف تحفيز المحتكر على الإنتاج إلى مستوى المنافسة التامة والحرة.

ونظرا لأهمية ونجاعة العمل بالخوارزميات الجينية فسوف نحاول في الفصل الثالث عرض صورتين لهذه الخوارزميات الجينية، إذ سنعمد في الصورة الأولى على توضيح إمكانية إستعمال هذه الأساليب كأداة للحساب بحيث سوف نجري بعض التطبيقات لحل معادلات الفروق*(Riccati)*.

ومن جهة أخرى سنلمح كذلك إلى مسألة عدم مصداقية الإعلان في إطار لعبة التضخم — البطالة من خلال إجراء محاكاة على مسار التعلم غير المتجانس للتضخم المحقق. كما سنبرز طبيعة وشروط الخوارزميات المستعملة التي بواسطتها نستطيع معرفة إمكانية المتعاملين الخواص أن يجعلوا توقعاتهم تتوجه نحو مستوى تضخم مستقر.

وفي النهاية نريد أن نبين جليا بأن البراهين التي سوف نقدمها في الأطروحة تتضح باستمرار في إطار الألعاب الديناميكية في مجال خاضع للحتمية بزمن منفصل وأفق متناه. ويجب الإشارة إلى أن كل التنقيطات *(Ratings)* الرياضية المستعملة تندرج في سياق متصل بتنقيطات " Başar" و"Olsder". وأخيرا نشير أن كل المحاكاة ستجرى بواسطة البرامج المتخصصة " Mathematica4.1 " و "Matlab 2008 ".

القسم الأول

ألعاب "Stackelberg" المعيارية والسياسات الإقتصادية

تمهيد:

إن نمذجة القرارات الإقتصادية و تداعياتها على الواقع تتطلب تحديدا واضح المعالم و رسما بينا لإطار التحليل المعمول به. ويبقى أن نشير في هذا الصدد بأن ملاحظة كل من "CURRIE" و"LEVINE"

> « يجب الإشارة إلى أن هناك مشكل كبير تحدثه السياسات التي تتميز بالتوافق الزمني ويتمثل أساسا في أن هذه السياسات بإمكانها أن تكون ذات إغناء ضعيف ».[1]

تكون مفيدة في فهم طبيعة السياسات التي تتميز بالتوافق الزمني، ويكون لها وبالرغم من عدم الإشارة إلى ذلك بصورة جلية وخاصة في إطار نظرية الألعاب، وبالتحديد في الألعاب "Stackelberg" الديناميكية فائدة كبيرة.

إن نظرية الألعاب عند دراسة وضعيات النزاع والتعاون تعتمد على أسلوب البحث الرياضي وكان من نتائجه أنه أخذ إطار التحليل هذا مكانة مهمة ومركزية في النظرية الإقتصادية[2] ويرجع سبب شيوع إستعمال التحليل الرياضي وبالأخص في إطار الألعاب الديناميكية إلى التطور الرائع الذي شهدته نظرية التحكم الأمثل ابتداء من سنوات الخمسينيات وكان أول ممن ساهم في إعطاء وثبة حقيقية لنظرية التحكم الأمثل فريق من الرياضيين الروس على رأسهم "Pontryagin". ويلاحظ بأن نظرية التحكم الأمثل هذه يتعذر تطبيقها في مجال المسائل الديناميكية التي تواجه المقرر *(Decision maker)* في بحثه عن الطريق الأفضل الذي يجب إتباعه في تعظيم دالة هدفه ما عدا حالة واحدة والمتمثلة في مسألة تتضمن وجود صاحب قرار واحد فقط يكون بصدد تعظيم دالة هدفه، غير أن مثل هذه الوضعية أمر نادر جدا في المجال الإقتصادي الذي عموما ما يعرف عددا كبيرا من أصحاب القرار كل واحد منهم لديه أوراقه الخاصة التي يعمل بها ولديه أهداف متباينة مع أهداف الآخرين وتكون في بعض الأحيان متناقضة تماما وبذلك فقد أصبح الإعتماد على نظرية الألعاب الديناميكية في دراسة هذه الوضعيات أمرا ضروريا لأنها توفر طريقة يسهل فيها تطبيق أساليب التحليل الرياضي والقياسي كإطار ملائم لهذه الحالات.

---

[1] CURRIE, D., and P. LEVINE, *Rules, Reputation and Macroeconomic policy coordination*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1993, P3.

[2] ومن جهة أخرى يجب أن نشير إلى أن العلاقة بين نظرية الألعاب اللاتعاونية والاقتصاد كانت موجودة منذ زمن بعيد وخصيصا مع العالم "Cournot" (1883) وبصفة خاصة "Von Neumann" و"Morgenstern" (1944)

إن توسيع نظرية التحكم الأمثل من وضعية يوجد فيها مقرر واحد فقط إلى أخرى تضم عددا من أصحاب القرار يبقى من مجال إختصاص الألعاب التفاضلية *(Games Différentiels)* التي تعرف في الحالة العامة عادة بالألعاب الديناميكية .

ولقد كان أول ظهور لهذا النوع من نظرية الألعاب مع أعمال "Isaacs" التي تطرق فيها إلى دراسة الألعاب التفاضلية بمجموع منعدم أو ما يسمى الألعاب المطاردة – الهروب[1] *(Games of Pursuit Evasion)* ، كما يمكن أن نذكر كذلك من بين الدراسات الأولى للألعاب التفاضلية بمجموع غير منعدم، المقال الذي كتبه "Ho" و"Starr" والذي نشر في مجلة إقتصادية متخصصة الذي تناولا فيه مفهوم توازن "Nash"[2]، إلى جانب ذلك يمكن ذكر أعمال كل من "Chen" و"Cruz" اللذين تطرقا لنظرية ألعاب "Stackelberg" التفاضلية[3] وكانت دراستهما هي الأولى من هذا النوع أتبعتها بعد ذلك دراسة لكل من "Cruz" و"Simaan" اللذين يرجع لهما الفضل في توضيح مسألة عدم التوافق الزمني وإستعمالاتها في بعض حلول "Stackelberg"[4].

وفي سياق نظرية الألعاب ظهرت أهمية موضوع مفهوم الإستراتيجية المحفزة *(incentive strategy)* لـــ "Stackelberg" الذي تناوله بالدراسة الكثير من الباحثين نشرت نشرت أبحاثهم في مجالات مختصة مثل دراسة [5].

---

[1] ISAACS, R., *Differential games*. Kruger Publishing Company, Huntington,NY, second edn, 1975,New York,P25-65.

[2] STARR, A.W., and Y. HO, *Nonzero-sum differential games*, Journal of Optimization Theory and Applications, 3(3) ,Kluwer ,New York, 1969,P247-256.

[3] CHEN, C., and J. CRUZ, *Stackelberg Solution for Two-person Games with Biased Information Patterns*, Transactions on Automatic Control,17 IEEE,University of California,USA, 1973,P791-798.

[4] - SIMAAN, M., and J. CRUZ, *On the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games* ,Previous Reference,P533–555.

- SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference ,P613–626.

[5] - BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Transactions on Automatic Control, AC-24(2), IEEE, University of California,USA 1979,P166–179.

- HO, Y.C., P.B. LUH, and G. OLSDER, *A control theoretic view on incentives*, in Proceedings of the fourth international conference on analysis and optimization of systems, , Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol 28, A. Bensoussans, and J. Lions eds., Springer-Verlag, Berlin, 1980 ,P359–383.

- TOLWINSKI, B., Closed-*loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Journal of optimization theory and applications, 35(4), Kluwer ,New York , 1981,P485–502.

غير أن تطبيقاها في النظرية الاقتصادية ظلت تعرف مسارا بطيئا بالرغم من بروز دراسات كثيرة تشير إلى الفائدة الواضحة المرتبطة باستعمال هذا المفهوم على غرار"Kydland" [1]، "Pindyck" [2] وكذلك "Pau"[3]. ويعود سبب ذلك – في اعتقادنا – إلى أن الاقتصاديين من جانبهم كانوا قد أولوا اهتماما منقطع النظير - في إطار الألعاب اللاتعاونية - *(The noncoperative games)* إلى الألعاب الساكنة*(Static)* أو المتكررة *(Repeat)* .

ونتيجة لهذا فقد إرتأينا أن نخصص هذا القسم لدراسة وتقديم نظرية الألعاب هذه مع التركيز على مفهوم توازن "Stackelberg". ولهذا الغرض فقد توخينا أن نستعرض في الفصل الأول مفهوم عدم التوافق الزمني *(Time Incosistency)* وفق منظور " Kydland" و" Prescott "، أما الفصل الثاني فخصصناه لعرض أطر التحليل وأدواته، كما يشمل أيضا دراسة مستفيضة للمفاهيم المختلفة المتعلقة بالتوازن في سياق لعبة ديناميكية خطية تربيعية *(game dynamic linear quadratic)*. وقد عمدنا إلى اقتراح طريقة حساب خاصة بالحل من الحلقة المفتوحة *(Open loop)*[4]، كما إرتأينا أن ندرس – بالاستعانة بأمثلة رقمية – التكاليف الحقيقية للإستراتيجية التقديرية *(Strategy discretionary)* بالنسبة للإستراتيجية من خلال الإلتزام *(Strategy with commitment)* سواء أكانت هذه الأخيرة تتميز بالتوافق الزمني *(Time consistency)* أو ليست كذلك، وأخيرا سوف نتعرض في الفصل الثالث لبعض التطبيقات المتعلقة بالبحث عن الضريبة المثلى*(Optimal Taxation)*.

[1] - KYDLAND, F., *Decentralized Macroeconomic Planning*, Ph.D. thesis, Carnegie-Mellon University,USA, 1973, P350-420

- KYDLAND, F., *Non cooperative and dominant player solutions in discrete dynamic games*, Previous Reference, P 301–335.

[2] PINDYCK, R. S., *Stabilization policies*, Transactions on automatic control, AC-22, IEEE , University of California , USA, 1977,P110.

[3] PAU, L.F., *A differential game among sectors in a macroeconomy*, Automatica, 11, Chief, University of Illinois,USA, 1975, P473–485.

[4] إن معالجة الحلول الأخرى مبينة في الملحق ث.

الفصل الأول:

عدم التوافق الزمني، ألعاب "Stackelberg" والرهانات الإقتصادية

تمهيد:

لقد كان للكتابات الاقتصادية السابقة التي إهتمت بمعالجة مفهوم عدم التوافق الزمني الأثر الكبير في توجيه وإثراء، سواء بصورة مباشرة أو غير مباشرة، القسم الأكبر من أطروحتنا هذه التي تهتم بالجوانب المختلفة لموضوع نظرية الألعاب وتسعى إلى شرحه و وضعه في صورة ترتيبية بيانية وإختباره مع واقع الحياة الاقتصادية.

كان يبدو لنا أن نستهل بحثنا بعرض تاريخي سريع للعمل الطلائعي المؤسس الذي قام به كل من "Kydland" و"Prescott" في سنة 1977 مع تفسير لماذا تكون – حسب رأينا – هذه المسألة التي طرحها الباحثان هي مسألة نظرية الألعاب وليست مسألة التحكم الأمثل.

كما إرتأينا أن نستعرض في ذات السياق بعض النتائج الأساسية التي توصلت إليها مختلف الدراسات الإقتصادية في هذا الموضوع والتي ظلت تحتل الصدارة في الأبحاث المتخصصة ثم أبرزنا فائدة دراستها في شرح مختلف الظواهر الإقتصادية.

1 نموذج "Kydland " و" Prescott " :

في مقال لهما بعنوان قواعد ضد السلطة التقديرية *(Rules versus Discretion)*، نشر سنة 1977 تطرق فيه كل من "Kydland" و"Prescott" إلى مسألة عدم التوافق الزمني من زاوية زمنية تمتد على فترتين زمنيتين[1].

لنفرض أن حكومة معينة ترغب في تدنية دالة الخسارة المعرفة في مجال زمني على فترتين بـــ :

$$J(x_1, x_2, u_1, u_2) ....(1.1.1)$$

حيث أن x_1 و x_2 هما متغيرا الحالة في النموذج الإقتصادي المستعمل في الفترتين الزمنيتين 1 و2 و u_1، u_2 تعبران عن مجموعة الوسائل (السياسات المنتهجة *(Policy)*، الأفعال*(Actions)*) التي تكون في متناول يد الحكومة.

[1] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ،P474.

بفرض أن متغيري الحالة يتطوران وفق الديناميكية التالية:

$$x_1 = f_1(u_1,u_2)..........(1.1.2a)$$
$$x_2 = f_2(x_1,u_2)..........(1.1.2b)$$

والملاحظ أن هذه المسألة – والملاحظة هنا مهمة جدا – هي مسألة لا سببية *(Not Causal)*.

بالدرجة الأولى لقد توصل كل من "Kydland" و"Prescott" إلى ملاحظة بديهية معروفة عند أي باحث في مجال الإغناء المتزامن *(Optimizing inter temporel)*، إن الطرائق التراجعية كالبرمجة الديناميكية، لا تسمح لنا بالحصول على الحد الأمثل الشامل *(The optimum overall)* للمسألة. كان من نتيجة هذا الحاصل أن ظلا كلا هما ("Kydland" و"Prescott") يرفضان نجاعة نظرية التحكم الأمثل.

> «[...] ولا يمكن بأي حال من الأحوال إستخدام نظرية التحكم الأمثل في مجال مسائل التخطيط الاقتصادي [...] ما دامت أن التنبؤات تتصف بالعقلانية.»[1] .

وتصور "Kydland" و"Prescott" ثلاثة حلول مختلفة للمسألة اللاسببية (الحد الأمثل الشامل البرمجة الديناميكية، الحل التقديري).

1.1 الحد الأمثل الشامل*(The optimum overall)*:

نحصل على الحد الأمثل الشامل عن طريق الإغناء الآني للدلة (1.1.1) بالنسبة للمتغير u_1 والمتغير u_2 في نفس الوقت وهذا بمراعاة القيود (1.1.2)، التي تمثل التطور الديناميكي لمتغيري الحالة x_1 و x_2.

[1] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ,P485.

وتكون الشروط الدرجة الأولى لتوفير حد أدنى هي كالتالي:

$$\frac{\delta J}{\delta u_1}+\frac{\delta f_1}{\delta u_1}(\frac{\delta J}{\delta x_1}+\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta x_1})+\frac{\delta f_2}{\delta u_1}\frac{\delta J}{\delta x_2}=0..........(1.1.3a)$$

$$\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta u_2}+\frac{\delta J}{\delta u_2}+\frac{\delta f_1}{\delta u_2}(\frac{\delta J}{\delta x_1}+\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta x_1})=0..........(1.1.3b)$$

نسمي العبارة $\{u^*\}_1^2=(u_1^*,u_2^*)$ متتابعة الأفعال المثلى *(The optimal sequence of actions)* المترتبة عن تلك الوضعية، وأما x_1^* و x_2^* هما متغيرا الحالة المطابقان للوضعية.

يلاحظ بأن هذه السياسة التي عبرنا عنها بالصيغة $\{u^*\}_1^2$ هي سياسة تتميز بعدم التوافق الزمني .بمعنى أنه يمكن تحسينها مع مرور الوقت عن طريق إعادة الإغناء*(Re optimization)* في الفترة الزمنية 2 .

2.1 البرمجة الديناميكية *(The Dynamic programming)*:

إن الإستعمال العادي والبسيط للبرمجة الديناميكية، فضلا عن كونه يمنحنا إمكانية الحصول على سياسة ذات توافق زمني فهو يهدف في وقت أول إلى إيجاد حل للمسألة في الفترة الزمنية 2 فقط، .بمعنى أنه إذا إعتبرنا القيمتين x_1 و u_1 كمعطيتين، فإن هدف الحكومة في هذه الوضعية هو العمل على تدنية الدالة (1.1.1) بالنسبة لـــ u_2 وهذا مع وجود قيد وحيد فقط $(1.1.2b)$.

وبذلك يكون شرط الدرجة الأولى هو:

$$\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta u_2}+\frac{\delta J}{\delta u_2}=0..........(1.1.4)$$

ومن هذا الشرط الأخير فإننا نحصل على قاعدة قرار التي يمنح فيها للمتغير u_2 قيمة تتحدد بدلالة x_1 و u_1، وباستطاعتنا كتابة هذه القاعدة بالإعتماد على تعريف x_1 في شكل دالة لـــ u_1، بحيث أن $u_c^2=U_2(u_1)$.

وتتمثل المرحلة الثانية في معرفة التموضع عند الفترة الزمنية $t=1$، ثم الشروع بعد ذلك في إيجاد حل لمسألة تدنية الدالة $(1.1.1)$ بالنسبة لـــ u_1 إذا كنا نعرف القاعدة الخاصة بـــ u_2 والقيدين المنبثقين من x_1 و x_2، ومن ذلك نستطيع إعادة كتابة x_1 و x_2 على هذه الصيغة :

$$x_1 = f_1(u_1,u_2^c) = f_1(u_1,U_2(u_1)) = \tilde{f}_1(u_1)..........................(1.1.5a)$$
$$x_2 = f_2(x_1,u_1,u_2^c) = f_2(\tilde{f}_1(u_1),u_1,U_2(u_1)) = \tilde{f}_2(u_1)..........(1.1.5b)$$

وبتعويض u_2 بـــ u_2^c، يصبح شرط الدرجة الأولى على النحو التالي:

$$\frac{\delta J}{\delta u_1}+\frac{\delta J}{\delta x_1}\frac{\delta \tilde{f}_1}{\delta u_1}+\frac{\delta J}{\delta u_2^c}\frac{\delta U_2}{\delta u_1}+\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta \tilde{f}_2}{\delta u_1}=0..........(1.1.6)$$

نسمي u_1^{c*} الفعل الأمثل الذي يمكننا من حل المعادلة $(1.1.6)$

السياسة التي نتحصل عليها بطريقة البرمجة الديناميكية تسمى سياسة ذات توافق زمني وهي معرفة كما يلي: (u_1^{c*},u_2^{c*}) بحيث أن $u_2^{c*}=U_2(u_1^{c*})$.

والملاحظ أن هذا الحل (u_1^{c*},u_2^{c*}) يبقى بطبيعته ضعيف الإغناء بالمقارنة مع الحل (u_1^*,u_2^*) وهكذا تكون الوضعية مثلما أشار إليها كل من "Kydland" و"Prescott"

> « إن السياسة ذات التوافق الزمني تتجاهل الآثار التي تحدثها u_2 على x_1 [...]، ولا تصبح السياسة ذات التوافق الزمني سياسة مثلى إلا إذا كانت آثار[1] u_2 على x_1 منعدمة، أي أن $\frac{\delta f_1}{\delta u_2}=0$، أو إذا كانت الآثار المباشرة وغير المباشرة التي تحدثها x_1 على J من خلال x_2 تعوض بعضها البعض .بمعنى أن $\left[\frac{\delta J}{\delta x_1}+\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta x_1}\right]=0$.»[2]

[1] ارجع إلى المعادلة $(1.1.3b)$

[2] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ،P476.

ويتضح مما سبق بأن العمل بسياسة ذات توافق زمني يكون بالضرورة ضعيف الإغناء إلا إذا كانت المسألة – سواء بصفة مباشرة أو غير مباشرة – لا سببية، وبتعبير آخر إلا في حالة عدم وجود توقعات عقلانية، ومن هنا إرتأى كل من "Kydland" و"Prescott" إقتراح حل ثالث يسمى الحل التقديري *(The solution discretionary)*.

3.1 الحل التقديري *(The solution discretionary)*:

إن الحل الأمثل الحقيقي الذي يبقى في رأي كل من "Kydland" و"Prescott" أحسن وأفضل من الحلين الأوليين، هو الذي يسمى بالحل التقديري، ويتحدد هذا الحل في مرحلتين.

I. في البداية تقوم الحكومة بإيجاد حل يكافئ لمسألة البحث عن الحد الأمثل الشامل وكما سبق وأن عرفنا من قبل فإن الحل الأمثل يكون معرفا بالعبارة (u_1^*, u_2^*).

II. ثم تعمد الحكومة بعد ذلك إلى إعادة النظر في الإختيار الإبتدائي المتعلق بـــ u_2^*. وذلك بأن تفترض بأن x_1^* و u_1^* قد تحققتا، وبالتالي، تكون الحكومة قد عملت على تدنية الدالة $(1.1.1)$ بالنسبة لـــ u_2، وبوجود القيد الوحيد المتمثل في $(1.1.2b)$.

ومن ذلك يصبح شرط الدرجة الأولى هو:

$$\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_2}{\delta u_2}+\frac{\delta J}{\delta u_2}=0.........(1.1.7)$$

بحيث تكون u_2^{**} هي القيمة الجديدة للمتغير u_2.

تكون السياسة المثلى التقديرية معرفة بـــ (u_1^*, u_2^{**})، وبالتالي فإن الحل الإبتدائي الذي يعرف بالحد الأمثل الشامل يصبح يتميز بعدم التوافق الزمني. ويتضح مما سبق بأن الحل التقديري يبدو في جميع الحالات أكثر ملائمة من الحلين السابقين، لأن بواسطته تصبح لدينا بالضرورة بعد عملية إعادة الإغناء الوضعية التالية: $J(u_1^*, u_2^{**}) \le J(u_1^*, u_2^*)$.

وسنتطرق في 2.2، إلى الأسباب الجوهرية والصورية المفسرة للمكسب الناتج من عملية إعادة الإغناء تلك، والتي تبقى ضرورية لفهم ظاهرة عدم التوافق الزمني.

2 إعتراضات على نموذج "Kydland " و" Prescott ":

يمكن أن نعترض على نموذج "Kydland " و" Prescott " في نقطتين مهمتين.
فالاعتراض الأول يستهدف حقيقة طبيعة الإغناء المفرط *(On optimality)* للحل التقديري الذي يعتبره كل من "Kydland " و" Prescott " الأفضل، ومن ثمة ينشأ الإعتراض الثاني المتمثل في نقد نظرية التحكم الأمثل كإطار تحليل لمسألتهما اللاسببية تلك.
وقبل الخوض في هذين الإعتراضين، لابد أن نعرض في هذا الصدد التعريف المحدد لمفهوم عدم التوافق الزمني كما يراه كل من "Kydland" و" Prescott " .

1.2 تعريف عدم التوافق الزمني حسب "Kydland " و" Prescott " :

نعرف بـــ $\{u^1\}_1^T=(u_1^1,.....,u_T^1)$ متتابعة الأفعال*(The sequence of actions)* لحكومة معينة في الفترات الزمنية الممتدة من 1 إلى T، كما نعتبر أن $\{u^2\}_1^T=(u_1^2,.....,u_T^2)$ هي متتابعة القرارات للأعوان الإقتصاديين ثم لنفرض بأن هناك دالة الرفاهية الإجتماعية التجميعية *(The function of social welfare aggregate)*، تكون معرفة على النحو التالي :

$$J(u_1^1,....u_T^1,u_1^2,....u_T^2).........(1.1.8)$$

كما نفرض أن قرارات الأعوان الإقتصاديين في الفترة t تكون مرتبطة في طبيعتها بقراراتهم المتخذة في الفترات السابقة، وكذلك بكل القرارات السياسية الماضية منها أو المستقبلية ويمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة التالية:

$$u_t^2=\gamma_t(u_1^2,....u_{t-1}^2,u_1^1,....u_T^1),t=1,....T..........(1.1.9)$$

وفي هذا الإطار تصبح متتابعة الأفعال المثلى – إن وجدت – هي المتتابعة $\{u^1\}_1^T$ التي تعظم الدالة (1.1.8) تحت القيد (1.1.9)، $\forall t$، و في هذا الصدد كتب كل من " Kydland" و" Prescott " :

> « نقول عن متتابعة الأفعال $\{u^1\}_1^T$ بأنها ذات توافق زمني، إذا كانت في كل فترة زمنية t، u_t^1 تعظم الدالة (1.1.8) وفق المعطيات المنبثقة عن القرارات الماضية $u_1^2,....u_{t-1}^2$، وبإفتراض أن القرارات المستقبلية (u_s^1 بحيث $s>t$) تختار بكيفية مشابهة للأولى. » [1].

ومن تعريف "Kydland " و" Prescott " يتضح لنا بأن السياسة المثلى من البداية هي سياسة ذات توافق زمني وهذا إذا كانت السياسة الجديدة مثلى للمسألة المختزلة *(Problem Truncated)* لا تختلف عن السياسة المتوقعة من البداية، وما عدا هذه الحالة فهي (السياسة) تتميز بعدم التوافق الزمني، وتجدر الإشارة هنا بأن هذا التعريف يفترض وجوب تفضيل الإختيار الجديد لسياسة ما عن الإختيار القديم، وما عدا ذلك فلا يوجد أي داع للتخلي عن ذلك الإختيار الأول .بمعنى أنه يجب أن تكون هناك مكسب من وراء إعادة النظر فيه.

يكون من الضرورة أن نرجع إلى شرح هذا التعريف في الفصل الثاني من هذا القسم. ويجب أن نشير قبل كل شيء إلى نقطة تكتسي في نظرنا أهمية بالغة في هذا التعريف والمتمثلة في هذه العبارة « تختار بكيفية مشابهة للأولى » *(Selected similarly)* .

[1] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ،P480.

يجب أن تكون المسألة في صورتها المختزلة متطابقة حقيقة مع المسألة الأصلية (في البداية) المطروحة[1]، وإذا تعذر ذلك فلا يكون لدينا أي سبب يجعلنا نرتقب أن تبقى الإستراتيجية الأصلية مثلى كذلك.

حسب "Başar" فإنه يوجد علاقة بين التوافق الزمني وطبيعة مسألة القرار

« [...] لا نستطيع ولا يجب منا أن ننتظر حدوث توافق زمني [...] إذا كانت مسألة القرار في حد ذاتها ليست ذات توافق في الزمن » [2].

غير أن المقارنة بين الحل الأمثل الإبتدائي وبين الحل التقديري في نظرية التحكم الأمثل اللاسبـــبي، كما سيأتي بيان ذلك، هي في الحقيقة مقارنة بين مسألتين مختلفتين، ومن ذلك يتضح بأنه لا يمكن في هذه الحالة إعتماد تعريف "Kydland " و" Prescott " لمفهوم عدم التوافق الزمني مما يجعلنا نعتقد بأن النتيجة التي توصل إليها هذان الباحثان المتعلقة بعدم نجاعة نظرية التحكم الأمثل تبقى نتيجة غير قطعية.

2.2 نجاعة وأفضلية الحل التقديري:

إن عدم التوافق الزمني، كما يراه كل من "Kydland " و" Prescott " أساسه الحكومة التي لا تبقى في حالة توافق زمني مع صياغتها الإبتدائية للمسألة، إذ يمكننا أن نلاحظ بسهولة بأن u_2 يظهر في المسألة الإبتدائية عن طريق x_1 و x_2، ويظهر u_2 كذلك مجددا في الجزء

[1] إذا لم تبق المسألة التي نحن بصدد حلها في حد ذاتها ذات توافق في الزمن *(Consistency in time)*، مثلا من خلال تطور التفضيلات، فسنكون حينئذ مرغمين للأخذ بمفهوم آخر لعدم التوافق الزمني: كعدم توافق التفضيلات أو كذلك عدم التوافق الديناميكي وللإحاطة بجوانب هذه المسألة التي ليست في إطار موضوع أطروحتنا يمكن الرجوع إلى الدراسات التالية :

- STROTZ, R., *Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization*, The Review of economic studies, 23, London School of Economics and Political Science ,United Kingdom, 1956,P165–180.
- HAMMOND, P., *Changing tastes and coherent dynamic choice*, The Review of Economic Studies, 43, London School of Economics and Political Science ,United Kingdom, 1976,P159–174.
- WILINGER, M., *Irréversibilité et cohérence dynamique des choix*, Revue d'économie politique, no6, SIREY Livre, Paris , 1990,P808–832.

[2] BAŞAR, T., *Time Inconsistency and robustness of equilibria in non-cooperative dynamic games*, Previous Reference ،P10.

المختزل *(Part Truncated)* من المسألة المعرف في $t=2$، وهذا ما يدفعنا إلى التساؤل عما إذا كان u_2 هو نفس المتغير في كلتا الحالتين، فإن لم يكن كذلك فما هو إذن نوع الإطار النظري المستخدم حقيقة، حينئذ، في هذه الحالة.

ولتوضيح هذه الملاحظة، نذكر بأن الحصول على الحل الشامل *(The solution overall)* في مسألة التحكم الأمثل، حيث لا يوجد سوى مقرر (صاحب القرار) واحد فقط، فإن الحصول على الحل الشامل يرجع إلى الفرضية الضمنية التي تعتبر أن المتغير u_2 هو نفس المتغير في كل الحالات، ومن ثمة يجب أن يكون الإختيار الابتدائي للمتغير u_2 هو نفسه الإختيار الأخير.

غير أنه إذا إعتبرنا بأن المسألة في صورتها المختزلة هي مسألة جديدة، وأننا نقوم بإغنائها من جديد بدلالة u_2، فإن القيمة الموافقة لــ u_2 هي في هذه الحالة قيمة مختلفة عن السابقة مما يقودنا حتما إلى إعتبار أن المسألة تتميز بعدم التوافق زمني.

وبعكس ذلك فإذا إحترمنا الفرضية الضمنية الإبتدائية بالنسبة للمسألة المختزلة، وإعتبرنا أن الفعل u_2 الذي يظهر في الفترة الزمنية $t=1$، و u_2 الذي يظهر في الفترة الزمنية $t=2$ ليسا في الحقيقة سوى نفس الفعل الواحد الذي تم إختياره نهائيا، فإن الحل في هذه الحالة يتميز حتميا بالتوافق الزمني. ويتضح مما سبق بأن عدم التوافق الزمني الذي يسجله كل من "Kydland" و"Prescott" هو عدم توافق زمني خاطئ في نظر "Başar" الذي يرى بأن المسألة التي نبحث عن حلها في الفترة الزمنية $t=2$ ليست هي الصورة المختزلة للمسألة الابتدائية[1].

ففي بداية الفترة الزمنية 1 تتحدد المسألة من خلال الفرضية التي تعتبر بأن القيمة المرتقبة والمعلنة للفعل المستقبلي u_2^a ستكون فعليا هي نفسها القيمة المحققة في الفترة المستقبلية للفعل u_2 بحيث يكون القيد الضمني $u_2^a=u_2$.

وكل محاولة لتغيير هذه القيمة تتطلب تغيير المسألة التي نريد حلها، ومنه فإن أفضلية وتفوق الحل التقديري يصبح، إذاك، بمثابة محض حادث مصطنع *(Artifact)*. ومن جهة أخرى فإن هذه الأفضلية منطقية بما أن هذا الحل التقديري لا يمتلك أداتان u_1 و u_2 كما يعتقد بل ثلاثة أدوات u_1 و u_2 ثم كذلك u_2^a، إذ يمثل هذا المتغير الأخير (u_2^a) الإعلان *(The ad)* الذي يقصد به التأثير من

[1] BAŞAR, T., *Time Inconsistency and robustness of equilibria in non-cooperative dynamic games*, Previous Reference ‹P19.

البداية على x_1 فقط، وهذا ما يجعلنا نستنتج بأن عدم التوافق الزمني لا يكون في إطار التحكم الأمثل الحتمي *(Deterministic)*.

3.2 نظرية الألعاب كإطار تحليل لظاهرة عدم التوافق الزمني:

إذا كان من المستبعد أن توجد مسألة في إطار التحكم الأمثل اللاسيي، من شأنه أن يحدث ظاهرة عدم التوافق الزمني كما يرى "Başar"، فلا يخلو أن نصادف هذه الظاهرة في إطار نظرية الألعاب.

> « إن مسألة القرار[...] هي في الواقع عبارة عن لعبة بطرفين أي لعبة تجرى بين لاعبين إثنين ويجب تحليلها تماما وفق الصورة التي تظهر عليها وذلك بإستخدام أحد مفاهيم التوازن التي تتعلق بحل الألعاب الديناميكية ذات المجموع غير المنعدم مثل توازن "Nash " أو توازن"Stackelberg "[...] » [1].

وبذلك يصبح من الواجب دراسة ظاهرة عدم التوافق الزمني في إطار نظرية الألعاب وعلى الأخص ألعاب "Stackelberg ".

ويظهر لنا من خلال إعادة شرح عدم التوافق الزمني بأن المتعاملين الخواص يصبحون بمثابة اللاعب الثاني في اللعبة، والأدوات التي يستعملونها في ذلك هي توقعاتهم الخاصة، بحيث نجد أن المتغير u_2 موجود في تعريف x_1. وترجع إعادة النظر التي يظهرها الحل التقديري إلى سببين إثنين مختلفين إختلافا جوهريا.

I. إذا كان بمقدور الحكومة أن تأخذ بعين الإعتبار من البداية بأن سياستها ستؤثر على توقعات المتعاملين الخواص، فمن المستبعد أن تتصور هذه الحكومة بصفة مسبقة بأنها تستطيع أن تتصرف بصورة أفضل في الفترة الزمنية $t=2$ بدلا من أن تبقى ملتزمة بتصرفها من خلال u_2^*، ومن ثمة فإن إعادة النظر

[1] BAŞAR, T., *Time Inconsistency and robustness of equilibria in non-cooperative dynamic games*, Previous Reference ،P18.

هذه هي عبارة عن عدم توافق زمني ينشأ بسبب قصر النظر *(The short-sightedness of the Government)*[1] الذي يصيب هذه الحكومة، وليس من حقنا بل لا يجب أن نؤاخذ الحكومة عن هذه الحالة خصوصا وأن المتعاملين الخواص يقعون هم بدورهم عرضة لقصر النظر كذلك إذ أنهم يستطيعون توقع u_2^{**} بينما يعجزون عن توقع u_2^{*} فيصبحون هم كذلك في حيرة من أمرهم تماما مثل حالة الحكومة أمام عدم التوافق الزمني هذا.

II. إن الحكومة تنتظر من البداية وبصفة مسبقة بأن إعلانها سيؤثر على توقعات المتعاملين الخواص وبذلك فإنها ستعلن عن تحقق $u_2^a = u_2^*$ مع أنها تعلم بأنها ستحقق u_2^{**}. وحسب "Hall" و"Henry" فإذا إفترضنا أن الإعلان قد تم تصديقه بما أن المتعاملين الخواص قد بنوا توقعاتهم وفق المستوى المعلن u_2^a فإنه يمكن لنا إعادة كتابة شروط الدرجة الأولى (1.1.3) على هذا النحو[2]:

$$\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_1}{\delta u_1}+\frac{\delta J}{\delta x_3}\frac{\delta f_2}{\delta x_2}\frac{\delta f_1}{\delta u_1}+\frac{\delta J}{\delta u_1}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots(1.1.10a)$$

$$\frac{\delta J}{\delta x_3}\frac{\delta f_2}{\delta u_2}+\frac{\delta J}{\delta u_2}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.1.10b)$$

$$\frac{\delta J}{\delta x_2}\frac{\delta f_1}{\delta u_2^a}+\frac{\delta J}{\delta x_3}\frac{\delta f_2}{\delta x_2}\frac{\delta f_1}{\delta u_2^a}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.1.10c)$$

وتبين المعادلتان الأولتان (1.1.10*a*) و(1.1.10*b*) الحل الممكن الذي يخلو من آثار الإعلان من أجل قيم u_1 و u_2، أما المعادلة الثالثة (1.1.10*c*) فإنها تمنحنا إمكانية قياس التأثر الذي قد تتعرض له الحكومة بسبب أثر محض للإعلان u_2^a.

وبالنظر إلى ذلك فإننا نستخلص ملاحظتين هامتين:

---

[1] سنرى في الفصل الثاني من هذا القسم بأن قصور النظر ذلك هو حالة خاصة ببنية المعلومة من الحلقة المفتوحة، لأن هذه البنية لا تأخذ بعين الاعتبار إعادة الإغناء *(Re optimization)* المستقبلية.

[2] HALL, S., and S. HENRY, *Macroeconomic modeling*, North-Holland, New York, 1988, P110.

أ) إن إعادة النظر *(The questioning)* ليست مرادفا لعدم التوافق الزمني ولا تعني بأي حال من الأحوال ذلك المفهوم، فإعادة النظر تعبر عن وجود إرادة إستراتيجية إبتدائية *(The initial strategic desire)* بغية تضليل توقعات المتعاملين الخواص بواسطة أثر الإعلان. وبإعتبار أن إستراتيجية الحكومة تكون في الواقع متوافقة زمنيا، بحيث أن الحكومة تتوقع من البداية إعلان u_2^* وتحقيق u_2^{**}. وفي المقابل فإن توقعات المتعاملين الخواص وحدها التي تبقى تتميز بعدم التوافق الزمني، ومن ثمة فإن المكسب الممكن *(Potential gain)* من إعادة النظر سببه هذه المرة قصر نظر المتعاملين الخواص، بحيث يتبين من نموذج "Kydland " و" Prescott " بأن توقعات المتعاملين الخواص العمياء *(Blind)* هي التي حملتهم في الحقيقة على الإعتقاد بأن السياسة الابتدائية للحكومة تتميز بعدم التوافق الزمني. ولو كانت في الواقع للمتعاملين الخواص توقعات عقلانية فإنه لا شك أن وزن الإعلان مثلما يراه كل من "Hall" و"Henry" سيتقلص وقتئذ إلى الصفر[1]، وبالتالي ينتفي الحصول على أي مكسب من أثر الإعلان، وتصبح بالتالي u_2^a فعل غير محدث للتأثير.

ب)إن التمييز بين u_2 و u_2^a يبين بأن السياسة التقديرية ليست هي في الحقيقة السياسة المثلى، وإنما نحصل على هذه الأخيرة من جراء التدنية الآنية للدالة J بالنسبة إلى u_1 و u_2^a وكذلك u_2 [المعادلات (1.1.10)]، وليس من الممكن أن نحصل على هذه السياسة المثلى عن طريق إغناء الدالة J من البداية بالنسبة إلى u_1 و u_2 وإعادة إغنائها (J) في الفترة الزمنية $t = 2$ بالنسبة إلى u_2 .

ويتضح لنا مما سبق أن كلا السببين يؤديان إلى إعادة النظر في السياسة الإبتدائية، كما سنرى لاحقا، يتناقضان في طبيعتهما سواء من حيث بنية المسألة المطروحة في حد ذاتها أو من حيث الإرادة السياسية التي يتضمنها كل سبب منهما.

وتوخيا منا لإعطاء صورة موضحة إرتأينا أن نستعرض في الجزء الأول من هذه الأطروحة ظاهرة عدم التوافق الزمني في إطار ألعاب "Stackelberg" المعيارية التي تتوافق مع فرضية الرائد قصير النظر *(Leader myopic)*.كما عمدنا كذلك في القسم الثاني، في إطار ألعاب

[1] HALL, S., and S. HENRY, *Macroeconomic modeling*, Previous Reference ،P80.

"Stackelberg" المقلوبة*(Reversed)* التي تتميز بكون أن الرائد يتمتع بقدرات لإحداث الإعلانات التي يرضاها أو ما نسميه بالإعلانات حسب المزاج، إلى دراسة الصورة الثانية لإعادة النظر، ألا و هي التحايل.

ويكون من الواضح بأن تصور الآثار المترتبة عن إعادتي النظر هاتين هو تبرير القسمين الأولين من هذه الأطروحة.

يبدو أن مساهمة كل من "Kydland " و" Prescott "كان لها أثر بليغ في فهم نظرية الألعاب التي إستطاعت أن تشرح في صورة واضحة أسباب إعادة النظر، وما هي المكاسب التي تترتب عن عملية إعادة النظر؟ ومن خلال هذه الصورة يمكن أن نستخلص الملاحظات التالية :

1. لا يكون عدم التوافق الزمني في نموذج لا سببي مقبولا إلا في إطار نظرية الألعاب.
2. عدم التوافق الزمني والتحايل هما سببا إعادة النظر في إطار نظرية الألعاب.
3. إن السمة المميزة لضعف إغناء الحل المتميز بالتوافق الزمني تبقى غير قطعية وقابلة للبحث فيها مجددا.
4. تبقى قابلية الإغناء للحل التقديري هي الأخرى غير قطعية وقابلة للبحث فيها مجددا.

وفي ضوء هذه الملاحظات، سنحاول حاليا أن دراسة النتائج المقبولة لعدم التوافق الزمني.

3 نتائج عدم التوافق الزمني:

بغية وضع إشكالية عدم التوافق الزمني في سياقها العام الذي يساعدنا على فهم النتائج فهما واضحا وجليا، إرتأينا أن نعطي لمحة تاريخية عن هذا المفهوم.

السياق النظري والتاريخي:

بدأ يتضح إبتداء من منتصف السبعينيات من القرن العشرين بأن اقتراحات الكلاسيكيين الجدد لنجاعة السياسات الإقتصادية غير ثابتة مما جعلها تتلقى إنتقادات شديدة، إلى جانب ذلك فإن الحكومات أصبحت غير قادرة على إجراء التقييم الكمي لآثار هذه السياسات المنتهجة مثلما يرى "Lucas" [1]. أما في نظر كل من "Kydland " و " Prescott " فإن مسألة عدم قدرة الحكومة على إلتزامها بإحترام سياسة معلنة هي التي تنفي نجاعة السياسات التقديرية [2] ولتبرير ذلك عمد كل من "Kydland " و" Prescott " على تحليل نموذج لا سبـــبي، كما رأينا في السابق، أين تواجه الحكومة بصورة مباشرة المتعاملين الخواص الذين يمتازون بالقدرة التنبؤية. وكان إستنتاجهما هو أن السياسة المثلى تكون ذات توافق زمني مما يجعل الحكومة في وضعية عدم القدرة على الإلتزام.

وقد شكلت ظاهرة عدم القدرة على الإلتزام موضوع دراسة مستفيضة أجراها كل من "Barro" و "Gordon" ومن نتيجتها أن إعادة النظر تتطابق مع إرادة سياسية الهدف منها تضليل توقعات المتعاملين الخواص، وهذا ما يفسر بأن الحكومة التي إختارت أن تنتهج هذا الطريق الصعب ستفقد في النهاية مصداقيتها[3]. وبذلك يصبح مفهوم عدم التوافق الزمني مرادفا لإرادة التلاعب بالتوقعات أي إرادة التحايل. وحسب كل من "Hall" و"Henry"

> « ويكون الحل في نموذج من نوع "Kydland " و" Prescott " هنا [...] صراحة هو الحل من نوع لعبة " Stackelberg" (بلاعبين الرائد و الملاحق) ويكون منشأ عدم التوافق الزمني في هذه الحالة سببه تلك الفرصة التي

---

[1] LUCAS, R., , *Econometric Policy Evaluation: A critique,* Carnegie-Rochester series on Public Policy, 1, North Holland, New York , 1976,P27.

[2] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ،P485.

[3] - BARRO, R., and D. GORDON, *A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model*, Previous Reference ،P600.

- BARRO, R., and D. GORDON, *Rules, Discretion and Reputation in a model of Monetary Policy*, Previous Reference ،P7.

يتحصل عليها الرائد والتي تمنحه إختيار حل يتضمن التحايل الواضح »[1].

فإذا كان زوال المصداقية *(Credibility)* يضر بالحكومة ويجعلها تتحمل تكلفة مرتفعة فإن هذه المخافة تدفع الحكومة كذلك إلى إحترام سياستها الابتدائية لتفادي آثار زوال المصداقية الوخيمة، ومن ثمة فإن الحكومة ستجد نفسها أما خيارين ضروريين، فإما أن تختار سياسة ذات توافق زمني في حين أنها ضعيفة الإغناء أو تختار التخلي عن سلطتها التقديرية *(Power discretionary)*. وفي المقابل فإن المتعاملين الخواص الذين يقومون بتوقعات عقلانية ليس لديهم أي خيار، بحيث أن مجرد إشارة صادقة من الحكومة تعبر بواسطتها عن إرادتها الصارمة في إحترام توقعات القطاع الخاص تصلح لتكون عربون استقرار. ويعبر عن ذلك "MARTI" بقوله :

« بالفعل لقد طرح "Kydland " و" Prescott " سنة 1977 مسألة في غاية الأهمية إذ ترتبط بإختبار عقلانية سلوك السلطة العمومية على مدى أفق زمني متناوب، إذ نجد أن السياسة في نظر هذين الباحثين عبارة عن لعبة ديناميكية تتقمص أثناءها الحكومة دور اللاعب المسيطر، وليس هناك حلا مستقرا إلا إذا كانت هذه الحكومة تحترم السياسة التي أعلنت عنها وصارت تتبعها ثم يحكم القطاع الخاص على تلك السياسة إن كانت ذات مصداقية»[2].

وفي حالة ما إذا رفضت هذه الحكومة أن تتخلى عن سلطتها التقديرية كأن ترفض مثلا التخلي عن السياسة النقدية لصالح بنك مركزي مستقل، يجب عليها (الحكومة) في هذه الحالة أن تلتزم بإنتهاج سياسة ذات توافق زمني تكون سهلة إلى أقصى درجة وتمثل قاعدة ثابتة لسلوكها ويعبر كل من "Kydland " و" Prescott " عن ذلك بـــ :

[1] HALL, S., and S. HENRY, *Macroeconomic modeling* , Previous Reference ،P378 .
[2] MARTI, R., *Optimisation intertemporelle* , Economica ,Paris , 1997, P22.

«قد يصبح من الأفضل في مجتمع ديمقراطي إختيار قواعد بسيطة وسهلة الفهم لتتضح الرؤية في حالة إنحراف الحكومة عن سياستها »[1] .

ولكن لا يمكن، من غير شك، أن نترك للمتعاملين الخواص تقدير الأمور التي تتعلق بحسن نية الحكومة، فإن ذلك قد يجعل الحكومة تضيع، على الفور، مصداقيتها كاملة.

على ضوء ما سبق نستطيع أن نصل بدون مشقة إلى تحديد النتائج الأساسية لعدم التوافق الزمني سواء أكانت تلك النتائج واقعية أم لا من خلال بعض النقاط الهامة التي نستعرضها فيما يلي:

- إن عدم التوافق الزمني للسياسة الابتدائية يجعل من هذه الأخيرة ضعيفة الإغناء.
- ونتيجة لذلك يظهر دافع لإعادة النظر في هذه السياسة الابتدائية.
- إن إعادة النظر تلك قد تكون لها نتائج سلبية مثل: زوال المصداقية وكذلك مثل العقوبة*(Punishment)*.
- إن القاعدة البسيطة تبقى هي المفضلة باعتبار أن الحلول ذات التوافق الزمني تكون، في جميع الأحوال ضعيفة الإغناء.

وعلى غرار مصطلح عدم التوافق الزمني فإن مصطلح المصداقية الذي ظهر بصورة مباشرة في أعمال "Barro" و"Gordon" [2]، ومن الملاحظ أن النقاط المشار إليها كاملة موجودة ضمنيا في مقال "Kydland " و" Prescott " الذي سبق ذكره، فسوف نحاول في عملنا هذا أن نقدم عناصر من الأجوبة لشرح الجوانب الهامة من الأسئلة المثارة في المقدمة. بحيث خصصنا القسم الأول من هذه الأطروحة بالتحديد لوجود ونتائج ظاهرة عدم التوافق الزمني في إطار نظرية ألعاب " Stackelberg" المعيارية، أما القسم الثاني فيشتمل على دراسة آثار الإعلان، المصداقية والعقوبة، وضمن القسم الثالث تعرضنا فيه لدراسة التعلم *(Learning)* من خلال توازن " Stackelberg"، وقمنا بإقتراح جواب بديل لمسألة العقوبة (الفصل الثالث من القسم الثالث).

[1] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ،P487.

[2] - BARRO, R., and D. GORDON, *A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model*, Previous Reference ،P593.

- BARRO, R., and D. GORDON, *Rules, Discretion and Reputation in a model of Monetary Policy*, Previous Reference ،P11.

ومن الملاحظ هنا أن "Kydland " و" Prescott " لم يبرهنا بوضوح عن مسألة تفوق السياسات بقواعد بسيطة، ويظهر أن "Dore" استطاع أن يلخص جيدا هذه الحقيقة فهو يقول:

« [..] وبذلك يتضح بأن طرائق التحكم الأمثل ليست ملائمة لإختيار السياسات. ولكن ما هو البديل في هذه الحالة يا ترى يؤكد "Kydland " و" Prescott " بأن نقد السياسات المثلى يجعلنا نعتقد بأن القواعد الثابتة من صنف القواعد التي اقترحها "Friedman " هي في الحقيقة قواعد ممتازة، غير أن المبررات التي تخص السياسات المثلى ليست بالضرورة مبررات في صالح القواعد الثابتة فعدم استعمال x لا يعني بالضرورة إستعمال y »[1]

خلاصة الفصل الأول:

لقد حاولنا من خلال العمل المؤسس لــ"Kydland " و" Prescott " الذي أوصى بدراسة عدم التوافق الزمني في إطار نظرية ألعاب " Stackelberg" أن نقترب من بعض عناصر الإجابة للأسئلة المثارة حول أسباب ونتائج إعادة النظر. وتجدر الملاحظة بأن هذه الأسئلة المثارة هي التي تبرر بصورة مباشرة العناصر التي تبنى عليها أقسام هذه الأطروحة. كما بينا على وجه الخصوص بأنه يوجد سببان مختلفان يفسران ضرورة إعادة النظر في السياسات الإقتصادية:

- سبب تقني *(Technical reason)*.
- سبب إستراتيجي *(Reason strategic)*

[1] DORE, M., *Dynamic games in macro models: a critical appraisal*, Journal of post Keynesian economics, M. E. Sharpe. Armonk (NY), London, 1995.P115

وشرحنا حين ذلك بأن السبب التقني يتطابق مع عدم التوافق الزمني، أما السبب الإستراتيجي فهو الذي يكون وراء التحايل، مما يمنحنا فرصة لتحديد بعض الإختلافات بين هذين المفهومين ويوضح ذلك "Hugues Hallett" و"Holly":

« يوجد في ألعاب " Stackelberg" نقاط تشابه بين التحايل وعدم التوافق الزمني [...] غير أن ذلك لا يعني بأن هاتين الحالتين تتشابهان تماما »[1].

وسوف نركز فيما يلي على دراسة عدم التوافق الزمني في خضم الألعاب الديناميكية أي ألعاب " Stackelberg" المعيارية.

[1] HUGUES-HALLETT,A,and.HOLLY,S, *Optimal control, expectations and uncertainty*. Previous Reference ‹P165.

الفصل الثاني:

مساهمة الألعاب الديناميكية

في حل المشاكل الإقتصادية

تمهيد:

من الملاحظ أن الكثير من الظواهر الاقتصادية في معظمها تتصف بالديناميكية مثل تحديد معدلات الفائدة، تراكم التلوث *(The accumulation of Pollution)* أو تراكم رأس المال. فمثل هذه الظواهر لا يمكن تفسيرها إلا في إطار ديناميكي. ومن ثمة فقد بدت نظرية الألعاب الديناميكية تمثل إحدى الأساليب لنمذجة هذه الظواهر الديناميكية، إذ أنها تمكننا من الأخذ بالحسبان جملة المقررين (أصحاب القرار) الذين يتقاسمون إما أهدافا متشابهة أو متناقضة، كما تسمح بمعرفة تفاعلات هؤلاء المقررين والإحاطة بها في صورة تزيد من الإيضاح. ويبدو أن التطابق بين نظرية الألعاب الديناميكية والمسائل الإقتصادية أمر طبيعي مثلما يرى ذلك كل من "Dockner" و "Neck" :

> « إن اللعبة الديناميكية [...] يمكن تفسيرها من عدة أوجه فقد تكون على سبيل المثال نموذجا لسياسات الاستقرار في سياق اقتصاديات مغلقة تتشكل من عدة سلطات سياسية وقد تكون أيضا نموذجا لتنسيق السياسات الدولية ما بين الحكومات لعدة دول مختلفة»[1].

لقد لاقت نظرية الألعاب الديناميكية إنتشارا واسعا وزاد إهتمام الباحثين الإقتصاديين بها

[1]DOCKNER, E., and R. NECK,*On the use of control theory to calculate a time consistent government policy*, in Proceedings of the XIV symposium on operations research, ed. by U. Rieder,P. Gessner, A. Peyerimhoff, and F. Radermacher, Methods of operations research,no62, Anton Hain,Springer-Verlag,New York 1989 , P392.

فتشعبت منها عدة دراسات أعطت النور لأعمال عديدة[1] غير أن غالبيتها ظلت تستخدم النظرية في زمن مستمر *(Continuous Time)* مما دفعنا في هذا الفصل، بخلاف تلك الدراسات، أن نحدد حلولا لبعض المسائل من نوع "Nash" و" Stackelberg" من خلال لعبة ديناميكية لا متناهية في زمن منفصل*(Discrete time)*، وإرتأينا أن نقتصر على دراسة لعبة حتمية *(Games deterministic)* بلاعبين، يمثل كل واحد منهما حكومة أو يكون أحدهما الحكومة والآخر المتعاملون الخواص أو يكون الحكومة و الآخر بنك مركزي .

قبل الخوض في هذه المسألة يجب أن نستعرض بعض المتطلبات القبلية اللازمة.

[1] * من أجل التطبيق في المجال الصناعي :

- KYDLAND, F, *Noncooperative and dominant player solutions in discrete dynamic games*, Previous Reference ‹P301–335.

* من أجل التطبيق في مجالات الإقتصاد الكلي:

- PAU, L.F., *A differential game among sectors in a macroeconomy*, Previous Reference ‹P473–485.
- PINDYCK, R. S., *Stabilization policies*, IEEE Transactions on automatic control, AC-22, , (1977)
- MILLER, M., and M. SALMON, *Dynamic games and the time inconsistency of optimal policy in open economies*, The Economic Journal, 95, Wiley,USA, 1983, P124–137.
- BAŞAR, T., S. TURNOVSKY, and V. D'OREY *Optimal strategic monetary policies in dynamic interdependent economies*, in Dynamic Games and Applications in Economics, T. Başar eds., Lecture Notes in Economics and Mathematical system, no265, Springer–Verlag,New York, 1986,P 134–178.
- NECK, R., and E.J. DOCKNER, *Commitment and coordination in a dynamic game model of international economic policy-making*, Open Economies Review, 6, Springer,USA, 1995,P5–28.
- DOUVEN, R., and J. PLASMANS, *Convergence and international policy coordination in the EU: A dynamic games approach*, Center for Economic Research, Discussion Paper, no9596, Institute in Turin, Italy , 1995
- VAN AARLE, B., J.C. ENGWERDA, J. PLASMANS and A. WEEREN, *Macroeconomic Policy Interaction under EMU: A dynamic game approach*, in Proceedings of the 8th International Symposium on Dynamic Games and Applications, Maastricht, The Netherlands, July 5-8, Systems Analysis Laboratory, Helsinki University of Technology, Château Vaalsbroek Finland, 1998,P1–14.

* من أجل التطبيق في مجال التنمية المستدامة :

- CARRARO, C., and J.A. FILAR (EDS), *Game Theoretic Models of the Environment*, Annals of Dynamic Games, volume 2, Birkhäuser, Boston , 1995.
- BATABYAL, A., *Consistency and optimality in a dynamic game of pollution control I: Competition*, Economic Reserch Institue Study Paper, ERI 95-29, Utah State University,USA , 1995.

* من أجل التطبيق في مجالات إقتصادية أخرى :

- BAGCHI, A., *Stackelberg Differential games in economic models*, Previous Reference.
- MEHLMANN, A., *Applied differential games*. Previous Reference.

1 التحكم الأمثل *(The optimal control)*:

عندما يريد مقرر التأثير على ديناميكية نظام معين، يقوم بإختيار أدوات العمل بالصورة التي تمكنه من الحصول على إغناء دالة الهدف، بمعنى أنه يصل إلى تدنية دالة الخسارة *(The loss function)* أو يعظم من معيار الأداء *(Performance Criterion)*، فيمكن أن يكون هدف المقرر في المجال الإقتصادي هو تدنية دالة الخسارة الاجتماعية *(The function of social loss)* وذلك برفع معدل التضخم بإستخدام مختلف أساليب السياسات الاقتصادية مثل معدل الفائدة والكتلة النقدية. ومعدل التضخم هنا عبارة عن متغير حالة وهو من المخرجات *(Output)*، بحيث يبقى تطور هذا المتغير مرتبطا بقيمة الأساليب المستعملة(المدخلات) *(Inputs)* على سبيل المثال وذلك بالقيمة الماضية للتضخم، وتجدر الإشارة إلى أن تطور متغير الحالة يحدد تطور النظام الديناميكي المناسب المعبر عنه بواسطة دالة انتقال*(Function of transition)* .

إن الأدوات الأساسية الضرورية لحل هذا النوع من المسائل تستقى من نظرية التحكم الأمثل وتكون العناصر المكونة لمسألة التحكم الأمثل في زمن منفصل *(Disccrete time)* حسب "Başar " و "Olsder" كالتالي[1]:

- مجال زمني $[1,...T]$ يسمى بفترة التخطيط ، حيث تمثل T الأفق الزمني $(T \leq \infty)$، و أن t هو مؤشر الزمن حيث $(t = 1,2....T)$.
- نرفق لكل قيمة t شعاع حالة x_t بحيث أن $x_t \in \Re^n$ ،وشعاع تحكم u_t حيث أن $u_t \in \Re^m$. و بصفة عامة فإن كل شعاع تحكم u_t مقتصر على مجموعة مقبولة U_t حيث أن $U_t \subset \Re^m$ و هذا $\forall t$.ويسمى شعاع التحكم u_t كذلك وسيلة أو فعلا ،و من المفترض أن تكون الحالة الإبتدائية لـــ x_1 معطاة.
- دالة الانتقال f_t حيث أن $f_t : \Re^n \times U_t \to \Re^n$ وأن $x_{t+1} = f_t(x_t, u_t)$. وتسمى معادلة الفروق *(Equation differences)* هذه معادلة الحالة، إذ أن الحالة في الفترة الزمنية $t+1$ تكون مرتبطة بقيمتها في الفترة الزمنية t، وكذلك بقيمة التحكم عند الفترة الزمنية t أيضا

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P54.

وتشرح هذه المعادلة تطور مسار القرار المعني. ثم نفترض، ما لم يثبت العكس، بأن f_t هي على الأقل C^2، وأنها تبقى غير متغيرة *(Invariant)* في الصورة: $f_t = f, \forall t$.

- مجموعة منتهية η_t و معرفة من أجل كل $t \in [1,T]$ على أنها مجموعة جزئية للمجموعة $\{x_1,...,x_T,u_1,...,u_T\}$، التي تحدد طبيعة المعلومة التي بحوزة المقرر في الفترة الزمنية t وتشكل المتتابعة $\eta = \{\eta_1,....\eta_T\}$ بنية المعلومة لدى المقرر والخاصة بالمسألة المطروحة .
- مجموعة H_t معرفة من أجل كل t حيث $t \in [1,T]$، على أنها مجموعة جزئية من المجموعة $\left\{\underbrace{(\Re^n \times .... \times \Re^n)}_{t} \times (U_1 \times .... \times U_{t-1})\right\}$ منسجمة و متوافقة مع η_t، وتسمى H_t بفضاء معلومة المقرر في الفترة الزمنية t حيث أن هذا المقرر تحثه معلومته η_t.
- دالة في شكل $\gamma_t : H_t \to U_t$ تحدد إستراتيجية معينة (عبارة عن قاعدة قرار) في الفترة الزمنية t، حيث أن H_t هي عبارة عن فضاء المعلومة الخاص بالمقرر الذي يمنحه المعلومات الكافية عن مختلف وضعيات التحكم، وعن الحالات المحققة التي يمكن للمقرر إستخدامها عندما يختار u_t.
- فضاء Γ_t يضم الإستراتيجيات المسموحة γ_t في الفترة الزمنية t، $\forall t$ وتسمى متتابعة الإستراتيجيات $\gamma_{[1,T]} = \{\gamma_1,....\gamma_T\}$ حيث أن $\gamma_{[1,T]} \in \Gamma$ بالإستراتيجية الشاملة الخاصة بالمقرر*(The strategy of the decision-marker)*، حيثΓ هو فضاء مجموعة الاستراتيجيات الشاملة المسموحة.
- دالة هدف J حيث أن $J : \Gamma \to \Re$، و J هي عبارة عن دالة سلمية للمسارات *(The Scalar function of trajectories)* $J = J(\{x,u\}_1^T)$، بحيث أن

$\{x,u\}_1^T = (x_1,u_1,x_2,u_2,...x_T,u_T)$، كما نفترض بأن دالة الهدف هذه هي دالة مجاميع دوال مترابطة زمنيا حيث أن $J = \sum_{t=1}^{T} J_t(u_t,x_t)$.

وتسمى كل مسألة من مسائل التحكم الأمثل التي تحددها هذه العناصر التي سبق ذكرها بالمسألة المعيارية للتحكم الأمثل *(Standard problem of optimal control)*، وبالمقابل فإن المسألة اللاسببية من النوع "Kydland " و" Prescott " تسمى بالمسألة اللامعيارية للتحكم الأمثل.

إن هدف المسألة المعيارية للتحكم الخاصة بالمقرر هو البحث عن متتابعة التحكم الأمثل $\{u^*\}_1^T = (u_1^*,....u_T^*)$ التي تصلح أن تكون حلا للبرنامج التالي :

$$\underset{\{u\}_1^T}{Min} : J(\{x,u\}_1^T)..(1.2.1a)$$

$$S/c \begin{cases} x_{t+1} = f_t(x_t,u_t), t \in [1,....T] \\ \\ x_1 Donné \end{cases} ....(1.2.1b)$$

وإذا إعتبرنا بأن بنية المعلومة التي تتضمنها عمليات القرار[1] معروفة، فإن بنيات المعلومة المستعملة عادة هي:

I. قرارات تصدر بالاعتماد فقط على معرفة النموذج السابق (1.2.1) بمعنى أن إختيار المقرر لشعاع التحكم u_t وهذا $\forall t$ لا يأخذ بالحسبان دالة الهدف J ودالة الانتقال f_t وكذلك الحالة الإبتدائية x_1، ومن ثمة فإن المعلومة الوحيدة المستعملة هي : $\eta_t = \{x_1\}$، $\forall t$. ويكون القرار الأمثل في هذه الحالة في الفترة الزمنية t هو u_t^* حيث أن u_t^* هي دالة لـــ x_1 دون سواها.

$$u_t^* = \gamma_t^*(x_1)..........(2.2)$$

وسنتطرق إلى هذه الحالة من التحكم (الفعل) بشيئ من التفصيل في خضم الحلقة المفتوحة.

II. يعتمد صدور القرارات على معرفة النموذج السابق (1.2.1) إلى جانب معرفة الحالة الراهنة x_t، ويجب حينئذ أن نفترض بأن قيمة الحالة الابتدائية غير معروفة في الفترة الزمنية $t > 2$. فالمقرر هنا تخونه الذاكرة وبالتالي فإن المعلومة الوحيدة التي يتوفر عليها هي: $\eta_t = \{x_t\}$ وذلك $\forall t$، وبناء على ذلك يكون القرار الأمثل في الفترة t هو عبارة عن دالة في x_t

[1] لا نعرض في هذه الأطروحة الطرائق المستعملة لحل هذه المسألة ولكن للتوسع يمكن الرجوع إلى الدراسات التالية:
- BERNHARD, P., *Commande optimale, décentralisation et jeux dynamiques*, Dunod, Paris, 1976.
- MARTI, R, *Optimisation intertemporelle*, Référence déjà citée.

$$u_t^* = \gamma_t^*(x_t).........(1.2.3)$$

وسنتطرق إلى هذه الحالة عند إستعراضنا للحل من نوع التحكم بالمفعول الرجعي *(Feedback)*.

III. قرارات تعتمد على معرفة النموذج السابق(1.2.1)ومعرفة تاريخ *(History)* النظام، فمثلا إذا كانت المعلومة بهذه الصورة $\eta_t = \{x_1, x_2, ...x_t\}$ وهذا $\forall t$ فإن القرار الأمثل في الفترة t يكون حينئذ عبارة عن دالة لهذه المتتابعة:

$$u_t^* = \gamma_t^*(x_1, ...x_t).........(1.2.4)$$

وسنتعرض لهذه الحالة من التحكم في دراستنا للحل من نوع الحلقة المغلقة *(Closed Loop)*.

إن هناك بنيات ممكنة أخرى للمعلومة (الملاحظات الناقصة، أو المتأخرة، ذاكرة ناقصة......إلخ) ولكن هذه الأنواع من البنيات لا تهمنا في موضوع أطروحتنا، ولسنا بصدد التطرق إليها.

يجب القول بأن العمل بالحل من نوع المفعول الرجعي يقتضي مقرر يستطيع أن يلاحظ الوضع الأخير المحقق بصفة دقيقة في كل فترة من الفترات دون تأخر يذكر ودون أن تكلفه هذه الملاحظة تكاليف إضافية، أما في حالة الحل من الحلقة المغلقة فبالإضافة إلى الشروط المتوفرة في المفعول الرجعي فيجب أن يتمتع المقرر بذاكرة قوية إذ يجب عليه أن يتذكر كل الوضعيات المنجزة في الماضي.

ويجب بأن نفرق بين البنيات المختلفة للمعلومة والحلول الملائمة لها فقد يظهر في هذه الحالة فرق مصطنع محض لا غير. وهذا ما يدفعنا لملاحظة أن نتائج المسألة الحتمية (1.2.1)هي التحكمات المثلى u_t^* وذلك $\forall t$ التي تحصلنا عليها في البنيات الثلاثة (I,II,III) التي ذكرناها متشابهة تماما، بحيث يتبين بأن المقرر لا يكون بحاجة إلى ملاحظة الوضع الراهن، أو بحاجة إلى ذاكرة.

ففي وضعية تخلو من الشك يستطيع المقرر أن يتنبأ بصفة دقيقة وإبتدائية في الفترة الزمنية $t=1$ بأفعاله المثلى وما هي الحالات المطابقة لها في جميع الفترات المستقبلية، لكن بالرغم من ذلك فإن هذا الفرق يبقى يكتسي أهمية كبيرة في معالجة مسائل أخرى سنتطرق إليها لاحقا وخاصة في إطار الألعاب الديناميكية إذ من الملاحظ أنه في سياق الألعاب الديناميكية حتى وإن إفترضنا اللعبة بطبيعة حتمية، فإن الحل يبقى مرتبطا أساسا بالفرضيات المبنية على بنية المعلومة التي يستعملها اللاعبان.

وقد عمدنا في هذا العمل إلى إعطاء تعريفات ورموز لتوضيح المسألة أكثر ومنها :

- كل تحكم u_t^*، من شأنه أن يعطينا في إطار بنية معلومة معينة، حلا للمسألة (1.2.1) هو تحكم أمثل في الفترة الزمنية t.
- تكون الإستراتيجية γ_t^* إستراتيجية مثلى في الفترة الزمنية t إذا كانت من شأنها أن تحث على الفعل الأمثل u_t^*.
- كما إستعملنا بصفة خاصة جدا الإختصارات التالية: $u_t^{Cl}(\gamma_t^{Cl}),u_t^{Fd}(\gamma_t^{Fd}),u_t^{Ol}(\gamma_t^{Ol})$ للدلالة عل مفهوم التحكم (إستراتيجية) الأمثل وفق بنية المعلومة من الحلقة المفتوحة (Ol) *(Open loop)*، أو بمفعول رجعي (Fd)*(Feedback)*، أو من الحلقة المغلقة (Cl) *(Closed loop)* على التوالي.
- إن متتابعة الإستراتيجيات $\gamma_{[1,T]}=\{\gamma_1(\eta_1),.....\gamma_T(\eta_T)\}$ هي عبارة إستراتيجية شاملة *(Meta Strategy)* فإذا كانت كل الإستراتيجيات γ_t وذلك $\forall t$، داخل هذه المتتابعة هي عبارة عن إستراتيجيات مثلى، فإن $\gamma^*_{[1,T]}$ هي الإستراتيجية الشاملة المثلى الخاصة بالمسألة المطروحة خلال كل مراحل فترة التخطيط. كما توخينا كذلك، في سبيل تبسيط الصورة أن نستعمل هذه العبارة $\gamma(\gamma^*)$ لنعبر بها عن الإستراتيجية الشاملة في كل فترة من فترات التخطيط كيفما كانت.
- كما أوردنا الصورة المختزلة *(The truncation)* للإستراتيجية الشاملة $\gamma_{[1,T]}$ للفترة $\{s,s+1,.....,T\}$، أي ما يعرف بالمتتابعة الجزئية $\{\gamma_s,\gamma_{s+1},.....\gamma_T\}$ ، المعرفة بـــ $\gamma_{[s,T]}$.

ولتوضيح المسألة المختزلة وإعطاء تعريف لها نورد هذا المثال:

نسمي $D_{[1,T]}$ بالمسألة الإبتدائية (1.2.1) التي تعترض المقرر في فترة التخطيط $[1,T]$ من خلال بنية معلومة معينة، ولتكن $\gamma^*_{[1,T]}$ عبارة عن الإستراتيجية الشاملة التي تصلح حلا للمسألة ثم نفترض بعد ذلك إعادة النظر في المسألة وذلك في فترة لاحقة s، حيث $1 < s \leq T$، ثم لنفترض إضافة إلى ذلك بأن المتتابعة الجزئية $\gamma^*_{[1,s]} = \{\gamma^*_1, \gamma^*_2, ... \gamma^*_s\}$ من المتتابعة $\gamma^*_{[1,T]}$ قد شرع في إستخدامها ونتيجة ذلك فإن الحالة الإبتدائية الجديدة الناجمة هي x^*_s.

وتصبح المسألة المختزلة التي يعبر عنها بهذه الصورة $D^{\gamma^*}_{[s;T]}$ معرفة كما يلي:

$$\min_{\{u\}^T_s} J(\{x,u\}^T_s)..(1.2.5a)$$

$$S.c\begin{cases} x_{t+1} = f_t(x_t, u_t), t \in [s,...,T] \\ \\ x_s = x^*_s donné \end{cases} ....(1.2.5b)$$

تحت قيد بنية المعلومة الخاصة بالمسألة الابتدائية.

وتكون المسألة المختزلة $D^{\gamma^*}_{[s;T]}$ مشابهة للمسألة الأصلية في كل الجوانب، وما يتغير منها هي قيمة الحالة الإبتدائية، وكذلك فترة التخطيط، في حين يبقى التعريفان المتعلقان بالدالتين J و f نفسهما بدون تغيير. ونرمز في المسألة المختزلة إلى الإستراتيجية الشاملة المثلى بـــ $\gamma^{**}_{[s,T]}$ و بـــ $\gamma^*_{[s,T]}$ إلى الصورة المختزلة للمسألة الأصلية $\gamma^*_{[1,T]}$ للفترات $[s,T]$.

ونحاول هنا أن نعطى تعريفا للتوافق الزمني الضعيف *(The low temporal consistency)* كما يراه كل من "Başar " و "Olsder" :

> «نقول عن الإستراتيجية المثلى، $\gamma^*_{[1,T]}$ التي تحل مسألة التحكم الأمثل $D_{[1,T]}$ بأنها ذات توافق زمني ضعيف، إذا كانت صورتها المختزلة $\gamma^*_{[s,T]}$ في المجال الزمني $[s,T]$، تحل المسألة المختزلـــة $D^{\gamma^*}_{[s,T]}$، وهذا من أجل كل $s \in [1,T]$. و في حالة إذا لم يكـــن الحل يتميز بالتوافق الزمني الضعيف فإنه يصبح من دون شك يتميز بعدم التوافق الزمني » [1].

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P256.

يتضح من هذا التعريف بأن الإستراتيجية الشاملة المثلى من البداية تكون إستراتيجية ذات توافق زمني، يعني أنه من الأمثل أن نواصل العمل بها إلى غاية T بإعتبار أن تحقيقها الفعلي قد ثبت إلى غاية الفترة s حيث $s \in [2,T]$. ويجب القول بأنه في سياق الحتمية العملية فإن كل حل للمسألة المعيارية للتحكم الأمثل يكون يتميز بالتوافق الزمني.

2 نظرية الألعاب الديناميكية *(The theory of dynamic games)*:

لا تسمح لنا نظرية التحكم الأمثل بحل المسائل الديناميكية التي يوجد فيها عدة مقررين لهم دوال أهداف متباينة وأدوات عمل مختلفة. ولا يأتي حل هذه المسائل إلا في إطار نظرية الألعـــاب الديناميكية.

تعرف اللعبة الديناميكية، في زمن منفصل *(Discrete time)* بواسطة العناصر التالية[1] :

- مجموعة المؤشرات *(Indices)* N حيث $N=\{1,2,3,.....,n\}$ و n تمثل عدد اللاعبين المعنيين باللعبة، وبصورة خاصة فإننا نستعمل الحرف i بحيث أن $i \in N$ للتعبير عن اللاعب (i^{eme}) .
- مجال زمني $[1,2,3,..T]$ يسمى فترة التخطيط حيث أن T تعبر عن الأفق الزمني $(T \le \infty)$، و t حيث $t=1,2,..T$ تمثل مؤشر الزمن.
- يرافق كل مؤشر t شعاع حالة x_t، حيث أن $x_t \in \Re^n$، وشعاع تحكم (فعل) u_t^i للاعب i، حيث أن $u_t^i \in \Re^{m_i}$. وبصفة عامة فإن كل u_t^i مقتصر على مجموعة مقبولة U_t^i حيث أن $U_t^i \subset \Re^m$، نفترض أن الحالة الإبتدائية x_1 معروفة .
- معادلة حالة تبين التطور الديناميكي للنظام المعني $x_{t+1}=f_t(x_t,u_t^1,u_t^2,....,u_t^n)$ بحيث $f_t:\Re^n \times U_t^1 \times U_t^2 \times ..... \times U_t^n \to \Re^n$ هي عبارة عن دالة الانتقال *(Function of transition)* .

---

[1] يظهر في الملحق أ لائحة تذكير بالمصطلحات الأساسية في نظرية الألعاب وللتوسع أكثر يمكن الرجوع إلى الدراسات التالية:

- PETIT, M., *Control theory and dynamic games in economic policy analysis*.Cambridge University Press,United Kingdom, 1990, P195.
- BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P9
- CRUZ, J., *Survey of Nash and Stackelberg equilibrium strategies in dynamic games*, Annals of Economic and Social Measurement, National Bureau of Economic Research,New York,1975, P342.

- مجموعة منتهية η_t^i معرفة من أجل كل عنصر $i \in N$ وكذلك من أجل كل فترة t حيث $t \in [1,T]$ على أنها مجموعة جزئية لـــ $\{x_1,...,x_T,u_1^1,...,u_T^1,...,u_1^n,...,u_T^n\}$ تحدد المعلومة المتوفرة للاعب i في الفترة الزمنية t وتمثل المتتابعة $\eta^i = \{\eta_1^i,...,\eta_T^i\}$ بنية المعلومة التي لدى اللاعب i الخاصة باللعبة المعنية .
- المجموعة H_t^i المعرفة من أجل كل $t \in [1,T]$ ومن أجل $i \in N$ على أنها مجموعة جزئية للمجموعة $\left\{\underbrace{(\Re^n \times ... \times \Re^n)}_{t} \times (U_1^1 \times ... \times U_{t-1}^1) \times ... \times (U_1^n \times ... \times U_{t-1}^n)\right\}$ منسجمة ومتوافقة تماما مع η_t^i، وتسمى H_t^i بفضاء معلومة اللاعب i في الفترة t والذي تحثه المعلومة η_t^i.
- الدالة $\gamma_t^i : H_t^i \to U_t^i$ التي تحدد إستراتيجية اللاعب i في الفترة الزمنية t حيث أن H_t^i فضاء المعلومة للاعب.
- الفضاء Γ_t^i يخص اللاعب i ويشمل الإستراتيجيات المسموحة γ_t^i في الفترة الزمنية t وذلك $\forall t$، وتسمى متتابعة الإستراتيجيات $\gamma_{[1,t]}^i = \{\gamma_1^i,...\gamma_T^i\}$ حيث أن $\gamma_{[1,t]}^i \in \Gamma^i$، بالإستراتيجية الشاملة للاعب i، حيث أن Γ^i هو فضاء الإستراتيجيات الشاملة المسموحة *(The space of global strategies permitted)*. وحرصا منا على إعطاء صورة مبسطة لذلك فقد عمدنا إلى كتابة العبارة $\gamma^i(\gamma^{i*})$ للتعبير عن الإستراتيجية الشاملة المثلى للاعب i في جميع مراحل اللعبة (أي جميع فترات التخطيط مهما كانت).
- دالة الهدف J^i معرفة من أجل كل لاعب في الأفق الزمني المخطط *(The planning horizon)* $[1,T]$، وتبقى قيمة J^i مرتبطة عموما بأفعال اللاعب i وكذلك بأفعال اللاعبين الآخرين أيضا. نفترض أن هذه الدالة غير مترابطة زمنيا ونكتبها على هذه الصيغة: $J^i(\{x,u^1,...,u^n\}_1^T) = \sum_{t=1}^{T} J_t^i(x_t,u_t^1,...,u_t^n)$.

وبصفة مشابهة لمسائل إطار التحكم الأمثل، فإن مسألة اللاعب i تتمثل في البحث عن متتابعة أفعاله المثلى المعبر عنها بهذا الشكل، $\{u^{i*}\}_1^T = (u_1^{i*},...,u_T^{i*})$ والتي تكون حل للبرنامج :

$$\min_{\{u^i\}_1^T} J^i\left(\{x,u^1,...u^n\}_1^T\right)..(1.2.6a)$$

$$S/c\begin{cases} x_{t+1} = f_t\left(x_t,u_t^1,...,u_t^i,...,u_t^n\right), t\in[1,...,T] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad ....(1.2.6b) \\ x_1 \quad donné \end{cases}$$

مع الأخذ بعين الإعتبار بنية المعلومة المعروفة والمتوفرة *(Information underlying)* لدى اللاعب i.

وفي سياق موضوع أطروحتنا، إفترضنا بأن كل اللاعبين يمتلكون نفس بنية المعلومة $\eta_t^i = \eta_t, \forall i,t$، وبنيات المعلومة التي تهمنا في هذه الدراسة ثلاث وهي :

- بنية المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة *(The Open loop Ol)*:

$$\eta_t^{Ol} = \{x_1\}, \qquad t\in[1,T]$$

- بنية المعلومة من نوع المفعول الرجعي *(The feedback Fd)* :

$$\eta_t^{Fd} = \{x_t\}, \qquad t\in[1,T]$$

- بنية المعلومة من نوع الحلقة المغلقة *(The Closed loop Cl)* :

$$\eta_t^{Cl} = \{x_s, 1\le s\le t\}, \qquad t\in[1,T]$$

وللتذكير تعبر بنية المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة عن وضعية يكون فيها اللاعب i في الفترة الزمنية t لا يعرف سوى المعادلة (1.2.6)، أي أنه لا يعرف إلا قيمة الحالة الإبتدائية ويجهل كل القيم الماضية أو الراهنة المتعلقة بقرارات أو حالات اللعبة. وبعكس ذلك فإن اللاعب i في إطار بنية المعلومة من الحلقة المغلقة يعرف كل القيم الماضية والحاضرة لمتغيرات الحالة، أما في إطار بنية المعلومة من نوع المفعول الرجعي، فإن اللاعب i لا يعرف سوى الحالة الراهنة. وبذلك فإننا نقف على ثلاثة أنواع من الإستراتيجيات الممكنة وذلك $\forall t$:

- إستراتيجية من نوع الحلقة المفتوحة *(Open loop strategy)*:

$$u_t^i = \gamma_t^{i^{Ol}}(\eta_t^{\mathrm{Ol}}) = \gamma_t^{i^{Ol}}(x_1)$$

- إستراتيجية من نوع المفعول الرجعي*(feedback strategy)* :

$$u_t^i = \gamma_t^{i^{Fd}}(\eta_t^{\mathrm{Fd}}) = \gamma_t^{i^{Fd}}(x_t)$$

- إستراتيجية من نوع الحلقة المغلقة *(Closed loop strategy)*:

$$u_t^i = \gamma_t^{i^{Cl}}(\eta_t^{\mathrm{Cl}}) = \gamma_t^{i^{Cl}}(x_s; 1 \le s \le t)$$

ويكون لبنية المعلومة أهمية بالغة في تحديد بصفة جوهرية إذا كانت المسألة المطروحة تتميز بالطابع الديناميكي أم لا. إذ أنه لا تكون اللعبة ذات طبيعة ديناميكية إلا إذا إعتبرنا أن النسق الذي جاءت خلاله القرارات هاما جدا، وقد كتب كل من "Başar " و"Olsder" في هذا الصدد :

> « من المفترض أن نسمى اللعبة ذات بنية معلومة من الحلقة المفتوحة، باللعبة الساكنة والتي نسميها مجازا باللعبة الديناميكية والسبب هو أن اللاعبين يلعبون أثناءها أكثر من مرة واحدة وأن لعامل الزمن فيها دور فعال. إذ أن اللعبة التي يلعب أثناءها كل اللاعبون مرة واحدة و بصورة مستقلة هي التي نسميها باللعبة الساكنة تحديدا » [1]

ومن الملاحظ أنه في الألعاب الديناميكية يتوقف دور الوقت على التطور الذي يحدث لمتغير الحالة وبذلك يبقى وضع اللاعبين حتى وإن كانوا يصلون إلى حساب في مرحلة إبتدائية إستراتيجيتهم الشاملة لجميع فترات اللعبة يشهد متتابعة زمنية ترسم أفعالهم. وقد وضعنا تحديدا في هذه الأطروحة تسمية الألعاب الديناميكية لكل الألعاب المعرفة كما سبق وهذا بغض النظر عن بنية المعلومة المستعملة.

---

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic Previous Reference ،P12.

نسمي $D^i_{[1,T]}$ بالمسألة الإبتدائية (1.2.6) للاعب i، و $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ بالإستراتيجية الشاملة لهذا اللاعب التي بواسطتها يستطيع حل هذه المسألة وهذا $\forall i \in N$. ولنعرف بواسطة $\gamma^{i*}_{[s,T]}$ المتتابعة الجزئية $\{\gamma^{i*}_s,...,\gamma^{i*}_T\}$ للمتتابعة $\gamma^{i*}_{[1,T]}$. فإذا إفترضنا أنه في الفترة الزمنية s شرع العمل بالمتتابعات الجزئية $\gamma^{i*}_{[1,T]}=\{\gamma^{i*}_1,...,\gamma^{i*}_s\}$ للمتتابعة $\gamma^{i*}_{[1,T]}$، فإن الحالة الإبتدائية الجديدة تصبح حينئذ على هذه الصورة x^*_s وهذا $\forall i$. لنعبر بالعبارة $\gamma^{-i*}_{[1,T]}$ عن الإستراتيجيات الشاملة للاعبين الآخرين $j \in -i$ بحيث $-i = N-\{i\}$. ونعتبر بأن $\gamma^{-i*}_{[s,T]}$ و $\gamma^{-i*}_{[1,s]}$ هما المتتابعتان الجزئيتان اللتان تتكون منهما إستراتيجيات جميع اللاعبين الآخرين.

وبذلك تصبح المسألة المختزلة *(Truncated)* $D^{\gamma^{i*}}_{[s,T]}$ للاعب i على هذا الشكل :

$$\min_{\{u^i\}_s^T} J^i\left(\{x,u^1,...,u^n\}_s^T\right) \qquad ....(1.2.7a)$$

$$S/c\begin{cases} x_{t+1} = f_t\left(x_t,u^1_t,...,u^i_t,...,u^n_t\right), t\in[s,T] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ....(1.2.7b) \\ x_s = x^*_s \quad donné \end{cases}$$

وعلى ضوء بنية المعلومة للمسألة الابتدائية، نستطيع حينئذ أن نكتب بهذه العبارة $\gamma^{i**}_{[s,T]}$ الإستراتيجية الشاملة المثلى الجديدة للاعب i لهذه المسألة المختزلة، كما نستطيع كذلك أن نحدد الصورة المختزلة الخاصة للمسألة $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ على الفترات الزمنية التالية $[s,T]$ بهذه الصورة $\gamma^{i*}_{[s,T]}$ $\forall i$. وبذلك يكون تعريف التوافق الزمني الضعيف للإستراتيجية كالتالي:

> «تكون $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ الإستراتيجية المثلى للاعب i الموجهة لحل مسألة من الألعاب الديناميكية $D^i_{[1,T]}$ ذات توافق زمني ضعيف إذا كانت $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ تحل المسألة المختزلة $D^{\gamma^{i*}_{[1,T]}}_{[s,T]}$ وذلك من أجل كل $s\in[1,T]$ علما أن $\gamma^{-i*}_{[1,T]}$ وصورها المختزلة x^*_sعلى المجال الزمني $[s,T]$ معطاة. وفي حالة عدم تميز الإستراتيجية بالتوافق الزمني الضعيف فإنها ستتميز بدون شك بعدم التوافق الزمني.[1]»

[1] BAŞAR, T., *Time Inconsistency and robustness of equilibria in noncooperative dynamic games*, Previous Reference, P20.

ويتضح لنا من هذا التعريف بأنه إذا كانت الإستراتيجية الشاملة الابتدائية $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ لأي لاعب i تتميز بالتوافق الزمني فإنه من الأمثل للاعب المعني i، بإعتبار أنه لا يوجد هناك لاعب ينحرف عن إستراتيجيته الشاملة الإبتدائية $\gamma^{-i*}_{[1,T]}$، أن يواصل اللعبة حيث أن $\gamma^{i*}_{[s,T]} \subset \gamma^{i*}_{[1,T]}$.

إذا كانت كل الإستراتيجيات $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ وذلك $\forall i \in N$ ذات توافق زمني فإن التوازن الأمثل من البداية والمحدد بما يلي: $\gamma^* = \left(\gamma^{1*}_{[1,T]},...,\gamma^{n*}_{[1,T]}\right)$ يكون هو كذلك ذو توافق زمني، ولذلك نجد مثلا بأن توازن "Nash" للعبة حتمية *(The game deterministic)* يتميز بالتوافق الزمني بغض النظر عن نوع بنية المعلومة المستخدمة. غير أن توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة لا يتميز بذلك، بحيث إذا كانت إستراتيجية الملاحق تتميز بالتوافق الزمني، فإن إستراتيجية الرائد هي عادة غير ذلك، أي أنها تتميز بعدم التوافق الزمني.

ومن الملاحظ أننا نرجع بإستمرار في أطروحتنا هذه إلى هذا التعريف الذي يتناول التوافق الزمني الضعيف كلما تطرقنا إلى التوافق الزمني أو عدم التوافق الزمني [1]، وبذلك يجب القول بأن هذا التعريف كما يرى كل من " Başar " و"Olsder" يعكس بالفعل الصورة المدعمة للإستراتيجية، فمثلا إن الإستراتيجية الشاملة المثلى $\gamma^{i*}_{[1,T]}$ للاعب i تصبح ذات توافق زمني شديد *(Temporal consistency strong)* إذا بقيت صورها المختزلة مثلى وكذلك في حالة إذا لم يستعمل أحد اللاعبين على الأقل إستراتيجيته $\gamma^{j*}_{[1,s]}$ و ذلك $\forall j \in -i$ [2].

فإذا كانت إستراتيجية أحد اللاعبين تتميز بعدم التوافق الزمني من أجل كل $s \in [2,T]$ وأن هذا اللاعب يصبح نتيجة ذلك بصدد إعادة إغناء إستراتيجيته من أجل كل $s \in [2,T]$ فإننا نقول عن هذه الإستراتيجية الشاملة المتكونة من متتابعة الإستراتيجيات المثلى لـــ $T-1$ من المسائل المختزلة بأنها إستراتيجية تقديرية مثلى *(Discretionary optimal strategy)* وبواسطة هذه الإستراتيجية فإن اللاعب يحسب لكل $s \in [2,T]$إستراتيجية مثلى من أجل الفترات $[s,T]$، ولا يلعب هذه الإستراتيجية إلا في الفترة الراهنة s.

---

[1] هناك تعاريف كثيرة للتوافق الزمني، غير أنها تبدو خاصة جدا و متعلقة بمفهوم توازن "Nash" وللتوسع يمكن الرجوع إلى الدراسات التالية :

- MCTAGGART, D., and D. SALANT, 1989, *Time consistency and subgame perfect equilibria*, Journal of macroeconomics11(4), NORTH-HOLLAND , New York , 575–588.
- LUCAS, R. E., and N. STOKEY, 1983, *Optimal fiscal and monetary policy in an economy without capital*, Journal of monetary economics, 12,The University of Boston ,USA 55–93.

[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P280.

لا يعتمد حل اللعبة الديناميكية على بنية المعلومة فقط بل كذلك على مفهوم التوازن المستخدم في تلك اللعبة. وبذلك إرتأينا أن نستعرض في أطروحتنا هذه توازنين مختلفين وهما توازن "Nash" وتوازن "Stackelberg" لأهميتهما المنفردة من جهة، ولكونهما يهمان موضوع عملنا هذا بصفة خاصة من جهة أخرى .

3 الحل وفق توازن "Nash" *(The solution of Nash equilibrium)*:

لقد جاء ت الإشارة إلى توازن "Nash" الذي يعرف عادة في الكتابات الاقتصادية بإسم "Cournot Nash" لأول مرة بصورة صريحة عام 1951 من قبل عالم الرياضيات الأمريكي "Nash"، ويرجع الفضل في شيوع مفهوم توازن "Nash" إلى الباحثين "Starr" و"Ho" اللذين تعرضا لدراسة هذا التوازن لأول مرة إطار لعبة ديناميكية [1]. يبنى الحل بطريقة "Nash" على الفرضية التي تعتبر بأن المعلومة متناظرة بين جميع اللاعبين، بحيث أن كل لاعب يعرف دالة هدف اللاعبين الآخرين، ولكنه يجهل إستراتيجيته الخاصة،ويوضح "Başar " هذه الحالة فيقول:

> « تجدر الإشارة أنه في سياق العمل بتوازن "Nash" أن اللاعبين يدخلون اللعب بصفة متناظرة في أي فترة من فتراته .بمعنى أنه [...] يتعذر على أي لاعب الإطلاع على قاعدة القرار الراهن (أو قيمة هذا القرار) التي تخص اللاعبين الآخرين » [2].

هذا التناظر في مباشرة اللعب هو الذي يمنحنا،حسب"Petit"إمكانية التحديد الآني *(Simultaneous determination)* لإستراتيجيات اللاعبين[3].

وبذلك يصح القول عن هذا النوع من التوازن بأنه يلاءم كثيرا الوضعيات الإقتصادية التي كثيرا ما يميزها اللعب الآني بين اللاعبين في كل فترة من زمن اللعب.

[1] STARR, A.W., and Y. HO, *Nonzero-sum differential games*, Previous Reference ،P55
[2] BAŞAR, T., *Information structures and equilibria in dynamic games*, in New Trends in Dynamic System Theory and Economics, M. Aoki, and M. Marzollo eds., Academic Press, New York, 1979, P10.
[3] PETIT, M., *Control theory and dynamic games in economic policy analysis.*, Previous Reference ،P193

وسنتطرق هنا إلى شرح هذا التوازن ونحاول إستيفاء الصورة الشكلية العامة له، نأخذ لعبة بلاعبين إثنين فقط $i=1,2$، ثم بعد ذلك نعمم اللعبة لتشمل n من اللاعبين حيث n عدد لا متناه *(Fini and direct)*. لتكن Γ^i مجموعة الإستراتيجيات الشاملة المسموحة للاعب i حيث أن $i=1,2$، ولتكن J^i دالة الخسارة للاعب i، بحيث $J^i(\gamma^1,\gamma^2):\Gamma^1\times\Gamma^2\rightarrow\Re$، وبهذا فإن كل لاعب هنا يعمل على تدنية خسارته، ومن أجل ذلك نحاول هنا أن نعرف مفهوم توازن "Nash" الذي يتطابق مع هذه المسألة.

«يشكل زوج الإستراتيجية $\gamma^N=(\gamma^{1N},\gamma^{2N})$ توازنا من نوع "Nash" في لعبة تضم لاعبين إذا وفقط إذا كان:

$$\begin{aligned}&(I)J^1(\gamma^{1N},\gamma^{2N})\geq J^1(\gamma^1,\gamma^{2N}),\forall\gamma^1\in\Gamma^1\\&(II)J^2(\gamma^{1N},\gamma^{2N})\geq J^2(\gamma^{1N},\gamma^2),\forall\gamma^2\in\Gamma^2\end{aligned}$$
». [1]

وبذلك يتبين لنا لماذا يقال عن توازن "Nash" بأنه توازن قياس الإحتيال *(Cheating proof)* إذ لا يجرأ أحد من اللاعبين أن ينحرف بمفرده عن إستراتيجية الحل الخاصة بسبب أنه يعرف إستراتيجية التوازن للاعب الآخر، فلا يكون للاعب المعني أي فائدة من إستبدال إستراتيجية التوازن التي لديه، أي أنه لا يجد داع في العمل بتلك الإستراتيجية.

ومن منطلق هذه الملاحظة يصبح من الممكن تحديد توازن "Nash" بصورة متناوبة *(Alternatively)* وضبطه من خلال تحديد وتعريف دوال الإستجابة *(The reaction function)*، وهذا ما يدفعنا إلى تعريف دوال الإستجابة.

1.3 تعريف دوال الإستجابة:

يعرف "BAŞAR " دوال الإستجابة

« من أجل كل بنية معلومة معروفة، ولكل γ^i حيث أن $\gamma^i\in\Gamma^i$. لتكن $T^j(\gamma^i)\subset\Gamma^j$ حيث $i,j=1,2$ و $i\neq j$ فإن مجموعة إستراتيجيات اللاعب j التي تتصف بالمثلى عند الاستجابة للفعل γ^i إذا كانت $\bar{\gamma}^j\in T^j(\gamma^i)$ هذا ما يدفعنا للحصول على: $J^j(\gamma^i,\bar{\gamma}^j)<J^j(\gamma^i,\gamma^j),\forall\gamma^j\notin T^j(\gamma^i),\gamma^j\in\Gamma^j$.

[1] NASH, J., No Cooperative games, *Annals of Mathematics*, 54,MIT Press , USA, 1951, P 288.

حيث $T^j(\gamma^i)$ تمثل مجموعة أفضل إستجابات للاعب j
لمواجهة الإستراتيجيات المسموحة التي ينتهجها اللاعب i » [1]

ونسمى مجموعة أفضل الإستراتيجيات هذه بمجموعة الإستجابات العقلانية أو مجموعة الإستجابات المثلى. ولا تعتبر هذه المجموعة بمثابة الورقة الوحيدة ***(Singleton)***. إذ يمكن أن نجد إلى جانبها عدة إستراتيجيات مثلى أخرى.

2.3 تعريف الورقة الوحيدة:

يعرف "BAŞAR " الورقة الوحيدة

« إذا كانت $T^i(\gamma^j)$ هي الورقة الوحيدة من أجل كل $\gamma^j \in \Gamma^j$ فإن $T^i(\gamma^j)$ تسمى إذن دالة الاستجابة، وتعرف دالة الاستجابة ببساطة على هذا النحو :

$$T^i(\gamma^j) \equiv \arg\min_{\gamma^i \in \Gamma^i} J^i(\gamma^i, \gamma^j), \forall \gamma^j \in \Gamma^j$$ » [2]

وبالتالي يمكننا إعطاء التعريف المتناوب لمفهوم توازن"Nash" .

3.3 التعريف المتناوب لتوازن "Nash" :

حسب كل من "Simaan" و"Cruz" فإن التعريف المتناوب لتوازن "Nash" هو:

«إن الزوج من الإستراتيجية $\gamma^N = (\gamma^{1N}, \gamma^{2N})$ يشكل توازنا من نوع "Nash"،إذا وفقط إذا كان $(\gamma^{1N}, \gamma^{2N}) \in T^1 \cap T^2$ » [3]

إذ يمثل تقاطع دوال الاستجابة توازن "Nash" في هذه الحالة.

وتجدر الإشارة هنا بأننا إفترضنا في إطار أطروحتنا وجود دوال الاستجابة في ظل وجود شروط طوبولوجية ملائمة لها (اللعب الآني بين اللاعبين في كل فترة من فترات اللعب).

[1] BAŞAR, T., Information structures and equilibria in dynamic games, Previous Reference ،P11
[2] BAŞAR, T., Information structures and equilibria in dynamic games, Previous Reference ،P12
[3] SIMAAN, M., and J. CRUZ, *On the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference ،P 536.

4الحل وفق توازن"Stackelberg"*(The solution Stackelberg equilibrium)*:

على عكس توازن "Nash" يقوم توازن "Stackelberg" على مبدأ التدرج (*Hierarchy*) في اللعب بين اللاعبين، حيث أن أحد اللاعبين الذي يسمى الرائد، وهو الذي يسيطر على اللعبة بهذه الكيفية: يعتبر الرائد هو الأول من يلعب ويستطيع أن يجبر اللاعبين الآخرين أو اللاعب الآخر الذي يسمى بالملاحق بأن يأخذ بعين الإعتبار فعله أو إستراتيجيته (للرائد). والآن نأخذ هذا المثال الإقتصادي النموذجي لــ "Kreps" الخاص لتوضيح العلاقة القائمة في لعبة "Stackelberg".

« لنفترض بأن منتجا في قطاع معين تمكن من تحقيق كمية q_1 من الإنتاج قبل منتج آخر، بمعنى أن المنتج الأول إستطاع أن يعرض كمية إنتاج q_1 في السوق قبل غيره، فيقدم المنتج الثاني الذي يلاحظ الكمية المعروضة من طرف المنتج الأول على إنتاج الكمية q_2، ثم يعرضها في السوق كذلك، مع العلم أن السعر يتحدد بالكيفية التي يتمكن فيها السوق من إستعاب الكميتين q_1+q_2 وفي هذا السياق فإن بنية المنافسة القائمة بين المنتجين تجعلنا نعتقد بصواب الفرضية التي تقول بأن المنتج الثاني يعتبر الكمية التي أنتجها المنتج الأول ثابتة، وبذلك يسعى المنتج الثاني لبلوغ مستوى إنتاج أمثل، وأما المنتج الأول الذي يعرف الحالة جيدا ويعرف إستراتيجية الثاني فإنه سيحدد الكمية التي سينتجها مستقبلا وفق معطيات الوضعية »[1].

ويجب القول أن اللعبة قد تتضمن عدة رواد وعدة ملاحقين لكننا إكتفينا بصورة عامة في هذه الأطروحة بلعبة فيها رائد واحد وملاحق واحد، ومن ذلك يمكن لنا أن نحدد مفهوم توازن "Stackelberg" بهذه الصورة على هذا النحو، حيث أن i و j هما اللاعبان المتباريان في هذه اللعبة.

1.4 تعريف توازن "Stackelberg":

يعرف "Simaan" توازن "Stackelberg" كما يلي:

« إذا كان لدى اللاعب j دالة الإستجابة التالية $T^j:\Gamma^i \to \Gamma^j$، وإذا كانت هناك إستراتيجية $\gamma^{i^s} \in \Gamma^i$ حيث أن $J^i\left(\gamma^{i^s},T^j\left(\gamma^{i^s}\right)\right) \leq J^i\left(\gamma^i,T^j\left(\gamma^i\right)\right), \forall \gamma^i \in \Gamma^i$، فإن زوج

[1]KREPS, D., *Leçons de théorie microéconomique* , PUF,Paris 1996,P450.

استراتيجيات $\left(\gamma^{i^s},\gamma^{j^s}\right)\in\Gamma^i\times\Gamma^j$ علما أن $\gamma^{j^s}=T^j\left(\gamma^{i^s}\right)$
يصبح يحقق توازن "Stackelberg"، إذ يمثل اللاعب i الرائد
واللاعب j الملاحق حيث $(i,j=1,2)$ و $(i\neq j)$ » [1].

2.4 تعريف إستراتيجية "Stackelberg":

يعرف "Simaan" إستراتيجية "Stackelberg" كما يلي:

« نقول عن زوج الإستراتيجيات $\left(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s}\right)$ بأنه يشكل إستراتيجية من نوع "Stackelberg" يكون فيها اللاعب 1 رائدا، إذا وفقط إذا كان $\left(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s}\right)\in T^2$ وأن $J^1\left(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s}\right)\leq J^1\left(\gamma^1,\gamma^2\right)$، وهذا $\forall\left(\gamma^1,\gamma^2\right)\in T^2$ » [2].

بمعنى أنه يجب أن يحقق زوج الإستراتيجيات $\left(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s}\right)$ ما يلي:

$$J^1\left(\gamma^{1^s},T^2(\gamma^{1^s})\right)=\min_{\gamma^1\in\Gamma^1}J^1\left(\gamma^1,T^2(\gamma^1)\right)\qquad ....(1.2.8)$$

أو كذلك:

$$\gamma^{1^s}=\arg\min_{\gamma^1\in\Gamma^1}J^1\left(\gamma^1,T^2(\gamma^1)\right)\qquad ....(1.2.9a)$$

$$\gamma^{2^s}=T^2\left(\gamma^{1^s}\right)\qquad ....(1.2.9b)$$

وبخلاف مفهوم توازن "Nash" الذي يميزه التناظر في اللعب كما رأينا، فإن توازن "Stackelberg" يفترض نظام ترتيب الأفعال، ويظهر لنا وضع اللعب في لعبة "Stackelberg" على هذه الصورة:

u^i إختيار الرائد للأفعال

$\downarrow$

$u^j=T^j\left(u^i\right)$ استجابة الملاحق لأفعال الرائد

ومن ثمة يكون تعريف توازن "Stackelberg" كالآتي:

---

[1] SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, These de l'Université d'Illinois, Urbana-Champaign, Illinois, USA, 1972, P536

[2] SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Previous Reference ،P537

3.4 تعريف لعبة "Stackelberg":

يعرف "Simaan" لعبة "Stackelberg" كما يلي:

«تسمى لعبة "Stackelberg" التي يكون فيها الرائد هو الأول
من يبدأ الفعل بلعبة "Stackelberg"المعيارية» [1].

وترجع هذه التتابعية في ترتيب الأفعال إلى سببين رئيسيين :

1) في الواقع يكون الملاحق مجبرا على اللعب بعد الرائد وبذلك يقوم بإختيار فعله وفق الفعل الذي إختاره وقام به الرائد، إذ أن الملاحق يمكنه ملاحظة فعل الرائد الذي قام به .

2) إذا كان الملاحق يجهل دالة خسارة الرائد، وبالتالي يجهل دالة إستجابته، فإنه يتعذر عليه في هذه الحالة حساب توازن "Nash" الخاص باللعبة، مما جعل "Simaan" و"Cruz" يعتقدان بأنه بدلا من أن الملاحق يتابع بفعل متشائم (عادة ما يكون من نوع أدنى أقصى"minmax") يستطيع أن يتابع اللعب بصورة سلبية[2] .بمعنى أن هذا الملاحق ينتظر من اللاعب الخصم (الرائد) أن يقوم بفعله ويحل مسألة الإغناء المعياري *(Optimization Standard)* التي تواجهه جراء هذا الفعل .

وفي كلتا الحالتين يجب أن يكون الرائد يعرف دالة هدف الملاحق ولا يكون العكس بالضرورة صحيحا(أي معرفة الملاحق لدالة هدف الرائد). ونود ذكر بأننا إفترضنا في هذه الأطروحة وجود تتابعية هيكلية *(Sequentiality structural)* للأفعال بحيث يكون الملاحق مجبرا على اللعب بعد الرائد.

وسنتطرق الآن بصفة عامة إلى تحديد الحلول الملائمة من نوع توازن "Nash" و"Stackelberg" وفق فرضيات ترتبط ببنية المعلومة (من نوع الحلقة المفتوحة والمفعول الرجعي عندما يتعلق الأمر بحل من نوع"Nash"، ومن الحلقة مفتوحة والمفعول الرجعي والحلقة المغلقة بالنسبة للحل من نوع "Stackelberg").

[1]SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Previous Reference ،P538

[2] SIMAAN, M., and J. CRUZ, *On the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference ،P 534.

5 بنية المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة :

في إطار بنية المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة يصبح اللاعب i حيث $i=1,2$ لا يعرف إلا قيمة الحالة الابتدائية: $\eta_t^i=\{x_1\}$ وهذا $\forall t$، ومن نتيجة ذلك فإن كل إستراتيجية مسموحة γ_t^i وهذا $\forall t$ تصبح عبارة عن دالة ثابتة أو يمكن إعتبارها بمثابة عنصر من U_t^i، أي أن $\Gamma_t^i=U_t^i$ [1].

ويجب قبل التوسع في الموضوع أن نشير بأننا سنتعرض فيما تبقى من هذا الفصل، وبعيدا عن بنية المعلومة، وجود شعاع حالة x ببعد n الذي من الممكن أن نبين تطوره الزمني بهذه العلاقة:

$$x_{t+1}=f_t\left(x_t,u_t^1,u_t^2\right),t\in[1,T]\text{.........}(1.2.10)$$

حيث أن $x_t\in\Re^n$ ، وأن x_1معروفة، وعلما أن $u_t^i\in U_t^i$ يمثل شعاع الأفعال للاعب i في الفترة الزمنية t، وأن $U_t^i\subset\Re^{m^i}$ تعبر عن مجموعة الأفعال المسموحة للاعب i حيث أن m^i عبارة عن بعد الشعاع العمود u_t^i .

كما يفترض كذلك أن دوال الخسارة غير مترابطة زمني*(temporal separation)* وقد إعتمدنا في كتابة هذه الدوال على التعبير الجبري الذي وضعه كل من "Başar " و"Olsder" على النحو التالي[2] :

$$J^i\left(u^1,u^2\right)=\sum_{t=1}^{T}J_t^i\left(x_{t+1},u_t^1,u_t^2,x_t\right),i=1,2\text{.........}(1.2.11)$$

ويلاحظ من أجل تبسيط صورة هذا التعبير بأن u^1 و u^2 تحددان متتابعات لأفعال اللاعبين 1،2 .بمعنى أن $u^1\equiv\{u^1\}_1^T$ و $u^2\equiv\{u^2\}_1^T$، وكذلك أن U^i حيث $i=1,2$ تعني مجموعة لمجموعات الأفعال المسموحة وبالنتيجة فإن $u^i\in U^i$ يعني هذا أن $u_t^i\in U_t^i$ ، $\forall t$.

1 BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P272.

2 BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P268.

1.5 توازن "Nash" بنية معلومة من الحلقة المفتوحة :

للتذكير نعتبر الإستراتيجية الشاملة $\gamma^N=\left(\gamma^{1^N},\gamma^{2^N}\right)$ هي عبارة عن إستراتيجية من توازن "Nash" إذا وفقط إذا كان من أجل كل $\gamma^i\in\Gamma^i$

$$J^{1N}\triangleq J^1\left(\gamma^{1N},\gamma^{2N}\right)\leq J^1\left(\gamma^1,\gamma^{2N}\right)..........(1.2.12a)$$
$$J^{2N}\triangleq J^2\left(\gamma^{1N},\gamma^{2N}\right)\leq J^2\left(\gamma^{1N},\gamma^2\right)........(1.2.12b)$$

يفترض مسبقا في الحل التوازن من نوع "Nash" بأن كل لاعب يعتبر أفعال اللاعب الآخر كمعطية أساسية في بناء معلومته. ومن ثمة نستطيع أن نستنتج نتيجة قد سبقنا إليها كل من "Başar " و"Olsder"

« هناك بالفعل علاقة وطيدة بين الإنحراف في توازن "Nash" من الحلقة المفتوحة وبين مسألة المعالجة المضافة من مجموعة مسائل التحكم الأمثل n [...] » [1].

ومن الممكن جدا ملاحظة ذلك من خلال المتراجحتين (1.2.12) لأن كل متراجحة من هاتين المتراجحتين ترسم إلى جانب (1.2.10) و(1.2.11) مسألة التحكم الأمثل التي لا تتأثر بنيتها بإستراتيجية اللاعب الآخر بإعتبارها معطاة. وبناءا على نظرية "Başar " و"Olsder"[2]:

من أجل لعبة لا متناهية ديناميكية تتضمن لاعبين إثنين، بحيث $t\in[1,T]$ و $i=1,2$

نفترض ما يلي :

I. الدالة $f_t\left(.,u_t^1,u_t^2\right)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على $\Re^n$.

II. الدالة $J_t^i\left(.,u_t^1,u_t^2\right)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على $\Re^n\times\Re^n$.

III. الدالة $f_t(.,.,.)$ محدبة على $\Re^n\times\Re^{m^1}\times\Re^{m^2}$.

ومنه فإذا كانت $\left\{\gamma_t^{i*}(x_1)=u_t^{i*};i=1,2\right\}_{t=1}^T$ تسمح بالحصول على حل من توازن "Nash" من نوع الحلقة المفتوحة بحيث أن $\left\{x^*\right\}_1^{T+1}$ عبارة عن مسار الحالة المطابق لهذا الحل، فإنه توجد متتابعة

---

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P273.

[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P273.

متناهية من الأشعة المساعدة $\{p_2^i,...,p_{T+1}^i\}$ ببعد n، وهذا من أجل كل $i=1,2$ بالصورة التي تحقق فيها العلاقات التالية:

$$x_{t+1}^* = f_t\left(x_t^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}\right), \qquad x_1^* = x_1 ....(1.2.13a)$$

$$\gamma_t^{i*}(x_t) \equiv \arg \min_{u_t^i \in U_t^i} H_t^i\left(p_{t+1}^i, u_t^i, u_t^{j*}, x_t^*\right) ....(1.2.13b)$$

$$p_t^i = \frac{\delta f_t\left(x_t^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}\right)'}{\delta x_t}\left[p_{t+1}^i + \left(\frac{\delta J_t^i\left(x_{t+1}^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*\right)'}{\delta x_{t+1}}\right)\right]\left[\frac{\delta J_t^i\left(x_{t+1}^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*\right)}{\delta x_t}\right]' ....(1.2.13c)$$

$$\begin{cases} p_{t+1}^i = 0, i, j = 1,2, i \neq j, t \in [1,T] \quad avec \\ H_t^i\left(p_{t+1}^i, u_t^1, u_t^2, x_t\right) \underset{=}{\Delta} J_t^i\left(f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right), u_t^1, u_t^2, x_t\right) + p_{t+1}^{i'} f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right) \end{cases} ....(1.2.13d)$$

فإنه يمكن القول بأن كل توازن من نوع "Nash" يكون معرف على هذا النحو هو توازن يتميز بالتوافق الزمني بإعتبار أن كل مسألة من نوع التحكم الأمثل تتميز بالتوافق الزمني.

2.5 توازن "Stackelberg" ببنية معلومة من الحلقة المفتوحة:

لنفرض أن اللاعب الأول (1) هو الرائد، ثم نضع بعد ذلك الشروط الضرورية التالية حيث أن $i=1,2$ و $t \in [1,T]$:

I. الدالة J^i مستمرة على $U^1 \times U^2$.

II. الدالة $J^2(u^1,.)$ محدبة تماما *(Strictly convex)* على U^2، وذلك من أجل كل $u^1 \in U^1$.

III. تمثل U^i مجموعة فرعية مغلقة ومحدودة *(Born)* من المجموعة $\Re^{m^i}$ وبالتالي فهي متراصة *(Compact)*.

IV. الدالة $f_t(.,u_t^1,u_t^2)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على $\Re^n$، وأن الدالة $f_t(.,u_t^1,.)$ محدبة على $\Re^n \times U^2$.

V. الدالة $J_t^2(.,u_t^1,u_t^2,.)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على $\Re^n \times \Re^n$.

VI. الدالة $f_t(x_{t+1},u_t^1,.)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على U_t^2 .

VII. الدالة $J_t^2(x_{t+1},u_t^1,.,x_t)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على U_t^2 .

VIII. تمثل $\bar{u}_t^2$ نقطة داخلية *(An inside)*، وحلا لكل $u^1 \in U^1$ من :

$$\bar{u}_t^2 = \arg \min_{u_t^2 \in U_t^2} H_t^2\left(p_{t+1}^2, u_t^1, u_t^2, \bar{x}_t\right) ....(1.2.14a)$$

مع العلم أن:

$$\bar{x}_{t+1} = f_t\left(\bar{x}_t, u_t^1, \bar{u}_t^2\right), \quad \bar{x}_1 = x_1 \qquad ....(1.2.14b)$$

$$H_t^2\left(p_{t+1}^2, u_t^1, u_t^2, x_t\right) \underset{=}{\Delta} J_t^2\left(f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right), u_t^1, u_t^2, x_t\right) + p_{t+1}^{2'} f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right) ....(1.2.14c)$$

$$p_t^2 = \frac{\delta f_t\left(\bar{x}_t, u_t^1, \bar{u}_t^2\right)'}{\delta x_t}\left[p_{t+1}^2 + \left(\frac{\delta J_t^2\left(\bar{x}_{t+1}, u_t^1, \bar{u}_t^2, \bar{x}_t\right)'}{\delta x_{t+1}}\right)\right]\left[\frac{\delta J_t^2\left(\bar{x}_{t+1}, u_t^1, \bar{u}_t^2, \bar{x}_t\right)}{\delta x_t}\right]' ....(1.2.14d)$$

وتحدد مجموعة المعادلات(1.2.14) دالة إستجابة اللاعب 2 لمواجهة كل إستراتيجية معلنة ومعمول بها من طرف اللاعب 1.

وفضلا عن الشروط التي سبق ذكرها من (I) إلى (VIII) فإننا نفترض كذلك أن:

IX. $f_t(x_{1+t},.,u_t^2)$ و $J_t^2(x_{t+1},.,u_t^2,x_t)$ دالتان قابلتان للتفاضل بإستمرار على U_t^1.

X. الدالة $J_t^1(.,.,.,.)$ قابلة للتفاضل بإستمرار على $\Re^n \times U_t^1 \times U_t^2 \times \Re^n$.

XI. $f_t(.,u_t^1,.)$ دالة قابلة للتفاضل بإستمرار لمرتين على $\Re^n \times U_t^2$، وكذلك الدالة $J_t^2(.,u_t^1,.)$ قابلة للتفاضل بإستمرار لمرتين على $\Re^n \times U_t^2 \times \Re^n$.

ومن نتيجة ذلك يتضح أنه إذا كانت $\left\{\gamma_t^{1*}(x_1) = u_t^{1*} \in \overset{\circ}{U}{}_t^1\right\}_{t=1}^T$ تحدد إستراتيجية توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة بالنسبة للرائد في تلك اللعبة، فيصبح لدينا متتابعة متناهية للأشعة *(The finite sequence of vector)* التالية: $\{p_2^1,..., p_{t+1}^1\},\{u_1,...,u_t\},\{v_1,...,v_t\}$ التي تحقق العلاقات التالية:

$$x_{t+1}^* = f_t\left(x_t^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}\right) \quad x_1^* = x_1 ....(1.2.15a)$$

$$\nabla_{u_t^1} H_t^1\left(p_{t+1}^1, \mu_t, v_t, p_t^{2*}, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*\right) = 0_{m^1\times 1} \qquad (1.2.15b)$$

$$\nabla_{u_t^2} H_t^1\left(p_{t+1}^1, \mu_t, v_t, p_t^{2*}, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*\right) = 0_{m^2\times 1} \qquad (1.2.15c)$$

$$p_t^1 = \frac{\delta H_t^1\left(p_{t+1}^1, \mu_t, v_t, p_t^{2*}, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*, p_{T+1}^1\right)}{\delta x_t} \quad = 0_{n\times 1} \qquad (1.2.15d)$$

$$\mu_{t+1}^{/} = \frac{\delta H_t^1\left(p_{t+1}^1, \mu_t, v_t, p_t^{2*}, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*, \mu_1\right)}{\delta p_t^2} \quad = 0_{n\times 1} \qquad (1.2.15e)$$

$$\nabla_{u_t^2} H_t^2\left(p_{t+1}^{2*}, u_t^{1*}, u_t^{2*}, x_t^*\right) = 0_{m^2\times 1} \qquad (1.2.15f)$$

$$p_t^{2*} = F_t\left(x_t^*, u_t^{1*}, u_t^{2*}, p_{t+1}^{2*}\right) \qquad p_{T+1}^{2*} = 0_{n\times 1} \qquad (1.2.15g)$$

مع العلم أن:

$$F_t \underset{=}{\Delta} \frac{\delta f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right)^{/} p_{t+1}^2}{\delta x_t} + \left[\frac{\delta J_t^2\left(f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right), u_t^1, u_t^2, x_t\right)}{\delta x_t}\right]^{/} \qquad (1.2.15h)$$

$$H_t^1 = J_t^1\left(f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right), u_t^1, u_t^2, x_t\right) + p_{t+1}^{1/} f_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2\right) + \mu_t^{/} F_t\left(x_t, u_t^1, u_t^2, p_{t+1}^2\right) +$$
$$v_t^{/}\left(\nabla_{u_t^2} H_t^2\left(p_{t+1}^2, u_t^1, u_t^2, x_t\right)\right)^{/} \qquad (1.2.15i)$$

حيث H_t^2 معرفة بواسطة المعادلة $(1.2.15c)$، وأن $\overset{\circ}{U}{}_t^1$ هي داخل U_t^1.

بالإضافة إلى ذلك فإن $\{u_t^{2*}\}_1^T$ تمثل إستراتيجية "Stackelberg" من نوع الحلقة المفتوحة للاعب الملاحق 2 الوحيدة المطابقة للمسألة، وتمثل $\{x_{t+1}^*\}_1^T$ مسار الحالة الذي يقترن *(The path associated situation)* بحل "Stackelberg"[1].

---

[1] - BAGCHI, A., *Stackelberg Differential games in economic models*, Previous Reference ،P58
- BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic, Previous Reference ،P274.

من الملاحظ أنه بخلاف إستراتيجية "Nash" من الحلقة المفتوحة، فإن هذه الإستراتيجية ليست بالضرورة ذات توافق زمني وسيتضح لنا لاحقا بأن سبب هذه الحالة يمكن تفسيره بواسطة المعادلة $(1.2.15e)$، وخاصة الشرط الإبتدائي لها أي $\mu_1 = 0_{n\times 1}$. وفي حالة تميز هذه الإستراتيجية الموجهة بعدم التوافق الزمني يمكن أن نستبدلها بحل آخر ينبثق أساسا من إمكانية إعادة تقييم تلك الإستراتيجية الإبتدائية *(Re-evaluate this strategy)* ويسمى هذا الحل البديل بالحل التقديري. تتمثل إستراتيجية إستراتيجية الحل التقديري الأمثل*(Strategy optimal solution discretion)* في العمل بإعادة الإغناء *(Re-optimize)* في كل فترة من فترات اللعب وباستخدام الفعل الراهن فإذا أخذنا أفق زمني متكون من T من الفترات يجب علينا أن نحسب $T-1$ من الإستراتيجيات التي تصلح كحلول"Stackelberg" المثلى من الحلقة المفتوحة .

ويكون علاج المسألة حيث i هو اللاعب الرائد في اللعبة بواسطة خوارزم المعالجة التالي :

- من أجل *(For)* $K := 1 \quad a \quad T$
  - حساب إستراتيجية الحل الأمثل γ_k^{i*} للعبة ذات أفق زمني $[k,T]$ بإعتبار أن قيمة الحالة x_{k-1} معطاة .
  - العمل بالأفعال للفترة الراهنة k .
- نهاية من أجل *(End for)*

6 بنية المعلومة من نوع المفعول الرجعي:

في إطار هذا النوع من المعلومة يكون كل لاعب i حيث $i = 1,2$ ، يعرف جيدا قيمة الحالة الراهنة: $\eta_t^i = \{x_t\}$، وذلك $\forall t$، والملاحظ أن الإستراتيجية γ_t^i هي عبارة عن تحويل*(Transformation)* للتعبير الجبري $\gamma_t^i : \Re^n \to U_t^i$ وذلك $\forall t$، $i \in N$.

ويمكن لنا في سياق بنية معلومة كهذه إعادة كتابة دوال الخسارة لكل لاعب بهذه الصورة:

$$J^i(\gamma^1, \gamma^2) = \sum_{t=1}^{T} J_t^i\left(x_{t+1}, \gamma_t^1(x_t), \gamma_t^2(x_t), x_t\right) \quad i = 1,2 \text{..........}(1.2.16)$$

1.6 توازن "Nash" من زاوية بنية معلومة من المفعول الرجعي:

نحصل من متتابعات الإستراتيجيات $\{\gamma_t^{i*}(x_t); i=1,2\}_{t=1}^T$ على حل التوازن "Nash" من نوع المفعول الرجعي إذا وفقط إذا كان يوجد دوال $V^i(t,.):\Re^n \to \Re$، بحيث $t\in[1,T]$، وأن $i=1,2$. بما يجعل العلاقات التراجعية *(Recursive)* التالية تتحقق:

$$V^i(t,x)=\min_{u_t^i\in U_t^i}\left(J_t^i\left(\tilde{f}_t^i\left(x,u_t^i\right),\gamma_t^{j*}(x),u_t^i,x\right)+V^i\left(t+1,\tilde{f}_t^{i*}\left(x,u_t^i\right)\right)\right)$$

$$V^i(t,x)=J_t^i\left(\tilde{f}_t^{i*}\left(x,\gamma_t^{i*}(x)\right),\gamma_t^{1*}(x),\gamma_t^{2*}(x),x\right)+V^i\left(t+1,\tilde{f}_t^{i*}\left(x,\gamma_t^i(x)\right)\right)$$

$$V^i(T+1,x)=0, i=1,2 \qquad ....(1.2.17)$$

بحيث تكون

$$\tilde{f}_t^{i*}\left(x,u_t^i\right)\underline{\underline{\Delta}}f_t\left(x,\gamma_t^{j*},u_t^i\right)$$

كل إستراتيجية من هذا الحل التوازن هي إستراتيجية ذات تناغم زمني، وأن الخسائر الناجمة عنهما هي $V^i(1,x_1)=0$ حيث $i=1,2$.[1]

وبذلك يمكن القول بأن التوافق الزمني يعتبر نتيجة مباشرة للطبيعة التراجعية لبنية الحل.

2.6 توازن "Stackelberg" من زاوية بنية معلومة من المفعول الرجعي:

نقول عن زوج الإستراتيجية الشاملة $\{\gamma^{1*}\in\Gamma^1,\gamma^{2*}\in\Gamma^2\}$ بأنه يشكل إستراتيجية الحل من توازن "Stackelberg" ذات المفعول الرجعي *(Feedback)* حيث أن اللاعب 1 هو الرائد إذا كانت :

$$\min_{\gamma_t^1\in\Gamma_t^1,\gamma_t^2\in T_t^2(\gamma_t^1)}\tilde{G}_t^1\left(\gamma_t^1,\gamma_t^2,x_t\right)=\tilde{G}_t^1\left(\gamma_t^{1*},\gamma_t^2,x_t^*\right) \qquad \forall x_t\in\Re^n \qquad (t\in[1,T]) \qquad ....(1.2.18)$$

مع العلم أن $T_t^2(\gamma_t^1)$ هي دالة الاستجابة (مجموعة من الأوراق المنفردة)*(Set of singletons)*

$$T_t^2\left(\gamma_t^1\right)=\left\{\beta_t^2\in\Gamma_t^2:\tilde{G}_t^2\left(\gamma_t^1,\beta_t^2,x_t\right)=\min_{\gamma_t^2\in\Gamma_t^2}\tilde{G}_t^2\left(\gamma_t^1,\gamma_t^2,x_t\right) \qquad \forall x_t\in\Re^n\right\}..........(1.2.19a)$$

$$\tilde{G}_t^i\left(\gamma_t^1,\beta_t^2,x_t\right)\underline{\underline{\Delta}}G_t^i\left(f_t\left(x_t,\gamma_t^1(x_t),\gamma_t^2(x_t)\right),\gamma_t^1(x_t),\gamma_t^2(x_t),x_t\right) \qquad i=1,2 \qquad t\in[1,T].........(1.2.19b)$$

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P284.

ونتمكن من تحديد قيمة G_k^i بطريقة تراجعية *(Recursive)* على هذا النحو:

$$G_t^i\left(x_{t+1},\gamma_t^1(x_t),\gamma_t^2(x_t),x_t\right)=$$
$$G_{t+1}^i t\left(f_{t+1}\left(x_{t+1},\gamma_{t+1}^{1*}(x_{t+1}),\gamma_{t+1}^{2*}(x_{t+1})\right),\gamma_{t+1}^{1*}(x_{t+1}),\gamma_{t+1}^{2*}(x_{t+1}),x_{t+1}\right)+$$
$$J_t^i\left(x_{t+1},\gamma_t^1(x_t),\gamma_t^2(x_t),x_t\right)\quad ;G_{T+1}^i=0,i=1,2.........(1.2.20)$$

إلى جانب ذلك فإننا نستطيع القول بأن هذه الإستراتيجية تتميز بالتوافق الزمني[1].

وكما يوضحه كل من "Başar " و"Olsder" فإنه في حالة ما إذا كانـــت $\tilde{G}_t^2(\gamma_t^1,..,x_t)$ محدبة تماما *(Strictly convex)* على المجموعة U_t^2، وهذا $\forall t$، فإن إستجابة الملاحق تصبح تشكل الإستجابة الوحيدة له في هذه الحالة. إن هذه النظرية تمنحنا بصورة ضمنية الخوارزم المعالج الذي نستطيع بواسطته الحصول على هذا التوازن [2].

7 بنية المعلومة من الحلقة المغلقة :

يلاحظ أنه في سياق لعبة حتمية، وجود تطابق تام بين أنواع إستراتيجيات "Nash" سواء كانت ببنية معلومة من الحلقة المغلقة أو من المفعول الرجعي[3] لكننا لا نصادف شبيه هذه الحالة في توازن "Stackelberg". عندما يستطيع الرائد الحصول على معلومة من نوع الحلقة المغلقة فإنـــه يصبح عندئذ لديه كل القيم الماضية للحالات.

وبذلك تصبح إستراتيجية هذا الرائد γ_t^i، عبارة عن تحويل بهذه الصورة :

$$\gamma_t^i:\left\{\underbrace{\mathfrak{R}^n\times\ldots\times\mathfrak{R}^n}_{t}\right\}\rightarrow U_t^i,i\in N\qquad\forall t$$

وبصورة عامة فإن مسألة الرائد تبقى غير قابلة للحل في إطار التحكم الأمثـــل كـــون أن المشكل في هذه المسألة ينحصر أساسا بأنه في سياق بنية المعلومة من الحلقة المغلقة لا يمكن تحديد

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ‹P375.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ‹P376.
[3]SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference ‹P617.

دالة إستجابة الملاحق أمام كل الإستراتيجيات المتاحة للرائد. وقد ظل تحديد حل إستراتيجية "Stackelberg" في إطار بنية معلومة من الحلقة المغلقة، يشكل في الواقع تحديا قويا لفترة طويلة إلى أن تمت معالجة هذه الإشكالية باللجوء إلى طريقة غير مباشرة تقتضي العمل بإستراتيجية خاصة التي من شأنها أن توجه اللعبة نحو الحل الذي يرغب فيه ويتمناه الرائد، ومن ثمة سميت هذه الطريقة غير المباشرة بالإستراتيجية المحفزة *(Incentive strategy)* .

1.7 الإستراتيجية المحفزة *(Incentive)* :

لتكن u^1 و u^2 هما فعلان أحدهما للرائد (1) والآخر للملاحق (2) على التوالي، مع العلم أن: $u^1 \in U^1$ و $u^2 \in U^2$، ولتكن γ^1 حيث $\gamma^1 : U^2 \to U^1$، هي عبارة عن إستراتيجية الرائد التي تتميز بالخاصية التالية: الدالة $J^2(\gamma^1(u^2), u^2)$ لا تقبل سوى حد أدنى وحيد. ولتكن $u^2_{\gamma^1}$ هي هذا الحل الأدنى.

نسمى Γ^1 مجموعة كل الإستراتيجيات المحفزة*(The set of incentive strqtegy)* المتوفرة للرائد.

لتكن $u^1_{\gamma^1} = \gamma^1(u^2_{\gamma^1})$ بإعتبار مسألة التدنية الخاصة بالدالة $J^1(u^1_{\gamma^1}, u^2_{\gamma^1})$ بدلالة $\gamma^1 \in \Gamma^1$.

فإذا كان يوجد هناك حل لمسألة التدنية هذه (نفترض وجود ' طبولوجية ' ملائمة على Γ^1) فإننا نسميه γ^{1*}، وتصبح الوضعية بالنسبة للرائد عندئذ تتمثل في وجود إستراتيجية محفزة مثلى التي تحث الملاحق على لعب $u^{2*} = u^2_{\gamma^{1*}}$. وفي مثل هذه الوضعية يصبح لدينا في غالب الأحيان فضلا عما سبق الخاصية الهامة جدا التي تظهر في صورة $u^{2*} = u^{2t}$ و $\gamma^{1*}(u^{2*}) = u^{1t}$، حيث يمكننا الزوج (u^{1t}, u^{2t}) من تدنية شاملة للدالة J^1 على المجموعة $U^1 \times U^2$، وهذا ما يشكل من الناحية التطبيقية حلا للمسألة يسمى بالحل ' الفريق الأمثل' *(The optimal Team)*. وهذا بالنظر إلى دالة خسارة الرائد .

وفي ظل شروط نوعا ما تقليدية ، فإن الإستراتيجية المحفزة، سواء في سياق ألعاب حتمية *(Deterministic)* أو تصادفية *(Stochastic)* تمد بالحل من نوع "Optimal team" بالنسبة للرائد[1].

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference ،P385.

وهناك عدة دراسات تناولت هذا الموضوع[1] .

في إطار الألعاب الخطية التربيعية البسيطة *(Games simple linear quadratic)* ، تقلص الإستراتيجية المحفزة γ^1 إلى مجموعة الإستراتيجيات الخطية المحفزة والمعرفة كما يلي[2]:

$$\gamma^{1t}\left(u^2\right)=u^{1t}+q\left(u^2-u^{2t}\right).........(1.2.21)$$

حيث أن q هو عبارة عن معلمة يمكن من خلالها معاقبة كل إنحراف عن الإستراتيجية المرغوب فيها u^{2t} يرتكبه الملاحق. ولتكن q^* هي القيمة المثلى للمعلمة q والتي نتحصل عليها بواسطة العلاقة التالية:

$$u^{2t}\equiv \arg \min_{u^2\in U^2} J^2\left(u^{1t}+q^*\left(u^2-u^{2t}\right),u^2\right).........(1.2.22)$$

حيث تكون $\left(u^{1t},u^{2t}\right)$ تمثل زوج الأفعال من نوع الفريق الأمثل *(Team optimal)* المعطاة بالعلاقة التالية:

$$\left(u^{1t},u^{2t}\right)=\arg \min_{u^1\in U^1,u^2\in U^2} J^1\left(u^1,u^2\right).........(1.2.23)$$

وتقوم هذه الإستراتيجية على المبدأ الذي يعتبر بأن الرائد هو الذي يعلن من البداية عن الإستراتيجية المحفزة خلال اللعبة. ومن ذلك فإننا نفترض هنا بأن الرائد يستطيع فعلا أن يفرض هذه الإستراتيجية على الملاحق [كأن يمس تأثير الحكومة المصادقة على قانون ضريبة معين في بداية السنة]، وهناك بطبيعة الحال عدة أشكال لهذه الإستراتيجية المحفزة.

---

[1] - BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Previous Reference ‹P172.
- TOLWINSKI, B., *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Previous Reference ‹P490.
- HO, Y.C., P.B. LUH, and G. OLSDER, *A control theoretic view on incentives*, Previous Reference ‹ P360.
- ZHENG, Y., and T. BAŞAR, Existence and derivation of optimal affine incentive schemes for Stackelberg games with partial information: A geometric approach, International Journal of Control, 35, Taylor and Francis Group, London, 1982,P1002.
- CANSEVER, D., and T. BAŞAR, *A minimum sensitivity approach to incentive design problems*, Large Scale Systems, 5, 1983, P236.
- BAŞAR, T., *Affine incentive schemes for stochastic systems with dynamic information*, SIAM Journal on Sciences, Statistics and Computer, 22(2), Chief Boston University ,USA, 1984, P203.
- BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic, Previous Reference ‹P385.

[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic, Previous Reference ‹P320.

2.7 التفسير الإقتصادي لمفهوم الإستراتيجية المحفزة :

تكون الإستراتيجية المحفزة من وجهة النظر الإقتصادي في صورة قريبة جدا من مشاكل 'الكارتل'[1] *(Cartel)* (إتحاد المنظمات الإقتصادية)، وما يسميه "Osborne"[2] التواطؤ الظاهر[3]*(Collusion explicit)*، كما أن الإقتصادي "Philips" قد أعطى نفس تمثيل "Osborne" لهذا الموضوع[4].

لقد درس "Osborne" ظاهرة الوفاق الضمني بين منظمتين *(Two companies)*، ورأى أن هذا الوفاق يقوم على الرغبة في تعظيم الأرباح المشتركة لكلتا المنظمتين اللتين تحاولان توجيه كل المعاملات في السوق وفقه[5]. ومن هنا حاول الباحث الكشف عن الإستراتيجية المحفزة التي من شأنها أن ترغم الجميع على إحترام هذا الإتفاق. إن الإستراتيجية المحفزة المطابقة لهذه الوضعية المتميزة بظاهرة إحتكار الأقلية *(Oligopoly)* للسوق تختلف إختلافا واضحا عن الإستراتيجية المحفزة لـ "Stackelberg" ويعود سبب الإختلاف في واقع الأمر إلى أن المسألة لا تعني في هذه الوضعية تعظيم دالة الأرباح المشتركة ، أي مجموع الأرباح، وإنما الهدف يكون فقط في تعظيم دالة أرباح المنظمة التي تعتبر الرائد في اللعبة. ويظهر الإختلاف هذا، بيانيا في إمكانية رسم الإستراتيجية المحفزة وفق "Osborne" [6] على شكل منحنى خطي مماس للمنحنيين المتعلقين بالأرباح المتناظرة *(Iso profits)* الذي يمر على (q^{1*},q^{2*}) و هي عبارة عن زوج الإنتاج الذي يعظم $\pi^1+\pi^2$. وسنحاول، في سياق إستراتيجية محفزة خطية، البحث عن منحنى خطي مماس يخص فقط نظير الربح للمنظمة 2 (التي نفترضها في هذه الحالة كملاحق في اللعبة) والذي (المنحنى) يمر بالنقطة (q^{1t},q^{2t}) التي من شأنها أن تعظم بصورة مشتركة π^1.

---

[1] 'الكارتل ' هو إتفاق عدد قليل من المنظمات الإقتصادية للسيطرة على السوق وعادة ما ينفذ لتحديد الأسعار و المعايير 'أوبك' هو 'الكارتل' بين منتجي النفط و 'دي بيرز' هو 'الكارتل ' بين بائعي الألماس

[2] OSBORNE, K. D, *Cartel Problems*, American Economic Review, 66,American Economic Association,USA, 1976,P838.

[3] هو بمثابة الإتفاق العلني أي الرسمي وهو يختلف عن الإنفاق الضمني، أي يمكن إعتباره إحتكار الأقلية

[4] PHILIPS, L., *The economics of imperfect information*,Cambridge University Press,Uinet Kingdom , 1988,P189.

[5] OSBORNE, K. D, *Cartel Problems*, Previous Reference, P841.

[6]OSBORNE, K. D, *Cartel Problems*, Previous Reference, P842.

8 تطبيقات على لعبة خطية تربيعية:

لتكن لدينا لعبة خطية تربيعية في زمن منفصل مثلما إقترحها كل من "Başar" و"Olsder" [1]. ولنفرض شعاع (عمود) الحالة ببعد n يتطور وفق القانون التالي:

$$\begin{cases} x_{t+1} = A_t x_t + B_t u_t + C_t v_t \\ \qquad t = 1,...,T \qquad \qquad ....(1.2.24) \\ \quad x_1 \quad donné \end{cases}$$

بحيث أن u_t و v_t هما على التوالي شعاعا من نوع عمود للتحكم يخصان على التوالي اللاعب L الذي يعتبر الرائد في اللعبة واللاعب S الملاحق لـه وبعـداهما بالترتيـب m_u و m_v، وأن A_t و B_t و C_t هي مصفوفات ذات أبعاد موائمة، وهذا $\forall t$. في هذه المسألة دالتي الخسارة لكل واحد من اللاعبين معطاة بالعلاقة التالية :

$$J^L = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(x_{t+1}^{/} Q_{t+1}^{L} x_{t+1} + u_t^{/} u_t + v_t^{/} R_t^{L} v_t\right)..........(1.2.25)$$

$$J^s = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(x_{t+1}^{/} Q_{t+1}^{S} x_{t+1} + u_t^{/} R_t^{S} u_t + v_t^{/} v_t\right)..........(1.2.26)$$

حيث أن Q_i و R_i بحيث $i = L, S$ هما مصفوفتان متناظرتان معرفتان إيجابا *(Positive definite symmetric matrix)* ومن ثمة فإن التعبير 'الهميلتوني' *(Hamiltoniens)* أو ما يعرف بالدالتين الهميلتونيتين للاعبين يأتي على هذا النحو:

$$H_t^S = \frac{1}{2}\left(x_{t+1}^{/} Q_{t+1}^{S} x_{t+1} + u_t^{/} R_t^{S} u_t + v_t^{/} v_t\right) + p_{t+1}^{S/} x_{t+1}..........(1.2.27a)$$

$$H_t^L = \frac{1}{2}\left(x_{t+1}^{/} Q_{t+1}^{L} x_{t+1} + u_t^{/} u_t + v_t^{/} R_t^{L} v_t\right) + p_{t+1}^{L/} x_{t+1}..........(1.2.27b)$$

للتذكير فإن x_{t+1} معرفة بواسطة(1.2.24) .

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference, P335.

1.8 دالة إستجابة الرائد:

لكل فعل أو متتابعة أفعال $\bar{v}_t$ يقوم بها الملاحق، فإن دالة إستجابة الرائد تتحدد وفق مجموعة من الشروط التالية التي يحصل بها الحد 'الهميلتوني' الأدنى من جانب الرائد [1] وهذا بالرجوع إلى مجموعة المعادلات (1.2.14) المحددة في الشرط (VIII) :

$$\nabla_u H_t^L = 0_{m_u \times 1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.28a)$$
$$x_{t+1}^* = \frac{\delta H_t^L}{\delta p_{t+1}^L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.28b)$$
$$p_t^L = \frac{\delta H_t^L}{\delta x_t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.28c)$$
$$avec \quad p_{t+1}^L = 0_{n\times 1}, x_1 \quad donné \ldots\ldots\ldots (1.2.28d)$$

وهذا ما تترجمه المعادلات التالية:

$$u_t^* = -B_t^/ \left[Q_{t+1}^L x_{t+1}^* + p_{t+1}^{L*}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.29a)$$
$$x_{t+1}^* = A_t x_t^* + B_t u_t^* + C_t \bar{v}_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.29b)$$
$$p_t^{L*} = A_t^/ \left[Q_{t+1}^L x_{t+1}^* + p_{t+1}^{L*}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.29c)$$
$$p_{T+1}^{L*} = 0_{n\times 1}, \quad x_1^* = x_1 \quad donné \ldots\ldots\ldots (1.2.29d)$$

ومجموعة المعادلات (1.2.29) هذه هي التي تحدد أو تعرف دالة إستجابة الرائد.

2.8 دالة إستجابة الملاحق:

و بطريقة مماثلة يجرى تحديد دالة إستجابة الملاحق فلكل فعل $\bar{u}_t$ يلعبها الرائد فإن أحسن إستجابة للملاحق تتحدد كما يلي:

$$v_t^* = -C_t^/ \left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^* + p_{t+1}^{S*}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.30a)$$
$$x_{t+1}^* = A_t x_t^* + B_t \bar{u}_t + C_t v_t^* \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.30b)$$
$$p_t^{S*} = A_t^/ \left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^* + p_{t+1}^{S*}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2.30c)$$
$$p_{T+1}^{S*} = 0_{n\times 1} \quad x_1^* = x_1 \quad donné \ldots\ldots\ldots (1.2.30d)$$

[1]SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference, P619.

ونحاول في هذه المرة معالجة المسألة بطريقة حساب تعتمد على حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة، وكذلك من الحل التقديري *(The solution discretionary)*، وإلى جانب ذلك سنحاول في عجالة معالجة بواسطة إستراتيجية "Stackelberg " من الحلقة المغلقة، أما طرائق الحساب التي تعتمد على الإستراتيجيات الأخرى مثل توازن "Nash" من الحلقة المفتوحة أو كذلك المفعول الرجعي، وطريقة "Stackelberg " من المفعول الرجعي فقد إرتأينا التطرق إليها في عرض مبسط في الملحق ث، حتى يتسنى لنا إعطاء تقديم شامل موضح لهذه الطرائق.

3.8 حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة:

بعد أن عرفنا دالة إستجابة الملاحق، يبقى من المعلوم أن الرائد سيحاول إدراج هـــذه الدالة في برنامج التدنية الذي يتبناه. ومن ذلك فإن الهلميلتوني أو الدالة 'الهميلتونية' للرائد تصير مع الأخذ بالحسبان المعادلات (1.2.30) على النحو التالي :

$$H_t^L\left(p_{t+1}^L,\mu_t,u_t,x_t\right)=\frac{1}{2}\left[x_{t+1}^{/}Q_{t+1}^L x_{t+1}+u_t^{/}u_t+\left(C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}+p_{t+1}^S\right)\right)^{/}R_t^L\left(C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}+p_{t+1}^S\right)\right)\right]$$
$$+p_{t+1}^{L/}\left(\tilde{A}_t x_t+\tilde{B}_t u_t-\tilde{C}_t p_{t+1}^S\right)+\mu_t^{/}\left(A_t^{/}\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}+p_{t+1}^S\right)\right)\text{.........}(1.2.31)$$

مع العلم أن x_{t+1} لدينا معرفة بواسطة المعادلة التالية:

$$x_{t+1}=\tilde{A}_t x_t+\tilde{B}_t u_t-\tilde{C}_t p_{t+1}^S\text{..........}(1.2.32)$$

حيث أن:

$$\tilde{A}_t\equiv\left(I_{n\times n}+C_t C_t^{/}Q_{t+1}^F\right)^{-1}A_t$$
$$\tilde{B}_t\equiv\left(I_{n\times n}+C_t C_t^{/}Q_{t+1}^F\right)^{-1}B_t$$
$$\tilde{C}_t\equiv\left(I_{n\times n}+C_t C_t^{/}Q_{t+1}^F\right)^{-1}C_t C_t^{/}$$

وأن $I_{n\times n}$ هي مصفوفة تعريف *(Identity Matrix)* ببعد $n\times n$.

نذكر أن حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة يجب أن يحقق المعادلات التالية [1]:

[1] - BAGCHI, A., *Stackelberg Differential games in economic models*, Previous Reference,P58
- BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic Previous Reference, P274.

$$\nabla_u H_t^L = 0_{m_u \times 1} ....(1.2.33a)$$

$$x_{t+1} = \frac{\delta H_t^L}{\delta p_{t+1}^L} ....(1.2.33b)$$

$$p_t^L = \frac{\delta H_t^L}{\delta x_t} ....(1.2.33c)$$

$$p_t^S = \frac{\delta H_t^L}{\delta \mu_t} ....(1.2.33d)$$

$$\mu_{t+1} = \frac{\delta H_t^L}{\delta p_{t+1}^S} ....(1.2.33e)$$

مع وجود شروط ضرورية عند الحدود:

$$p_{T+1}^S = 0_{n\times 1} \qquad p_{T+1}^L = 0_{n\times 1} \qquad \mu_1 = 0_{n\times 1} \qquad x_1 \qquad donné.........(1.2.33f)$$

ونحصل، بواسطة الشروط الضرورية بعد إجراء بعض التغيرات *(Manipulation)* على إمكانية معالجة المصفوفة الهميلتونية[1] التالية:

$$\begin{bmatrix} x_{t+1} \\ \mu_{t+1} \\ p_t^S \\ p_t^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_t^{11} & -H_t^{12} & -H_t^{13} & -H_t^{14} \\ H_t^{21} & H_t^{22} & H_t^{23} & H_t^{24} \\ H_t^{31} & H_t^{32} & H_t^{33} & H_t^{34} \\ H_t^{41} & H_t^{42} & H_t^{43} & H_t^{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ \mu_t \\ p_{t+1}^S \\ p_{t+1}^L \end{bmatrix} ....(1.2.34)$$

ولمعالجة معادلات الفروق الخطية هذه، يجب إستخدام طريقة عملية تدعى بطريقة المكنسة *(Sweep method)*[2] وهذا ما يجعلنا نفترض وجود علاقات خطية بين المتغيرات المساعدة وبين متغير الحالة[3]:

$$p_{t+1}^L = K_{t+1}^L x_{t+1} ....(1.2.35a)$$
$$p_{t+1}^S = K_{t+1}^S x_{t+1} ....(1.2.35b)$$
$$\mu_t = M_t x_t ....(1.2.35c)$$

حيث أن K_{t+1}^L و K_{t+1}^S، M_t هي مصفوفات ببعد $n\times n$.

[1] التعاريف المختلفة للمصفوفة H_t^{ij} موجودة في الملحق ث

[2] - BRYSON, A., and Y. HO, *Applied Optimal control*, John Wiley & Sons, New York, 1975, P288.
- LEWIS, F., and V. SYRMOS, *Optimal control*, John Wiley & Sons, 2*ième* édition, New York 1995, P320.

[3] سوف نرجع بصورة ضمنية فيما بعد إلى هذه الطريقة حينما نفترض مثل هذه العلاقة الخطية بين الأشعة الحالة *(Vecteurs d'états)* والأشعة المساعدة *(Vecteurs adjoints)*

وعمليا، فإن إستخدام المعادلات $(1.2.35a)$، $(1.2.35b)$ و $(1.2.35c)$ مباشـــرة لحـــل هـــذه المصفوفة الهميلتونية $(1.2.34)$، يمكننا حل معادلات الإختلاف الثلاثة الآنية، لكن هـــذه المعالجـــة ليست بالسهلة اليسيرة ولذلك عمدنا إلى إيجاد معالجة بطرائق أخرى .

لقد سبق وأن ذكرنا أنه ليس من السهل معالجة النظام الهميلتوني الذي لدينا، ولكن هنـــاك طرائق بديلة أخرى إقترحت لمعالجة مسائل مماثلة في زمن متصل[1]، وبواسطة هذه الطريقة الـــتي حاولنا أن نستعرضها ونكيفها لمعالجة المسائل من زمن منفصل .

في موضوع المعالجة التي نحن بصددها نريد إعادة تعريف النظام الهميلتوني الذي لدينا بواسطة :

$$\tilde{x}_{t+1} = \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ \mu_{t+1} \end{bmatrix} \qquad \tilde{p}_{t+1} = \begin{bmatrix} p^S_{t+1} \\ p^L_{t+1} \end{bmatrix} ....(1.2.36)$$

ومنه فإن النظام الجديد يصبح كالتالي :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{p}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{A}_t & -\overline{B}_t \\ \overline{C}_t & \overline{D}_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_t \\ \tilde{p}_{t+1} \end{bmatrix} ....(1.2.37)$$

بحيث أن:

$$\overline{A}_t = \begin{bmatrix} H^{11}_t & -H^{12}_t \\ H^{21}_t & H^{22}_t \end{bmatrix} ....(1.2.38a)$$

$$\overline{B}_t = \begin{bmatrix} H^{13}_t & H^{14}_t \\ -H^{23}_t & -H^{24}_t \end{bmatrix} ....(1.2.38b)$$

$$\overline{C}_t = \begin{bmatrix} H^{31}_t & H^{32}_t \\ H^{41}_t & H^{42}_t \end{bmatrix} ....(1.2.38c)$$

$$\overline{D}_t = \begin{bmatrix} H^{33}_t & H^{34}_t \\ H^{43}_t & H^{44}_t \end{bmatrix} ....(1.2.38d)$$

لنضع المساواة التالية:

$$\tilde{p} = S_t \tilde{x}_t ....(1.2.39)$$

[1] - SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference ,P619.
- MEDANIC, J., and D. RADOJEVIC,*Multilevel Stackelberg strategies in linear quadratic systems*, Journal of optimization theory and applications, 24(3),Kluwer, New York, 1978, P487.

التي تمكننا مع الأخذ بعين الإعتبار النظام ' الهملتوني ' (1.2.37) من حل معادلة الفروق *(Differential Equation)* ريكاتي "Ricati"[1]

$$S_t = \overline{C}_t + \overline{D}_t S_{t+1}\left(I_{n\times n} + \overline{B}_t S_{t+1}\right)^{-1} \overline{A}_t \,..........(1.2.40)$$

مع وجود الشروط عند الحدود :

$$\tilde{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0_{n\times 1} \end{bmatrix} ....(1.2.41a)$$
$$\tilde{p}_{T+1} = \begin{bmatrix} 0_{n\times 1} \\ 0_{n\times 1} \end{bmatrix} ....(1.2.41b)$$
$$S_{T+1} = 0_{2n\times 2n} ....(1.2.41c)$$

وبإفتراض أنه يوجد حل للمعادلة(1.2.40) ويمكن حسابها بطريقة "Off line"[2]، فإننا نستطيع أن نكتب S_t بهذا النحو:

$$S_t = \begin{bmatrix} S_t^1 \\ S_t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_t^{11} & S_t^{12} \\ S_t^{21} & S_t^{22} \end{bmatrix} ....(1.2.42)$$

حيث أن S_t^1 و S_t^2 عبارة عن مصفوفتين ببعد $n\times 2n$، وأن S_t^{ij} حيث $i,j=1,2$ هي مـــصفوفات ببعد $n\times n$.

وبإستلزام أن مجموعة المعادلات (1.2.35) و(1.2.39) هي معادلات ذات توافق زمني، فإننا نكتب ما يلي:

$$K_t^S = S_t^{11} + S_t^{12} M_t ....(1.2.43a)$$
$$K_t^L = S_t^{21} + S_t^{22} M_t ....(1.2.43b)$$

1 تسمى دوال الفروق هذه بدوال "Riccati" نسبة إلى العالم الرياضي الإيطالي "Joseph Francesco Riccati" ، وللمزيد من المعلومات في هذا الموضوع يمكن الرجوع إلى كتاب : "Bittanti" و"Laub" و"Willems" معادلة 'ريكارتي' "The Riccati Equation" .

2 وهذا يعني بأنه لسنا بحاجة في مثل حسابات المعلومات المتعلقة بالقييم الواردة في أشعة الحالة والتحكم.ويجرى الحساب بواسطة المعلومة المسبقة . وخلاف ذلك فإن الحساب بطريقة "On line" بحاجة لمعرفة قيم أشعة الحالة والتحكم.

نستطيع إستخدام هذه التعاريف في معالجة المصفوفة 'الهميلتونية' (1.2.34) من أجل الحصول عــن حل لــ M_i . غير أننا سنكون في وضعية كهذه أمام معادلة لاخطية يصعب حلها وللعمــل علــى تجنب هذا الإشكال يجب علينا إعادة تحديد معادلة الحالة.

ولنفترض أننا نستطيع إعادة كتابة p_{t+1}^S و p_{t+1}^L على هذا النحو، وهذا بقلب جــزء مــن النظــام 'الهميلتوني' (1.2.37) [1]

$$\begin{bmatrix} p_{t+1}^S \\ p_{t+1}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\overline{D}_t^{-1} & \overline{C} & \overline{D}_t^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_t \\ \tilde{p}_t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \overline{H}_t^{31} & \overline{H}_t^{32} & \overline{H}_t^{33} & \overline{H}_t^{34} \\ \overline{H}_t^{41} & \overline{H}_t^{42} & \overline{H}_t^{43} & \overline{H}_t^{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ \mu_t \\ p_t^S \\ p_t^L \end{bmatrix} ....(1.2.44)$$

ومنه نحصل على:

$$x_{t+1} = \overline{\Omega}_t x_t ....(1.2.45)$$

حيث أن:

$$\begin{aligned} \overline{\Omega}_t &= H_t^{11} - H_t^{13}\left(\overline{H}_t^{31} + \overline{H}_t^{33} S_t^{11} + \overline{H}_t^{34} S_t^{21}\right) \\ &- H_t^{14}\left(\overline{H}_t^{41} + \overline{H}_t^{43} S_t^{11} + \overline{H}_t^{44} S_t^{21}\right) \\ &- \left(H_t^{12} + H_t^{13}\left(\overline{H}_t^{32} + \overline{H}_t^{33} S_t^{12} + \overline{H}_t^{34} S_t^{22}\right) + H_t^{14}\left(\overline{H}_t^{42} + \overline{H}_t^{43} S_t^{12} + \overline{H}_t^{44} S_t^{22}\right)\right) M_t ....(1.2.46) \end{aligned}$$

وفي الأخير فإن تعويض المعادلتين (1.2.43) و(1.2.45) في المعادلة (1.2.34) يعطينا ما يلي:

$$M_{t+1} = \Delta_t^{-1}\left(\left(H_t^{21} + H_t^{22} M_t\right)\overline{\Omega}_t^{-1} + H_t^{23} S_{t+1}^{11} + H_t^{24} S_{t+1}^{21}\right) ....(1.2.47)$$

حيث أن:

$$\Delta_t = I_{n\times n} - H_t^{23} S_{t+1}^{12} - H_t^{24} S_{t+1}^{22} ....(1.2.48)$$

وهذا ما يمكن حسابه في فترة سابقة من الزمن، بما أنه لدينا S_t وهــذا $\forall t$، ولــدينا كــذلك $M_1 = 0_{n\times n}$. وبمعرفة M_t نستطيع، بالتراجع الزمني، حساب قيم K_t^L و K_t^S، وهذا $\forall t$، ومنه فإننا نتمكن من طرح قيم u_t ، v_t و x_t وهذا $\forall t$.

[1] يوجد مختلف تعاريف المصفوفات 'الهميلتونية' $\overline{H}_t^{ij}$ في الملحق ث

وبالتالي يصبح حل "Stackelberg" الأمثل من الحلقة المفتوحة هنا على هذا النحو :

$$u_t^{Ol} = -\tilde{B}_t^{/}\tilde{K}_t^{L}x_t ....(1.2.49a)$$
$$v_t^{Ol} = -C_t^{/}\tilde{K}_t^{S}x_t ....(1.2.49b)$$

مع العلم أن :

$$\tilde{K}_t^{L} \equiv \left(Q_{t+1}^{L} + \left(Q_{t+1}^{S}C_tR_t^{L}C_t^{/}\right)\left(Q_{t+1}^{S} + K_{t+1}^{S}\right) + K_{t+1}^{L}\right)\Omega_t + Q_{t+1}^{S}A_tM_t ....(1.2.49c)$$
$$\tilde{K}_t^{S} \equiv \left(Q_{t+1}^{S} + K_{t+1}^{S}\right)\Omega_t ....(1.2.49d)$$

مثلما لاحظ بعض الباحثين في هذا الميدان فإن الحل الذي رأيناه يبقى يتميز بعدم التوافق الزمني[1] وسبب عدم التوافق الزمني هذا يبقى بسيطا إذا علمنا أن الحل يقتضي فقط وضع: $\mu_1 = 0_{n\times1}$، وكذلك $\mu_i \neq 0_{n\times1}$ وهذا $\forall i > 1$. لكن حل المسألة المختزلة في الفترة s يستلزم أن ينتج لدينا $\mu_s = 0_{n\times1}$، ولذلك يبقى من الراجح ألا يتطابق هذا الحل الجديد مع الحل الإبتدائي.

وكان من نتيجة هذه الملاحظة أنه تحت فرض قيد إضافي أمام تطور هذا الشعاع المساعد μ_t نستطيع بصفة إصطناعية أن نتفادى ظاهرة عدم التوافق الزمني للمسألة. ومن أجل ذلك فقد إقترح كل من"Cohen" و "Michel" فرض أن $\mu_t = \theta x_t$ وهذا $\forall t$، وبحيث أن إختيار θ يلاءم هذه الوضعية [2]. غير أن "Dockner" و"Neck" قد إعتبرا بأن هذا القيد الإضافي، فضلا على أنه يعيق ويكسر ديناميكية اللعب، فهو لا يستطيع جعل هذا الحل ضعيف الإغناء مقارنة بالحل الذي نحصل عليه في ظل نظام عدم وجود قيد، إذن فهو حل يتميز بالتوافق الزمني [3].

[1]- SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference, P619.
- KYDLAND, F., *Noncooperative and dominant player solutions in discrete dynamic games*, Previous Reference, P314.
- KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference ,P481.
[2] - COHEN, D., and P. MICHEL, *How should control theory be uses to calculate a time consistent government policy?*, The Review of economic studies, 55(182), London School of Economics and Political Science ,United Kingdom , 1988, P269.
- MILLER, M., and M. SALMON, *Dynamic games and the time inconsistency of optimal policy in open economies*, Previous Reference,P128.
[3] DOCKNER, E., and R. NECK, *Time-consistency, subgame perfectness, solution concepts and information patterns in dynamic models of Stabilization policies*, Working Paper, University of Vienna, Austria, 1988,P25

4.8 حل "Stackelberg"التقديري الأمثل في إطار الحلقة المفتوحة:

تعتمد هذه الطريقة بصفة أساسية على إعادة إغناء حل"Stackelber" في إطار الحلقة المفتوحة في كل فترة من فترات اللعب. نعرف متتابعة الأفعال المثلى الحاصلة في الفترات t حيث $t \in [i,T]$ بـ $\{u^*\}_i^T$.

بالإضافة إلى ذلك فإننا نفترض بأن $\{u_i^*\}_i^T$ هي المبرر الأول لهذه التتابعية، وهي أيضا المتتابعة الوحيدة في الحالة التي يكون فيها $i=T$، ومنه فإن الخوارزم المعالج لهذه المسألة يكون كالتالي:

- من أجل كل $i := 1 \quad a \quad T$ *(For)*
- مادامت $i \le T$ *(If the)*
- حساب متتابعة الإستراتيجيات المثلى لـ"Stackelberg" في الحلقة المفتوحة $\{u^*\}_i^T$ و $\{v^*\}_i^T$
- العمل بالإستراتيجيات $\{u^*\}_i^T$ و $\{v^*\}_i^T$
- إذا كان*(si)* $i=1$
  - حساب الحالة المثلى لـ $x_2^* = f\left(x_1, \{u_1^*\}_1^T, \{u_1^*\}_1^T\right)$
  - تخزين $\{x^d\}_1^2 = \left(x_1, x_2^*\right)$، $\{u^d\}_1^1 = \left(\{u_1^*\}_1^T\right)$ و $\{v^d\}_1^* = \left(\{v_1^*\}_1^T\right)$
- فيما عدا ذلك *(sinon)* $(i \ne 1)$
  - حساب الحالة المثلى لـ $x_{i+1}^* = f\left(\{x_i^d\}_1^i, \{u_i^*\}_i^T, \{v_i^*\}_i^T\right)$

    حيث أن $\{x_i^d\}_1^i$ هي عبارة عن آخر عنصر من المتتابعة $\{x_i^d\}_1^i$
  - التخزين $\{x^d\}_1^{i+1} = \left(x_1, x_2^*, ..., x_{i+1}^*\right)$، $\{u^d\}_1^i = \left(\{u_1^*\}_1^T, ..., \{u_i^*\}_i^T\right)$ و $\{v^d\}_1^i = \left(\{v_1^*\}_1^T, ..., \{v_i^*\}_i^T\right)$
- $i = i+1$
- نهاية ما دامت *(end if the)*
- نهاية من أجل كل *(end for)*

ويتحدد الحل الأمثل التقديري بواسطة المتتابعتين $\{u^d\}_1^T$ و $\{v^d\}_1^T$. كما أن تطور الحالة المنبثق من ذلك معطى بالعلاقة التالية $\{x^d\}_1^{T+1}$.

5.8 حل "Stackelberg" من الحلقة المغلقة :

إننا لا نسعى هنا لتحديد هذا الحل بصفة محددة بسبب التعقيد و الصعوبة المتصلة بـــه (وهذا حتى في إطار اللعبة الخطية التربيعية البسيطة)، غير أنه إرتأينا أن نشرح بعض جوانب هذا الحل من خلال طريقة المعالجة الآتية و المستلهمة أساسا مـــن أعمـــال كـــل مـــن "Başar " و"Olsder" [1] .

1.5.8 البحث عن زوج من إستراتيجيات الفريق الأمثل:

نعرف جيدا بأن زوج من الإســـتراتيجية الـــذي يعـــرف بـــالفريق الأمثـــل $\left(\gamma^{Lt}, \gamma^{St}\right)$ يكون ذلك إذا كانت خسائر الرائد تصل إلى حد أدنى شامل. لـــتكن لـــدينا الكمية التالية :

$$\min_{\gamma^L \in \Gamma^L} \min_{\gamma^S \in \Gamma^S} J^L\left(\gamma^L, \gamma^S\right) ....(1.2.50)$$

ومثلما يرى كل من "Başar " و"Olsder" فإن هذه المسألة تقبل حلا أمثلا وحيدا من بين عائلة الإستراتيجيات ذات المفعول الرجعي [2]. ويمكن أن نتحصل من خلال معالجة هذه المسألة بإستخدام طريقة البرمجة الديناميكية على الحل التالي :

$$\gamma_t^{Lt}(x_t) = -L_t^L x_t \qquad t \in [1.T] ....(1.2.51)$$
$$\gamma_t^{St}(x_t) = -L_t^S x_t \qquad t \in [1.T] ....(1.2.52)$$

بحيث نتحصل على L_t^L و L_t^S وهذا $\forall t$ عن طريق معادلات الفروق التراجعية الملائمة لذلك ومن ثمة يمكن تحديد مسار إستراتيجية الفريق الأمثل وكتابته على النحو التالي :

$$x_{t+1}^t = F_t x_t^t \qquad t \in [1,T] ....(1.2.53)$$

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic, Previous Reference, P331.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic, Previous Reference, P338.

2.5.8 البحث عن الإستراتيجية المحفزة :

لكي نقول عن الإستراتيجية γ_t^{Lt} بأنها إستراتيجية الحل الأمثل من الحلقة المغلقة يجب علينا إيجاد إستراتيجية مثلى محفزة γ_t^{L*} من شأنها أن ترغم الملاحق على إستعمال الإستراتيجية γ_t^{S*}. وحسب "Başar" و"Olsder"، فإننا نتمكن من الحصول على مثل هذه الإستراتيجية المحفزة γ_t^{L*} بإستخدام إستراتيجية خطية ذات ذاكرة *(The strategy linear memory)* بفترة زمنية واحدة[1].

لتكن لدينا إستراتيجية على هذا النحو:

$$\begin{aligned}\gamma_t^{L*}(x_t, x_{t-1}) &= -L_t^L x_t + P_t\left[x_t - F_{t-1}x_{t-1}\right] \\ &= \gamma_t^{Lt} + p_t\left[x_t - x_t^t\right] \quad t \in [1,T] ....(1.2.54)\end{aligned}$$

ونتوخى من هذه المسألة هنا إيجاد المتتابعة للمصفوفات $\{p_1, p_2, ..., p_T\}$ بصورة تحرض فيها الملاحق على لعب:

$$\gamma_t^{S*}(x_t) = -L_t^S x_t \equiv \gamma_t^{St} ....(1.2.55)$$

وسنتطرق إلى كيفية البحث عن هذه المتتابعة المحفزة بإستخدام طريقة خوارزميات البحث العشوائي *(Radom search algorithms)* في الفصل الثالث من القسم الثالث .

9 محاكاة خسائر الرائد والملاحق حسب الإستراتيجية المستخدمة:

سنحاول هنا أن نستعرض بعض المحاكاة الرقمية، بغرض مقارنة ترتيب حجم الخسائر المختلفة حسب الإستراتيجية المستخدمة. ويبقى الغرض من هذا هو معرفة – من بين معطيات أخرى – إذا كانت توجد بالفعل إغناء في الحل المتميز بالتوافق الزمني أم لا .

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference, P322.

لقد حاول كل من "Simaan" و "Cruz"، من خلال دراستهما للعبة بسيطة تمتد على فترتين [1] شرح تجاوب الحل المتميز بالتوافق الزمني مع هذه المسائل، وأوضحا بأن هناك إمكانية الحصول بواسطة هذا الحل، على نتائج في مستوى نتائج الحل التقديري و هذا على أقل تقدير[2]، غير أن في الكتابات الإقتصادية جرت العادة على إعتبار التوافق الزمني مرادفا لضعيف الإغناء. ومن هذه الزاوية أراد الباحث "Levine" ودراسة طبيعة التوافق الزمني ونتائجه، فتوصل إلى هذا التصنيف الذي يقوم على أفضلية إستراتيجيات الرائد.

إستراتيجية المفعول الرجعي $\preceq$ إستراتيجية الحلقة المفتوحة$\preceq$ الإستراتيجية التقديرية [3].

ويجب القول بأن هذا التصنيف يظهر عدة نقائص وسنحاول إختبار مدى صحته بدراسة نستعمل فيها سبع محاكاة رقمية، لكل محاكاة منها إستعملنا القيم :

$$A = 0,8 \quad B = C = 0,5$$
$$x_1 = 10 \quad T = 10$$

وتمكننا هذه المحاكاة الرقمية من دراسة مختلف القيم بالنسبة للرباعي *(4 uplets)* $\left(Q^L, R^L, Q^S, R^S\right)$، بحيث أن $Q^L, R^L, Q^S, R^S \in [0.1,10]$، ونكون هنا بصدد البحث عن القيم الخصوصية للرباعي المذكور*(4 uplets)* التي تؤثر على الوضعية تأثيرا بالغا، كأن تحسن وضعية اللاعب المعني تحسينا بينا أو تتلفها بقوة وهذا مقارنة بالوضعية التي يتحصل عليها اللاعب عندما يستخدم إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة. ويجب التنويه في هذا الصدد بأن حساب مجموعة هذه الحلول، حتى وإن تم بخطوة 0.1 يتطلب منا إجراء عدد $100\times100\times100\times100$ من الحلقات *(Loops)* وهذا عدد كبير جدا. ونظرا لأهمية هذه الحلول ذات القيم القصوى*(Solutions potentially extreme)* الممكنة لجأنا إلى المعالجة بإستخدام خوارزميات جينية و ذات تشفير حقيقي [4].

---

[1] يمكن الإطلاع على هذه اللعبة التي درسها كل من "SIMAAN " و"CRUZ " في الملحق ب

[2] - SIMAAN, M., and J. CRUZ, *On the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference, P542.

- SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference, P619.

[3] LEVINE, P., *Does Time inconsistency matter?*, Paper,N227, Social Science Electronic Publishing USA, 1988,P12

[4] سنستعرض هذه الخوارزميات في الفصل الأول من القسم الثالث.

وقد حاولنا عرض نتائج المحاكاة السبعة المستخدمة هنـــا في الجـــدولين 1.2.1 و1.2.2، وجـــاء إستعمال المختصرات التالية :

- *Ol* حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة، وهو حل يتميز بعدم التوافق الزمني مع إحترام الإعلان .
- *Old* حل "Stackelberg" التقديري من الحلقة المفتوحة، وهو الحل يتميز بعـــدم التوافق الزمني مع إعادة النظر في الإعلان في كل فترة.
- *Fd* حل "Stackelberg" من المفعول الرجعي، وهو حل يتميز بالتوافق الزمني.
- *Cl* حل "Stackelberg" من الحلقة المغلقة، وهو حل يتميز بالتوافق الزمني.
- *NOl* حل "Nash" من الحلقة المفتوحة، وهو حل يتميز بالتوافق الزمني.
- *NFd* حل "Nash" من المفعول الرجعي، وهو حل يتميز بالتوافق الزمني.

توضح المحاكاة رقم 1 الوضعية التي يكون فيها اللعب متناظرا *(Symmetric)* كليا. إذ يبقى هدف اللاعبين كليهما هو تدنية نفس دالة الخسارة، وبما أن اللعبة تصبح عندئذ وبصفة غير مباشرة عبارة عن مجرد مسألة بسيطة من التحكم الأمثل، فإن كل الإستراتيجيات حينئذ تكون متساوية القيم ومن ثم فإنها تصبح ذات توافق زمني.

ونلاحظ في المحاكاة رقم 4 بأن إستراتيجية "Nash" من المفعول الرجعي تعطي نتيجة أفضل من التي تعطيها إستراتيجية "Stackelberg" من المفعول الرجعي بحيث نجد$\left(J^{LFd} = 42{,}693 > J^{LNFd} = 39{,}763\right)$.غير أن في هذه الوضعية تبقى إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المغلقة $\left(J^{LCl} = 11{,}208\right)$ هي المتفوقة. وبذلك يمكن أن نتبين بأنه في إطار بنية معلومة متماثلة *(Structure of same information)*، يبقى توازن "Stackelberg" هو المناسب للرائد لأنه يسيطر في كل الوضعيات أثناء كل المحاكاة الأخرى على توازن "Nash".

الجدول (1.2.1): تقييم خسائر الرائد من خلال مختلف الإستراتيجيات. الوحدة 10^6 دينار

(Q^L,R^L,Q^S,R^S)	J^{LOl}	J^{LOld}	J^{LFd}	J^{LCl}	J^{LNOl}	J^{LNFd}
(1,1,1,1)	28.056	28.056	28.056	28.056	28.056	28.056
(0.1,10,2,8,2)	**74.141**	**71.006**	111.386	7.442	290.798	166.393
(0.1,10,1.5,10)	65.5925	62.404	112.181	7.442	230.814	152.978
(9.3,0.1,1.8,10)	64.0455	61.844	42.690	11.208	71.739	39.763
(10,0.1,0.1,10)	**94.294**	94.266	**46.072**	11.237	94.356	44.990
(3.3,10,0.6,10)	**66.357**	66.234	**112.019**	64.987	67.123	250.612
(5,5,5,5)	84.025	83.202	95.571	70.148	122.687	131.005

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة المنجزة ببرنامج "Matlab 2008 "

من بين كل المحاكاة المنجزة (سبع محاكاة) يتبين بأن أحسن إستراتيجية للرائد هي الإستراتيجية من الحلقة المغلقة *Cl*. وقد تم التحصل على القيم المسجلة عن طريق إستراتيجات الفريق الأمثل تحت فرضية وجود إستراتيجيات محفزة ملائمة*(Incentive strategy adequate)*[1] ومن هذا يتضح أن هذه الإستراتجات التي تتميز بالتوافق الزمني تؤدي بصورة عامة إلى وضعية مريحة للرائد

الجدول (1.2.2): تقييم خسائر الملاحق من خلال مختلف الإستراتيجيات. الوحدة 10^6 دينار

(Q^L,R^L,Q^S,R^S)	J^{SOl}	J^{SOld}	J^{SFd}	J^{SCl}	J^{SNOl}	J^{SNFd}
(1,1,1,1)	28.056	28.056	28.056	28.056	28.056	28.056
(0.1,10,2,8,2)	412.209	379.192	796.574	135.561	53.765	174.820
(0.1,10,1.5,10)	**421.778**	**374.130**	984.822	105.379	46.885	224.461
(9.3,0.1,1.8,10)	**338.148**	**350.296**	174.833	108.134	551.097	297.682
(10,0.1,0.1,10)	**723.160**	725.101	**195.326**	108.594	735.995	340.016
(3.3,10,0.6,10)	**397.119**	388.562	**982.005**	381.635	345.697	191.150
(5,5,5,5)	294.336	288.563	362.985	229.743	122.687	131.005

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة المنجزة ببرنامج "Matlab 2008 "

[1] لما كان إهتمامنا يتوقف فقط على مقارنة الخسائر، وبالرغم من أنه يجب أن تكون هناك إستراتيجيات محفزة مطابقة لهذه الخسائر، فإننا لم نقم بحساب هذه الأخيرة، وإكتفينا بحساب الخسائر المتحصل عليها من إستراتيجيات الفريق الأمثل فحسب.

من خلال المحاكاة المنجزة (سبع محاكاة) أمكننا أن نلاحظ أنه بإستثناء المحاكاة 7 تبقى خسائر الملاحق قليلة كلما إستعمل الإستراتيجية من الحلقة المغلقة ومن هذا يتضح أن الإستراتيجيات التي تتميز بالتوافق الزمني تؤدي بصورة عامة إلى وضعية مريحة أيضا للملاحق وقد تم الحصول على القيم المسجلة عن طريق إستراتيجات الفريق الأمثل تحت فرضية وجود إستراتيجيات محفزة ملائمة

من نتائج الجدولين السابقين يمكننا مقارنة خسائر الرائد بالملاحق:

1) إذا كان الرائد لا يتضرر في وضعيته بإستخدامه للإستراتيجية التقديرية *(Discretionary strategy)* فهذا ينطبق كذلك على الملاحق في المحاكاة 2، 3 و6. ففي المحاكاة رقم 1 (على التوالي المحاكاة 2) نجد أن الرباعي *(4 uplets)* بحيث تبدو الصفة التقديرية توفر ربحا أعظميا للرائد وكذلك الملاحق، وعكس ذلك في المحاكاة 4 يظهر هذا النوع من الإستراتيجية أضر بالنسبة لوضعية اللاعب الملاحق بعكس ما نجده في المحاكاة الأخرى (2،3،6 و7)، إذ تظهر التقديرية نافعة للملاحق كذلك.

2) إن الأرباح (أو الخسائر) الناجمة عن إستخدام الإستراتيجية التقديرية تكون عادة ضعيفة . في حين أن الإنحرافات بين كل إستراتيجية وأخرى من الحلقة المفتوحة، المفعول الرجعي والحلقة المغلقة تبقى واسعة نسبيا.

3) يلاحظ من المحاكاة 4 و5 بأن الأرباح الناتجة عن العمل بالإستراتيجية ذات التوافق الزمني إيجابية للغاية وبالأخص في المحاكاة 5 أين نجد الخسائر تقل بصورة واضحة إذ تنزل من 94.294 إلى 46.072 بالنسبة للرائد، ومن 723.160 إلى 195.326 بالنسبة للملاحق.

وهذا بعكس ما نلاحظه في المحاكاة رقم 6 حيث نجد أن هذا النوع من الإستراتيجية أي ذات التوافق الزمني تضر بوضعية الملاحق، فنرى أن الخسائر تنتقل من مستوى 397 إلى 982.

يمكننا أن نخلص إلى أنه وإن كان ليس من السهل الوقوف على نتائج دقيقة من عدد قليل من المحاكاة (سبع محاكاة فقط في الحالة التي بين أيدينا)، فقد أمكن أن نستقى مع ذلك ملاحظة هامة وجوهرية، وهي أن المكسب الذي قد يجنى بفضل إستراتيجية من نوع المفعول الرجعي ذات

التوافق الزمني يكون له وزنا ضعيفا في حالة تحكم الرائد R^L، وفي متغير الحالة بالنسبة للملاحق Q^S، والأمر يكون عكسيا بالنسبة لـــ R^S و Q^L.

خلاصة الفصل الثاني :

لقد إستعرضنا في هذا الفصل مجموعة من أطر التحليل وتطرقنا إلى العناصر المكونة لها، كما أشرنا إلى مختلف التوازنات المناسبة والممكنة لمعالجة مختلف المسائل، وفي هذا الجانب تطرقنـــا إلى توضيح طريقة حساب توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة في لعبة حتمية خطية تربيعية *(Deterministic linear quadratic game)* في زمن منفصل، كما جاءت الإشـــارة في هـــذا الفصل إلى مصدر عدم التوافق الزمني، وحاولنا شرح هذا المفهوم داخل نطاق نظرية الألعاب من خلال أمثلة معالجة بواسطة مجموعة من المحاكاة الرقمية، وبينا بأن هذه الإستراتيجية التقديريـــة أو ما يعرف كذلك بالتوافق الزمني ليست بالضرورة مضرة بالملاحق، وقد أمكن كـــذلك في هـــذا الفصل الوقوف على أن تأثير التقديرية وبالتالي أثر إعادة النظر الذي من النادر أن تكون له نتائج ذات أهمية، مما أمكن إثارة عدة تساؤلات عن جدوى هذا التأثير. كما أنه ليس غريبا أن تبقـــى ملائمة هذا التأثير تثير تساؤلاتنا خاصة إذا علمنا أن أحسن إستراتيجية للرائد تبقى من البـــديهي وعلى الإطلاق الإستراتيجية ذات التوافق الزمني وبالتحديد إســـتراتيجية "Stackelberg" مـــن الحلقة المغلقة. وسندرس في الفصل اللاحق مسألتين إقتصاديتين تتعلقان بالبحث عن الضريبة المثلى *(optimal Taxation)*.

الفصل الثالث:

مساهمة توازنات "Stackelberg "

في معالجة مسائل فرض الضريبة

تمهيد:

كثيرا هي المسائل المرتبطة بالسياسات الإقتصادية التي تكون فيها الحكومة بإعتبارها الرائد في اللعبة في وضعية ترغم فيها على البحث عن طريقة عملية لتحديد أمثل للضريبة. وقد إرتأينا أن نتطرق في هذا الفصل إلى مسألة تحديد الضريبة على الإستهلاك وعلى رأس المال *(Taxes on consumption and capital)* على فترتين زمنيتين. ثم في مرحلة لاحقة إلى مسألة أخرى تتعلق بفرض الضريبة على التلوث*(Taxing pollution)* في عرض واف لنرى في سياق ذلك كيفية تطبيق مختلف توازنات "Stackelberg". إلى جانب ذلك سنتناول بالشرح للحلول المتناغمة زمنيا ومدى إمكانية الحصول بواسطتها على حالة الإغناء أي التوسع إلى الحد الأمثل.

1 نموذج الضريبة لـــ "Fisher":

لقد أحدث المقال المؤسس الذي كتبه كل من "Kydland " و" Prescott " حول مسألة عدم التوافق الزمني صدى واسعا في مجال نظرية الألعاب، ودفع الكثير من الباحثين[1] إلى الإهتمام بالدراسات المرتبطة بجوانب هذه المسألة (مسألة عدم التوافق الزمني). وكبقية هؤلاء الباحثين إهتم "Fisher" بظاهرة عدم التوافق الزمني في مسألة تحديد الضريبة [2] على غرار "Kydland " و" Prescott " اللذين درسا كذلك هذه المسألة[3] .

وسنحاول في هذا السياق أن نستعرض نموذج "Fisher" لتحديد الأسلوب الذي يعمل به لإيجاد الحلول المناسبة لمسألة تحديد الضريبة. يعتبر نموذج "Fisher" الذي يشرح ظاهرة عدم التوافق الزمني من خلال فرض الضريبة ذا أهمية كبيرة وهذا بالنظر إلى عدة إعتبارات يمكن أن نذكر منها بصفة خاصة النتائج التي توصل إليها هذا الباحث والتي تظهر مخالفة تماما لنتائج كل من "Kydland " و" Prescott " في هذا السياق.

[1] من بينهم "Backus"، "Drifill"، "Barro" ، "Gordon" "BAŞAR" و" "Westawy"

[2] FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference,P93–108.

[3] - KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Dynamic optimal taxation, rational expectations and optimal control*, Journal of economic dynamics and control, 2, Boston College,USA, 1980, P79–91.
- TURNOVSKY, S., *Methods of macroeconomic dynamics*. MIT Press,USA, 1995,P63-120.

بحيث يظهر نموذج "Fisher" بأن منفعة المستهلكين قد تتزايد وتصبح كبيرة بإستخدام الحل التقديري*(Solution discretionary)*. ومن ثمة فإننا نستنتج بأن عدم التوافق الزمني لا يعد بالضرورة ميزة سلبية تخل بالسياسة الإبتدائية.

ففي نموذج فرض الضريبة هذا الذي يمتد على فترتين زمنيتين، تسعى الحكومة إلى فرض ضريبة على المستهلكين ترتبط بالعمل ورأس المال تحديدا في الفترة الثانية. ويبقى أثر الإعلان في الفترة الأولى الذي يتناول سياسة فرض الضريبة التي ستطبق في الفترة الثانية يكتسي أهمية بالغة. وبذلك فقد أمكن التطرق لدراسة هذا النموذج في سياقين من اللعب يرتبطان إرتباطا وثيقا بموضوع بحث هذه الأطروحة وهما ألعاب "Staackelberg" المعيارية وألعاب "Stackelberg" المقلوبة. وفي سياق هذه الألعاب الأخيرة (الألعاب المقلوبة) تحاول الحكومة أن تستأثر بصورة كاملة بسلطة الإعلان على أساس أنه أداة تأثير قوية بين يديها. وسنتطرق في الفصل الثاني من القسم الثاني إلى صورة أخرى لهذا النموذج من زاوية تحدد الحلول الممكنة التي تشرح لنا الوضعية في حالة التحايل *(Cheating)*. وهنا يجب أن نفترض بأن اللعبة المعنية تتطابق مع لعبة من نوع "Stackelberg" المعيارية أين نجد بأن الحكومة هي أول من يباشر اللعب، كما أنها تتجاهل آثار الإعلانات التي تصدرها.

1.1 عرض النموذج:

يلاحظ في هذا النموذج بأن الأفق الزمني يحتوي على فترتين بحيث نجد أن المستهلك الممثل *(Representative)* يستأثر بفعل واحد في الفترة الأولى، كقرار التوفير، وبفعليين في الفترة الثانية، عرض العمل ومستوى الإستهلاك، وحسب "Fisher" فإننا نفترض بأن الحكومة ليس لها أي فعل تستطيع القيام به في الفترة الأولى، لكنها في الفترة الثانية يكون لها القدرة على فرض الضريبة على رأس المال وعلى مداخيل العمل، كما تستطيع كذلك أن تحدد مستوى الإنفاق الحكومي.

ومن ذلك يمكن صياغة دالة المنفعة للعون الممثل وهي نفسها دالة المنفعة للحكومة كما يلي:

$$U(c_1, c_2, g_2) = \ln c_1 + \delta\left(\ln c_2 + \alpha \ln\left(\bar{n} - n_2\right) + \beta \ln g_2\right) ....(1.3.1)$$

حيث تمثل:

- c_i مستوى الإستهلاك في الفترة i.
- n_2 هي كمية العمل المبذول من قبل ذلك العون*(Agent)*.
- $\bar{n}$ هي الكمية العمل القصوى الممكنة.
- g_2 يمثل مستوى الإنفاق الحكومي.

فإذا كانت دالة الإنتاج خطية وأن a و R هما ثابتان ويمثلان على التوالي الإنتاجية الحدية للعمل، والإنتاجية الحدية لرأسمال، إلى جانب هذه المتغيرات فإن مخزون رأس المال الإبتدائي الذي نرمز إليه بـــ K_1معروف لدينا. تحاول الحكومة هنا تطبيق سياسة ضريبية موفقة من أجل تمويل نفقاتها. ويسعى بالمقابل المستهلك لتعظيم الدالة (1.3.1) تحت القيود المتعلقة بالميزانية من الفترة الأولى والثانية .

$$c_1 + k_2 = Rk_1 ....(1.3.2a)$$
$$c_2 = R_2 k_2 + a(1-\tau_2)n_2 ....(1.3.2b)$$

حيث يمثل

- R_2 معدل فرض الضريبة على دخل رأسمال.
- τ_2 معدل فرض الضريبة على دخل العمل.

ويتحدد القيد المرتبط بميزانية الحكومة كما يلي :

$$g_2 = (R - R_2)k_2 + \tau_2 a n_2 ....(1.3.3)$$

ومن هنا نحاول أن نستعرض مختلف الحلول التي يراها "Fisher" تناسب الأوضاع الـــتي ســـبق ذكرها للعبة المقترحة[1].

[1] FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference,P99.

2.1 الحلول المقترحة :

هناك أربعة حلول ممكنة تناسب كلها هذه اللعبة، ولابد من ذكرها حلا بحل لما لها من أثر واضح في تعدد أساليب المعالجة، مما يثري النموذج ويفيدنا في التصور الأمثل لطبيعة معالجة المسائل التي تتضمنها هذه الأطروحة، وهذه الحلول هي :

* الحل الذي يعرف بالإيعاز الأمثل *(Optimal command)* .
* حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة *(Open loop)* .
* الحل من نوع المفعول الرجعي *(Feedback)* .
* الحل التقديري *(Discretionary)*.

1.2.1 الإيعاز الأمثل *(Optimal command)*:

لنفرض مرة بأنه لا يوجد سوى لاعب واحد ومن ثمة لا يوجد أي فرض ممكن للضريبة على الدخل أو على رأس المال. وبذلك فإن المسألة التي بين أيدينا تصبح تتلخص فقط في مجرد تعظيم للدالة (1.3.1)تحت القيد الملازم لها ($1.3.2a$) وبوجود قيد ثان نكتبه بهذه الصيغة :

$$c_2 + g_2 = Rk_2 + an_2 ....(1.3.4)$$

نحصل من هذا التعظيم للدالة المذكورة على قيمة المنفعة التي نسميها هنا بالإيعاز الأمثل، أي ما يعبر عنه بالغة الأجنبية بـــ"L'optimum optimorum" أي الحد الأمثل المطلق.

2.2.1 الحل المتميز بعدم التوافق الزمني:

يعد الحل المتميز بعدم التوافق الزمني حلا من صنف "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة، ولفهم طبيعته يكون من الأوفق إتباع الخطوات الضرورية التالية: في البداية وبناء على مستوى معين من أفعال الحكومة وهي قيم معروفة وثابتة للمتغيرات g_2، τ_2، R_2، يقوم الملاحق الذي يمثل المستهلك في هذه الحالة بتعظيم الدالة(1.3.1) تحت القيود(1.3.2) وبذلك فإننا نتحصل على دوال الإستجابة *(Reaction function)* ويكون في وسع الحكومة التي تعرف دوال الإستجابة هذه، أن تقوم بتعظيم (1.3.1) تحت قيد مجموعة من القيود الجديدة التي تتحصل عليها من دوال إستجابة الملاحق وقيد الميزانية(1.3.3) .

وبإفتراض وجود تكافؤ بين الإعلانات (أي القيم المرتقبة لفرض الضريبة هذه) وبين القيم المحققة يكون لدينا حل من صنف "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة يتميز بعدم التوافق الزمني ويتحدد هذا الحل بالمعادلات التالية:

$$c_1 = [1+\delta(1+\alpha)]^{-1}\left[\frac{a\bar{n}(1-\tau_2)}{R_2} + Rk_1\right] \text{..........} (1.3.5a)$$

$$c_2 = \delta R_2 c_1 \text{..} (1.3.5b)$$

$$n_2 = \bar{n} - \frac{\alpha c_2}{a(1-\tau_2)} \text{......................................} (1.3.5c)$$

$$g_2 = \beta c_2 \text{..} (1.3.5d)$$

مع العلم أن القيم المثلى للضريبة معروفة ومعطاة بواسطة المعادلات اللاخطية التالية :

$$a\bar{n}\left(1-\frac{R}{R_2}\right)\left(\frac{1-\tau_2}{\alpha\delta R_2}\right) + \frac{\tau_2 Rk_1}{1-\tau_2} = 0 \text{..} (1.3.6a)$$

$$\left[R_2 k_1 \delta(1+\alpha) + a\bar{n}(1+\delta)\right] - \delta Rk_1 R_2\left[1+\frac{\alpha}{1-\tau_2}+\beta\right] = a\bar{n}(1-\tau_2)\left[\frac{R}{R_2}+(1+\beta)\delta\right] \text{............} (1.3.6b)$$

بحيث أن τ_2^* و R_2^* يمثلان الحلين الأمثلين اللذين يحلان المعادلتين (1.3.6) . وأن n_2^*, c_2^*, c_1^* و g_2^* هي عبارة المستويات التي تناسب المتغيرات الأخرى .

3.2.1 الحل التقديري – حل المسألة المختزلة – *(Problem truncated)*:

يبقى الحل الذي سبق عرضه يتميز بعدم التوافق الزمني، إذ أنه لا يعد من الأمثل للحكومة في الفترة الثانية بإستعمال الضريبتين τ_2^* و R_2^* . ومن ثمة فإننا نحصل على الحل التقديري الأمثل بمعالجة اللعبة في الفترة الثانية .

ولنأخذ تاريخية الأحداث كمعطية لدينا، أي نأخذ كمعطيتين أساسيتين c_1^* و k_2^*، ومنه فإن المسألة المختزلة للمستهلك في الفترة الثانية تصبح على هذا النحو:

$$U_2(.) = \ln c_2 + \alpha \ln(\bar{n} - n_2) + \beta \ln(g_2) \text{.........} (1.3.7)$$

وهذا تحت قيد

$$c_2 = R_2 k_2 + (1-\tau_3) a n_2 ....(1.3.8)$$

وإذا ما إعتبرنا R_2 ، τ_2 و g_2 كمعطيات أولية فإن مسألة التعظيم للمستهلك تقتضي ما يلي:

$$c_2 = \frac{1}{1+\alpha}\left[a\bar{n}(1-\tau_2) + R_2 k_2\right] ....(1.3.9a)$$
$$n_2 = \bar{n} - \frac{\alpha c_2}{a(1-\tau_2)} ....(1.3.9b)$$

ومن جهتها فإن الحكومة تجد نفسها مرتبطة بالمسألة المختزلة التي تهدف إلى تعظيم دالة المنفعة (1.3.7) بالنظر إلى دالة الإستجابة الجديدة للملاحق والمعرفة بواسطة (1.3.9) وبواسطة القيد المتعلق بالميزانية (1.3.3)، وبالتالي فإن القيم التقديرية المثلى للضريبة المتعلقة بالمسألة المختزلة هي :

$$\tau_2 = 0 ....(1.3.10a)$$
$$R_2 = \frac{R(1+\alpha) - \left(\beta a\bar{n} / k_2\right)}{1+\alpha+\beta} ....(1.3.10b)$$

إذا ما إعتبرنا أن مخزون رأس المال في الفترة الثانية محدد ومعروف مثلما يقترح "Fisher" فإن فرض الضريبة لا يصبح عندئذ محدثا للإختلال[1]، مما يسمح للحكومة بأن تزيد من دخلها وبالتالي نفقاتها، فتحدث نتيجة ذلك عدم فرض الضريبة على العمل، وبذلك تتفادى كل أثر سلبي ينجم عن تقليص عرض العمل (كأن يترل العرض عن مستوى التوازن) .

[1] FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference,P95.

4.2.1 الحل المتوافق زمنيا:

يصنف الحل المتميز بالتوافق الزمني المستعمل في هذا النموذج ضمن حل "Stackelberg" من المفعول الرجعي، الذي نتحصل عليه باللجوء إلى المعالجة بطريقة البرمجة الديناميكية *(Dynamic Programming)* [1]. وحسب "Fisher" فهذا الحل يقتضي ما يلي[2] :

$$c_1 = \frac{\left(\bar{an}/R_2\right) + Rk_1}{1+\delta(1+\alpha)}..........(1.3.11)$$

حيث تمثل $\tau_2 = 0$ و n_2, g_2 و c_2 معطيات نتحصل عليها بالترتيب وعلى التوالي من (1.3.3) و(1.3.9). بالإضافة إلى تلك المعطيات فإننا نتحصل على المستوى الأمثل لفرض الضريبة على رأس المال من المعادلة التربيعية *(Quadratic equation)* التالية :

$$R_2^2\left[Rk_1\delta(1+\alpha+\beta)\right] - R_2\left[a\bar{n}(1-\beta\delta) + R^2(1-\alpha)k_1\delta\right] + a\bar{n}R = 0..........(1.3.12)$$

ومنه يسهل علينا أن نطرح قيمة k_2 بتعويض $k_2 = Rk_1c_1$.

3.1 محاكاة لنموذج "Fisher":

وتكون قيم المعالم المستعملة حسب "Fisher" كالآتي[3] :

$$R = 1.5 \quad k_1 = 2 \quad a = 1 = \bar{n} \quad \alpha = 0.25 \quad \beta = 0.5 \quad \delta = 0.9$$

وتبين الجداول من (1.3.1) إلى (1.3.3) القيم المحققة بواسطة هذه المعالم [4] من خلال مختلف أنواع الحلول المستعملة.

---

[1] وللمزيد من المعلومات حول موضوع المعالجة يمكن الرجوع إلى :

- FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference ,P93-108
- TURNOVSKY, S., *Methods of macroeconomic dynamics*, Previous Reference,P63-120.

[2] FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference ,P95-96

[3] FISHER, S., *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Previous Reference ,P101.

[4] نستخدم نفس ترميز الفصل الثاني .

الجدول (1.3.1) : قيم المنافع المتوقعة U^a(مع إحترام الإعلان) وقيم المنافع المحققة U الوحدةUtil

الحل	U^{a*}	U^*
الإيعازالأمثل	0,759	0,759
حل "Stackelberg" الحلقة المفتوحة *OL*	0,706	0,706
الحل التقديري *OLd*	0,706	0,723
الحل من المفعول الرجعي *Fd*	0,625	0,625

المصدر : من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة ببرنامج" MATLAB 2008"

يلاحظ أن الحل التقديري يمنح الحصول على منفعة أكبر من تلك التي نحصل عليها عند إستخدام الحل المتميز بعدم التوافق الزمني مع وجود إلتزام، إذ نجد أن المنفعة تصل في الأول إلى مستوى 0,723 مقابل 0,706 في الحل الثاني. ومع ذلك فإن الحل التقديري 0,723 الذي يقدم هنا أفضلية في المنفعة يبقى بعيدا عن القيمة المثلى 0,759 .

الجدول (1.3.2)القيم المتوقعة والقيم المحققة المرتبطة بأفعال المستهلك (الملاحق في اللعبة)

الحل	c_1^*	c_2^{a*}	c_2^*	n_2^{a*}	n_2^*	k_2^*
الإيعازالأمثل	1,424	1,922	1,922	0,519	0,519	1,576
OL	1,726	1,553	1,553	0,419	0,419	1,274
OLd	1,726	1,553	1,663	0,419	0,584	1,274
Fd	2,014	1,417	1,417	0,646	0,646	0,986

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة ببرنامج " MATLAB 2008"

الجدول (1.3.3) القيم المتوقعة والقيم المحققة المرتبطة بأفعال الحكومة (الرائد في اللعبة)

g_2^*	g_2^{a*}	τ_2^*	τ_2^{a*}	R_2^*	R_2^{a*}	الحل
0,961	/	/	/	/	/	الإيعاز
0,7765	0,7765	0,332	0,332	0,9996	0,9996	*OL*
0,8319	0,7765	0	0,332	0,847	0,9996	*OLd*
0,7085	0,7085	0	0	0,782	0,782	*Fd*

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة ببرنامج " MATLAB 2008"

على العموم فإن الحل المتميز بالتوافق الزمني لـــ "Stackelberg" من المفعول الرجعي يظهر في هذه المسألة ضعيف الإغناء بأكثر مما ينبغي إذا عرفنا أن مستواه المسجل هو 0,625، مما يثير بشكل بديهي و ملفت للإنتباه السؤال التالي، هل يوجد إستراتيجية ذات توافق زمني من شأنها أن تسمح للرائد وكذلك الملاحق للوصول إلى الإيعاز الأمثل ؟

سوف نرى في سياق القسم الثاني من هذه الأطروحة أنه إذا أضفنا في المسألة إمكانية إحداث آثار إعلان، فسوف تظهر عند ذلك إستراتيجية تحايل أمثل *(The cheating strategy)* التي تمنحنا الحصول على ذلك المستوى من المنفعة. ويجب التنويه كذلك بأن هناك إستراتيجية تسمح لنا بالوصول إلى هذا المستوى حتى بدون آثار الإعلان وهي الإستراتيجية المحفزة من الحلقة المغلقة التي بالرغم من قدرتها على التمكين من الحصول على هذا الحل الأمثل، فهي ليست قابلة للتوافق الزمني.

4.1 نبذة عن الحل المحفز من الحلقة المغلقة :

لنفرض وجود بنية معلومة من الحلقة المغلقة التي في سياقها تحاول الحكومة أن تستعمل إستراتيجية محفزة من شأنها أن تمكنها (هذه الحكومة) من الوصول إلى المستوى الأمثل المطلق.

ويمر العمل بهذه الإستراتيجية بالمراحل التالية:

في البداية تحاول الحكومة حل هذه الدالة :

$$\max_{c_1,n_2,\tau_2,R_2} U(c_1,c_2,n_2,g_2)\text{.........}(1.3.13)$$

لتكن R_2^t,n_2^t,c_1^t و τ_2^t هي مجموعة الحلول لهذه المسألة التي تعرف بإسم الفريق الأمثل *(Optimal Team)*. وبالنظر إلى هذه القيم المعطاة، تعمد الحكومة إلى البحث عن إستراتيجية

محفزة من شأنها أن تجبر الملاحق على إستخدام c_1^t وn_2^t، ومن ثمة فإنه يجبر على إستعمال القيم المطابقة لـــ : c_2، وعليه فإن الإستراتيجيتين المحفزتين الخطيتين المرشحتين لحل المسألة هما:

$$R_2 = R_2^t + q^1\left(c_1 - c_1^t\right) + q^2\left(n_2 - n_2^t\right)$$
$$\tau_2 = \tau_2^t + q^3\left(c_1 - c_1^t\right) + q^4\left(n_2 - n_2^t\right) \qquad \text{..........(1.3.14)}$$

كما يجب أن تكون قيم الرباعي *(4 uplets)* $\left(q^1, q^2, q^3, q^4\right)$ متوفرة بما يبين إستجابة الحكومة في صورة تتحقق فيها الحلول من نوع الفريق الأمثل، أي على الصورة السابقة لـــ R_2^t وكذلك τ_2^t. إذا إعتبرنا أن أفضل إستجابة للرائد تحصل عندما تتحقق c_1^t وn_2^t، وتجدر الإشارة هنا أنه من البديهي أن نصف هذه الإستراتيجية بأنها ذات توافق زمني لأنها تفتح إمكانية الوصول إلى الحد الأمثل المطلق. كما يتعذر الحصول على أي مكسب من أي مراجعة للإستراتيجة الإبتدائية.

وبالنظر إلى طبيعة المسألة وخاصيتها اللاخطية حتى وإن أمكن أن نجد الحلول الفريق الأمثل بالطريقة الرقمية، فإنه يتعذر علينا إيجاد الرباعي *(4 uplets)* $\left(c_1^t, n_2^t, R_2^t, \tau_2^t\right)$ بالطريقة التحليلية، ولمعالجة هذا الإشكال يمكن أن نستعين بطريقة خوارزميات البحث الرقمي.

وسوف نستعرض في القسم الثالث من هذه الأطروحة وبالتحديد في الفصل الثالث منه كيفية معالجة هذه المسألة بواسطة الخوارزميات الجينية. في حين نكتفي اللحظة بإفتراض وجود إستراتيجية محفزة وبالتالي وجود حل يتميز بالتوافق الزمني الذي يبقى في نظرنا، بالإضافة إلى فائدته العملية هو الحل الأمثل مقارنة بالحلول الأخرى .

2 دراسة نموذج التحكم في التلوث *(Control of pollution)*:

عندما تصبح مؤسسة إنتاجية تشكل مصدر تلوث بسبب نشاطها، نقول عنها بأنها أضحت بسبب هذا النشاط الملوث تسبب ما يعرف في اللغة الإقتصادية بالآثار الخارجية *(Externality)*. وهو مفهوم يعبر عن مدى التلوث والأضرار السلبية التي يتعرض لها المتعاملون الآخرون من جراء نشاط هذه المؤسسة وبذلك تلتزم المؤسسة بأداء تعويضات عن هذه الأضرار. فإذا عجزت المؤسسة عن تعويض المتضررين بصفة مباشرة يصبح الإنتاج الناجم عن نشاطها وكذا مستوى

التلوث المحدثة له بعيدين عن تحقيق الحد الأمثل الإجتماعي. وبالموازاة فإنه يبقى في متناول المنظم وسائل وتدابير ضبط ناجعة لإجبار المؤسسة على إتخاذ قرارات إنتاج إجتماعية مثلى، ويمكن أن نذكر منها إستراتيجية فرض الضريبة على النشاط الملوث. وقد حصل أن تم التطرق في وقت سابق إلى هذه المسألة بصورة وافية وشاملة من خلال حالة ساكنة *(Static)* [1] .

غير أنه لمعالجة هذه المسألة يجب الأخذ بالحسبان كل التأثيرات المترتبة عن العمل بإستراتيجية فرض الضريبة على النشاط الملوث في المدى القصير والطويل مما يجعل دراسة هذه المسألة تتطلب إطارا أكثر ديناميكية بخلاف إطار الحالة الساكنة الذي تم التطرق إليها من خلاله وتعتبر ألعاب "Stackelberg" الديناميكية التي يكون فيها المنظم بمثابة الرائد في اللعبة، تعتبر الإطار التحليلي الطبيعي لحل المسألة[2].

ونود أن نذكر هنا بأنه لكل بنية معلومة التي يستأثر بها كل لاعب مجموعة من إستراتيجيات توازن "Stackelberg" يمكن العمل بها. سنحاول في هذا الفصل التطرق إلى نموذج يعتمد في زمن منفصل للتحكم في التلوث ونشتق منه الحلول المختلفة، الحلقة المفتوحة، المفعول الرجعي الحل التحفيزي (الحلقة المغلقة) ثم نقوم بمقارنة بعضها بعض رقميا. وبذلك نستطيع أن نبين إمكانية تفوق الحل المتميز بالتوافق الزمني بالمقارنة مع الحلول المتميزة بعدم التوافق الزمني، كما ننوه بأفضلية إستعمال السياسة التقديرية *(The discretionary policy)* والفائدة التي يجنيها كل لاعب من هذه السياسة.

1.2 عرض النموذج:

يعتبر هذا النموذج الذي نتناوله بالعرض هنا نسخة ذات طبيعة إنفصالية من نموذج التلوث بزمن متصل[3].

يمثل النموذج لعبة ديناميكية لا تعاونية *(A non-cooperative dynamic game)* تجمع لاعبين وتخضع لأفق زمني متناه ($T \leq \infty$)، حيث أن T عبارة عن الفترة النهائية ويمثل اللاعبان فيها على التوالي المنظم (الرائد في اللعبة الذي يرمز إليه بالحرف اللاتيني L) والمحتكر الذي يمثل المؤسسة

[1] PETHIG, R., *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. Springer-Verlag, New York, 1992, P45-96

[2] BATABYAL, A., *Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control II: Monopoly*, Environmental and Resource Economics, 8, Springer Netherlands ,New York,1996, P325.

[3] BATABYAL, A., *Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control II*, Previous Reference, P317.

(الملاحق في اللعبة ويرمز إليه بالحرف اللاتيني S)، ويتمثل هدف المحتكر (المؤسسة) هنا في تعظيم الأرباح المتجمعة ***(Profits accumulated)*** في فترة التخطيط ***(Planning Period)*** وللحصول على هذا المبتغى يجب أن يكون للمحتكر (الملاحق) متغير يخص القرار الذي هو عبارة عن مستوى الإنتاج له. نحصل على دخل المحتكر لكل فترة t من العبارة $P(q_t)q_t$ ، حيث يمثل q_t مستوى الإنتاج في الفترة t، و$P(q_t)$ هي دالة الطلب العكسية المقابلة له .

ويتحمل المحتكر هنا في نظر "Batabyal" أعباء ثلاثة تكاليف مرتبطة بالإنتاج q_t.

التكلفة الأولى هي تكلفة الإنتاج wq_t التي من المفترض أن يكون عبئها يتناسب مع قيمة q_t إلى جانب ذلك نجد تكلفة لها علاقة بالضريبة التي يفرضها المنظم $\tau_t q_t$، والتكلفة الثالثة هي $c(x_t)q_t$ ولها علاقة بمخزون التلوث الراهن x_t ***(The current stock of pollution)***.[1] وتظهر هذه التكلفة الأخيرة بأن نجاعة الإنتاج تتناقص كلما كان المحيط أكثر تلوثا. وهي تكلفة مستخدمة من قبل المؤسسة. وبذلك تصبح مسألة المحتكر على هذه الصورة :

$$\max_{\{q\}_1^T \in \Re^+} J^S = \sum_{t=1}^{T} \left[P(q_t)q_t - wq_t - \tau_t q_t - c(x_t)q_t \right] ....(1.3.15)$$

ونفرض هنا بأن $P^{/}(q_t) < 0$ وأن $P^{//}(q_t) \geq 0$ وكذلك $c^{/}(x_t) > 0$، وأن $c^{//}(x_t) < 0$.

ثم $c(0) = 0$ إضافة إلى ذلك فإننا نفترض كذلك بأن $w > 0$.

في هذه المسألة، يحاول المنظم، عن طريق مستوى فرض الضريبة الذي يختاره هو، أن يعظم دالة الرفاهية المتجمعة. وتتحدد هذه الدالة في نظر "Batabyal" بثلاثة مكونات[2] :

- دالة في صورة $B(q_t)$ وتمثل الربح الإجتماعي ***(Social Profit)*** المرتبط بمستوى الإنتاج q_t
- دالة $D(x_t)$ التي بواسطتها نستطيع قياس الأضرار الناجمة عن التلوث.
- ناتج الضريبة ***(The proceeds of the tax)*** الذي نكتبه بهذه العبارة $\tau_t q_t$.

---

[1] BATABYAL, A., Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control II, Previous Reference, P320.

[2] BATABYAL, A., *Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control II*, Previous Reference, P322.

وبذلك يمكن صياغة الدالة التي تعبر عن الرفاهية المتجمعة للمنظم على هذا النحو:

$$J^L = \sum_{t=1}^{T} \left[B(q_t) + \tau_t q_t - D(x_t) \right] \ldots\ldots\ldots (1.3.16)$$

بإفتراض أن $D''(x_t) > 0, D'(x_t) > 0, B''(q_t) < 0, B'(q_t) > 0$ ، ويتبين مما سبق بأن التكاليف الإجتماعية المترتبة عن التلوث تتزايد مع مخزون التلوث بمعدل متزايد تماما. ونفترض في الأخير حالة تقعر تام *(The strict concavity)* للدالة $B(q_t) + \tau_t q_t$ لنتمكن من إثبات وجود حل وحيد للمسألة.

ومن جانب آخر، فإننا نقبل بأن مخزون التلوث x_t يزداد وفق المعادلة الحالة التالية:

$$x_{t+1} = f(q_t, x_t) \ldots\ldots\ldots (1.3.17)$$

بإعتبار أن x_1 تمثل مخزون التلوث الإبتدائي *(The initial stock)* وهو عبارة عن معطية معروفة بالنسبة للمسألة، وأن $f(q_t)$ عبارة عن دالة، بحيث : $f'(q_t) > 0$ و $f''(q_t) > 0$ ، وبالإضافة إلى ذلك لدينا $f'(x_t) > 0$ و $f''(x_t) > 0$. يلاحظ أن مخزون التلوث في الفترة $(t+1)$ يتغير أي يزداد أو ينقص حسب مستوى الإنتاج وحسب مستوى التلوث في الفترة (t)، وبرغم من وجود خصوصيات أخرى مقبولة في هذه المسألة [1].

فإننا نضع ما يلي :

$$P(q_t) \equiv a - bq_t \ldots\ldots\ldots\ldots (1.3.18)$$
$$c(x_t) \equiv \alpha x_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.3.19)$$
$$B(q_t) \equiv \gamma q_t - \frac{q_t^2}{2} \ldots\ldots\ldots (1.3.20)$$
$$D(x_t) \equiv \frac{\delta x_t^2}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.3.21)$$
$$x_{t+1} \equiv \beta q_t + \tilde{\beta} x_t \ldots\ldots\ldots\ldots (1.3.22)$$

حيث أن $\tilde{\beta}, \beta, \gamma, \alpha, b, a$ هي قيم موجبة تماما، وأن $\beta < 1$ ، وكذلك $\tilde{\beta} < 1$.

[1] BATABYAL, A., *Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control II*, Previous Reference, P325.

إن فـــــرض $\tilde{\beta}<1$ يعــــبر عــــن وجــــود في المحـــيط قــــدرة إمتــــصاص ذاتي *(The capacity for self-absorption)* لمواجهة المستوى الراهن الذي يعرفه التلوث وتقدر نسبة هذا الإمتصاص الذاتي بـــ $(1-\tilde{\beta})$.

وسنحاول الآن أن نحسب مختلف إستراتيجيات حلول "Stackelberg" التي تمكننا من حل هذه اللعبة. ومن أجل ذلك سنفترض بادئا ذي بدء بأنه لا يوجد في المسألة هامش إرتياب *(Uncertainty)* أو صدفة *(Coincidence)* وأن المعلومة المستخدمة تامة ومؤكدة. إذ نرى من الضروري أن المنظم يعرف جيدا المعالم المختلفة التي لها صلة بأرباح المحتكر بما في ذلك التكاليف التي يتحملها هذا الأخير [1]، بالإضافة إلى ذلك فإن المنظم يستطيع أن يرغم المحتكر بأن يأخذ كمعطية أساسية مستوى فرض الضريبة المعمول به هنا.كأن يأخذ بعين الإعتبار، على سبيل المثال، المعلومة التي تبين إذا ما كان مستوى فرض الضريبة هذا قد تم تحديده بموجب قانون من بداية السنة.

2.2 المعالجة بواسطة حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة :

ليكن لدينا الأفق الزمني $[1,T]$ لكل فعل τ_t حيث $t\in[1,T]$ حيث تسعي المؤسسة لحل:

$$\max_{q_t\in\Re^+}\sum_{t=1}^{T}(a-bq_t)q_t-wq_t-\tau_t q_t-\alpha x_t q_t \;..........(1.3.23a)$$

تحت قيد

$$x_{t+1}=\beta q_t+\tilde{\beta}x_t \;..........(1.3.23b)$$

نعرف ' الهميلتوني '[2] للمؤسسة بهذه الكيفية :

$$H_t^S\left(q_t,x_t,p_{t+1}^S\right)=J_t^S+p_{t+1}^S\left(\beta q_t+\tilde{\beta}x_t\right).........(1.3.24)$$

[1] سوف نتخلى عن هذه الفرضية في الفصل الثاني من القسم الثالث، وسنحاول المعالجة بإختبار الخوارزم الجيني للحصول على ضريبة مثلى

[2] نسبة إلى عالم الرياضيات "Rowan Hamilton" الذي إستطاع بأعماله على ديناميكية الأنظمة إلى إدخال معامل تحويل دالة "Lagrange" في فضاء معين

وبإستعمال الشروط من الدرجة الأولى من أجل إيجاد الحد الأقصى لهذا ' الهميلتوني ' فإننا نتحصل على:

$$q_t = \frac{a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S}{2b} \qquad (1.3.25a)$$

$$x_{t+1} = \frac{\beta\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)}{2b} + \tilde{\beta} x_t \qquad (1.3.25b)$$

$$p_t^S = \frac{-\alpha\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t\right)}{2b} + \left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha\beta}{2b}\right) p_{t+1}^S \qquad (1.3.25c)$$

حيث أن الشروط عند الحدود هي: $p_{T+1}^S = 0$ و x_1 معطاة. يفترض أن يكون مخزون التلوث في الفترة $T+1$ الذي نكتبه بهذه العبارة x_{T+1} غير مقيد. ويمكن تفسير هذا الإختيار بكون المنظم يجهل إلى أي مدى يصل المستوى النهائي المقبول لحالة التلوث.

تمثل مجموعة المعادلات (1.3.25) تعريفا لدالة إستجابة المحتكر (الذي يمثل الملاحق في هذه المسألة) إزاء كل إعلان له علاقة بمتابعة فرض الضريبة. وبتعويض المعادلة $(1.3.25a)$ في J_t^L مع الأخذ بالإعتبار المعادلتين $(1.3.25b)$ و$(1.3.25c)$ فإننا نستطيع عندئذ حل المسألة التي تخص المنظم والتي يحددها 'الهميلتوني' التالي:

$$\begin{aligned}
H_t^L\left(\tau_t, p_{t+1}^L, p_{t+1}^S, x_t, \mu_t\right) = \; & \frac{(\gamma + \tau_t)\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)}{2b} \\
& - \frac{1}{2}\left(\frac{a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S}{2b}\right)^2 - \frac{\delta x_t^2}{2} \\
& + p_{t+1}^L\left(\frac{\beta\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)}{2b} + \tilde{\beta} x_t\right) \\
& + \mu_t\left(\frac{-\alpha\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t\right)}{2b} + \left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha\beta}{2b}\right) p_{t+1}^S\right) \qquad (1.3.26)
\end{aligned}$$

وإننا نعلم جيدا من خلال نظرية "Başar " و"Olsder"[1] أننا نتحصل عن الحل من نوع توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة بواسطة معالجة الشروط الأساسية التالية:

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference, P273.

$$\frac{\partial H_t^L}{\partial \tau_t} = \frac{-\gamma - \tau_t - \beta p_{t+1}^L + \alpha\mu_t}{2b}$$
$$+\frac{\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)(1+2b)}{4b^2} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.3.27a)$$
$$x_{t+1} = \frac{\partial H_t^L}{\partial p_{t+1}^L} = \frac{\beta\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)}{2b} + \tilde{\beta} x_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.3.27b)$$
$$p_t^L = \frac{\partial H_t^L}{\partial x_t} = \frac{p_{t+1}^L\left(2b\tilde{\beta} - \alpha\beta\right) - \alpha(\gamma + \tau_t) + \alpha^2\mu_t}{2b}$$
$$+\frac{\alpha\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)}{4b^2} - \delta x_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.3.27c)$$
$$p_t^S = \frac{\partial H_t^L}{\partial \mu_t} = \frac{-\alpha\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t\right)}{2b} + \left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha\beta}{2b}\right)p_{t+1}^S \ldots\ldots\ldots(1.3.27d)$$
$$\mu_{t+1} = \frac{\partial H_t^L}{\partial p_{t+1}^S} = \frac{(\gamma + \tau_t)\beta + \left(2b\tilde{\beta} - \alpha\beta\right)\mu_t}{2b}$$
$$+\frac{\beta\left(\beta p_{t+1}^L - 2b\left(a - w - \tau_t - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^S\right)\right)}{2b} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1.3.27e)$$

وبوجود شروط عند الحدود :

$$x_0 \text{ donné}, \mu_1 = 0, p_{T+1}^L = 0, p_{T+1}^S = 0 \ldots\ldots\ldots(1.3.28)$$

وإن الشرط الإبتدائي $\mu_1 = 0$ مرتبط مباشرة بالشرط $p_{t+1}^S = 0$. ومنه فإن هذا الحل يتميز – كما نعلم – بعدم التوافق الزمني بصفة عامة. لأن حل المسألة المختزلة ، إنطلاقا من الفترة k على سبيل المثال، يفترض أن $\mu_k = 0$. وهذا بالرغم من أن μ_k قد تم حسابها من البداية في الفترة 1 ، وكانت قيمتها تختلف عن الصفر $(\mu_k \neq 0)$.

وتكون الشروط الضرورية لحساب مصفوفة 'هميلتونية' منفصلة مزودة على هذا النحو:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{p}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{x}_t \\ \tilde{p}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ E \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots(1.3.28)$$

حيث أن A,B و C عبارة عن المصفوفات ذات بعد 2×2 ، و E,D هي مصفوفة ذات بعد 2×1 .

$$A \equiv \begin{bmatrix} \tilde{\beta} - \frac{\beta\alpha}{4b+1} & -\frac{\beta\alpha}{4b+1} \\ -\frac{\beta\alpha}{4b+1} & \tilde{\beta} - \frac{\beta\alpha}{4b+1} \end{bmatrix}$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} \frac{\beta^2}{4b+1} & \frac{\beta^2}{4b+1} \\ \frac{\beta^2}{4b+1} & \frac{\beta^2}{4b+1} \end{bmatrix}$$

$$C \equiv \begin{bmatrix} \frac{\alpha^2}{4b+1} - \delta & \frac{\alpha^2}{4b+1} \\ \frac{\alpha^2}{4b+1} & \frac{\alpha^2}{4b+1} \end{bmatrix}$$

$$D \equiv \begin{bmatrix} \frac{\beta(a-w+\gamma)}{4b+1} \\ \frac{\beta(a-w+\gamma)}{4b+1} \end{bmatrix}$$

$$E \equiv \begin{bmatrix} \frac{-\alpha(a-w+\gamma)}{4b+1} \\ \frac{-\alpha(a-w+\gamma)}{4b+1} \end{bmatrix}$$

وأن $\tilde{x}_t$ و $\tilde{p}_t$ هما شعاعان ببعد 2×1 محددان بواسطة:

$$\tilde{x}_t \equiv \begin{bmatrix} x_t \\ \mu_t \end{bmatrix}$$

$$\tilde{p} \equiv \begin{bmatrix} p_{t+1}^{L} \\ p_{t+1}^{S} \end{bmatrix}$$

1.2.2 المعالجة:

لحل هذه المسألة المزودة هنا نستعمل كذلك طريقة المكنسة[1] ***(Sweep method)***
ولما كان النظام 'الهميلتوني' مزودا، فإننا سنزود أيضا العلاقة الخطية بين الشعاع المساعد وشعاع الحالة، لنتوصل إلى حساب القيم المكملة ويفرض ما يلي:

$$\tilde{p}_t = S_t \tilde{x}_t - g_t \text{.........}(1.3.29)$$

[1] هي طريقة طوبولوجية لبناء تحسين النظام بالمسح الخطي.

وبتعويض هذه المعادلة الأخيرة في (1.3.28)، فإننا نحصل في أول الأمر من أجل $\tilde{x}_{t+1}$ على العبارة التالية :

$$\tilde{x}_{k+1} = (I_{2\times 2} - BS_{k+1})^{-1}(A\tilde{x}_k - Bg_{k+1} + D).........(1.3.30)$$

بعد ذلك نستعين بالمعادلتين (1.3.29) و(1.3.30) لتعريف p_{k+1} والتي تحصلنا عليها بواسطة المصفوفة المزودة (1.3.28)، ومساواة كل جانب من المعادلة، نحصل في الأخير على معادلات الفروق:

$$S_t = C + AS_{t+1}(I_{2\times 2} - BS_{t+1})^{-1}A....................................(1.3.31)$$
$$g_t = AS_{t+1}(I_{2\times 2} - BS_{t+1})^{-1}(Bg_{t+1} - D) + Ag_{t+1} - E.........(1.3.32)$$

المعادلة الأولى هي معادلة فروق لـــ 'ريكاتي' (*The differential equation Riccati*)، أما المعادلة الثانية فنحتاجها لتعريف معادلة فروق أخرى تعرف بإسم معادلة الفروق للإقتناء (*The Tracking difference equation*).

وبإعتبار الشروط عند الحدود على هذا النحو:

$$\tilde{x}_t = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{p}_{T+1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}..........(1.3.33)$$

فيكون لدينا:

$$\left.\begin{aligned} S_{T+1} &= 0_{2\times 2} \\ g_{T+1} &= 0_{2\times 1} \end{aligned}\right\}..........(1.3.34)$$

وبحسابها بطريقة "off line" وبزمن إلى الوراء تكون القيم المختلفة للمتغير S_t و g_t وهذا $\forall t$ والقيم التي تليها بعد ذلك لـــ $\tilde{x}_t$ و $\tilde{p}_t$ مصدر الحصول على قيم المتغيرات p_t^L, μ_t, x_t و p_t^S وهذا من أجل $t \in [1,T]$. ومن ذلك يمكن أن نتحصل على الحل من توازن "Stackelberg" الأمثل من الحلقة المفتوحة مباشرة بواسطة المعادلتين $(1.3.25a)$ و$(1.3.27a)$.

2.2.2 الحل التقديري الأمثل لــ "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة :

يتميز الحل من الحلقة المفتوحة بخاصية عدم التوافق الزمني وبذلك نستطيع القول أنه كيفما تم حساب المتتابعة المثلى لفرض الضريبة $\{\tau^*\}_1^T$ في الفترة $t=1$، فلا يبقى من الأمثل الإستمرار بهذه المتتابعة والإبقاء عليها في الفترة $t=2$.ومن ثمة يصبح المنظم مجبرا على البحث من جديد عن حل ملائم في الفترة $t=2$ للمسألة المختزلة حتى يتسنى له إيجاد متتابعة جديدة مثلى لفرض الضريبة $\{\tau^{**}\}_2^T$ ثم الإعلان عنها. وبالمثل فإن هذه المتتابعة الجديدة تصبح بدورها غير مثلى في فترة لاحقة $t=3$، وهكذا دواليك. لتكن $\{\tau^*\}_i^T$هي المتتابعة المثلى في الحلقة المفتوحة. لفرض الضريبة في المسألة التي تبدأ في $t=i$ وتنتهي عند $t=T$. ولنعرف مرة أخرى بهذه الصورة $\{\tau_i^*\}_i^T$ العنصر المكون الأول لهذه المتتابعة. ومنه فإن المتتابعة التقديرية المثلى المرتبطة بفرض الضريبة المحققة في مرحلة بعدية هي: $\{\tau^d\}_1^T = \left(\{\tau_1^*\}_1^T, \{\tau_2^*\}_2^T, \ldots, \{\tau_{T-1}^*\}_{T-1}^T, \{\tau_T^*\}_T^T\right)$.

ويجب القول هنا بأن جل الدراسات الإقتصادية التي تطرقت لهذه المسألة باتت تعتبر بأن السياسة التقديرية هي في واقع الأمر مضرة للملاحق وتكون نتائجها ضعيفة إذا ما قورنت بالسياسة التي تم حسابها في البداية $\{\tau^*\}_1^T$. سنرى في هذا النموذج بأن كلا اللاعبين على السواء الملاحق (المحتكر) أو الرائد (المنظم) يمكن لهما تحقيق نجاحا من خلال إستعمال السياسة التقديرية ومن ثم نستنتج بأن المحتكر يستطيع أن يتقبل في مرحلة بعدية إعادة النظر بصورة عقلانية.

3.2 حل "Stackelberg"من المفعول الرجعي :

لمعالجة لعبة ذات بنية معلومة من المفعول الرجعي، يجب اللجوء إلى إستخدام البرمجة الديناميكية كما هي مفسرة في الملحق ث، بالإضافة إلى ذلك يجب تعريف دوال معالجة ذات قيم ملائمة. و يلاحظ بأن هذا النوع من حل "Stackelberg" (المفعول الرجعي) يتميز بخاصية التوافق الزمني من حيث البناء الخاص به.

لنفرض أن T هي الفترة الأخيرة للمسألة وأن مستوى التلوث x_{T+1} غير مقيد، ومنه فإن دالة إستجابة الملاحق (المحتكر) لهذه الفترة الأخيرة نحصل عليها مباشرة من المعالجة بهذه الكيفية :

$$\max_{q_T \in \Re^+} J_T^S \text{.........}(1.3.35)$$

ومنه نحصل على:

$$q_T^* = \frac{a - w - \tau_T - \alpha x_T}{2b} \text{..........}(1.3.36)$$

حيث أن x_T هي قيمة ثابتة معروفة. ومنه تصبح مسألة المنظم على النحو التالي:

$$\max_{\tau_T \in \Re} B(q_T^*) + \tau_T q_T^* - D(x_T) \text{.........}(1.3.37)$$

وإذ كنا قد تحصلنا على قيمة q_T^* بواسطة المعادلة (1.3.36)، فإن الوصول إلى الحد الأقصى يتحقق من أجل:

$$\tau_T^* = \frac{(1+2b)(a - w - \alpha x_T) - 2b\gamma}{1+4b} \text{...........}(1.3.38)$$

وبعد إجراء بعض التغييرات نصل إلى الدالتين المثليتين للفترتين الأخيرتين J_T^{L*} و J_T^{S*} التي يمكن تعريفهما بالعبارتين الخطيتين التربيعيتين:

$$J_T^{L*} = P_T x_T^2 + p_T x_T + n_T \text{..........}(1.3.39a)$$
$$J_T^{S*} = \tilde{P}_T x_T^2 + \tilde{p}_T x_T + \tilde{n}_T \text{..........}(1.3.39b)$$

بحيث يكون:

$$K_T = \frac{-(1+2b)\alpha x_T}{1+4b}$$
$$k_T = \frac{(1+2b)(a-w) - 2b\gamma}{1+4b}$$
$$\tilde{K}_T = \frac{-\alpha}{1+4b}$$
$$\tilde{k}_T = \frac{a - w + \gamma}{1+4b}$$

ويمكن تعميم هذه التعاريف. ومما سبق، يمكننا أن نرى بأنه يتم التعبير عن دالتي القيمة في هذه المسألة عند الفترة $t = T - 1$ بواسطة:

$$V^S(T-1,T) = \left[\max_{q_{T-1}\in\Re^+} J_{T-1}^S\right] + J_T^{S*}..........(1.3.40)$$
$$V^L(T-1,T) = \left[\max_{\tau_{T-1}\in\Re^+} J_{T-1}^L\right] + J_T^{L*}..........(1.3.41)$$

وللتذكير فإن J_T^{S*} و J_T^{L*} نتحصل عليهما بواسطة المعادلة $(1.3.39)$.

وبالإعتماد على العلاقة $x_T = \beta q_{T-1} + \tilde{\beta} x_{T-1}$ في معادلة J_T^{S*} بالإضافة إلى تعظيم دالة القيمة *(The value function)* بإعتبار أن من أجل كل τ_{T-1} هي معطية لدينا، فإننا سنحصل على الفعل الأمثل للمحتكر بالنسبة للفترة $T-1$.

وبتعويض هذا الفعل في دالة القيمة للمنظم، وفي معادلة الحالة، وكذلك بتعظيم الكل بدلالة τ_{T-1} فإننا سنحصل حينئذ على النتائج التالية [1]:

$$\tau_T = K_t x_t + k_t....................(1.3.42a)$$
$$q_t = \tilde{K}_t x_t + \tilde{k}_t....................(1.3.42b)$$
$$x_{t+1} = \Omega_t x_t + \beta\tilde{k}_t................(1.3.42c)$$
$$J_t^L = P_t x_t^2 + p_t x_t + n_t..........(1.3.42d)$$
$$J_t^S = \tilde{P}_t x_t^2 + \tilde{p}_t x_t + \tilde{n}_t..........(1.3.42e)$$

وذلك من أجل كل $t \in [1,T]$، وبما أنه لدينا :

[1] مع أنه يمكن تقييم هذه المعادلات كلها بتقييم التوازن، يبقى أننا عمدنا إلى هذا الطرح ،وهذا من أجل تبسيط العرض

$$K_t = \frac{-\alpha + 2\alpha\left(\beta^2\left(p_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}\right) - b\right) + 2\beta\tilde{\beta}\left(\tilde{p}_{t+1} - 2b\left(p_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}\right) - 2b\beta^2\tilde{p}_{t+1}^2\right)}{1 + 4b - 2\beta^2\left(p_{t+1} + 2\tilde{p}_{t+1}\right)}$$

$$k_t = \frac{-a - 2ab + 2b\gamma + 2b\beta p_{t+1} + 2a\beta^2 p_{t+1} - \beta\tilde{p}_{t+1}\left(1 + 2b - 2\beta^2 p_{t+1}\right)}{-1 - 4b + 2\beta^2\left(p_{t+1} + 2\tilde{p}_{t+1}\right)}$$

$$+\frac{2\beta^2\tilde{p}_{t+1}\left(a - \gamma - w - \beta p_{t+1} + \beta\tilde{p}_{t+1}\right) + w - 2bw - 2\beta^2 w p_{t+1}}{-1 - 4b + 2\beta^2\left(p_{t+1} + 2\tilde{p}_{t+1}\right)} \qquad (1.3.43a)$$

$$\tilde{K}_t = \frac{\alpha + 2\beta\tilde{\beta}\left(p_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}\right)}{1 + 4b - 2\beta^2\left(p_{t+1} + 2\tilde{p}_{t+1}\right)} \qquad (1.3.43b)$$

$$\tilde{k}_t = \frac{a + \gamma - w + \beta\left(p_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}\right)}{1 + 4b - 2\beta^2\left(p_{t+1} + 2\tilde{p}_{t+1}\right)} \qquad (1.3.43c)$$

$$\Omega_t = \beta\tilde{K}_t + \tilde{\beta} \qquad (1.3.43d)$$

$$P_t = \frac{-\tilde{K}_t^2}{2} + K_t\tilde{K}_t - \frac{\delta}{2} \qquad (1.3.43e)$$

$$p_t = \gamma\tilde{K}_t - \tilde{K}_t\tilde{k}_t + K_t\tilde{k}_t + \tilde{K}_t k_t \qquad (1.3.43f)$$

$$n_t = \frac{-\tilde{k}_t^2}{2} + \gamma\tilde{k}_t + k_t\tilde{k}_t \qquad (1.3.43g)$$

$$\tilde{P}_t = -b\tilde{K}_t^2 - \alpha\tilde{K}_t - K_t\tilde{K}_t \qquad (1.3.43h)$$

$$\tilde{p}_t = a\tilde{K}_t - 2b\tilde{K}_t\tilde{k}_t - w\tilde{K}_t - \alpha\tilde{k}_t - K_t\tilde{k} - \tilde{K}_t k_t \qquad (1.3.43i)$$

$$\tilde{n}_t = a\tilde{k}_t - b\tilde{k}_t^2 - w\tilde{k}_t - k_t\tilde{k}_t \qquad (1.3.43j)$$

حيث أن K_t و $\tilde{K}_T$ عبارة عن مصفوفتين ببعد (1×1) معرفتين بواسطة معادلتي الفروق من نوع 'ريكاتي' الملائمتين $(1.3.43e)$ و$(1.3.43h)$.

يجب القول بأننا نتحصل على هذه النتائج بواسطة طريقة الخط المغلق ***(Off line)*** لمعالجة سلسلة المعادلات (1.3.43) بالإعتماد على الشروط النهائية، ثم بطريقة الخط المفتوح ***(On line)*** في معالجة القيم q_t,τ_t و x_t .

4.2 حل "Stackelberg"من الحلقة المغلقة :

إذا كانت بنية المعلومة المتوفرة لكل لاعب هي من نوع الحلقة المغلقة، فيكون المنظم في مثل هذه الوضعية ملما بكل قيم الحالة الراهنة و الماضية أي معرفة كل أفعال المحتكر، وبذلك تصبح لديه (المنظم) القدرة على البحث عن إستراتيجية محفزة من شأنها أن تمكنه من بلوغ الحد الأمثل الشامل الذي يرغب فيه.

ويفترض أن يكون الحد الأمثل المطلق الحل الوحيد للمسألة. نسمي (q_t^*,τ_t^*) وذلك $\forall t\in[1,T]$ أنها ثنائية الحل بحيث تمكن من تعظيم دالة الرائد J_t^L . حسب "Başar " و"Olsder" فإننا نحصل عن هذا الزوج من الأفعال عن طريقة معالجة ما يلي[1]:

$$\max_{\tau\in\Re,q\in\Re^+} J^L(q,\tau)........(1.3.44)$$

حيث أن q و τ هي متتابعة الفعليين $\{q\}_1^T$ و $\{\tau\}_1^T$.

تجدر الإشارة أنه يجب توفر شرط ضروري ضمن الشروط من الدرجة الأولى لمعالجة (1.3.44) ألا وهو حالة التقعر التام *(The strict concavity)* للدالة $J^L(q_t,\tau_t)$ عند النقطة q_t و τ_t وهذا $\forall t$، أي ما يمكن التعبير عنه بعدم وجود شذوذ *(The singularity)*[2]، غير أن في هذه الحالة نجد الدالة $J^L(q_t,\tau_t)$ شاذة عند τ_t وهذا $\forall t$. بالرغم من عدم توفر إمكانية الإغناء المباشر لذلك.

ولتفادي هذا المشكل يكون من العملي إضافة قيد على τ_t أو على q_t لنتمكن من إعادة إدخال τ_t في مسألة التعظيم. وقد يكون هذا القيد في شكل تخفيض أرباح المحتكر إلى مستوى معلوم. ولنفترض – في هذه الحالة – بأن المنظم يريد تخفيض أو تقليص أرباح المحتكر إلى المستوى الصفر (0). وبفرض أن $J_t^S=0$ نحصل على ما يلي :

$$q_t=0 \quad \text{أو} \quad q_t=\frac{a-w-\alpha x_t-\tau_t}{b} \quad ....(1.3.45)$$

في الواقع يجب أن نلغي من ضمن الإختيارات الممكنة إختيار الأرباح المنعدمة $q_t=0$، إذ يظهر من غير المنطقي جدوى إستمرار المحتكر في نشاطه الإنتاجي إذا كانت الأرباح العائدة من هذا الإنتاج منعدمة. غير أن إختيار قيد إنعدام الأرباح جاء إفتراضا نظريا صرفا وضروريا لتسهيل عملية الحساب. هناك إستراتيجيات "Stackelberg" محفزة كحلول أخرى ممكنة لحل المسألة وهي أكثر واقعية مما سبق لأنها تقبل كقيد في المسألة وجود أرباح ولو ضئيلة يجنيها المحتكر. ولكن

---

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference, P321.

[2] أي إما يكون الشرط هو أن $J^L(q_t,\tau_t)$ أو أن يكون عبارة عن دالة من النوع C^2 عند q_t و كذلك τ_t

إضافة هذا الثابت يعقد عملية الحساب ويجعلها صعبة حقا [1] . ويجب هنا أن نشير إلى طريقة رقمية غير مباشرة تعتمد أساسا على إستخدام خوارزميات معالجة مناسبة جيدا [2].

وفي كل الأحوال، فإننا نعرف مسألة الضابط في صورة 'هميلتوني لاجرنجي' *(Hamiltonien Lagrangien):*

$$L_t^L = J_t^L + p_{t+1}^L\left(\beta q_t + \tilde{\beta} x_t\right) + \lambda_t\left(\frac{a - w - \alpha x_t - \tau_t}{b} - q_t\right) \quad \text{.........}(1.3.46)$$

والحصول على الحد الأقصى عن طريق τ_t و q_t ،يتحتم علينا حل مجموعة معادلات الشروط من الدرجة الأولى التالية:

$$\frac{\partial L_t^L}{\partial \tau_t} = q_t - \frac{\lambda_t}{b} = 0 \quad \text{................................}(1.3.47a)$$

$$\frac{\partial L_t^L}{\partial q_t} = \gamma - q_t + \tau_t + \beta p_{t+1}^L - \lambda_t = 0 \quad \text{..........}(1.3.47b)$$

$$x_{t+1} = \frac{\partial L_t^L}{\partial p_{t+1}^R} = \beta q_t + \tilde{\beta} x_t \quad \text{........................}(1.3.47c)$$

$$p_t^L = \frac{\partial L_t^L}{\partial x_t} = -\delta x_t + \tilde{\beta} p_{t+1}^L - \alpha \lambda_t \quad \text{.............}(1.3.47d)$$

$$\frac{\partial L_t^L}{\partial \lambda_t} = \frac{a - w - \alpha x_t - \tau_t}{b} - q_t = 0 \quad \text{............}(1.3.47e)$$

ونحصل من خلال بعض الحسابات البينية على ما يلي :

$$\lambda_t = \frac{b\left(a - w + \gamma - \alpha x_t + \beta p_{t+1}^L\right)}{2b + 1} \quad \text{..........}(1.3.48)$$

وبإستخدام المعادلتين (1.3.47) و(1.348) نتوصل إلى حل النظام ' الهميلتوني' المزود الـــذي لدينا :

---

[1] وبهذا يكون فرض $J_t^S = 100$ يقتضي ما يلي :

$$q_t = \frac{a - \tau_t - w - \alpha x_t - \sqrt{-4bn + \left(-a + \tau_t + w + \alpha x_t\right)^2}}{2b}$$

أو

$$q_t = \frac{a - \tau_t - w - \alpha x_t + \sqrt{-4bn + \left(-a + \tau_t + w + \alpha x_t\right)^2}}{2b}$$

بذلك فإن مسألة المنظم تصبح مسألة من التحكم الأمثل لا خطية *(The optimal control problem of non-linear)* من الصعب حلها عن طريق التحليل.

[2] سوف نستعرض في الفصل الثالث من القسم الثالث طريقة بدون أن نطبقها عمليا على هذه المسألة.

$$\begin{bmatrix} x_{t+1} \\ p_t^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\beta} - \frac{\alpha\beta}{2b+1} & \frac{\beta^2}{2b+1} \\ -\delta + \frac{\alpha^2 b}{2b+1} & \tilde{\beta} - \frac{\alpha b\beta}{2b+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ p_{t+1}^L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\beta(a-w+\gamma)}{2b+1} \\ \frac{-\alpha b(a-w+\gamma)}{2b+1} \end{bmatrix} \text{..........}(1.3.49)$$

بإعتبار وجود الشروط عند الحدود كالآتي :

$$p_{T+1}^L = 0 \quad , \quad x_1 \quad donné\text{..........}(1.3.50)$$

وبإفتراض وجود علاقة خطية مزودة ***(Relationship increased linear)*** بين الأشعة المساعدة و أشعة الحالة $p_t^L = K_t x_t - g_t$ ، ثم نحاول بناء على ذلك أن نحل بطريقة الخط المغلق وبالرجوع في الزمن إلى الوراء معادلتي الفروق السلميتين:

$$K_t = -\delta + \frac{\alpha^2 b}{2b+1} + \frac{\left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha b\beta}{2b+1}\right) K_{t+1} \left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha\beta}{2b+1}\right)}{1 - \frac{\beta^2 K_{t+1}}{2b+1}} \text{..}(1.3.51)$$

$$g_t = \frac{\alpha b(a-w+\gamma)}{2b+1} + \frac{\left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha b\beta}{2b+1}\right) K_{t+1} \left(\frac{\beta^2 g_{t+1} - \beta(a-w+\gamma)}{2b+1}\right)}{1 - \frac{\beta^2 K_{t+1}}{2b+1}} + \left(\tilde{\beta} - \frac{\alpha b\beta}{2b+1}\right) g_{t+1} \text{..........}(1.3.52)$$

في ظل الشروط النهائية:

$$K_t = -\delta + \frac{\alpha^2 b}{2b+1}, K_{T+1} = 0\text{............}(1.3.53)$$

$$g_T = \frac{\alpha b(a-w+\gamma)}{2b+1}, g_{T+1} = 0\text{..........}(1.3.54)$$

وبمجرد الحصول على قيم الخط المغلق يمكن حساب الخط المفتوح، وتكون البداية بـــ x_1 وبالمتتبعات المثلى $\{x^*\}_1^T, \{p^{L*}\}_1^T, \{\lambda^*\}_1^T, \{\tau^*\}_1^T$ و $\{q^*\}_1^T$. ويجب التذكير أيضا بأن $\{\tau^*\}_1^T$ و $\{q^*\}_1^T$ هما

المتتابعان اللتان تحددان الحد الأمثل المطلق من جهة المنظم وذلك بفرض وجود القيد المتمثل في إنعدام الأرباح بالنسبة للمحتكر.

ويتحدد الإشكال الصعب الذي يواجهه المنظم في الوضعية التي يجب عليه فيها إيجاد وإعلان في بداية اللعب عن إستراتيجية محفزة مثلى التي من شأنها أن تدفع المحتكر لإختيار المتتابعة $\{q^*\}_1^T$. وبإفتراض أن المنظم يستطيع معرفة قيمة q_t، سواء بطريقة مباشرة أو يتوصل إلى حسابها من خلال معرفته لقيمة x_t، فإننا نحصل على إستراتيجية محفزة مرشحة لتصبح حلا للمسألة.

ونستطيع أن نرمز لهذه الإستراتيجية فيما بعد بالرمز θ. وتتحدد بواسطة :

$$\tau_t \equiv \theta_t(q_t) = \tau_t^* + k_t(q_t^* - q_t) \text{.........}(1.3.55)$$

بحيث أن τ_t^* و q_t^* تمثلان الفعليين اللذين يحبذهما المنظم إلى جانب ذلك فهما قيمتان معروفتان.

ومن ذلك يجب أن نبحث عن المتتابعة $\{k\}_1^T$ التي من شأنها أن تجعل المحتكر (الملاحق في هذه اللعبة) في وضعية يتعذر عليه فيها أن يسجل أحسن من الفعل $\{q^*\}_1^T$ وفي نفس الوقت ترغم المنظم (الرائد) على أن يختار العمل بالفعل $\{\tau^*\}_1^T$، كإستجابة. وإذا كانت توجد في الواقع مثل الإستراتيجية المحفزة فهذا يعني أن حل "Stackelberg" المنبثق منها هو حل يتميز بالتوافق الزمني وهذا من خلال الفرضية والبناء معا، لأن المنظم في هذه الحالة يحقق الحد الأمثل المطلق الأمثل وليس له فائدة أن ينحرف عن هذا السبيل الأمثل في أي وقت من الأوقات.

وإذا كانت $\theta_t(q_t)$ عبارة عن دالة معروفة، فإن مسألة المحتكر تصبح عندئذ مجرد مسألة من مسائل التحكم الأمثل المعياري. وبإعتبار أن المسألة تخلو من الإرتياب ، فإن الحل الموافق سيكون هو نفسه سواء إذا إستعملنا طريقة تبنى على بنية معلومة من الحلقة المفتوحة أومن المفعول الرجعي. وللتبسيط فإننا إذا إعتمدنا في حساب مسألة المحتكر على طريقة البرمجة الديناميكية.

لنعرف الإستراتيجية المحفزة للفترة الأخيرة بهذا النحو :

$$\theta_t = \tau_T^* + k_T(q_T^* - q_T) \text{.........}(1.3.56)$$

وفي هذه الفترة نفسها فإن حل مسألة المحتكر يتوقف على إستعمال هذه المعالجة :

$$\max_{q_T \in \Re e^+} J_T^S(q_T, \theta_T) ....(1.3.57)$$

ومن الواضح أننا نحصل من شرط الدرجة الأولى لهذه المسألة على:

$$q_T = \frac{a - \tau_T^* - k_T q_T^* - w - \alpha x_T}{2b - 2k_T} ....(1.3.58)$$

ويجب التذكير هنا بأن هدفنا هو الحصول على هذه المساواة $(q_T = q_T^*)$، بحيث إذا ما رصدنا k_T^* التي تمثل معامل التحفيز *(Coefficient incentive)* فإننا نحقق المساواة المستهدفة، مع العلم بأنه يمكن الحصول على قيمة معامل التحفيز هذا من المعادلة التالية :

$$k_T^* = \frac{-(a - w - \alpha x_T - \tau_T^* - 2bq_T^*)}{q_T^*} ....(1.3.59)$$

وبذلك يسهل علينا تصور إشارة k_T^*، إذ يجب أن تكون بالضرورة موجبة لأن الزوج (τ_T^*, q_T^*) معرف لدينا في ظل وجود القيد المتمثل في إنعدام الأرباح *(Profit zero)*، وبعبارة أخرى فإن المحتكر، بالنظر إلى قيمة τ_T^* يصبح عاجزا على أن ينتج أكثر أي $(q_T \geq q_T^* \Rightarrow J_T^S(\tau_T^*, q_T) < 0)$. وإذا إعتبرنا أن المحتكر ليس له إختيار آخر ماعدا أن ينتج أقل، فإنه يجب عليه في هذه الحالة إضفاء قيمة أقل من q_T مرتبطة بمستوى فرض الضريبة بهدف تحفيز المحتكر على إختيار q_T^*. ومن ثمة يكون لدينا $k_T^* > 0$ [1].

ومما سبق فإن أرباح المحتكر في الفترة الأخيرة ستتحدد بهذا الشكل:

$$J_T^S = (a - bq_T^*)q_T^* - wq_T^* - \alpha x_T q_T^* - \tau_T^* q_T^* = \tilde{P}_T x_T^2 + \tilde{p}_T x_T + \tilde{n}_T ....(1.3.60)$$

حيث:

$$\tilde{P} = 0 ....(1.3.61a)$$

$$\tilde{p}_T = -\alpha q_T^* ....(1.3.61b)$$

$$\tilde{n}_T = (a - bq_T^*)q_T^* - wq_T^* - \tau_T^* q_T^* ....(1.3.61c)$$

[1] من خلال إستعمال المعادلة (1.3.59)، يبقى من الممكن التحقق من أن أفضل إختيار بالنسبة للمحتكر هو أن يبلغ إنتاجه إلى مستوى $q_T = q_T^*$

ويصبح من السهل هنا التحقق من مدى قدرة الإستراتيجية المحفزة $\theta_T(k_T^*)$ على إرغام أو إجبار المنظم على إختيار الفعل τ_T^* للإستجابة للمساواة $q_T = q_T^*$. وبذلك نستطيع أن نكتب دالة الرفاهية الخاصة بالمنظم بهذه الصورة:

$$J_T^L = P_T x_T^2 + p_T x_T + n_T \text{..........}(1.3.62)$$

حيث أن:

$$P_T = \frac{-\delta}{2} \text{..........................}(1.3.63a)$$

$$p_T = 0 \text{..............................}(1.3.63b)$$

$$n_T = \gamma q_T^* - \frac{q_T^{*2}}{2} + \tau_T^* q_T^* \text{.........}(1.3.63c)$$

وباللجوء إلى إستخدام طريقة شبيهة بالطريقة المبينة في المعالجة بحل "Stackelberg" من المفعول الرجعي، أي بإستعمال المعالجة بالبرمجة الديناميكية، فإننا نحصل على الصيغ العامة التالية :

$$q_t = \frac{a - w - \alpha x_t + \beta \tilde{p}_{t+1} - \tau_t^* - k_t q_t^*}{2b - 2k_t} \text{................}(1.3.64a)$$

$$k_t^* = \frac{-\left(a - w - \alpha x_t + \beta \tilde{p}_{t+1} - \tau_t^* - 2bq_t^*\right)}{q_t^*} \text{.........}(1.3.64b)$$

$$x_{t+1} = \beta q_t^* + \tilde{\beta} x_t \text{...}(1.3.64c)$$

$$J_t^L = P_t x_t^2 + p_t x_t + n_t \text{.....................................}(1.3.64d)$$

$$J_t^S = \tilde{P}_t x_t^2 + \tilde{p}_t x_t + \tilde{n}_t \text{.....................................}(1.3.64e)$$

بحيث أن:

$$P_t = \frac{-\delta}{2} \text{..}(1.3.65a)$$

$$p_t = 0 \text{...}(1.3.65b)$$

$$n_t = \gamma q_t^* - \frac{q_t^{*2}}{2} + \tau_t^* q_t^* \text{.......................}(1.3.65c)$$

$$\tilde{P}_t = 0 \text{...}(1.3.65d)$$

$$\tilde{p}_t = -\alpha q_t^* \text{.......................................}(.3.65e)$$

$$\tilde{n}_t = \left(a - bq_t^*\right) q_t^* - wq_t^* - \tau_t^* q_t^* \text{.........}(1.3.65f)$$

ومن الملاحظ أنه قد نحصل من بعض قيم المعالم على المساواة $k_t^*=b$ في بعض فترات t. ويلاحظ أن مسألة المحتكر تصبح من خلال (1.3.58) أو $(1.3.64a)$ شاذة وفي هذه الحالة فإننا لا نحصل على مستوى الإنتاج الأمثل من (1.3.58) و$(1.3.64a)$ وإنما نحصل عليه من العلاقة التالية :

$$q_t = \begin{cases} \dfrac{a-w-\alpha x_t+\beta\tilde{p}_{t+1}-\tau_t^*-k_t q_t^*}{2b-2k_t} & if \quad k_t^* \neq b \\ q_t^* & if \quad k_t^* = b \end{cases} \qquad ....(1.3.66)$$

5.2 محاكاة النموذج لمختلف الحلول:

لقد إستعملنا في المحاكاة المجراة قيم المعالم التالية :

$$a=150, b=5, w=2, \alpha=2, \delta=3, \gamma=5$$

بفرض أن المستوى الإبتدائي للتلوث يتحدد عند $x_1=1$. فقد تم إجراء محاكاة مختلفتين بحسب قيمتي β و $\tilde{\beta}$. ففي المحاكاة الأولى إستعملنا قيم المعالم $\beta=0{,}4$ و $\tilde{\beta}=0{,}5$، وإستعملنا قيم المعالم $\beta=0{,}8$ و $\tilde{\beta}=0{,}8$ بالنسبة للمحاكاة الثانية.

1.5.2 الحالة الأولى: عندما تكون $\beta=0{,}4$ و $\tilde{\beta}=0{,}5$:

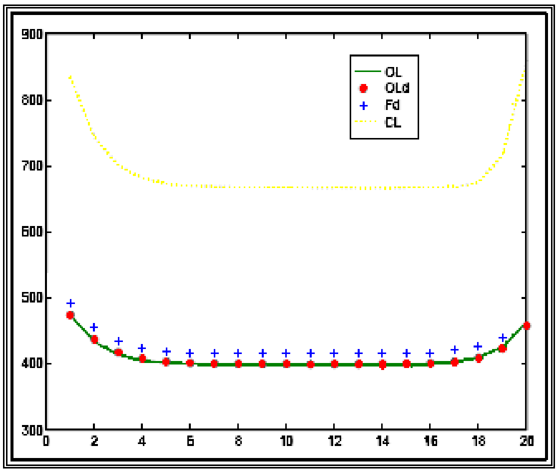
الجدول (1.3.4): مستويات المكاسب المتجمعة الوحدة: 10^6دينار

الحلول المقترحة	J_C^L	J_C^S
الحلقة المفتوحة *Ol (Open loop)*	$8{,}2256\times10^3$	$3{,}7337\times10^3$
الحل التقديري *Old (Discrétionnaire)*	$8{,}2363\times10^3$	$4{,}1417\times10^3$
المفعول الرجعي *Fd (Feedback)*	$8{,}5344\times10^3$	$3{,}9647\times10^3$
الحلقة المغلقة *Cl (Boucle fermée)*	$1{,}3899\times10^4$	0

المصدر: من الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة ببرنامج "MATLAB 2008 "

إذا إعتبرنا أن المتغيرات موصولة *(Connected)* ببعضها، فإننا سنجد نفس علاقة الترتيب بين مختلف الحلول وهذا بالنسبة لكل المتغيرات. فمستوى التلوث يكون مرتبطا مباشرة برفاهية المنظم، وهنا ترجع أفضلية الحل إلى وجود مستوى أكبر من إستقرار التلوث وكذلك إلى تسجيل مستويات مرتفعة لفرض الضريبة على الأسعار و على الإنتاج .ويلاحظ أن الحلين المتميزين بالتوافق الزمني (الحل من المفعول الرجعي ، الحل من الحلقة المغلقة) يختلفان من حيث مستوى فرض الضريبة ، فمن الطبيعي أن يكون مستوى فرض الضريبة هذا مرتفعا كلما تم العمل بالإستراتيجية المحفزة إذ أن الأرباح في هذه الحالة يمكن تقليصها إلى مستوى الصفر.

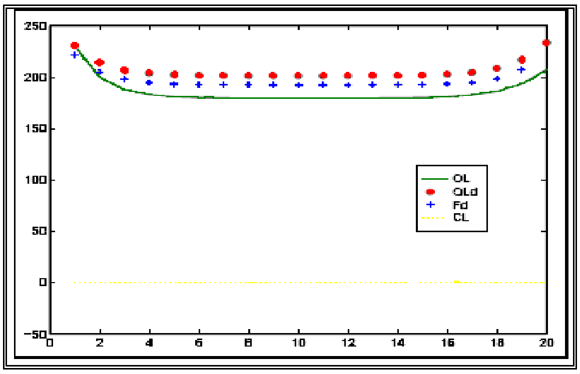
الشكل(1.3.1) : التطورات الحاصلة لدالة الرائد J_t^L



المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "MATLAB 2008 "

يبقى أفضل حل بالنسبة للمنظم (الرائد) هو الحل من الحلقة المغلقة كما يبينه الجدول (1.3.4) ويوضحه الشكل (1.3.1) .

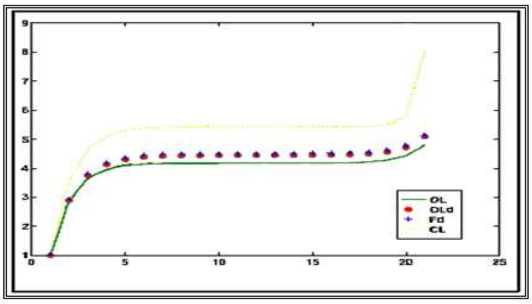
الشكل (1.3.2) : التطورات الحاصلة لدالة الملاحق J_t^S



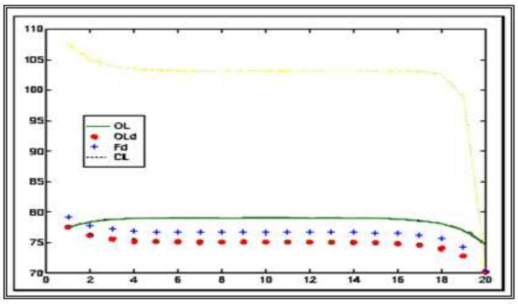
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على المعادلات السابقة وبرنامج "MATLAB 2008 "

بطبيعة الحال فإن الحل يصبح قليل الرغبة فيه من جانب المحتكر لأن الأرباح تكون منعدمة في هذا السياق وهذا ما يبينه الجدول (1.3.4) ويوضحه الشكل الشكل (1.3.2).

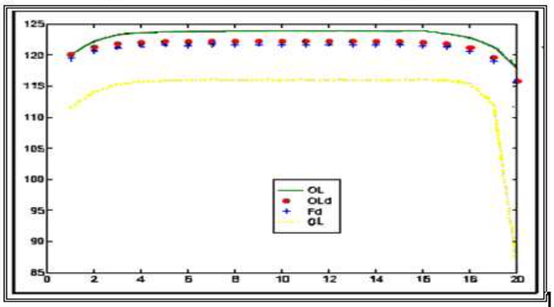
الشكل (1.3.3) :مستوى التلوث



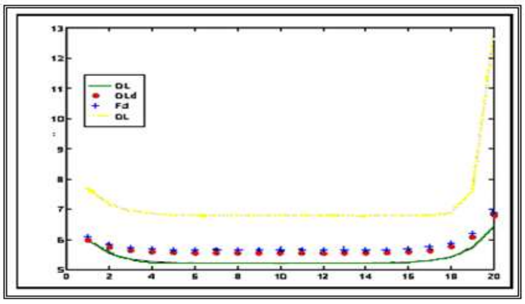
الشكل (1.3.4) : مستوى فرض الضريبة



الشكل (1.3.5) : مستوى الأسعار



الشكل (1.3.6) : مستوى الإنتاج



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "MATLAB 2008 "

يبقى الحل السابق يؤدي إلى مستويات أعلى للتلوث، فرض الضريبة، مستوى السعار ومستوى الإنتاج، وهذا ما توضحه الأشكال السابقة (1.3.3) ،(1.3.4)،(1.3.5) و(1.3.6) على الترتيب. من نتيجة ذلك يمكن إعادة النظر مرة أخرى في نتيجة ضعف الإغناء للحل المتميز بالتوافق الزمني وهذا على الأقل من جانب الرائد، إذ أن هذا النوع من الحل يمكن الرائد من الحصول على الحد الأمثل المطلق. وما يشد الإنتباه هنا بالفعل هو أننا نصل إلى نفس النتائج إذا إستخدمنا الحل المتميز بالتوافق الزمني لـــ "Stackelberg" من النوع المفعول الرجعي. ويجب القول بأن هذا الحل الأخير قد يكون في بعض الأحيان أفضل من الحل من نوع الحلقة المفتوحة مع وجود إلتزام (Ol) بالنسبة كلا اللاعبين إذا ما أخذنا بعين الإعتبار النتيجة المحققة بواسطة: $J^{S^{Fd}} = 3.9647\times10^{3} > J^{S^{Ol}} = 3.7337\times10^{3}$ كما يبينه الجدول (1.3.4). ويتضح لنا جليا من هذا النموذج أنه لا يمكن بأي حال تعميم قاعدة حصول أو عدم حصول ضعف الإغناء من الحلول ذات التوافق الزمني سواء كان الأمر يتعلق بالرائد أو بالملاحق وبمعنى آخر لا يمكننا أن نجزم بصورة قطعية بأن الحلول ذات التوافق الزمني تعطي ضعف الإغناء أو تعطي خلاف ذلك.

هناك ملاحظة أخرى يجب الإشارة إليها في إطار المعلومة من الحلقة المفتوحة، يصبح الحل التقديري *Old* هو الأفضل للجميع أي بالنسبة للمنظم (الرائد) كما بالنسبة للمحتكر (الملاحق) وهذا إذا ما قارنا النتائج المتحصل عليها منه مع نتائج الحل من الحلقة المفتوحة مع وجود الإلتزام *Ol*، وبذلك نرى أنه لا يوجد أي سبب من شأنه أن يثير عدم مصداقية أو نقص نجاعة الحل التقديري.

2.5.2 الحالة الثانية: عندما تكون $\beta = 0,8$ و $\tilde{\beta} = 0,8$:

نحصل من المحاكاة الملائمة لهذه الحالة على نفس التفسير العام لترتيب الحلول الخاصة بالمحتكر:

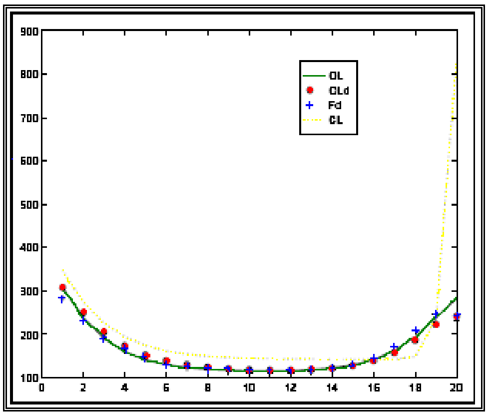
الجدول(1.3.5): المكاسب المتجمعة الوحدة: 10^6دينار

نوعية الحلول	J_c^L	J_c^S
الحلقة المفتوحة *Ol (Open loop)*	$3,2652\times10^3$	$1,0727\times10^3$
الحل التقديري *(Discrétionnaire)* *Old*	$3,2725\times10^3$	$1,2848\times10^3$
المفعول الرجعي *Fd (Feedback)*	$3,1988\times10^3$	$1,3525\times10^3$
الحلقة المغلقة *Cl (Boucle fermée)*	$4,1890\times10^3$	0

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج المحاكاة ببرنامج "MATLAB 2008 "

نحصل من المحاكاة المنجزة والملائمة لهذه الحالة على نفس التفسير العام لترتيب الحلول الخاصة بالمحتكر.

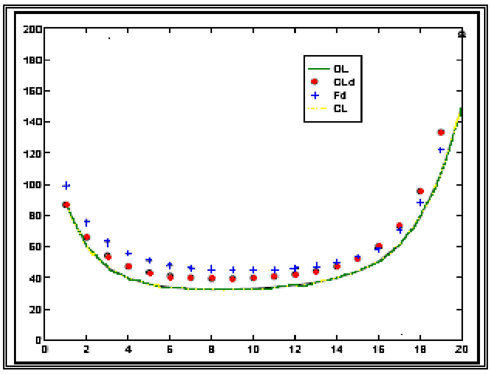
الشكل (1.3.7): التطورات الحاصلة في دالة الرائد J_t^L



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "MATLAB 2008 "

لا يكون الحل المتميز بالتوافق الزمني من صنف "Stackelberg" من المفعول الرجعي أمثلا بالنسبة للمنظم (الرائد) إذا ما قورنت المكاسب التي يجنيها من الحل التقديري، وهذا ما يبينه الجدول (1.3.5) ويوضحه الشكل (1.3.7) .

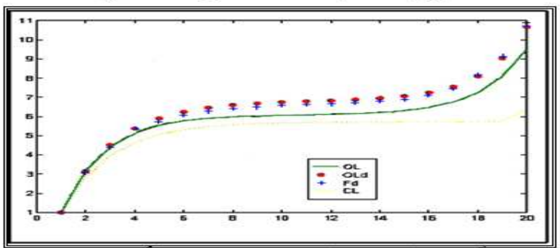
الشكل (1.3.8): التطورات الحاصلة في دالة الملاحق J_t^S



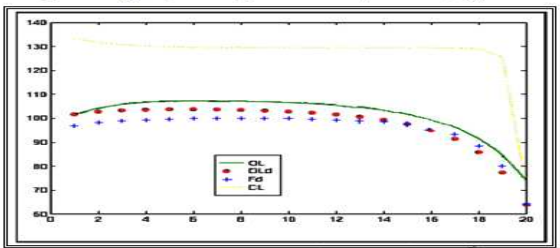
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "MATLAB 2008 "

يلاحظ مرة أخرى أن المحتكر (الملاحق) يجني فائدة من إعادة النظر في الإستراتيجية من الحلقة المفتوحة التي إستخدمت في البداية وهذا ما يبينه الجدول (1.3.5) ويوضحه الشكل (1.3.8) وفي نفس الوقت فإن هذا المحتكر يحصل هنا بفضل الحل المتميز بالتوافق الزمني من صنف "Stackelberg" من المفعول الرجعي على مكاسب أكبر في كل الحالات بالمقارنة مع المكاسب التي يحصل عليها بواسطة الحلول المتميزة بالتوافق الزمني الأخرى سواء كانت بإلتزام أو بدون إلتزام $(J^{S^{Fd}} > J^{S^{OLd}} > J^{S^{OL}})$.

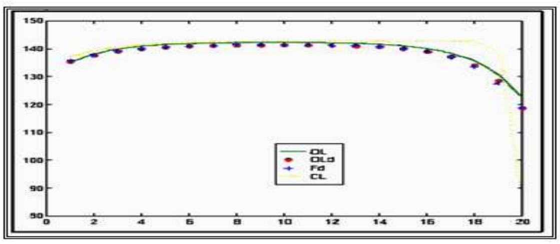
الشكل(1.3.9): مستوى التلوث



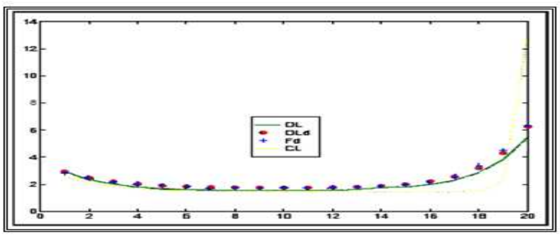
الشكل(1.3.10): مستوى فرض الضريبة



الشكل (1.3.11): مستوى الأسعار



الشكل (1.3.12): مستوى الإنتاج



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "MATLAB 2008 "

بوجه عام فإن هذه الحلول تبقى متقاربة في نتائجها (مستويات أعلى للتلوث، فرض الضريبة، مستوى الأسعار والإنتاج) وهذا ما توضحه على الترتيب الأشكال (1.3.9) (1.3.10)، (1.3.11) و(1.3.12)، ونود أن نشير في النهاية بأنه يبدو واضحا في حالة العمل بالحلول من نوع الحلقة المفتوحة المتميزة بعدم التوافق الزمني ، أن المكسب الإضافي الذي تترتب عن إعادة النظر في الحل المعلن عنه من البداية و المعمول به تكون أقل مما ينبغي بكثير إلى درجة أصبح يثار مرة أخرى التساؤل عن شدة التحفيز ما إذا كانت قوية بما فيه الكفاية لتعطي نتائج ذات أهمية.

خلاصة الفصل الثالث:

إستعرضنا في هذا الفصل مختلف الحلول النظرية من صنف "Stackelberg" وحاولنا تطبيقها في أول مرة على نموذج فرض الضريبة يتضمن فترتين ثم مرة أخرى على نموذج ديناميكي خاص بالتلوث. ويلاحظ أنه ليس من السهل تحديد هذه الحلول و العمل بها فكثيرا ما نصطدم بعراقيل ومشاكل عويصة في إستعمالاتها خاصة في الحالات التي تستعمل فيها الإستراتيجية المحفزة مثل حالات شذوذ المسائل أو تعقد الحسابات. وما يثير مخاوف الإقتصاديين هو تعدد مثل هذه المسائل الإقتصادية المعقدة الحساب التي تتطلب إستخدام دالة منفعة لو خطية *(Log - Linear)* في غالب الأحيان. ويجدر التنويه هنا بأننا قد إستطعنا، بفضل إجراء عدد لا بأس به من المحاكاة الرقمية أن نجد أجوبة لبعض الأسئلة التي كنا قد تطرقنا إليها في الفصل الأول، كما أوضحنا أن في لعبة التلوث قد يصبح من الأفضل للجميع اللجوء إلى العمل بإستراتيجية ذات توافق زمني (صنف "Stackelberg" من المفعول الرجعي)، بالإضافة إلى ذلك فقد أمكن من خلال النموذجين اللذين تعرضنا لهما بالدراسة تقصي الطبيعة التقديرية للحل التي تكون غير مضرة بتاتا. وفي ذات اللعبة (لعبة التلوث) يلاحظ أن المكاسب التي نتحصل عليها من إستعمال إستراتيجية الحلقة المفتوحة تكون متقاربة في القيمة من المكاسب التي نحصل عليها بفضل إستراتيجية المفعول الرجعي وهذا ما يراه الباحثان "Capoen" و"Villa"، إذ يؤكدان في دراستهما أن:

« التوافق الزمني لا يتضمن إختلافات رقمية تستحق الـــذكر بالمقارنة مع السياسات الأخرى غير المتوافقة زمنيا » .[1]

وقد خلصا إلى أن هذا المشكل يمثل مسألة من الدرجة الثانية.

[1] CAPOEN, F., ET P. VILLA, *La coordination interne et externe des politiques économiques : une analyse dynamique*, Revue Economique, presses des sciences po ,Paris , 1998,P658

خلاصة القسم الأول :

لقد إستهللنا هذا القسم بدراسة ظاهرة عدم التوافق الزمني، وشرح الجوانب المختلفة لها إنطلاقا من العمل الأول في هذا الحقل والمؤسس[1] الذي قام به "Kydland " و"Prescott". وحرصنا على إستيفاء السببين اللذين يدعوان إلى إعادة النظر في السياسة الإبتدائية ثم شرحنا هما شرحا يأخذ بكل الجوانب وحسب "Petit":

> «حتى ولو إفترضنا بأن الحكومة تقوم بتحفيزات ذات أهمية لمراجعة سياساتها للفترة المخططة، فإن نتائج هذه المراجعة لا يجب أن تكون مبالغا فيها » [2]

وتبعا لذلك إرتأينا أن نقترح، كإطار ملائم لدراسة ظاهرة إعادة النظر في السياسة الإقتصادية نظرية ألعاب "Stackelberg" التي تعد أنسب الطرائق لدراسة عدم التوافق الزمني بالتحديد. وبذلك إستعرضنا إطار التحليل هذا وحاولنا تقصي أدواته وتوازناته ثم قمنا بإعطاء مقارنة في بادئ الأمر بين إطار آخر يتضمن لعبة خطية تربيعية، لننتقل بعد ذلك إلى توصيف المسائل بإستخدام نموذجين إقتصاديين يتعلق أحدهما بفرض الضريبة والآخر بمختلف إستراتيجيات التوازن الملائمة لهذه اللعبة محاولة للوصول إلى طريقة نشرح من خلالها بأن توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة ليس بالضرورة توازنا يتميز بالتوافق الزمني وقد توصل إلى هذه الملاحظة كل من "Simaan" و"Cruz":

> « إن مبدأ الإغناء [أي التوافق الزمني بالنسبة لنا] [...] لا يمكن التحقق منه بطريقة الحل من صنف "Stackelberg" من [الحلقة المفتوحة أو المغلقة] وفي نفس الوقت لا يمكن التحقق منه بطريقة حل "Nash" ».[3]

[1] KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Previous Reference, P473–492.
[2] PETIT, M., *Control theory and dynamic games in economic policy analysis*, Previous Reference,P302.
[3] SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Previous Reference,P619.

في عالم تسيطر فيه المعلومة وتطغى على ساحته طغيانا شاملا، يحق لنا أن نتساءل عن جدوى العمل بالإستراتيجية ذات عدم التوافق الزمني مع أن إمكانية العمل بإستراتيجيات تتميز بالتوافق الزمني كفيلة بأن تعطي مكسبا معتبرا للرائد. فإذا كان من الصعب في نفس المسألة المطروحة في إطار نظرية الألعاب الديناميكية أن نحكم مسبقا عن أفضلية حلول "Stackelberg" فيبقى بلا شك أن أفضل إستراتيجية يعمل بها الرائد هي الحلقة المغلقة التي كثير ما تتميز بالتوافق الزمني.

ولفهم مواضع الضعف والقوة في عملية إعادة النظر بجانب أفضلية التوافق الزمني، تطرقنا إلى المسألة لتوضيح جدوى العمل بها حتى لا نقطع بفرض إعادة النظر في الإستراتيجية الإبتدائية للرائد وهذا لمعرفة أثر عدم التوافق الزمني والوقوف على أهميته، وقد تبين لنا أنه، علاوة على أن الملاحق لا يخسر بالضرورة من عملية إعادة النظر التي يرغب فيها الرائد فإن هذا الأخير عادة ما لا يتمكن من تحسين من وضعيته بما يتناسب مع ما يصبو إليه. وكان قد أشار إلى هذا المكسب الضئيل الذي يترتب عن تقدير الإقتصادي "Sengupta" الذي يرى بأنه :

> « يبقى من المهم لنا، من الناحية التطبيقية، أن نعترف بوجود عدة وضعيات تكون فيها مسألة ذات عدم التوافــق الـــزمني المقترن بالسياسات التقديرية المثلى ، لا يجنى منها بتاتا مكسبا ذو أهمية ».[1]

كما أكد طبيعية ذلك كل من "Christodoulakis" و"Gaines" و"Levine" فقد حاول هؤلاء الثلاثة تقييم نتائج إعادة النظر في إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة في سياق عالم يتميز بالحتمية فإنتهوا إلى نتيجة مفاجئة آنذاك : ليس هناك أي مكسب من عملية إعادة النظر[2].

[1] SENGUPTA, J., *Information and Efficiency in economic decision*, the theoretical and applied econometrics, Institute of Advanced Studies, Martinus Nijhoff, Boston , 1985,P303.

[2] CHRISTODOULAKIS, N.M., J. GAINES, and P. LEVINE, *Macroeconomic policy using large econometric rational expectations models: methodology and application*,Oxford Economic Papers 43, Oxford University Press,United Kingdom, 1991, P39.

ويمكن تفسير عدم وجود مكسب معتبر من إعادة النظر بإعتبار أن هذه الأخيرة ليست في النهاية سوى مسألة تقنية مردها إلى بنية المعلومة من الحلقة المفتوحة. وبعكس ما رأينا في السابق فإننا سنحاول في القسم الموالي أن نتطرق إلى دراسة إعادة النظر التي تكون مصدرها آثار الإعلان أي إعادة النظر التي تفرضها آثار الإعلان .بمعنى آخر أن هناك إرادة إستراتيجية حقيقية تميل إلى إستعمال التحايل.

القسم الثاني

ألعاب "Stackelberg" المقلوبة

والسياسات الإقتصادية

تمهيد:

يذهب "Lordon" في تحليله للديناميكية الإقتصادية إلى أن الدولة تتراءى دوما بمظهر سفيه القوم:

« تتراءى الدولة بمظهر سفيه القوم، إذ تبدو وكأنها هي وحدها التي لا ترى شيئا ولا تفهم في الأمور فتيلا. ويسمى هذا العوز الإستراتيجي من الناحية التقنية بإسم توازن "Stackelberg". في النماذج التي تدرس المصداقية حيث تظهر العلاقات بين الدولة والمتعاملين في شكل لعبة يصبح السبق في الحصول على المعلومة لصالح المتعاملين» [1]

كثيرة هي مرادفات السياسة ذات التوافق الزمني ولكنها هل تعبر عن نفس المدلول فقد كان "CHOW " قد تناول هذه الفكرة محاولة منه لرفع هذا اللبس:

« إن المصطلحات المتنوعة مثل السياسات التي تدرس في صورة ألعاب فرعية تامة والسياسات ذات التوافق الزمني أو السياسات ذات المصداقية، هي في الحقيقة مصطلحات مختلفة لنفس الفكرة » [2].

ووفق هذا التعريف إرتأينا أن نطرح السؤال التالي: هل تعبر مصطلحات مثل التوافق الزمني الألعاب الفرعية التامة أو المصداقية عن نفس الشيء ؟ يهدف موضوع القسم الثاني من أطروحتنا إلى توضيح معاني هذه المفردات، وإستيفاء شرحها الذي يمكننا من تحديد هذه المسألة، إذ يبدو أنه من الضروري إعطاء توضيحات وافية لأن معاني هذه المصطلحات هي التي تحدد فهم الطبيعة المعيارية الهامة للنماذج الإقتصادية، والتي لها الفضل في توضيح وتقصي العلاقات السببية للمسألة مثل نماذج التضخم – البطالة للباحثين "Barro" و"Gordon". ولمعرفة مدى أهمية تحديد هذه

[1] Lordon ,F Formaliser la dynamique économique Historique, Référence déjà citée ,P84
[2] CHOW, G., *Dynamic Economics*. Oxford University Press,United Kingdom, 1997, P14

المصطلحات، يكفي أن يلاحظ بأن معظم الكتابات التي تتناول بالدراسة نظرية البنوك المركزية أو السياسات الإقتصادية توظيف مصطلحات أساسية مثل التحايل، عدم التوافق الزمني أو كذلك المصداقية على غرار ما نجده في عدة أبحاث [1] فكلها تلجأ بصفة عامة إلى الحل الذي يتميز بعدم التوافق الزمني لمعالجة مسائل تتميز بوجود إرادة في إستعمال التحايل من طرف الرائد.

ومع ذلك يبقى من النادر جدا أن نجد دراسة نظرية تتطرق إلى ظاهرة التحايل في نظرية الألعاب بالمفهوم الدقيق لها، إلا بعض الكتابات القليلة جدا في هذا السياق[2]. إن الغموض الذي رأيناه في الفصل الأول من القسم الأول الذي ظل يكتنف التمييز بين إعادة النظر المتمخضة عن ظاهرة عدم التوافق الزمني أي إعادة نظر تقنية محضة وبين إعادة نظر سببها الإرادة في التحايل أي إعادة نظر إستراتيجية، يفسر جيدا النقص الفادح الذي يشوب أدبيات هذا الموضوع. ومما يزيد من صعوبة هذا الغموض هو أن إطار التحايل لنظرية ألعاب "Stackelberg" المعيارية الذي كنا قد تطرقنا إلى عرضه في القسم الأول لا يبرز صورة التحايل بالرغم من تقصيه لظاهرة عدم التوافق الزمني. إن دراسة الألعاب التي تعتمد على آثار الإعلان (التحايل) تتطلب وجوب الأخذ بعين الإعتبار دور الإعلان كمتغير إستراتيجي في المسألة، وبذلك فإننا إرتأينا أن نستعين بطريقة تحليل ملائمة التي تتلاءم مع عدة نماذج إقصادية كالنماذج من نوع "Barro" و"Gordon" ونستخدمها كإطار نظري لنمذجة ظاهرة إعادة النظر الإستراتيجية، ونعني بها ألعاب "Stackelberg" المقلوبة. تتميز هذه الألعاب المقلوبة مع تشابهها بألعاب "Stackelberg" المعيارية بوجود إستراتيجيات توازن تتميز بها، بما أن الرائد فيها يستأثر بصفة آلية بفعل إضافي يسمى « الإعلان».

وسنتطرق بالتفصيل في فصول هذا القسم إلى المسائل التالية : لقد عمدنا في الفصل الأول إلى طرح أسئلة تخص في أول الأمر التكافؤ أو الترادف بين مصطلح عدم التوافق الزمني ومصطلح التحايل، ومن أجل الوصول إلى ضبط المصطلحين قمنا بتحديد إطار ملائم لذلك وهو نظرية

[1] -PERSSON, T., and G. TABELLINI, *Macroeconomic Policy, credibility and Politics*. Harwood Academic Publishers.USA , 1990

-CUKIERMAN, A., Central bank strategy, credibility and independence theory and evidence. MIT press ,USA, 1992

[2] - HÄMÄLÄINEN, R., *On the cheating problem in Stackelberg games*, International Journal of Systems Science, 12, Taylor and Francis group,London , 1981, P753–770.

- HUGUES-HALLETT, A., and S. HOLLY, *Optimal control, expectations and uncertainty*. Previous Reference.

ألعاب "Stackelberg" المقلوبة. وبعد تعريف الإستراتيجيات المتميزة بالتوازنات التي أساسها إرادة التحايل هذه، نسعى بعد ذلك إلى توضيح العلاقات بين عدم التوافق الزمني و التحايل و بين التوافق الزمني والمصداقية وبين التحايل والعقوبة. ثم تساءلنا في هذا السياق عن إمكانية وجود إستراتيجيات تحايل مثلى تتميز بالتوافق الزمني؟ وهل توجد علاقة سببية بين التوافق الزمني والمصداقية ؟

كما خصصنا الفصل الثاني لدراسة إستراتيجيات التوازن للتحايل وبالتحديد داخل لعبة خطية تربيعية، ومثلما حاولنا – في القسم الأول – معرفة من بين أشياء أخرى، تأثير التقديرية، فإننا سنتطرق هنا إلى مسألة تأثير التحايل وبالأخص على اللاعب الذي يكون ضحية هذا التحايل. ولكي نبين مدى أهمية هذه المساهمة بإقتراحات مختلفة، فإننا سنمثل الحالات المقترحة، إلى جانب تقديم محاكاة رقمية عن ذلك، بإستخدام نموذج فرض الضريبة لـ "Fisher" وكذلك نموذج التضخم – البطالة من نوع "Barro" و"Gordon".

الفصل الأول:

تأثير الإعلان، عدم التوافق الزمني والمصداقية على السياسة الإقتصادية

تمهيد:

بعكس ما رأينا في القسم الأول، فإننا سوف نفترض هنا وجود إرادة سياسية أي وجود إستراتيجية حقيقية في إستعمال الأثر المحض للإعلان. وقد إستقينا الجوانب المختلفة لهذا العمل من نظرية ألعاب "Stackelberg" المقلوبة، بإعتبار أنها تشكل الإطار الدراسي الملائم لهذه المسائل وسنرى في سياق هذا الفصل بعض الفرضيات التي ستشرح بلا ريب أهمية هذه النظرية وتبرهن عن نجاعتها. ثم نتطرق فيما بعد إلى بعض الحلول الملائمة لهذا الإطار: كالحلول التي تعتمد على التحايل كما سنوضح بفضل نموذج من نوع التضخم – البطالة الإستراتيجيات الحلول المختلفة هذه. وسندرس من جديد وفي الإطار نفسه مفهوم عدم التوافق الزمني والمصداقية لنبين بأن الحل المتميز بالتوافق الزمني، مثل الحل المتميز بعدم التوافق الزمني، قد يفتقد إلى المصداقية في مرحلة قبلية وأمام هذا الوضع تتحدد مصداقية تسمى بالمصداقية الذاتية ***(Credibility subjective)***. وتكون هذه الأخيرة متصلة بإستعمال آليات التوقعات بالعقوبة ***(Trigger)*** التي يجب أن يلجأ إليها الملاحق. ومن أجل تحديد النتائج التي تترتب عن هذه الحالة فسوف نستعين بدراسة صيغة مكررة تتميز بديناميكية كاذبة ***(The repeated and pseudo dynamic)*** للعبة من نوع "Barro" و"Gordon". وسوف يظهر لنا بذلك بأن العقوبة قد تستغرق وقتا طويلا وتكلف كثيرا، مما يجعل اللاعب في بعض الأحيان يحبذ من الناحية العقلانية الوقوع ضحية تحايل عوضا أن يتلقى العقوبة. لأن العقوبة في هذه الحالة تكون صعبة التحقيق.

1 وضع إطار تحليل :

لقد إنصب إهتمامنا في القسم الأول على نوع من ألعاب "Stackelberg" يسمى الألعاب المعيارية. يتميز هذا النوع بعدم وجود أثر الإعلان ويمكن تمثيله بمتتابعة اللعب التالية:

الفعل الأمثل للرائد	u^*
	$\downarrow$
الإستجابة المثلى للملاحق	$v^*T^S(u^*)$

لنفرض في هذه المرة أن الرائد هو الذي يلعب بصفة طبيعية بعد الملاحق، فهل يوفق في هذه الحالة، ويحتفظ بالريادة *(Leadership)* في اللعبة ؟ يستطيع أن يوفق في ذلك إذا وفقط إذا كان يستطيع بفضل دهاء أو حيلة *(Artifice)* يسلكها أن يبقى لديه القدرة في التأثير على سلوك الملاحق. وهذا الدهاء أو الحيلة التي تهمنا في هذه الدراسة عبارة عن الأثر الذي يحدثه الإعلان والذي نسميه من الناحية التقنية بالتحايل.

وتأخذ آثار الإعلان أشكالا مختلفة:

- الإعلان العادي *(Simple Ad)*:

  والذي مضمونه « مهما تفعل أنت فإنني سأتصرف وفق الفعل b»
- الإعلان عن طريق دالة رد الفعل *(Announcement of a reaction function)*:

  والذي مضمونه

  «سأتصرف بأفعال وفق أفعالك فإذا قمت بالفعل a سوف أرد عليك بالفعل b»
- الإعلان التهديدي *(Ad Thereatening)*:

  والذي مضمونه

  «سوف أتصرف بالفعل b ، أما إذا إخترت أنت إختيارا غير الفعل a [1]، فإنني سأعاقبك وأتصرف حينها ب بالفعل c، وهذا بغض النظر عما تفعله أنت فيما بعد ».

إن مختلف إستراتيجيات الإعلان هذه هي في الحقيقة عبارة عن إعلانات لدوال الإستجابة نوعا ما غير مستمرة. والمرجعية الأساسية لإعلان دالة الإستجابة هي حل "Stackelberg" التحفيزي بوجه خاص، وسوف نتطرق إلى هذه النقطة بإمعان. بإستعمال هذه الإعلانات فإن الرائد يحاول بطبيعة الحال التأثير على سلوك الملاحق بما يجعله يخدم مصالحه.

[1] ويتمثل في أفضل فعل يقوم به الملاحق في مواجهة الفعل b

1.1 اللعبة :

يدعى هذا النوع من اللعبة التي يستمر فيها الرائد رائدا بفضل قدرته على التأثير على اللعب من خلال أثر الإعلان بلعبة "Stackelberg" المقلوبة، ومن مميزتها أن الرائد يكون له القدرة على اللعب مرتين:

– أولا: الإعلان في البداية عن الفعل العيني له (سواء أنه يقوم به أو لا يقوم به).

– ثانيا: التحقيق الفعلي لهذا الفعل.

وحسب بنية المعلومة المستخدمة في اللعبة يتمكن الرائد أو لا يتمكن من ملاحظة الإستجابة التي يبديها الملاحق إتجاه الإعلان الذي يقوم به. إن ربط لفظ المقلوبة بالألعاب يفسر لنا بأنه وبالمقارنة مع ألعاب "Stackelberg" المعيارية فإن المعلومة المتوفرة لكل لاعب عن منافسه هي التي تكون مقلوبة[1]. وبعكس ما رأيناه في الألعاب المعيارية فإن الرائد في الألعاب المقلوبة يمكنه معرفة الفعل الذي يريد أن يقوم به الملاحق في حين يبقى هذا الأخير يجهل تماما نشاط الرائد.

ولتوضيح هذا المبدأ إرتأينا أن نستخدم هنا لعبة بسيطة في فترة زمنية بدون متغير حالة.

لتكن U و V عبارة عن مجموعتين من الأفعال المسموحة للاعبين بحيث u و v هما على الترتيب عنصران من هاتين المجموعتين . ولنفرض بأن η^i هي مجموعة المعلومة للاعب i حيث $i = L,S$.

ونعلم جيدا بأن إستيفاء صورة ألعاب "Stackelberg" المعيارية في هذه الحالة تكون على النحو التالي $\eta^L = \varnothing$ و $\eta^S = u$. وهذا يعني أن الرائد ليس له أي قيمة عن فعل الملاحق (حتى وإن حاول أن يحسب هذه القيمة أو يتخيلها)، وفي المقابل يجد الملاحق هذه القيمة في مجموعة معلوماته الخاصة. وبعكس ألعاب "Stackelberg" المعيارية، فإن ألعاب "Stackelberg" المقلوبة تكون على هذا النحو: $\eta^S = \varnothing$ و $\eta^L = v$ أي أن الملاحق مع إطلاعه على الإعلان يجهل القيمة الحقيقية لهذا الإعلان وبالموازاة يصبح الرائد الذي يسبق له أن أعلن عن فعله بواسطة

[1] - HO, Y.C., and G. OLSDER ,*Aspects of the Stackelberg game problem – Incentive,bluff, and hierarchy*, in Proceedings of the IFAC Congress, volume IX, IFAC World congress Kyoto Japan, 1981,P135.

- TOLWINSKI, B., *Equilibrium Solutions of a Class of Hierarchical Games,* in Applications of Systems Theory to Economics, Management and Technology Proceedings of the 5th polish,Ttalian symposium,Torun, 1980,P219 .

- BAŞAR, T., *Information structures and equilibria in dynamic games*, Previous Reference, P28.

الإعلان قادرا على إختيار الفعل الأمثل الذي يخدمه إذ أنه يأخذ كمعطية أساسية فعل الملاحق الذي يصير في هذه الحالة عنصرا من مجموعة معلوماته. ويتضح مما سبق بأن بنيات المعلومة هي بنيات مقلوبة ضمنيا *(Implicitly reversed)* بالنظر إلى الألعاب المعيارية. ومن ثمة جاءت تسمية هذا النوع بألعاب "Stackelberg" المقلوبة، وبناء على ذلك يمكن تحديد هذه اللعبة في ثلاث مراحل هي كالتالي:

إعلان فعل الرائد u^a

$\downarrow$

إستجابة الملاحق (تصديق الإعلان) $v = T^S(u^a)$

$\downarrow$

الفعل المنجز عمليا من قبل الرائد $u = T^L(T^S(u^a))$

ومن هذا يمكن لنا أن نقر بوجود إحتيال (إثر الإعلان) عندما يكون الفعل المحقق u^* يختلف عن الفعل المعلن عنه u^{a*} أي أن $u^* \neq u^{a*}$.

وكما سبق وأوضحنا في مقدمة هذا القسم ، أن الألعاب المقلوبة هي إطار التحليل الذي يلائم الموضوع جيدا، ويوافق ضمنيا الكثير من النماذج الإقتصادية التي تدرس المصداقية، غير أن هذا الإطار وإن كان يمنح الأفضلية لدراسة لعبة يكون فيها للإعلانات وزن هام فهو يلاءم الكثير من المسائل الإقتصادية التي تعتمد على المعلومة لشرح أنواع معينة من الأحداث ولإستنباط النتائج فإنه بالمقابل كثيرا ما يستخدم فرضيات يقل إستعمالها وأحيانا تكون مجهولة تماما.

2.1 الفرضيات:

يمكن إحصاء على الأقل ثلاث فرضيات لها صلة بهذا النوع من اللعبة.

1.2.1 الفرضية الأولى:

لا يوجد هناك أي إتفاق ملزم في اللعبة.

تعني هذه الفرضية بأنه في المرحلة الثالثة، مرحلة التوظيف الفعلي للإستراتيجية الحقيقية يصبح الرائد حرا في إختياره، ولو كان قد أعلن في مرحلة سابقة عن هذا الإختيار، ولا يفسر ذلك بأن هذا الرائد سيقوم آليا بإختيار فعل يختلف عن الإعلان الذي قام به ولكن يبقى فقط

بأنه في حالة وجود إلتزام في الإعلان فإن هذا الإلتزام لا يكون سوى إلتزام ذاتي ولا يجبره على إحترامه أحد. وبطبيعة الحال فإن الرائد في هذه الحالة سيوظف إستراتيجية ذات توافق زمني وحينها يتعذر عليه أن يقدم فعل أفضل مما جاء في الإعلان (وجود إلتزام ذاتي ضمني). وهنا تبقى بنية المعلومة المقلوبة سواء في لعبة ذات فترة زمنية واحدة أو في لعبة متكررة هي وحدها التي تظهر قدرة في دراسة المصداقية بأسلوب يكشف عن فائدتها الخاصة في هذا الحقل وهذا ما لا نجده في ألعاب "Stackelberg" المعيارية بحيث ينتفي إجراء دراسة كهذه ولا يقوم له وجود أساسا إذا علمنا أن ألعاب "Stackelberg" المعيارية هذه لا تتضمن إعادة النظر في الإعلان.

2.2.1 الفرضية الثانية :

يجهل الملاحق دالة خسارة الرائد وبالتالي فهو لا يعرف دالة إستجابة هذا الرائد والعكس ليس صحيحا .

إلى حد ما يمكن إعتبار هذه الفرضية واقعية لأن هناك في الواقع رغبة في أن تحتفظ الإعلانات بقوة التأثير [1]، عندما يصبح الملاحق على علم بـــ T^L، فلا يوجد هناك أي سبب بل لا يتصور بألا يغتنم هذا الملاحق من وضعيته التدريجية ***(Hierarchical Position)*** ليأخذ بالحل الذي يخول له الفرصة ليصبح بدوره رائدا في اللعبة، وفي الواقع فإن لعبة "Stackelberg" المقلوبة تصبح بدورها لعبة "Stackelberg" المعيارية بحيث أن المتعاملين الخواص يأخذون موضع الرائد كما لا يوجد أي إعلان يمنع الملاحق من أن يصير بدوره رائدا. مما يجعل الإعلانات حينئذ تصبح بلا أثر.

3.2.1 الفرضية الثالثة :

يختار الملاحق الفعل $T^S(u^a)$ كإستجابة شرطية لكل إعلان u^a يبديه الرائد.

تقتضي هذه الفرضية بأن الملاحق هنا يتصرف كما لو أنه يثق في الإعلان ثقة خالصة فيتصرف بطريقة عقلانية وفق هذه الظروف وببساطة يمكن لنا أن نقول، كما هو مبين في مواضع أخرى من هذه الأطروحة، بأن الملاحق يستجيب بطريقة عقلانية للإعلان .

2 إستراتيجيات التحايل:

عندما يكون الملاحق يجهل دالة خسارة الرائد يستطيع هذا الأخير أن يوظف الإعلانـــات بطريقة إستراتيجية ثم يختار بعدئذ إستراتيجية تختلف تماما عن تلك الإستراتيجية التي أعلن عنها في

[1] سوف نتطرق إلى أهمية هذه الفرضية بإسهاب في سياق هذا الفصل .

البداية، ويعرف هذا الأسلوب بإستراتيجية التحايل. لقد سبق وأن ناقش "Hämäläinen" هـذا الموضوع عندما تطرق إلى دراسة مختلف إستراتيجيات حلول التحايل[1].

ولكي نعطي صورة تشرح مفهوم التحايل في ألعاب "Stackelberg" المقلوبة. نفرض لعبة لا تعاونية تتضمن لاعبين إثنين في فترة زمنية (اللعب بمحاولة واحدة) وككـل مـرة، فهـذان اللاعبان هما على التوالي الرائد L والملاحق S، ونقول عن الدالتين $J^L(u,v)$ و $J^S(u,v)$ بأنهما دالتا الخسارة بقيم حقيقية حيث أن u و v تمثلان الفعليين المتتاليين بالترتيب.

وتنقسم كل فترة لعب إلى ثلاث مراحل. في البداية يعلن الرائد على أنه سيلعب في المرحلة الثالثة الفعل المسموح $u^a = U$ (وهنا نقوم بإلغاء كل الإعلانات التي تتعلـق بالأفعـال غـير المسموحة). في مرحلة ثانية يقوم الملاحق بعد تلقيه الإعلان u^a بإختيار الفعل v الذي يستجيب به عقلانيا لهذا الإعلان حيث $v \in V$. وأخيرا، في مرحلة ثالثة، يلاحظ الرائد ما إختاره الملاحق (v) ليرد عليه بإختيار فعل مسموح u. وكما هو معلوم لدينا فإن الدالة : $T^L : V \to U$ تحـدد دالة الإستجابة للرائد بمعنى أنها تحدد أفضل فعل يقوم به الرائد كإستجابة لكل فعل v يقوم بـه الملاحق. وبالمثل فإن الدالة : $T^S : U \to V$ تحدد دالة إستجابة الملاحق، وهي هنا تبين أفضل فعل يمكن أن يقوم به الملاحق في إستجابته لكل إعلان u^a الذي يورده الرائد (وليـست إسـتجابة للفعل u).

ويلاحظ في سياق بناء اللعب (من خلال الفرضية الثانية) أن الرائد يعرف جيدا دالة الملاحق J^S بمعنى أنه يعرف دالة الإستجابة T^S ، وبالموازاة فإن الملاحق يجهل تماما دالة الرائد J^L، وبالتـالي فهو يجهل الدالة T^L. يبقى من الأوفق أن نفترض، وهذا بـالرجوع إلى الفرضـية الثالثـة، أن الملاحق يثق في تحقيق الإعلان على أرض الواقع، أي أنه مقتنع بتحقق المساواة $u^a = u$ في المرحلة الثالثة من اللعب.

1.2 التحايل من المحاولة الثانية :

بمعرفة دالة إستجابة الملاحق T^S، يتحدد الإعلان الأمثل التحايل من قبل الرائد مـن المحاولة الثانية u^{atsc} بواسطة ما يلي:

[1] TOLWINSKI, B., *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Previous Reference, P487–491.

$$u^{a^{tsc}} = \arg \min_{u^a \in U} J^L\left(u^a, T^S\left(u^a\right)\right) ....(2.1.1)$$

وفي حالة تصديق هذا الإعلان فإن أفضل فعل للملاحق يصبح يتمثل في أن يقوم هذا الأخير بما يلي: $v^{tsc} = T^S\left(u^{a^{tsc}}\right)$. وبمعرفة v^{tsc}، يصبح أفضل فعل يقوم به الرائد هو: $u^{tsc} = T^L\left(v^{tsc}\right) = T^L\left(T^S\left(u^{a^{tsc}}\right)\right)$. حيث أن $u^{tsc} \neq u^{a^{tsc}}$ في كل الأحوال.

يشكل الزوج $\left(u^{a^{tsc}}, u^{tsc}\right)$ حيث أن $u^{a^{tsc}}$ معرفة بواسطة (4.1) وأن $u^{tsc} = T^L\left(T^S\left(u^{a^{tsc}}\right)\right)$ إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية $\gamma^{L^{tsc}} = \left(u^{a^{tsc}}, u^{tsc}\right)$ [1].

وتعرف إستراتيجية الحل هذه في أدبيات الإقتصاد بإسم إستراتيجية الحل المتميز بعدم التوافق الزمني الخالي من الإلتزام. غير أن هذه التسمية يبقى يعتريها نوع من القصور أو النقص إذا علمنا أن مصطلح التحايل ليس مرادفا لعدم التوافق الزمني.

لكنه تجدر الإشارة إلى أن الإستراتيجية الحل $\gamma^{L^{ol}} = \left\{u^{a^{ol}}, u^{ol}\right\}$ حيث أن $u^{ol} = u^{a^{ol}}$ التي نتحصل عليها من حل المسألة (2.1.1) مع وجود القيد الإضافي الذي يقتضي أن $u = u^a$ تتطابق تماما مع إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة في الألعاب المعيارية.

2.2 التحايل الأمثل :

يقوم الحل من نوع التحايل الأمثل الذي يسميه "Hämäläinen" في هذه الحالة بالتحايل العام *(General cheating)* على الإستعمال الأفضل لإستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية ، إذ نجد أن الرائد يبحث عن الإعلان الأمثل $u^{a^{tg}}$ الذي من شأنه أن يدفع الملاحق على إختيار الفعل $v^{tg} = T^S\left(u^{a^{tg}}\right)$ الذي يمكنه من تدنية خسائر الرائد. مع العلم أن فعل الرائد الحقيقي يكون كالتالي: $u^{tg} = T^L\left(v^{tg}\right) \neq u^{a^{tg}}$.

نقول عن إستراتيجية بأنها إستراتيجية مثلى من التحايل العام $\gamma^{L^{tg}} = \left\{u^{a^{tg}}, u^{tg}\right\}$ إذا كانت توفر الشرط التالي [2]:

[1] TOLWINSKI, B., *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Previous Reference, P493.

[2] TOLWINSKI, B., *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Previous Reference, P493.

$$u^{a^{tg}} \equiv \arg \min_{u^a \in U} J^L\left(T^L\left(T^S\left(u^a\right)\right), T^S\left(u^a\right)\right) ....(2.1.2)$$

بحيث أن $u^{tg} = T^L\left(T^S\left(u^{a^{tg}}\right)\right)$.

ويجب أن نشير هنا بأن "Hämäläinen" لم يفلح في التوصل بصفة واضحة إلى حساب الإستراتيجية الحل هذه مباشرة بالنسبة للمسألة الخطية التربيعية في زمن مستمر التي تطرق إلى دراستها وهذا بالنظر إلى الشذوذ الذي يميز هذا النوع من المسائل.

أما في السياق الذي بين أيدينا المتعلق بلعبة خطية تربيعية حتمية مستمرة في زمن منفصل فإننا نجد صياغة بديلة لمفهوم التحايل الأمثل تقتضي إلى طريقة معالجة مختلفة قابلة للحساب.

وفي هذه الصياغة الجديدة أو إن شئنا القول إعادة صياغة مفهوم التحايل يجب أن نأخذ بالحسبان وبصفة مباشرة العناصر التالية :

أ-يكون للرائد - في الواقع - فعلان مختلفان الأول يتمثل في الإعلان u^a والثاني في تحقيق هذا الإعلان u .

ب- إن الرائد يعلم جيدا بأن كل إعلان منه u^a يثير إستجابة من الملاحق ويمكن كتابتـــها بهذه الصيغة $v = T^S\left(u^a\right)$.

ومن ثمة يكون من السهل أن نستنتج بأنه ليس للرائد بديل آخر لكي يحصل على خـــسائر أقـــل خارج إختيار التدنية الآنية لخسائره بدلالة الفعلين u^a و u مع إحتياجه لمعرفـــة كيـــف تكـــون إستجابة الملاحق وبذلك يمكن لنا تحديد إستجابة التحايل الأمثل ببساطة.

يجب أن تحقق إستراتيجة التحايل الأمثل ، $\gamma^{L^{to}} = \left\{u^{a^{to}}, u^{to}\right\}$ المعادلة التالية[1] :

$$\gamma^{L^{to}} = \arg \min_{u, u^a \in U^2} J^L\left(u, T^S\left(u^a\right)\right) ....(2.1.3)$$

[1] VALLÉE, T., C. DEISSENBERG, and T. BAŞAR, *Optimal Open Loop Cheating in Dynamic Reversed Linear Quadratic Stackelberg Games*, Annals of Operations Research, Springer Netherlands, New York , 1998,P223 .

3 نموذج من نوع "Barro-Gordon" :

نحاول في هذا المجال دراسة مسألة تحايل بواسطة لعبة مـــن نـــوع "Barro-Gordon" في صيغة مبسطة[1].

1.3 عرض النموذج :

يمكن تحديد اللاعبين في هذا النموذج على النحو التالي:

الحكومة في دور الرائد في طرف والمتعاملون الخواص في دور الملاحق في الطرف الآخر. ويكون هدف الحكومة التي تمثل الرائد في هذه اللعبة هو السعي من خلال إعتمادها على معدل مـــضخم معين (π) على تدنية دالة الخسارة التربيعية [2] وهذا بإعطاء حجج متكافئة: معدل التـــضخم (π) ومعدل البطالة (u) بحيث أن:

$$\min_{\pi} J^L(u,\pi).........(2.1.4)$$

مع العلم أن $J^L(u,\pi)=a(\pi-\bar{\pi})^2+b(u-\bar{u})^2$ و $a;b>0$.

إن هدف السياسة الإقتصادية الكلية هو الوصول إلى تحقيق إستقرار ***(Stabilization)*** معدل البطالة u في حدود $\bar{u}$، الذي يكون يساوي أو لا يساوي معدل البطالة الطبيعي[3] ***(Natural unemployment)*** u_n مع الحرص أن لا ينحرف معدل التضخم بشكل كبير وواضح عن القيمة المعينة $\bar{\pi}$.

وبذلك يستطيع المتعاملون الخواص إجراء توقعات عن مستوى التضخم π^e، وبالطبع فإنهم يريدون أن تصدق هذه التوقعات على أرض الواقع حتى لا يكونوا عرضة للأخطاء. وكما يرى كل من "Backus" و"Driffill" فإن هؤلاء المتعاملون يبحثون عن تدنية مستوى الإنحراف بين

---

1 - VAROUDAKIS, A., *La politique Macroéconomique*, Dunod, ,Paris, 1994,P12
 - BACKUS, D., and J. DRIFILL, *Inflation and Reputation*, American Economic Review, 75,American Economic Association ,USA, 1985,P 532.

2 كما يشير إلى ذلك "Varoudakis"(1994) فإن إستعمال دالة الخسارة التربيعية تقتضي أن يكون هناك فعالية لسوق العمل في التوازن على المدى الطويل

3 تشمل البطالة الطبيعية كلا من البطالة الهيكلية والبطالة الاحتكاكية وعند مستـوى العمالة الكاملـة، ويكون الطلب على العمل مساويا لعرضه، أي أن عدد الباحثين عن العمل مساو لعدد المهن الشاغرة أو المتوفرة، أما الذين هم في حالة بطالة هيكلية أو احتكاكية فيحتاجون لوقت حتى يتم إيجاد العمل المناسب. و عليه فإن مستوى البطالة الطبيعي يسود فقط عندما يكون التشغيل الكامل. عندما يبتعد الاقتصاد الوطني عن التوظيف الكامل فإن معدل البطالة السائد يكون أكبر أو أقل من معدل البطالة الطبيعي، أي أنه عندما تسود حالة الانتعاش يكون معدل البطالة السائد أقل من معدل البطالة الطبيعي، أما في حالة الانكماش فإن معدل البطالة السائد يكون أكبر من معدل البطالة الطبيعي وبذلك تعم البطالة الدورية.

[1] التضخم المحقق *(Inflation conducted)* والتضخم المتوقع *(Inflation early)* (حسب التنبؤات)، ويحدد هذا الإنحراف دالة خسارة هؤلاء المتعاملين بحيث أن:

$$J^S(\pi,\pi^e)=(\pi-\pi^e)^2 ....(2.1.5)$$

وبالطبع فإن الحكومة (الرائد) تكون على علم بهذه الدالة، وتجدر الإشارة هنا أن للحكومة دالة هدف خاصة بها، وهي بذلك (أي الحكومة) لا تمثل عونا ممثلا.

ويمكن إختصار جملة التحكيمات *(Arbitrations)* بين التضخم والبطالة لتدنية دالة خسارة الحكومة المختصرة بواسطة علاقة ' فيليبس ' المزودة بالتوقعات والتي نبينها في هذه العلاقة:

$$u=u_n-c(\pi-\pi^e),c>0.........(2.1.6)$$

2.3 عرض اللعبة بفترة واحدة :

لنفرض أن $\bar{u}<u_n$. في هذه اللعبة تنوي الحكومة التقليص من معدل البطالة لتجعلـــه أقل من المستوى الطبيعي له. ومن ثمة فإن دوال الإستجابة في هذه اللعبة تكون كالتالي:

$$\pi^* = \arg \quad \min_{\pi} J^L(\pi,\pi^e) \Rightarrow T^L(\pi^e)=\frac{a\bar{\pi}+bc^2\pi^e-bc\bar{u}+bcu_n}{a+bc^2}.........(2.1.7a)$$

$$\pi^{e*} = \arg \quad \min_{\pi^e} J^S(\pi^a,\pi^e) \Rightarrow T^S(\pi^a)=\pi^a...(2.1.7b)$$

حيث أن π^a هو معدل التضخم المعلن عنه *(Inflation Announced)*.

1.2.3 التحايل من المحاولة الثانية :

تكون في البداية هذه الإستراتيجية مطابقة لإعلان الحكومة عن مستوى تضخم يتحدد بما يلي:

$$\pi^{a^{tsc}} = \arg \quad \min_{\pi^a} J^L(\pi^a,\pi^e) \qquad ,\pi^e=T^S(\pi^a).........(2.1.8)$$

[1] BACKUS, D., and J. DRIFILL, *Inflation and Reputation*, Previous Reference,P 534-535.

حيث أن $\pi^{a^{tsc}} = \overline{\pi}$ تمثل توقعات الملاحق التي تكون كالتالي $\pi^{e^{tsc}} = T^S(\overline{\pi}) = \overline{\pi}$. وإستنادا إلى هذا التوقع فإن الحكومة تستطيع تدنية خسائرها باللجوء إلى هذا الإختيار:

$$\pi^{tsc} = T^L(\overline{\pi}) = T^L(T^S(\overline{\pi})) = \overline{\pi} + \frac{bc(u_n - \overline{u})}{a + bc^2} ....(2.1.9)$$

وثمة فإن الخسائر تكون كالتالي :

$$J^L(\pi^{tsc}, \pi^{e^{tsc}}) = \frac{ab(u_n - \overline{u})^2}{a + bc^2} ....(2.1.10a)$$
$$J^S(\pi^{tsc}, \pi^{e^{tsc}}) = \frac{b^2c^2(u_n - \overline{u})^2}{(a + bc^2)^2} ....(2.1.10b)$$

ونستطيع القول في هذه الحالة أنه من جهة إذا إحترمت الحكومة إعلانها أي أن:

$$\pi^{a*} = \pi^* = \pi^{e*} = \overline{\pi}$$

فإن الخسائر تكون على هذا النحو:

$$J^L(\pi^*, \pi^{e*}) = b(u_n - \overline{u})^2 ....(2.1.11a)$$
$$J^S(\pi^*, \pi^{e*}) = 0 ....(2.1.11b)$$

2.2.3 التحايل الأمثل :

كما رأينا من قبل فإن الحكومة التي تشعر بأن لها سلطة تأثير على الملاحق بأثر الإعلان، تستطيع أن تصل إلى تحقيق الحد الأمثل المطلق *(Optimum Optimorum)* عن طريق إستراتيجية التحايل الأمثل بحيث تصبح المسألة في هذه الحالة على هذا النحو:

$$\min_{\pi, \pi^a} J^L(\pi, T^S(\pi^a)) ....(2.1.12)$$

فإذا إعتبرنا أن هناك إستراتيجية محددة بواسطة:

$$\pi^{a^{to}} = \bar{\pi} + \frac{\bar{u} - u_n}{c} \quad (2.1.13a)$$
$$\pi^{to} = \bar{\pi} \quad (2.1.13b)$$

يتبن لنا على التو بأنه إذا كانت الحكومة تنوي تقليص مستوى البطالة إلى ما تحت مستواه الطبيعي بمعنى أن تصبح $\bar{u} < u_n$، وفي هذه الحالة يكون الإعلان عن التضخم أقل من التضخم المرغوب $(\pi^a < \bar{\pi})$ بيد أنه يبقى التضخم المحقق مع ذلك مساويا للتضخم المرغوب $(\pi = \bar{\pi})$.

وفي هذه الحالة تكون الخسائر الواقعة هي (مع العلم $\pi^{e^{to}} = \pi^{a^{to}}$):

$$J^L\left(\pi^{to}, \pi^{e^{to}}\right) = 0 \quad (2.1.14a)$$
$$J^S\left(\pi^{to}, \pi^{e^{to}}\right) = \frac{\left(u_n - \bar{u}\right)^2}{c^2} \quad (2.1.14b)$$

ومن هذا يمكننا ملاحظة أنه لو قام الرائد في اللعبة بإحترم إعلانه (عمل بالإعلان الذي أصدره) $\pi^* = \pi^{a^{to}} = \pi^{e^{to}}$، فإن الخسائر في هذه الحالة تصبح على هذا النحو:

$$J^L\left(\pi^*, \pi^{e^{to}}\right) = \frac{\left(a + bc^2\right)\left(u_n - \bar{u}\right)^2}{c^2} \quad (2.1.15a)$$
$$J^S\left(\pi^*, \pi^{e^{to}}\right) = 0 \quad (2.1.15b)$$

3.2.3 إستراتيجية الحل من نوع "Nash" :

يجب التذكير بأن إستراتيجية توازن "Nash" تتحقق وفق العلاقة التالية $\pi^{a^N} = \pi^{e^N} = \pi^N$. وأننا نحصل عليها من تقاطع دوال الإستجابة، فلو كان لدينا :

$$\pi^{e^N} = \bar{\pi} + \frac{bc\left(u_n - \bar{u}b\right)}{a} \quad (2.1.16)$$

فإن الخسائر في هذه الحالة هي:

$$J^{L}\left(\pi^{N},\pi^{e^{N}}\right)=\frac{b\left(a+bc^{2}\right)\left(u_{n}-\bar{u}\right)^{2}}{a}\quad\text{.........}(2.1.17a)$$

$$J^{S}\left(\pi^{N},\pi^{e^{N}}\right)=0\quad\text{...................................}(2.1.17b)$$

4.2.3 محاكاة نموذج "Barro" و"Gordon":

يوضح الجدول الآتي قيم مختلف الخسائر والتضخم المعلن عنه والمحقق والمتوقع كما يبين قيمة البطالة وفق المعالم التالية: $a=b=c=1$ ، $\bar{\pi}=2$ ، $\bar{u}=5$ و $\tilde{u}=6$.

وقد إرتأينا إستعمال الرموز المختصرة:

- tsc = التحايل من المحاولة الثانية
- $tscra$ = إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان .
- to =التحايل الأمثل .
- $tora$ = إستراتيجية التحايل الأمثل مع إحترام الإعلان.

الجدول(2.1.1): إستراتيجية التحايل من خلال نموذج من نوع "Barro-Gordon"

	π^{a*}	π^{e*}	π^{*}	J^{L*}	J^{S*}
tscra	2	2	2	1	0
tsc	2	2	2,5	0,5	0,25
tora	1	1	1	2	0
to	1	1	2	0	1
Nash	3	3	3	2	0

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

يوضح لنا هذا الجدول بأن عملية التحايل الأمثل تسمح للحكومة التي تمثل الرائد في اللعبة بالحصول على الحد الأمثل المطلق *(Optimum optimorum)* بواسطة أثر إعلان هام جدا غير أن هذه النتيجة تبقى مرتبطة عمليا بتعظيم خسائر الأعوان الخواص. ومن الوجيه هنا أن نتساءل هل بإمكاننا أن نحصل على هذه النتيجة في كل حالة كهذه ؟

3.3 محاولة فهم الغموض السائد بين عدم التوافق الزمني و التحايل :

من حقنا أن نتساءل في هذا السياق عن معنى عدم التوافق الزمني وهل بقي هذا المصطلح يؤدي نفس المعنى منذ إستعماله في أول مرة من طرف "Kydland " و"Prescott" ثم تعميمه على يد كل من "Barro" و"Gordon" ؟ لقد جرت العادة بأن يستعمل مصطلح عدم التوافق الزمني للتعبير عن السلوكات المختلفة المنتهجة للتحايل. لكن في الحقيقة لا يؤدي هذا المصطلح بأي حال من الأحوال إلى تفسير هذه السلوكات.

نجد في كتاب "Mankiw" ما يوضح المعنى ويرفع نوعا ما هذا الغموض إذ يفسر في معجمه هذا مصطلح عدم التوافق الزمني بهذا التعريف:

> «يعتبر عدم التوافق الزمني بمثابة التوجه الذي ينتهجه السياسيون في الإعلان المبكر عن سياستهم من أجل التأثير على توقعات المتعاملين الخواص التي يبنى عليها إختياراتهم السياسية العملية المختلفة وهذا فور الكشف عن طبيعة هذه التوقعات »[1]

يظهر لنا من هذا التعريف بأن عدم التوافق الزمني يرتبط إرتباطا وثيقا بنفسية الملاحق ومدى تصديقه للإعلان وبمعنى آخر فهو يرتبط بالإمكانية الحاصلة لدى الرائد لتضليل أو خداع هذه التصديقات. إن هذا التعريف يؤدي معنى تفسير إستراتيجية التحايل أكثر مما يكون تعريفا لعدم التوافق الزمني، بحيث توجد رغبة لدى الرائد في إستعمال آثار الإعلان لأهداف إستراتيجية: تضليل أو خداع الملاحق أو الملاحقين إن كانوا كثرة.

ويبقى توضيح هذا الغموض من النقاط الهامة التي نستعرضها في سياق هذا الفصل.

4 الألعاب بمحاولة واحدة و التوافق الزمني:

سوف نحاول هنا أن نبين بأنه من المستبعد أن يظهر عدم التوافق الزمني في لعبة بمحاولة واحدة بما أنه لا توجد في مثل هذه الألعاب فترة مختزلة تمنح مكسبا ممكنا من خلال إعادة الإغناء

[1] MANKIW, G., *Macroeconomics* 6,Worth Publishers, USA , 1997 , P160.

فإذا أراد أحدهم إستعمال التحايل فلا ينتظر أن يظهر أي توافق في الفترة ما بين الإعلان والتحقيق. غير أن الإستراتيجية الإبتدائية تكون تتصف بالتوافق الزمني، وبالمقابل فإن تصديقات الطرف الآخر (الملاحق) لا تتصف بهذه الصفة (التوافق الزمني).

1.4 عرض اللعبة :

لقد سبق وأن رأينا بأن لعبة "Stackelberg" المقلوبة تتلخص في المتتابعات التالية :

إختيار الإعلان (يختاره الرائد)	u^a
	$\downarrow$
إستجابة الملاحق (تصديق الإعلان)	$v=T^S(u^a)$
	$\downarrow$
الفعل المحقق من قبل الرائد	$u=T^L(v)=T^L(T^S(u^a))$

ومن الملاحظ في هذه اللعبة أن يصبح للرائد فعلان لا فعل واحد وهما إصدار الإعلان و تحقيق هذا الإعلان. وتعرف الإستراتيجية الإبتدائية المثلى في هذه الحالة بأنها عبارة عن متتابعة للأفعال المثلى التي يمكن صياغتها كما يلي $\gamma^{L*}=(u^{a*},u^*)$، وهذا تحت فرضية بأن إستجابة الملاحق ستكون بصفة عقلانية للإعلان أي أن : $v=T^S(u^{a*})$.

سنتناول الآن بالدراسة ظاهرة التوافق الزمني لإستراتيجيات توازن عديدة. وتجدر الإشارة هنا بأن الإقتراحات التي نوردها في هذا الفصل لا تتحقق إلا في إطار لعبة "Stackelberg" المقلوبة، لكن ذلك لا ينفي تعميم بعض منها على حالات أخرى.

2.4 حل لعبة "Stackelberg" المعيارية (إنتفاء وجود عدم التوافق الزمني):

نحصل على حل لعبة "Stackelberg" المعيارية من خلال معالجة لعبة توصف بأنها لعبة معيارية من نوع "Stackelberg" (وهي عبارة عن لعبة بمرحلتين والرائد هو الأول من يشرع في اللعب)، ولما كانت هذه اللعبة مقلوبة فإن إستعمال أي مفهوم من مفاهيم اللعبة غير المقلوبة يتطلب إرغام الرائد بشرط فرضية قوية حتى لا يتجرأ هذا الأخير إلى توظيف إستراتيجية التحايل وتتمثل هذه الفرضية فيما يلي: إن الرائد لا يحاول خداع أو تضليل الملاحق.

تتميز هذه الفرضية بإضفاء قيد إضافي في اللعبة، ومن ثم تصبح طريقة معالجة المسألة على هذا النحو:إذا كان الرائد يعرف دالة إستجابة الملاحق T^S، فإنه سيبحث حينئذ عن تدنية خسائره الخاضعة للقيد الوحيد في اللعبة والمقتضي بأن الإعلان يجب أن يكون مساويا للتحقيق أي أن $u^a = u$ لتصبح المسألة المطروحة في هذه الصيغة :

$$\min_{u \in U} J^L\left(u, T^S\left(u^a\right)\right) ....(2.1.18a)$$

تحت قيد:

$$u = u^a ....(2.1.18b)$$

وبإستثناء تلك الفرضيات التي تصور أشكال دوال الخسارة، فإن الفعل الذي يمكن بواسطته معالجة البرنامج (2.1.18) يبقى هو الفعل الوحيد. إذا كانت u^* هو هذا الفعل الأمثل المعالج فيكون في هذه الحالة قد تم الإعلان عنه من بداية اللعبة (المرحلة 1)، ومن ثمة تصبح الإستراتيجية المثلى الإبتدائية للرائد كالتالي: $\gamma^{L*} = \left(u^{a*}, u^*\right)$، حيث أن $u^{a*} = u^*$، وبذلك نستطيع أن نبرهن أن الإستراتيجية المثلى الإبتدائية $\gamma^{L*} = \left(u^{a*}, u^*\right)$ حيث أن $u^{a*} = u^*$ التي نتحصل عليها من إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية هي إستراتيجية ذات توافق زمني.

وللبرهنة عن هذا يجب علينا حل المسألة المختزلة، وإذا أخذنا بالإعتبار بنية اللعبة فإن المسألة المختزلة هي المسألة التي تبدأ في المرحلة الثالثة (3) فما هي إذن هذه المسألة المختزلة التي يجب حلها؟ يعتبر هذا السؤال جوهريا بحق، وتحديد المسألة المختزلة برأينا لا يخرج بعيدا عن فحوى التعريف الخاص بالتوافق الزمني، وبناء على ذلك فليس هناك سوى مسألة مختزلة واحدة حيث يكون فيها الرائد على دراية بـــ v^* وكذلك u^{a*}، وهي كالتالي:

$$\min_{u \in U} J^L\left(u, v^*\right) ....(2.1.19a)$$

تحت قيد:

$$u = u^{a*} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.1.19b)$$

وتحت هذا القيد فإن الحل الأمثل الوحيد هو: $u^{*} = u^{a*}$، ومنه فإن الإستراتيجية المثلى الإبتدائية (u^{a*}, u^{*}) هي إستراتيجية ذات توافق زمني، وكما سبق وأن عرفنا فإن هذا لا تتحقق بصفة عامة في سياق الألعاب الديناميكية عندما تكون بنية المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة.

وهناك حل آخر الذي يتمثل في $u^{**} \neq u^{*} = u^{a*}$ نعثر عليه في نماذج من نوع "Baroo-Gordon"، طالما أن هناك معالجة لمسألة مختزلة غير حقيقية وبمعنى آخر فإن في هذه المسألة تم حذف القيد الإبتدائي وأن الرائد سيقوم بمعالجة المسألة الجديدة التالية بدون قيد :

$$\min_{u \in U} J^{L}(u, v^{*}) \ldots\ldots\ldots (2.1.20)$$

لعلنا نلاحظ هنا أن هذه الحالة لا تنطبق على المسألة المختزلة كما هي في (2.1.18)، مما يجعلنا نعتقد أن هذا الحل لا يوفر لنا المعالجة الوافية لمسألة التوافق الزمني، وهذا الإنتقاد يشبه إلى حد بعيد الإنتقاد الذي سبق وأن إعترضنا في الفصل الأول من القسم الأول الذي تطرقنا فيه إلى مسألة التوافق الزمني في نموذج غير سببي لـ "Kydland" و"Prescott" في نظرية التحكم الأمثل. ومن ثمة بات يتعذر علينا أن نعتبر بأن هذا الحل للمسألة الجديدة u^{**} حلا يتميز بالتوافق الزمني مع الإستراتيجية الإبتدائية للمسألة الأولى.

3.4 التوافق الزمني وإختيار الحلول المتعلقة بالتحايل :

يمكن لنا في هذه الحالة ترك الفرضية (الرائد لا يحاول خداع أو تضليل الملاحق) وإختيار البديل الذي يسمح للرائد إستعمال التحايل.

1.3.4 التحايل من المحاولة الثانية :

لنفترض هنا إنتفاء القيد $u^{a} = u$، لكن الملاحق يبقى مع ذلك يعتقد في وجود هذه المساواة (الفرضية الثالثة).

وبإختيار العمل بإستراتيجية "Stackelberg" المعيارية فإننا نعتبر بأن الرائد سيتوصل إلى حساب الإعلان الأمثل له $u^{a^{tsc}}$. والتي يمكن صياغتها كما يلي:

$$u^{a^{tsc}} \equiv \arg \min_{u^a \in U} J^L\left(u^a, T^S\left(u^a\right)\right).........(2.1.21)$$

ثم بعد ذلك و بإعتبار هذا الإعلان الأمثل $u^{a^{tsc}}$، وكذلك بمعرفة إستجابة الملاحق $v^{tsc} = T^S\left(u^{a^{tsc}}\right)$، فإن الرائد يسعى إلى الوصول إلى الفعل (التحقيق) الأمثل u^{tsc} بحيث أن:

$$u^{tsc} \equiv \arg \min_{u \in U} J^L\left(u, v^{tsc}\right).........(2.1.22)$$

ومن ذلك نستطيع تعريف الإستراتيجية الإبتدائية المثلى للتحايل من المحاولة الثانية بالصيغة التالية $\gamma^{L^{tsc}} = \left(u^{a^{tsc}}, u^{tsc}\right)$، بحيث يكون في كل الأحوال $u^{a^{tsc}} \neq u^{tsc}$.

ومن ثمة فإن إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية مثلى من الوهلة الأولى $\gamma^{L^{tsc}} = \left(u^{a^{tsc}}, u^{tsc}\right)$ هي إستراتيجية ذات توافق زمني .

ويمكن أن نتحقق من ذلك من دون صعوبة تذكر لأن معالجة اللعبة بواسطة هذه الإستراتيجية يقتضي من حيث البنية حل المسألة المختزلة.

تنبغي الإشارة هنا إلى أن هذا الإستنتاج وإن كان قابل للتعميم في سياق الألعاب المتكررة فهو لا يصلح للألعاب الديناميكية ذات بنية المعلومة من الحلقة المفتوحة والسبب في ذلك هو أنه يجب المرور بمعالجة لعبة معيارية التي يكون فيها الحل دائما يتميز بالتوافق الزمني.

2.3.4 إستراتيجية التحايل الأمثل :

تعني هذه الإستراتيجية في مقام أول بأن يأخذ الرائد مباشرة بعين الإعتبار بأن له فعلين متمايزين وهما الإعلان وتحقيق الإعلان، وبأن الإعلان الصادر منه موجه في حقيقته إلى التأثير بشكل فعلي على الملاحق. وفي هذه الحالة تصبح هذه الإستراتيجية التي نعبر عنها بـــ $\gamma^{L^{to}}$ معرفة بواسطة زوج الفعلين الأمثلين:

$$\left(u^{to}, u^{a^{to}}\right) \equiv \arg \min_{u, u^a \in U} J^L\left(u, T^S\left(u^a\right)\right).........(2.1.23)$$

وهذا تحت فرضية أن الملاحق يصدق الإعلان ويلعب وفق هذه الصيغة $T^S(u^a)$.
وبذلك نستطيع أن نبرهن بأن إستراتيجية التحايل الأمثل إستراتيجية ذات توافق زمني.
من الوهلة الأولى فإننا نتمكن بواسطة زوج الفعلين الأمثلين (2.1.23) من معالجة نظام من المعادلتين:

$$\frac{\delta J^L}{\delta T^S}\frac{\delta T^S}{\delta u^a}=0.........(2.1.24)$$

$$\frac{\delta J^L}{\delta u}=0.................(2.1.25)$$

إذا كانت $(u^{a^{to}},u^{to})$ هي الحل الأمثل فإن المسألة المختزلة تصبح على هذا النحو:

$$\min_{u\in U} J^L\left(u,v^*=T^S\left(u^{a^{to}}\right)\right).........(2.1.26)$$

مما يساعدنا على حل المعادلة الآتية:

$$\frac{\delta J^L}{\delta u}=0.........(2.1.27)$$

وإذا إعتبرنا أن u^{**} هي الحل. وبما أن J^S محدبة تماما *(Strictly convex)* في النقطة u، فإن حل المعادلة (2.1.27) وحيد ولا نظير له. وبالتالي فإن $u^{to}=u^{**}$. وبذلك تكون قد تحققت صفة التوافق الزمني في إستراتيجية الحل الإبتدائية.
يمكن تعميم إستراتيجية الحل الأمثل ذات توافق زمني على الألعاب المتكررة والديناميكية، ما دامت طبيعة هذه الإستراتيجية تساعدنا على الوصول إلى الأمثل المطلق لصالح الرائد، وبخلاف ذلك يبقى من البديهي أن نحصل من خلال معالجة المسألة المختزلة على هذه اللامساواة $u^{**}\neq u^{to}$.

4.4 تعليق :

على ضوء ما رأينا، يمكن القول بأن إستراتيجة التحايل قد تكون أحيانا ذات توافق زمني. ومن الطبيعي أن يكون للتحايل في سياق الألعاب المتكررة أو الديناميكية نتائج محسوسة ومن أهم هذه النتائج يمكن أن نشير إلى فقدان المصداقية وما يصاحب هذه النتيجة من آثار أخرى على المتحايل مثل العقوبة التي يريدها المتحايل عليه كتكلفة لعدم المصداقية التي تضرر منها. لعله تجدر الإشارة إلى أنه لا يكفي أن يكون الحل ذو توافق زمني لكي يتمتع بالمصداقية من البداية وهذا بعكس ما ذهب إليه "Chow":

> « تكون الإستراتيجية المثلى للاعب، الذي يمثل في هذا المقام متخذ القرار (الحكومة) ذات توافق زمني إذا لم تكن في أي فترة لاحقة أسباب تحث الحكومة وتضطرها على الإبتعاد عن هذه الإستراتيجية، وتصدق هذه الملاحظة في حالة واحدة وهي عندما تكون وفقط هذه الإستراتيجية إستراتيجية تناسب الألعاب الفرعية التامة[1]. كذلك تصبح هذه الإستراتيجية تتمتع بالمصداقية لأن اللاعب الآخر الذي يمثل هنا الجمهور سيعتقد بأن الحكومة ستعمل فعلا بهذه الإستراتيجية لأنه ليس من فائدة الحكومة الإبتعاد أو التخلي عن إستراتيجيتها في المستقبل (بحيث لا تجني من ذلك أي مكسب). [...] إن المصطلحات المستعملة عادة كالسياسة في الألعاب الفرعية التامة والسياسات ذات التوافق الزمني أو السياسات المتمتعة بالمصداقية هي في الحقيقة مصطلحات مختلفة لمعنى واحد. »[2]

[1] حيث أن شرط التوافق الزمني قوي

[2] CHOW, G., *Dynamic Economics*, Previous Reference ,P14.

5 حول مفهوم المصداقية:

لقد شهد مفهوم المصداقية *(Credibility)* تطورا حاصلا بالموازاة مع مفهوم عدم التوافق الزمني، فمنذ الوقت الذي ظهرت فيه الدراسة المشتركة التي قدمها كل من "Kydland " و" Prescott " ثم التعميم على يد كل من "Barro" و"Gordon" وكذلك "Backus" و"Driffill" أخذت فكرة المصداقية السياسية حيزا في نظرت الألعاب وبدت كنتيجة منطقية للتوافق الزمني. فالسياسة التي تتميز بعدم التوافق الزمني تفقد المصداقية. وهنا نتساءل هل هناك علاقة سببية بين التوافق الزمني والمصداقية ؟

يقتضي الجواب عن هذا السؤال تحديد دقيق لمعنى المصداقية، ونفترض هنا لتوضيح المفهوم بأن للمصداقية – ضمنيا – معنيان:

- معنى موضوعي *(Objective)* يقوم على أسباب موضوعية يمكن التحقق منها.
- معنى ذاتي *(Subjective)* يبنى على الإعتقاد الشخصي للاعب.

وبصفة عامة فإن هذه المصداقية تبقى في جملتها ذاتية في حالة ما إذا كان اللاعب المعنى تعوزه أسباب موضوعية لها صلة بوقائع يمكن التحقق منها، كالأسباب المتصلة بفرضيات اللعبة نفسها التي تقلص من حجم المعلومة لدى اللاعب. إن الذاتية تحتاج في طبيعتها إلى عوامل نفسية كالثقة والإعتقاد وحتى السمعة.

وقد حاول كل من "Artus" وكذلك "Drazen" و "Masson" إعطاء تعريف مفيد يفسر مصطلح هذه المصداقية الذاتية، إذ يرى هؤلاء بأن المصداقية الذاتية هي الحالة التي تتصل بالأفعال والحالة التي تتصل بمتخذ القرار نفسه[1].

تكتسي دراسة مفهوم المصداقية ونتائجها أهمية بالغة كما يرى ذلك "Crettez":

> « هناك في البداية تضارب نظري [...] ثم يظهر بعد ذلك تضارب في سياسة الإقتصاد الكلي »[2].

---

[1] - ARTUS, P., *Définition de la crédibilité et politiques rigoureuses* Document de Travail la ,Caisse des dépôts et Consignations, Paris , 1993, P78.

- DRAZEN, A., and P. MASSON, *Credibility of policies versus credibility of policymakers*, Working Paper, National Bureau of Economic Research, United Kingdom , 1993, P56.

[2] CRETTEZ, B., *Politiques temporellement cohérentes et théorie des jeux dynamiques : un essai de clarification*, Revue d'Économie Politique, 107(4),Dalloz,Paris , 1997, P504.

وبالفعل فإن التضارب النظري يبدو واضحا عندما نستعمل مصطلح المصداقية في عدة سياقات نظرية يكون إستعمالها لا يتناسب معها بتاتا (على الأقل عند إستعمالها بصورة قبلية). وسنرى لاحقا أنه لا يكفي أن تكون السياسة ذات توافق زمني لكي تصبح تتمتع بالمصداقية من البداية، إذ لا يحق أن نعوض تلك الملاحظة البعدية التي تعرفنا بأن الحل يتميز بالتوافق الزمني بإرادة قبلية للحصول على حل أمثل يخضع لقيد المصداقية (أي التوافق الزمني). فهذا سيقلص من سلطة المقرر التقديرية من جهة ويرد ذلك الحل المتميز بالتوافق إلى حل ضعيف الأمثل لأنه يضيف قيدا إضافيا.

وإضافة إلى هذا المشكل المتصل بالمصداقية، يعترضنا مشكل آخر وهو العقوبة (وهي تكلفة عدم المصداقية). إن الحكومة في نظر"Barro" و"Gordon" هي عون ممثل *(Representative agent)* [1]، وبذلك فهي تعلم كل العلم بأن المتعاملين الآخرين لا يجهلون صفتها هذه. ولا ريب أنه في حالة التحايل على أحد المتعاملين في الطرف الآخر، فإن هذا الأخير لا يتوانى في إحداث العقوبة الصارمة كجزاء على ما تعرض له من تحايل بإختيار العمل بإستراتيجية لا تعاونية (فقدان الثقة أي فقدان المصداقية)، وهذا على وجه العموم هو حل "Nash" للعبة. وتضعنا هذه الوضعية أمام مفارقة حقيقية. إذا كان التحايل يخول للحكومة الحصول على مكسب إضافي ويمنع المتعاملين الخواص من ذلك، فهذا يعني بأن الحكومة والمتعاملين الخواص ليس لديهم نفس الأهداف وبالتالي يستحيل أن يمثل أحدهما الآخر ويمكن تجاوز هذه العقبة إذا ما إفترضنا أن للمتعاملين الخواص دالة خسارة أو دالة رفاهية خاصة بهم. غير أن هذه الدالة تبقى – بصورة عامة – غير معرفة[2] بل هي بكل بساطة عبارة عن دالة ضمنية.

وأول من إعتبر أن للمتعاملين الخواص دالة خسارة حتى وإن كانت محدودة هما الباحثان "Backus" و"Driffill" بحيث إعتبرا أن تدنية أخطاء التوقعات هو الهدف الرئيسي الذي يريد المتعاملون الخواص الوصول إليه [3]. ولكن يبقى هناك مشكل يرتبط بالعوامل المحفزة على التعاون وكما سيأتي بيانه في هذه الأطروحة، فلا يوجد سبب منطقي واحد من شأنه أن يسهل الوصول إلى هذه النتيجة أي التعاون الإبتدائي إذا توفرت لهؤلاء المتعاملون الخواص المعلومة التامة

[1] BARRO, R., and D. GORDON, *A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model*, Previous Reference, P607

[2] - VAROUDAKIS, A., *La politique Macroéconomique*, Previous Reference,P45.
- MANKIW, G., *Macroeconomics* 6, Previous Reference , P66.

[3] BACKUS, D., and J. DRIFILL, *Inflation and Reputation*, Previous Reference ,P532

ولتجنب هذا الإشكال كان يتحتم علينا أن نفترض تبعا لما ذهب إليه كل من "Backus" و"Driffill"، بأن المعلومة المتوفرة لدى المتعاملين هي معلومة ناقصة فمثلا كأن يعرف هؤلاء المتعاملين بأن هناك نوعين من البنوك المركزية نوع يتميز بالقوة ونوع ضعيف، وبالتالي فإن قرار التعاون يتوفر على الإحتمال الذي يعتبر البنك قويا، وهذا الإحتمال هو الذي يحدد كذلك درجة الثقة في الإعلان. ولمعرفة هذه الوضعية يكون من الضروري إيجاد إجابة لهذا السؤال" متى أتوقف عن التعاون؟ " [1]، وتفادي الإجابة عن هذا السؤال الأولي " ماذا سأجني من مكاسب عن طريق التعاون من البداية إذا كنت أستطيع بدل ذلك أن أعاقب دون أن أتعرض لأي خطر أو خسارة إضافية ؟".

ولعله في كل هذه النماذج التي نجد فيها المتعاملين الخواص يظهرون نوعا من النفور من خطأ التوقعات يبقى حل "Nash" هو الحل الأفضل لهؤلاء المتعاملين (الحل المناسب لتسليط العقوبة) الذي تكون فيه خسارة المتعاملين منعدمة [2] (ليس هناك خطأ في التوقعات)، وهكذا من البداية وبصفة عقلانية فلا يبقى لهم أي مكسب في التعاون.

إن هذه الملاحظات التي تطرح بحق مأزقا، تبقى تثير مشكلا جوهريا و يتمثل في معرفة إطار التحليل الملائم لنماذج من نوع "Barro" و"Gordon". تتميز هذه النماذج بوجود أحد اللاعبين ينوي التأثير على اللاعبين الآخرين بواسطة آثار الإعلان وبالطبع فإن وضعية كهذه توجب علينا الرجوع إلى ألعاب "Stackelberg" المقلوبة التي سبق وأن رأينا أنها تسهل دراسة تأثير الإعلان الذي تصدره الحكومة (الرائد في اللعبة) على سلوك المتعاملين الخواص (الملاحق) لكنها بالمقابل لا توفر حظا للمتعاملين بمعرفة ماذا تنوي الحكومة القيام به. وسنرى أن إستعمال هذه الألعاب كإطار تحليل مع الإبقاء على الفرضيات المقبولة فقط في ألعاب "Stackelberg" المعيارية سيؤدي إلى تناقضات وإلى أدلة خاطئة عن مصداقية الحل المتميز بالتوافق الزمني أو عن قدرة معاقبة إنحراف الإعلان.

6 إطار تحليل المصداقية :

إن إختيارنا لدراسة مصطلح المصداقية في إطار ألعاب "Stackelberg" المقلوبة ترجع على الأقل إلى سببين :

[1] و هذا ما يترجم "متى تفوق تكاليفي ما أعلنوا عليه وما هو حدها الأقصى ؟ "
[2] السبب هو أن توازن "Nash" وأيضا توازن "Stackelberg" للعبة أين يكون المتعاملون الخواص هم الرائد

* إن الأدبيات الإقتصادية في هذا الموضوع كنماذج من نوع "Barro" و"Gordon" تندرج دراستها ضمن هذا الإطار، إذ نجد أن الرائد قد يمثله أحيانا الحكومة وأحيانا أخرى البنك المركزي مع وجود دائما آثار الإعلان ودور اللاعب إذ أن الرائد بغض النظر عن طبيعته يلعب بصفة فعلية بعد الملاحق أو الملاحقين.

* فإذا إعتبرنا أنه لا يحتمل حدوث مشاكل ترتبط بالمصداقية في مثل هذه النماذج إذا كانت اللعبة من نوع "Stackelberg" المعيارية فلا يدرج الملاحق أو الملاحقون إلى إجراء التوقعات بصفة حقيقية إذ يكتفون فقط بملاحظة الفعل الذي يباشره الرائد من خلال التتابعية في اللعبة.

وفي ضوء ما رأينا، يمكننا أن نقترح أنه بالنسبة للرائد ووفق الفرضية الثالثة [1] فإن كل إستراتيجية تحايل مثلى [2] $\gamma^{L^*}=\{u^{a^*},u^*=T^L(T^S(u^{a^*}))\}$ هي إستراتيجية ذات توافق زمني حتى في حالة إذا كانت $u^*\neq u^{a^*}$.

ويمكننا البرهنة على ما إقترحناه كما يلي: فإذا علمنا أن الإستراتيجية الإبتدائية للرائد تتكون من فعلين وليس من فعل واحد وهما الإعلان والتحقيق، وما دامت الفرضية الثالثة صالحة فإن الصيغة $u^*\equiv T^L(T^S(u^{a^*}))$ تمثل حقيقة الفعل الأمثل للرد عن $T^S(u^{a^*})$ ومن ثمة نستنتج بأن إستراتيجية الرائد تتميز بالتوافق الزمني من البداية.

وبالمقابل فإن الأمر بالنسبة للملاحق لا يخلو أن يكون سهلا، فإعتبار الفرضية الثانية التي تفترض بأن الملاحق يجهل قيمة T^L فإن التحقق من المصداقية / التوافق لا يتم إلا بصورة بعدية أي أنه يتحقق فعليا منها على أرض الواقع.

ومن هذا يمكننا أن نقول عن إستراتيجية تحايل الرائد γ^{L^*} والتي عادة ما تكون مثلى من البداية بأنها إستراتيجية ذات توافق زمني كاذب *(Pseudo consistent Temporally)* وتوهم الملاحق إذا كان هذا الأخير قد صدق الإعلان حقيقة. وبالتالي تصبح لدينا $u^*=u^{a^*}$. إذا كانت $u^*\neq u^{a^*}$، تتميز بعدم التوافق الزمني الكاذب.

وما يفسر معنى الكاذب في هذه الوضعية هو أنه وكما سبق أن أوضحنا فإن هذه الإستراتيجية تتميز بالتوافق الزمني بالنسبة للرائد في حين تبقى في نظر الملاحق شبيهة بإعادة النظر $u^*\neq u^{a^*}$ أي أنها ذات عدم توافق تنافر زمني بالنسبة لهذا الملاحق.

[1] وتقتضي هذه الفرضية بأن الملاحق يرد بصورة مثلى بواسطة دالة إستجابته
[2] سواء إستراتيجية تحايل من المحاولة الثانية أو إستراتيجية تحايل مثلى

وعليه فيمكننا أن نقترح أن كل إستراتيجية ذات توافق زمني كاذب تصبح بالفعل إســتراتيجية ذات توافق زمني والعكس ليس صحيحا.

ويمكننا البرهنة على هذا الإقتراح كما يلي: لتكن $\gamma^{c}=\{u^{ac},u^{c}\}$ إستراتيجية إبتدائية مثلــى ذات توافق زمني كاذب، بمعنى أن $u^{ac}\equiv u^{c}=T^{L}\left(T^{F}\left(u^{ac}\right)\right)$ ومنه توافق زمني، وبعكس ذلك فلنعتبر بأن $\gamma^{L^{*}}=\left\{u^{a*},u^{*}=T^{L}\left(T^{F}\left(u^{a*}\right)\right)\neq u^{a*}\right\}$ عبارة عن إستراتيجية تحايل إبتدائية مثلى للرائد. وكما سبق وأن عرفنا عن طريق الإقتراح الأول فإن هذه الإستراتيجية تتميز بالتوافق الزمني غير أن التعريف الخاص بالإستراتيجية ذات التوافق الزمني الكاذب يبين بأنها تتميز بعدم توافق زمني كاذب.

يجب أن نشير هنا إلى وجود وضعية واضحة وحقيقية يتميز فيهــا حــل "Stackelberg" بالتوافق الزمني من جانب الرائد وبالتوافق الزمني الكاذب من جانب الملاحق. وهذا ما يتطابق مع الوضعية التي يعلن فيها الرائد عن إستراتيجية "Nash".

وتتــصف كــل إســتراتيجيات "Nash" بخاصــية النقطــة الثابتــة ***(fixed point)***، أي أن: $u^{*}=u^{a*}=T^{L}\left(T^{S}\left(u^{a*}\right)\right)$.

وإذا كان من السهل معرفة التوافق الزمني الكاذب الذي يميز الإستراتيجية الإبتدائية الــذي يكون سببه في كل الحالات، عجز الرائد على الإتيان بفعل أفضل من الإعلان. ويحــق لنــا أن نتساءل هنا هل يبقى له في هذه الحالة مصداقية تذكر؟

7 دراسة المصداقية :

كما سبق وأن أوضحنا فإن للمصداقية معينين أحدهما موضوعي والآخر ذاتي. وسنرى في هذا العرض بأنه إذا كان المعنى الأول لا يلاءم ألعاب "Stackelberg" المقلوبة بصفة عامة فــإن المعنى الثاني سيثير بلا شك من جهته مشاكل ترتبط بفقدان المصداقية أي بأمور العقوبة.

1.7 التعريف الموضوعي للمصداقية :

توصف الإستراتيجية بالمصداقية الموضوعية إذا كان الرائد لا يجد أي فائدة في أن يحيد عن إعلانه.

فتصبح الإستراتيجية المثلى الإبتدائية γ^{c} ذات مصداقية موضوعية إذا كانت ذات توافق زمني ثم إذا كانت بالإضافة إلى ذلك تحقق العلاقة التالية $u^{ac}=T^{L}\left(T^{S}\left(u^{ac}\right)\right)$، بمعنى أن تكون في نفس الوقت ذات توافق زمني وذات توافق زمني كاذب.

ويفيد هذا بأنه مهما كان إعلان الرائد (بمعنى الإستراتيجية)، فإن كل إستراتيجية معلنة تسمح بالتحول $V \rightarrow U$ هي إستراتيجية ذات مصداقية موضوعية إذا كانت توفر تحولا أفضل T^{L}.

ومن ثمة، أمكن القول بوجود توافق ومصداقية ضمنية في إستراتيجية "Nash"[1].

وعلى ضوء التعريف الموضوعي للمصداقية نخلص إلى أن كل حل من التوافق الزمني يستخدمه الرائد هو في الواقع حل ذو مصداقية بالنسبة لجميع الأطراف. وعادة ما تكون هذه النتيجة مقبولة.

لكن ذلك يعني بأننا نجهل في نفس الوقت بأن التعريف المذكور يقتضي وجود شرط آخر له أهميته ويتمثل في إمكانية كل واحد من اللاعبين التحقق من هذه الملاحظة ومن ثم نستطيع إقتراح أنه في لعبة "Stackelberg" المقلوبة يتعذر على الملاحق أن يعرف بصورة قبلية إذا كانت الإستراتيجية سواء المتميزة بالتوافق الزمني كانت أم بعدم التوافق الزمني تتمتع بالمصداقية أم لا ؟

وللبرهنة على ذلك فإننا نفترض أن الملاحق يجهل دالة إستجابة الرائد T^{L}، فإنه لا يستطيع في هذه الحالة أن يتحقق إلا من المساواة التالية: $u^{a*}=T^{L}\left(T^{S}\left(u^{a*}\right)\right)$.

وبصفة عامة يمكن القول أن التوافق الزمني الكاذب (عدم التوافق الزمني الكاذب) لا يمكن حدوثه بصفة قبلية وبالتالي فإننا نصبح أمام مأزق حقيقي ومنطقي مرتبط بالنموذج المقترح.

فإذا إنتفت الحلول أي في غياب الإعلانات ذات مصداقية (بالمعنى الموضوعي الذي يفيده التعريف) يصبح هذا السؤال مطروحا: لماذا تكون إستجابة الملاحق بصفة عقلانية (من منظور دالة الإستجابة الخاصة بالملاحق)؟ ويكون سبب ذلك حسب رأينا أن ثقة هذا الأخير لم يعاد النظر فيها [2] إذ يحافظ الإعلان - في الواقع – على مصداقيته بفضل الثقة أو السمعة التي يتمتع بها الرائد ومن ثمة أوجب القول بأن الحل المتميز بالتوافق الزمني أو لا. يبقى في آخر المطاف يعتمد على نظرة ذاتية للمصداقية.

---

[1] CHOW, G., *Dynamic Economics*, Previous Reference ,P123

[2] إلى هذا الحد فالأمر لا يهم إذا كانت الإستراتيجية الإبتدائية المتميزة بالتوافق الزمني أو لا. بما أنه يتعذر عليه ملاحظتها أو الوقوف عندها و الشيء الذي يهمه فقط هو إعتقاده في إلزام الرائد .

2.7 التعريف الذاتي للمصداقية :

لإعطاء شرح توضيحي إرتأينا أن نختار لعبة يفترض أنها تقبل التكرار T من المرات (بحيث $T \geq 1$) . والسؤال الذي يطرح هنا هو ماذا يستطيع الملاحق فعله أمام إعلان لسياسة يتعذر عليه التحقق من حالة التوافق فيها؟ قد نجد جوابا لهذا السؤال بواسطة الإقتراح التالي:

تمنح المصداقية الذاتية لأي سياسة عندما يستطيع الملاحق أن يتحقق من أن $u^* \equiv u^{a*}$.

ويمكن أن نستنبط من هذه الإقتراح إقتراح آخر كنتيجة طبيعية للأول.

كل إستراتيجية ذات توافق زمني كاذب لها مصداقية من الناحية الذاتية.

لطالما ظل يفترض في الكتابات الإقتصادية التي أعقبت و تأثرت بمقال "Barro" و"Gordon" سنة 1983 ومقال "Backus" و"Driffill" سنة 1985 بأن الأعوان الخواص(يمثلون الملاحق في المثال الذي لدينا) كثيرا ما يلجئون إلى آلية "Trigger" التي بطبيعتها تربط ما بين السمعة والمصداقية.

ويظهر مبدأ إستخدام هذه الآلية كالتالي:

إن الملاحق في أول تكرار للعبة يحسن الظن في سمعة الرائد ويعتقد في صدق إعلان هذا الأخير بيد أنه في التكرار الثاني لا يخلو أن نحصل على إحدى الحالتين:

أ- يحصل تطبيق الإعلان على أرض الواقع و بالتالي فإن السمعة تبقى طيبة وسيبقي الملاحق ثقته كاملة في الإعلان الجديد للرائد (حيث يبقى هذا الأخير يتمتع بمصداقية ذاتية) وهكذا دواليك، يتكرر هذا الأمر في كل مرة تثبت فيها صدق الإعلان السابق ما لم يحصل شيء من الحالة الثانية (ب).

ب- لم يقع أي تطبيق للإعلان على أرض الواقع وبالتالي فإن الرائد سيفقد سمعته في نظر الملاحق وتشوب مصداقيتة سياسية عدم الثقة فلا يصبح الملاحق يستجيب وفق الإعلان بل سيلجأ إلى معاقبة الرائد كإستجابة لفقدان الثقة.

ولعله يجب أن نتساءل هنا عن كيفية العمل بالفعل المعاقب؟ غالبا ما نتصور في حالة تحايل الرائد (الذي يمثل الحكومة عند "Barro" و"Gordon") بأن الملاحق (المتعاملون الخواص) سيلجأ إلى العمل بالحل التقديري (وهو حل "Nash" للعبة). ولكن من الناحية التقنية، وكما

سبق وأن تعرفنا على سياق هذه اللعبة في بداية هذا الفصل، يبقى من غير الوارد وجود مثل هذا الحل وهذا راجع على الأقل إلى سببين:

1. إن اللجوء إلى حل "Nash"يفترض بأن الملاحق يكون على علم بدالة إستجابة الرائد ، لكن هذا يتناقض مع فرضيتنا الرئيسية (الفرضية الثانية). لنفترض هنا بأن الملاحق يستطيع العمل بحل "Nash". فلماذا لا يستنتح هذا الأخير فرصة اللعب في الدور الأول التي تتوفر له في الواقع ليصبح ضمنيا هو الرائد الفعلي في اللعبة.

إن إسناد دور الرائد إلى الملاحق من دون أن يطلب منه شيء هي فرضية بعيدة التحقيق لكن في ألعاب من نوع "Barro" و"Gordon" كثيرا ما نواجه هذه الوضعيات التي تندرج دراستها في سياق ألعاب "Stackelberg" المعيارية في حين أن الأسلوب الذي يتقيد به اللاعبون له علاقة بألعاب "Stackelberg" المقلوبة.

2. إذا كان الملاحق يجهل دالة إستجابة الرائد، وهي الفرضية الأساسية لإكمال اللعبة من نوع "Barro" و"Gordon"، فكيف يتسنى له معاقبة كل إنحراف من طرف الحكومة (الرائد)؟ وفي الواقع فإن الملاحق يكون مضطرا أن يختار الفعل أو الإستراتيجية التي يستخدمها – وهي آلية "Trigger" –التي سبق الإشارة إليها قبل البدء الفعلي في اللعبة وهذا بهدف التأثير على إختيارات الرائد ويصح هنا أن نطرح هذا السؤال أليس من المحتمل أن نواجه نفس الإنتقادات الموجهة إلى إعلان الرائد وبتعبير آخر كيف يستطيع الملاحق أن يتحاشى إصدار تهديد يخلو من المصداقية ؟

تتفق الآراء الإقتصادية بأن المتعاملين الخواص يقبلون فكرة التعاون[1] لأنهم يجدون فيه مكسبا. وتبني هذه الملاحظة على فرضية قوية مرتبطة بمكاسب اللعبة وعلى الغموض في تحديد اللعبة في الوقت نفسه، فالفرضية القوية الضمنية التي ذكرناها والتي تعتمدها هذه الملاحظة تفيد بأن هناك جني لمكاسب من التعاون (المكاسب الحاصلة في وضعية الملاحق) غير انه في العادة قلما توجد ألعاب تحقق مكاسب للملاحق بدلا من الرائد [2]. أما الغموض فيكمن من جهته في تحديد وتعريف دوال الخسارة من جانب المتعاملين الخواص. وقد أهمل كل من "Barro" و"Gordon" إعطاء تعريف واضح لهذه الحالة.

---

[1] بمعنى أن يتقمص هؤلاء المتعاملون دور الملاحق بالرغم من كونهم يعرفون الحل على طريقة "Nash" لهذه اللعبة .
[2] تعرف هذه الألعاب بالألعاب التنافسية .

فإذا أخذنا لعبة من نوع "Barro" و"Gordon" حسب كـــل مـــن "Backus" و"Driffill" وإفترضنا أن المتعاملين الخواص يبحثون فقط عن تدنية الفارق بين التوقعات وتحقيـــق التـــضخم وعلمنا بأن حل "Nash" للعبة إنما نحصل بواسطته على خسارة منعدمة[1]، فإنـــه يحـــق لنـــا أن نتساءل هنا عن المكسب الذي يمكن جنيه من التعاون؟ والحقيقة أنه من الأفـــضل أن نـــستخدم طريقة "Nash" في هذه اللعبة [2] دون غيرها من البدائل.

3.7 إختيار الفعل المعاقب (كيف تكون العقوبة؟) :

في كل فترة t عندما يعلن الرائد عن الفعل u_t^{a*}، يمكن أن نتصور خيارين:

I. إما أن يواصل الملاحق اللعبة وكأن شيئ لم يحدث ويوظف $v_t^* = T^S\left(u_t^{a*}\right)$.

II. إما أن يختار الملاحق فعلا من هذا النوع $v_t^d \neq v_t^*$.

لكن ماذا يمثل الفعل v^d في هذه الحالة ؟ تجدر الإشارة هنا إلى إختيار ملائم للغاية ويتمثل أساسا في القيام بفعل حذر من تصغير أعظم قيمة *(Minmax)*. وإذا إفترضنا أن الملاحق يكـــون علـــى دراية بمجموعة الأفعال الممكنة U المتوفرة للرائد.

ومن الممكن جدا أن نقوم ببعض التغييرات في هذه الفرضية دون أن يترتب عن ذلك مس بجوهرها كأن نقول ليس للملاحق سوى معلومة قبلية عن الأفعال المتوفرة للرائد أو كذلك أن نقول بأن الملاحق يستطيع أن يقلص هو نفسه مجموعة الأفعال هذه، وبذلك يكون من البديهي أن يعتقد المتعاملين الخواص بأن التضخم يبقى يتراوح ما بين 0 و15 % فقط على سبيل المثال.

ومهما يكن فإن الفعل الحذر*(The prudent action)* v^d في هذه الحالة يصبح عبارة عن فعل من شأنه أن يمنحنا إمكانية حل المسألة التالية[3].

$$\min_{v \in V} \max_{u \in U} \quad J^S(u,v) \quad \text{.........(2.1.28)}$$

[1]BACKUS, D., and J. DRIFILL, *Inflation and Reputation*, Previous Reference,P535

[2] في الحقيقة يوجد حلان يتميزان بالتوافق الزمني ويحققان خسارة منعدمة للمتعاملين الخواص، وهما حل "Nash" وحل من المفعول الرجعي وبفعل سهولة هذا النموذج فإن هذين الحلين يتطابقان. وهما يتكافئان مع حل "Stackelberg" المعياري في حالة يكون فيها المتعاملون الخواص في دور الرائد

[3] المشكل المطروح هو أن هذا الحل الحذر لا يكون قابل للحساب دائما (مثلا في نموذج كنموذج "Barro" و"Gordon")

فإذا كانت (u^m, v^d) هي الحل المناسب للمعادلة (2.1.28)، فإن الخسارة القصوى للملاحق تصبح حينذاك $J^S(u^m, v^d)$. في سياق لعبة متكررة إذ يبقى الإعلان u^{a*} هو نفسه في كل فترة من فتراتها. فإن الملاحق يستطيع أن يأخذ بالفعل العقابي ويعاقب من دون أن يخشى حدوث أي خطر محتمل وهذا كلما كانت $J^S(u^m, v^d) < J^S(u^* = T^L(T^S(u^{a*})), v^* = T^S(u^{a*}))$ وجدير أن نشير هنا بأنه قد تكون خسارة الملاحق من هذه الإستراتيجية $J^S(u^*, v^d)$ أكبر بكثير من الخسارة التي تنجم في حالة قبوله بالتحايل عليه *(Trunk)* أي الإسترتيجية $J^S(u^*, v^*)$.

لكنه يمكن للملاحق، حتى في مثل هذه الوضعية، أن يلجأ إلى الإستراتيجية الحذرة بإعتبار أنه يعلم جيدا بأن u^m لا تمثل عادة الفعل الأمثل للرائد الذي يأتي كإستجابة منه لـــ v^d. ومنه فإننا نعرف $u^d = T^L(v^d)$ بأفضل إستجابة للرائد لمواجهة v^d.

ومن جهته فإن الملاحق الذي يجهل u^d سيبحث عن إستخدام الإستراتيجية v^d كان يفترض بأن $J^S(u^d, v^d) < J^S(u^*, v^*)$ لكنه في هذه الحالة ليست له أي معلومة تفيد التحقق من ذلك. ومن ثمة فإن قرار العقوبة قد يصبح هو الآخر مسألة تقدير ذاتي مثلها مثل مسألة التصديق فإذا إعتبرنا بأن هذا الملاحق يقبل المجازفة، فإننا نتصور أنه قد يتبع على سبيل المثال الفرضية التالية:[1].

يتعرض الملاحق إلى التحايل في الفترة k حيث $(k < n)$. وفي الفترة $(k+1)$ فإن هذا الأخير يستعمل v^d ويبقى يلاحظ $J^S(u^d, v^d)$، وما دامت $J^S(u^d, v^d) \leq J^S(u^*, v^*)$ فإن الملاحق سيختار الحل العقابي *(The punitive solution)* في الفترات اللاحقة للفترة $(k+1)$. لكنه إذا لاحظ بأن $J^S(u^d, v^d) \geq J^S(u^*, v^*)$ فهنا يفضل أن يتعرض هو للتحايل وأن يعيد من جديد التصديق وهو يعلم جيدا بأنه سيقع فعلا عرضة للتحايل.

في هذه الوضعية يستطيع الملاحق أن يلاحظ خسائره التالية بالترتيب: $J^S(u^*, v^*)$ و $J^S(u^d, v^d)$ بحسب ما إذا كان سيقبل أن يقع عرضة للتحايل به أم يرفض ذلك. وبالتالي فهو يختار بصفة عقلانية الوقوع عرضة للتحايل إذا كانت $J^S(u^*, v^*) < J^S(u^d, v^d)$.

[1] وهذه الفرضية تكون مقبولة أكثر في لعبة متكررة، وتكون قيمة الإعلان في كل فترة من الفترات هي نفسها .

وبطبيعة الحال فإن قبول التحايل يظهر لنا كإختيار متطرف وصعب القبول غير أن الحقيقة غير ذلك، فلنفترض في هذه الحالة بأن الملاحق يختار مجازفة مختلفة عن الأولى وحينئذ فإنه سيميل إلى القيمة $v^{dd} \neq v^{d}$ كإختيار إعتباطي *(Au hasard)* .

لكن لا شيء يمنع، في هذه الوضعية، أن تكون الخسائر التي يواجهها أكبر بكثير من خسائر المجازفة الأولى. ويبقى من البديهي أن يرجع إلى مراجعة هذا الإختيار وفق معاينته للخسائر التي يتلقاها. هناك إستراتيجية أخرى يمكن أن يلجأ إليها الملاحق وتتمثل في محاولة التعلم في أسرع وقت ممكن على حل "Stackelberg" الذي يصبح فيه هو الرائد (أو حتى حل طريقة "Nash"). وستأتي الإشارة إلى أنه يمكن محاكاة مسار التعلم هذا بواسطة طريقة بحث عشوائية مثل طريقة الخوارزميات الجينية.

8 اللعبة المتكررة من نوع "Barro-Gordon" :

سبق وأن تطرقنا في بداية هذا الفصل إلى دراسة لعبة من نوع "Barro-Gordon" وتعرفنا على دوال الإستجابة التالية:

$$T^{L}\left(\pi^{e}\right)=\frac{a\overline{\pi}+bc^{2}\pi^{e}-bc\overline{u}+bcu_{n}}{a+bc^{2}}..........(2.1.29a)$$

$$T^{S}\left(\pi^{a}\right)=\pi^{a}..(2.1.29b)$$

حيث أن π^{a} هو الإعلان عن التضخم. سوف نورد في الجدول (2.1.2)الحلول للتحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان *(tscra)* وعدم إحترام الإعلان *(tsc)*من جهة أخرى وكذلك الحلول للتحايل الأمثل *(to)*. ومن ثمة سيتبين لنا بأن الملاحق إذا كان يعرف حل "Nash" للمسألة فلا يكون له في هذه الوضعية أي فائدة يجنيها من التعاون لعدم وجود أي مكسب إضافي. في حين يبقى الكسب الممكن للحكومة الناجم عن عملية إعادة النظر في الإعلان هو: $\frac{b^{2}c^{2}\left(u_{n}-\overline{u}\right)^{2}}{a+bc^{2}}$.

الجدول (2.1.2): مختلف الحلول للعبة تمتد على فترة زمنية واحدة.

	tscra	tsc	to	Nash
π^a	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}+\frac{\bar{u}-u_n}{c}$	$\bar{\pi}+\frac{bc(u_n-\bar{u})}{a}$
π^e	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}+\frac{\bar{u}-u_n}{c}$	$\bar{\pi}+\frac{bc(u_n-\bar{u})}{a}$
π	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}+\frac{bc(u_n-\bar{u})}{a+bc^2}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\pi}+\frac{bc(u_n-\bar{u})}{a}$
J^L	$b(u_n-\bar{u})^2$	$\frac{ab(u_n-\bar{u})^2}{a+bc^2}$	0	$\frac{b(a+bc^2)(u_n-\bar{u})^2}{a}$
J^S	0	$\frac{b^2c^2(u_n-\bar{u})^2}{(a+bc^2)^2}$	$\frac{(u_n-\bar{u})^2}{c^2}$	0

المصدر : من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

وتظهر إستجابة الرائد المتميزة بالتحايل من المحاولة الثانية على كل فترة بأنها تتميز بالتوافق الزمني أما بالنسبة للملاحق فإنها في صورة إستراتيجية ذات عدم توافق زمني كاذب. للإشارة فإننا نحصل على الحل المتميز بالتوافق الزمني والحل المتميز بالتوافق الزمني الكاذب بواسطة إستراتيجية "Nash" $\gamma^{LN}=\{\pi^{a^N},\pi^N\}$. وكما سبق ذكره على مدى هذا الفصل، يتضح بأن كلتا الإستراتيجيتين تفتقد للمصداقية الموضوعية، ولا تحصل في هذه الحالة سوى مصداقية ذاتية.

مثلما تبين الكتابات الإقتصادية فإن المتعاملين الخواص عادة ما يمنحون مصداقية (بمعنى أنهم يصدقون) وفق آلية "*Trigger*" التالية :

$$\pi^e=\begin{cases}\pi^e & if \quad credibility \\ \pi^N & Ortherwise\end{cases} \qquad ....(2.1.30)$$

وفي الحقيقة فإن إستعمال هذه الإستراتيجية في لعبة تمتد على فترة زمنية واحدة يتطلب معرفة T^L لنستطيع في البداية أن نتحقق من وجود مصداقية موضوعية للإعلان، وبعبارة أخرى لنتحقق من حالة التوافق الزمني حتى تتاح فرصة اللعب بطريقة "Nash" إذا إقتضت الضرورة.

إن جهل T^L طيلة فترة اللعب يبقى المصداقية مسألة ذاتية في طبيعتها مثلما يصبح العقاب عشوائيا.

إذا إفترضنا أن اللعبة التي بين أيدينا لعبة متكررة، فإن المعادلتين (2.1.6) و(2.1.29) تصبحان على هذا النحو:

$$u_t = u_n - c\left(\pi_t - \pi_t^e\right) \quad \text{...}(2.1.31a)$$

$$\pi_t^* \equiv T^L\left(\pi_t^e\right) = \frac{a\bar{\pi} + bc^2\pi_t^e - bc\bar{u} + bcu_n}{a + bc^2} \quad \text{..........}(2.1.31b)$$

$$\pi_t^{e*} \equiv T^S\left(\pi_t^a\right) = \pi_t^a \quad \text{...}(2.1.31c)$$

لقد إنكب كل من "Backus" و"Driffill" على دراسة تأثير المعلومة غير التامة *(Imperfect information)* في هذا السياق. وكان من الضروري البحث عن جواب لهذا السؤال: ماذا سيحدث لو لازم المتعاملين الخواص شيء من الشك عن T^L؟

إن الإرتياب والشك في زعم هؤلاء المتعاملين، سببه طبيعة إستراتيجية الحكومة إن كانت تتميز بالقوة (ليس هناك مجال لإعادة النظر في الإعلان) أو بالضعف (هناك إرادة مبيتة لإستعمال التحايل لمغالطة التوقعات في وقت من الأوقات). وتصير مصداقية الإعلان حينئذ ترتبط إرتباطا وثيقا بمسار مراجعة التصديقات (إحتمالات 'بايزية ' *(Bayesian)*) لكن النتائج المترتبة عن فقدان المصداقية تبقى بدون تغيير. وكالمعتاد فإن المتعاملين الخواص يلجئون في هذه الوضعية إلى آلية "Trigger"التي تشبه الآلية السابقة بحيث أن:

$$\pi_t^e = \begin{cases} \pi_t^a \quad \text{if} \quad \text{credibility} \quad (\pi_{t-1} = \pi_{t-1}^a) \\ \pi^N = \bar{\pi} + \dfrac{bc\left(u_n - \bar{u}\right)}{a} \quad \text{Ortherwise} \end{cases} \quad \text{..}(2.1.32)$$

وتعد هذه العملية، مثل السابقة، عملية توافقية مناسبة*(ad hoc)* لهذه الحالة إذا علمنا انها تتطلب معرفة حل "Nash" أو الحل العقابي، π_t^N.

إن هذه الوضعية كما يرى كل من "Backus" و"Driffill" ممكنة التحقق إذا علمنا أن المتعاملين الخواص يعرفون جيدا دالتي الإستجابة التاليتين، دالة إستجابة الحكومة في حالة القوة ودالة إستجابتها في حالة الضعف لكنه حينما نجهل هاتين الداليتين فإن هذه الآلية تصبح غير مجدية أو مستحيلة الإستعمال [1].

ونريد هنا تسليط الضوء على هذه النقطة بالذات ونتساءل ماذا يمكن العمل إذا كنا نجهل T^L جهلا تاما ؟

للإجابة عن هذا السؤال يمكن أن نقترح دراسة توضح إستعمال آليات عديدة من النوع التكيفي *(The adaptive mechanisms type)*.

وينحصر إهتمامنا هنا في تحديد أربع أنواع (حيث يمثل المعامل q ثابتا موجبا):

$$\pi_t^e = \pi_t^a + q\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^a\right) \text{..........} (2.1.33a)$$
$$\pi_t^e = \pi_t^a + q\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e\right) \text{..........} (2.1.33b)$$
$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^a + q\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e\right) \text{.........} (2.1.33c)$$
$$\pi_t^e = \pi_{t-1} + q\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e\right) \text{.........} (2.1.33d)$$

يمكننا أن نرمز إلى كل واحدة من هذه المعادلات بما يلي:

$$m_1 : (2.1.33a)$$
$$m_2 : (2.1.33b)$$
$$m_3 : (2.1.33c)$$
$$m_4 : (2.1.33d)$$

من الظاهر أن الآلية $(2.1.33c)$ هي آلية تكييفية محضة مصاحبة بالتصحيحات الضرورية للأخطاء وكما نقول عن الآلية $(2.1.33d)$ بأنها هي كذلك تكييفية، غير أنها تعتمد على ملاحظة التطور الحاصل لظاهرة التضخم مع إضافة التصويبات اللازمة، وتنطبق الآليتان $(2.1.33a)$ و $(2.1.33b)$ على الوضعيات التي يواصل فيها المتعاملون الخواص، بالرغم من أنهم تعرضوا للتحايل في السابق، بإتخاذ الإعلان كمصدر رئيسي للمعلومة .

[1] BACKUS, D., and J. DRIFILL, *Inflation and Reputation*, Previous Reference, P536

ومن الممكن تصحيح هذه المعلومة بواسطة الإنحراف الملاحظ بين الإعلان والتحقيق ($2.1.33a$) أو بين التحقيق والتوقع ($2.1.33b$). وبالرغم من تشابهها، فإن هذه الآليات لا تؤول بالضرورة نحو حل مستقر، فقد تتوسع عن بعضها البعض في إفراط. وقد يختلف كل حل عن الآخر أو يكون هناك إفراط أو سوء في التقدير، وهذا حسب قيم المعالم التي لدينا وبخاصة قيمة المعلمة q [1].

لكن بطبيعة اللعبة، فإن القيمة المثلى للإعلان تبقى هي نفسها في كل الفترات وتتحدد كما يلي : $\pi_t^a = \bar{\pi}$. ويتبين لنا من دون عناء أنه إذا لم يتحايل الرائد على الملاحق بأي حال من الأحوال، $\pi_t = \pi_t^a = \bar{\pi}$ وهذا $\forall t$ فإن هذه الآليات جميعها، حينئذ، تؤول إلى نفس النتيجة التالية $\pi_t^e = \pi_t = \pi_t^a$ وهذا $\forall t$.

فإذا أخذنا بالمثال التالي الذي إرتأينا أن نستعمل فيه قيم المعالم التالية :

$$a = 1, b = 2, c = 1, \bar{\pi} = 2, u_n = 8, \bar{u} = 6$$

أما مختلف النتائج المتحصل عليها حسب القيم المختلفة للمعامل q فهي مبينة في الجدول(2.1.3).

[1] بطبيعة الحال فإن لقيمة q تأثيرا كبيرا فهي التي تحدد إستقرار المسار .

الجدول (2.1.3): نتائج مختلف الآليات في أفق زمني يتكون من 50 فترة

التكاليف المتجمعة *(The combined costs)*	$q=0,5$	$q=1$	$q=1,5$	$q=2$
الرائد				
الآلية m_1	294,75	1123,2	114467	$1,71043\ 10^{14}$
الآلية m_2	218,93	297,75	368	430,464
الآلية m_3	1042,93	1123,2	1150,22	1164
الآلية m_4	1150,22	1164	1172,57	1178,67
الملاحق				
الآلية m_1	51,125	3,2	15877,8	$2,85072\ 10^{13}$
الآلية m_2	65,716	50,625	40,296	33,024
الآلية m_3	5,818	3,2	2,37	2
الآلية m_4	2,37	2	1,828	1,778
المرجعية *(Reference)*				
التحايل من المحاولة الثانية *TSC*				
الرائد	133,333	133,333	133,333	133,333
الملاحق	88,889	88,889	88,889	88,889
التحايل من المحاولة 2 مع إحترام الإعلان *TSCRA*				
الرائد	400	400	400	400
الملاحق	0	0	0	0
$M-Nash^a$ [1]				
الرائد	1178,66	1178,66	1178,66	1178,66
الملاحق	1,77	1,77	1,77	1,77
"Nash" المتميزة بالتوافق				
الرائد	1200	1200	1200	1200
الملاحق	0	0	0	0

المصدر : من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

[1] يقصد بالحل $M-Nash^a$ العمل بحل Nash فور حدوث تحايل إبتداء من الفترة الأولى .

ويلاحظ من هذه المحاكاة*(Simulations)* ما يلي:

في البداية نجد بأن الرائد سيحقق بالفعل من خلال إعادة النظر مكسبا بحيث تتراجع التكاليف من 400 إلى 133,33، لكن إستراتيجية "Nash" ذات التوافق الزمني تتسبب في تكاليف زائدة هامة $\left(J^{L^N}=1200\right)$. إلى جانب ذلك فإننا نلاحظ وجود وضعيات تطغي فيها محاولات التحايل كون الرائد يعلم أن تكلفة الفعل العقابي تكون في كل الحالات أقل مما يكلفه إحترام الإعلان مثلما نرى في هذه الحالة: إذا كانت $q=0{,}5$، وأن الملاحق يدرج على إستعمال الإستراتيجيتين m_1 أو m_2 من أجل معاقبة الرائد بحيث أن الإستراتيجية m_2 توفر للحكومة مكسبا كلما كانت $q<2$ بغض النظر عن الآلية التي سيلجأ إليها المتعاملون الخواص، في حين هؤلاء سيجدون مكسبا في كل الحالات عندما $q\leq 1$ إذا ما رجعنا إلى حل التحايل من المحاولة الثانية. لكنه يجب الإشارة إلى أن إستعمال الآلية m_1 قد يكون مضرا لكل الأطراف، إذا كانت $q\geq 1.5$.

فإذا إفترضنا بأن المتعاملين الخواص يعرفون جيدا النتائج المتحصل عليها بواسطة هذه الآليات وهذه حالة غير واقعية تماما كونهم يجهلون T^L، فإن الآلية m_4 ستصبح بلا شك أفضل إستراتيجية متوفرة لهم. بالإضافة إلى هذه الأفضلية فهي ذات مصداقية كذلك إذا عرفنا أن هؤلاء المتعاملون الخواص سيتكلفون بواسطتها تكلفة أقل من تلك التي تترتب عن حل التحايل من المحاولة الثانية وبالمقابل فإن الرائد يتحمل تكلفة أعلى بسبب إحترامه للإعلان $J^{L^{m_4}}>J^{L^{tscra}}$.

وتبقى هذه الملاحظات، بطبيعة الحال، تخص فقط النموذج المستعمل. لنحاول في هذه المرة التطرق إلى دراسة الصورة الديناميكية للعبة على سبيل المثال .

9 اللعبة الديناميكية بلاعبين قصيري النظر*(Myopia)* :

ليكن لدينا متغير الحالة $x_t=u_t-u_n$، وهذا المتغير هو الذي يحدد الفارق الحقيقي بين معدل البطالة ومعدل البطالة الطبيعي في فترة معينة. ثم لنفرض بأن الحكومة تسعى إلى التقليص هذا الفارق. في حالة الوصول إلى نقطة التوازن فإن هذا المتغير يكون منعدما.

لكننا نفترض بأن قيمة هذا المتغير لا تكون في نهاية الفترة منعدمة بمعنى أنه لم يحصل هناك إستقرار في حدود معدل البطالة الطبيعي لسبب من الأسباب. في الفترة الموالية تصبح مسألة التدنية مختلفة قليلا فضلا عن عدم إستقرار التضخم يصبح من الضروري لنا تخفيض الفارق

الحاصل. نشير بالرقم 1 إلى فترة الحالة الإبتدائية، بحيث x_0 غير منعدمة. ومن ثمة تكون إعادة كتابة المعادلة (2.1.6) مع الأخذ بالإعتبار قيمة x_0 بهذه الصيغة :

$$x_1 = x_0 - c\left(\pi_1 - \pi_1^e\right) \qquad with \qquad x_0 \neq 0 ....(2.1.34)$$

ويمكن التعبير عن تعميم إستعمال المعادلة في كل فترة من الفترات t مع الأخذ بالإعتبار بأنه إذا لم يتم حل الصدمة الحاصلة نهائيا فإن تأثيرها على وضعية الفترة اللاحقة يبقى قويا، بهذه الصيغة :

$$x_t = x_{t-1} - c\left(\pi_t - \pi_t^e\right).........(2.1.35)$$

وإذا إعتبرنا بأن الحكومة لا تنوي الإبتعاد عن معدل البطالة الطبيعي $\left(x = 0 \rightarrow \bar{u} = u_n\right)$ فإن دالة الخسارة، في هذه الحالة، تكتب كما يلي:

$$J_t^L\left(\pi_t, \pi_t^e\right) = a\left(\pi_t - \bar{\pi}\right)^2 + bx_t^2 ....(2.1.36)$$

بينما تبقى دالة خسارة المتعاملون الخواص كما هي:

$$J_t^S\left(\pi_t, \pi_t^e\right) = \left(\pi_t - \pi_t^e\right)^2 ....(2.1.37)$$

علينا أن نعلم بأن اللاعبين في هذا النموذج يتصفان بقصر النظر، فلا الحكومة ولا المتعاملين الخواص أخذا في الحسبان حالة ديناميكية المسألة لحساب الإستراتيجية بل سيعمدان إلى تدنية دالة خسارتهما فترة بفترة. وبمعرفة الحالة الإبتدائية الجديدة وقيم الأفعال السابقة، فإننا سنقول عن هذه اللعبة بأنها متكررة مع وجود ديناميكية متصلة بمتغير الحالة. ومن ثم أمكن التعبير عن دالتي الإستجابة بهذه الصيغة :

$$T^{L}\left(\pi_{t}^{e}\right)=\frac{a\overline{\pi}+bc^{2}\pi_{t}^{e}+bcx_{t-1}}{a+bc^{2}}..........(2.1.38a)$$

$$T^{S}\left(\pi_{t}\right)=\pi_{t}^{e}......................................(2.1.38b)$$

إلى جانب ذلك فإننا نتحصل على حل "Nash" المتميز بالتوافق الزمني بواسطة:

$$\pi_{t}^{e}=\pi_{t}=\overline{\pi}+\frac{bcx_{t-1}}{a},\forall t..........(2.1.39)$$

نعيد من جديد حساب إستراتيجيات التحايل (من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان والمثلى) ثم نحسب الخسائر المترتبة عن إستعمال الآليات الأربع السابقة من $(2.1.33a)$ إلى $(2.1.33d)$.

10 محاكاة اللعبة الديناميكية بلاعبين قصري النظر :

لقد تحصلنا بإستعمال قيم المعالم التالية:

$$a=1,b=2,c=1$$
$$\overline{\pi}=2,x_{0}=3$$

على نتائج مختلفة بحسب قيم المعلمة q وهذه النتائج مبينة في الجدول $(2.1.4)$، أما الجدول $(2.1.5)$ فيصف لنا التطورات الحاصلة في معدلات التضخم والبطالة غير الطبيعية .

إن أول ملاحظة نستخلصها من ذلك هي أن الحكومة وبإستثناء الحالتين التي يكون فيها المعلمة $q=2$ في الحالة m_4 و $q\geq1.5$ في الحالة m_3 تحقق مكاسب في كل عملية إعادة النظر تقوم بها، إذ نلاحظ أن التكاليف المترتبة أقل من $J^{L^{tscra}}=900$، ويرجع تفسير ذلك إلى الصدمة الإبتدائية x_0 لأن إبقاء معدل البطالة في نقطة أعلى من معدلها الطبيعي يكلف كثيرا بيد أن إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية ليست مكلفة كثيرا بالنسبة لكل الأطراف.

وسبب ذلك هو أن عملية التحايل على المتعاملين الخواص تمكن من إحتواء آثار الصدمة الإبتدائية وبوتيرة سريعة أي أنها تمكن من تخفيض معدل البطالة الطبيعي وإرجاعه في أسرع ظرف إلى مستوى التوازن $(x=0)$. وعند مستوى التوازن هذا لا تنوي الحكومة بتاتا القيام بالتحايل على المتعاملين الخواص.كما نشير هنا إلى ملاحظة أخرى تنبثق عن الأولى وتفيد بأنه ليس للمتعاملين الخواص أي مكسب من عملية المعاقبة، لذلك نجد مثلا أنه في الحالة m_4 عندما تكون $q\geq1$ تصبح التكاليف فيها أكبر من التكاليف المترتبة عن الرضا أو قبول التحايل(وتصدق هذه الملاحظة في كل الحالات عندما تكون $q\geq1{,}5$ مهما كانت آلية العقاب المستعملة) .

الجدول (2.1.4): نتائج مختلف الآليات خلال أفق زمني يتكون من 50 فترة

التكاليف المتجمعة *(The combined costs)*	$q=0,5$	$q=1$	$q=1,5$	$q=2$
الرائد				
الآلية m_1	10,8	300	$2,4053\ 10^{13}$	$5,16593\ 10^{22}$
الآلية m_2	9,32143	13 ,5	20,25	128,736
الآلية m_3	112,443	300	492,644	669,938
الآلية m_4	492,644	669,938	828	968,544
الملاحق				
الآلية m_1	4,2	4	$2,50552\ 10^{11}$	$1,3775\ 10^{21}$
الآلية m_2	4,28571	4,5	6	74,304
الآلية m_3	4,11429	4	4,11429	4,5
الآلية m_4	4,11429	4,5	5,3333	7,2
المرجعية *(Reference)*				
التحايل من المحاولة الثانية TSC				
الرائد	6,75	6,75	6,75	6,75
الملاحق	4,5	4,5	4,5	4,5
التحايل من المحاولة 2 مع إحترام الإعلان $TSCRA$				
الرائد	900	900	900	900
الملاحق	0	0	0	0
$M-Nash$				
الرائد	300	300	300	300
الملاحق	4	4	4	4
"Nash"				
الرائد	2700	2700	2700	2700
الملاحق	0	0	0	0

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

إذ يتحتم على المتعاملين الخواص، إذا صح القول، قبول فكرة تخفيض الأجور الحقيقية مؤقتا (وتتحدد هذه الفترة المؤقتة لغاية العودة إلى نقطة التوازن). بينما نجد أن الإستراتيجيات المرجعية الأخرى ($M-Nash, Nash, tscra$) تعجز عن تخفيض معدل البطالة غير الطبيعي إلى الصفر وهذا ما يوضحه الجدول (2.1.5). ومن ثم نصادف تكلفة متزايدة بسرعة وبلا توقف بالنسبة للرائد، بمعنى أن هناك وضعية إقتصادية حتمية يسجل فيها مستوى أعلى من معدل البطالة الطبيعي.

أما إستنتاجنا الأخير فيقتصر على الفترة الضرورية للوصول إلى الحل المستقر الجدول(2.1.5). من الممكن جدا أن تستغرق هذه الآليات التكيفية الخاصة بالعقوبة وقتا أطول لتلتقي مع بعضها البعض وهناك تصبح رغبة المتعاملين الخواص في إختيار بديل المعاقبة الزائدة أكبر (بحيث تزداد قيمة q) غير أن هذا النمط الخطير لا يؤدي سوى إلى وضع منفجر ***(Explosive)*** في نهاية المطاف، وبالتالي حدوث تضخم زاحف ***(The galloping Inflation)***.

وبطبيعة الحال فإن كل هذه الملاحظات التي تصور عواقب إمكانية المعاقبة الحقيقية تصويرا مخيفا ، لها صلة فقط بالآليات المستعملة في مثالنا إذ هناك آليات أخرى لم نتطرق إليها و لم تجرب في هذا الإختيار والتي قد نتحصل منها على نتائج أحسن أو أسو كذلك.

فمثلا لو كنا قد إخترنا الآلية التالية :

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + q(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^a) \text{..........}(2.1.40)$$

وهي عبارة عن آلية الإنحدار الذاتي ***(Autoregressive)*** بشيء من التصحيحات سببها الفوارق الملحوظة في الفترات الماضية (الفوارق بين الإعلان والتحقيق)، فإنه لا مناص أن يتكبد كل الأطراف عندئذ خسائر أكبر. وتبقى هذه الآلية متفجرة الوضع كلما كانت قيمة q أكبر من الصفر.

الجدول (2.1.5) :تطور التضخم ومعدلات البطالة غير الطبيعية

	$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 1,5$	$q = 2$
m_1				
المآل [1](Convergence)[a]	نعم	نعم	لا	لا
x^{*b} [2]	0	1	متفجر	متفجر
$\pi^* = \pi^{e*c}$ [3]	2	4	متفجر	متفجر
المدة[d4]	33	2	/	/
m_2				
المآل (Convergence)	نعم	نعم	نعم	دوري
x^*	0	0	0	-
$\pi^* = \pi^{e*}$	2	2	2	-
المدة	20	25	57	-
m_3				
المآل (Convergence)	نعم	نعم	نعم	نعم
x^*	0,6	1	1,28571	1,5
$\pi^* = \pi^{e*}$	3,2	4	4,57143	5
المدة	8	2	9	13
m_4				
المآل (Convergence)	نعم	نعم	نعم	نعم
x^*	1,28571	1,5	1,6667	1,8
$\pi^* = \pi^{e*}$	4,57143	5	5,333	5,6
المدة	9	14	21	34
TSC				
x^*	0	0	0	0
$\pi^* = \pi^{e*}$	2	2	2	2
TSCRA				
x^*	3	3	3	3
$\pi^* = \pi^{e*}$	2	2	2	2
M – Nash				
x^*	1	1	1	1
$\pi^* = \pi^{e*}$	2	2	2	2
Nash				
x^*	3	3	3	3
$\pi^* = \pi^{e*}$	2	2	2	2

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

1 a إتجاه الإلتقاء نحو حالة مستقرة ومتوازنة
2 b قيمة مستقرة لمعدل البطالة غير الطبيعية .
3 c قيمة التضخمات في حالة مستقرة.
4 d عدد الفترات اللازمة للوصول إلى الحالة المستقرة إذا كانت توجد مثل هذه الحالة.

خلاصة الفصل الأول :

لقد حاولنا من خلال هذا الفصل بأن نبرز قبل كل شيء الغموض الحقيقي الذي ظل يكتف مصطلح عدم التوافق الزمني والتحايل. ومن ثمة كان من الضروري التحدث عن إستراتيجيات حل أخرى تتعلق بالتحايل. ومنه تبين لنا أن للإعلان أهمية بالغة يجب التنويه إليها وإعتباره كمتغير قائم بذاته يتميز عن التحقيق.

كما بينا كذلك بأن العلاقة الموجودة بين التوافق الزمني والمصداقية هي علاقة غير سببية.
ثم ذكرنا بأن الحلول المتميزة بعدم التوافق الزمني في اللعبة الساكنة ذات المحاولة الواحدة هي في الحقيقة حلول ذات توافق زمني إذا أخذنا بالمعنى الحقيقي للتعريف العام لمفهوم التوافق الزمني. لأن الملاحق درج على أن يظهر إتجاه كل إستراتيجية حل تبدو ذات توافق زمني أي ذات توافق كاذب، نوعا من المصداقية الذاتية.

وإذا كان من المؤكد أن يميل الملاحق إلى عملية المعاقبة لكل إنحراف يقع مستقبلا (غياب التوافق الكاذب الذي يسبب الفقدان التام لكل مصداقية إبتدائية) فإن كيفية القيام بعملية المعاقبة عادة ما تبقى أمرا مجهولا. إذ أن الحل الذي يختار به الملاحق إستراتيجية حل "Nash" للعبة، في حالة وجود تحايل لا يمثل سوى حالة شاذة أرادها توافقية مناسبة وغالبا ما تكون نتائجه غير مؤكدة. إن قبول فكرة التنكر للإعلان يمكن أن تكلف الرائد تكاليف باهظة يصدق في حالة واحدة فقط إذا كان الملاحق يعرف إستراتيجية عقابية تمكنه من تحمل خسائر أقل من الخسائر التي سيتحملها في حالة التحايل لكن هذه الفرضية تبقى مجرد إعتبار نظري وليس لدينا في الواقع ما يمنحنا التحقق من صدقها. إن نتيجة كهذه تترك إختيار إستراتيجية الملاحق للإعلان غير محقق إختيارا منطقيا، إذ أن الملاحق الذي لا يعرف كيف يعاقب دون أن يتضرر هو بذاته من نتائج ذلك العقاب، يفضل في الواقع أن يبقى بدون إستراتيجية .

يجب التنويه بأن هذه الملاحظات ليست، بأي حال من الأحوال تحفيزا للتحايل لكننا أردنا فقط أن ننبه بأن عملية العقاب قد تظهر كأسلوب صعب التحكم فيه، وبأنه لا توجد في الواقع وضعيات مريحة يطمئن إليها الملاحق ما عدا تلك الوضعية التي يرضى فيها بالتحايل. ومن الجهة المقابلة فإن الرائد وهو يعلم أن الملاحق بإستطاعته العمل بإستراتيجية غير مناسبة البتة، يفضل بألا يجازف بشيء قد تكون عواقبه وخيمة.

الفصل الثاني:

ألعاب "Stackelberg" الديناميكية

المقلوبة وإستراتيجيات

الحلول للتحايل من الحلقة المفتوحة

تمهيد:

عرفنا في الفصل السابق كيف يمكن للرائد إستعمال التحايل بصيغ عديدة، وسنحاول هنا أن نتطرق إلى الكيفية التي تمكن الملاحق من الحصول على مكاسب عن طريق إعادة النظر *(The questioning)*. بحيث يصبح الرائد متحايلا فطنا والملاحق متحايلا عليه عقلانيا.

ولنتمكن من دراسة هذه الإمكانية بشيء من التعمق إرتأينا أن نحدد إلى جانب المفاهيم الأساسية التي تطرقنا إليها سابقا بعض المفاهيم الأخرى الضرورية كمفهوم تحايل "Pareto"، أي إستراتيجة التحايل التي يستعملها الرائد لتحقيق وضعية "Pareto" الفعالة *(The Pareto efficient situation)* والتي تترجم بهذه الصورة: لا تتحسن وضعية لاعب بدون أن تتدهور وضعية اللاعب الآخر. ومن بين جميع إستراتيجيات تحايل "Pareto" الممكنة، عمدنا أن نقتصر على دراسة الإستراتيجيات التي تمنح سواء للرائد والملاحق مكاسب أفضل من التي يتحصل عليها من خلال إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية، وإتفق على أن تسمى هذه الإستراتيجيات بإستراتيجيات تحايل "Pareto" النافعة *(Strategies cheat Pareto benefit)*. ومن الممكن أن نشتق مختلف إستراتيجيات التحايل هذه بإستخدام نموذج بزمن منفصل خطي تربيعي*(The model discrete time linear quadratic)* .

ولإعتماد هذا النموذج في كل المسائل، فقد إفترضنا بأن الملاحق يظهر نفورا من التحايل.بمعنى أن منفعته (خسائره) تتناقص (تزيد) بحسب درجة مستوى التحايل الذي يلجأ إليه الرائد.

ويقودنا هذا العرض إلى تقديم محاكاة رقمية توضح النتائج النظرية وتسمح بمقارنة الخسائر الناجمة عن مختلف الإستراتيجيات.

1 التحايل من نوع "Pareto":

يوجد ثلاثة تعاريف للتحايل من نوع "Pareto"

1.1التعريف الأول:

يعرف "BAŞAR " التحايل:

« نقول عن الملاحق بأنه ينفر أو لا ينفر من التحايل إذا كانت خسائره تزداد أو تتناقص وهذا وفق معيار تربيعي $\|u-u^a\|$ *(The function of a standard quadratic)*

يحدد الفارق الموجود بين الفعل المعلن عنه والفعل المحقق واقعيا» [1].

سبق وأن تطرقنا في الفصول السابقة إلى تحديد ودراسة مفاهيم تتعلق بالإستراتيجيات الحل ونريد هنا أن نعرض ثلاث منها همنا في هذا العرض وهي:

- Ol : إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان ($tscra$)، وتسمى أيضا إستراتيجية الحلقة المفتوحة في لعبة "Stackelberg" المعيارية، وإخترنا العمل بالمختصر Ol بدلا من $tscra$ لتسهيل كتابة هذه الإستراتيجية.
- tsc إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية.
- to إستراتيجية التحايل الأمثل.

وقبل كل شيء يجب الإشارة إلى ملاحظة ذات أهمية، فمن البديهي أن يكون الرائد في إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية مقيد في إختيار أفعاله بالمقارنة مع إستراتيجية التحايل الأمثل التي توفر له حظا أكبر. ويتقيد أكثر إذا إستعمل الإستراتيجية المعيارية ويصبح لدينا التعبير الجبري لوضعية الرائد على هذه الصيغة:

$$J^{L^{Ol}} \geq J^{L^{tsc}} \geq J^{L^{to}}$$

وتجدر الإشارة إلى أن هذا لا يوافق وضعية الملاحق التي يمكن صياغتها على هذا النحو:

$$J^{S^{Ol}} \leq J^{S^{tsc}} \leq J^{S^{to}}$$

يلاحظ بأنه من الممكن أن تتناقص خسائر اللاعبين كليهما إذا حدث تغيير في الإستراتيجية المستعملة، كأن ينتقل اللعب على سبيل المثال من الإستراتيجية المعيارية إلى إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية. بمعنى أنه من الممكن جدا أن نصادف من بين الحلول حلولا من نوع إستراتيجية "Pareto" غير الفعالة. وهذا ما يقودنا بصفة طبيعية إلى إجراء دراسة حقيقية لإيجاد مجموعة من الحول لتحايل "Pareto" الفعالة في لعبة "Stackelberg" المقلوبة.

[1] VALLÉE, T., C. DEISSENBERG, and T. BAŞAR, *Optimal Open Loop Cheating in Dynamic Reversed Linear Quadratic Stackelberg Games*, Previous Reference,P226.

2.1 التعريف الثاني:

يعرف "Deissenberg " التحايل:

«نقول عن إستراتيجية الرائد بأنها إســـتراتيجية "Pareto" الفعالة إذا كانت تمكننا من الوصول إلى وضـــعية "Pareto" المثلى .بمعنى أن تحصل وضعية يتعذر فيها تدنية خسائر لاعـــب دون أن تعظم من خسائر الآخر »[1].

سوف نستعمل لاحقا مصطلح حلول التحايل من نوع "Pareto" الفعالة أو ببساطة تحايل "Pareto" للتحدث عن هذا النوع من الإستراتيجية التي يلجأ إليها الرائد ونشير إليها بـــالرمز *tp* ومن البديهي أن مجموعة كل إستراتيجيات تحايل "Pareto" الفعالة (u^{tp},v^{tp}) هـــذه تنتمـــي إلى مجموعة التوفيقات (u,v) التي نحصل عليها بواسطة العلاقة التالية:

$$(u,v) = \arg \min_{u^a, u\in U} J^P\left(u, T^S\left(u^a\right)\right)$$
$$(u,v) \equiv \arg \min_{u^a, u\in U} \alpha J^L\left(u, T^S\left(u^a\right)\right) + (1-\alpha) J^S\left(u, T^S\left(u^a\right)\right)$$

حيث أن $0 \leq \alpha \leq 1$

وبهذه الصورة تصبح إستراتيجية الحل لتحايل "Pareto" مطابقة تماما لإستراتيجية التحايل الأمثل وهذا عندما تكون $\alpha = 1$، وبخلاف ذلك فإن حالة $\alpha = 0$ تمثل رائدا مؤثرا على نفسه أي يتحلى بخاصية الإيثار *(Altruistic)* فهو في هذه الحالة ليس له هدف سوى تلبية رغبات الملاحق بأفضل وجه.

ومن بين مختلف إستراتيجيات الحل لتحايل "Pareto"، إرتأينا أن ينصب الإهتمام بصفة أساسية بالإستراتيجيات التي من شأنها أن تحسن وضعية اللاعبين من خلال تدنية خسائرهما مقارنة بنتائج إستراتيجيات التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان. ولعله يجب الإشارة أنه ليس من غير العقلاني بأن يقبل اللاعب التحايل في مرحلة بعدية إذا كان سيجني من ذلك مكسبا.

[1] VALLÉE, T., and C. DEISSENBERG, *Learning how to regulate a polluter with unknown characteristics: An application of genetic algorithms to a game of dynamic pollution control*, Management Science, Kluwer, New York, 1998,P199.

3.1التعريف الثالث:

يعرف كل "Vallée" و"Deissenberg " التحايل:

«نقول عن إستراتيجية إستراتيجية توازن "Stackelberg" بتحايل"Pareto"الفعالة $\left(u^{a^{tp}}, v^{tp}\right)$ بأنها إستراتيجية "Pareto" النافعة إذا كانت تحقق ما يلي:

$J^{L}\left(u^{tp}, T^{S}\left(u^{a^{tp}}\right)\right) \leq J^{L}\left(u^{Ol}, v^{Ol}\right)$ كذلك

$J^{S}\left(u^{tp}, T^{S}\left(u^{a^{tp}}\right)\right) \leq J^{S}\left(u^{Ol}, v^{Ol}\right)$، حيث أن $\left(u^{Ol}, v^{Ol}\right)$ تمثل حل التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان» [1].

2 صياغة المسألة الخطية التربيعية:

كما سبق وأن أوضحنا في الفصل الثاني من القسم الأول، فإننا سنفترض هنا بأن شعاع الحالة في ظل وجود كل الشروط الأساسية يتطور وفق العلاقة التالية:

$$x_{t+1} = A_t x_t + B_t u_t + C_t v_t \qquad t = 1, \ldots, N \qquad x_1 donné ....(2.2.1)$$

وبذلك فإن تطور الحالة لا يصبح مرتبطا بالإعلانات u^{a} إرتباطا مباشرا، ولكن بصفة غير مباشرة عن طريق دالة إستجابة الملاحق لأثر هذه الإعلانات $\left(u^{a}\right)$ وهنا تتحدد دالة خسارة الرائد كما يلي:

$$J^{L} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left(x_{t+1}^{\prime} Q_{t+1}^{L} x_{t+1} + u_t^{\prime} u_t + v_t^{\prime} R_t^{L} v_t \right) ....(2.2.2)$$

كما تصبح دالة خسارة الملاحق على هذا النحو:

$$J^{S} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left(x_{t+1}^{\prime} Q_{t+1}^{L} x_{t+1} + u_t^{\prime} R_t^{S} u_t + v_t^{\prime} v_t + \left(u_t - u_t^{a}\right)^{\prime} \Xi_t \left(u_t - u_t^{a}\right) \right) ....(2.2.3)$$

[1] VALLÉE, T., and C. DEISSENBERG, *Pareto efficient cheating in dynamic reversed Stackelberg games : the open loop linear quadratic case*, in *Issues in Computational Economics and Finance*, S. Holly et S. Greenblatt eds., Elsevier, Forthcoming – Proceedings of the IFAC Conference on computational economics, Academic Press, New York, 1998, P128.

من المفترض أن المصفوفتين Q_t^i و R_t^i حيث $i = L,S$ المصفوفات Ξ_t، متناظرة *(Symmetric)* ومعرفة إيجابا *(Positive definite)*، وهذا من أجل كل t. تشير العبارة $(u_t - u_t^a)_t' \Xi (u_t - u_t^a)$ في الدالة (2.2.3) إلى النفور من التحايل من طرف الملاحق. فيكون الملاحق غير مبال بالتحايل أي محايدا *(Neutre)* إذا كانت $\Xi_t = 0$ من أجل كل t. يمكننا أن نغفل عن الحالة التي يجد فيها الملاحق ميلا إلى التحايل (أي بشرط أن Ξ معرفة سلبا(*Defined Negative)*.

فإذا رجعنا إلى المسألة التي بين أيدينا، يمكن تعريف حلول التحايل بهذه الصيغة كيفية، حيث أن T^L و T^S تمثلان دالتا رد الفعل الخاصتان بالرائد والملاحق على التوالي.

إن إستراتيجية تحايل من المحاولة الثانية $\gamma^{L^{tsc}} = \left(\left\{ u^{a^{tsc}} \right\}_1^T , \left\{ u^{tsc} \right\}_1^T \right)$ هي الإستراتيجية التي نتحقق بواسطتها مما يلي:

$$\begin{cases} \left\{ u^{a^{tsc}} \right\}_1^T = \arg \quad \min_{\left\{ u^a \right\}_1^T} J^L \left(\left\{ u^a \right\}_1^T , T^S \left(\left\{ u^a \right\}_1^T \right) \right) \\ \left\{ u^{tsc} \right\}_1^T = T^L \left(T^S \left(\left\{ u^{a^{tsc}} \right\}_1^T \right) \right) \end{cases}$$

مع وجود قيد ديناميكية الحالة.

إن إستراتيجية التحايل الأمثل $\gamma^{L^{to}} = \left(\left\{ u^{a^{to}} \right\}_1^T , \left\{ u^{to} \right\}_1^T \right)$ هـــي الإســـتراتيجية الـــتي نتحقـــق بواسطتها من: $\left(\left\{ u^{to} \right\}_1^T , \left\{ u^{a^{to}} \right\}_1^T \right) = \arg \quad \min_{\left(\{u\}_1^T , \{u^a\}_1^T \right)} J^L \left(\{u\}_1^T , T^S \left(\left\{ u^a \right\}_1^T \right) \right)$

مع وجود قيد ديناميكية الحالة.

وكما نعلم فإن الرائد عندما يصبح أمام حالات تحايل "Pareto" يلجأ إلى تدنيـــة دالـــة "Pareto"، J^P التالية:

$$J^P \left(\{u\}_1^T , \{v\}_1^T \right) \equiv \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left[\alpha J^L \left(\{u\}_1^T , \{v\}_1^T \right) + (1-\alpha) J^S \left(\{u\}_1^T , \{v\}_1^T \right) \right] \qquad \text{.........(2.2.4)}$$

وبعد إجراء بعض التغييرات بالإعتماد على التعريفين الخاصين بدالة خسارة الرائد (2.2.2) ودالـــة خسارة الملاحق (2.2.3)، نتوصل إلى تحديد صيغة لهذه الدالة (أي دالة "Pareto"):

$$J^P \left(\{u\}_1^T , \{v\}_1^T \right) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left[\left(x_t' \overline{Q}_t x_t + u_t' \overline{R}_t u_t + v_t' \overline{S}_t v_t \right) + \left(u_t - u_t^a \right)' \Xi \left(u_t - u_t^a \right) \right] \qquad \text{.........(2.2.5)}$$

حيث أن:

$$\overline{Q}_t \equiv \alpha Q_t^L + (1-\alpha) Q_t^S$$
$$\overline{R}_t \equiv \alpha I_{m_u \times m_u} + (1-\alpha) R_t^S$$
$$\overline{S}_t \equiv \alpha R_t^L + (1-\alpha) I_{m_v \times m_v}$$
$$\overline{\Xi}_t \equiv (1-\alpha)\Xi_t$$

ومن ثمة فإن إستراتيجية تحايل "Pareto" المثلى التي نصيغها بهذه العلاقـــة $\gamma^{Ltp} = \left(\{u^{atp}\}_1^T, \{u^{tp}\}_1^T\right)$ هـــي الإســـتراتيجية الـــتي تمكننـــا مـــن التحقـــق مـــن الـــصيغة التاليـــة:

$$\left(\{u^{tp}\}_1^T, \{u^{a^{tp}}\}_1^T\right) = \arg \min_{\left(\{u\}_1^T, \{u^a\}_1^T\right)} J^P\left(\{u\}_1^T, T^S\left(\{u^a\}_1^T\right)\right)$$

مع وجود قيد ديناميكية الحالة[1].

إذا كانت $\alpha = 0$ فإن تعريف التحايل الأمثل وتعريف إستراتيجية "Pareto" متطابقان تماما.

ويجب التنويه هنا وبما أننا قد إقتصرنا هنا فقط على حالة المعلومة من نوع الحلقة المفتوحة فإن دراسة وضعية النفور من التحايل المبينة في الدالة (2.2.3) تتطابق مع التكلفة التي لا يمكن للملاحق أن يتوقعها ولكن يحددها بصورة بعدية *(Ex post)* في هذا الشأن فحسب. غير أن هذه التكلفة، هي في سياق الحل من نوع "Pareto" الأمثل الذي نحن بصدده، هي في الحقيقة عبارة عن عامل يكون الرائد قد أخذه بالحسبان بصورة قبلية *(Ex ante)*.

3 المعالجة:

إذا إعتبرنا أن إستراتيجية التحايل الأمثل هي حالة خاصة من إستراتيجية "Pareto" عندما تكون $\alpha = 0$ و $\Xi = 0$، إرتأينا أن نقتصر هنا على حساب إستراتيجية "Pareto"[2] فحـــسب لأن التكلفة التي تحدثنا عنها سيأخذها الرائد في حسابه وبصفة قبلية، في سياق هذه الإستراتيجية.

[1] VALLÉE, T., and C. DEISSENBERG, *Pareto efficient cheating in dynamic reversed Stackelberg games : the open loop linear quadratic case*, Previous Reference,P230.

[2] من أجل الإطلاع على التمثيل المفصل للمعالجة الخاصة بإستراتيجية التحايل الأمثل إرجع إلى :
VALLÉE, T., C. DEISSENBERG, and T. BAŞAR, *Optimal Open Loop Cheating in Dynamic Reversed Linear Quadratic Stackelberg Games*, Previous Reference.

1.3 دالة إستجابة الملاحق:

لنفترض أن الملاحق، وهذا في البداية على الأقل، يثق في الإعلان، $u_t = u_t^a$ وهذا $\forall t$ ويعتقد بصدقه مما يستلزم حذف العبارة $(u_t - u_t^a)' \Xi_t (u_t - u_t^a)$ من دالة خسارة الملاحق.
حيث أن شعاع الحالة الكاذب *(false Situation vector)* يتطور وفق المعادلة التالية:

$$x_{t+1}^a = A_t x_t^a + B_t u_t^a + C_t v_t \,, \quad t = 1,...,T \qquad x_1^a = x_1 donné ....(2.2.6)$$

ومنه يمكن كتابة 'هيميلتوني ' الملاحق بهذا الشكل:

$$H_t^S = \frac{1}{2}\left(x_{t+1}^{a'} Q_{t+1}^S x_{t+1}^a + u_t^{a'} R_t^S u_t^a + v_t' v_t\right) + p_{t+1}^{S'}\left(A_t x_t^a + B_t u_t^a + C_t v_t\right) ....(2.2.7)$$

حيث أن: p_{t+1}^S هو الشعاع المساعد المرتبط *(The vector Deputy Associate)* بتطور شعاع الحالة الكاذب x_{t+1}^a، ومنه يمكن تحديد دالة الإستجابة المثلى للملاحق التي نتعرف بواسطتها عن إستجابة هذا الأخير بدلالة إعلانات الرائد، معرفة بواسطة مجموعة المعادلات التالية:

$$\begin{aligned}
v_t^* &= -C_t'\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^{a*} + p_{t+1}^{S*}\right) ....(2.2.8a) \\
x_{t+1}^{a*} &= A_t x_t^{a*} + B_t u_t^a + C_t v_t^* ....(2.2.8b) \\
p_t^{S*} &= A_t'\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^{a*} + p_{t+1}^{S^*}\right) ....(2.2.8c) \\
p_{T+1}^{S^*} &= 0, \quad x_1^{a*} = x_1 donné ....(2.2.8d)
\end{aligned}$$

وبإستطاعتنا إعادة صياغة المعادلة $(2.2.8b)$ على هذا النحو:

$$x_{t+1}^{a*} = \tilde{A}_t x_t^{a*} + \tilde{B}_t u_t^a + \tilde{C}_t p_{t+1}^{S*} ....(2.2.9)$$

بحث أن:

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_t &\equiv \left(I_{n\times n} + C_t C_t' Q_{t+1}^S\right)^{-1} A_t \\
\tilde{B}_t &\equiv \left(I_{n\times n} + C_t C_t' Q_{t+1}^S\right)^{-1} B_t \\
\tilde{C}_t &\equiv -\left(I_{n\times n} + C_t C_t' Q_{t+1}^S\right)^{-1} C_t C_t'
\end{aligned}$$

ويمكن صياغة التطور الحقيقي لشعاع الحالة كما يلي:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= A_t x_t + B_t u_t + C_t v_t^* \\ &= A_t x_t + B_t u_t - C_t C_t' \left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^{a^*} + p_{t+1}^S\right) ....(2.2.10) \end{aligned}$$

والإختلاف الوحيد الذي يميز هذه الأخيرة عن دالة إستجابة الملاحق في لعبة "Stackelberg" المعيارية هو أن فعل الملاحق هنا لا يرتبط بما يحققه الرائد على أرض الواقع ولكن يبقى مرتبطا فقط بمجرد إعلان هذا الأخير لا غير.

2.3 التحايل من المحاولة الثانية :

من المؤكد أن معالجة هذه الإستراتيجية تمر بصفة ضمنية إلى معالجة مسألة "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة في سياق لعبة "Stackelberg" المعيارية أي المعالجة تخضع للقيد $u_t^a = u_t$ وهذا $\forall t$.

لقد سبق وأن أوضحنا في الفصل الثاني من القسم الأول بأنه يمكن تحديد إستراتيجية حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة بواسطة:

$$\begin{aligned} u_t^{Ol} &= -\widetilde{B}_t' \widetilde{K}_t^L x_t ....(2.2.11a) \\ v_t^{Ol} &= -C_t' \widetilde{K}_t^S x_t ....(2.2.11b) \end{aligned}$$

وبالنتيجة فإن إستراتيجية التوازن هذه تحدد كذلك إستراتيجية التوازن للتحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان [1].

وبالإنتهاء من معالجة هذه المرحلة الأولى نفترض بعد ذلك بأنه قد تم الإعلان عن الفعل $\{u^{a^{tsc}}\}_1^T$ حيث أن $u_t^{a^{tsc}} = u_t^{Ol}$ وهذا $\forall t$. وبنفس الطريقة كذلك فإننا نفترض بأن الملاحق سيتصرف بصفة عقلانية إزاء هذا الإعلان بمعنى أنه يختار الفعل $v_t^{tsc} = v_t^{Ol}$ وهذا $\forall t$.

إذ يستطيع الرائد، بصورة نموذجية *(Typically)*، القيام بتدنية خسائره عندئذ، وهذا باللجوء إلى

[1] حيث يكون لدينا : $u_t^{a^{tscra}} = u_t^{tscra} = u_t^{Ol}$ وحيث أن $v_t^{tscra} = v_t^{Ol}$ وهذا $\forall t$

تطبيق حل آخر مختلف. وإذا علمنا أن قيمة v_t^{tsc} معروفة لدينا (يفترض أن تكون ثابتة)، فـــإن مسألة الإغناء *(Optimization)* المطروحة للحل تصبح عبارة عن مجرد مسألة من مسائل التحكم الأمثل المعيارية.

وبذلك، بعد تعويض v_t^{tsc} في دالة خسارة الرائد J_t^L وكذلك في معادلة الحالة، يمكننا حـــساب الشروط الضرورية لمعالجة مسألة التحكم الأمثل هذه كالتالي:

$$\begin{aligned}
u_t^{tsc} &= -B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L x_{t+1}^{tsc} + p_{t+1}^{L^{tsc}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.12a)\\
p_t^{L^{tsc}} &= A_t^{/}\left(Q_{t+1}^L x_{t+1}^{tsc} + p_{t+1}^{L^{tsc}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.12b)\\
x_{t+1}^{tsc} &= A_t x_t^{tsc} - B_t B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L x_{t+1}^{tsc} + p_{t+1}^{L^{tsc}}\right) + C_t v_t^{tsc}\ldots\ldots(2.2.12c)\\
p_{T+1}^{L^{tsc}} &= 0, \quad x_1^{tsc} = x_1 donné\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.12d)
\end{aligned}$$

وتقودنا هذه المسألة بالضرورة إلى النظام ' الهمليتوني ' غير المتجانس الآتي:

$$\begin{bmatrix} x_{t+1}^{tsc} \\ p_t^{L^{tsc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_t^{\sim 11} & -H_t^{\sim 12} \\ H_t^{\sim 21} & H_t^{\sim 22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t^{tsc} \\ p_{t+1}^{L^{tsc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_t^{\sim 13} \\ H_t^{\sim 23} \end{bmatrix} v_t^{Ol}\ldots\ldots\ldots(2.2.13)$$

وإذا إعتمدنا في هذه المعالجة على طريقة المكنسة *(Sweep method)*، فيجب أن نـــضيف عبارة عددية حتى يتسنى لنا الأخذ بالإعتبار مدى ترابطها بالنسبة إلى v_t^{tsc}. وبذلك نفترض بأن:

$$p_t^{L^{tsc}} = \overline{K}_t x_t^{tsc} - g_t\ldots\ldots\ldots(2.2.14)$$

وبتعويض (2.2.14) في (2.2.12c) فإننا نحصل على:

$$x_{t+1}^{tsc} = \widetilde{E}_t^{-1}\left(A_t x_t^{tsc} + B_t B_t^{/} g_{t+1} + C_t v_t^{tsc}\right)\ldots\ldots\ldots(2.2..15)$$

حيث أن قيمة $\widetilde{E}_t$ يفترض أن تكون غير شاذة (النظامية) وتتحدد بواسطة:

$$\widetilde{E} \equiv I_{n\times n} + B_t B_t^{/}\left(Q_{t+1}^{L} + \overline{K}_{t+1}\right)$$

وبتعويض (2.2.14) و(2.2.15) في (2.2.12*b*) ثم مساواة طرفي المعادلة، نتحصل عندئذ على معادلتي الفروق التاليتين:

$$\overline{K}_t = A_t^{/}\left(Q_{t+1}^{L} + \overline{K}_{t+1}\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t \qquad (2.2.16a)$$
$$g_t = A_t^{/}\left(I_{n\times n} - \left(Q_{t+1}^{L} + \overline{K}_{t+1}\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t B_t B_t^{/}\right)g_{t+1} - A_t^{/}\left(Q_{t+1}^{L} + \overline{K}_{t+1}\right)\widetilde{E}_t^{-1}C_t v_t^{tsc} \qquad (2.2.16b)$$

حيث أن $\overline{K}_{T+1} = 0$ و $g_{T+1} = 0$ ومنه نحصل على ما يلي:

$$u_t^{tsc} = -B_t^{/}\left(\overline{K}_{t+1} + Q_{t+1}^{L}\right)x_{t+1}^{tsc} + B_{t+1}^{/}g_{t+1} \qquad (2.2.17)$$

ومن الملاحظ أن عدم التوافق الزمني لحل التحايل من المحاولة الثانية هذا يحصل منذ المرحلة الأولى أي من جراء حساب الإعلان والإستجابة الملائمة لهذا الإعلان المتوافق مع حساب إستراتيجية توازن "Stackelberg" ذات الحلقة المفتوحة في سياق لعبة معيارية الذي يبقى بطبيعته يتسم بعدم التوافق الزمني. وبالنتيجة فإن الرائد يصبح مضطرا أن يعيد النظر في إختيار إعلاناته في كل فترة بمعنى أن تكون هناك إعادات نظر متكررة. وبنفس الطريقة التي رأيناها من قبل يمكن حساب الإستراتيجية المثلى للتحايل من المحاولة الثانية التقديرية. غير أنه في إطار البنية (بنية المعلومة) ذات الحلقة المفتوحة فإن إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية تقديرية كانت أم لا التي يراها الرائد بميله لإستعمال التحايل يبقى يغلب عليها التحايل الأمثل.

3.3 إستراتيجية تحايل "Pareto" المثلى:

يجب التذكير بأنه من المفترض هنا أن يتصرف الملاحق إزاء كل فعل معلن عنه u_t^a بإستجابة مثلى عن طريق دالة إستجابة خاصة به، أي بمجموعة المعادلات(2.2.8). ونرى في هذه المعادلات بأن x_t^a هي القيمة الإسمية لشعاع الحالة الذي كان من المفترض أن يتحقق في الفترة t

لو تم العمل بالإعلان u_t^a بصفة فعلية وبمعنى آخر فإن الملاحق سيظن خطأً بأن شعاع الحالة الحقيقي يتطور وفق المعادلة $(2.2.8b)$ أي أن:

$$x_{t+1}^{a^*} = \widetilde{A}_t x_t^{a^*} + \widetilde{B}_t u_t^a + \widetilde{C}_t p_{t+1}^{S^*} ....(2.2.18)$$

ولكي يتمكن الرائد من معرفة الأفعال التي يجب تحقيقها لا يجب أن ينحصر إهتمامه على دالة إستجابة الملاحق التي يصدرها كإستجابة لكل إعلان بل معرفة أيضا تطور شعاع الحالة الحقيقي الذي يبقى مرتبطا هو كذلك بهذه الإعلانات، أي أنه بتعويض v_t التي حصلنا عليها بواسطة $(2.2.8a)$ في معادلة الحالة $(2.2.10)$ لنحصل بذلك على ما يلي:

$$x_{t+1} = A_t x_t + B_t u_t - C_t C_t^{\prime} Q_{t+1}^S \left(\widetilde{A}_t x_t^{a^*} + \widetilde{B}_t u_t^a\right) + C_t C_t^{\prime}\left(Q_{t+1}^S \widetilde{C}_t - I_{n\times n}\right) p_{t+1}^{S^*} ....(2.2.19)$$

من المعلوم أن إستراتيجية تحايل "Pareto" تقتضي بأن الرائـد يقـوم بتدنيـة دالـة خـسارة "Pareto" $(2.2.5)$.

وبذلك يمكن كتابة ' هميلتوني ' الرائد [1] بهذه الصيغة:

$$\begin{aligned}
&H_t^L\left(\lambda_{t+1}, \mu_t, p_{t+1}^L, u_t, u_t^a, x_t\right) = \\
&\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_{t+1}^{\prime}\overline{Q}_{t+1}x_{t+1} + u_t^{\prime}\overline{R}_t u_t + \left(C_t^{\prime}\left(p_{t+1}^S + Q_{t+1}^S x_{t+1}^a\right)\right)^{\prime}\overline{S}_t C_t^{\prime}\left(p_{t+1}^S + Q_{t+1}^S x_{t+1}^a\right) \\ + \left(u_t - u_t^a\right)^{\prime}\overline{\Xi}\left(u_t - u_t^a\right) \end{bmatrix} \\
&+ p_{t+1}^{L^{\prime}}\left(A_t x_t + B_t u_t - C_t C_t^{\prime}\left(p_{t+1}^S + Q_{t+1}^S x_{t+1}^a\right)\right) + \\
&\mu_t^{\prime}\left(A_t^{\prime}\left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^a + p_{t+1}^S\right)\right) + \lambda_{t+1}^{\prime}\left(\widetilde{A}_t x_t^a + \widetilde{B}_t u_t^a + \widetilde{C}_t p_{t+1}^S\right) ....(2.2.20)
\end{aligned}$$

حيث أن λ_{t+1} هي الشعاع المساعد المرتبط بقيمة x_{t+1}^a، وحيث تتحدد قيمة x_{t+1} و x_{t+1}^a بواسطة المعادلتين $(2.2.18)$ و $(2.2.19)$ على الترتيب.

[1] لقد توخينا حذف * و ذلك لتبسيط العرض الجبري

إن تدنية هذا ' الهميلتوني ' بدلالة الشعاعين u_t و u_t^a تقتضي ما يلي:

$$
\begin{aligned}
&0=\overline{R}_t u_t + B_t^{/}\left(\overline{Q}_{t+1}x_{t+1}+p_{t+1}^{L}\right)+\Xi_t\left(u_t-u_t^{a}\right)\text{...........}(2.2.21a)\\
&0=-\left(C_tC_t^{/}Q_{t+1}^{S}\widetilde{B}_t\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1}x_{t+1}+p_{t+1}^{L}\right)\\
&\quad+\left(C_t^{/}Q_{t+1}^{S}\widetilde{B}_t\right)^{/}\overline{S}_tC_t^{/}\left(p_{t+1}^{S}+Q_{t+1}^{S}x_{t+1}^{a}\right)\\
&\quad+\widetilde{B}_t^{/}\left(Q_{t+1}^{S}A_t\mu_t+\lambda_{t+1}\right)-\Xi_t\left(u_t-u_t^{a}\right)\text{................}(2.2.21b)\\
&x_{t+1}=A_tx_t+B_tu_t-C_tC_t^{/}\left(p_{t+1}^{S}+Q_{t+1}^{S}x_{t+1}^{a}\right)\text{..............}(2.2.21c)\\
&x_{t+1}^{a}=\widetilde{A}_tx_t^{a*}+\widetilde{B}_tu_t^{a}+\widetilde{C}_tp_{t+1}^{S*}\text{................................}(2.2.21d)\\
&p_t^{S}=A_t^{/}\left(Q_{t+1}^{S}x_{t+1}^{a}+p_{t+1}^{S}\right)\text{.......................................}(2.2.21e)\\
&p_t^{L}=A_t^{/}\left(\overline{Q}_{t+1}x_{t+1}+p_{t+1}^{L}\right)\text{.......................................}(2.2.21f)\\
&\mu_{t+1}=-\left(\widetilde{C}_t^{/}Q_{t+1}^{S}+I_{n\times n}\right)C_tC_t^{/}\left(\overline{Q}_{t+1}x_{t+1}+p_{t+1}^{L}\right)\\
&\quad+\left(I_{n\times n}+\widetilde{C}_t^{/}Q_{t+1}^{S}\right)C_t\overline{S}C_t^{/}\left(Q_{t+1}^{S}x_{t+1}^{a}+p_{t+1}^{S}\right)\\
&\quad+\left(I_{n\times n}+\widetilde{C}_t^{/}Q_{t+1}^{S}\right)A_t\mu_t+\widetilde{C}_t^{/}\lambda_{t+1}\text{.......................}(2.2.21g)\\
&\lambda_t=-\left(C_tC_t^{/}Q_{t+1}^{S}\widetilde{A}_t\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1}x_{t+1}+p_{t+1}^{L}\right)\\
&\quad+\left(C_t^{/}Q_{t+1}^{S}\widetilde{A}_t\right)^{/}\overline{S}_tC_t^{/}\left(Q_{t+1}^{S}x_{t+1}^{a}+p_{t+1}^{S}\right)\\
&\quad+\widetilde{A}_t^{/}\left(Q_{t+1}^{S}A_t\mu_t+\lambda_{t+1}\right)\text{...................................}(2.2.21h)
\end{aligned}
$$

تمر المعالجة عن طريق إلغاء الشعاعين u_t و u_t^a للمعادلتين $(2.2.21c)$ و $(2.2.21d)$ من مختلف المعادلات المتضمنة أشعة الحالة والأشعة المساعدة، وبعد إجراء بعض التغيرات التي فضلنا عدم عرضها لتجنب المزيد من التعقيد فإننا نحصل على مصفوفة هميلتونية في زمن منفصل [1] بهذا الشكل:

$$
\begin{bmatrix} x_{t+1}\\ x_{t+1}^{a}\\ \mu_{t+1}\\ p_t^{S}\\ p_t^{L}\\ \lambda_t \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
H_t^{11} & H_t^{12} & H_t^{13} & H_t^{14} & H_t^{15} & H_t^{16}\\
H_t^{21} & H_t^{22} & H_t^{23} & H_t^{24} & H_t^{25} & H_t^{26}\\
H_t^{31} & H_t^{32} & H_t^{33} & H_t^{34} & H_t^{35} & H_t^{36}\\
H_t^{41} & H_t^{42} & H_t^{43} & H_t^{44} & H_t^{45} & H_t^{46}\\
H_t^{51} & H_t^{52} & H_t^{53} & H_t^{54} & H_t^{55} & H_t^{56}\\
H_t^{61} & H_t^{62} & H_t^{63} & H_t^{64} & H_t^{65} & H_t^{66}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_t\\ x_t^{a}\\ \mu_t\\ p_{t+1}^{S}\\ p_{t+1}^{L}\\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix}\text{..........}(2.2.22)
$$

[1] التعاريف الدقيقة لمختلف المصفوفات H_t^{ij} ببعد $n\times n$ موجودة في الملحق ج

ولحل هذه السلسلة من معادلات الفروق، نفترض وجود علاقة خطية بين أشـعة الحالـة والأشعة المساعدة.

$$x_t^a = N_t x_t \text{.................}(2.2.23a)$$
$$\mu_t = M_t x_t \text{................}(2.2.23b)$$
$$p_{t+1}^L = K_{t+1}^L x_{t+1} \text{...........}(2.2.23c)$$
$$p_{t+1}^S = K_{t+1}^S x_{t+1} \text{..........}(2.2.23d)$$
$$\lambda_{t+1} = p_{t+1} x_{t+1} \text{...........}(2.2.23e)$$

وكما هو الحال في حساب إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية من الحلقة المفتوحة، فليس من السهل حل معادلات الفروق هذه حتى ولو إفترضنا هذه العلاقات خطية.

وبصفة مماثلة للمسألة التي تعرضنا لها في الفصل الثاني من القسم الأول فإننا نفترض أن:

$$\tilde{x}_{t+1} = \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ x_{t+1}^a \\ \mu_{t+1} \end{bmatrix} \qquad \tilde{p}_{t+1} = \begin{bmatrix} p_{t+1}^S \\ p_{t+1}^L \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} \qquad \text{..........}(2.2.24)$$

وبذلك يمكن إعادة تعريف النظام السابق بهذه الصيغة:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{p}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{A}_t & \overline{B}_t \\ \overline{C}_t & \overline{D}_t \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}_t \\ \tilde{p}_{t+1} \end{bmatrix} \qquad \text{..........}(2.2.25)$$

بحيث أن:

$$\overline{A}_t = \begin{bmatrix} H_t^{11} & H_t^{12} & H_t^{13} \\ H_t^{21} & H_t^{22} & H_t^{23} \\ H_t^{31} & H_t^{32} & H_t^{33} \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.26a)$$

$$\overline{B}_t = \begin{bmatrix} H_t^{14} & H_t^{15} & H_t^{16} \\ H_t^{24} & H_t^{25} & H_t^{26} \\ H_t^{34} & H_t^{35} & H_t^{36} \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.26b)$$

$$\overline{C}_t = \begin{bmatrix} H_t^{41} & H_t^{42} & H_t^{43} \\ H_t^{51} & H_t^{52} & H_t^{53} \\ H_t^{61} & H_t^{62} & H_t^{63} \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.26c)$$

$$\overline{D}_t = \begin{bmatrix} H_t^{44} & H_t^{45} & H_t^{46} \\ H_t^{54} & H_t^{55} & H_t^{56} \\ H_t^{64} & H_t^{65} & H_t^{66} \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.26d)$$

وبإفتراض أن:

$$\tilde{p}_t = S_t \tilde{x}_t \text{..........}(2.2.27)$$

فإننا نحصل على معادلة "Riccati":

$$S_t = \overline{C}_t + \overline{D}_t S_{t+1}\left(I_{3n\times 3n} + \overline{B}_t S_{t+1}\right)^{-1} \overline{A}_t \text{..........}(2.2.28)$$

بحيث تكون الشروط عند الحدود *(Terminals)*:

$$\tilde{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ 0_{n\times n} \end{bmatrix} \text{.............}(2.2.29a)$$

$$\tilde{p}_{T+1} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} \\ 0_{n\times n} \\ 0_{n\times n} \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.29b)$$

$$S_{T+1} = 0_{3n\times 3n} \text{............}(2.2.29c)$$

وإذا إفترضنا وجود حل للمعادلة (2.2.28) وأنه يمكن حساب هذا الحل بطريقة "Off line" فإننا نستطيع حينئذ أن نكتب S_t على هذا الشكل:

$$S_t = \begin{bmatrix} S_t^1 \\ S_t^2 \\ S_t^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_t^{11} & S_t^{12} & S_t^{13} \\ S_t^{21} & S_t^{22} & S_t^{23} \\ S_t^{31} & S_t^{32} & S_t^{33} \end{bmatrix} \text{.........}(2.2.30)$$

وإذا وضعنا توافق بين (2.2.23) و(2.2.27) فسوف نحصل على:

$$K_t^L = S_t^{11} + S_t^{12} N_t + S_t^{13} M_t \text{..........}(2.2.31a)$$
$$K_t^S = S_t^{21} + S_t^{22} N_t + S_t^{23} M_t \text{..........}(2.2.31b)$$
$$p_t = S_t^{31} + S_t^{32} N_t + S_t^{33} M_t \text{...........}(2.2.31c)$$

وإن إستعمال هذه المصفوفة للوصول إلى حل يأخذ بالقيم M_i كلها لا يعتبر حلا ملائما بسبب التعقيدات في الحساب التي يتضمنها، ولتجنب هذا المشكل الذي سبق وأن صادفناه في الفصل الثاني من القسم الأول كان يجب إعادة كتابة معادلة الحالة.

لنفرض أننا نستطيع إعادة كتابة p_{t+1}^L ، p_{t+1}^S و λ_{t+1} (بعد إجراء بعض التعديلات في النظام ' الهميلتوني ') على الصيغة التالية:

$$\begin{bmatrix} p_{t+1}^L \\ p_{t+1}^F \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{D}_t^{-1}\overline{C}_t & \overline{D}_t^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_t \\ \tilde{p}_t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \overline{H}_t^{41} & \overline{H}_t^{42} & \overline{H}_t^{43} & \overline{H}_t^{44} & \overline{H}_t^{45} & \overline{H}_t^{46} \\ \overline{H}_t^{51} & \overline{H}_t^{52} & \overline{H}_t^{53} & \overline{H}_t^{54} & \overline{H}_t^{55} & \overline{H}_t^{56} \\ \overline{H}_t^{61} & \overline{H}_t^{62} & \overline{H}_t^{63} & \overline{H}_t^{64} & \overline{H}_t^{65} & \overline{H}_t^{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ x_t^a \\ \mu_t \\ p_t^L \\ p_t^F \\ \lambda_t \end{bmatrix} \text{..........}(2.2.32)$$

ويعاد عندئذ تحديد تطور شعاع الحالة بواسطة:

$$x_{t+1} = \Omega_t x_t ....(2.2.33)$$

وتعويض (2.2.31) و(2.2.33) في (2.2.22) وبعد إجراء بعض التغييرات فإننا نستطيع أن نحدد المصفوفتين M_{t+1} و N_{t+1} بدلالة الفترة الماضية أي بدلالة M_t و N_t. ولما كان لدينا الشروط الإبتدائية *(The initial conditions)* $M_1 = 0_{n\times n}$ و $N_1 = I_{n\times n}$، يصبح من السهل حساب حينئذ قيمتي هاتين المصفوفتين بطريقة الإتجاه نحو الأمام *(Forward)* .

وأخيرا وبما أننا نعرف المصفوفتين M_i و N_i، فإننا نستطيع أن نحسب بطريقة التراجع في الزمن قيم K_i^S، K_i^L و p_i بواسطة المصفوفة (2.2.33). وبذلك نستطيع أن نستنبط قيم الأشعة u_i، u_i^a و v_i و x_i. ثم بإفتراض أن $\Xi = 0_{m_u \times m_u}$ و $\alpha = 0$ فإننا نحصل على إستراتيجية الحل للتحايل الأمثل .

4 محاكاة إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية وإستراتيجية التحايل الأمثل:

سنحاول هنا، التطرق إلى دراسة إستراتيجيات التحايل من المحاولة الثانية والتحايل الأمثل.

ومن خلال المعالجة الرقمية فقد أمكن إبراز نتائج بعض المحاكاة الرقمية *(Numerical simulation)* من خلال الجداول من (2.2.1) إلى (2.2.4).

الجدول (2.2.1): إستراتيجيات التحايل المطبقة والمكاسب الناجمة عن كل إستراتيجية

$(B = C = 0{,}5; A = 0{,}8; x_1 = 10; Q^L = 1; Q^S = R^S = R^L = 0{,}5)$

اللاعب	التكاليف المتجمعة	$T=1$	$T=2$	$T=10$
الرائد	الإستراتيجية المعيارية	21.6615	27.0066	27.8357
	التحايل من المحاولة الثانية	21.6373	26.8604	27.2963
	التحايل الأمثل	18.2857	21.5893	22.1805
	إستراتيجية "Nash"	21.6860	27.1572	28.5238
الملاحق	الإستراتيجية المعيارية	11.6488	15.2108	16.7628
	التحايل من المحاولة الثانية	11.6366	15.1377	16.4930
	التحايل الأمثل	16.9796	22.9428	24.6167
	إستراتيجية "Nash"	11.6364	15.1317	16.3279

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab 2008 "

يعكس هذا الجدول(2.2.1) إمكانية الملاحق في وضعيات عديدة من تحقيق مكاسب باللجوء إلى العمل بإستراتيجية التحايل أي الرضا بالتحايل وقبوله كإستراتيجية، أي أن التحايل من المحاولة الثانية يمكن كلا اللاعبين من الحصول على مكاسب أفضل مقارنة بإستخدام إستراتيجية "Nash" أو إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية.

الجدول(2.2.2) : إستراتيجيات التحايل المطبقة والمكاسب الناجمة عن كل إستراتيجية

$(B=C=0{,}5; A=0{,}8; x_1=10 \;\; ; Q^L=1; Q^S=0{,}2; R^S=R^L=0{,}5)$

اللاعب	التكاليف المجمعة (Costs accumulated)	$T=1$	$T=2$	$T=10$
الرائد	الإستراتيجية المعيارية	23.7562	31.1441	33.4691
	التحايل من المحاولة الثانية	23.7492	31.0927	33.1333
	التحايل الأمثل	18.2857	21.5893	22.1805
	إستراتيجية "Nash"	23.7633	31.1959	33.8415
الملاحق	الإستراتيجية المعيارية	6.2472	9.2483	10.84529
	التحايل من المحاولة الثانية	6.3423	9.5693	11.4307
	التحايل الأمثل	13.8449	20.1104	22.0204
	إستراتيجية "Nash"	6.3432	9.5811	11.5886

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

من خلال هذا الجدول (2.2.2) يمكن ملاحظة أن التحايل الأمثل يمكن الرائد من الحصول على مكاسب أفضل مما يحصل عليه من إستخدام الإستراتيجية الأخرى، في حين هذا لا ينطبق على الملاحق، فإذا أراد هذا الأخير الحصول على مكاسب أفضل يجب عليه إستخدام إستراتيجية التحايل المعيارية (إستراتيجية "Stackelberg" للتحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان).

الجدول (2.2.3) : إستراتيجيات التحايل المطبقة والمكاسب الناجمة عن كل إستراتيجية

$(B=C=0{,}5; A=0{,}8; x_1=10 \;; Q^L=Q^S=R^S=R^L=5)$

اللاعب	التكاليف المجمعة (Costs accumulated)	$T=1$	$T=2$	$T=10$
الرائد	الإستراتيجية معيارية	82.1239	84.1091	84.0246
	التحايل من المحاولة الثانية	70.9853	74.9039	75.6309
	التحايل الأمثل	64.0000	69.6810	70.1481
	إستراتيجية "Nash"	111.0204	121.9769	122.6873
الملاحق	الإستراتيجية المعيارية	272.5852	294.7228	294.3358
	التحايل من المحاولة الثانية	152.0463	194.0102	202.1311
	التحايل الأمثل	186.880	224.914	229.7428
	إستراتيجية "Nash"	111.0204	121.9769	122.6873

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab 2008 "

إذا قارنا هذه الوضعية لوضعية ضمن إستراتيجية "Stackelberg" للتحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان (الحل الذي يسمى بالمعياري) أو كذلك بحلول "Nash" فإن الرائد يستطيع هنا أن يحسن من خسائره أي تدنية الخسائر وذلك بإختياره لحل من حلول التحايل. غير أن المكسب الذي نحصل عليه من إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية يبقى ضعيفا في أغلب الأحيان. ومن ثمة أمكن القول بأن وحدها إستراتيجية التحايل الأمثل كفيلة بتحقيق مكسب مقبول.

الجدول (2.2.4) : إستراتيجيات التحايل المطبقة والمكاسب الناجمة عن كل إستراتيجية

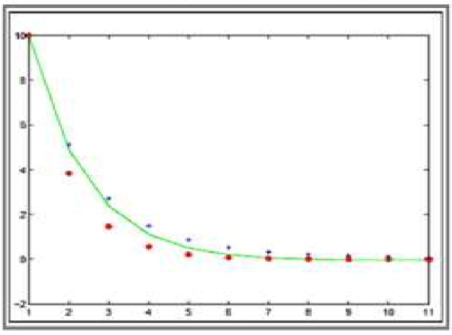
$(B=C=0{,}5; A=0{,}8; x_1=10 \;; Q^L=6; Q^S=5; R^S=R^L=2)$

اللاعب	التكاليف المتجمعة (Costs accumulated)	$T=1$	$T=2$	$T=10$
الرائد	الإستراتيجية المعيارية	70.0782	74.9781	74.7871
	التحايل من المحاولة الثانية	69.9184	74.5232	73.9309
	التحايل الأمثل	59.0769	62.2270	62.3810
	إستراتيجية "Nash"	70.2404	75.4521	75.8052
الملاحق	الإستراتيجية المعيارية	79.6460	95.4320	95.6550
	التحايل من المحاولة الثانية	85.7581	104.1223	104.0878
	التحايل الأمثل	62.8639	72.1891	72.2098
	إستراتيجية "Nash"	86.2041	105.7642	108.1899

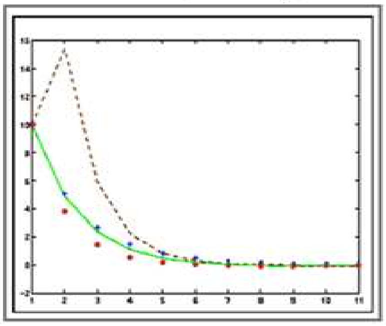
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

نلاحظ من خلال هذا الجدول بأن إستراتيجية التحايل الأمثل تفضل على كل لإستراتيجيات الأخرى من حيث المكاسب التي تحققها لكلا اللاعبين.

الشكل (2.2.1): متغير الحالة $(+ = x^{OI}, - = x^{tsc}, 0 = x^{to})$



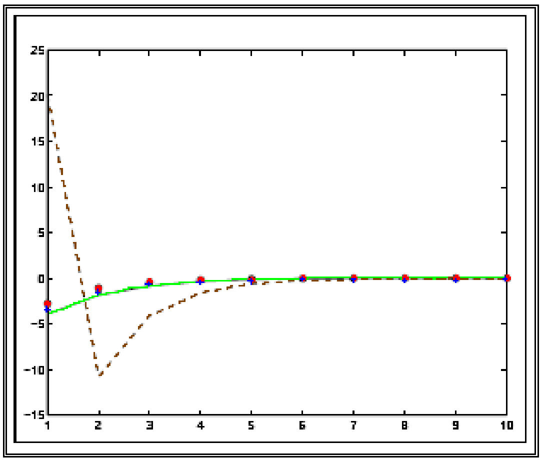
الشكل (2.2.2): متغير الحالة $(+ = x^{OI}, - = x^{tsc}, 0 = x^{to}, --- = x^{a^{to}})$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

يوضح هذان الشكلان بأن المحاكاة تنطبق جيدا على اللعبة الخطية التربيعية بحسب قيم الأفق الزمني والمصفوفات المبينة لحجم الدوال الموضوعية (Q^S ، R^S ، Q^L ، R^L)، كما يمكننا أن نستنتج بأن التحايل الذي يتعرض إليه الملاحق يمكن أن يعود عليه دائما بالفائدة إذا منح وزنا كبيرا لشعاع الحالة. بمعنى أن فائدته تتحدد بدرجة أهمية القيمة النسبية لـــ Q^S. ونستطيع أن نقف على سبب ذلك بصورة بديهية إذا عرفنا أن التحايل يسمح لنا بالحصول على مآل *(Convergence)* لشعاع الحالة نحو قيمته المثلى الحقيقية الصفرية في أسرع وقت.

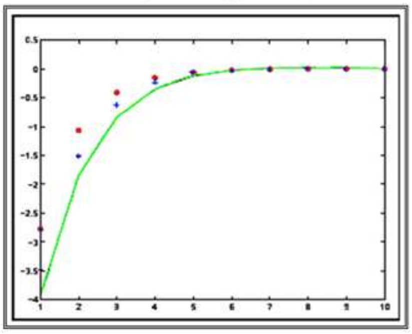
الشكل (2.2.3): صورة لفعل الرائد $(+ = u^{OI}, - = u^{tsc}, 0 = u^{to}, --- = u^{a^{to}})$



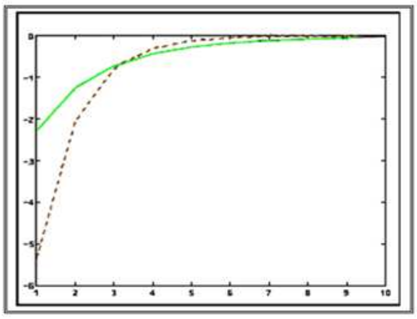
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

نلاحظ من خلال هذا الشكل البياني إن إستراتيجية التحايل الأمثل تبقى في غالب الأحيان مرتبطة بالإعلان عن فعل مستبعد الحدوث أي بحالة نادرة وبذلك يكون من المفيد في كثير من الأحيان إختيار إستراتيجية بآثار إعلان وسيطة *(Effects of ad Intermediate)* بين الحل بالمحاولة الثانية والحل الأمثل في مثل هذه الحالات .

الشكل (2.2.4): صورة لفعل الرائد $(+=u^{Ol},-=u^{tsc},0=u^{to})$



الشكل (2.2.5): صورة لفعل الملاحق $(-=v^{Ol},-=v^{tsc},--=v^{to})$



المصدر : من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

نلاحظ من خلال الشكلين البيانيين أن سبب حصول مكسب بسرعة في التحقيق هنا مقارنة بالإستراتيجيات الأخرى، بالأساس إلى كون أن الرائد يمتلك أداة إضافية غير مكلفة وهي الإعلان. فعندما تكون Q^S كبيرة نسبيا يصبح من الممكن أن تعوض تلك المكاسب التي يجنيها الملاحق من جراء سرعة المآل للخسائر الإضافية المترتبة عن القيم الأقل أهمية لأداة عمله وهذا ما يوضحه الشكل البياني (2.2.5) .

بذلك وعكس ما تفترضه الدراسات الإقتصادية عادة، فإنه كلما كانت Q^S كبيرة نسبيا كلما كان من العقلانية للملاحق أن يتقبل التحايل عليه بدلا من القيام بفعل المعاقبة كأن يلجأ على سبيل المثال إلى العمل بإستراتيجية "Nash". من جهة أخرى فنحن نلاحظ أنه كلما كانت Q^S صغيرة نسبيا كلما كان التحايل سبب في زيادة خسائر الملاحق.

وفي الأخير، وهذه ملاحظة نوعا ما غير منتظرة، فإنه يبقى من الصعب أن نجد وضعيات تترجم خسائر الملاحق بهذا الترتيب: $J^{S^{Ol}} < J^{S^{tsc}} < J^{S^{to}}$.

5 نموذج الضريبة *(Taxation)* والتحايل الأمثل :

سنحاول في هذا السياق تحديد معنى مصطلح إستراتيجية التحايل مع توضيحه إيضاحا رقميا بالإستعانة بنموذج الضريبة لـــ "Fisher" الذي سبق وأن تطرقنا إليه في الفصل الثالث من القسم الأول. يمكن تشبيه هذه اللعبة من دون عناء بلعبة مقلوبة إذا علمنا أن الحكومة هي الأول من يباشر اللعب عن طريق الإعلان الذي يكشف عما تريد القيام به كفعل في الفترة 2. ثم تأتي إستجابة الملاحق كإستجابة طبيعية لهذا الإعلان فيختار هذا الأخير إستراتيجية الإستهلاك /العمل للفترتين 1 و2. لكن في الفترة 2 تبقى الحكومة حرة في إختيار الإلتزام بالإعلان أو مخالفته بحسب ملاحظتها لإختيارات الملاحق (المتعاملين الخواص).

سنفترض في هذه المسألة بأن الحكومة ستميل إلى إختيار التحايل ومن ثمة أمكن أن نحدد ثلاث إستراتيجيات للتحايل:

- ✓ إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية وهي تشبه إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة التقديرية التي سبق و أن تعرضنا لحساب حلولها.
- ✓ إستراتيجية التحايل الأمثل.
- ✓ إستراتيجية العمل بأقل تحايل.

إن الحكومة التي تنوي العمل بالتحايل على نطاق واسع بطريقة تستطيع الوصول بواسطتها إلى الحد الأمثل المطلق، عادة ما تلجأ إلى إستراتيجية الحل من التحايل الأمثل. وبهذا التصرف، تبدو هذه الحكومة أكثر أنانية *(Egoïste)* إذ أنها لا تبالي بمنفعة المتعاملين الخواص. تعتمد هذه الإستراتيجية على إعلان قليل المصداقية لكونه مبالغا فيه. وهذا ما دفعنا إلى العمل بإستراتيجية التحايل تدعى أقل تحايل.

1.5 بلوغ الحل بواسطة إستراتيجية الحل الأمثل:

للتذكير فإنه يرفق بكل فعل تعلن عنه الحكومة، دالة إستجابة للملاحق التي يمكن صياغتها على هذا النحو:

$$c_1^a = [1+\delta(1+\alpha)]^{-1}\left[\frac{a\bar{n}(1-\tau_2^a)}{R_2^a} + Rk_1\right] \text{..........} (2.2.34a)$$

$$c_2^a = \delta R_2^a c_1^a \text{...} (2.2.34b)$$

$$n_2^a = \bar{n} - \frac{\alpha c_2}{a(1-\tau_2^a)} \text{...} (2.2.34c)$$

$$k_2^a = Rk_1 - c_1^a \text{..} (2.2.34d)$$

وبالنظر إلى الطريقة التي سبق التطرق إليها ، فإن الحل في إستراتيجية التحايل الأمثل يسمح لنا بعد إدماج دالة الإستجابة هذه داخل دالة المنفعة الخاصة بالحكومة بالحصول على ما يلي:

$$\max_{\tau_2, \tau_2^a, R_2, R_2^a, g_2} U^{to}(.) \text{.........} (2.2.35)$$

التي تخضع للقيود المحددة بمجموعة المعادلات (5.34) والقيود التالية:

$$g_2 = (R - R_2)k_2^a + \tau_2 a n_2 \text{..................} (2.2.36a)$$

$$c_2 = \frac{1}{1+\alpha}\left[a\bar{n}(1-\tau_2) + R_2 k_2^a\right] \text{..........} (2.2.36b)$$

$$n_2 = \bar{n} - \frac{\alpha c_2}{a(1-\tau_2)} \text{.............................} (2.2.36c)$$

وكذلك:

$$U^{to}(.) = \ln c_1^a + \delta\left(\ln c_2 + \alpha \ln(\bar{n} - n_2) + \beta \ln g_2\right) \text{.........} (2.2.37)$$

وبما أن دالة المنفعة هي دالة ' لو خطية *(log linear)*'، فيتعذر من الناحية العملية إشتقاقها أو معالجتها بصفة مباشرة. ومن ثم يبقى الحل التحايل الأمثل أكثر ملائمة حتى في حالة عدم إجراء أي حساب. ومنه فإن أفضل تصرف للحكومة التي تنوي تحقيق أكبر قسط من التحايل هـــو أن تعلن عن فرض الضريبتين التاليتين:

$$R_2^{a*} = 0 \quad , \tau_2^{a*} = 1 \text{.........} (2.2.38)$$

وتأتي إستجابات الملاحق أمام هذه الأفعال بهذه الصيغة [1]:

$$c_1^{a*} = \frac{Rk_1}{1+\delta(1+\alpha)} \ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.39a)$$
$$c_2^{a*} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.39b)$$
$$n_2^{a*} = \bar{n} \ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.39c)$$
$$k_2^{a*} = Rk_1\left(1-\frac{1}{1+\delta(1+\alpha)}\right) \ldots\ldots\ldots(2.2.39d)$$
$$g_2^{a*} = Rk_2^{a*} \ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.39e)$$

وإذا إفترضنا أن الملاحق كان له إستجابة بالطريقة المنتظرة، بمعنى أنه إعتمد على القيمتين c_1 و k_2 كثابتتين اللتين نحصل عليهما من c_1^{a*} و k_2^{a*}. فإن الضريبتين المثليتين التي ستفرضهما الحكومة في مرحلة آتية تكون كالتالي:

$$\tau_2^* = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.40a)$$
$$R_2 = \frac{R(1+\alpha)-\frac{\beta a\bar{n}}{k_2}}{1+\alpha+\beta} \ldots\ldots\ldots(2.2.40b)$$

في حين أننا نحصل على الأفعال المثلى للمستهلك الخاصة في الفترة الثانية بواسطة القيمتين المناسبتين $(2.2.36b)$ و $(2.2.36c)$.

ولعله ينبغي بأن مسألة إستراتيجية التحايل كهذه تعتمد أساسا على الإعلان عن فرض ضريبة كاملة على مداخيل العمل تفتقد في الحقيقة إلى الواقعية، لهذا السبب يمكن إقتراح بديل يتبع فرصة عملية للحصول على حل ملائم ويتمثل برأينا في العمل بإستراتيجية الحل الأقل تحايلا التي وإن كانت تضمن أداء أحسن من إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية فإنها تبقى هي كذلك أقل نجاعة من التحايل الأمثل.

[1] تبقى هذه النتائج منطقية من الناحية الإقتصادية لكنها غير بديهية في إطار غير متجانس إقتصاديا *(No homo economicus)* لأن إذا كان هناك إعلان بفرض الضرائب على كل عمل فإن هذا الأمر سيجعل الملاحق (المستهلك) يعمل أكثر فأكثر.

2.5 إستراتيجية الحل الأقل تحايلا:

لتفادي إعلان متطرف يفضل اللجوء إلى العمل بإستراتيجية من الرتبة الثانية *(Second Rank)*، بحيث يأتي إشتقاقها من خلال معالجة الإستراتيجية من التحايل الأمثل مزودة بقيد إضافي من أجل حصر وتقليص قيم الإعلانات. ويمكن صياغة هذا القيد كالتالي:

$$U^{Fd}(.) \leq U^{a}(.) ....(2.2.41)$$

حيث أن $U^{Fd}(.)$ تحدد قيمة المنفعة التي نجنيها من حل "Stackelberg" المتميز بالتوافق الزمني ذو المفعول الرجعي، أما $U^{a}(.)$ فهي عبارة عن قيمة المنفعة المنتظرة حينما تبقى الحكومة ملتزمة ومحترمة لإعلاناتها. وتبقى هذه الإستراتيجية قريبة جدا من التعريف الذي خصصناه لإستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة. وهنا تتقيد الحكومة بتنفيذ آثار الإعلان الأكثر أهمية لها تماما مع وجود قيد في هذه الحالة يتمثل أساسا في عدم التقليص من رفاهية المتعاملين الخواص.

وبما أنه من البديهي أن يكون أفضل حل للمتغير τ_2 هو الصفر (0). فإن إستراتيجية التحايل من الرتبة الثانية يمكن تحديدها من خلال معالجة المسألة اللاخطية التالية:

$$\max_{\tau_2, \tau_2^a, R_2, R_2^a, g_2} U^{to}(.) ....(2.2.42)$$

تحت القيود المحددة بواسطة (2.2.34) و (2.2.36)، ثم كذلك:

$$\tau_2 = 0 \quad \text{و} \quad R_2 \leq 1 ....(2.2.43a)$$
$$U^{Fd}(.) \leq U^{a}(.) ....(2.2.43b)$$

وتبقى $U^{to}(.)$ محددة بواسطة المعادلة (2.2.37) حيث:

$$U^{a}(.) = \ln c_1^a + \delta\left(\ln c_2^a + \alpha \ln\left(\bar{n} - n_2^a\right) + \beta \ln g_2^a\right) ....(2.2.44)$$

بالإضافة إلى ذلك تكون:

$$k_2^a = Rk_1 - c_1^a \text{.........} (2.2.45)$$

ومن المتوقع جدا أن نعثر على حل لهذه المسألة إذا كنا نعتقد بأن الحكومة، في أضعف حالة يجب أن تكون قادرة على الإعلان عن القيم المرتبطة بحل التحايل من المحاولة الثانية. ولصعوبة الحسابات الجبرية المتصلة بهذا السياق وتعقيداتها الشائكة إقتصرنا فقط على معالجة رقمية واحدة.

3.5 محاكاة نموذج الضريبة وإستراتيجية التحايل الأمثل:

كما رأينا في نموذج "Fisher" وذلك في الفصل الثالث من القسم الأول فإن قيم المعالم تبقى ثابتة وهذه القيم هي: $R = 1{,}5$ ، $k_1 = 2$ ، $a = \bar{n} = 1$ ، $\alpha = 0{,}25$ ، $\beta = 0{,}5$ ، $\delta = 0{,}9$ وتبين الجداول (2.2.5) و (2.2.7)، (2.2.7) القيم المحققة من أجل هذه المعالم [1].

إضافة إلى ذلك فقد ألحقنا كذلك القيمة الناجمة عن حل إستراتيجية الإيعاز الأمثل.

الجدول (2.2.5): قيم المنفعة المسجلة حسب إستراتيجيات الحلول المستعملة

الحل	U^{a*}	U^*
الإيعاز الأمثل	0.759	0.759
التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان $tscra$	0.706	0.706
التحايل من المحاولة الثانية tsc	0.706	0.723
المفعول الرجعي Fd	0.625	0.625
التحايل الأمثل to	$-\infty$	0.7588
أقل تحايل mt	0.625	0.7468

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

أول ملاحظة نستخلصها هي أن الحل من التحايل الأمثل يقترب بكثير من حل الإيعاز الأمثل. ولقد تم حساب الحل الأقل تحايلا تحت القيد $U^{Fd}(.) = U^a$ بدلا من حسابه تحت قيد في صيغة متراجحة $(2.2.43b)$.

[1] يجدر بنا هنا التذكير بالمختصرات المستعملة في هذا السياق:
$tscra$: الحل من نوع التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان.
tsc: حل التحايل من المحاولة الثانية.
Fd : حل "Stackelberg" المتميز بالتوافق الزمني ذو المفعول الرجعي.
to: حل التحايل الأمثل.
mt: الحل الأقل تحايلا.

ويلاحظ أن هذا الحل الخاص يعطى نتائج أفضل من حل التحايل من المحاولة الثانية. وبالطبع، توجد عدة حلول تحايل أخرى تحقق عوائد أحسن من حل التحايل من المحاولة الثانية وكلها حلول من شأنها أن تحقق صحة العبارة التالية: $0,625 \le U^a(.) \le 0,706$.

الجدول (2.2.6) : قيم الأفعال من جانب المستهلك

الحل	c_1^*	c_2^{a*}	c_2^*	n_2^{a*}	n_2^*	$k_2^* = k_2^{a*}$
الإيعاز الأمثل	1.424	1.922	1.922	0.519	0.519	1.576
التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان *tscra*	1.726	1.553	1.553	0.419	0.419	1.274
التحايل من المحاولة الثانية *tsc*	1.726	1.553	1.663	0.419	0.584	1.274
المفعول الرجعي *Fd*	2.014	1.417	1.417	0.646	0.646	0.986
التحايل الأمثل *to*	1.4117	0	1.9327	1	0.5168	1.5882
أقل تحايل *mt*	1.5993	1.4388	1.7720	0.0973	0.5569	1.4006

المصدر : من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

الجدول (2.2.7) : قيم الأفعال من جانب الحكومة

الحل	R_2^{a*}	R_2^*	τ_2^{a*}	τ_2^*	g_2^{a*}	g_2^*
الإيعاز الأمثل	/	/	/	/	/	0.961
التحايل من المحاولة الثانية مع إحترام الإعلان *tscra*	0.9996	0.9996	0.332	0.332	0.7765	0.7765
التحايل من المحاولة الثانية *tsc*	0.9996	0.847	0.332	0	0.7765	0.8319
المفعول الرجعي *Fd*	0.782	0.782	0	0	0.7085	0.7085
التحايل الأمثل *to*	0	0.8915	1	0	3.3823	0.9664
أقل تحايل *mt*	0.9996	0.8675	0.6015	0	0.7594	0.8859

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

إن إستراتيجية الحل الأقل تحايلا مثلها مثل إستراتيجية التحايل من المحاولة الثانية تقتضي إعطاء قيمة مرتفعة لضريبة رأسمال المعلن عنها $R_2^{a*} = 0,9996$ وأخرى أكبر للضريبة على مداخيل العمل، ويرجع سبب هذه الوضعيات إلى الأثر الذي يحدثه τ_2 على k_2 من خلال c_1، أي $\frac{\delta(c_1)}{\delta(\tau_2)} < 0$ و $\frac{\delta(k_2)}{\delta(c_1)} < 0$) ومن المنطقي أن نحصل على القيمة التالية $\tau_2^a = 0,6015 > 0,332$.

يمكن القول في الأخير بأننا قد أوضحنا بواسطة نموذج ضريبة يتضمن فترتين زمنيتين بأنه يوجد عدد لا بأس به من إستراتيجيات التحايل ناهيك عن إستراتيجية التحايل الأمثل التي تخول لنا الحصول على الحل الإيعاز الأمثل. ويكون من الواضح في مثل هذه الألعاب، أن الإستراتيجيات المذكورة تلاءم الجميع، إذ يحبذ كل لاعب من اللاعبين سواء المستهلك في هذه الحالة أو الحكومة فرصة يتقاسم فيها مع الآخر نفس دالة المنفعة.

فلو تحصل أحدهما على مكسب في عملية إعادة النظر فلا مانع أن اللاعب الآخر سيحصل على نفس المكسب من هذه العملية.

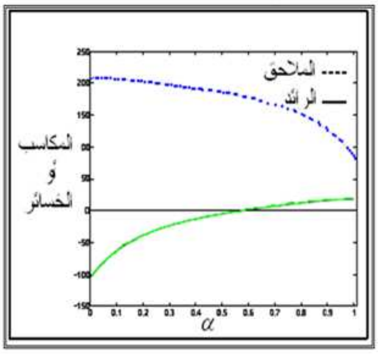
6 محاكاة مختلف إستراتيجيات تحايل "Pareto":

إرتأينا أن نتناول بالتحليل في هذا المنوال اللعبة الخطية التربيعية السابقة كما أبقينا على القيم المستعملة من قبل و هي : $A = 0.8; B = C = 0.5; x_1 = 10$ ، وتطبيقاتها في كل المحاكاة المتاحة هنا مع العلم أن إهتمامنا في هذه المرة سينحصر في دراسة الوضعية من زاوية مختلف إستراتيجيات تحايل.

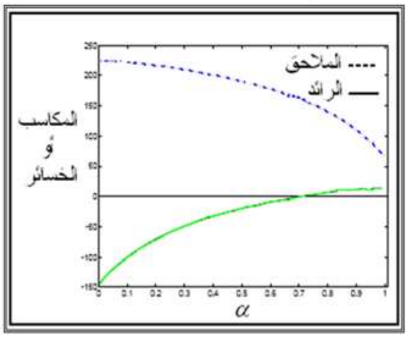
1.6 المحاكاة الأولى :

لقد إفترضنا في هذه المحاكاة بأن: $Q^S = R^S = R^L = Q^L = 5$، إلى جانب ذلك فقد إفترضنا بأن الملاحق لا يظهر أي نفور من التحايل أي أن $\Xi = 0$، ونجد النتائج المتحصل عليها مبينة في الجدول (2.2.8)و موضحة الشكلين البيانيين (2.2.6) و(2.2.7).

الشكل (2.2.6): حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α، $T=1$



الشكل (2.2.7) حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α، $T=10$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

الشكليين البيانيين يعكسان تطور جملة المكاسب أو الخسائر النسبية لكل لاعب من خلال العمل بإستراتيجية تحايل "Pareto" (tp) بدلا من إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية (Ol).

إن إستراتيجيات تحايل "Pareto" النافعة تعني الإستراتيجيات التي تسمح لكل لاعب من الحصول على مكاسب موجبة أو تساوي الصفر (المنحنيات تحت الصفر).

الجدول (2.2.8) :إستراتيجيات الحل المختلفة وحجم التكاليف الناجمة عن كل إستراتيجية بالنسبة للرائد وكذلك الملاحق ($Q^S = R^S = R^L = Q^J = 5$ ، $x_1 = 10$ ، $A = 0.8$ ، $B = C = 0.5$)

اللاعب	إستراتيجية الحل	التكاليف المتجمعة	
		$T=1$	$T=10$
الرائد	المعيارية	82.1239	84.0246
	التحايل من المحاولة الثانية	70.9853	75.6309
	التحايل الأمثل	64.000	70.1481
الملاحق	المعيارية	272.5852	294.3358
	التحايل من المحاولة الثانية	152.0463	202.1311
	التحايل الأمثل	186.880	229.7428
تحايل "Pareto" *(The Pareto Cheating)*			
	إستراتيجية نافعة من أجل	$\alpha \in [0.58,1]$	$\alpha \in [0.71,1]$
الرائد	الخسائر الدنيا	64.000 (186.880)	70.1481 (229.7428)
(الملاحق)	تحصل عندما	$\alpha = 1$	$\alpha = 1$
الملاحق	الخسائر الدنيا	93.445(82.020)	134.88(83.9092)
(الرائد)	تحصل عندما	$\alpha = 0.58$	$\alpha = 0.71$

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

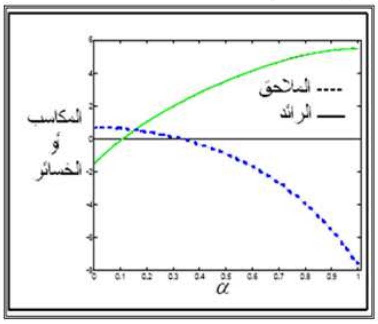
من الواضح هنا بأن كل لاعب يحصل على مكسب من إستعمال التحايل مقارنة بالحل الذي يعتمد على مبدأ عدم التحايل إذ نحصل على إرتياح أفضل بواسطة التحايل الأمثل أو التحايل من المحاولة الثانية. وتبقى إستراتيجية "Pareto" النافعة في كل حالة من المجال: $\alpha \in [0.58,1]$ عندما تكون $T=1$، وفي كل $\alpha \in [0.71,1]$ عندما $T=10$ ونحصل هنا على الخسائر الدنيا بالمقارنة مع كل الإستراتيجيات الممكنة عندما تكون $\alpha = 0.58$ ($T=1$) أو حينما تكون $\alpha = 0.71$ ($T=10$) بالنسبة للملاحق ، و $\alpha = 1$ ($T=1$ و $T=10$) بالنسبة للرائد.

ويصبح المجال الذي يتضمن القيم α التي من أجلها تصبح إستراتيجية "Pareto" نافعة هو مجال وحيد ، ولكنه (المجال) يبقي مرتبطا إرتباطا وثيقا بالأفق الزمني.

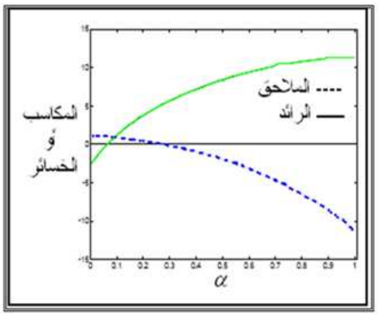
2.6 المحاكاة الثانية

2.6 المحاكاة الثانية : لقد إفترضنا في هذه المحاكاة القيم التاليـــة: $R^S = R^L = 0.5$ ، $Q^L = 1$ ، $Q^S = 0.2$ بالإضافة إلى أن $\Xi = 0$. وكل النتائج المتحصل عليهـــا مبينـــة في الجـــدول (2.2.9) وموضحة بيانيا من خلال الشكلين البيانيين (2.2.8) و(2.2.9).

الشكل (2.2.8): حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α، $T=1$



الشكل (2.2.9): حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α، $T=10$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يمكن أن نلاحظ في هذا السياق بأن خسائر الملاحق تصبح في تزايد مستمر بالمقارنة مع إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية، وهذا كلما مال الرائد إلى إستعمال التحايل من المحاولة الثانية أو إلى التحايل الأمثل.

الجدول(2.2.9): إستراتيجيات الحل المختلفة وحجم التكاليف الناجمة عن كل إستراتيجية بالنسبة للرائد وكذلك الملاحق ($R^S = R^L = 0.5$ ، $Q^L = 1$ ، $Q^S = 0.2$ ، $x_1 = 10$ ، $A = 0.8$ ، $B = C = 0.5$)

اللاعب	إستراتيجية الحل	التكاليف المتجمعة $T=1$	التكاليف المتجمعة $T=10$
الرائد	المعيارية	23.7562	33.4691
	التحايل من المحاولة الثانية	23.7492	33.1218
	التحايل الأمثل	18.2857	22.1805
الملاحق	المعيارية	6.2472	10.84529
	التحايل من المحاولة الثانية	6.3423	11.4307
	التحايل الأمثل	13.8449	22.0204
تحايل "Pareto"(*The Pareto Cheating*)			
	إستراتيجية نافعة من أجل	$\alpha \in [0.11, 0.32]$	$\alpha \in [0.07, 0.27]$
الرائد	الخسائر الدنيا	21.6105 (6.2306)	28.1597 (10.8148)
(الملاحق)	تحصل عندما	$\alpha = 0.32$	$\alpha = 0.27$
الملاحق	الخسائر الدنيا	5.6525 (23.7414)	9.8262 (33.2811)
(الرائد)	تحصل عندما	$\alpha = 0.11$	$\alpha = 0.07$

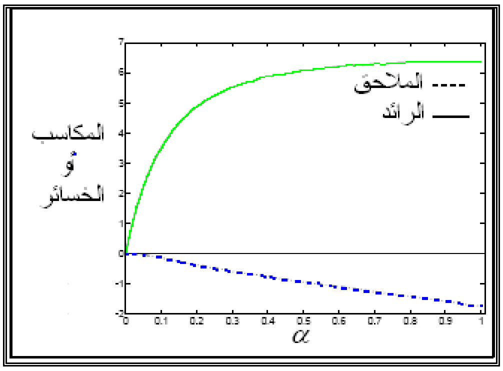
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

يوجد هناك مجال يحتوي قيما للمعلمة α التي من شأنها أن تجعل من إستراتيجية تحايل "Pareto" نافعة. بيد أن هذه القيم (α) التي من أجلها تظل إستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة تبقى ضعيفة حيث تقترب من الصفر، إذ نجد في الحالة التي تكون فيها $T=1$ مجال قيم المعالم α يتراوح بين $[0.11,0.32]$ وعندما $T=10$ يحصل لدينا مجال $\alpha\in[0.07,0.27]$. وبذلك يلاحظ وجود إنتقال لهذا المجال نحو اليسار كلما إمتد (تزايد) الأفق الزمني. فمثلا $T=2$ يصبح المجال عندئذ $\alpha\in[0.10,0.30]$، وفي $T=3$ أو $T=4$ فإن $\alpha\in[0.08,0.29]$، وفي $T=5$ فإن $\alpha\in[0.07,0.28]$ إلى أن يثبت في الأخير عند القيم $\alpha\in[0.07,0.27]$ عندما تصبح $T\geq 6$.

3.6 المحاكاة الثالثة :

أخذنا في هذه الحالة بالقيم التالية: $R^S=1$ ، $R^L=5.5$ ، $Q^L=0.2$ ، $Q^S=0.5$ بالإضافة إلى القيمة $\Xi=0$ ، مع إفتراض بأنه لا يوجد نفور من التحايل، يمكن الإطلاع على نتائج هذه المحاكاة في الجدول (2.2.10)، كما أنها موضحة بالشكلين البيانيين(2.2.10) و (2.2.11) .

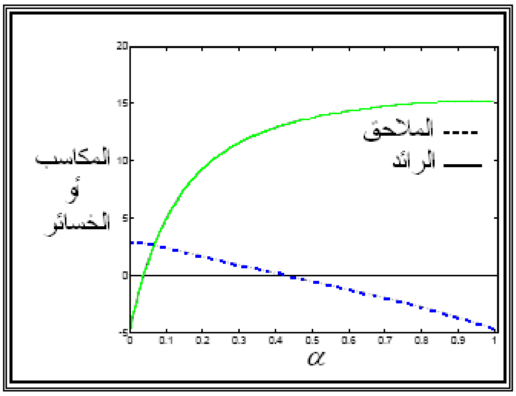
الشكل (2.2.10): حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α ، $T=1$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

تتولد لدينا نتيجة قيم هذه المعالم الوضعية التي يبقى فيها الملاحق يفضل إستراتيجية بدون تحايل أكثر من إستراتيجية تحايل ($J^{S^{o}}<J^{S^{Ol}}$ و $J^{S^{tsc}}<J^{S^{Ol}}$). ومن ناحية أخرى عندما تكون $T=1$ بمعنى أن هناك لعبة ساكنة، لا توجد قيم المعلمة α التي من أجلها تظل إستراتيجية تحايل "Pareto" نافعة أي لا توجد حالة تتحسن فيها وضعية الملاحق بالمقارنة مع الإستراتيجية المعيارية.

الشكل (2.2.11) حجم المكاسب الممكنة بدلالة المعلمة α، $T=10$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

يكفي أن يحصل شيء من الديناميكية $T \geq 2$ ليتكون من جديد مجال موافق لإستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة، إذ أنه عندما تكون $T=2$ يصبح المجال على هذا النحو [0.01,0.13] وعندما تكون $T=10$ فالمجال هو [0.04,0.43] .

الجدول(2.2.10): إستراتيجيات الحل المختلفة وحجم التكاليف الناجمة عن كل إستراتيجية بالنسبة للرائد وكذلك الملاحق ($R^S=1$، $R^L=5.5$، $Q^L=0.2$، $Q^S=0.5$، $x_1=10$، $A=0.8$

$B=C=0.5$)

اللاعب	إستراتيجية الحل	التكاليف المتجمعة	
		$T=1$	$T=10$
الرائد	المعيارية	12.4147	28.1435
	التحايل من المحاولة الثانية	12.0206	22.3510
	التحايل الأمثل	6.0429	12.9046
الملاحق	المعيارية	12.8013	22.6658
	التحايل من المحاولة الثانية	13.2699	22.7350
	التحايل الأمثل	14.5591	27.3360
تحايل "Pareto"			
	إستراتيجية نافعة من أجل	لا توجد قيمة	$\alpha \in [0.04,0.43]$
الرائد	الخسائر الدنيا	لا توجد قيمة	14.9259 (10.8148)
(الملاحق)	تحصل عندما	لا توجد قيمة	$\alpha=0.43$
الملاحق	الخسائر الدنيا	لا توجد قيمة	19.8981 (28.0117)
(الرائد)	تحصل عندما	لا توجد قيمة	$\alpha=0.04$

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

الجدول السابق يفسر الحالة السابقة بكون أن المكاسب المحققة من عملية إعادة النظر وفي ظرف زمني سريع نتيجة سرعة المآل للقيمة x نحو وضعية مستقرة ستعوض حينها كل الخسائر الكبيرة التي تكدها الملاحق في أول الأمر والتي سببها الفارق بين القيمتين u و u^a.

4.6 المحاكاة الرابعة :

كما سبق وأن رأينا في المحاكاة الثانية، فإننا سنفرض هنا أن: $Q^S = R^S = R^L = Q^L = 5$.

الجدول(2.2.11): مختلف نتائج إستراتيجية "Pareto" النافعة حسب قيم Ξ

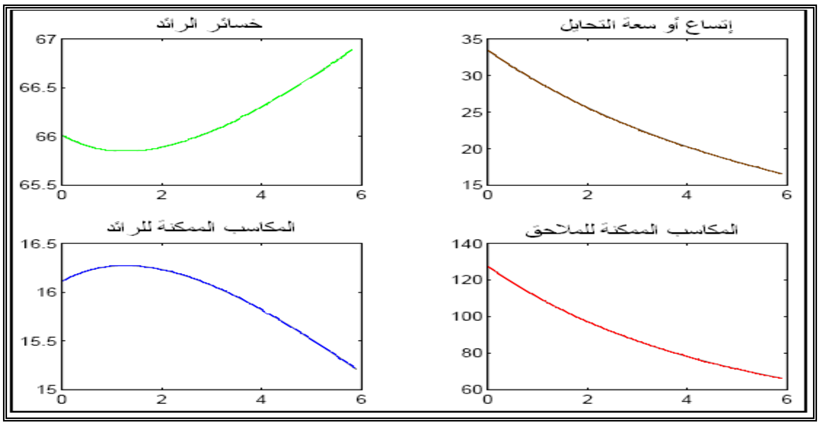
($B = C = 0.5$ ، $A = 0.8$ ، $x_1 = 10$ ، $Q^S = R^S = R^L = Q^L = 5$)

Ξ	إستراتيجية تحايل "Pareto"النافعة من أجل
$\Xi = 0$	$\alpha \in [0.58,1]$
$\Xi = 1$	$\alpha \in [0.63,1]$
$\Xi = 2$	$\alpha \in [0.66,1]$
$\Xi = 5$	$\alpha \in [0.72,1]$
$\Xi = 10$	$\alpha \in [0.77,0.96]$

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

نفترض في هذه المرة وجود نفور من التحايل أي أن $\Xi \geq 0$. بالنسبة للحالة الساكنة $T = 1$ تظهر لدينا النتائج مبينة في الجدول (2.2.11)و موضحة بالشكل البياني(2.2.12).

الشكل (2.2.12) : حجم المكاسب الممكنة للرائد والملاحق حسب سعة أو مدى التحايل المطبق حسب $\alpha = 0.9$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يلاحظ من خلال هذا الشكل البياني (الشكل (2.2.12)) بأن Ξ يتغير ما بين 0 و6 على المحور الأفقي. وتمثل الدالة J^L مجموعة الخسائر من جانب الرائد، هذا ويتم تحديد مدى أو سعة التحايل بهذه الصيغة $(u^a - u)^2$. من جهة أخرى فإن مجال المعالم α التي تتفق مع إستراتيجية "Pareto" النافعة يبقى يتقلص كلما زادت درجة النفور من التحايل أي كلما زادت Ξ.

وفي حالة نفور كبير من التحايل $(\Xi \geq 100)$ فإنه لا تصبح هناك أي قيمة توافق المعالم α.

ويجب التنويه بأن الشكل البياني الفرعي الذي يوجد بالأعلى جهة اليسار للشكل البياني (2.2.12) يعكس بالفعل ظاهرة مخالفة لكل توقع إذ أنه نتيجة لبعض قيم المعالم α يصبح الرائد في وضعية أحسن مع ملاحق يحبذ بعض النفور من التحايل بالمقارنة مع ملاحق لا يحبذ أي نفور من ذلك. إذ نجد بالنسبة لقيمة المعلمة $\alpha = 0.9$ أن خسائر الرائد تتدنى إلى أقل مستوياتها عندما تكون $\Xi = 1.27$.

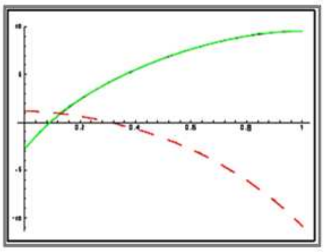
5.6 المحاكاة الخامسة :

لنفرض في هذه الحالة القيم التالية : $Q^S = 0.2$ ، $R^S = R^L = 0.5$ ، $Q^L = 1$ ، $x_1 = 10$.

ولتكن لدينا الوضعيتان الموافقتان لـــ $T = 2$ ، $T = 1$ ثم نفترض بأن $\Xi \geq 0$.

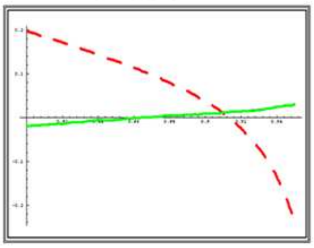
الشكل (2.2.13) :حجم المكاسب الممكنة للرائد (–) والملاحق (--) بدلالة المعلمة α

$\Xi = 0$ ، $T = 2$



الشكل (2.2.14): حجم المكاسب الممكنة للرائد (–) والملاحق (--) بدلالة المعلمة α

$\Xi = 100$ ، $T = 2$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ من خلال الشكليين البيانيين بأن قيمة المعلمة α تتغير من 0 إلى 1 على المحور الأفقي.

الجدول(2.2.12): مختلف نتائج إستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة حسب قيم المعامل Ξ

($B=C=0.5$ ، $A=0.8$ ، $x_1=10$ ، $Q^L=1$ ، $R^S=R^L=0.5$ ، $Q^S=0.2$)

Ξ	إستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة من أجل $T=1$	إستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة من أجل $T=2$
$\Xi=0$	$\alpha\in[0.11,0.32]$	$\alpha\in[0.09,0.30]$
$\Xi=0.5$	$\alpha\in[0.64,0.74]$	$\alpha\in[0.46,0.62]$
$\Xi=1$	$\alpha\in[0.70,0.78]$	$\alpha\in[0.66,0.75]$
$\Xi=5$	$\alpha\in[0.81,0.87]$	$\alpha\in[0.70,0.78]$
$\Xi=10$	$\alpha\in[0.88,0.91]$	$\alpha\in[0.75,0.82]$
$\Xi=100$	$\alpha\in[0.93,0.94]$	$\alpha\in[0.86,0.91]$
$\Xi=100000$	لا توجد	لا توجد

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab 2008 "

مثلما رأينا في المحاكاة الثانية (حالة عدم النفور من التحايل) بأن المجال المتضمن قيم α التي من أجلها تكون إستراتيجية تحايل "Pareto" نافعة ينتقل نحو اليسار حينما يتزايد الأفق الزمني. بغض النظر عن قيم T فإن هذا المجال سينتقل نحو اليمين عندما يزداد النفور من التحايل وتفسر لنا هذه الظاهرة بأنه عندما تكون قيم Ξ كبيرة يصبح إستعمال التحايل مكلف جدا للرائد كذلك، ونذكر بأن الرائد يسعى إلى تدنية دالة خسارة "Pareto". وهذا ما يدفعه إلى عدم إستعمال التحايل من أجل تحسين وضعية الملاحق إلا إذا كان هذا الرائد يوصف بالأنانية المفرطة أي قيم α كبيرة جدا.

7 تحليل تحايل "Pareto" بواسطة نموذج من نوع "Barro-Gordon":

كنا قد تعرضنا في الفصل الأول من هذا القسم إلى كيفية حساب إستراتيجية التحايل الأمثل والتحايل من المحاولة الثانية في إطار نموذج "Barro-Gordon"، وسنحصر الإهتمام هنا في دراسة إستراتيجيات تحايل "Pareto" بواسطة هذا النموذج في صورته الديناميكية التي كنا قد تعرضنا إليها في الفصل الأول من هذا القسم.

1.7 طبيعة النموذج :

للتذكير فإنه يمكن تعريف متغير الحالة x_t هنا على أنه الفارق الحاصل بين معدل البطالة ومعدل البطالة الطبيعي للفترة الزمنية المعنية $(x_t \equiv u_t - u_n)$. فإذا حصلنا على التوازن فإن قيمة هذا المتغير تصبح قيمة صفرية. لتكن لدينا في هذا السياق وضعية يكون فيها $x_0 \neq 0$، فإن معادلة الحالة تتحدد كما يلي:

$$x_t = x_{t-1} - c\left(\pi_t - \pi_t^e\right)\text{.........}(2.2..46)$$

ثم نفترض بأن الحكومة لا تنوي الإبتعاد عن معدل البطالة الطبيعي $\left(\bar{u} = u_n\right)$ ومن ثمة يصبح هدف الحكومة الوحيد هو إيجاد الحل لإحتواء الصدمة الإبتدائية *(The initial shock)* في أسرع وقت .كما تتحدد دالة خسارة المتعاملين الخواص (الملاحق) كما يلي:

$$J_t^S\left(x_t, \pi_t, \pi_t^e\right) = \xi\left(\pi_t - \pi_t^e\right)^2 + q^s x_t^2 + r^s\left(\pi_t - \tilde{\pi}\right)^2\text{..........}(2.2.47)$$

في حين أن حالة النفور من التحايل تندرج ضمن دالة خسارة المتعاملين الخواص في صورة الفارق الحاصل بين التنبؤات والتحقيق وليس في صورة الفرق بين الإعلان وتحقيق كما يعتقد. إذ أن هؤلاء المتعاملين لا يرغبون الوقوع في أخطاء قد تضل كثيرا تنبؤاهم عن مستوى التضخم.

وتجدر الإشارة هنا أننا لم نقتصر على حصر طبيعة هؤلاء المتعاملين (الملاحق) في أهم يتميزون بالنفور من التحايل كما لاحظنا ذلك في الفصل الثاني من هذا القسم، لكنهم يهتمون كذلك بمسائل البطالة والتضخم فهم يرغبون – مثل الحكومة – في إيجاد حل لإحتواء مشكل البطالة غير الطبيعية وبالتالي فإنهم يرضون بمستوى معين من التضخم و لنحدده بـــ $\tilde{\pi}$ وهي قيمة أكبر من القيمة التي تقبلها الحكومة والتي نرمز إليها بـــ $\bar{\pi}$. وتصبح دالة الخسارة المعيارية للحكومة (الرائد) كالتالي:

$$J_t^L\left(x_t, \pi_t, \pi_t^e\right) = r^l\left(\pi_t - \bar{\pi}_t\right)^2 + q^l x_t^2\text{..........}(2.2.48)$$

بينما تتبقى دالة "Pareto" كما يلي:

$$J_t^P(x_t, \pi_t, \pi_t^e) = \alpha J_t^L + (1-\alpha) J_t^S \text{.........}(2.2.49)$$

وسنفرض فيما سيأتي بأن اللاعبين قد يدخلان في نزاع بينهما تفرضه المصالح المتقاطعة والتي تمس بالأحرى قيمة البطالة المرغوب فيها $(\tilde{\pi} \neq \bar{\pi})$.

2.7 دراسة اللعبة في حالة ساكنة $(T=1)$:

سنقتصر بالدراسة على حالة ساكنة (أفق زمني لفترة واحدة فقط). في الفترة $t=1$ نحصل على الإستجابة من خلال تدنية دالة خسارة الملاحق (2.2.47) تحت القيد $\pi_1 = \pi_1^a$ وبإدماج كذلك (2.2.46) داخل (2.2.47). ومن ثمة فإننا نحصل مقابل كل إعلان π_1^a تعلنه الحكومة على توقعات المتعاملين الخواص:

$$\pi_1^e \equiv T^S(\pi_1^e) = \pi_1^e - \frac{cq^s x_0}{c^2 q^s + \xi} \text{..........}(2.2.50)$$

ويمثل زوج الفعل $(\pi_1^{tp}, \pi_1^{a^{tp}})$ الذي نتحصل عنه بواسطة تدنية دالة "Pareto" (2.2.49) بدلالة π_1 و π_1^a وبعد إدماج (2.2.50) في الدالة (2.2.46)، ثم إدماجهما معا في دالة "Pareto" (2.2.49)، الحل التوازن لإستراتيجية تحايل "Pareto" كذلك رمزنا بـــ $J^{L^{tp}}$ و $J^{S^{tp}}$ للخسائر المترتبة عن العمل بالإستراتيجية تحايل "Pareto".

ومن جهة أخرى فإننا نحصل على الحل التوازن لـــStackelberg" من الحلقة المفتوحة عن طريق تدنية دالة الخسارة المعيارية للحكومة (2.2.48) التي رأيناها من قبل بدلالة π_1 بعد إدماج الدالة (2.2.50) داخل (2.2.46) ثم إدماجهما معا داخل (2.2.48) تحت القيد الإضافي $\pi_1 = \pi_1^a$. أي أن $\pi_1^{OI} = \pi_1^{a^{OI}}$ هي معادلة الإعلان وكذلك التحقيق الأمثل للبطالة من جانب الحكومة. لنفرض هنا بأن الحكومة ستلتزم بصفة فعلية بإعلانها ونقصي كل إمكانية وجود مكسب من جراء

إستعمال التحايل من المحاولة الثانية، وأن $J^{L^{Ol}}$ و $J^{S^{Ol}}$ هي الخسارتان المترتبتان عن العمل بهذه الإستراتيجية المعيارية.

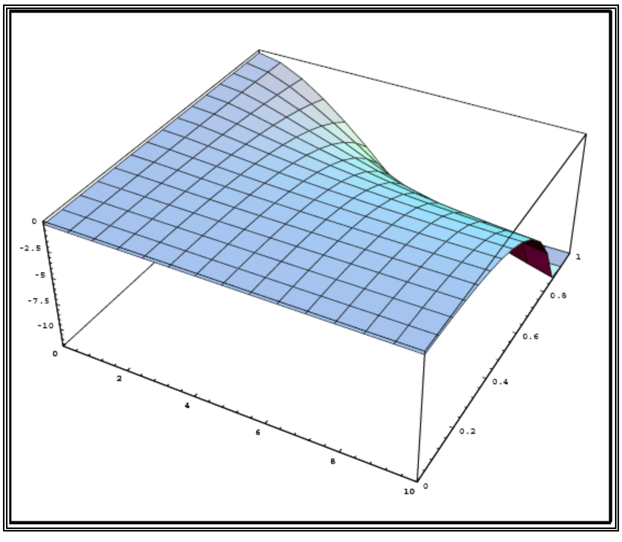
ولنتمكن من تحديد المكاسب الممكنة أو الخسائر الناجمة عن إستعمال إستراتيجية تحايل "Pareto" أي لنتمكن من معرفة طبيعة هذه الإستراتيجية إن كانت نافعة فعلا أم، لا يجدر تحليل هاتين الدالتين المحددتين للمكاسب الممكنة: $J^{L^G} \equiv J^{L^{Ol}} - J^{L^{tp}}$ ، $J^{S^G} \equiv J^{S^{Ol}} - J^{S^{tp}}$.

فإذا كانت هاتين الدالتين معرفتين إيجابا، فإن إستراتيجية تحايل"Pareto" تصبح حينئذ نافعة. عندما تكون $\alpha = 0$ ، بمعنى وجود حكومة مؤثرة *(The government purely altruistic)* تصبح لدينا $J^{S^G} = r^s(\bar{\pi} - \tilde{\pi})^2$. ومن ذلك يتضح لنا بأن كل مكسب إيجابي يتحقق للملاحق أساسه الفرق الحاصل ما بين مستوى التضخم الذي ترغب فيه الحكومة ومستواه المرغوب عند الأعوان الخواص.

1.2.7 المحاكاة الأولى حالة التساوي $(\bar{\pi}=\tilde{\pi})$:

لنفرض في هذه الحالة بأنه لا يوجد فرق بين التضخم عند كلا اللاعبين، بمعنى أن مستوى التضخم الذي ترغبه الحكومة يساوي ذلك الذي يرغبه المتعاملين الخواص $\bar{\pi} = \tilde{\pi}$، أي أنه لا يوجد نزاع بين اللاعبين. حيث أن قيم المعالم لهذه المحاكاة هي كالتالي: $c=1$ $r^s = r^l = q^s = q^l = 4$ ، $\bar{\pi} = \tilde{\pi} = 2$ و $x_0 = 2$

الشكل (2.2.15): حجم المكاسب الممكنة للملاحق بدلالة المعلمة α و ξ

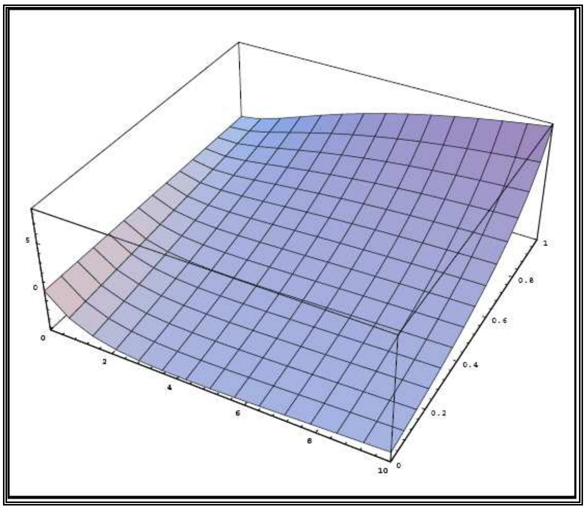


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يتضح لنا من خلال الشكل البياني (2.2.15) بأنه من الأفضل أن تبقى وضعية المتعاملين الخواص في نفس الوضعية التي عرفوها في ظل إستراتيجية "Stackelberg" المعيارية.

وبطبيعة الحال، فكلما كانت α تؤول نحو1 وξ تؤول نحو 10 كلما إزدادت وضعية الأعوان الخواص (الملاحق) تأزما.

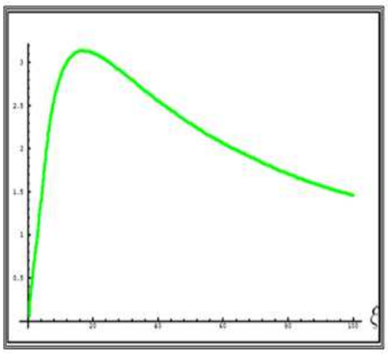
الشكل (2.2.16): حجم المكاسب الممكنة للرائد بدلالة المعلمة α وξ



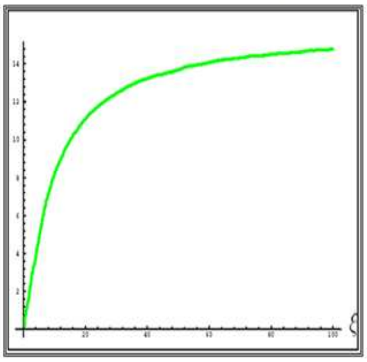
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يوضح هذا الشكل البياني أن النتيجة التي يحصل عليها الرائد في هذه الحالة تبقى متساوية مع النتيجة المتحصل عليها بطريقة رقمية. من خلال لعبة تربيعية التي كنا قد تطرقنا إليها سابقا.

الشكل (2.2.17): منحنى تغيرات الدالة J^{L^0} بدلالة المعلمة ξ مع $\alpha = 0,8$



الشكل (2.2.18): منحنى تغيرات الدالة J^{L^0} بدلالة المعلمة ξ مع $\alpha = 1$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يوضح تماما الشكلان البيانيان (2.2.17) و(2.2.18) إننا إذا إفترضنا بأن الحكومة في وضعية مريحة من ناحية تحقيق المكاسب عندما تؤول α نحو 1 فهذا يعني بأن هذه الحكومة صارت أكثر أنانية. وتحدث نفس الحالة كذلك عندما تتزايد قيمة ξ حتى نصل إلى مستوى معين.

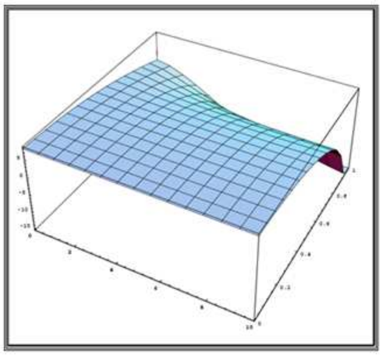
2.2.7 المحاكاة الثانية حالة عدم التساوي $(\overline{\pi} \neq \widetilde{\pi})$:

حيث نفترض هنا أن مستوى التضخم المرغوب فيه يختلف من لاعب إلى آخر.

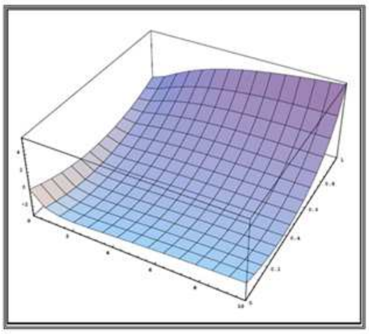
لتكن لدينا القيم التالية: $c = 1$، $r^s = r^l = q^s = q^l = 2$، $\overline{\pi} = 0$، $\widetilde{\pi} = 2$ و $x_0 = 2$.

كما نفترض في هذه المحاكاة كذلك بأن هؤلاء المتعاملين الخواص (الملاحق) لا يهتمون بالتضخم إلا إهتماما يصغر نسبيا عن إهتمام الحكومة به.

الشكل (2.2.19) حجم المكاسب الممكنة للملاحق بدلالة المعلمتين α و ξ



الشكل (2.2.20): حجم المكاسب الممكنة للرائد بدلالة المعلمتين α و ξ



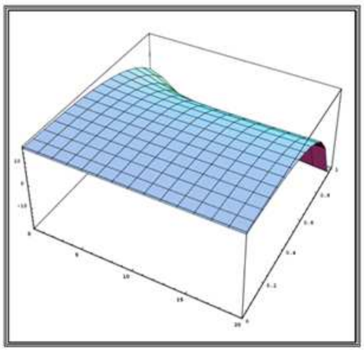
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

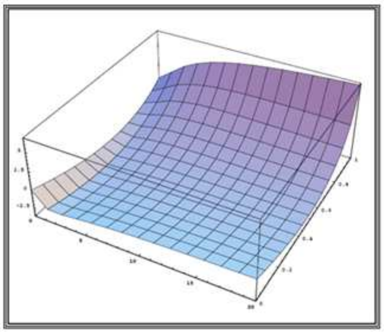
يظهر لنا في الشكلين البيانيين (2.2.19) و(2.2.20) بأنه قد يحصل المتعاملين الخواص (الملاحق) على مكاسب بإستعمال إستراتيجية تحايل "Pareto" وخاصة عندما تكون $\alpha \to 0$، وبالمقابل فإن الحكومة لا تحصل على أي مكسب من هذه الإستراتيجية إلا إذا كانت أنانية بما فيه الكفاية. من البديهي أن نتساءل في هذا الصدد عن إمكانية وجود قيم مشتركة للمعلمتين α و ξ التي من شأنها أن تمكن اللاعبين كليهما من الحصول على مكاسب في نفس الوقت، ومما يزيد صعوبة ذلك أن مثل هذه الحالة لا توجد في الواقع. لكننا نجد في الحالة المتطرفة بأن $\alpha = 1$ و $\xi = 0$ يكون

لدينا $J^{S^G} = J^{L^G} = 0$ ، مما يبين بأن وضعية اللاعبين كليهما لم تتدهور. من نتائج هذا الشرح يحق لنا أن نتساءل عن جدوى العمل بإستراتيجية التحايل.

نأخذ في هذه المرة القيم التالية: $c = 1$ ، $r^s = 4$ ، $r^l = q^s = q^l = 2$ ، $\bar{\pi} = 1$ ، $\tilde{\pi} = 3$ و $x_0 = 2$. ثم لنفرض كما في الحالة السابقة بأن المتعاملين الخواص (الملاحق) يهتمون قليلا بمسألة التضخم مقارنة بإهتمام الحكومة به.

الشكل (2.2.21): حجم المكاسب الممكنة للملاحق بدلالة المعلمتين α و ξ الشكل (2.2.22): حجم المكاسب الممكنة للرائد بدلالة المعلمتين α و ξ

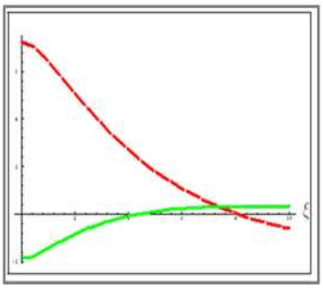




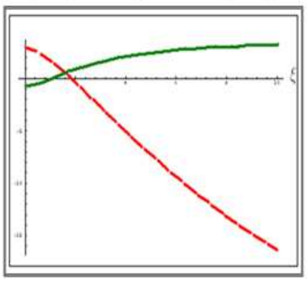
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يظهر من خلال الشكلين البيانيين (2.2.21) و(2.2.22) بأن اللاعبين قد يتحصلان كليهما على مكاسب من جراء إستراتيجية تحايل "Pareto".

الشكل (2.2.23): المنحنى (ـ) يبين تغيرات دالة الرائد J^{L^G} و المنحنى (ـ ـ) يبين تغيرات دالة الملاحق J^{S^G} بدلالة المعلمة ξ عندما تكون $\alpha = 0,85$



الشكل (2.2.24): المنحنى (ـ) يبين تغيرات دالة الرائد J^{L^G} و المنحنى (ـ ـ)يبين تغيرات دالة الملاحق J^{S^G} بدلالة المعلمة ξ عندما تكون $\alpha = 0,95$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab 2008 "

يمكن إعطاء مجموعة قيم المعلمة ξ المتوافقة لإستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة من أجل $\alpha = 0,85$ و $\alpha = 0,95$. ويمكننا هنا ملاحظة بأنه كلما كانت الحكومة أكثر أنانية في سلوكها كلما كانت قيم ξ المتوافقة في تناقص.

في الوضعية الثانية $(\alpha = 0{,}85)$، وبما أن الحكومة تظهر في هذه الحالة أكثر أنانية، بات يتحتم على المتعاملين الخواص ألا يولوا إهتماما كبيرا للفرق في التوقعات للحصول على مكاسب ممكنة من خلال تدنية قيمة x_1، ويكون إحتواء الصدمة كاملا عندما $(x_1 = 0{,}0838323)$. ويلاحظ بأن توقعات الأعوان الخواص في كل الحالات الممكنة سواء إستراتيجية الحلقة المفتوحة ol أو تحايل "Pareto" tp تميل إلى مستوى تضخم بمؤشرات سالبة للتقليص من مستوى البطالة غير الطبيعية. فقد يحدث من وجهة نظر إقتصادية أن يتحقق السيناريو الأول. لكن هذه التوقعات السالبة لا تصلح، بطبيعة الحال، في حالات تتحدد فيها أهداف ذات قيم كبيرة نسبيا، والمرتبطة بمستويات التضخم المرغوب فيها.

الجدول(2.2.13): مختلف النتائج بدلالة المعلمتين α وξ

$c=1$، $r^s = 4$، $r^l = q^s = q^l = 2$، $\bar{\pi}=1$، $\tilde{\pi}=3$ و $x_0 = 2$.

	$\alpha = 0{,}85$	$\alpha = 0{,}95$
	$\xi = 6$	$\xi = 1{,}75$
$\pi^{a^{tp}}$	0,642429	0,340975
$\pi^{e^{tp}}$	0,142429	$-0{,}725691$
π^{tp}	1,52174	1,19048
x^{tp}	0,62069	0,0838323
$J^{L^{tp}}$	4,25667	1,05914
$J^{S^{tp}}$	20,9265	19,537
$J^{L^{G}}$	0,243328	0,683083
$J^{S^{G}}$	1,07349	0,1963
$\pi^{a^{Ol}}$	1	1
$\pi^{e^{Ol}}$	0,5	$-0{,}0666667$
π^{Ol}	1	1
x^{Ol}	1,5	0,933333
$J^{L^{Ol}}$	4,5	1,74222
$J^{S^{Ol}}$	22	19,7333

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج " Matlab2008 "

.يمكن الحصول من الجدول (2.2.13)، على مختلف القيم الخاصة بالأفعال وكذلك عن قيم مختلف الخسائر وقيمة الحالة عندما تكون $\alpha = 0{,}85$ و $\xi = 6$ وكذلك $\alpha = 0{,}95$ و $\xi = 1{,}75$، هناك يظهر بأن الحصول على مكاسب يتوقف على تدنية المتغير x تدنية عظمى.

خلاصة الفصل الثاني :

على ضوء ما ذكرناه في هذا الفصل فقد تمكنا من تحديد إستراتيجية تحايل "Pareto"، كما برهنا على أن هناك وضعيات تظهر فيها هذه الإستراتيجية نافعة لكلا اللاعبين.

ويجب أن يفهم أن المحاكاة المختلفة التي درسناها هنا والتي تتيح لنا تصورا لوجود إستراتيجية تحايل "Pareto" النافعة بأنها مجرد تفسير نظري قد لا يتفق مع الواقع الإقتصادي أساسا كيف ذلك؟

ليس من المستبعد أن نتصور لجوء العديد من الحكومات والسياسيين في وقت مضى إلى الأخذ بآثار الإعلان وإستعماله الفعلي، وبذلك يبقى من المنطقي جدا أن نتصور بأن آثار الإعلان إنما كانت تهدف لتحسين مستوى الرفاهية العامة للمجتمع ككل وهو هدف يتفق كثير مع فرضيتنا لفكرة التحايل المجدي *(Cheating benevolent)*. ولذا قد تتجاوب على سبيل المثال فكرة تقبل التحايل أي قبول آثار الإعلان، مع الرضا الضمني بفقدان الأجر الحقيقي مقابل وعود بالتقليص من عدد البطالين في أقرب وقت. وبغرض توضيح المعنى إرتأينا أن نورد هذا المثال الذي يجسد، في رأينا، بحق صورة التوافق مع سلوك القبول البعدي لآثار الإعلان. لنعتبر أن أحد رجال السياسة قدم في حملته إعلانا عن برنامجه الطموح ثم تم إنتخابه على أساس هذه الوعود، لكنه في أرض الواقع لم يحترم ذلك الإعلان، ومن ثم فلا غرابة أن نتوقع في حالة رفض لسياسته الجديدة التي عوضت الأولى، بحيث أن تسليط العقوبة الصارمة على هذا السياسي الذي أخل بإعلانه تتمثل أساسا في عدم إعادة إنتخابه في المرة القادمة، وفي الوقت نفسه فلا غرابة أيضا أن نتصور نجاح هذه السياسة الجديدة كأن تعطى بالفعل نتائج يقبلها المجتمع ومن ثم يمكن أن نتصور إعادة إنتخابه في المرة القادمة.

خلاصة القسم الثاني :

لقد إستوفينا في هذا القسم عملا منهجيا كان الهدف منه إعطاء صورة واضحة عن عملية إعادة النظر الإستراتيجية. ويمكن أن نلخص محتوى هذا القسم فيما يلي:

إبراز التمييز بين مفهوم عدم التوافق الزمني وبين التحايل وهو المحور الضمني لهذه الأطروحة. فإذا كان التحايل يعرف بأنه تصرف إرادي إستراتيجي فإن عدم التوافق الزمني لا يعني ذلك بأي شيء، فهو إذن تصرف تقني. وبذلك فقد أوضحنا بأن الرائد الحذق الذي يميل إلى التحايل يستطيع أن يبلغ التحايل الأمثل.

في حدود إطلاعنا – لم نصادف – في الكتابات الإقتصادية المتوفرة في هذا الموضوع[1] أي مقارنة رقمية مستفيضة تشرح مختلف حلول التحايل المتاحة.

قد أعطت المقارنات التي أجريناها نتائج مقبولة نسبيا وأحيانا مخالفة لكل توقع. كأن نقول مثلا بأن الإستراتيجية المبنية على آثار الإعلان قد تحسن من وضعية اللاعبين كليهما.

جرت العادة عند الكثير من الباحثين في هذا الموضوع على إعتبار أن الملاحق في لعبة "Stackelberg" يميل دائما إلى معاقبة بصورة بعدية كل إنحراف في الإعلان من جانب الرائد. ولكننا إستطعنا أن نثبت بفضل بعض الأمثلة بأن هذه الإستراتيجية ليست دائما عقلانية، وهذا ما يفسر بأن الحل المتميز بالتوافق الزمني لا يصبح يتمتع بالمصداقية إلا في مرحلة بعدية وبالتالي فإن تسليط العقوبة ليس بالأمر السهل دائما. ومنه كذلك أن إستراتيجية التحايل قد تصبح إستراتيجية توازن مفيدة وتمنح الجميع فرصة للحصول على مكاسب إضافية، وقد سبق وأن أوضحنا بأمثلة تتحقق فيها هذه الوضعية.

لقد كان إهتمامنا في هذا القسم منصبا على دراسة التوازنات المترتبة عن آثار الإعلان على إفتراض أن بنية المعلومة من الحلقة المفتوحة. إننا نستطيع في إطار بنية المعلومة من نوع المفعول الرجعي أن نحسب عدة إستراتيجيات تحايل متشابهة. إذ أن التحايل لا يلاحظ فقط في مرحلة بعدية أي في نهاية الأفق الزمني للحدث، إنما يمكن التنبه إليه فترة بعد فترة، وهكذا يصبح قبول التحايل أمرا مرتبطا أساسا بوجود مكاسب إيجابية لكل الأطراف.

---

[1] بإستثناء بعض الأمثلة في أعمال:

VALLÉE, T., C. DEISSENBERG, and T. BAŞAR, *Optimal Open Loop Cheating in Dynamic Reversed Linear Quadratic Stackelberg Games*, Previous Reference

إلى جانب ذلك يمكن أن نشير إلى إستراتيجية أخرى توافق جيدا بنية اللعبة من صنف "Stackelberg" المقلوبة وهي الإستراتيجية التحفيزية. غير أنه يجب الإنتباه بأن الإعلان عن هذه الإستراتيجية من طرف الرائد لا يعد في حد ذاته إعلان صريح أو حقيقي لأن هذه الإستراتيجية كما سبق وأن رأينا تتميز بالخاصية التالية: إن الرائد يبقى في إطارها ملتزما بإعلانه كلما كانت إستجابة الملاحق عقلانية. وبذلك نطرح مسألة أخرى ترتبط أساسا بالمصداقية وتتحدد في هذا السؤال: ماذا يستطيع الرائد أن يفعله في حالة إذا لم يتصرف الملاحق بصفة عقلانية ؟ وبالطبع فإن هذا السؤال يبقى يهم كل بنيات المعلومة الأخرى. ومما يزيد الصعوبة أن هذه الحالة تحتاج إلى توافق زمني شديد قد لا توفره العديد من الإستراتيجيات، فإستراتيجية التحايل الأمثل مثلا تتميز بالتوافق الزمني الضعيف الذي لا يلاءم حالة كهذه، وهنا نتساءل هل توجد إستراتيجية تحفيزية ذات توافق شديد تسمح للرائد أن يحصل على الحد الأمثل المطلق؟

لقد أوضح "Chinn ping Fun" بأن مثل هذه الإستراتيجية ليس لها وجود[1] ولكن هذه الرؤية لا تندرج حقيقة في هذا القسم.

في الحقيقة أن هذه الدراسة تتطلب توسيعات من جوانب أخرى، إذ نرى من الضروري أن نقترح كذلك نموذجا من النماذج الديناميكية يعتمد أساسا على ظاهرة التطور التدريجي للتحايل وبذلك يمكن أن نحدد الإختيارات التي تشرح الجوانب المختلفة لهذه الظاهرة.

وإذا أخذنا على سبيل المثال نموذج المترشح فهو عبارة عن نموذج إعادة الإنتخاب الذي يظهر من خلاله رجل السياسي في صورة الباحث عن الأفضل دائما ويريد أن يحقق أحسن من الشيء الذي تناولته الإعلانات السابقة، ويعلن في هذه الحالة عن وضعيات حرجة كالإعلان عن سياسات

---

[1] - CHINN PING FAN, *Generic Non-Existence of Credible Stackelberg Strategies*, Symposium on Dynamic Modelling and Control of National Economies 2, IFAC World congress Kyoto Japan, 1989, P775–780.

- HO, Y.C., and G. OLSDER, *Aspects of the Stackelberg game problem – Incentive,bluff, and hierarchy*, Previous Reference,P134–138.

- CHANG, T.S., and P.B. LUH, *Derivation of necessary and sufficient conditions for single-stage Stackelberg games and the inducible region concept*, Transaction on Automatic Control 29, IEEE ,University of California ,USA, 1984,P63–66.

- LUH, P. B., Y.P. ZHANG and Y.C. HO, *Credibility in Stackelberg games*, System and Control Letters 5, North-Holland, New York, 1984, P165–168.

- CARRARO, C., *Crdibility, reputation and the indeterminacy of macroeconomics*, in Monetary Policy, P. Artus et Y. Barrous eds., Kluwer,New York, 1990, P 63–78.

صعبة كسياسة فرض الضريبة حتى يجد متسعا ملائما وراحة في حالة عدم حصول مثل هذه الوضعية الصعبة أو في حالة إذا ما حدث تغيير مفاجئ للسياسة المعلن عنها.

وفي كل الأحوال فإن حساب إستراتيجية "Stackelberg" بآثار الإعلان أو بغير ذلك تقتضي أن يعرف الرائد دالة إستجابة الملاحق معرفة جيدة. وفي حالة عدم معرفته لدالة الإستجابة هذه يتعين عليه تعلم على ذلك وهذا ما سنتطرق إليه في القسم الموالي.

القسم الثالث

فعالية الخوارزميات الجينية في

تحديد التوازنات لألعاب "Stackelberg"

تمهيد:

جرت العادة أن يكون أول لاعب في كل لعبة تتابعية *(The Sequential Games)* هو الرائد بمعنى أن الرائد بطبيعته هو الأول من يباشر اللعب. غير أنه للحفاظ على هذا الدور الهام يجب أن يتوفر لديه قسط كاف من المعلومات يمنحه إمكانية تطبيق حل "Stackelberg" الأمثل، فلإشتقاق حل توازن "Stackelberg" مثلا يجب أن تكون متوفرة ضمن مجموعة معلومات الرائد المعلومة اللازمة لدراسة حالة الملاحق، أي دالة إستجابة الملاحق. غير أنه في الحالة التي يكون فيها كل لاعب يجهل دالة إستجابة الآخر، فإنه يتعين لمعالجة هذه اللعبة اللجوء عادة إلى الطريقة التتابعية *(Iterative)*بإستخدام خوارزم متزامن[1] *(The Algorithme asynchrone)*. ومن نتيجة ذلك أن تقودنا اللعبة في معالجتها إلى تقصي حل "Nash" إن وجد هذا الحل، لكن إذا علمنا أن حل توازن "Stackelberg" يتعذر الحصول عليه بالطريقة التتابعية هذه أي بالتسلسل المنطقي للأفعال المتبعة ميدانيا، فإن الخوارزم المقترح هنا لا يمكن أن يتفق مباشرة مع فضاء الأفعال وبالتحديد الإستجابات المثلى. وهذه المشكلة دفعت "Shiner" إلى قوله:

> « في كثير من الوضعيات تبقى بعض الألعاب التفاضلية بالرغم من تميزها بغير قابلية للحل، غير أنه في السنوات الأخيرة تحققت إنجازات عملاقة في مجال تقنيات الذكاء الإصطناعي [...] التي تكون قد وطدت الأمل من جديد لإيجاد حلول للمنازعات الديناميكية المعقدة [...]. حتما إن توجيه البحوث في هذا السياق نحو التقصي عن الطرق التقنية المساعدة على إيجاد حلول ملائمة لهذه الوضعيات سوف يكلل بالنجاح بشرط أن تتوفر هنالك مشاركة فعالة ومحكمة التخطيط ومنسقة العمل بين مختلف الباحثين على تنوع إختصاصاقم» [2].

---

[1] LI, S., and T. BAŞAR, *Distributed Algorithms for the Computation of Noncooperative Equilibria*, Automatica, 23(4),Chief, University of Illinois ,USA , 1987, P 523–533.

[2] SHINAR, J., *Analysis of dynamic conflicts by techniques of artificial intelligence*, Previous Reference , P75

ومن ثمة كان لازما علينا العمل بالخوارزميات ذات الصلة بالأبحاث العشوائية مثل الخوارزميات الجينية.

وبالفعل قد عرف إستعمال هذه الخوارزميات توسعا كبيرا خلال العقود الأخيرة، خاصة جراء أعمال عدة باحثين[1]، وزادت الإستعانة بها لإيجاد حلول للألعاب المتكررة ونذكر هنا على وجه الخصوص لعبة معضلة السجناء *(The context of the repeated dilemma of prisoners)* [2].

سوف نبين في هذا القسم كيف يمكننا إستعمال الخوارزميات الجينية في معالجة المسائل وفي الوقت ذاته البحث عن توازنات "Stackelberg". إذ قمنا في الفصل الأول بعرض هذه الخوارزميات والتعريف بها. ثم تطرقنا في الفصل الثاني للطريقة العملية في إستعمالها من أجل الحصول على توازنات "Stackelberg" في سياق لعبة تعاونية أولا، ثم في إطار لعبة ديناميكية فيما بعد، ثم أوضحنا دور التعلم على الإستراتيجية التحفيزية وأهميتها في حل المسائل المطروحة.

جدير بالذكر أننا حاولنا تقديم هذه الدراسة مدعمة بمحاكاة تشرح مختلف الظواهر شرحا يقرب المعنى ويوضح الصورة عن طبيعة هذه الخوارزميات وإستعمالاتها العملية ولذلك فضلنا في الفصل الثالث عرض الطرائق المختلفة للإستعمالات المتعددة لها من حيث هي أداة حساب ناجعة وفي نفس الوقت أداة لتشكيل مسار تعلم غير متجانس *(Heterogeneous Learning)* على معرفة الحلول الملائمة.

[1] - HOLLAND, J. H., *Adaptation In Natural And Artificial Systems* , Previous Reference

- HOLLAND, J. H., *Hidden Order*. Addison-Wesley, New York, 1995.
- GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Addison-Wesley ,New York , 1989.

[2] AXELROD, R., *The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma*, Previous Reference,P78

الفصل الأول:

مفهوم الخوارزميات الجينية

وتطبيقاتها في مجال الإقتصاد

تمهيد:

تعرف الخوارزميات الجينية بأنها خوارزميات إغناء تصادفي *(Stochastic Optimization)* ونعني بالإغناء التصادفي إمكانية الوصول إلى الحد الأمثل بإستعمال حساب الإحتمالات وهي تعتمد بالدرجة الأولى على عامل الإنتقاء الطبيعي وعلى الهندسة الجينية. ويعتبر الباحث "John Holland" أول من تطرق إلى أهمية هذه الخوارزميات وسعى إلى تطويرها في عام 1975 قبل أن تعترف إنتشارا واسعا بفضل البحوث العملية التي قدمها "Goldberg" في سنة 1989. وتوسعت تطبيقات هذه الخوارزميات لتشمل مجالات عديدة فضلا عن إستعمالها العام في الميدان الإقتصادي، فهي تستخدم كطريقة معالجة للوصول إلى إغناء الدوال[1] وميدان البرمجة الجينية[2] ومراقبة خط الأنابيب[3] *(Control of Pipeline)*، وفي نظرية التحكم الأمثل[4]، أو لحل الألعاب المتكررة [5] أو الألعاب الديناميكية[6].

ويرجع سبب الإستخدام الواسع لهذه الخوارزميات إلى طبيعتها السهلة والمفيدة إذ تتسم بالبساطة و النجاعة إلى جانب صفة العمومية بحيث يمكن إستخدامها كما ذكرنا في مجالات عديدة. وتجب الإشارة إلى أن هناك طرق بحث تصادفية أخرى. ومـــن أشـــهرها طريقـــة محاكـــاة الـــصلب

---

[1] JONG, K. D., *Adaptive Systeme Design: A genetic approach*, Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 10(3), IEEE ,University of California USA, 1980, P556–574.

[2] KOZA, J., *Genetic Programming*. MIT Press , USA, 1992

[3] GOLDBERG, D., *Robust learning and decision algorithms for Pipeline operations*, Unpublished dissertation proposal, Ann Arbor, University of Michigan, USA, 1981.

[4] - KRISHNAKUMAR, K., and GOLDBERG, *Control system optimization using genetic algorithm*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 15(3), Chief ,MIT ,USA , 1992,P735–740.

- MICHALEWICZ, Z., C. JANIKOW, and KRAWCZYK, *A Modified Genetic Algorithm for Optimal Control Problems*, Computers and Mathematics with Applications, 23(12), published by Elsevier,Academic Press, New York, 1992,P 83–94.

- MARCO, N., C. GODART, J.-A. DÉSIDÉRI, B. MANTEL, and J. PÉRIAUX, *A Genetic Algorithm Compared with a Gradient-Based Method for the Solution of an Active-Control Model Problem*, Discussion paper, INRIA, Rapport de Recherche de l'INRIA - Projet SINUS, no2948,Paris, 1996.

[5] AXELROD, R., *The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma*, Previous Reference

[6] - ÖZYILDIRIM, S., *Three country trade Relations: A discrete dynamic game approach*, Computers and Mathematics with Applications, 32, published by Elsevier,Academic Press, New York, 1996, P 43–56.

- ÖZYILDIRIM, S., *Computing open-loop noncooperative solution in discrete dynamic games*, Evolutionary Economics, 7(1), Edward Elgar,New York, 1997, P23–40.

- ÖZYILDIRIM, S., and N. ALEMDAR, *Learning the optimum as Nash equilibrium* ,Journal of economics and control 24, Publisher Elsevier ,New York , 1998, P483-499

(The simulated annealing) المستوحاة من عملية إستخراج المعادن وهي تقوم علـــى دورات متناوبة في التبريد و التدفئة إلى أدنى حد، و هناك إستعمال مشترك لهاتين الطريقتين[1].

لقد حاول كل من " Lerman " و"Ngouenet" ســـنة 1995 تحديـــد خـــصائص تميـــز الخوارزميات الجينية عن طرق البحث الأخرى، ويتضمن هذا التوصيف النقاط التالية [2] :

* تعتمد الخوارزميات الجينية على تشفير المعالم وليس قيم المعالم ذاتها.
* يتم تطبيق الخوارزميات الجينية على مجموعة من النقاط بدلا من نقطة وحيدة.
* لا تستخدم الخوارزميات الجينية سوى قيم الدالة الأصلية المدروسة ولا تأخذ أبدا بمشتقة هذه الدالة أو أي معطية أخرى تابعة لها.
* تستند الخوارزميات الجينية على قواعد إنتقال إحتمالية وليست قطعية.

وللتعرف أكثر على طبيعة هذه الآليات التي تتميز في نفس الوقت بالفعالية والبساطة نحاول هنا تقديم عرض من شأنه أن يعطينا صورة أكثر وضوحا وتوسيعا يشرح طبيعتها[3] والغرض المطلوب منها .

1 عموميات ومفاهيم حول الخوارزميات الجينية:

قبل الخوض في دراسة هذه الآليات نرى من الأهم التطرق إلى بعض المفاهيم الأساسية المحددة وفق فرضية التشفير الثنائي.

1.1 تعريف المتتابعة (الصبغية، الفرد) حسب التشفير الثنائي:

نعبر بالمتتابعة أي الصبغية أو الفرد A بطول $l(A)$ عن كل متتالية بهذا الشكل $A=\{a_1,a_2,...,a_l\}$ حيث أن $\forall i\in[1,l]$ وأن $a_i\in V=\{0,1\}$

وبذلك نعرف الصبغية على أنها متتالية *(Continued)* تتكون من وحدات تعداد *(Bits)* ذات تشفير ثنائي وتسمى أيضا السلسلة الثنائية *(Binary string)*. وفي حالة التشفير غير الثنائي

---

[1] DAVIS, L., *Genetic algorithms and Simulated annealing*. Morgan Kaufmann ,San Mateo , USA, (1987).

[2] LERMAN, I., ET F. NGOUENET, *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités*, Rapport de Recherche de l'INRIA Rennes - Projet REPCO, no2570, INRIA ,France,1995,P15

[3] هناك بعض الخصائص الإضافية الأخرى سندرجها في الملحق ح.

كالتشفير الحقيقي مثلا تصبح المتتالية A لا تتضمن سوى نقطة واحدة، فيكون لدينا بالتالي: $A=\{a\}$ ، حيث أن $a \in \Re$.

2.1 تعريف المخطط حسب التشفير الثنائي:

نسمي مخططا H بطول l، كل متتالية بهذه الصورة $H=\{a_1, a_2, ..., a_l\}$ حيث أن $\forall i \in [1,l]$ و $a_i \in V^+ = \{0,1,*\}$.

ومنه يمكن تعريف المخططات على أنها سلاسل من نوع بيانات محددة ومعينة ضمن أبجدية تحتوى كذلك على الرمز المميز *، والذي يرادف معنى العبارة "لا يهم"، فمثلا إذا أضفنا الرمز * في الوضعية i فهذا يعني حينئذ بأن a_i قد تكون على السواء 0 أو 1. ويمكن أن نقول عن الرمز * بأنه رمز قاعدي *(The meta-symbol)* لا يمكن معالجته بواسطة الخوارزم بصورة مباشرة.

3.1 تعريف الوضعية الثابتة والوضعية الحرة حسب التشفير الثنائي:

إذا كان لدينا مخطط H فإننا نقول عن i بأنها وضعية ثابتة للمخطط H عندما تكون $a_i=1$ أو $a_i=0$ ونقول عنها (i) وضعية حرة للمخطط H عندما تكون $a_i=*$. وندرج في بعض الأحيان عبارة الوضعية المشتقة للوضعية المتغيرة الجاهزة *(The position instantiated)* للتعبير عن الوضعية الثابتة.

4.1 تعريف أداء المتتابعة "Fitness d'une séquence":

إن أداء المتتابعة هو عبارة عن القيمة الموجبة التي تكتبها على هذا النحو $f(A)$ حيث أن f هي دالة الأداء. ويبقى الحصول على هذه الصلاحية مرتبطا بدالة ذات قيم موجبة حقيقية.

غالبا ما نلجأ، في إطار العمل بالتشفير الثنائي إلى دالة فك التشفير ونرمز لها بالرمز d والتي تمكننا من المرور من سلسلة ثنائية إلى عدد بقيمة حقيقية: $d:\{0,1\}^l \to \Re$ (حيث أن l هو طول السلسلة). ومن ثم يكون دور دالة الأداء هو تحويل هذه القيمة إلى قيمة موجبة فتصبح لدينا العبارة التالية $f: d(\{0,1\}^l) \to \Re_+^*$. وهكذا يمكن القول بأن الهدف من إستخدام الخوارزم الجيني هو

ببساطة الوصول إلى إيجاد السلسلة التي من شأنها أن تعظم دالة الأداء f . ومن البديهي أن لكل مسألة خصوصياتها وبالتالي يجب تمييز الدالتين d, f بما يتطابق وخصوصيات المسألة المطروحة.

وفي مجمل القول، يمكننا أن نحدد الخوارزم الجيني مثلما يرى كل من " Lerman" و"Ngouenet" بالعوامل التالية[1] :

* **الفرد(*Individual*) أو الصبغة(*chromosome*) أو المتتابعة (*sequence*):**

عبارة عن الحل الممكن للمسألة و هذا الحل عادة ما يتناسب مع القيمة المشفرة لمتغير واحد أو لعدة متغيرات.

* **الجماعة (*Population*):**

هي مجموعة من الصبغيات أو من نقاط يتضمنها فضاء البحث أي قيم مشفرة تتعلق بمتغيرات.

* **المحيط (*Environment*):**

هو فضاء البحث.

* **دالة الأداء(*Function Fitenness*):**

هي الدالة الموجبة التي نبحث عن تعظيمها إلى أقصي حد لأنها تعكس تكيف الفرد مع المحيط.

يعتمد الخوارزم الجيني في جوانبه التطبيقية على المراحل التالية[2] :

- **المرحلة الأولى: المبادأة (*Initialisation*):**

تسحب جماعة الأفراد الأصلية الإبتدائية المتكونة من N صبغيات سحبا عشوائيا.

- **المرحلة الثانية: التقييم (*Evolution*):**

يجرى فك شفرة كل صبغية على حدى وإعطاء تقييم لها.

[1] LERMAN, I., ET F. NGOUENET, *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités,* Référence déjà citée ,P25

[2] LERMAN, I., ET F. NGOUENET, *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités,* Référence déjà citée ,P27

- **المرحلة الثالثة: الانتقاء *(Selection)*:**

إنشاء جماعة أفراد جديدة تتكون من N من الصبغيات بالإعتماد على طريقة إنتقاء ملائمة لهذا الغرض.

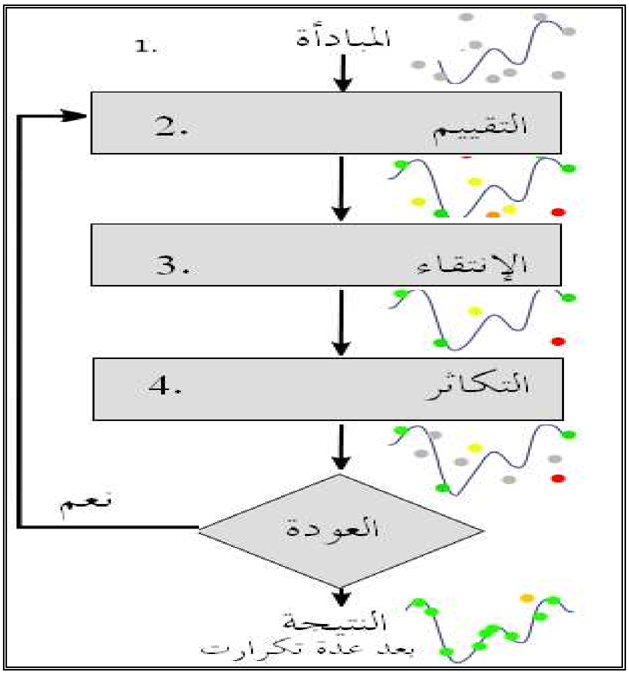
- **المرحلة الرابعة: التكاثر *(Reproduction)*:**

وتتمثل هذه المرحلة في إمكانية إحداث تهجين وتحول داخل الجماعة الجديدة.

- **المرحلة الخامسة: العودة إلى مرحلة التقييم *(Back)*:**

تتمثل في العودة إلى مرحلة التقييم إلى غاية نهاية مطاف الخوارزم.

الشكل (3.1.1): مراحل عمل الخوارزم الجيني



Source: Poli, .R Langdon ,WB.Mcphee ,NF 2008 *Afield Guide to Genetic Programming Lula.com freely available form the internet ISBN978-1-4092-0073-4*

وسنتطرق فيما بعد إلى مراحل أخرى لا تقل أهمية عن التي ذكرناها، وقد إستعرضنا مختلف العوامل المؤثرة تحت قيد الفرضية الضمنية بأن التشفير المستعمل هو التشفير الثنائي الذي يختلف عن التشفير الحقيقي الذي سنتطرق إليه لاحقا.

2 التشفير ودور الجماعة الإبتدائية ***(Coding and Initial Population)***:

التشفير عبارة عن عملية تصف مختلف الحالات الممكنة للمتغير الذي نبحث عن قيمته المثلى في صورة يصلح استعمالها من قبل الخوارزمي الجيني *(GA)*. إن هذه الطريقة تمكننا من إيجاد تواصل أو ربط *(Login)* ما بين قيم المتغير وأفراد الجماعة بصفة يمكن من خلالها محاكاة الارتباط الموجود في الحقل البيولوجي ما بين الأنواع الجينية *(Genotypes)* والطباع الوراثية *(Phenotypes)*.

وبصفة أساسية هناك نوعان من التشفير:

- ✓ التشفير الثنائي: ويكون في صورة سلسلة ثنائية.
- ✓ التشفير الحقيقي: وهو عبارة عن التمثيل المباشر للقيم الحقيقية للمتغير.

ويمكن لنا الانتقال من تشفير إلى آخر بسهولة [1]. ولا يتوانى بعض الباحثين بتشبيهه بالبيولوجيا فيتكلمون عن النوع الجيني للتعبير عن التمثيل الثنائي للفرد. ويتكلمون عن الطبع الوراثي لتعيين القيمة الحقيقية المطابقة في فضاء البحث المعين.

للعلم فإن التحويل الأسهل (دالة فك التشفير d) للسلسلة الثنائية A إلى عدد صحيح x يتم وفق القاعدة التالية:

$$x = d(A) = \sum_{i=1}^{l} a_i 2^{l-i-1} \dots\dots\dots (3.1.1)$$

وبهذا تكون الصبغية $A = \{1,0,1,1\}$ تساوي $1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0$، فيصبح المجموع

$8+2+1=11$

ومن المنطقي أن تتغير الدالة d لتتناسب مع المسألة، فمثلا إذا توخينا تعظيم الدالة $f:[0,1]\to[0,1]$ فالطريقة الملائمة تكون كالتالي، وهنا بطبيعة الحال يبقى طول الصبغية مرتبطا بالدقة التي نرغب فيها:

[1] MICHALEWICZ, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag , New York, 1992,P36

$$x = d(A) = \sum_{i=1}^{l} a_i 2^{-i-1} ....(3.1.2)$$

فإذا إخترنا الدقة التي تقبل خمسة أرقام بعد الفاصلة يصبح لدينا حينئذ $l = 16$

إذ أن $d\left(\underbrace{\{1,...,1,...,1\}}_{16}\right) = 0,999992 \to 1$. وهناك طريقة أخرى يمكن تطبيقها، وتقتضي إختيار d بحيث تصبح لدينا الصورة التالية:

$$x = d(A) = \sum_{i=1}^{l} \frac{a_i 2^{l-i-1}}{2^{l+1}-1} ....(3.1.3)$$

فإذا كانت $l = 16$، فإنه يحصل لدينا $2^{17} - 1 = 131071$ وكذلك $d\left(\underbrace{\{1,...,1,...,1\}}_{16}\right) = \frac{131071}{131071} = 1$

فمثلا نريد أن نتحقق من الدقة في حالة $d\left(\left\{\underbrace{0,...,0}_{14},1,0\right\}\right) = \frac{2}{131071} = 0,0000152589$.

وبالإستطاعة تعميم هذه القاعدة، فمثلا لنفرض أننا نبحث عن تعظيم الدالة f بدلالة المتغير الحقيقي x، وليكن $D = [x_{min}, x_{max}]$ مع $D \subset \Re$ فضاء البحث المسموح حيث x_{min}، x_{max} هي الحدود العليا والسفلى، فإذا إعتبرنا "Préc" الدقة أي عدد الأرقام بعد الفاصلة التي بواسطتها نبحث عن x، وإعتبرنا كذلك $ld = x_{max} - x_{min}$ هي طول المجال D فإنه يستوجب علينا تقسيم هذا المجال إلى $n_i = ld \times 10^{préc}$ من المجالات الفرعية المتساوية من أجل إحترام الدقة.

فمثلا لتكن $D = [-1,2]$ و لدينا $ld = 3$ فإذا أردنا الحصول على دقة $\Pr éc = 6$ من ثمة ينبغي تقسيم هذا المجال إلى $n_i = 3000000$ من المجالات الفرعية.

وإذا كانت s هو الصحيح الطبيعي بحيث أن $2^s > n_i$ (ففي المثال الذي لدينا $s = 22$ إذ أن $2^{21} = 2097152 < 3000000 < 2^{22} = 4194304$، فإن تحول السلسلة الثنائية $A = \{a_1, a_2, ..., a_l\}$ إلى عدد حقيقي x يتم في مرحلتين متميزتين:

- ❖ التحول (من القاعدة 2 إلى القاعدة 10) $x' = \sum_{i=1}^{s} 2^{i-1}$.
- ❖ البحث عن العدد الحقيقي $x = x_{min} + x' \frac{x_{max} - x_{min}}{2^s - 1}$.

ويتم كذلك في مرحلة واحدة بواسطة : $x = x_{\min} + \sum_{i=1}^{s} \frac{2^{i-1} ld}{2^s - 1}$

وتبقى الكيفية المتعلقة بمرحلة المبادأة بسيطة. إذ أنها تتمثل في سحب عشوائي لـــ N من الأفراد في فضاء الأفراد المسموح. بواسطة التشفير الثنائي سوف نقوم حسب طول السلسلة l بإجراء السحب من أجل الصبغية l داخل {0,1} بإحتمالات متساوية *(Equiprobability)*.

3 العوامل *(Operators)* :

تلعب العوامل دورا حاسما في نجاعة ونجاح الخوارزم الجيني ويمكن أن نميز ثلاثة عوامل أساسية عامل الإنتقاء، عامل التهجين، عامل التحول، وإذا كان من السهل فهم دور هذه العوامل، فيبقى مع ذلك من الصعب شرح الأهمية المنفردة لكل واحد من هذه العوامل في جعلها إنجاح وظيفة الخوارزم الجيني. وتعود هذه الصعوبة إلى أن كل واحد من هذه العوامل ينشط وفق خصائص عديدة ومعقدة تميزه (قيم إنتقائية للأفراد، إحتمالات تنشيط العامل ...إلخ).

1.3 عامل الإنتقاء *(Operator Selection)*:

في إعتقادنا أن هذا العامل هو الأهم ضمن جملة العوامل الأخرى لأنه يسمح بإختيار أفراد الجماعة للبقاء أو للتكاثر أو للزوال. وفي القاعدة العامة فإن إحتمال بقاء الفــــرد يـــرتبط مباشرة بدور نجاعته وصلاحيته داخل جماعة الأفراد المنتمي إليها. وهناك عدة طـــرق لإجـــراء التكاثر، والطريقة المشهورة والمستعملة أكثر تبقى بدون شك ' الروليتا' أو عجلة اليـــا نـــصيب المنحرفة *(Roulette wheel)*، وتتمثل هذه الطريقة في أن كل صبغية ستستنسخ في جماعة الأفراد الجديدة بما يتناسب مع قيمة تكيفها[1].

ومن ذلك يتضح بأننا نجرى عددا من السحب مع الإعادة يساوي عدد العناصر داخل الجماعة. ومثلا إذا كان أداء *(Fitness)* الصبغية الخاصة في حالة التشفير الثنائي هو $f(d(c_i))$ ، فإنه يصبح لدينا إحتمال إدخال الصبغية في الجماعة الجديدة ذات الطول N بهذه الصورة:

$$P[c_i] = \frac{f(d(c_i))}{\sum_{j=1}^{N} f(d(c_j))}.$$

[1]GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Previous Reference,P48.

ومن ثمة فالأفراد الذين يتمتعون بأداء عالي يتوفرون على حظوظ وفيرة في الإنتقاء ، ويسمى هذا الإنتقاء، بالإنتقاء النسبي *(Select proportional)*.

ومن نقائص هذه الطريقة أن الفرد لا يكون بالضرورة هو الأحسن ليسيطر على عملية الإنتقاء من جهة، كما أنها قد تتسبب في فقدان التنوع عند سيطرة الفرد الأقوى وإضمحلال الأفراد الأخرى، ومن نقائصها كذلك أنها تؤول في النهاية إلى كفاءة (نتائج) ضعيفة عندما يصبح كل الأفراد متشابهين ويلخص "Dawid" جيدا هذه النقائص:

« لنتصور وضعية تكون فيها سلسلة (الصبغية في الحالة التي لدينا) جماعة الأفراد تتمتع نسبيا بأداء عالي، ولكنها لا تصل الحد الأمثل أو تقاربه. ولنقل بأن درجة هذا الأداء لهذه السلسلة هي عشرة أضعاف الأداء المتوسط [...] ويحدث هنا بعد بضعة أجيال أن تكون الجماعة الجديدة مكونة سوى من هذه السلسلة فحسب. وفي هذه حالة يتضح بأن الخوارزم الجيني لم يأت لنا بجديد وأن الحد الأمثل يبقى متعذر الحصول وتسمى هذه الظاهرة " بالمآل المبكر" *(Premature Convergence)* وهي واحدة من بين المعضلات الكثيرة الإعتراض عندما نستعمل الخوارزميات الجينية، وهناك معضلة أخرى تترتب عن الإنتقاء النسبي عند نهاية البحث وتسمى الضبط الجيد *(Fine Tuning)* »[1]

ولحل هذا الإشكال أو المعضلة لا ينبغي إستعمال طريقة إنتقاء أخرى إنما من الأنجع إستعمال دالة الأداء بعد إجراء بعض التغيرات عليها، فيمكن لنا إذن أن نستعمل تغييرات في السلم *(Scaling)* للحصول بطريقة إصطناعية على تقليص أو زيادة الفارق النسبي بين أداء الأفراد فيما بينهم.

[1] DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, no441 in Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer–Verlag, New York, 1996,P45

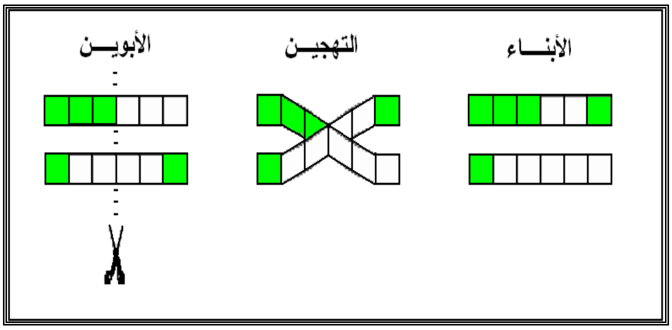
وبإختصار فإن هناك عدة طرق أخرى ومن أشهرها طريقة دورة الإنتقاء *(Tournement Selection)* حيث يسحب فردان سحبا عشوائيا من الجماعة ثم نضع أحسن الفردين منهما للتكاثر داخل الجماعة الجديدة، ثم نعيد هذا الإجراء مرات عديدة أخرى إلى غاية إكتمال جماعة الأفراد الجديدة. وهذه الطريقة تعطي نتائج جيدة مع الإشارة إلى أنه مهما كانت أهمية مرحلة الإنتقاء فإنها لا تنتج أفرادا جدد في الجماعة. ومن هنا يأتي دور عاملي التهجين والتحول.

2.3 عامل التهجين *(Operator intersection)*:

يسمح هذا العامل بإنتاج أفراد جدد وفق أسلوب بسيط جدا، إنه يساعد على تبادل المعلومات بين الصبغيات (الأفراد). فيسحب فردان إثنان مشكلان بذلك زوجا من ضمن الجماعة الجديدة المنبثقة عن عملية التكاثر، ثم يحسب موقع واحد للتهجين (وقد يكون بالإمكان أكثر من واحد) سحبا عشوائيا (العدد من 1 إلى $l-1$). وفي الأخير عندما يتم التهجين وفق إحتمال معين p_c فإن الفصوص (الأجزاء) النهائية للأبوين في حالة وجود موقع تهجين واحد تتبادل حول هذا الموقع وهذا ما يوضحه الشكل (3.1.2).

ونحصل بواسطة عامل التهجين هذا على فردين جديدين مع الذكر أن الفرد المنتقى في عملية التكاثر لا يخضع بالضرورة إلى التهجين. فهذه العملية لا تتم سوى بإحتمال معين فكلما زاد هذا الإحتمال كلما تعرضت الجماعة للتغير.

الشكل (3.2.1): التهجين بطريقة التشفير الثنائي



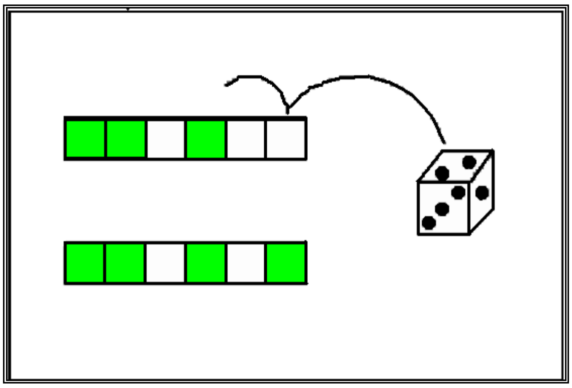
المصدر: من إعداد الطالب لتوضيح عامل التهجين

وبالرغم من ذلك فقد تكون العملية المشتركة للتكاثر والتهجين غير كافية لضمان نجاح الخوارزم الجيني. إذ نجد في التشفير الثنائي أن هناك بعض المعلومات (البيانات الأبجدية) يمكن أن تختفي من الجماعة، فقد لا يكون أي فرد من الجماعة الإبتدائية يحتوى على الرقم 1 في الوضعية الأخيرة من السلسلة، ثم يصبح هذا الرقم (1) رقما في السلسلة المثلى التي نكون بصدد البحث عنها، ومن ثمة فإن كل التهجينات الممكنة تبقى عاجزة على إظهار الرقم 1 غير المعروف من البداية، وقد تحصل هذه الحالة في التشفير الحقيقي إذا ما إستعملنا عاملا بسيطا للتهجين، فقد تكون كل جماعة الأفراد في البداية منحصرة بين 0 و40، فإذا كانت القيمة المثلى وصلت إلى 50 .بما أن التوفيقات *(Combinations)* المحدبة الممكنة للأعداد التي تنتمي إلى المجال [0,40]، لا تسمح لنا البتة بالحصول على العدد 50، ومن ثمة يتحتم علينا اللجوء إلى إستعمال عامل التحول لحل هذه المشكلة.

3.3 عامل التحول *(Operator Mutation)*:

يتحدد دور هذا العامل في إجراء تغيير عشوائي بإحتمال معين بطبيعة الحال على قيمة مكون الفرد .ففي حالة التشفير الثنائي، تستبدل كل وحدة تعداد *(Bit)* $a_i \in \{0,1\}$ وفق الإحتمال p_m .بمعكوستها $a_i' = 1 - a_i$ وهذا ما يبينه الشكل(3.1.3) . وبما أنه من الممكن أن توجد عدة مواقع تهجين ومن الممكن أيضا قبول بأن السلسلة الواحدة قد تتعرض لتحولات عديدة.

الشكل (3.1.3) : التحول بالتشفير الثنائي



المصدر:من إعداد الطالب لتوضيح عامل التحول

عادة ما يعتبر التحول بمثابة عامل هامشي *(Operator marginal)* بالرغم من أنه يمنح للخوارزم الجيني خاصية الطاقوية أو القدرة على التحقيق *(The property of ergodicity)* (يمكن إحتماليا الوصول إلى جميع النقاط الموجودة في فضاء البحث الذي لدينا) ومن ثمة فإن هذا العامل يكتسي أهمية بالغة. فهو يقوم في الواقع بدور مزدوج:

✓دور القيام بحث موضعي *(Local)*.

✓التمكين من الخروج من المعضلة (بحث بعيد).

4 معالم أخرى وبعض الملاحظات:

توجه عوامل الخوارزميات الجينية بواسطة عدد معين من المعالم محددة من الأول، وتبقى قيمة هذه المعالم تؤثر في نجاح أو عدم نجاح الخوارزم الجيني. وهذه المعالم هي:

- حجم الجماعة، ويرمز إليها N، وكذلك طول تشفير كل فرد l (في حالة التشفير الثنائي)، فإذا كانت N كبيرة فإن الوقت الذي يستغرقه الخوارزم في الحساب يكون أطول، وبالعكس فإذا كانت N صغيرة فإن الخوارزم سيؤول بسرعة نحو صبغية رديئة. ترجع أهمية حجم الجماعة هذه بالأساس إلى ما يعرف بـــالتوازي الضمني *(Implicit parallelism)* [1]، الذي يفيد بأن عدد الأفراد الذين شملتهم المعالجة الخوارزم الجيني يكون على الأقل يتناسب مع مكعب عدد الأفراد الإجمالي.
- إن إحتمال التهجين p_c يكون مرتبطا بشكل أو صورة دالة الأداء، وعادة ما يكون إختيار هذا الإحتمال كاشفا *(Heuristic)* (مثلما هو الحال بالنسبة لــ p_m)، وكلما كان الإحتمال كبيرا كلما تعرضت جماعة الأفراد إلى تغيرات هامة. وبصفة عامة فإن القيم المقبولة هنا تتراوح ما بين 0,5 و0,9 .
- أما إحتمال التحول p_m فيكون بسنبة ضعيفة إلى حد ما لأن النسبة العالية قد تؤدي إلى حل ضعيف الإغناء .

ومن جهة أخرى وبدلا من تقليص p_m يكون من الأحرى إختيار طريقة ملائمة لتفادي فساد الأفراد الأقوياء وتتمثل أساسا في اللجوء إلى إعادة تجديد (إعادة التكاثر) صفوة من الأفراد

[1] أنظر الملحق ح من أجل تقديم مفصل على هذا المبدأ.

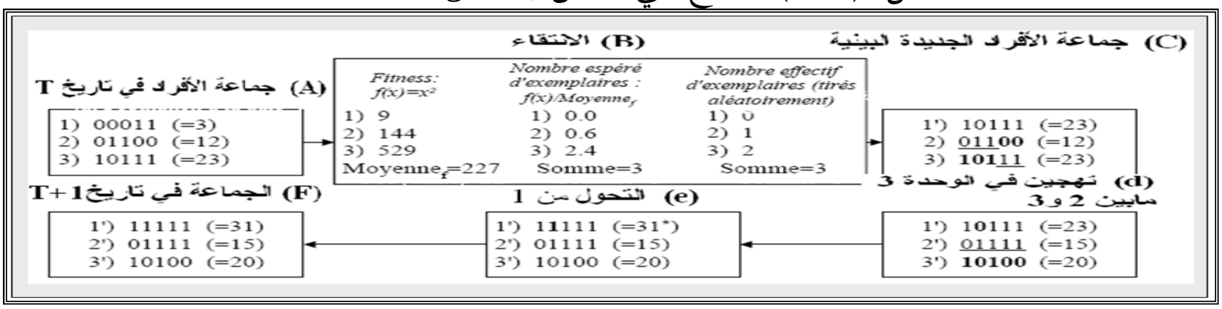
الأقوياء بنسبة معينة، ولذلك غالبا ما يعاد الإستنساخ بصفة مباشرة للأفراد الأقوياء الذين تقارب نسبتهم حوالي 5 ٪ من جماعة الأفراد الكلية وبذلك فإن عامل التكاثر لا يمس سوى نسبة 95 ٪ الباقية، وتسمى هذه الطريقة بالإستراتيجية النخبوية *(Elitist strategy)*.

إنطلاقا من الفرضية القائلة بأن قيم معالم مختلف العوامل تبقى في حد ذاتها مجهولة ولا يمكن تحسينها تدريجيا سوى بالطريقة التجريبية *(Experimental)*، فإن بعض الباحثين أمثال "Novkovic" و"Sverko" سنة 1997 قد إقترحا ما يعرف بإستعمال الميتا الخوارزم الجيني *(Meta-GA)*، بحيث يستعمل الأول في البحث عن الفرد الأمثل ويوجه الآخر إلى البحث عن القيمة المثلى لهذه المعالم [1]. وبالتالي يصبح لدينا خوارزمان جينيان يعملان آنيا أو بالتناوب. ولكن يبقى أن نشير بأن الوقت الذي يستغرقه الحساب هنا يطول بالمقارنة مع السابق بسبب تعدد العمل.

5 كيفية تطبيق الخوارزميات الجينية:

حاول "Goldberg" في سنة 1989 البحث عن طريقة عملية للوصول إلى تعظيم الدالة $f(x)=x^2$ على طول المجال $[0,31]$ حيث x هو عدد صحيح[2]، ففي المرحلة الأولى ينبغي تشفير الدالة ولنستعمل في هذه الحالة مثلا تشفيرا ثنائيا يخص x، حيث تكون المتتابعة (الصبغية) هنا تتضمن على الأقل 5 وحدات تعداد إذ لدينا $x=2 \rightarrow \{0,0,0,1,0\}$،وبالمثل فإن $x=31 \rightarrow \{1,1,1,1,1\}$، ومن ثمة نحاول البحث عن أعظم قيمة لدالة الأداء في فضاء من 32 قيمة ممكنة تخص x وفي الأخير فقد حصل على النتائج المبينة في الشكل (3.1.4)

الشكل :(3.1.4) النتائج التي خلص إليها "Goldberg"



Source : GOLDBERG, D., (1989), *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Addison-Wesley

[1] NOVKOVIC, S., and D. SVERKO, *Genetic Waste and the role of diversity in genetic algorithm simulations*, Working Paper, Saint Mary's University, Canada, 1997,P40.
[2] GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Previous Reference, P56

1.5 سحب وتقييم الجماعة الإبتدائية :

لنحدد حجم الجماعة بـــ $N=4$ ، ثم نسحب سحبا عشوائيا 4 صبغيات (في مثال "Goldberg" فقد سحبت 3 صبغيات كما يوضحه الشكل (3.1.4)). للعلم فإن كل صبغية تتكون من خمس وحدات تعداد *(Bits)*، ويوافق كل وحدة تعداد إحتمال $\frac{1}{2}$ لتحصل على قيمة 0 أو 1.

الجدول(3.1.1) : نتائج السحب الأول

الرقم *(Numéro)*	المتتابعة *(Séquence)*	الأداء *(Fitness)*	المجموع بـ٪ *(Total)*
1	00101	5	14,3
2	10000	16	45,7
3	00010	2	5,7
4	00110	12	34,3
المجموع		35	100

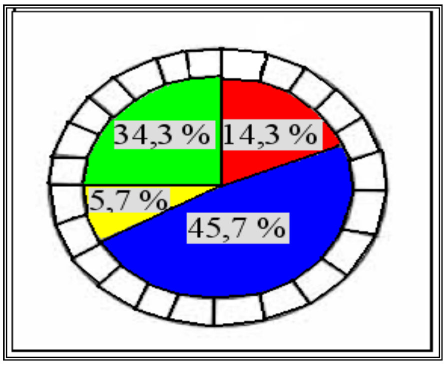
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على المعطيات السابقة

وهكذا نرى بأنه تم بلوغ أعظم قيمة لدالة الأداء في المتتابعة 2، والآن لنرى كيف يعمل الخوارزم الجيني للبحث عن تحسين هذه النتيجة.

2.5 الإنتقاء:

من الجماعة الأصلية تنشأ جماعة جديدة بواسطة عملية الإنتقاء عن طريق عجلة ' الروليتا' المنحرفة.

الشكل (3.1.5): عجلة ' الروليتا' المستعملة: عملية الإنتقاء



المصدر :من إعداد الطالب بالإعتماد على عجلة 'الروليتا '

نقوم بتدوير العجلة 4 مرات، وفي النهاية نتحصل على الجماعة الجديدة المبينة في الجدول(3.1.2) .

الجدول (3.1.2): الجماعة الجديدة

الرقم	المتتابعة
1	10000
2	01100
3	00101
4	10000

المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على نتائج عجلة 'الروليتا'

3.5 التهجين:

يتم إنتقاء الآباء عن طرق الصدفة *(Random)*، ثم نسحب كذلك عشوائيا موقع تهجين (محل ،مكان) داخل المتتابعة ، فيتم بذلك التهجين داخل هذا المكان بإحتمال p_c ، ويبين لنا الجدول (3.1.3) النتائج الحاصلة عن هذا العامل بإفتراض أن الصبغيات 1 و3 ثم 2 و4 مقترنة ببعضها كلما حدث التهجين (فهذا مثال للتهجين بإحتمال $p_c = 1$).

الجدول (3.1.3): التهجين

$l = 2$	$l = 3$
01|100 10|000	100|00 001|01
01000 10100	10001 00100

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على النتائج السابقة

4.5 التحول:

في هذا المثال بالتشفير الثنائي، يظهر التحول على أنه تغيير عشوائي ظرفي (ذو إحتمال ضعيف) لقيمة وحدة التعداد (بعكس أو قلب وحدة التعداد)، ونسحب من أجل

كل وحدة تعداد رقما عشوائيا ما بين 0 و1، فإذا كان هذا الرقم أقل من الإحتمال p_m ، فإن التحول سيحدث. ويوضح الجدول (3.1.4)هذه العملية عندما يكون الإحتمال $p_m = 0,05$.

الجدول (3.1.4): التحول

الصبيغة القديمة	السحب العشوائي	وحدة التعداد الجديدة	الصبغية الجديدة
10001	15 25 36 **04** 12	1	100**1**1
00100	26 89 13 48 59	-	00100
01000	32 45 87 22 65	-	01000
10100	47 **01** 85 62 35	1	1**1**100

المصدر: من إعداد الطالب بالنتائج السابقة

وبمجرد إستكمال الجماعة الجديدة ، يمكن لنا أن نقوم بتقييمها من جديد.

5.5 العودة إلى مرحلة التقييم:

الجدول (3.1.5): التقييم الجديد

الرقم	السلسلة	الأداء	المحموع بـ ٪
1	10011	19	32,2
2	00100	4	6,8
3	01000	8	13,5
4	11100	28	47,5
المجموع		59	100

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على النتائج السابقة

ويتضح من الجدول بأن الأداء يصل إلى حده الأقصى 28 في المتتابعة 4، وبذلك نكون قد إنتقلنا من16 إلى 28 بعد جيل واحد فقط، وسوف نكرر العمل إبتداء من مرحلة الإنتقاء مرات عديدة حتى نصل إلى الحد الأقصى الشامل، 31، أو حتى يظهر معيار توقف نكتفي به.

6 معضلة الحد الأدنى المخيب *(Le problème minimal déceptif)*:

من النتائج المباشرة للنظرية الأساسية للمخططات *(Théorème basic patterns)*[1] هناك مخططات وطيدة الملائمة تسمى كتل البناء *(Building blocks)* تزداد بسرعة فائقة مع الأجيال القادمة، فإذا كان الحد الأقصى الشامل لدالة الأداء في نقطة تقاطع هذه المخططات، فإن الخوارزم الجيني لا يجد صعوبة حينئذ في إيجاد هذا الحد الأقصى. وبالمقابل فإذا كانت نقطة تقاطع المخططات هي عبارة عن حد أمثل من الرتبة الثانية، فإن الخوارزم سوف ينحرف نحو هذا الحد الشامل، وهذا المآل نحو حل ضعيف الإغناء هو الذي يسميه "Goldberg" معضلة الحد الأدنى المخيبة وتسمى كذلك المعضلة المخيبة أو الخوارزم الجيني المخيب *(Genetic algorithm deceptive)*[2].

ولإعطاء صورة سريعة عن كيفية حصول هذه المعضلة، يكفي أن نفرض أنه لدينا، مسألة مشفرة في وحدتين إثنتين من وحدات تعدادها، ومن ثمة يكون لدينا أربع صبغيات ممكنة، لكل واحدة منهن درجة أداء مطابقة:

$$\{1,1\} \Rightarrow f_{11}$$
$$\{1,0\} \Rightarrow f_{10}$$
$$\{0,1\} \Rightarrow f_{01}$$
$$\{0,0\} \Rightarrow f_{00}$$

لنعتبر f_{11} هي الحد الأمثل الشامل، فيحصل لدينا إذن $f_{11} > f_{00}$ ، $f_{11} > f_{01}$ ، $f_{11} > f_{10}$ وبالتالي فإننا نلاحظ أن سبب الخيبة يعود أساسا إلى تفوق على الأقل واحد من المخططات ذات الإغناء الضعيف من صنف واحد أمام المخطط الأمثل من صنف واحد .

(ونصفه بالأمثل لأنه يتضمن بداخله سلسلة مثلى ممكنة وليست هذه السلسلة الممكنة هي كل ما يتضمنه المخطط). للتذكير فإن المخطط من الصنف 1 للسلسلة المثلى هو على سبيل المثال $\{*,1\}$ أو $\{1,*\}$، حيث أن * هي إشارة تؤدي المعنى "لا يهم".

لنفرض بأن شرطا من هذه الشروط محققة:

---

[1] أنظر الملحق ث لمعرفة أكثر هذه النظرية

[2] GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Previous Reference, P46-52

$$f(0*) > f(1*)$$
$$f(*0) > f(*1)$$

وهذا ما يتفق مع أن المخطط من الصنف 1 الضعيف الإغناء قد يصبح في مثل هذه الحالة أفضل وأجدى من المخطط الأمثل وبما أن أداء مخطط يتطلب أداء متوسط لكل السلاسل الممكنة في المخطط فتصبح واحدة من هاتين المتراجحتين في هذه الحالة محققة:

$$\frac{f(00)+f(01)}{2} > \frac{f(10)+f(11)}{2}$$
$$\frac{f(00)+f(10)}{2} > \frac{f(01)+f(11)}{2}$$

وقد إستعمل "Goldberg" القيم التالية الخاصة بالأداء :

$$f_{11} = 1,1$$
$$f_{10} = 0,5$$
$$f_{01} = 0,9$$
$$f_{00} = 1,0$$

ومن ثمة فإن f_{11} هي التي تمثل لدينا الحد الأقصى، كما يصبح لدينا أيضا المتراجحة التالية:

$$\frac{1,0+0,9}{2} = 0,95 > \frac{0,5+1,1}{2} = 0,8$$

ويبين "Goldberg" كيف أن المعضلة الدنيا المخيبة ستكون مرتبطة بصفة وثيقة بقيم العاملين (التحول والتهجين)، وبعملية السحب الإبتدائي الخاص بالجماعة لذلك ولإستيضاح أكثر لمسألة البحث عن التدرب على التوازن مستقر بصورة تطويرية في لعبة متكررة[1]. وهناك حل آخر من بين الحلول الملائمة لهذه المسألة ويتمثل أساسا في تغيير أحد المعالم الرئيسية. ويقول "Dawis" في هذا السياق:

[1] DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference,P87

«توجد هناك عدة طرق لتفادي الوقوع في معضلات الخيبة التي تنجر عن الخوارزميات الجينية [...] إذ يكون بإستطاعتنا أن نزيد في حجم الجماعة [...] ثم أن هناك إتجاه آخر يفيد بأن ننبه الجماعة المعنية من خطر نسيان إستراتيجيات التوازنات» [1]

ولذلك فقد إقترح هذا الأخير ("Dawis") بإستعمال أفراد محافظين *(Individuals Conservatives)*:

«إن مسألة المآل المبكر في المحيط التفاعلي قد يمكن تفاديها بإستخدام إلى جانب إستعمال طريقة التهجين بإستخدام العوامل المحافظة. وهذه الطريقة تختلف عن الطريقة الإنتقائية إذ تتحدد فيها العوامل المحافظة من البداية. أما دور هذه العوامل فيشبه إلى حد كبير الذاكرة الثابتة التي تحتقظ بكل الإستراتيجيات الملائمة » [2].

إذ يتبن من أول جيل أن هناك أفرادا لا يتغيرون أبدا، وأنهم يستنسخون في كل جيل بصورة تبقى فيها المعلومة المتعلقة بالإستراتيجية الإبتدائية مخزونة في الذاكرة دائما. ويوضح لنا كذلك بوجود مشكل يتعلق بالعدد الأمثل للأعوان المحافظين الذي يجب إدخاله .

وهناك طريقة تشبه الأولى بكثير لتفادي الخيبة وتتمثل في إستخدام إستراتيجية إنتقائية التي تحافظ على عدد معين من الجماعة في حالة جيدة، غير أنه لا يمكن لنا في كل الأحوال أن نتبين قبل إجراء محاكاة، هل سنكون في المسألة المخيبة أم لا. في هذه الحالة يبقى علينا أن نغير المعالم أو التشفير بشكل تجريبي لتفادي هذه الأوضاع الحرجة.

ومن المهم أن نوضح بأن الحل يقتضي في كل الأحوال، المرور بما نسميه بزيادة تبادل المعلومة. وسنرى بأن توظيف عامل التهجين الذي يعرف بالكاشف يكتسي فائدة كبيرة، إذ

[1] DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference,P98
[2]DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference,P95

يقوم هذا الكاشف بعمل بما يعرف بإستقراء خطي *(Linear extrapolation)* على جميع الأفراد وذلك بالأخذ بقيمة درجة الأداء لكل واحد منهم كمصدر معلومة إضافي.

7 التشفير الحقيقي:

يساعد التشفير الثنائي على إجراء كل العمليات الممكنة بلا مشقة. وبالرغم من هذا الأداء الجيد، يبقى هذا النوع من التشفير تعتريه لسوء الحظ، نقائص عدة مثلما يرى "Michalewicz" ويمكن أن نذكر منها[1] :

– أحيانا يكون من الصعب تكييف هذا التشفير مع بعض المسائل.
– يمكن أن يصبح بعد "Hamming"[2] بين عددين حقيقيين ومتقاربين جدا واسعا فمثلا إذا أخذنا العدد 7 الذي يكتب بالتشفير هكذا 0111 والعدد المقارب له 8 الذي يكتب 1000 فإن البعد بينهما في هذه الكتابة التشفيرية هو 4، وهذا ما يحدث في كثير من الأحيان مآل للخوارزم دون الحصول على القيمة المثلى.
– قد تصبح المعالجة بالخوارزم الجيني، بالنظر إلى المسألة المطروحة، تكلف الكثير من الوقت مما يجعله قليل النجاعة.
– من جهة أخرى فمن الممكن جدا في سياق هذا التشفير أن تصبح عملية التهجين وعملية التحول لا تتلاءمان البته مع طبيعة المسألة كبروز أفراد لا ينتمون إلى فضاء البحث المعين.

ومن التحسينات الهامة التي أدخلت هنا يمكن أن نذكر أمر إستخدام الأعداد الحقيقية مباشرة .

إن النتائج التي توصل إليها الباحث "Michalewicz" في دراسته التي أعدها حول الموضوع سنة 1992، تبين بأن التمثيل الثنائي يعطينا في أكثر الأوقات دقة غير جيدة، وأننا نحصل بصفة عامة على مكسب من حيث زمن الحساب *(Central Processing Unit)* موجب. ومن ثمة كانت خلاصة دراسته أن التمثيل الطبيعي للمسألة هو الذي يمنحنا بطبيعة الحال النتائج الأفضل[3].

---

[1] MICHALEWICZ, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Previous Reference,P42-43

[2] يتحدد بعد "Hamming " بين سلسلتين من وحدات التعداد"Bit" بعدد الوحدات المختلفة بين السلسلتين فمثلا يكون البعد بين السلسلة 00101100 و 01100101 فبعد يساوي 3 لأن الوحدات "Bit" التي تختلف هي 2، 5، 8

[3] MICHALEWICZ, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Previous Reference,P47

بإستعمال التشفير الحقيقي، يصبح الفرد عندئذ عبارة عن رقم بقيم حقيقية في فضاء يتضمن قيما مسموحة: $A = a$ ، $a \in D \subset \Re$. ويجب الذكر هنا بأن عامل الإنتقاء يبقى يشبه عامل العجلة المنحرفة أو عامل دورة الإنتقاء. إلى جانب عامل الإنتقال هذا، هنالك أيضا عامل التهجين وعامل التحول.

1.7 عامل التهجين *(The Operator intersection)*:

إن عملية التهجين البسيطة الموضحة بواسطة التشفير الثنائية لا يمكن إجراؤها في سياق كهذا يتعلق أساسا بالبحث عن نقطة وحيدة. لكننا نستطيع توظيف هذا العامل بطريقة القياس عندما يتعلق الأمر ببحث متعدد الأبعاد.

فإذا أخذنا $Y = (y_1, y_2, y_3)$ و $X = (x_1, x_2, x_3)$ كعنصرين (شعاع بثلاثة أبعاد) من جماعة أفراد إبتدائية، ونكون هنا بصدد البحث عن ثلاث نقاط داخل الفضاء أي بحث بثلاثة أبعاد، وتبدو عملية التهجين البسيط في طبيعتها شبيهة بعملية التهجين التي سبق وأن تطرقنا إلى شرحها من قبل. وبذلك يمكن أن نحدث عددا عشوائيا وهو r من خلال توزيع منتظم على كافة المجموعة $\{1,2,3\}$، بحيث ينشأ نتيجة ذلك فردان جديدان $\tilde{X}$ و $\tilde{Y}$ وفق الطريقة التالية:

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} x_i & If \quad i < r \\ y_i & \text{Otherwise} \end{cases} \quad ....(3.1.4a)$$

$$\tilde{y}_i = \begin{cases} y_i & If \quad i < r \\ x_i & \text{Otherwise} \end{cases} \quad ....(3.1.4b)$$

للإشارة فإن هناك أيضا عامل آخر يسمى عامل التهجين الحسابي *(The operator arithmetic crossover)* (يصلح تطبيقه حتى في حالة البحث ببعد واحد) إذ يمكن هذا العامل من إجراء توفيق خطي بسيط بين الآباء. ويصير بعد إستحداث عدد عشوائي من العبارة، $\alpha = U(0,1)$ ، فإنه يصبح لدينا أبوان جديدان هما:

$$\tilde{X} = \alpha X + (1-\alpha)Y..........(3.1.5a)$$
$$\tilde{Y} = (1-\alpha)X + \alpha Y..........(3.1.5b)$$

ويجب التنويه في الأخير بأن هناك نوعا آخر من التهجين يسمى بالتهجين الكاشف ومن طبيعة هذا العامل أن يقوم بإجراء إستقراء خطي لهذين الفردين فينشأ فرد جديد $\tilde{X}$ وفق هذه الطريقة (تحت الفرضية التي تقتضي بأن $X > Y$ من حيث الأداء وإلا فسينقلب موضع القيمتين X و Y في المعادلتين).

$$\tilde{X} = X + r(X - Y)$$
$$\tilde{Y} = X$$

وإلى جانب ذلك وحيث أن:

$$\text{(Feasibility) التحقيقية} = \begin{cases} 1 & \text{If} \quad b_1^i < \tilde{x}_i < b_2^i \quad \forall i \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

حيث أن b_1^i و b_2^i هي الحدود المسموحة لـــ x_i، وأن r هو عدد يسحب عشوائيا من $U(0,1)$ فيحصل لدينا دائما $x_i \in [b_1^i, b_2^i]$. فإذا كانت $\tilde{X}$ غير قابلة للتحقق (التحقيقية منعدمة)، فإنه يعاد سحب r وهكذا تتكرر العملية حتى يحصل لدينا الحل الممكن، أو يجرى عدد معين كاف من المحاولات. ويعتبر هذا العامل الوحيد من بين عوامل التهجينات كلها الذي يستعمل مباشرة معلومة مرتبطة بالأداء.

2.7 عامل التحول:

إن التحول المنتظم والمماثل *(The uniform and the same mutation)* يشبه التحول الذي يعتمد على التشفير الثنائي، وبذلك فإن كل متغير $x_i \in X$ يتبدل بواسطة إحتمال معين إلى عدد عشوائي يسحب من التوزيع المنتظم الخاص على المجال $[b_1^i, b_2^i]$ حيث أن b_1^i و b_2^i هي الحدود السفلى والعليا للقيمة x_i.

أما التحول غير المنتظم يتمثل في تحويل x_i إلى عدد يسحب من توزيع غير منتظم.

ويكون هذا المتغير الجديد $\tilde{x}_i$، في صورة أن:

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} x_i + (b_2^i - x_i)\, f(G) & If \quad \alpha < 0,5 \\ \\ x_i - (x_i + b_1^i)\, f(G) & If \quad \alpha \geq 0,5 \end{cases} \qquad ....(3.1.6)$$

حيث أن:

$$f(G) = \left(\tilde{\alpha} \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \right)^b$$

α و $\tilde{\alpha}$ عددان عشوائيان ينتميان $(0,1)$.

G الجيل الحالي.

$G_{\max}$ العدد الأقصى للأجيال (المتعلق بنشأة الجماعة الجديدة).

b معلمة تحدد درجة عدم الإنتظام.

ويجب أن نذكر في هذا السياق بأنه يمكن القيام بتوفيق عدة عوامل تعمل مجتمعة في نفس الوقت.

8 ميادين تطبيق الخوارزميات الجينية:

قد ارتأينا أن نصنف، في صورة شاملة هذه التطبيقات في محورين أساسيين:

– استخدام الخوارزمي الجيني كأداة للإغناء والتنبؤ.

– استخدام الخوارزم الجيني على أنه تمثيل بياني موضح لعملية التعلم.

1.8 استعمال الخوارزم الجيني كأداة للإغناء ووسيلة للتنبؤ :

نتناول هنا بالدرجة الأولى تطبيقات الخوارزميات الجينية في ثلاثة ميادين :

- التحليل الرقمي.
- الإقتصاد القياسي.
- المالية.

يكون القاسم المشترك بين هذه التخصصات هو أنها تستعمل الخوارزم الجيني كـأداة للحساب وسنحاول بقدر المستطاع عرضه في صورة تفصيلية وبأسلوب مبسط لزيادة الإيضاح.

1.1.8 التحليل الرقمي:

إن الخوارزميات الجينية، على عكس الطرق التقليدية الأخرى في التحليل الرقمي من النوع "Gradient"لا تعتمد على أسلوب التحليل ولكنها تأخذ بالطريقة التكرارية الكاشـــفة ومن ذلك فإن استعمال هذه الخوارزميات لا يتطلب سوى معلومات قليلة.

- فضاء بحث ممكن
- معيار النجاعة العملية

وقد إنتبه المهندسون والمختصون في بحوث العمليات إلى المزايا التي توفرها استعمالات هذه الخوارزميات ونجاعتها في التحليل الرقمي وبدأ الاهتمام بها يتزايد، فلقد صدرت منذ بداية التسعينات عدة كتابات متتالية حول الموضوع، و حاول الكثير من الباحثين[1] إلقاء الضوء على أهمية هذه الأدوات وقدرتها العملية مقارنة بطرق التحليل الرقمي الأخرى سواء كانت هذه الطرق تحليلية أو احتمالية وخلصت كل هذه البحوث المقارنة إلى نجاعة إستعمال الخوارزميات الجينية التي تكون هي السائدة في بعض الحالات، ويغلب استعمالها، وقد تكون غير ذلك في حالات أخرى ويضعف استعمالها أمام الطرق الأخرى (البحث المحظور *(Recherche Tabou)*، محاكاة الصلب *(Recuit Simulé)*) وهذا بحسب المسألة المطروحة .

لقد دعت المشاكل الراهنة وتعقيداتها الكبيرة، التي باتت تواجه العلوم الإقتصادية بشكل ملّح إلى الأخذ بأساليب عمل جديدة، وبحث عن طرق تلاءم ذلك الوضع المعقد، ولهذا كان من الطبيعي أن يلجأ الاقتصاديون إلى إستعمال مثل هذه الأدوات (الخوارزميات الجينية) والعمل بها في حقل اختصاصهم . فقد بين " Dorsey" و" Mayer" سنة 1995 الإمكانية العالية التي يتوفر عليها الخوارزم الجيني على الحل الرقمي لبعض المسائل الشائكة المتعلقة بالإغناء والتي تتسم بعدم قابلية التفاضل وبتعدد الكيفيات أو بالانفصالية، فقد قام " Östermark " بهذه الدراسة سنة 1999 فإقترح استعمال هذه الخوارزميات في نسخة جديدة تسمى الخوارزميات الهجينة لغرض تحسين – من جملة نتائج أخرى – النتائج التي توصل إليها كل من " Dorsey" و" Mayer" 1995سنة.

[1] "Zhu"وآخرون سنة 1997، "Baluja" سنة 1995، "Youssef" وآخرون سنة 2001 ، "Ehrgott" وآخرون سنة 2003 ، "Hrstka" وآخرون سنة 2003، "Chang" وآخرون سنة 2001، "Hasan" وآخرون سنة 2000 "Manoharan" و"Shanmuganathan"سنة 1999، "Dorn" وآخرون سنة 1996، و بصفة خاصة "Michalewicz " وآخرون سنة 1992

ويتميز هذا الخوارزم الهجين بمميزات منها :

- إضفاء طريقة كلاسيكية من النوع "Newton " إذا كانت المسألة تتسم بخاصية التفاضل. وهذا ما يساعد على تطوير وتحسين فاعلية ونجاعة عاملي التهجين والتحول.
- التطوير الديناميكي لفضاء البحث: وهو العمل الذي يساعد على الإسراع في توجيه المآل نحو الحل الأمثل.
- الإحاطة الجيدة بالعوائق والصعوبات التي تتخلل المتغيرات فيما بينها، وهو ما يمنح إمكانية تقليص حجم فضاء البحث وتوفير حيز كبير من الوقت.

وقد قام الباحث "Michalewicz " باختبار هذا الخوارزم الجيني الهجين بتطبيقه على عدة مسائل مختلفة والتي تكون فيه التحليلات القياسية (*Vraisemblance*) في نموذج اللاتوازن. ويشير الباحث في هذه النقطة بأن الدراسات السابقة قد أوجدت مشاكل تقاطع هذه الطريقة مع طرق أخرى من نوع " Gauss-Newton " ولهذا قد نوه الباحث بفعالية ونجاعة الخوارزميات الهجينة ومع ذلك فقد لاحظ بأن المسائل المطروحة لم تكن بالحجم الكبير(الحجم الشعاعي).

كما إقترح كل من "Beaumont " و"Bradshaw"سنة 1995 اعتماد الخوارزميات الجينية وإستعمالها في حل المسائل اللاخطية مثل نموذج النمو الأمثل، من أجل تفادي مشاكل المآل المبكر نحو حد أدنى محلي. حيث طور الباحثان صيغة جديدة للخوارزم الجيني تسمى التوزيع بالتوازي *(Parallèlement distribuée)* [1].

كما حاول هذان الباحثان، من خلال تأدية حل نموذج النمو الأمثل التحديدي ذي أفق لا متناه ومتناه، أن يقارنا نجاعة الخوارزميات الجينية متوازية التوزيع بطريقة هي أكثر تقليدية، ألا وهي طريقة الإسقاط التي تسمى عادة طريقة "Galerkin" وهذا بغية الحصول على دوال التراجع *(policy functions)* التي بإمكانها أن تحل معدلات "Euler" المطابقة في النموذج. حتى وإن كان هذان الباحثان قد إعترفا بأن سرعة التحليل لدي الخوارزم الجيني هي أكثر بطئا وأن النتائج

[1] وتقوم هذه الطريقة على التقسيم الافتراضي للجماعة الأصلية للخوارزم إلى جماعات فرعية تعمل بالتوازي ويكون الحال كما لو أن عدة خوارزميات تبحث عن الحل الأمثل من خلال وقت معين ثم تتبادل هذه الخوارزميات النتائج التي توصلت إليها فيما بينها .

المتحصل عليها ليست بالضرورة نتائج دقيقة، فقد خلصا، بالمقابل إلى التقدير بأن الحل بواسطة الخوارزميات الجينية له فائدة باعتبارها فعالة وسهلة الاستعمال .

وفي نطاق حل نماذج النمو الأمثل كذلك ولكنها في هذه المرة هي نماذج تصادفية *(Stochastique)*، فقد توصل أيضا كل من " Duffy " و" McNellis " سنة 2001 إلى إثبات فعالية ونجاعة الخوارزميات الجينية، فمن خلال محاولتهما لحل،بطريقة مباشرة، معادلات "Euler" لنموذج تصادفي يخص النمو وهذا باستعمال طريقة خوارزم التقصي الرقمي أو ما يعرف بـــ *(P E A: Parameterized expectations algorithm)*[1].

عمد كل من " Duffy" و" McNellis" إلى مقارنة طريقتي مقاربة الدالة المراد تحديد معالمها:

- الطريقة الأولى: تستعمل شبكات خلايا عصبية إصطناعية *(RNA)* [2] بتوفيقها مع خوارزم جيني هجين [3] .
- الطريقة الثانية: هي طريقة تقليدية أكثر، وتأخذ بما يعرف بالتوسيع أو الانتشار المتعدد الحدود*(Expansion polynomiale)* المحسن إلى الحد الأمثل بواسطة طريقة التناقص *(Gradient)* وكانت النتائج المتحصل عليها مرضية جدا ودقيقة إلى حد الكفاية مما جعل هذين الباحثين يؤكدان على نجاعة هذه الطريقة البديلة.

كما كانت التطبيقات الأساسية لها في نظرية الألعاب التفاضلية، تمس البحث الرقمي لتوازن "Nash " أو لتوازن "Stackelberg"، فنجد أن " Özyildirim " سنة 1997، وكذلك هذا الأخير رفقة " Alemdar " سنة 1998 يهتمان بالبحث عن حل للعبة تفاضلية في التجارة الدولية (التبادل التجاري شمال جنوب مع وجود تلوث).

ومن منطلق الخاصية التي تبين بأنه في لعبة تفاضلية تضم n من اللاعبين يمكن الحصول على توازن "Nash "في حلقة مفتوحة، في صورة حل مضاعف n من مسألة التحكم الأمثل[4]، حيث إستعمل " Özyildirim " و" Alemdar " n من الخوارزميات الجينية المتوازية لحل هذه المسألة وأستعمل

[1] " Parameterized Expectation Algorithm" خوارزم التحليل الرقمي الذي طوره "Marcet" سنة 1988، وكذلك "Marcet" و"Den Haan" سنة 1990 من أجل حل نماذج النمو التصادفية ذات التنبؤات العقلانية.

[2] تمكن" RNA" من التعدد الغير خطي حسب المعطيات التجريبية.

[3] يطبق خوارزم التناقص *(Gradient)* على أحسن صبغية في نهاية الخوارزم الجيني لإجراء الضبط الدقيق.

[4] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic No cooperative Game Theory* Academic , Previous Reference, P324.

هنا التشفير الثنائي والطريقة التصفوية النخبوية، وقد أعطى هذا الخوارزم الجيني المستعمل نتائج مشجعة .أما في سياق البحث عن الإستراتيجية المثلى ، فقد أظهر كل من "Başar " و"Vallée " سنة 1999 بأن استعمال الخوارزميات الجينية يمكن أن تساعد في إيجاد إستراتيجيات "Stackelberg" في حلقة مغلقة في الألعاب التفاضلية. قد حاول، مؤخرا، كل من" Alemdar " و" Sirakaya " سنة 2003 مقارنة نجاعة طريقة تعتمد على الاستعمال المشترك للخوارزميات الجينية مع شبكات الخلايا العصبية من أجل حساب توازن "Stackelberg" في لعبة متكررة بطريقة لا تعتمد سوى على الخوارزميات الجينية كان قد اقترحها كل من " Başar" و"Vallée " سنة 1999.

ويمكن أن نقول، بأن مجموع هذه الأعمال قد أكدت على نجاعة استعمال الخوارزميات الجينية كأداة للتحليل الرقمي، في حين قد أجمع كل الباحثين على أن هناك محدودية لهذه الطريقة، فإذا كانت الخوارزميات الجينية تؤول نحو حل معين، فلا شيء يسمح لنا أن نقول، في حالة ما إذا كان هذا الحل مجهولا بأن النتيجة المتحصل عليها هي النتيجة المثلى المرجوة، ومن ثمة يتحتم علينا إجراء عدد كبير من المحاكاة، ومن جهة أخرى، فإن هذه الخوارزميات يمكن أن تبقى مدة طويلة قريبة من الحل الأمثل ولكنها لا تدركه ومن أجل ذلك ظهرت طرق عديدة تسمى بالطرق الهجينة وأخذ استعمالها يزداد شيئا فشيئا.

يستعمل الخوارزم الجيني لما يتوفر عليه من القدرة على استكشاف وتقصي فضاء البحث ثم تضاف إليه طريقة مساعدة ليصبح ضبط الأداء دقيقا *(Fine tuning)*:

- توفيق الخوارزم الجيني بطريقة التناقص *(Gradient)*.
- توفيق الخوارزم الجيني بطريقة البحث المحظور*(Taboo Search)*[1]
- توفيق الخوارزم الجيني بطريقة محاكاة الصلب *(Recuit Simulé)* [2]
- توفيقات أخرى.

[1] البحث المحظور*(Tabu Search)* هو خوارزم إغناء المدار، إذ يبحث الخوارزم، إعتمادا على حل ممكن معين على أفضل التنقلات الملائمة في فضاء البحث بغية الوصول إلى الحل الأمثل، مع تسجيل قائمة التي حط بها الخوارزم خلال تنقلاته عبر هذا المدار، وهذا لتجنب التوقف.

[2] هي طريقة بحث إحتمالية (عشوائية) تكون فيها الخطوات ما بين كل حل يتم الوقوف عنده، ترتبط بدرجة حرارة يعاد تعديلها خلال البحث وكلما كانت درجة الحرارة مرتفعة كلما كانت الخطوة هامة.

2.1.8 الإقتصاد القياسي والسلاسل الزمنية:

بدأ يظهر مؤخرا إتجاه جديد من البحث يتميز بإمكانيات هائلة ويهتم أساسا بإستخدام الخوارزميات الجينية في الحقل الإقتصادي، واختبارها خاصة على المشاكل التي تظهر في الاقتصاد. ومن هذه الزاوية تبدو استعمالات هذه الخوارزميات متنوعة جدا، فيمكن أن نذكر هنا مثلا مسألة البحث عن الصيغة العملية *(Forme Fonctionnelle)* أو البحث عن قيم معاملات الانحدار، وفي نطاق هذا الاتجاه سعى "Pan" وآخرون سنة 1995 إلى العمل بالخوارزميات الجينية من أجل التوصل إلى معرفة المعالم المثلى للانحدارات اللاخطية، كما عمدا إلى تبيان مدى نجاعة هذه الخوارزميات الجينية من خلال مقارنتها بطرق أخرى مستعملة في التحليل الرقمي وهذا بالاستعانة بعدة نماذج غير خطية وتوصلا في خلاصتهما إلى أن الخوارزميات الجينية وبالرغم من قدرة أدائها ونجاعتها لا تتطلب سوى أقل قدر من المعلومة التحليلية. وفي سياق آخر استخدم "Boné" وآخرون سنة 1998 الخوارزميات الجينية بغية التوصل إلى الصيغة القياسية النظرية التي تلاءم أكثر نمذجة السلسلة الزمنية، وحسب هذين الباحثين فإن جماعة الصبغيات هي التي تحدد نوع النمذجة *(MA ,AR, ARMA)* وقيمة المعاملات المستعملة في ذلك، فإذا تمكنت الخوارزميات الجينية من إعطاء تقدير صحيح للسلاسل الزمنية، فمن الراجح جدا أن يكون استعمالها، حينذاك مواتيا ويناسب مبادأة الإجراءات الأكثر كلاسيكية.

أما في نطاق التوقعات المعتمدة في السلاسل الزمنية كذلك، استعان "Slimane" وآخرون سنة 1998 بنموذج من الخوارزم الجيني الهجين يدعى "GHOSP" الذي يضم بحثا من النوع المتناقص داخل الحلقة الأصلية للخوارزم الجيني. ويجرى التنبؤ هنا بمساعدة نماذج تصادفية من نوع نموذج 'مركوفي المحجوب' *(Hidden Markov)* [1] ،تتحدد فائدة الخوارزم الجيني خاصة في البحث عن معاملات وعن البنية المثلى لنموذج التنبؤات التصادفي، كذلك كما يستعمل أيضا في تنبؤات النماذج البسيطة من النوع جيب *(Sinus)* والنماذج الأكثر تعقيدا مثل تطورات السندات، فكانت نتائج هذه الدراسة مشجعة جدا وأظهرت بأن تطبيقات هذا الخوارزم من حيث الوقت الفعلي تبقى راجحة جدا.

[1] هو نموذج تغيير الحالات تكون فيه إحتمالات الإنتقال بين الحالات مجهولة.

ومن زاوية قريبة من المجال الذي يعرف بمجال استغلال المعلومات *(Data Mining)* [1] حاول كل من "Weiss" و"Hirsh" سنة 2000 الإستعانة بالخوارزميات الجينية للقيام بالتنبؤات بوقوع الأحداث النادرة، بحيث أن طبيعة التنبؤ بمثل هذه الأحداث تكتسي أهمية بالغة في تحديد مجرى بعض النشاطات، مثل التنبؤ بالغش والتزوير في استعمال بطاقة التعبئة من خلال وضع تفصيل زمني للمشتريات، أو كذلك التنبؤ بفساد أو إختلال التجهيزات الهاتفية أو الإلكترونية من منطلق نظام الإنذار، التنبؤ بسلوكيات غير إعتيادية في الأسواق المالية. وللوصول إلى هذه التنبؤات قام الباحثان بوضع نظام تعلم يقوم في جوهره على إستخدام الخوارزميات الجينية وتسمى ' وقت صانع النسيج' *(Time weaver)* إذ يتوجه الخوارزم الجيني بناء على سلسلة زمنية للمعطيات إلى البحث وإقامة قواعد تعلم تساعد على معرفة إمكانية وقوع أي حادث نادر في المستقبل القريب.كما حاول الباحثان أن يبينا في دراستهما مدى قدرة الخوارزم الجيني ونجاعته وهذا بمقارنته بطرق احتمالية أخرى. ويستعمل الخوارزم الجيني المسمى "Time weaver" بصفة خاصة كذلك في التنبؤ بوقوع خلل في الأجهزة الهاتفية إعتمادا على سلسلة من معطيات الإنذار وفي التنبؤ بالطلبية القادمة *(Commande Unix)* بناء على سلسلة من التفاصيل الزمنية للطلبيات المستعملة. وكانت النتائج مشجعة للغاية. ولكن هناك طريقة عملية ستبقى بدون شك الطريقة الأنجع للبحث وسيكون لها مستقبل واعد وهي تلك الطريقة التي يلجأ إلى استخدام الخوارزميات الجينية غير المقيدة والتي تسمى البرمجة الجينية*(Programmation Génétique)* [2] بغية الحصول على الصيغة العملية التي تنتج السلسلة من المعطيات على النحو الأفضل، وهكذا وبدلا من أن يبحث عن المعاملات المثلى لنموذج معين (الذي يكون في أغلب الأحيان نموذج خطي) لوضع سلسلة تجريبية، ولقد حاول "Koza" سنة 1991 أن يبحث بالأحرى عن الصيغة(إحتمال أن تكون هذه الصيغة غير خطية) وعن معاملاتها المثلى، وقد توصل، إستنادا إلى المعطيات المتوفرة عن الكتلة النقدية M وعن الإنتاج Q، سرعة تداول النقود V ومستوى الأسعار في الولايات المتحدة الأمريكية P، فقد خلص إلى العثور على العلاقة العملية للنظرية الكمية، وهي علاقة غير خطية $P=\frac{MV}{Q}$ وكانت النتائج المتحصل عليها مرضية جدا بحيث أنه وجد $R^2 > 0,99$.

[1] إستغلال المعلومات *(Data mining)* هو ما يراد به تحليل وإستغلال أحجام كبيرة من المعلومات التي نستقيها من أنظمة الإعلام العصرية (كالمعلومات المتوفرة على الصفحات الافتراضية التي تزخم بها شبكة الانترنت).

[2] البرمجة الجينية مماثلة في عملها للخوارزم الجيني غير أنها أقل تقييدا أو تقليصا و يبقى الاختلاف الأساسي بينهما يكمن في حجم الصبغيات غير ثابت وللإطلاع أكثر عن كيفية تطبيق البرمجة الجينية في حقل المالية.

وفي نفس السياق قام "Szpiro" سنة 1997 بإستخدام الخوارزميات الجينية والاستعانة بها للعثور على الصور الوظيفية الغير خطية التي تنتج سلسلة من المعطيات على النحو الأفضل، فقد بين هذا الباحث بأنه حتى ولو كانت الخوارزميات الجينية قادرة على أن تعطى صور وظيفية كحلول تجني منها نتائج جيدة فهذا لا يعني بأنها مفيدة ومناسبة لكل الحالات الاقتصادية، كما قام مؤخرا كل من "Duffy" و"Engle War nick" سنة 2002 بإستخدام البرمجة الجينية كأداة لإستغلال المعلومات من أجل تفسير دور العناصر البشرية وبإستغلال المعطيات الحقيقية للعبة تجريبية (وهي لعبة البلاغ النهائي المكرر *(Jeu de l'ultimatum répète)*، تمكننا من البحث والوصول إلى قواعد القرار الضمنية التي يعتمد عليها اللاعبون من نفس الجنس البشري. وقد خلص "Szpiro" إلى أنه حتى ولو كانت الخوارزميات الجينية قادرة بالفعل على العثور، وهذا بصفة عامة بعد وقت زمني طويل نسبيا، عن الصيغ الوظيفية كحلول تجنى منها نتائج جيدة، فهذا لا يعني بأن هذه الأدوات تتميز بملائمة عالية للمسائل الاقتصادية، إذ يبقى على المستعمل لها أن يوجه البحث في وقت أو في آخر.

3.1.8 المالية:

لقد توسعت تطبيقات الخوارزميات الجينية في مجال المالية كثيرا في الفترة الأخيرة كما أصبح يشار إليها في الكتابات والمراجع المتعلقة بالمالية، ويكون سبب هذا التوسع في الاستعمال منطقيا حيث تعد الخوارزميات الجينية بمثابة طريقة حل ملائمة للمسائل المالية التي ظلت تبدو معقدة وشائكة وتتطلب من هذا الوجه تقنيات إغناء إلى الحد الأمثل ناجعة وقوية ومن بين تطبيقات الخوارزميات الجينية في حقل المالية يمكن أن نذكر على وجه الخصوص ما يتعلق: بالتنبؤ بالمردودات، إغناء السندات المالية، الكشف عن قواعد التبادل وإغناء هذه القواعد.

وذهب " Eddelbüttel" سنة 1996 إلى استخدام الخوارزميات الجينية في نطاق الإدارة غير الفعالة من أجل العثور على السندات التي تعيد إنتاج سند المؤشر "DAX" (على أساس أنه الحل الأمثل الذي يمكن الوصول إليه). من ذلك، وباعتبار أن السند يتكون من 30 سهما من مؤشر"DAX" فإنه يجب أن يوجه الخوارزم الجيني المستعمل إلى تسيير أحجام هذه الأسهم داخل المؤشر (بحيث كل صبغية هي عبارة عن شعاع لحجم مفترض). هناك طريقة أخرى بحيث يرجى من استعمال الخوارزم الجيني إعادة تشكيل أو محاكاة تطور مؤشر "DAX"، ويستعان لهذا الغرض فقط بالمجموعة الفرعية للأسهم المكونة له، وهنا نجد أن كل صبغية تعرف وتحدد مجموعة فرعية

مختارة، وفي نهاية عمل "Eddelbüttel " وصل إلى إبراز مجمل القدرة الإحتسابية الهائلة التي يتسم بها الخوارزم الجيني لأداء الحل في مثل هذه الحالات. وعلى نفس المنوال قام "Loraschi" وآخرون سنة 1996 بمحاولة اختيار السند الأمثل، وكذلك بإستخدام الخوارزم الجيني الذي كان يجب أن يتوصل إلى معرفة أحجام الأسهم في السند الذي يقلص مستوى معين من الأخطار بإفتراض مستوى متوقع لمردودية منتظرة. وقد خلصوا إلى أن هذه الطريقة تعتبر ناجعة وخاصة من حيث الأخذ بالحسبان وجود مفترض لتوازنات عديدة. كما عمل كل من "Mahfoud" و"Mani" سنة 1996 على دراسة تطبيقات الخوارزميات الجينية باعتبارها كأداة للتنبؤ[1] بالأدوات المستقبلية للأسهم الشخصية، ومن هذه الزاوية يكون الخوارزم الجيني المستعمل موجها للبحث عن القواعد المثلى للتنبؤ بالتطورات المستقبلية لسعر السهم بالنظر لتطوراتها الحاصلة في الزمن الماضي. ولإجراء تجربة عملية أساسية استعملا الباحثان قاعدة معطيات تحتوي على أكثر من 1600 سهم ويجرى مع نهاية كل أسبوع تنبؤا عن تطور سعر الأسهم وشدة تطور مقدار هذا السهم بالنسبة لفترة ثلاثة أسابيع مقبلة، وعند نهاية 12 أسبوعا، تقارن نتائج التنبؤات بالواقع، وتقارن نجاعة هذه الخوارزميات بنموذج تنبؤ آخر يستعمل شبكات الخلايا العصبية.حتى وإن أفضت الخوارزميات الجينية إلى نتائج مرضية فإن الباحثين قد أثبتا، مع ذلك، بأن استعمال نموذج تنبؤات مختلط سيؤدي إلى تحسين مجموعة النتائج بصورة بارزة (وتكون نسبة التحسين 20 % أفضل من استخدام الخوارزم الجيني لوحده، و50 % في حالة استعمال شبكة الخلايا العصبية وحدها).

ومن جهة أخرى يمكن أن نشير إلى إستعمال آخر لهذه الخوارزميات الجينية يشبه إلى حد ما الاستعمال السابق، ويتمثل أساسا في محاولة إكتشاف القواعد المثلى للتبادل التجاري أو ما يعرف بـــ *(Trading Rule)* [2] سواء في سوق الأسهم بالنسبة لمؤشر " S&P 500" أو في سوق الصرف، فقد أشار كل من "Allen" و"Karjalainen" سنة 1999 إلى ضعف ثبوت التحقق من تحسين النتائج بإستعمال القواعد المتوصل إليها، فحسب الباحثين، فإنه وإذا كانت حالة التعقيد التي تكتنف بنية تلك القواعد الموضوعية بواسطة إستخدام الخوارزميات الجينية تتغير وفق الإختبارات التي بصددها فإن دراسة هذه القواعد دراسة معمقة ستظهر بأن أغلب هذه القواعد

[1] مثل (إذا كان السعر > 15 و التبخرية > 7 % و ......) فإن التنبؤ = عال

[2] قاعدة التبادل هي قاعدة واضحة تحول إشارة معينة (تطور سعر السهم أو تطور سعر الصرف ، تطور بعض المتغيرات المالية أو الاقتصادية ...الخ) إلى وصية صالحة في السوق المالية (شراء ، بيع ، وضعية قصيرة ، وضعية ممتدة ...الخ).

تعمل كمجرد قواعد بسيطة تعتمد على استعمال متوسطات متحركة، إضافة إلى ذلك فان الخوارزميات الجينية خليقة أن توجد قواعد التصرف السليم. ونذكر على سبيل المثال المساعدة على الحصول عن وضعية تكون بالأحرى ممتدة أو طويلة إلى حد ما في حالة ما إذا التبخرية *(Volatilité)* ضعيفة وعكس ذلك. غير أن "Neely" وآخرون سنة 1997 اللذين توصلا إلى نتائج مشابهة كثيرا للنتائج السابقة بالإعتماد على الخوارزميات الجينية، وقد تأكدا من أن القواعد المكتشفة في سياق إستعمال الخوارزميات قد تكون لها فائدة مناسبة وكبيرة، كون أن هذه القواعد يمكنها تبيين وتوضيح علاقات هيكلية لا تستطيع أن تلتقطها (تقف عليها) النماذج الصورية المعيارية. وعموما يمكن أن نقول، في ضوء ما خلص إليه "Szpiro" سنة 2002، بأن التقييم النقدي لهذه القواعد المكتشفة بواسطة الخوارزميات، يبقى ضروريا أكثر فأكثر. ونشير في الأخير إلى محاولة "Varreto"سنة 1998 الذي قام بإستخدام الخوارزميات الجينية للتنبؤ بأخطار الإفلاس في ايطاليا، ثم قام بمقارنة الطريقة التي تأخذ بخوارزميات أخرى ساكنة وتقليدية جدا لها علاقة بتصنيف الإفلاسات وتوقعاتها ' التحليل المميز الخطي' *(LDA Linear Discriminated Analysis)* كانت هذه الدراسة بمثابة متابعة لدراسة أولية قام بها نفس الباحث، حيث حاول من خلالها أن يقارن عملية التحليل المتميز *(L D A)* بطريقة أخرى تستعمل شبكات الخلايا العصبية. وكان استعمال الخوارزميات هنا من أجل غايتين متباينتين :

- خلق دوال خطية مثلى *(La création de fonctions linéaires optimales)*.
- إيجاد قواعد مثلى *(La création des règles optimales)*.

وبالرغم من أن الباحث قد خلص إلى أن هناك تفوق نسبي من حيث الإستقرار لصالح ما يعرف بالتحليل المميز *(LDA)* فإنه حاول أن يطلعنا، من دون أن يبرر ذلك عن التجربة التي قام بها والتي تفيد بأن هناك تلاق سريع مع الخوارزميات الجينية، كما أن إستعمالها يؤدي أيضا إطلاق بعض فرضيات الحصرية المتعلقة بالحالة الطبيعية لتوزيع النسب أو بمساواة التباين والتباين المشترك. وفضلا عن قوة أدائها التقني، فيمكن أيضا الاستعانة بالخوارزميات الجينية في موضوع المعالجة الكشفية لتمثيل التعلم المكيف للمتعاملين إزاء العقلانية المحدودة *(Rationalité limitée)*.

2.8 تمثيل التعلم:

نعتبر الخوارزميات الجينية بمثابة خوارزميات لتقصي فضاء الاستراتيجيات، غير أننا بمجرد الإبتعاد عن نطاق التنبؤات العقلانية فإن ذلك التقصي يصير بعدا هاما في الديناميكية الإقتصادية. حينذاك يطرح السؤال الخاص بتكييف التنبؤات وبإختيارات العناصر التي تتماشى مع تطور المحيط العام لهذه العناصر، وبالنظر إلى آليات الكشف البسيطة والسهلة للقراءة التي تقترحها الخوارزميات الجينية فإن هذه الأخيرة أصبحت تصلح أكثر في تمثيل المسار التكييفي، لأنها تعد بحق حلا مقبولا جدا، ويلاءم الشكل الأساسي للنماذج الاقتصادية ذات الصلة بالأعوان ذوي العقلانية المحدودة *(Des agents à rationalité limitée)*.

إن تمثيل تعلم هذه الأعوان يأخذ بعين الاعتبار بعدا أساسيا في النشاط الاقتصادي:

- عدم تجانس مسارات التعلم.
- عدم تجانس تنبؤات الأعوان.

كما أن هناك مجموعة من أعمال مختلفة تستعمل الخوارزميات لدراسة هذه النقطة بالذات سواء في مجال الإقتصاد الكلي أو الإقتصاد الجزئي[1].

سنحاول عرض بعض الأمثلة التوضيحية التي تبرز أهمية الخوارزميات الجينية وفائدة استعمالها في فهم الديناميكية الاقتصادية، وقد إرتأينا أن نبدأ بالنماذج الكلية التي تكون فيها الخوارزميات الجينية مستعملة بصفة أساسية، لتمثيل التعلم الإجتماعي، وهي مستعملة كذلك لنفس الغرض في نماذج نظريات الألعاب وديناميكية الأسواق، في حين أن النماذج المتعلقة بالمالية وبإقتصاد الإبداع تظهر أهميتها في تمثيل مسارات التعلم الشخصي.

1.2.8 ديناميكية الإقتصاد الكلي:

بحثا عن الأساليب الممكنة من تجاوز خصوصية النتائج المرتبطة بالتكهنات التكييفية الأقل تطورا، عمدت ثورة الكلاسيكيين الجدد لجعل التكهنات العقلانية في صميم النمذجة الاقتصادية الكلية. وبالرغم من أنها تساعد على ضبط الخصائص البارزة على المدى الطويل للاقتصاديات. فإن هذه الطريقة قد أقصت بالفعل بعدا تجريبيا هاما للديناميكية الاقتصادية: مواءمة أو تعديل التكهنات والسلوكيات الخاصة بالمتعاملين، كما أن الطبيعة الذاتية

---

[1] وعلى وجه العموم فإن أغلبية هذه الأعمال تنضم إلى برنامج"*Agent-Based Computational Economics* (ACE)"

المرجعية لنماذج التكهنات التنبؤات العقلانية قد خلقت هي الأخرى مشكلا إضافيا: تعدد التوازنات.

ويبقى من الضروري، حينئذ، إختبار إلى أي مدى تكون التوازنات ذات التكهنات العقلانية، قوية وصلبة في مواجهة إجراءات التحسس (*tâtonnement*)التي يقوم بها المتعاملين لنفهم الدور الذي يمكن أن تلعبه إجراءات التحسس تلك في إنتقاء التوازنات عندما تكون هذه الأخيرة بعدد كبير. وبذلك نتبين بأن هناك عدة أعمال لجأت إلى إستعمال الخوارزميات الجينية لتوضيح و تمثيل تعلم المتعاملين الذي يعد المصر الرئيسي لهذه التحسسات.

لقد حاول "Arifovic" سنة 1995 إستعمال الخوارزميات الجينية في إطار نموذج متداخل الأجيال بمتعاملين مخضرمين (يعيشون حقبتين وسياستين نقديتين مختلفتين): عرض ثابت للنقود أو التمويل الثابت للعجز مع حقوق سك *(Seigneuriage)* في النموذج الأصلي بالتكهنات التامة فإن السياسة الأولى تؤدي إلى توازن مستقر وحيد تكون فيه قيمة للنقود كما تؤدي كذلك إلى مجموعة استمرارية من التوازنات.

- في السياسة النقدية الأولى تكون للنقود قيمة ولكن التوازن غير مستقر، إذ أن الاستمرارية تؤول إلى توازن لا تكون فيه للنقود قيمة.

- أما السياسة الثانية فتؤدي إلى توازنيين مستقرين، أحدهما بتضخم نقدي ضعيف ، و الآخر بتضخم مرتفع. ويكون الأول ' باريتو مرتفع' *(Pareto Supérieur)*، أما الثاني فيكون مستقرا.

وفي نسخة تستخدم فيها الخوارزميات الجينية، عمد "Arifovic" إلى إدخال جماعتين من الصبغيات:

- جماعة أولى تخص السلالة الفتية*(La jeune génération)*.
- جماعة ثانية تخص السلالة المسنة*(La vieille génération)*.

ويتم تحسين الجماعتين بصفة متناوبة بعد أن يكون كل عضو من الجماعة قد عاش حياة مخضرمة من حقبتين. وتمثل الصبغيات إستهلاك الفترة الأولى لكل سلالة، بحيث أن الجماعة الخاصة بالسلالة $t+1$ تنشأ من السلالة $t-1$ بإستخدام العوامل الجينية العادية (لإن الفترة t تعمرها عناصر تكون في مرحلة أخرى من الحياة (الشباب أو الشيخوخة))، ومن خلال العرض الثابت

للنقود فإن المحاكاة تؤول إلى توازن مستقر تكون فيه للنقود قيمة. وإن إدخال تتعلم يقوم على إستخدام الخوارزم الجيني سينتج بالتالي النتائج التجريبية لـــ "Lim" و آخرون سنة 1994.كما أن المحاكاة المثلية لإقتصاد بعجز إيجابي تؤول إلى توازن مستقر بتضخم نقدي ضعيف، ويجب الإشارة بأن هذا المآل يحدث كذلك في الشروط الأصلية التي يكون وفقها التعلم بالمربعات الصغرى، وفي إتجاه متعاكس قد إستعان "Duffy" و"Bullard" سنة 1998 بالخوارزميات الجينية لتمثيل تنبؤات المتعاملين للتضخم في نموذج بعجز إيجابي وآل هذا الاتجاه كذلك إلى توازن بتضخم ضعيف، ويبدو أن هذه النتائج تطابق كثيرا النتائج التجريبية لـــ "Arifovic" سنة 1995.

كما استخدم "Vallée" سنة 2000 الخوارزميات الجينية لدراسة الموائمات أو التعديلات داخل نموذج اللعبة المكررة يهتم بمصداقية السياسة النقدية التي تنتهجها الحكومة، ويتعلق الأمر هنا بإعادة لعبة التضخم والبطالة على طريقة "Gordon" و"Barro" تكون فيها إستراتيجية الحكومة (التي تعتبر رائد في اللعبة) مطابقة لنسبة التضخم المعلنة والمحققة، في حين أن إستراتيجية المتعاملين الخواص (باعتبارهم متابعون) هي مطابقة لنسبة التضخم المتوقع. وتكون جماعة المتعاملين الخواص بحجم N ويستخدم الخوارزم الجيني بـــ N من الصبغيات لتمثيل نسبة التضخم المتوقع (الصبغية i تمثل توقع المتعامل i). وبعد إعلان الحكومة، فيكون تطور الخوارزم الجيني يطابق التعلم، الذي يليق للمتعاملين، على دالة إستجابة الحكومة بحسب تطور التضخم المحقق.

2.2.8 نظرية الألعاب :

يظهر بصفة مباشرة في مجال نظرية الألعاب، بأن المثال الشائع في إستعمال الخوارزم الجيني في حل أي مسألة معيارية هو أعمال "Axel Rod" عن بروز التعاون في معضلة السجين المتكررة. ففي لعبة متكررة لمعضلة السجين، إستخدم "Axel Rod" سنة 1987 الخوارزم الجيني لإحداث تطوير جماعة من الإستراتيجيات التي تتصدى لكل الإستراتيجيات الأخرى في الجماعة ككل، ومن هذا المنظور فإن كل صبغية تمثل التاريخ الراهن لإختيارات وملاحظات كل لاعب، ويقيم، بالتالي، أداء كل إستراتيجية داخل الجماعة. ويتشكل محيط كل إستراتيجية من جماعة الاستراتيجيات الأخرى داخل الجماعة الكبرى. ولما تكون هذه الجماعة تتطور مع تقدم الوقت فإن محيط كل إستراتيجية يتطور هو كذلك. ويبين "Axel Rod" حينذاك، بأن هذا التطور سينتج إستراتيجيات يكون فيها الأداء المتوسط على الأقل في نفس المستوى المكسب

المتوسط للإستراتيجية "Tit for tat" التي كانت سائدة في الدورات السابقة التي نظمها بنفسه وبعض الإطارات الأخرى قد توصلت حتى إلى استراتيجيات أقوى أداء من "Tit for tat".
وقد وسع "Yao" و "Darwen" سنة 2000، هذا الاتجاه ليشمل حالة معضلة السجين المتكررة بـــ من اللاعبين، وهذا ما يعطى إمكانية دراسة لعب أقل ما يقال عنها أنها معقدة بما فيه الكفاية وبالتالي فإنه يحسن فهمنا لعملية التعاون مابين الأعوان الإقتصاديين.

وفي سياق مختلف قام "Dawid" سنة 1999 بدراسة التعلم في الألعاب التطورية ومن ثمة فإنه قام بإتمام الآليات شائعة الإستعمال (الألعاب الوهمية، التعلم 'الباريزي'، التعلم على أحسن جواب) عن طريق إضافة التعلم بواسطة الخوارزم الجيني بحيث كل صبغية تقابل إستراتيجية مختلفة، فتتطور جماعة الإستراتيجيات بواسطة الخوارزم الجيني، وقد أوضح هذا الباحث بأنه عموما ما يصل التعلم الجيني إلى توازن "Nash" في الألعاب التطورية. وتوجد هناك مشاكل المآل في الألعاب التي لها بنية المكسب خاصة (كما لو أن الإستراتيجيات التي لها أداء عالي ومرتفع في بداية اللعبة، لم تعد تظهر في أي مدار من مدارات التوازن) ولكن هنا يتعلق الأمر أيضا بحالات خاصة التي قد تكون مصدر المشاكل في النشاط الإقتصادي وتؤكد هذه النتائج على صلابة توازن "Nash" حتى ولو إفترضنا بأن المتعاملين يتميزون بالتوفر على معلومة ناقصة أو عقلانية محدودة.

3.2.8 ديناميكية الأسواق:

مثلما هو الحال في الاقتصاد الكلي، فإنه كذلك يمكن الاعتماد على الخوارزميات الجينية لدراسة ديناميكية الأسواق بالمتعاملين الذين يلجئون إلى استخدام إستراتيجية تكيفية ذات ذكاء أو طريقة على الأصح هي معيارية فإن إستعمال هذه الأدوات في هذا المجال يساعدنا على التحقق من ظهور التوازنات ومن قوتها أو صلابتها. ويمكن أن تمتد فائدة إستعمالها إلى ديناميكية خارج توازن الأسواق وقد حاول "Arifovic" سنة 1994 دراسة ديناميكية نموذج "COBWEB" حيث توجد N من المنظمات المستفيدة من الأسعار التي تنتج سلعة متجانسة قابلة للفساد. فوجود الآجال للإنتاج يفيد بأن الكميات المنتجة ترتبط بتوقعات الأسعار. ويحتوى النموذج على توازن بتوقعات أو بتكهنات عقلانية وحيد، ويوجه "Arifovic"نوعين من الخوارزميات بالمعطيات المتحصل عليها من خلال التجارب التي أجريت بواسطة هذا النموذج وكذلك بالفرضيات الأخرى للتعلم (تكهن "COBWEB"، المعدلات البسيطة للأسعار

الملاحظة المربعات الصغرى)، ففي سياق أخر يستخدم خوارزم جيني واحد لتمثيل إستراتيجيات المنظمات ونكون حينئذ في إطار التعلم الإجتماعي أين تكون كل صبغية توافق الكميات المنتجة من قبل المنظمات، وفي سياق ثاني فإن لكل منظمة خوارزمها الجيني الخاص ويوجد ما يبين التطور المشترك بين هذه المسارات، وتبين النتائج بأن في كلتا الحالتين يكون إستعمال الخوارزم الجيني ذو فائدة ويمنح ديناميكية مطابقة للتجارب أكثر مما تمنحه الفرضيات الثلاثة الأخرى وخاصة عندما يكون الخوارزم الجيني نخبوي *(Elitiste)* يؤول إلى التوازن بتكهنات عقلانية *(EAR)* حتى في الحالة غير المستقرة وتبدو النخبوية بمثابة فرضية ضرورية للمآل في حالة تعدد الجماعة ويبقى التعلم الشخصي حينذاك أكثر التزاما فيما يخص حالة التطور للمتعاملين.

وقد إهتم "Vriend" سنة 2000 بصورة مباشرة بالاختلافات الموجودة بين إستعمال الخوارزم الجيني لتمثيل التعلم الإجتماعي أو الشخصي في إطار إحتكار(السوق من الأقلية) 'كورنو' *(Cournot)* متجانس تكون فيه المنظمات مجبرة على أن تتعلم مقدار الكميات المثلى التي يجب إنتاجها. وفي هذا السياق هناك مواجهة بين إستعمالين للخوارزميات الجينية، في الحالة الأولى نجد استعمال خوارزم جيني وحيد يمثل التعلم لجماعة المنظمات (التعلم الإجتماعي) وفي الحالة الثانية نجد بأن لكل منظمة خوارزمها الجيني الخاص بحيث نجد لكل منظمة جملة من قواعد القرارات داخل خوارزمها الجيني حتى وإن كانت فقط واحدة من هذه القواعد هي المستعملة حقيقية في كل فترة ومن قبل كل منظمة (التعلم الشخصي). وتظهر نتائج المحاكاة وجود اختلافا جوهريا بين هاتين الحالتين: في حالة التعلم الشخصي، فإن النموذج يؤول بوضوح إلى توازن " Cournot"، بينما في حالة التعلم الاجتماعي يكون المآل في حالة التوازن التنافسي (التسعيرة من خلال التكلفة الحدية). ويكون من الضروري، حينئذ، معرفة التفاعل الحاصل مابين ديناميكية التعلم، وديناميكية القوى الإقتصادية المستترة، وقد إستنتج بأن لكل خوارزم تعلم هناك آلية إنتقاء رتيبة (وحيدة الاتجاه) وفي مقابل المكسب الحاصل فإنها تسعى بالضرورة لإظهار إختلاف جوهري بين تطبيقها على المستوى الشخصي أو تطبيقها على المستوى الجماعي (الإجتماعي). ولا يتعلق الأمر، في هذه الحالة بفرضية لا قيمة لها، يمكن توجيهها بمعيار التقشف داخل النمذجة.

4.2.8 إقتصاد الإبداع:

حاول "Yildizoglu" سنة 2002 دراسة ملائمة الخوارزميات الجينية لنمذجة التعلم الشخصي في إستراتيجيات "R&D" التي تنتهجها المنظمات.

هناك نسخة منقحة لنموذج "Nelson" و"Winter" سنة 1982 تستعمل لإحداث المنافسة بين نوعين من المنظمات:

– منظمات "NW" *(NW firms)* التي تأخذ بقاعدة ثابتة (الروتين) لإقامة التحكيم بين الإستثمار في "R&D" وبين الاستثمار في رأس المال المادي.

– منظمات "GEN" *(GEN firms)* التي تستخدم الخوارزم الجيني الشخصي لموائمة أو تعديل هذا التحكيم أمام تطورات صناعتها.

وقد أظهرت النتائج الأساسية لهذا النموذج فيما يخص الرفاهية الإجتماعية، والتقدم التكنولوجي بأن وجود منظمات من النوع "GEN" هو مصدر نجاعة للصناعات فضلا على أن التعلم الشخصي هو أيضا مصدر فائدة تنافسية لصالح منظمات "GEN" التي تتوصل إلى السيطرة على الصناعة. وقد أوضح "Yildizoglu" سنة 2001 بأن هذه النتائج تكون أكثر قوة إذا ما إستعملنا نظاما مصنفا لتمثيل التعلم الشخصي، وهذا ما يطابق إستعمالا ملائما للخوارزميات الجينية للنوع الثالث من المنظمات

– منظمات "XCS" *(XCS firms)* التي توجد في منافسة مع المنظمات من النوع " NW" و"GEN" وهذا ما يؤدي إلى نجاعة أكبر في الرفاهية والتطور التكنولوجي.

و في هذا الاتجاه فإن الخوارزميات الجينية تمكن من إدخال في النماذج يسميها "Nelson" و"Winter" بــ ميتا نمطية أو ميتا روتين والتي تطابق القواعد المستعملة من قبل المنظمة لتعديل قواعد قراراتها الراهنة إزاء تطور محيطها. وبهذا يكون هذا الاتجاه مطابقا لنمذجة ثرية للعقلانية للمحدودة للمنظمة.

<u>5.2.8 المالية:</u>

قد إختار"Arthur" وآخرون سنة 1997 نفس الإتجاه لنمذجة تطور الأسواق المالية إفتراضية، وتضم هذه الأسواق متعاملين غير متجانسين يمتازون بتنبؤات تتغير بإستمرار وفق تطورات السوق التي توجد هي بنفسها هذه التنبؤات بصورة تجميعية.

إن معاينة تراجعية للتنبؤات التي تفترض بأن المتعاملين يتنبئون بما كان الآخرون قد تنبئوا به كما هو الحال في ' مسابقة الجمال عند كينز' قد حملت الباحثين على الأخذ بالنظرية الإستقرائية في التنبؤات، فهما يفترضان بأن كل متعامل يمتلك في كل لحظة من الزمن العديد من النماذج الخطية للتنبؤ التي تتناسب مع فرضيات مختلفة تخص إدارة السوق، وإن

هذا العون يستعمل تلك النماذج التي تظهر نجاعة وتكون ملائمة أفضل للوضعية الراهنة. وبذلك يستطيع المتعاملون أن يتوصلوا إلى معرفة ما هي الفرضيات التي تبدو أفضل ملائمة ويكتشفوا بالتالي فرضيات جديدة لمساعدة الخوارزم الجيني. وتكون – إذاك – مجموعة النماذج لكل عون تشبه كثيرا النظام المصنف على طريقة "Holland "، كما أن المحاكاة تظهر نوعين من الأساليب غالبا ما يكونا متعارضين من حيث نظرهما إلى الأسواق المالية: حينما لا يقوم المتعاملون بتحسين تكهناتهم، فإن السوق تؤول إلى توازن يقوم على تكهنات عقلانية ويميز فرضية السوق الرائجة. وحينما يتقصى المتعاملون، بكل شدة، الفرضيات المتناوبة، فإن السوق تنتظم من تلقاء نفسها أي تكون ذاتية النظام في نظام أكثر تعقيدا، أين تظهر الانهيارات والفقاعات (الخاصة بالمضاربة) بصورة شبه المعطيات الناجمة عن الأسواق الحقيقية وهذا ما يؤكد، بصفة قطعية، فائدة النظرية الإستقرائية في تحديد عقلانية المتعاملين.

ومن زاوية مغايرة، حاول " Schulenburg" سنة 2000 دراسة الأداء الإفتراضي للمتعاملين إزاء المعطيات المستقلة من السوق المالية الحقيقية. وينجذب المتعاملون، في بادئ، الأمر نحو المعطيات الخاصة بالسنوات التسع الأولى، ثم بعد ذلك يستعملون القواعد المصممة التي قاموا بوضعها خلال هذه الفترة من أجل تسيير تعاملاتهم في السنة العاشرة، وتظهر المحاكاة، بأن المتعاملين الإفتراضيين يطورون تنوعا شديدا وشاسعا من الاستراتيجيات المبتكرة التي يكون لها أداء أعلى من الاستراتيجيات القاعدية من النوع اليد باليد (*buy and-hold*).

خلاصة الفصل الأول :

يعكس هذا الفصل مدى ثراء هذه الخوارزميات من حيث أنها تمتاز بقوة الأداء في حل المسائل الشائكة و بملائمة للأوضاع المعقدة.

ونشير بأن إستعمال هذه الأدوات أمسى ضرورة ملحة، وأن دائرة تطبيقاته أخذت تتسع مع مرور الوقت، فالرغم من سهولة هذه الخوارزميات وبساطتها، فإنها تمكنت من تمثيل التقصي التصادفي الموجه لدراسة فضاء الاستراتيجيات من قبل المتعاملين، على أحسن وجه سواء في حل مشكل الإغناء الذي يتميز بالتعقيد أو لتمثيل الاستراتيجيات "R&D" التكييفية للمنظمات وهذا لا يعني بأي حال من الأحوال بأن هذه الخوارزميات كافية لوحدها لحل كل المشاكل المطروحة في المجال الاقتصادي – ففي الواقع– فحينما يتعلق الأمر باستكشاف فضاء معين من

الاستراتيجيات المعقدة، فمن الممكن أن يكون استعمال الخوارزميات الجينية مكلفا جدا من حيث الوقت المخصص للحساب، فهذا ما يشكل حاجزا لتطبيقاتها في الزمن الفعلي – بوجه خاص– كأداة للمرابحة في البورصة، و بخصوص تطبيقاتها في تمثيل التدرب التكييفي للمتعاملين فإن هذه الخوارزميات تظهر سهلة جدا وفي نفس الوقت معقدة جدا، فهي سهلة لأنها لا تأخذ بعين الاعتبار قدرة المتعاملين على إبداء تكهنات تدل على تقصي فضاء الاستراتيجيات، وتكون معقدة جدا لأنها لا تناسب التقصي الأكثر منهجية لفضاء الاستراتيجيات وبالتالي فهي تبقى مكلفة جدا. وفي كلتا الحالتين يمكن رفع من نجاعة هذه الأدوات بصورة محسوسة، إذا ما أدرجنا في تطبيقاتها آلية استقرائية تكون توافق تمثيلا معينا لمحيطها بشكل يمكن من خلاله توجيه عملية البحث والتقصي (الاستكشاف).

تبقى هذه المعاينة تشكل القاعدة الأساسية لخوارزميات الإغناء الهجينة التي وضع قواعدها "John Holland ". وتتميز الأنظمة المصنفة، في الواقع بأنها تزود الصبغيات (الاستراتيجيات) بالشروط التي تخضع لها هذه الصبغيات أثناء استعمالها. وهذا الإجراء يجنبنا بصورة تلقائية (آلية) الاستعمال الكلي للصبغيات حتى في السياقات غير المكيفة.

وفي حالة تمثيل التعلم فإن هذه الخاصية ترفع بشكل محسوس نجاعة التعلم، كما ترفع قوة الأداء الصناعي الذي ينبثق عن هذا التعلم، وهناك آلية استقراء يمكن أيضا استعمالها كمكمل للخوارزميات الجينية، وهي عبارة عن شبكة خلايا عصبية اصطناعية *(RNA)*.

في هذه الحالة فإن هذه الخلايا الاصطناعية تمنح للخوارزميات تمثيلا مكتملا للمسألة المطروحة للحل، أو لمحيط المتعامل الذي يمثل التعلم.

وتبقى آفاق استعمال هذه الخوارزميات في حقل الاقتصاد واعدة بتطبيقات عديدة وثرية إضافة إلى ذلك القدرات الأساسية لرجل الاقتصاد يمكن أن تبقى محل توظيف ملح للبحث والعثور عن تطبيقات جديدة لهذه الآليات (الخوارزميات الهجينة)، التي تفوق بقوة أدائها القوة التقنية التي تمتاز بها الخوارزميات الجينية، وهذا لاستعمالها كطريقة كاشفة غنية للمسائل وللسلوكيات الاقتصادية.

ويبقى الاستعمال المتنوع والحافل بالتوجيهات العلمية للخوارزميات الجينية، في حقل الاقتصاد باستعمالها على وجه الخصوص كأداة لنمذجة التعلم غير المتجانس، يتطلب أن نوضح بشفافية آليات أو ميكانيزمات هذه الخوارزميات وهذا من أجل تفادي خاصية الصندوق الأسود.

وسنحاول فيما يلي التطرق إلى الإمكانيات العددية لإستخدام الخوارزم الجيني كمسار تعلم لحل "Stackelberg" بكل أنواعه.

الفصل الثاني :

تعلم توازن الحل

من نوع "Stackelberg" بواسطة

الخوارزميات الجينية

تمهيد:

يهدف هذا الفصل إلى توضيح كيفية إستخدام الخوارزميات الجينية للوصول إلى توازن "Stackelberg" وقد إكتفينا في هذه الدراسة بالتشفير الثنائي. كما عمدنا، بعد توضيح نوعية العلاقة الموجودة بين الخوارزميات الجينية وتوازنات "Stackelberg"، إلى إجراء عدة محاكاة في الألعاب المتكررة، ثم تطرقنا فور ذلك إلى تطبيقات هذه الأدوات في ميدان البحث عن مستوى فرض الضريبة المثلى بإستعمال نموذج التلوث الذي سبق الإشارة إليه في الفصل الثالث من القسم الأول. وأردنا من خلاله إدخال مصطلح الإستراتيجية التحفيزية *(Incentive Strategy)*، أن نجرى مقارنة بين التعلم على تلك الإستراتيجية من خلال إستخدام الخوارزميات الجينية من جهة وبطريقة التدرج المعياري *(standard gradient)* من جهة أخرى. ونستعمل لهذا الغرض نموذج التحكم في الإحتكار *(The model of control of a monopoly)* بإفتراض أن المعلومة غير تامة *(Imperfect)*. ومن ذلك يتبين لنا في حالة المعلومة الناقصة *(Incomplete)* أن الخوارزم الجيني هو وحده الذي يبقى الأمل في إعطاء التعلم على تلك الإستراتيجية. ومع ذلك فإن هذه الطريقة كما سنبينه من خلال هذا الفصل قد تكون مضللة *(Deceiving)*.

1 الخوارزميات الجينية وتوازنات "Stackelberg":

لتكن لعبة من نوع "Stackelberg" المعيارية بلاعبين إثنين، حيث اللاعب L هو الرائد (الأول من يتحرك مع بداية كل فترة) واللاعب S هو الملاحق، كما أن U و V هما الفضاءان المسموحان اللذان يشملان أفعال الرائد والملاحق على التوالي مع وجود العنصرين المميزين المبينين بالحرفين u و v أما العبارة $J^i : U \times V \rightarrow \Re$، فهي التي تحدد دالة خسارة اللاعب i حيث أن $i = L,S$ أما T^L و T^S هما دالتا إستجابة اللاعبين وفق الفرضيتين التاليتين:

* الفرضية الأولى: كل لاعب يجهل دالة خسارة اللاعب الآخر، بحيث يبقى جهل اللاعب لهذه الدالة يشمل شكل الدالة ذاتها.
* الفرضية الثانية: يستجيب الملاحق بصورة مثلى من خلال دالة إستجابته لكل فعل من الرائد يتبين له ملاحظته.

إذا كان شكل الدالة معروفا في إطار قطعي *(Deterministic)* ومحدد بدوال خسارة خطية تربيعية، كون أن دالة الإستجابة خطية، فيكفى حينذاك أن تتوفر لدينا معرفة فعلين من الرائد لحساب القيمة الحقيقية لدالة الإستجابة هذه، وبناء على ذلك فإننا نفترض بأن شكل الدالة في حد ذاتها يبقى مجهولا، ومن ثمة فإن الإستعانة بالحسابات الإقتصادية القياسية تبقى غير مجدية في هذه الحالة.

لا يتميز الحل من توازن "Stackelberg" بخاصية وجود النقطة الثابتة بمعنى أن $T^L\left(T^S\left(u^s\right)\right)=u^s$. وبالتالي فإن الخوارزميات التتابعية للحسابات غير التزامنية *(The synchronic)* لا تكون مجدية لإيجاد الحل من نوع "Stackelberg" سوى في بعض الحالات الخاصة القليلة جدا التي تتطابق فيها حلول "Stackelberg" مع حل "Nash" غير أن إستعمال الخوارزميات الجينية يمكن أن يكون هو البديل.

1.1 الخوارزم الموجه للبحث عن توازن "Stackelberg":

تكتسي الخوارزميات الجينية ميزة "مفضلة جدا "حيث لا تحتاج إلا القليل من المعلومات، ومن ثم بات يترتب على ذلك شرط أساسي لإستعمال هذه الأدوات ويتمثل في وجوب معرفة الرائد لدالة خسارته، وهي معلومة أساسية واجبة التوفر.

كما رأينا سالفا في الفصل السابق، فإن الخوارزم الجيني يمر بالمراحل التالية:

1) المبادأة *(Initialization)*: إنشاء جماعة أفراد أصلية تتكون من N من الصبغيات $pop=\left(c_1,...,c_N\right)$ (الجماعة:pop).

2) التقييم *(Rating)* : القيام بإزالة تشفير كل صبغية على حده، ثم يجرى تقييمها $f\left(d\left(pop\right)\right)$: .

3) الإنتقاء *(Selection)* : إنشاء جماعة أفراد جديدة من N صبغيات بواسطة عامل الإنتقاء.

4) التكاثر *(Reproduction)* : حدوث تهجينات وتحولات داخل الجماعة الجديدة.

5) الرجوع إلى المرحلة (2).

إذا كانت f هي دالة الأداء حيث أن $f:\Re \rightarrow \Re$. وفي سياق اللعبة التي لدينا، فإنه يمكن تعريف هذه الدالة بواسطة $f=\frac{1}{J^L}$ ، إذا كانت $J^L>0$ ، وبذلك فإن دالة أداء الرائد تتناقص كلما زادت خسارته. ويتطلب العمل بالخوارزم الجيني المستعمل في هذه اللعبة المرور بالمراحل التالية:

(1) الإنتقاء العشوائي لجماعة أفراد من N من الصبغيات ($pop=(c_1,...,c_N)$).

(2) كل صبغية تمثل فعل ($popu=d(pop)=(u_1,...,u_N)$).

(3) من أجل $i:=1$ إلى N .

(أ) يقوم اللاعب بالفعل u_i .

(ب) يستجيب الملاحق بصورة مثلى على فعل الرائد بــ $v_i=T^S(u_i)$.

(ت) تقييم أداء الفعل i : $f(u_i)=\frac{1}{J^L(u_i,v_i)}$.

(4) تنشأ جماعة جديدة من الصبغيات (الأفعال) بواسطة عوامل الإنتقاء والتهجين والتحول .

(5) تعاد المراحل من (2) إلى (4) مرات عديدة لغاية الوصول إلى التاريخ T .

ومن هذه المراحل يمكننا إستنتاج أنه إذا كانت إمكانية التهجين والتحول غير منعدمة $p_c \neq 0$ و $p_m \neq 0$ ، فإن متتابعة الفعل المتمخضة عن الخوارزم الجيني ستؤول بالطبع نحو حل من نوع "Stackelberg" بالنسبة للرائد[1]. ويمكننا البرهنة على هذا الإستنتاج، فوفق شروط طوبولوجية ملائمة، فإننا نعلم حسب "BAŞAR " و"Olsder " بأن حل "Stackelberg" بالنسبة للرائد L موجود و هو الحل الوحيد في المسألة [2]. بالنظر إلى طبيعة بناء الخوارزم الجيني فإن الملاحق يستخدم في كل مرحلة دالة إستجابة له ليتحصل على أفضل فعل، ويتمكن الخوارزم الجيني من إستكشافه لكامل فضاء الحركات الذي نحن بصدده للوصول إلى أفضل توفيقة ممكنة للعوامل [3] التي تمنحه القدرة على إيجاد حل "Stackelberg" للمسألة المطروحة .

---

[1] VALLÉE, T., and T. BAŞAR, *Off-line computation of Stackelberg solutions with the Genetic Algorithm*, Forthcoming in Computational Economics, Academic Press,USA, 1998,P205.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Previous Reference,P360.
[3] GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*, Previous Reference,P26.

2.1 محاكاة لتعلم توازن الحل من نوع "Stackelberg":

لتكن دالتا خسارة اللاعبين كالتالي:

$$J^L(u,v) = u^2 + v^2 + 10 + uv \text{...................}(3.2.1)$$

$$J^S(u,v) = v^2 + u^2 + 10 - 5uv + 3v \text{.........}(3.2.2)$$

وبالنتيجة فإن دالتا الإستجابة هما كالتالي:

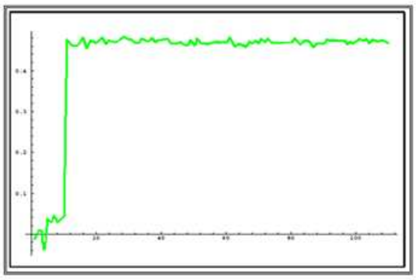
$$T^L(v) = \frac{-v}{2} \text{................}(3.2.3)$$

$$T^S(u) = \frac{-3+5u}{2} \text{..........}(3.2.4)$$

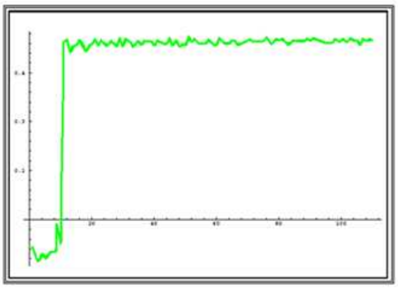
ويتحدد توازن "Nash" (تقاطع دالتي الإستجابة) بواسطة زوج الفعل $(u^N, v^N) = (0.333334, -0.666667)$، أما بالنسبة للخسارتين الموافقتين $J^{L^N} = 10.3333$ و $J^{S^N} = 9.66667$، أما توازن "Stackelberg" فنحصل عليه بواسطة زوج الفعل $(u^S, v^S) = (0.462, -0.345)$ أما بالنسبة للخسارتين الموافقتين $J^{L^S} = 10.1731$ و $J^{S^S} = 10.0932$

ونستعمل هنا خوارزميا جينيا الذي تتحدد معالمه كالتالي : $N = 10$ ، $l = 11$ $p_c = 0.75$ بالإضافة إلى أن عامل الإنتقاء هو عبارة عن عجلة اليانصيب ذات إنحراف ونصيغ دالة إزالة التشفير d حيث $u \in D$ مع $D = [-1,1]$، فيحصل لدينا، بالنتيجة $d\left(\left\{\underbrace{0,...,0,...,0}_{11}\right\}\right) = -1$ و $d\left(\left\{\underbrace{1,...,1,...,1}_{11}\right\}\right) = 1$ بدقة تساوي 10^{-3} : $d\left(\left\{\underbrace{0,...,0,1}_{10}\right\}\right) \simeq -0.99$، ويستخدم الخوار زم الجيني 500 مرة، وينتهي في كل مرة عندما تصل الفترة العملية إلى $T = 110$ أي بعد نشوء الجماعة الجديدة العاشرة (الجيل العاشر).

الشكل(3.2.1): التغيرات الحاصلة في الفعل المتوسط من جانب الرائد
في حالة إستعمال إحتمال تحول ثابت $p_m = 0.05$



الشكل (3.2.2) : التغيرات الحاصلة في الفعل المتوسط من جانب الرائد
في حالة إستعمال إحتمال تحول ثابت $p_m = 0.02$



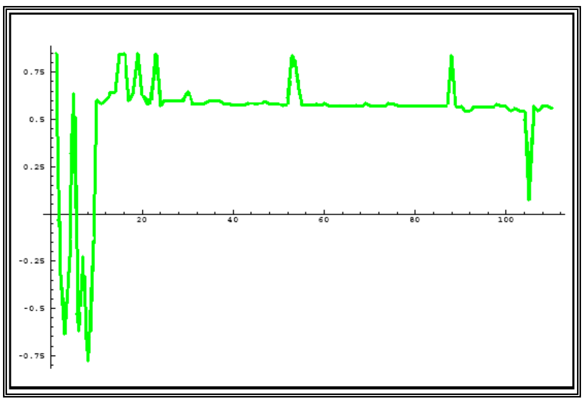
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

هنا نقوم ثلاثة أنواع من المحاكاة في إثنتين منها يكون إحتمال التحول ثابت $p_m = 0.05$ و $p_m = 0.02$ ، وبالرغم مما يفترض بصورة عادية أن إحتمال التحول يبقى ثابتا دائما وبقيمة ضعيفة يمكن أن نجري كذلك دراسة بإحتمال تحول تطوري *(Probability of adaptive mutation)*.

أما المحاكاة الثالثة فتستخدم إحتمال التحول المتناقص في الزمن، ونبدأ في هذه الأخيرة بـــ $p_m = 0.3$ ثم يتناقص هذا الإحتمال بقيمة 0.05 مع كل جيل لكن بإنتهاء الجيل الخامس، نباشر العمل بالإحتمال الثابت $p_m = 0.1$ ، لكن نبقى مع ذلك على إمكانية تحول وحدات التعداد الستة الأخيرة، بمعنى أننا نقبل تغير قيمة الأفعال في المجال المحدد ± 0.06، بما أننا كنا قد حددنا d بحيث تكون $d\left(\left\{\underbrace{0,\dots,0}_{5},1,1,1,1,1,1\right\}\right) \simeq 0.06$.

الشكل (3.2.3) : التغيرات الحاصلة في الفعل المتوسط للرائد

إذا كانت هناك دورة خاصة، أي بعد تثبيت إحتمال التحول التطوري $p_m = 0,02$



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يوضح الشكل البياني (3.2.3) أن العمل بهذه الطريقة يمنحنا إمكانية الوصول في وقت قصير إلى الحل الأمثل، وهذا ما يجنبنا بصورة مميزة تضييع الوقت في البحوث التي لا جدوى منها والتي تكون عادة مكلفة، إذ أن إمكانية حدوث تغيرات بارزة في قيم الأفعال إنما مردها إلى تحول وحدات التعداد *(Bit)* الأولى للصبغيات.

الجدول (3.2.1): نتائج المحاكاة

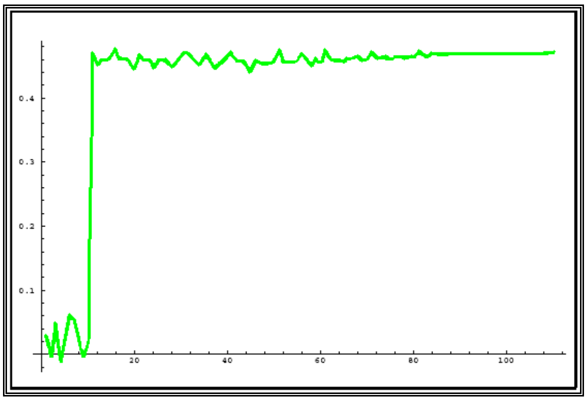
	إحتمال التحول ثابت $p_m = 0.02$	إحتمال التحول ثابت $p_m = 0.02$	إحتمال التحول غير ثابت p_m (تطوري)
معدل J^L	10.1736	10.1742	10.1738
$J^L_{\min}$	10.1731	10.1731	10.1731
$J^L_{\max}$	10.5768	11.5947	10.2353
التباين	0.001252	0.006248	0.00004961

المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ من خلال الجدول (3.2.1) أن التباين *(Variance)* يبقى بقيمة صغرى عند إستعمال الإحتمال التطوري.

الشكل (3.2.4): التغيرات الحاصلة في الفعل المتوسط من جانب الرائد

في حالة إحتمال تحول تطوري p_m



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يوضحه الشكل البياني (3.2.4) أن إستعمال الإحتمال التطوري يحيل دون حدوث قفزات كبرى. ومن ثمة فإننا نستنتج بأن تطور أفعال الرائد تبقى نوعا ما مستقرة بعد إنقضاء فترة زمنية معينة.

وفي كل المحاكاة، مهما كان نوعها، فإن الحصول على الحل الأمثل يتم بصورة عملية بعد الجيل الثاني لجماعة الأفراد المعنية ويعود ذلك بصفة بديهية إلى حجم الجماعة الإبتدائية، وإلى سعة فضاء البحث الخاص بالأفعال $D=[-1,1]$ التي تعد إلى حد ما ضئيلة.

3.1 لعبة حرب الأسماك (Fish war Game) :

نريد أن نستعرض هنا لعبة متكررة تسمى لعبة حرب الأسماك وقد تناولها من قبل "Li" و"BAŞAR" سنة 1987، وبينما يعد كل من "Levhari " و"Mirman " سنة 1980 هما أول من درس هذه اللعبة التي تعتمد أساسا على دوال إستجابة لاخطية [1].

وتتمثل هذه اللعبة في دخول دولتين في حرب من أجل الصيد البحري (صيد الأسماك).

تكون دالتا خسارة هاتين الدولتين هما على التوالي:

$$J^L=-\log u-\beta_L\log\left(x-u-v^{\mu_L}\right)^{\tau}..........(3.2.5)$$

$$J^S=-\log v-\beta_S\log\left(x-v-u^{\mu_S}\right)^{\tau}..........(3.2.6)$$

حيث أن $0<\beta_i$ ، $\mu\geq 1$ ، $0<\tau<1$ ، $0<x<\infty$ ، $i=1,2$ ، وكذلك :

$$(u,v)\in D=\left\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+v^{\mu_L}\leq x,u^{\mu_S}+v\leq x\right\}$$

فإذا كل دولة تسعى إلى تدنية حجم خسائرها المرتبطة كذلك بأفعال الدول الأخرى حيث أن u ، v قيمتان تمثلان مستوى إستهلاك الأسماك (أي مستوى الصيد) للدولتين L و S .

β_L و β_S تمثلان نسبة الإقتطاع *(Discount rate)*، أما المتغير x فيمنح لنا معرفة حجم جماعة الأسماك أي الكمية المتوفرة ، إذ نفترض أن قيمة x ثابتة في الزمن.

ووفق "Li" و"BAŞAR"، فإننا نوظف قيم المعالم التالية [2]:

---

[1] LEVHARI, D., and L. J. MIRMAN, *The great fish war: an example using a dynamic Cournot-Nash solution*, Bell Journal of Economics, 11, Spring,USA, 1980,P322–334.

[2] LI, S., and T. BAŞAR, *Distributed Algorithms for the Computation of Noncooperative Equilibria*, Previous Reference,P527.

$$(\tau,\mu_L,\mu_S,\beta_L,\beta_S,x)=(0.2852,1.1,1.2,0.8,0.48,1.259)\ldots\ldots\ldots(3.2.7)$$

وإذا أخذنا بهذه القيم فإن حل التوازن من نوع "Nash" يكون $(u^N,v^N)=(0.3,0.9)$ مقابل قيمتي خسارة $(J^{L^N},J^{S^N})=(1.1859,0.3920)$. أما من زاوية الحل من نوع "Stackelberg" حيث يكون لدينا L هو البلد الرائد في اللعبة $(u^S,v^S)=(1.19426,0.01896)$ بخسارتين هما $(J^{L^S},J^{S^S})=(0.49714,4.77)$.

نستعمل في هذه الحالة خوارزم جيني بحجم جماعة صغيرة $N=4$، ويكون طول الصبغيات $l=14$، لقد إرتأينا إستعمال جماعة ذات حجم صغير لأن طبيعتها تظهر أكثر واقعية كما أنه من الصعب أن نتصور بأن اللاعب يستطيع القيام بعدد كبير من الأفعال، كلها بصورة عشوائية .

ونعبر في هذه الحالة عن الدالة d بهذه الصيغة $d\left(\left\{\underbrace{0,\ldots,0}_{14}\right\}\right)=0$ و $d\left(\left\{\underbrace{1,\ldots,1}_{14}\right\}\right)=1.3$ بينما تكون درجة الدقة تساوي 10^{-4} بسبب وجود قيد على المجال D فإنه يحصل لدينا أن القيمتين $u,v\leq 1.21159$. ونعرف بواسطة $\tilde{c}$ الصبغية التي من أجلها $u=1.21159$، بمعنى أن $d(\tilde{c})=1.2115$. كما نفترض من البداية أن $p_c=0.85$ و $p_m=0.35$. لكننا نحاول مرة أخرى أن نقلص تدريجيا من قيمة الإحتمال p_m في الأجيال الخمسة الأولى. ولا نسمح بعد ذلك، بإجراء التحول سوى في الوحدات التعداد السبع الأخيرة بإحتمال $p_m=0.1$. وبذلك نكون بصدد البحث عن أفضل فعل في مجال أقصاه ± 0.0127 بما أن في هذه المسألة تكون $d\left(\left\{\underbrace{0,\ldots,0}_{7},\underbrace{1,\ldots,1}_{7}\right\}\right)=0.0127$، إضافة إلى ذلك فإنه إذا حصل خلال عملية التهجين أو التحول وأن تغيرت صبغية $\bar{c}$ بصورة تكون فيها $d(\bar{c})>d(\tilde{c})=1.2115$،فإنها تتحول بصورة آلية لتصبح $\tilde{c}$.

الجدول (3.2.2) : نتائج الخوارزم الجيني المتحصل عليها من دوراته الخمسين

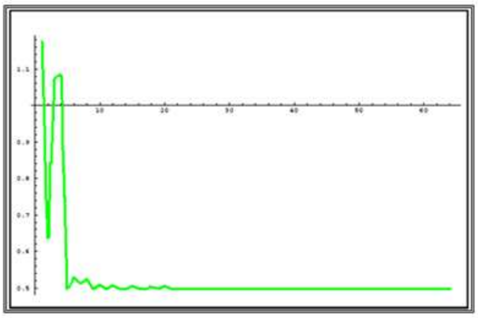
$u_{\max}$	$J^L_{\max}$	J^L_{Min}	الفعل المتوسط	
0.498584	0.50102	0.497147	0.497212	J^L
5.73240	3.88007	4.76253	4.94189	J^S
1.2041	1.1733	1.19400	1.19657	u
0.0082	0.0418603	0.019262	0.0164508	v

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

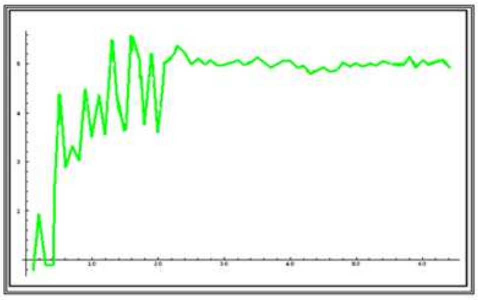
إن إستعمال الخوارزم الجيني حينذاك يجرى 50 مرة، ويبرز الجدول (3.2.2) النتائج المتوسطة لهذه العملية، إذ نجد كما كان منتظرا، أن الخسارة المتوسطة التي تساوي 0.497212 تقارب كثيرا الخسارة المثلى في حل "Stackelberg" 0.4971 . بالإضافة إلى أن التغيرات تبقى ضعيفة، كما أن أحسن محاكاة تحقق لنا $J^L = 0.497147$ ، كما تتحقق في أسوأ الظروف $J^L = 0.50102$ القيمة التي تناسب أضعف فعل للرائد $u_{\min} = 1.1733$ في حين أن $u_{\max} = 1.2041$ يعطينا $J^L = 0.498584$.

يمكن لنا أن نوضح بيانيا بدون عناء أثر عملية التهجين وعملية التحول، إذ يتبين أنه قبل الفترة 20 (بما يناسب الجيل الخامس للجماعة) يمكن أن تحدث تموجات كبرى *(Large oscillation)*.

الشكل (3.2.5): تغيرات متوسط الخسائر من جانب الرائد



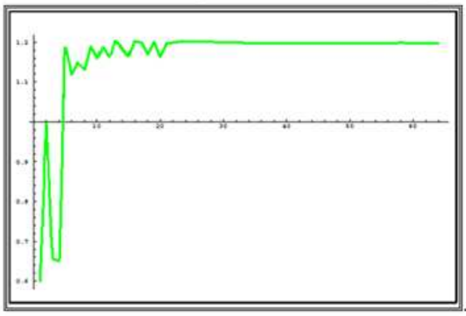
الشكل (3.2.6): تغيرات متوسط الخسائر بالنسبة للملاحق



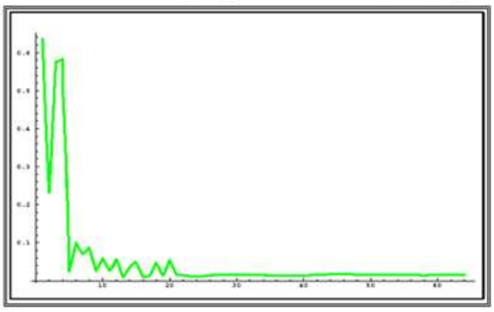
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ أنه لا تحدث إلا تموجات صغيرة بعد الفترة 20 والتي تصنع ما يعرف بالضبط الجيد *(fine tuning)*، وهذا سواء بالنسبة للرائد (3.2.5) أو الملاحق (3.2.6) .

الشكل (3.2.7): تغيرات الفعل المتوسط بالنسبة للرائد



الشكل (3.2.8): تغيرات الفعل المتوسط بالنسبة للملاحق



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ أن المآل نحو الحل التوازن من نوع "Stackelberg" يحدث في ظرف زمني سريع نوعا ما، وفي المتوسط فإنه بعد كل عشر فترات فقط تقارب قيمة فعل الرائد القيمة التي نحصل

عليها بواسطة حل "Stackelberg"، ويجب التنويه مرة أخرى بأن فضاء البحث يبقى كما هو في كل الفترات.

2 التعلم على التنظيم لملوث *(Learning to regulate a polluter)* :

سنتطرق هنا إلى التعلم على الحل من نوع "Stackelberg" في سياق لعبة ديناميكية وبالتحديد للعبة التلوث التي سبق وأن درسنا حلول "Stackelberg" المناسبة لها في الفصل الثالث من القسم الأول.

من المعلوم أن هذه اللعبة تتكون من منظمة إحتكارية التي تتسبب في إحداث تلوث بسبب عملية الإنتاج. ومن منظم يسعى إلى تعظيم دالة الرفاهية *(The function of Wellness)* وتتمثل أفعال هذين اللاعبين أساسا في الإنتاج من جهة وفرض الضريبة على الإنتاج من جهة أخرى. وتبقى الضريبة المثلى تعتمد بطبيعة الحال على معرفة دالة إستجابة المحتكر معرفة جيدة لكن هل من فائدة المحتكر أن يكشف عن شكل أرباحه وخاصة التكاليف في عالم يظهر فيه المنظم أنه يجهل تماما دالة الإستجابة تلك، وهو (المحتكر) يعلم جليا أن هذه الأرباح والتكاليف هي التي تحدد الضرائب التي تفرض عليه؟ ومن ذلك يكون من الحاجة، أن نستعرض في سياق هذه الدراسة القدرة التي يتمتع بها الخوارزم الجيني في تمكيننا من التعلم على تحديد الضريبة المثلى. إننا نعلم (كما رأينا في الفصل الثالث من القسم الأول) بأن هناك عدة حلول توازن (بحسب طبيعة بنية المعلومة إن كانت من الحلقة المفتوحة أو ذات المفعول الرجعي ...إلخ)، ومنه يكون من حقنا أن نتساءل عن طبيعة الحل الذي سيؤول إليه الخوارزم الجيني: والجواب هو إلى الحل الأمثل لا محالة.

1.2 الحل القصير النظر*(The myopic solution)*:

بالإضافة إلى الحلول الديناميكية التي كنا تطرقنا إليها في الفصل الثالث من القسم الأول فإننا سنتطرق هنا إلى دراسة حل من نوع "Stackelberg" يسمى بالقصير النظر، أي الحل الذي بواسطته نصل إلى معالجة اللعبة من دون أن يعتمد أحد من اللاعبين على الأخذ بالحالة الديناميكية للعبة بل يكتفي فقط بقيمة التلوث الراهن كمعطية خارجية. وسنعتمد على مثل هذا التوازن في حالة إذا كان الخوارزم الجيني يؤول نحو حل للعبة مكررة ساكنة وليست ديناميكية.

للتذكر فإنه في الفترة t، يكون لدينا الدالتان اللتان يجب تعظيمهما (الرفاهية، الأرباح) بالنسبة لكلا اللاعبين حيث أن: الضابط *(The regulator)* هو اللاعب L، والمحتكر *(The monopoly)* هو اللاعب S :

$$J_t^L = \gamma q_t - \frac{q_t^2}{2} + \tau_t q_t - \frac{\delta x_t^2}{2} ....(3.2.8a)$$

$$J_t^S = (a - bq_t)q_t - wq_t - \tau_t q_t - \alpha x_t q_t ....(3.2.8b)$$

حيث أن: τ و q يمثلان مستوى فرض الضريبة ومستوى الإنتاج على الترتيب، ويتطور التلوث x_t حسب ديناميكية الحالة التالية:

$$x_{t+1} = \beta q_t + \tilde{\beta} x_t ....(3.2.9)$$

نحصل على دالة إستجابة المحتكر، حسب المعطيتين x_t و τ_t، بمجرد تعظيم الأرباح الآنية *(Instant Profits)* J_t^S :

$$q_t^* = \frac{a - w - \tau_t - \alpha x_t}{2b} ....(3.2.10)$$

ونظرا لدالة الإستجابة هذه، فإن تعظم دالة الرفاهية الآنية *(Wellness instant)* J_t^L للمنظم وهذا بمعرفته لقيمة x_t تعطينا مستوى تحديد الضريبة المثلى التالي:

$$\tau_t^* = \frac{(1 + 2b)(a - w - \alpha x_t) - 2b\gamma}{1 + 4b} ....(3.2.11)$$

وفي الأخير فإننا نحصل على مستوى تحديد الضريبة بعد دمج الدالة (3.2.11) في الدالة (3.2.10).

2.2 تطبيق الخوارزم الملائم:

إن معالجة هذه اللعبة التي نجد فيها الرائد (المنظم) يبحث عن تحديد الضريبة المثلى حسب الخوارزم الجيني التالي:

(1) إنشاء جماعة من N صبغيات. وكل صبغية تناسب مستوى معين من الضريبة الممكنة، وتختار الجماعة الإبتدائية هذه بصفة عشوائية وفق سحب منتظم على المجال $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$. للعلم فإن الحدين $\tau_{\min}$ و $\tau_{\max}$ يمثلان معدل الضريبة الضعيف والأعلى الذين يعتبرهما المنظم معقولين من خلال المعلومة التي تحصل عليها، والتي تخص بنية المسألة.

أما بالنسبة للمحاكيات التي سنقوم بها لاحقا فسيكون لدينا $\tau_{\min} = 30$ و $\tau_{\max} = 115$.

(2) التشفير: نقوم بتشفير كل مستوى من مستويات الضريبة على أنه متتابعة مزدوجة بطول $l = 16$، وبذلك تصبح دالة إزالة التشفير كالتالي: $d\left(\left\{\underbrace{0,...,0,...,0}_{16}\right\}\right) = 30$ و $d\left(\left\{\underbrace{1,...,1,...,1}_{16}\right\}\right) = 115$، أما درجة الدقة فتتحدد ما بين 10^{-2} و 10^{-3}.

(3) تقييم الأداء لكل فعل في كل إعادة ***(Iteration)*** لعملية الخوارزم الجيني، تتحدد مستويات الضريبة الموافقة تدريجيا بحيث يقابل كل فترة فعل. وفي مرحلة تالية يلاحظ المنظم المستوى المناسب للكمية التي ينتجها المحتكر (الإنتاج q). ومن المفترض أننا نتحصل عن هذا المستوى من دالة إستجابة هذا المحتكر. كما يتضح أن مستوى التلوث يتزايد وفق معادلة الحالة، وهنا تكون دالة أداء كل فعل من الأفعال تعبر عن درجة الرفاهية التي يجدها المنظم في الفترة الموافقة لإنجاز هذا الفعل وبالطبع فإن درجة الرفاهية هذه ترتبط إرتباطا وثيقا بمستوى التلوث.

(4) إنشاء جماعة جديدة تكون عملية الإنتقاء في هذه الحالة عبارة عن عجلة اليانصيب المنحرفة نأخذ بإحتمال تهجين $p_c = 0.85$ إلى جانب إحتمال تحول تطوري. بداية نشرع في العمل بإحتمال تحول $p_m = 0.15$

ليتناقص تدريجيا بقيمة 0.03 مع كل جيل إلى غاية الجيل الرابع ليصبح هذا الإحتمال يساوي $p_m = 0.06$ ، بعدئذ و إبتداء من الجيل الخامس نفترض أن هذا الإحتمال ثابت القيمة $p_m = 0.05$ ولا يسمح بأي تحول إلا في وحدات التعداد الإثنتي عشرة الأخيرة ثم نحصر فضاء البحث عن الضريبة المثلى في مجال محدد ± 5.3235 مقارنة بالبحث عن أفضل قيمة للضريبة بما أنه لدينا $d\left(\left\{\underbrace{0,...,0,...,0}_{12}\right\}\right) = 30$ و $d\left(\left\{\underbrace{1,...,1,...,1}_{12}\right\}\right) = 35.3235$.

إن الدافع من وراء اللجوء إلى إحتمال تحول تطوري p_m هو ملاحظة المنظم التي تكشف على أنه يصعب بل يستحيل أن يجرب بقوة الفعل ولمدة زمنية طويلة الطرائق التي تكشف له عن قيمة الضريبة المثلى. وفي الأخير يمكن القول بأن التعلم يمر بالمراحل الأساسية التالية:

(1) المبادأة : تهيئة عداد الفترات: $j = 0$

(2) يختار المنظم بالصدفة N مستويات للضريبة $pop = (\tau_1,...,\tau_N)$

(3) من أجل $i := 1$ إلى غاية N .

(أ) يفرض المنظم الضريبة τ_{j+i} .

(ب) فور علمه بمستوى التلوث الراهن x_{j+i} ، وبمستوى فرض الضريبة τ_i يتصرف المحتكر بإستجابة عن طريق مستوى إنتاج أمثل q_{j+i} .

(ت) يتغير مستوى التلوث، وفق الديناميكية التالية : $x_{j+i+1} = f(x_{j+i}, q_{j+i})$

(4) يختار المنظم جماعة بحجم N من مستويات الضريبة بإستعمال عوامل الإنتقاء التهجين والتحول.

(5) تزويد العداد *(Increment the counter)* $j = j + 4$.

(6) تتكرر المراحل من (3) إلى (5) إلى غاية الوصول إلى الفترة النهائية $j = T$.

3.2 محاكاة لقضايا التلوث بإستخدام الحل من نوع "Stackelberg":

نستعمل قيم المعالم التالية:

$a = 150$ ، $b = 5$ ، $w = 2$ ، $\alpha = 2$ ، $\delta = 3$ ، $\beta = 0.5$ ، $\tilde{\beta} = 0.5$ ، $\gamma = 5$

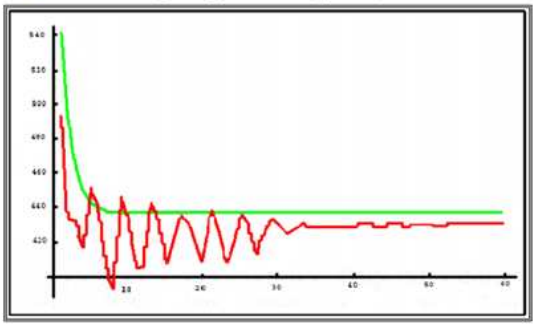
مع العلم أن مستوى التلوث الإبتدائي هو $x_1 = 1$ ، والأفق الزمني هو $T = 60$.

نحاول بعد ذلك وبالدرجة الأولى إجراء مقارنة بين النتائج التي تحصلنا عليها بواسطة الخوارزم الجيني مع النتائج المحصل عليها بواسطة حل التوازن من نوع "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة (OI)، وكذلك من حل التوازن لـــ "Stackelberg" المعروف بالحل القصير النظر (MS).

نجد أن المنحنيات الأقل تذبذبا التي تظهر في جميع الأشكال البيانية تتناسب جيدا مـــع النتـــائج المتحصل عليها من الخوارزم الجيني.

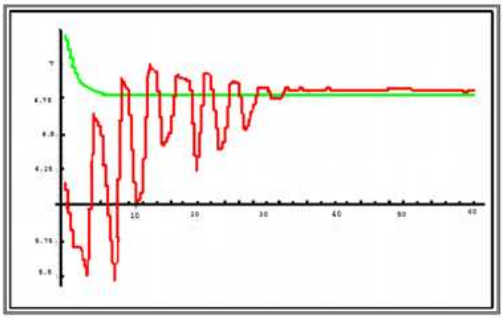
الشكل(3.2.9): منحنى تغيرات دالة الرفاهية J_t^L

من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل الحل القصير النظر (—)



الشكل (3.2.10): منحنى تغيرات الإنتاج q_t

من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل الحل القصير النظر (—)

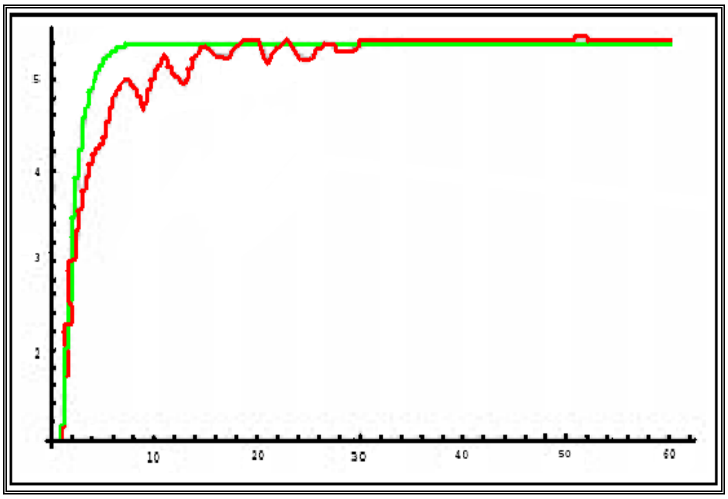


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يلاحظ من خلال الشكلين البيانيين (3.2.9) و(3.2.10) أن الخوارزم الجيني سيؤول بعد حوالي 30 فترة نحو فائدة إجتماعية آنية تكون نوعا ما أقل من تلك التي نتحصل عليها من الحل القصير النظر.

الشكل(3.2.11): منحنى تغيرات مستوى التلوث x_t

من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل الحل القصير النظر (—)

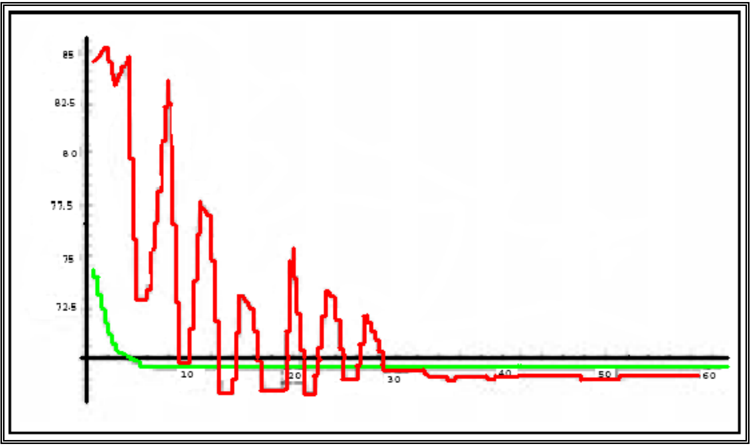


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني (3.2.11)مستوى التوازن للتلوث يفوق قليلا مستوى التوازن المتحصل عليه في الحل القصير النظر.

الشكل (3.2.12) : منحنى تغيرات الضريبة τ_t

من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل الحل القصير النظر (—)

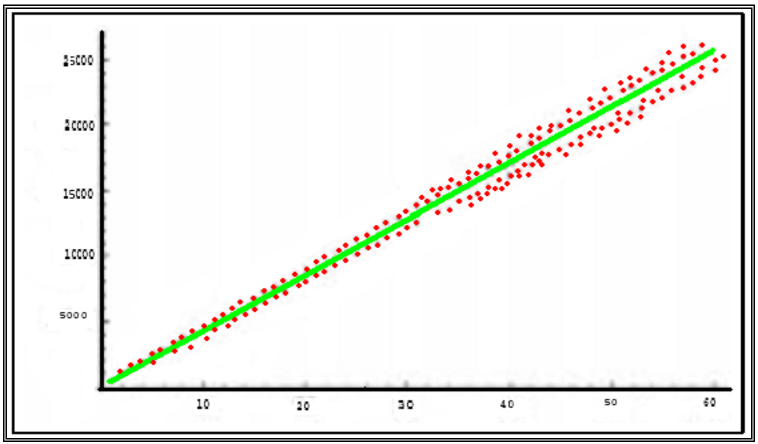


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يعكس الشكل البياني (3.2.12) أن مستوى التوازن للضريبة يصبح أقل بشيء طفيف من مستوى التوازن الذي نحصل عليه بواسطة الحل القصير النظر.

الشكل(3.2.13) : الرفاهية المجمعة (حسب الطرق التالية:)

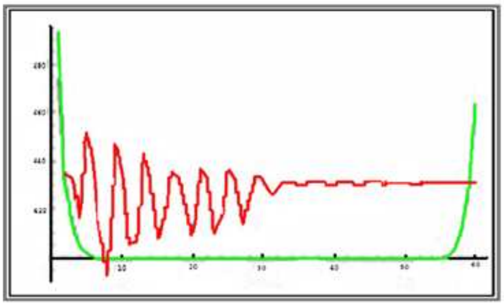
الحل القصير النظر، الخوارزم الجيني، الحلقة المفتوحة



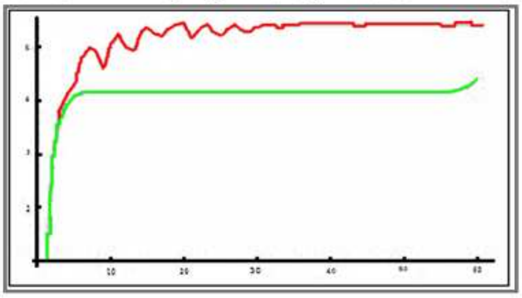
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يجب التنويه هنا بأنه خلال المرحلة التعلم النشطة للخوارزم الجيني التي يمكن تحديدها بالتقريب في الفترة 30 ، تصبح المكاسب المتجمعة للمنظم ضعيفة إلى حد ما.

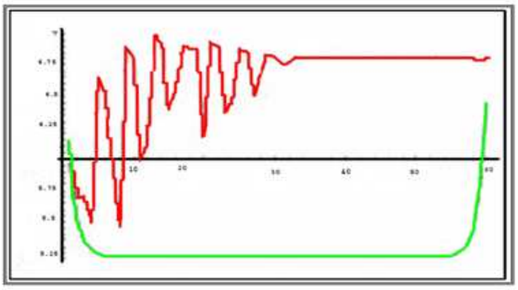
الشكل (3.2.14): منحنى تغيرات دالة الرفاهية J_t^L
من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل حل الحلقة المفتوحة (—)



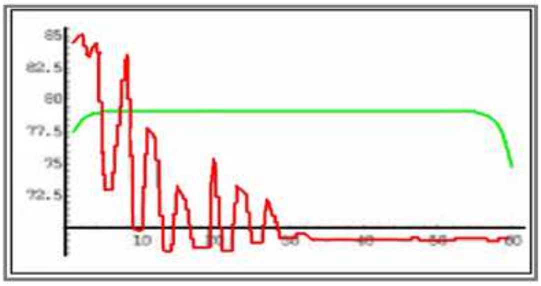
الشكل (3.2.15): منحنى تغيرات التلوث x_t
من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل حل الحلقة المفتوحة (—)



الشكل (3.2.16): منحنى تغيرات الإنتاج q_t
من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل حل الحلقة المفتوحة (—)



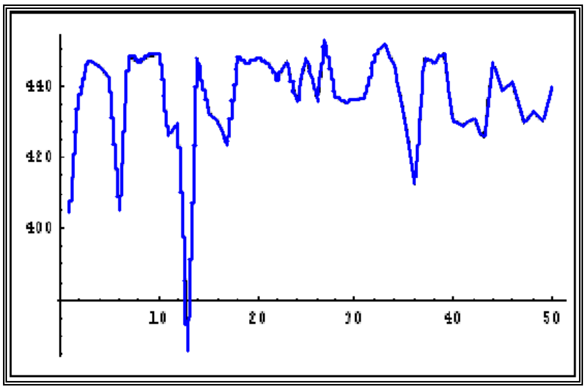
الشكل (3.2.17): منحنى تغيرات الضريبة τ_t
من خلال الخوارزم الجيني (—) مقابل حل الحلقة المفتوحة (—)



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

إن الأشكال البيانية من (3.2.14) إلى (3.2.17) تمنحنا مقارنة بين الخوارزم الجيني وحل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة، إذ يتضح لنا من خلالها أن حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة يتميز بخاصية تسمى نهاية العالم *(End of the World)* عندما نصل في الزمن إلى الفترة $t \to T$، وهذه الظاهرة تغيب عن الحل القصير النظر بسبب طبيعة بناءه، ولنفس السبب تغيب كذلك في الحل المحصل عليه بواسطة الخوارزم الجيني. وبصفة عامة نستطيع أن نقول بأن الحل الذي نحصل عليه بواسطة الخوارزم الجيني يبقى دائما أحسن من حل "Stackelberg" من نوع الحلقة المفتوحة، بحيث يمنحنا مستوى ضريبة أقل مقابل مستويات إنتاج وتلوث عالية.

الشكل(3.2.18): تغيرات قيمة دالة الرفاهية J_{60}^{L} من خلال 50 محاكاة يجريها الخوارزم



المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح لنا الشكل (3.2.18) مختلف القيم المتعلقة بالرفاهية في الفترة $t = 60$ $\left(J_{60}^{L}\right)$ بالنسبة لخمسين محاكاة.

الجدول(3.2.3): مقاييس إحصائية خاصة باللاعب J^{L} من خلال 50 محاكاة يجريها الخوارزم

اللاعب J^{L}	المتوسط الحسابي *(Average)*	الوسيط *(Median)*	التباين *(Variance)*	الإنحراف المعياري *(Standard deviation)*
الخوارزم الجيني	436.487	439.062	222.062	14.9207

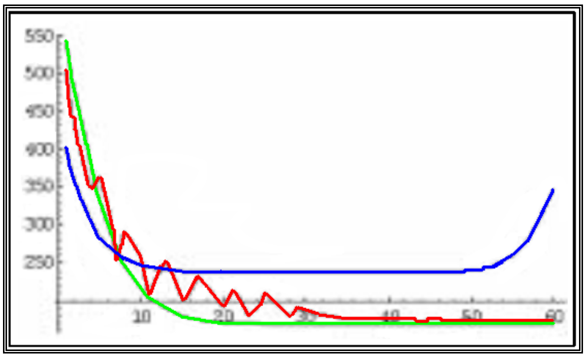
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يعطينا الجدول (3.2.3) كل المقاييس الإحصائية لـــ 50 محاكاة يجريها الخوارزم، ومن الممكن أن نستخلص من هذا الجدول بأن قيمة الوسيط تكون أكبر من قيمة المتوسط الحسابي. مما يدلنا على قوة عمل هذا الخوارزم فيما يتعلق بتكرار المآل إلى الحد الأمثل. وتقدر قيمة الرفاهية القصوى هنا بـــ 452.052 أما الصغرى فتقدر بـــ 366.481 .

ومن هذه المحاكاة، فإننا نستنتج بأن الحل القصير النظر يبقى هو الأفضل من كـــل الحلـــول الأخرى. حتى وإن كان من غير الواضح تحديد الشروط التي من شأنها أن تجعل من هـــذا الحـــل القصير النظر أفضل من الحل بطريقة الحلقة المفتوحة أو من حل آخر ممكن، حيث مما لاشك فيه أن قيمة المعلمة $\tilde{\beta}$ تبقى تلعب دورا مرجحا.

الشكل(3.2.19) : تغيرات الدالة الرفاهية J_t^L عندما $\tilde{\beta}=0.8$

حسب الحلقة المفتوحة (ـــ)، الخوارزم الجيني (ـــ)، الحل القصير النظر (ـــ)

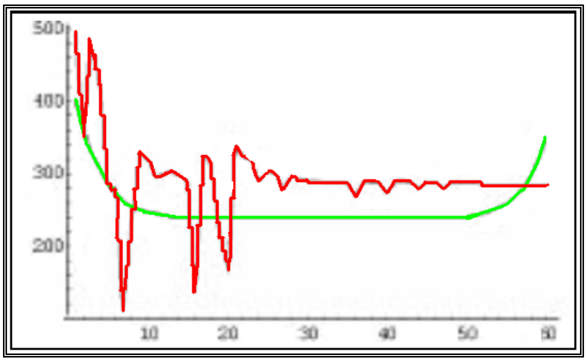


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

بوجه عام فإن معظم هذه الحلول تعتمد بالدرجة الأولى على قدرة الطبيعة على إستعاب التلوث والقضاء عليه، في حالة $\tilde{\beta}=0.8$ فإن إستراتيجية الحلقة المفتوحة هي التي نجدها تطغى وهيمن على إستراتيجة الحل القصير النظر، لأن هذه الإستراتيجية التي نحصل عليها من الخوارزم الجيني تتغير في حدود متوسط ما بين الإستراتيجيتين. ومن الأهمية ذكره أن النتائج التي نتحصل عليها من إستعمال هذا الخوارزم الجيني تبقى مرتبطة أساسا بالحجم الضعيف للجماعة الإبتدائية المستخدمة.

الشكل (3.2.20) : المحاكاة الوضعية التي تكون فيها $J_{AG}^L > J_{OI}^L$

حسب الحلقة المفتوحة (ـــ)، الخوارزم الجيني (ـــ)



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

كما يبين الشكل (3.2.20) فإن المحاكاة بواسطة الخوارزم الجيني قد تعطي نتائج أفضل من الإستراتيجيتين الأخريتين (الحل الحلقة المفتوحة، الحل القصير النظر). يتبين وفق هذه المعالم بأن

الحل من المفعول الرجعي يبقى هو الأوفق فهو الحل الذي تؤول إليه بالضرورة المحاكاة الجيدة للخوارزم الجيني.

3 الضبط الجيد *(Fine tuning)* :

واضح مما سبق دراسته أن إستعمال الخوارزم الجيني قد يعطينا نتائج جيدة للغاية، لكنه للوصول إلى هذا الهدف يجب أن تحدث في بداية الأمر صدمات تكون نوعا ما كبيرة وهذا ما يبدو من وجهة نظر إقتصادية بعيدا عن الواقعية. إضافة إلى ذلك يجب التنويه هنا بأن هذه الدراسة قد إقتصرت على التشفير الثنائي فحسب مما يفسر الصعوبة التي يجدها الخوارزم الجيني في أن تؤول نتائجه نحو أفضل إستراتيجية توازن لـــ "Stackelberg" كما هو الشأن في حالة لعبة التلوث التي سبق التطرق إليها. وأما من حيث الإستعمال الفعلي والحقيقي للخوارزم الجيني في عملية التعلم على حل "Stackelberg" فبإمكاننا أن نعرف الإجابة عن ذلك من خلال طريقة الضبط الجيد *(Fine Tuning)*. فمثلا نفرض في إطار لعبة التلوث التي أشرنا إليها، بأن هناك منظما جديدا داخل في اللعبة وعليه فإذا كان المنظم السابق قد تعود على فرض ضريبة في حدود مستوى $\tau^h = 65$ التي يقابلها مستوى تلوث $x^h = 5.7241$، لكن إذا نظرنا إلى المستوى x^h، فإن المستوى الأمثل للتسعيرة يكون $\tau^* = 69.469$، ثم إذا إفترضنا أن المنظم الجديد شك في معرفة أمثلية فعل المنظم السابق فالمنظم الجديد يمكنه في هذه الحالة أن يجري بحثا محليا إلى حد ما للوصول إلى الضريبة المثلى بواسطة خوارزم جيني وهي العملية التي تعرف بالتحديد بطريقة الضبط الجيد.

الجدول (3.2.4) : الضبط الجيد والخوارزم الجيني

المجال	الرفاهية المجمعة	نسبة الزيادة في الرفاهية المجمعة
المشغول	25566.9	/
المجال الأول $[61.75,68.3]$	25802.6	$\left(\frac{25802.6}{25566.9}\times 100\right)-100 = 0.921895$
المجال الثاني $[58.5,71.6]$	25881.2	$\left(\frac{25881.2}{25566.9}\times 100\right)-100 = 1.229323$
المجال الثالث $[55,81]$	25843.3	$\left(\frac{25843.3}{25566.9}\times 100\right)-100 = 1.081085$
المجال الرابع $[65,71.5]$	26041.8	$\left(\frac{26041.8}{25566.9}\times 100\right)-100 = 1.857479$

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يبين الجدول (3.2.4)النتائج التي نحصل عليها من عملية البحث هذه، إذ يمكننا أن نلاحظ بأن المكاسب المحققة هنا تكون موجبة بغض النظر عن مجال البحث المسموح به.

4 تعلم الإستراتيجية التحفيزية:

سبق وأن أوضحنا بأن الخوارزم الجيني يستطيع الوصول إلى حل إستراتيجية "Stackelberg". وسوف نحاول أن نبين هنا إمكانية تحديد أيضا الإستراتيجية التحفيزية لـ "Stackelberg" بواسطة الخوارزم الجيني. ونذكر من ميزة هذه الإستراتيجية مساعدة الرائد للوصول إلى الحد الأمثل المطلق.

إن في حالة الألعاب الخطية التربيعية [1] يمكن حصر الإستراتيجية التحفيزية γ في جملة من الإستراتيجيات المعرفة كما يلي:

$$\gamma^t(v) = u^t + q(v - v^t) \ldots\ldots\ldots(3.2.12)$$

حيث أن q هي المعلمة في الإستراتيجية المرغوبة v^t التي تعاقب كل إنحراف يصدر من الملاحق و لكن q^* هي القيمة المثلى للمعلمة q والتي نتحصل عليه بالعلاقة:

$$v^t \equiv \arg \min_{v \in V} J^F\left(u^t + q^*(v - v^t), v\right) \ldots\ldots\ldots(3.2.13)$$

حيث أن (u^t, v^t) هي زوج الأفعال الذي يسمى الفريق الأمثل، والذي نحصل عليه بواسطة:

$$(u^t, v^t) = \arg \min_{u \in U, v \in V} J^L(u, v) \ldots\ldots\ldots(3.2.14)$$

وبالنظر إلى طبيعة هذه الإستراتيجية التحفيزية البسيطة (الإستراتيجية الخطية)، فإن حساب الوزن الأمثل لـــ q^* (عن طريق المعادلة(3.2.13)) يقتضى معرفة دالة خسارة الملاحق. وفي حالة عدم معرفة هذه المعلمة، فإننا سنلجأ حتما إلى العمل بمسار التعلم. وقد إقترح "Ting" مسار تعلم تكيفي غير أنه يفترض المعرفة المسبقة لشكل الدالة كونه يعتمد أساسا على طريقة التدرج

[1] سبق التعرض إليها في الفصل الثاني من القسم الأول

(Gradient) [1]، وفي حالة عدم توفر أي معرفة من ذلك، فيتحتم علينا الأخذ بواسطة الخوارزم الجيني أو بأي طريقة بحث عشوائية أخرى عند الإقتضاء.

كما سبق ذكره فإن الخوارزم الجيني الذي يساعدنا على إيجاد الإستراتيجية التحفيزية المثلى يمر بالمراحل التالية (وهذا بإفتراض وجود فعلي لإستراتيجية الفريق الأمثل):

(1) حساب زوج من الفريق الأمثل (u^t, v^t).

(2) إختيار الجماعة الإبتدائية بـــ N من الصبغيات $pop = (c_1, ..., c_N)$.

(3) كل صبغية تناسب وزنا معينا q : $popq = d(pop) = (q_1, ..., q_N)$.

(4) من أجل كل i من 1 إلى N.

(أ) يختار الرائد الإستراتيجية التحفيزية المطابقة γ_i.

(ب) يستجيب الملاحق بفعل أمثل v_i، الذي يمكنه من تدنية $J^S(\gamma_i(v), v)$.

(ت) يرد الرائد بواسطة $u_i = \gamma_i(v_i)$.

(ث) يتم تقييم أداء الإستراتيجية التحفيزية i : $(f(q_i))$.

(5) ينشأ جيل جديد من الصبغيات (الوزن) بواسطة عوامل الإنتقـــاء، التـــهجين والتحول.

(6) تكرر المراحل من (2) إلى (5) إلى غاية الزمن النهائي T.

5 ضبط السوق الإحتكارية:

سنقوم هنا بإختبار أداء الخوارزم الجيني وتطبيقه على مسألة تتعلق بتنظيم سوق إحتكارية.

من العلوم أن "Ting" كان قد تطرق إلى دراسة ومعالجة المسألة وفق طريقة تكيفية [2]، مما يساعدنا هنا على أخذ نظرة موازنة عن طريقتين متباينتين وآثارهما في دراسة نفس المسألة .

إن النموذج المقترح هنا بسيط جدا: يوجد محتكر ينشط في سوق يمكن تحديدها بواسطة منحنى طلب خاص بهذه السوق ويكون بهذا الشكل: $p = a - bq$ حيث تمثل p الأسعار وأن q الكمية المنتجة، وأن a و b عبارة عن معلمتين خارجيتين، يفترض أنهما ثابتتان. وببساطة يمكن تحديد

[1] TING, T. L., *Adaptive incentive controls for Stackelebrg games with unknown cost functionals,* Master’s thesis, Univeristy of Illinois, Urbana-Champaign,USA, 1984,P96.

[2] TING, T. L., *Adaptive incentive controls for Stackelebrg games with unknown cost functionals,* Previous Reference ,P115

التكاليف الحدية بهذه الصورة: $C_m = C$، حيث تعتبر C وحدة حساب بالنسبة للكمية المنتجة. نفترض في هذه الحالة أن الحكومة التي تبقى تجهل القيمتين الحقيقيتين للمعلمتين a و b ترغب في تنظيم الإحتكار بصورة ينتج فيها حسب مستوى منافسة تامة وحرة، ولتكن q^* تمثل هذا المستوى المعين من الإنتاج، وفضلا عما جاء به "Ting"، فإننا نفترض بأن الحكومة، عن طريق مثلا إجراء تحقيق *(The survey)* يمس أحوال السوق لتواكب معرفتها لتطور المستويات الراهنة للأسعار p_a والإنتاج q_a، إلى جانب ذلك فإننا نفترض بأن فعل التنظيم الذي تقوم به الحكومة تعتمد أساسا على دعم وحيد.

بواسطة دالة الطلب العكسي *(Inverse demand)* نحصل على ما يلي:

$$a = p_a + bq_a ....(3.2.15)$$

وكما نعلم كذلك، فإن المحتكر يواصل الإنتاج إلى غاية مستوى تصبح فيه مداخيله الحدية مساوية لتكاليفه الحدية .بمعنى أن: $R_m = C_m$، غير أنه وفي إطار سوق تتميز بالمنافسة التامة والحرة *(The market pure and perfect)*، نجد أن المحتكر ينتج إلى غاية مستوى تتساوى فيه التكاليف الحدية والسعر $p = C_m$.

نعرف كذلك أن الدخل الحدي للمحتكر يساوي: $R_m = a - 2bq$، فإذا عرفنا قيمة b فإن الدعم الأمثل الوحيد S^* الذي تمنحه الحكومة يصبح بهذا النحو:

$R_m = C_m \Rightarrow a + S - 2bq^* = a - bq^* \Rightarrow S = bq^*$.

غير أنه في هذه الحالة a و b قيمتان مجهولتان، وهنا يتعين على الحكومة في الفترة i أن تجد أو تبحث عن تقدير لقيمتي هاتين المعلمتين من خلال تقديرها لقيمة $\tilde{q}_i$، أو أن تبحث مباشرة عن القيمة المثلى للدعم. ففي الطريقة الأولى تتم المعالجة بواسطة مسار تكيفي، أما الثانية فتعتمد على الخوارزم الجيني.

1.5 الطريقة التكيفية *(The adaptive method)* :

على غرار "Ting"، فإننا سنضع إستراتيجية دعم تحفيزية بهذه الصورة:

$$S = \tilde{b}_i q^* + D(\tilde{b}_i)(q - q^*) ....(3.2.16)$$

بمعرفة هذا الدعم فإن المحتكر يطمح إلى مستوى إنتاج يمكنه من تعظيم أرباحه. ولتقدير مستوى الإنتاج $\tilde{q}_i$ هذا، تحاول الحكومة حل ما يلي (بإستخدام المقدر $\tilde{b}_i$):

$$\frac{\delta \tilde{J}_i^S}{\delta \tilde{q}_i} = 0 ....(3.2.17)$$

حيث أن:

$$\tilde{J}_i^S = (a - bq_i)q_i - Cq_i + Sq ....(3.2.18)$$

هو الربح الإجمالي للمحتكر. وبحل المعادلة (3.2.17) نستخدم (3.2.15) و(3.2.15) فنحصل على ما يلي:

$$\tilde{q}_i = \frac{C + D(\tilde{b}_i)q^* - \tilde{b}_i q^* - p_a - \tilde{b}_i q_a}{2(D(\tilde{b}_i) - \tilde{b}_i)} ....(3.2.19)$$

التي تمثل تقديرا لمستوى إنتاج المحتكر، وهذا كإستجابة لإستراتيجية الدعم المتبعة.

ولنفرض التساوي في المعادلة (3.2.19) بين مستوى الإنتاج $\tilde{q}_i$ والإنتاج المرغوب فيه q^* فإن الحكومة قد تكون عمدت إلى حساب الوزن التحفيزي الأمثل الذي تتوفر عليه من:

$$D(\tilde{b}_i) = \frac{\tilde{b}_i (q^* - q_a) + C - p_a}{q^*} ....(3.2.20)$$

ولما كان تقدير $\tilde{b}$ على الأرجح غير صحيح، فإن الإنتاج الحقيقي سيختلف لا محالة عن q^*.
وبحل المعادلة (3.2.18) مع معرفة القيمة الحقيقية للمعلمة b نحصل على:

$$q_i = \frac{\left(C - p_a - \frac{q_a\left(\tilde{b}_i + b\right)}{2}\right)q^*}{C - p_a + \tilde{b}_i\left(q^* - q_a\right) - bq^*} \text{..........} (3.2.21)$$

ووفق طريقة "Ting" فإننا نستطيع أن نحدد دالة خطأ موجبة *(The error function positive)* بهذا الشكل:

$$E_i = \frac{1}{2}\left(q_i - q^*\right)^2 \text{..........} (3.2.22)$$

وباللجوء إلى طريقة بسيطة كطريقة التدرج *(Gradient method)* على E_i، فإن الحكومة تستطيع أن تحسن من تقديراتها لقيمة $\tilde{b}_i$ حسب هذه القاعدة :

$$\tilde{b}_{i+1} = \tilde{b}_i - \gamma\nabla_{\tilde{b}_i} E_i = \tilde{b}_i - \gamma\left(q_i - q^*\right)\nabla_{\tilde{b}_i} q_i \text{.........} (3.2.23)$$

بإجراء عملية الإشتقاق في الدالة (3.2.21) وبإستعمال قيمة $\tilde{b}$ على أساس أنها تقدير للمعلمة b نحصل على:

$$\nabla_{\tilde{b}_i} q_i = \frac{-q^*\left(2q^* - q_a\right)}{2\left(C - p_a - \tilde{b}_i q_a\right)} \text{..........} (3.2.24)$$

وبعد تعويضها في المعادلة (3.2.23) سوف نتحصل على الصيغة النهائية للمعادلة التكيفية.

$$\tilde{b}_{i+1} = \tilde{b}_i + \gamma\left(q_i - q^*\right)\left(\frac{q^*\left(2q^* - q_a\right)}{2\left(C - p_a - \tilde{b}_i q_a\right)}\right) \text{.........} (3.2.25)$$

2.5 طريقة الخوارزم الجيني(The method of genetic algorithm) :

يحاول الخوارزم الجيني البحث عن القيمة الحقيقية للمعلمة b (وبالتالي البحث عن قيمة S) ويتم هذا من خلال المراحل التالية:

(1) الإختيار العشوائي لجماعة تضم N من الصبغيات $pop=(c_1,...,c_N)$

(2) كل صبغية تمثل قيمة معينة لـــ $\tilde{b}$: $\tilde{b}=popb=d(pop)=(\tilde{b}_1,...,\tilde{b}_N)$

(3) من أجل كل i من 1 إلى N .

(أ) يلجأ الرائد إلى إستراتيجية الدعم التحفيزي التي يحصل عليها من (3.2.16) و (3.2.20).

(ب) يستجيب المحتكر بصورة مثلى بواسطة q_i كما تحددها المعادلة (3.2.21)

(ت) يتطور أداء الإستراتيجية التحفيزية i بـــ : $f(\tilde{b}_i,q_i)=\dfrac{1}{1+E_i(q_i)}$

(4) ينشأ جيل جديد من الصبغيات $(\tilde{b}_i)$، عن طريق العوامل الثلاثة (الإنتقاء التهجين، التحول)

(5) تكرر المراحل من (2) إلى (4) مرات عديدة إلى غاية حلول التاريخ النهائي T.

ونستعمل هنا الصيغة $f(\tilde{b}_i,q_i)=\dfrac{1}{1+E_i(q_i)}$ لكتابة دالة الأداء عوضا عن $f(\tilde{b}_i,q_i)=\dfrac{1}{E_i(q_i)}$ ، وهذا بغية تجنب إمكانية القسمة على الصفر (بحيث أن $E_i=0$ تبقى ممكنة الحصول).

3.5 محاكاة الطريقة التكيفية وطريقة الخوارزم الجيني:

لإجراء مقارنة بين الطريقتين، فإننا نستخدم قيم المعالم التالية:

$a=450$ ، $b=1.5$ ، $q_a=130$ ، $p_a=255$ ، $p^*=60$ ، $C=60$ ، $q^*=250$ ، $\gamma=0.00001$.

وبذلك تصبح المعادلة (3.2.25) على هذه الصورة:

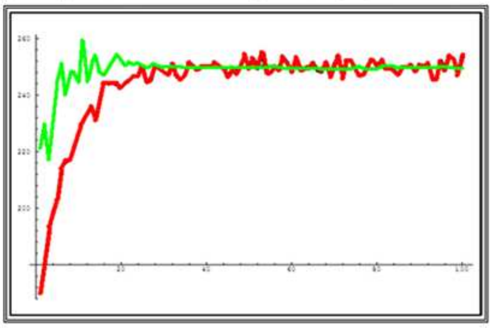
$$\tilde{b}_{i+1}=\tilde{b}_i+0.00001(q_i-250)\left(\frac{250^2-65}{-195-130\tilde{b}_i}\right)..........(3.2.26)$$

وبما أن المسألة ذات طبيعة قطعية ومحددة *(Deterministic)* فيصبح من السهل إستعاب الطريقة التكييفية المستعملة هنا في ظرف زمني وجيز (حوالي فترتين فقط). ومن جهة أخرى فقد عمدنا تعميق المسألة، بإضغاء شيء من التشويش *(Noise)* عليها. ونفرض بالتحديد أن الحكومة تجهل القيمة الحقيقية لكمية الإنتاج المحققة والتي نشير إليها بـــ q_i، وأنها تكتفي فقط بمعرفة $q_i+\varepsilon$ مع $\varepsilon \sim \mathrm{N}(0,2)$.

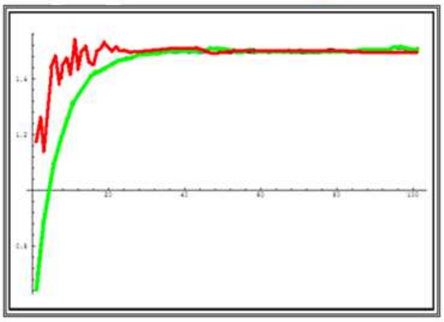
وفي سياق هذه المحاكاة التي نجريها بواسطة الخوارزم الجيني، إرتأينا أن نستعمل القيم التالية: $N=4$، $p_c=0.7$، إلى جانب إحتمال تحول تطوري يبدأ من $p_m=0.2$ ويتناقص تدريجيا بدرجة 0,05 مع كل جيل إلى غاية الجيل الخامس حيث يثبت هذا الإحتمال عند $p_m=0.05$، ولا يسمح هنا سوى ببحث عن الحل الأفضل الممكن للمعلمة $\tilde{b}$ في حدود ± 0.1. ويتحدد فضاء البحث D بهذه الصورة $D[0.5,2]$، وطول الصبغية هو $l=11$، أما درجة الدقة فتتوقف عند 10^{-3}.

يجرى الخوارزم الجيني في هذه المسألة 100 مرة، بعد ذلك نقوم بمقارنة النتيجة المتوسطة مع النتائج المتحصل عليها بفضل الطريقة التكيفية. وهذه النتائج موضحة من خلال الشكلين البيانيين $(3.2.21)$ و $(3.2.22)$.

الشكل(3.2.21): تغيرات q حسب
الطريقة التكيفية (ـــ) وبالحل المتوسط للخوارزم الجيني (ـــ)



الشكل(3.2.22): تغيرات $\tilde{b}$ حسب
الطريقة التكيفية (ـــ) و بالحل المتوسط للخوارزم الجيني (ـــ)

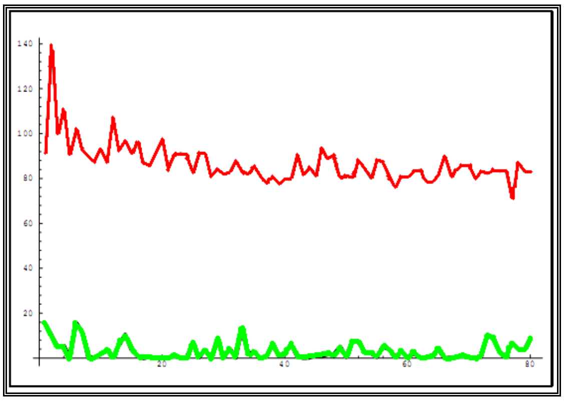


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يلاحظ أن الحل المتوسط للخوارزم الجيني يعطينا إمكانية الحصول على منحنى أقل تذبذبا بعد الفترة العشرين، وهذا بفضل إستخدام إحتمال التحول التطوري وكذلك أن هذا الإحتمال يبقى غير مرتبط بالتشويش الذي أضفناه في النظام $\mathrm{cov}(p_m,\varepsilon)=0$، وبفضل كذلك إستعمال المتوسط.

الشكل(2.3.23) : تغيرات E حسب

الطريقة التكيفية (ـــ) وبالحل المتوسط للخوارزم الجيني (ـــ)

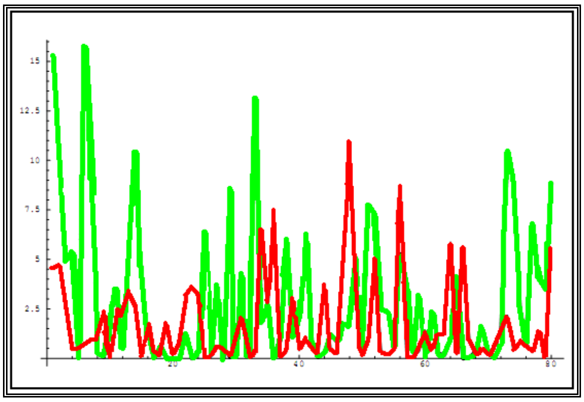


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الشكل البياني (3.2.23) أن الطريقتين متشابهتين إلى حد بعيد فيما يتعلق بدالة الخطأ.

الشكل(2.3.24) : تغيرات E حسب

الطريقة التكيفية (ـــ) وبدورة خاصة للخوارزم الجيني $p_m = 0.05$ (ـــ)

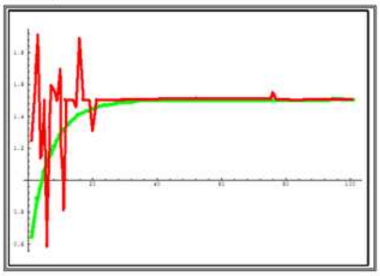


المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يمكننا القول بأن الخوارزم الجيني يقتضي من الناحية المنطقية حدوث أخطاء كبيرة وهذا ما يوضحه جليا (3.2.24) .

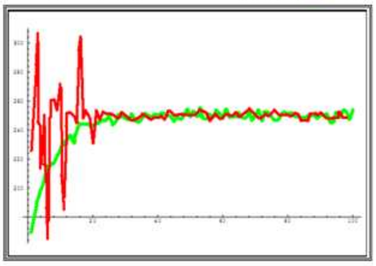
الشكل(3.2.25): تغيرات $\tilde{b}$ حسب

الطريقة التكيفية (__) وبدورة خاصة للخوارزم الجيني $p_m = 0.05$ (__)



الشكل(3.2.26): تغيرات q حسب

الطريقة التكيفية (__) وبدورة خاصة للخوارزم الجيني $p_m = 0.05$ (__)



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

من خلال الشكلين البيانيين(3.2.25) و(3.2.26) نلاحظ أنه بإمكاننا تدارك هذه النقائص وتقليل الفارق بواسطة محاكاة جيدة.

4.5 حالة كمية الإنتاج q^* مجهولة :

والآن نريد أن نبحث عن حل للمسألة عندما تكون كمية الإنتاج q^* مجهولة.

إذا إفترضنا أن الحكومة تجهل كمية الإنتاج q^*، وكذلك مستوى الأسعار p^*، وأنها تكتفي فقط بمعرفة المجال الذي تنتمي إليه كمية الإنتاج q^* مثلا $q^* \in [230,280]$، أي أنها تكتفي بمعرفة مستوى الإنتاج في السوق المتميزة بالمنافسة التامة.

فالطريقة التكيفية التي رأيناها تعجز في هذه الحالة عن إيجاد إستراتيجية الحل التحفيزي الأمثل. وقد إتجهت الجهود هنا إلى تطبيق الخوارزم الجيني الذي يوفر الخصائص التي تساعد على إيجاد الحل موضع البحث والدراسة. فضلا عن قدرة هذه الآلية على البحث عن إيجاد القيمة المثلى للمعلمة b فهي تستطيع في الوقت ذاته البحث عن القيمة المثلى للمعلمة q^*. ومن ثمة يمكن أن نتصور طريقة العمل للخوارزم الجيني المستعمل على هذا النحو:

(1) الإنتقاء العشوائي لجماعتين تتكون كل واحدة من N صبغيات:

$$pop1 = (c_1^1,...,c_N^1) \text{ و } pop2 = (c_1^2,...,c_N^2)$$

(2) تمثل كل صبغية، حسب الجماعة المنتمية إليها، قيمة حقيقية:

$$\tilde{b}(popb = d(pop1) = (\tilde{b}_1,...,\tilde{b}_N)) \text{ أو أن } \tilde{q}^*(popq = d(pop2) = (\tilde{q}_1^*,...,\tilde{q}_N^*))$$

(3) من أجل كل i من 1 إلى N، فإن:

أ) الرائد سيختار إستراتيجية تحفيزية مناسبة التي يتحصل عليها من المعادلتين (3.2.16) و(3.2.20) بإستخدام قيم $\tilde{b}$ و $\tilde{q}^*$.

ب) يستجيب المحتكر بإستعمال q_i (وفق المعادلة(3.2.21)).

ت) يحسب أداء الإستراتيجية i كما يلي: $f\left(\tilde{b}_i, q_i\right) = \frac{2}{1+E_i(q_i)}$.

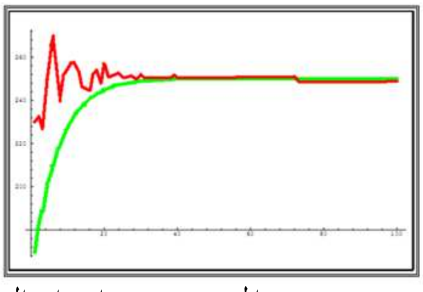
(4) تنشأ جماعة جديدة من الصبغيات $\left(\tilde{b}\right)$ و $\left(\tilde{q}^*\right)$ وفق العوامل المعروفة (الإنتقاء التهجين، التحول).

(5) تكرر المراحل من (2) إلى (4) عدة مرات إلى غاية حلول الزمن T.

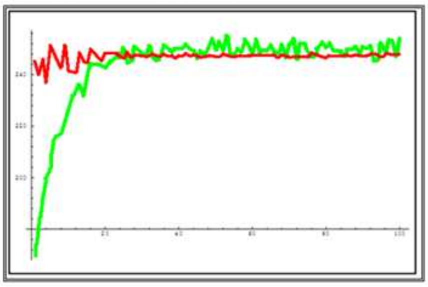
ونأخذ كذلك بالقيمة $N = 4$ في إجراء المحاكاة الأخرى، نعتبر الصبغيتين c^1 و c^2 بطول $l^1 = 8$ و $l^2 = 9$. كما تقدر الدقتان المطابقتان بـــ 10^{-2} و 10^{-1} على التوالي، كما نعتبر مجالي البحث في هذه الحالة هما $D_1 = [0.5,2]$ و $D_2 = [230,280]$، ثم نثبت الإحتمال عند $p_c = 0.7$، إلى جانب ذلك فإننا نستخدم إحتمال تحول تطوريا p_m كما سبق وأن رأينا في حالات سابقة.

نوضح النتائج بواسطة الأشكال البيانية من (3.2.27) إلى (3.2.32)، وتمثل هذه الأخيرة متوسط النتائج المتحصل عليها بواسطة الخوارزم وفق 100 محاكاة ، كما أضفنا كذلك نتائج الحل التكيفي عندما تكون q^* قيمة معروفة.

الشكل (3.2.27): منحنى تغيرات المعامل q (بدون تشويش) حسب الطريقة التكيفية (ــ) والخوارزم الجيني (ــ)



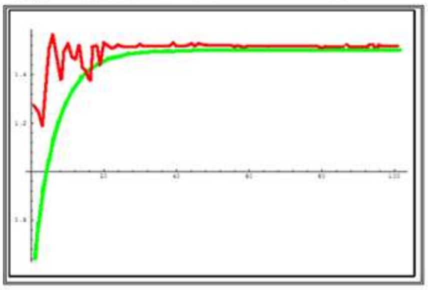
الشكل(3.2.28): منحنى تغيرات المعامل q (مع وجود تشويش) حسب الطريقة التكيفية (ــ) والخوارزم الجيني (ــ)



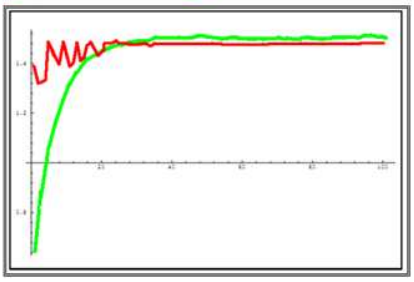
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

تم إجراء المحاكاة بواسطة نظام يحدث فيه تشويش وكذلك في النظام العكسي أي بلا تشويش، وبهذا يمكن أن يتم الإختبار للمنظم مع واقع متعدد الخصائص، فكانت الملاحظة أن الخوارزم الجيني يمدنا بنتائج جيدة عندما يتعلق الأمر بعملية التعلم على معرفة q.

الشكل (3.2.29): منحنى تغيرات المعامل $\bar{b}$ (بدون تشويش) حسب الطريقة التكيفية (ـــ) والخوارزم الجيني (ـــ)



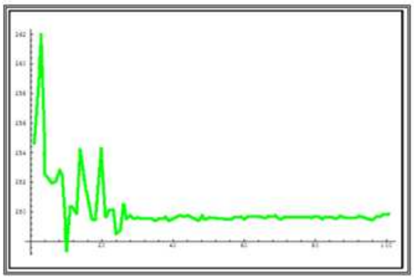
الشكل (3.2.30): منحنى تغيرات المعامل $\bar{b}$ (مع وجود تشويش) حسب الطريقة التكيفية (ـــ) والخوارزم الجيني (ـــ)



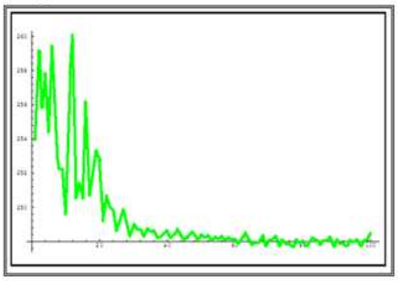
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

بواسطة محاكاة بنظام يحدث فيه تشويش أو بدون تشويش، وبهذا لنفس الغرض السابق أي إختبار للمنظم مع واقع متعدد الخصائص، نلاحظ أن الخوارزم الجيني يمدنا بنتائج جيدة عندما يتعلق الأمر بعملية التعلم على معرفة b.

الشكل (3.2.31): منحنى تغيرات المعامل $\bar{q}^{*}$ (بدون تشويش) من 100 محاكاة أجراها الخوارزم الجيني



الشكل(3.2.32): منحنى تغيرات المعامل $\bar{q}^{*}$ (مع وجود تشويش) من 100 محاكاة أجراها الخوارزم الجيني



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ أنه سواء تعلق الأمر بمحاكاة بنظام فيه تشويش أو بنظام بدون تشويش فإن الخوارزم الجيني يمدنا بنتائج جيدة لعملية التعلم.

ومن ذلك يصح لنا أن نعتبر الخوارزم الجيني من بين أحسن الأدوات التي تساعدنا على إيجاد الحل للمسائل الخاصة بالتعلم على إستراتيجيات حلول "Stackelberg" سواء كانت تحفيزية أم لا، غير أنه هناك ظاهرة تحد من تفائلنا هذا في أداء الخوارزم إذ تبين كما سنرى لاحقا بأنه قد ينجم عن هذا الإستعمال في حل المسائل مشكلة تسمى بمشكلة الخيبة *(The problem of disappointment)*، وهي ظاهرة قد تحدث حتى في إطار لعبة بسيطة جدا.

6 الإستراتيجية التحفيزية وكيفية معالجة مسائل الخيبة:

نقول بأننا أمام مشكلة خيبة في حالة متتابعة ثنائية بطول 2 إذا تحقق واحد من هذين الشرطين:

$$f(0\#) > f(1\#)$$
$$f(\#0) > f(\#1)$$

أو كذلك إذا كانت لدينا إحدى المتراجحتين:

$$\frac{f(00)+f(01)}{2} > \frac{f(10)+f(11)}{2}$$
$$\frac{f(00)+f(10)}{2} > \frac{f(01)+f(11)}{2}$$

سنرى الآن كيف أن البحث عن الحل من الإستراتيجية التحفيزية في لعبة بسيطة متكررة تربيعية قد يحدث ما يعرف بمشكلة الخيبة.

لنفرض أن دالتي خسارة اللاعبين هما:

$$J^L(u,v) = u^2 + v^2 + 10 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.2.27a)$$
$$J^S(u,v) = v^2 + u^2 - 2u - 5uv + 3v + 10 \ldots\ldots\ldots (3.2.27b)$$

وأن دالتي الإستجابة في هذه الحالة هما:

$$T^L(v)=\frac{-v}{2}\text{.................}(3.2.28a)$$
$$T^S(u)=\frac{-3+5u}{2}\text{..........}(3.2.28b)$$

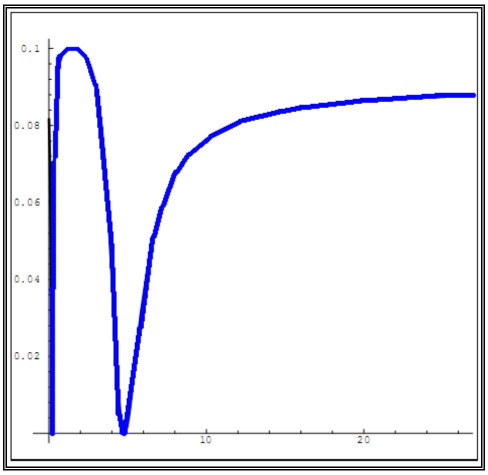
يتحدد حل توازن "Nash" بواسطة $(u^N,v^N)=(0.33334,-0.66667)$ وأن دالتي خسارة اللاعبين هما $J^{L^N}=10.3333$ و $J^{S^N}=9$، كما يتحدد توازن حل "Stackelberg" المعياري بواسطة $(u^S,v^S)=(0.4615,-0.346)$، بدالتي خسارة: $J^{L^S}=10.1731$ و $J^{S^S}=9.1701$. ونحصل هنا على الحل الفريق الأمثل عن طريق الزوج $(u^t,v^t)=(0,0)$ الذين تقابلها دالتا خسارة $J^L(0,0)=10$ و $J^S(0,0)=10$. ولدينا في هذه الحالة إستراتيجية تحفيزية يمكن صياغتها كما يلي: $\gamma^t=u^t+q(v-v^t)=qv$ حيث أن $q^*=1.5$، ومنه يكون من السهل التحقق بأن: $\arg\ \min_v J^S(\gamma^t,v)=0$.

وبالرغم من الصورة البسيطة لهذا المثال فإننا نلاحظ بأن خسائر الرائد تتطور بصورة غير خطية بالنظر إلى قيمة q:

$$J^L(q)=\frac{49-403q+1081q^2-408q^3+44q^4}{4(1-5q+q^2)}\text{.........}(3.2.29)$$

تعرف دالة الأداء بالصيغة التالية : $f(q)=\dfrac{1}{J^L(q)}$.

الشكل (3.2.33) : تطور دالة الأداء بدلالة q



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الشكل (3.2.33) مختلف تطورات دالة الأداء بدلالة مختلف القيم للمعلمة q. ومثلما هو الحال بالنسبة لكل خوارزم رقمي من نوع ' نيوتن'*(Newton)*، فإن الخوارزم الجيني في هذه الحالة ينبغي خلال بحثه عن أعظم قيمة لهذه الدالة أن يتجنب الإنحراف نحو الجانب غير الملائم من الشكل البياني الذي يتمثل هنا في الجانب الأيمن.

ولمعرفة أكثر العلاقة المرتبطة بمشكلة الخيبة التي سبق ذكرها، ينبغي أن نعرف مختلف دوال دالة إزالة التشفير d التي يمكن صياغتها كما يلي:

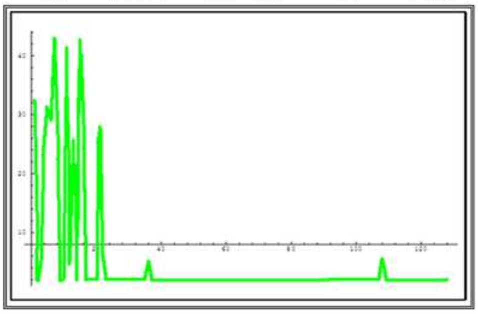
$$d(\{0,0\}) = 1.5 \Rightarrow f_{00} = 0.1$$
$$d(\{0,1\}) = 5 \Rightarrow f_{01} = 0$$
$$d(\{1,0\}) = 8.5 \Rightarrow f_{10} = 0.07$$
$$d(\{1,1\}) = 12 \Rightarrow f_{11} = 0.08$$

وكما هو متفق عليه في الجانب النظري فإن f_{00} تمثل أقصى حد ومنه نحصل على $f_{00} > f_{11} > f_{10} > f_{01}$ ، إضافة إلى ذلك فإنه لدينا:

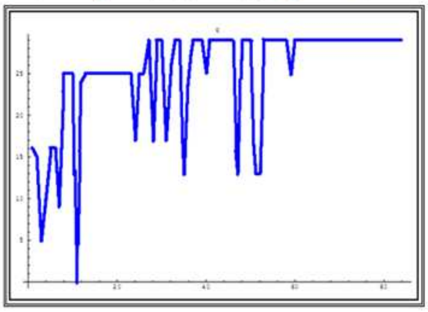
$$f(1\#) > f(0\#) \rightarrow \frac{f(10)+f(11)}{2} = 0.075 > \frac{f(00)+f(01)}{2} = 0.05$$

ومنه يمكننا القول أنه إذا عرفنا قيم المعالم الخاصة بالعوامل الجينية وكذلك وفق السحب العشوائي للجماعة الأولى فإن الخوارزم الجيني قد ينحرف نحو الجهة الخاطئة أي الجهة غير الملائمة.

الشكل (3.2.34): منحنى دورة الخوارزم الجيني الأمثل



الشكل (3.2.35): منحنى دورة الخوارزم الجيني المنحرف (الضال)



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح لنا الشكلان (3.2.34) و(3.2.35)، وهذا بنفس قيم المعالم الخاصة بالعوامل الجينية دور أهمية السحب الإبتدائي للجماعة الأولى في حدوث إمكانية الوقوع أو تفادي الوقوع في المشكل الأدنى للخبية *(The minimal deceptive problem)*.

خلاصة الفصل الثاني :

لقد تعرضنا في هذا الفصل لدراسة التعلم على توازنات "Stackelberg" بمساعدة الخوارزميات الجينية. وقد بنيت هذه الدراسة على ألعاب متكررة ثم على لعبة ديناميكية، وفي كل واحدة حاولنا الوصول إلى توازن "Stackelberg" ونجحنا تقريبا فيها جميعا، مما يجعلنا نؤكد بأن الخوارزم الجيني يبقى على وجه العموم الأداة التي تحقق أفضل النتائج، وفي المقابل أشرنا إلى أن النجاح العلمي لهذه الأدوات، لكن لا يمنع أحيانا من بروز بعض مشاكل الخيبة في أي لحظة من البحث.

وقد أدى هذا المشكل إلى طرح سؤالين ذوي أهمية مازالت الأبحاث المتخصصة في موضوع الخوارزميات الجينية تفتقد الإجابة الوافية عنهما:

- كيف نستطيع أن نتأكد من البداية بأن حل المسألة لا يترلق نحو مشكلة الخيبة ؟
- هل يوجد هناك تشفير خاص ومعين يؤمن لنا عدم الوقوع في مشكلة الخيبة ؟

لقد رأينا في السابق بأن إستعمال التشفير غير الثنائي يبقى الحل الذي يؤخذ به في غالب الأحيان، ولكن في هذه الحالة والمتمثلة في لعبة بسيطة خطية تربيعية، فإن التشفير الحقيقي لا يجنبنا بالضرورة الوقوع في مشكلة الخيبة. مما يجعلنا نستخلص في الأخير بأن تغيير دالة الأداء أو التحكم النوعي للجماعة الإبتدائية هو وحده الذي يجنبا هذه المشكلة ولكن كل هذا يبقى موضوعا للبحث المستقبلي.

الفصل الثالث:

البحث عن توازن "Stackelbeg"

ومسار التعلم غير المتجانس

تمهيد:

نحاول في هذا الفصل أن نبين أهمية العمل بالخوارزميات الجينية، ومعرفة مختلف تطبيقاتها من خلال معرفة بعض النقاط المتعلقة بالدرجة الأولى بخصوصيات هذه الأدوات. وقد إنحصر إهتمامنا في هذا الفصل في إستعمال الخوارزميات الجينية للإجابة عن السؤالين التاليين :

- هل بإمكاننا أن نستخدم الخوارزميات الجينية كأداة للحساب ؟
- هل نستطيع إستخدام الخوارزميات الجينية داخل نموذج من نوع "Barro - Gordon " على أساس أنها أدوات تشكل مسار تعلم غير متجانس*(Learning process Hhétérogène)* لإجراء توقعات عن التضخم المستقر ؟

إرتأينا أن نقترح، في مرحلة أولى، دليلا هاما يساعدنا على تبيان كيفية إستعمال الخوارزميات الجينية للوصول إلى إيجاد إستراتيجية توازن "Stackelberg" من الحلقة المغلقة (الإستراتيجية التحفيزية) رقميا. إن إستعمال الخوارزم الجيني، هنا، يكون مجرد أداة حساب ومعالجة رقمية ليس أكثر. وفي هذا السياق سنحاول أن نعدد مجالات تطبيق هذه الأدوات من خلال نموذجين ملائمين أولهما نموذج الضريبة الذي بناه "Fisher" والذي سبق التطرق إليه في الفصل الثالث من القسم الأول، ونموذج من نوع "Barro - Gordon" الذي سبق الإشارة إليه هو كذلك في الفصل الأول من القسم الثاني، ثم بعد ذلك حاولنا القيام بإختبارات تجريبية بواسطة محاكاة لمسار تعلم غير متجانس للتوقعات بالتضخم. وفي هذا الصدد يجب التنويه بشكل واضح بأهمية نوعية وكمية المعلومة المتبادلة.

ويجب الإشارة إلى أنه في كل المحاكاة المجراة إعتمدنا على التشفير الحقيقي.

1 الخوارزميات الجينية كأداة حساب:

من بين المشاكل العويصة التي تواجه العمل بإستراتيجية "Stackelberg" التحفيزية (إستراتيجية الحلقة المغلقة) يمكن أن نتذكر طبيعة التعقيد فيها والتي يرجع سببها أساسا إلى الصعوبة في إجراء الحسابات الجبرية لحساب الحل الموافق.

لقد تبين، في السنوات الأخيرة، أن الخوارزميات الجينية تكون مناسبة كثيرا في معالجة مسائل التحكم الأمثل [1] أو في حساب إستراتيجية توازن "Nash" من الحلقة المفتوحة في الألعاب الديناميكية [2]، وتقتصر إستعمالها في هذه المسائل على المعالجة الرقمية لها أي أن إستعمال هذه الأدوات هنا يبقى مجرد وسيلة حساب فقط.

وبعيدا عن هذا التوجه، نحاول فيما سيأتي أن نشرح بأن الخوارزميات الجينية قد تؤدي أكثر من العملية الحسابية وأنها كفيلة على مساعدتنا بأوجه عديدة، فإذا قمنا بإختبارها على لعبة "Stackelberg" من الحلقة المغلقة كما سنبين ذلك بالتفصيل ، وجدنا أن هذه الأدوات لها أهمية كبيرة في معالجة هذه اللعبة معالجة كاملة أو كذلك في معالجة معادلات "Riccati " إن شئنا.

1.1 حل "Stackelberg"من الحلقة المغلقة :

لقد رأينا في الفصل الثاني من القسم الأول بأنه للحصول على حل "Stackelberg" من الحلقة المغلقة في لعبة خطية تربيعية يتحتم علينا أن نبحث عن زوج إستراتيجية الفريق الأمثل للرائد. وهذا الزوج الذي نكتبه بهذه الصيغة $(\gamma^{L^t}, \gamma^{S^t})$ هو الذي يساعدنا على تدنية خسائر الرائد بصورة شاملة ونعبر عنه بما يلي:

$$\min_{\gamma^L \in \Gamma^L} \quad \min_{\gamma^S \in \Gamma^S} (\gamma^L, \gamma^S) ....(3.3.1)$$

إن هذا الإغناء يمكننا في إطار لعبة خطية تربيعية من الحصول على حل وحيد للمسألة ونكتبه بهذا الشكل:

$$\gamma_t^{L^t}(x_t) = -L_t^L x_t ....(3.3.2)$$

$$\gamma_t^{S^t}(x_t) = -L_t^S x_t ....(3.3.3)$$

[1] - KRISHNAKUMAR, K., and GOLDBERG, *Control system optimization using genetic algorithm*, Previous Reference ,P 733.
 - MICHALEWICZ, Z., C. JANIKOW, and KRAWCZYK, *A Modified Genetic Algorithm for Optimal Control Problems*, Previous Reference , P85.
[2] ÖZYILDIRIM, S., and N. ALEMDAR, *Learning the optimum as Nash equilibrium*, Previous Reference , P 486.

حيث يتم تحديد L_t^L و L_t^S عن طريق معالجة المعادلات التراجعية المطابقة للحالة، وبذلك لدينا المسار ***(The trajectory)*** الأمثل التالي:

$$x_{t+1}^t = F_t x_t^t ....(3.3.4)$$

ومن ثمة يمكن القول بأن الإستراتيجية التحفيزية المثلى المقترحة γ_t^{L*} التي من شأنها أن تدفع الملاحق على إختيار الإستراتيجية $\gamma_t^{S^t}$ ربما تكون عبارة عن إستراتيجية خطية ذات ذاكرة بفترة زمنية واحدة [1] ***(The Strategy linear memory of one period)***، فإذا كان لدينا:

$$\gamma_t^{L*}(x_t, x_{t-1}) = -L_t^L x_t + P_t[x_t - F_{t-1}x_{t-1}] = \gamma_t^{L^t} + P_t[x_t - x_t^t].........(3.3.5)$$

يقع الإهتمام فيها على إيجاد متتابعة المصفوفة $\{P\}_1^T$ ونسميها هنا p ، والتي من شأنها أن تجبر الملاحق على إختيار γ^{S^t} كإستجابة طبيعية منه.

2.1 إختبار الخوارزم الجيني في معالجة اللعبة بالكامل :

وهنا سنقوم بإختبار الخوارزم الجيني لمعالجة اللعبة معالجة كاملة من أول الأمر ثم بإختباره في دراسة معادلات ريكاتي في ثاني خطوة. تتم معالجة هذه اللعبة بالخوارزم الجيني في الخطوات التالية:

(1) حساب زوج الإستراتيجية الذي يعرف بالفريق الأمثل.

(أ) إختيار جماعة إبتدائية للزوج $(\gamma^{L^t}, \gamma^{S^t})$.

(ب) تكرار ما يلي:

- ✓ تقييم الجماعة $\left(J^1(\gamma^{L^t}, \gamma^{S^t}\right)$.
- ✓ إنشاء جماعة جديدة بواسطة العوامل الثلاثة (الإنتقاء، التهجين، التحول).

(ت) إلى غاية ظهور الجماعة رقم N .

(2) حساب P وكذلك $\gamma^S = T^S\left(\gamma^{L^t}\right)$.

(أ) إختيار جماعة إبتدائية للمصفوفة P .

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Previous Reference,P245 .

(ب) إعادة ما يلي:

✓ تقدير دالة إستجابة الملاحق.

▪ إختيار جماعة إبتدائية γ^{S^*} .

▪ إعادة ما يلي:

• تقييم $J^S\left(\gamma^{L^*}(P,\gamma^{L^t},\gamma^{S^t}),\gamma^{S^*}\right)$.

• إنشاء جماعة جديدة.

▪ إلى غاية ظهور الجماعة N للإستراتيجية γ^{S^*} .

✓ تقييم $P: f(P)=\dfrac{a}{(b+dev)}$ حيث $a,b\geq 1$ و $dev\equiv\left(\gamma^{S^*}-\gamma^{S^t}\right)^2$

✓ إنشاء جماعة جديدة لـــ P .

(ت) إلى غاية الجماعة N من أو عندما تصبح $dev=0$

(3) النهاية .

ومما يزيد من صعوبة دراسة هذه المسألة وهو عدم إمكانية التقييم في الوقت ذاته متتابعة المصفوفة P ومتتابعة الإستراتيجيات γ^{S^*}. ويعتبر هذا النقص بحق مشكلا جوهريا بالإضافة إلى ذلك يبقى من الصعب أيضا إجراء محاكاة بخوارزم جيني داخل خوارزم جيني ناهيك عن طول المدة الزمنية التي تستغرقها. ومع ذلك يكون من العملي إستخدام خوارزم جيني لمعالجة بعض جوانب المسألة كأن نبحث عن حل الفريق الأمثل أو عن متتابعات المصفوفة P .

وقبل التفصيل في هذا أو ذاك يجب بادئا أن نوضح بأن المحاكاة التي نجريها هنا تأخذ بعوامل تهجين بسيطة وحسابية إلى جانب عوامل تحول منتظمة وغير منتظمة وهذا ما تم توضيحه في الفصل الأول من القسم الثالث. وحاولنا أن نربط بكل عامل من هذه العوامل تكرار معين يتناسب معه، بمعنى أننا نوضح عدد المرات التي نلجأ فيها إلى الإستعانة بهذه العوامل لإنشاء جماعة جديدة. إضافة إلى ذلك فإن عامل الإنتقاء الذي يعتمد على عجلة الحظ المنحرفة، يعتبر نخبويا جدا. يعاد إستعمال نسبة ضئيلة من الجماعة السابقة بصفة آلية أي بدون اللجوء إلى أي عملية تهجين أو تحول.

3.1 محاكاة الفريق الأمثل ومتتابعة المصفوفة P :

لنأخذ المثال الرقمي[1] الذي جاء به كل من "BAŞAR " و"Selbuz"، ثم أعاد إستعماله "Tolwinski " وبعده "Zheng " و"BAŞAR " و"Cruz ".

لتكن لعبة يمكن تحديدها بواسطة المعادلتين التاليتين:

$$x_{t+1} = x_t + u_t + v_t , \quad t = 0,1,2 \text{..........}(3.3.6a)$$

$$x_4 = x_3 + u_3 \text{....................................}(3.3.6b)$$

وإذا إعتبرنا أن دالتي الخسارة هما:

$$J^L = x_4^2 + \sum_{t=0}^{3}\left(x_t^2 + 2u_t^2 + v_t^2\right) \text{.........}(3.3.7a)$$

$$J^S = x_4^2 + \sum_{t=0}^{3}\left(x_t^2 + u_t^2 + 3v_t^2\right) \text{.........}(3.3.7b)$$

والآن نبدأ في عملية البحث عن زوج إستراتيجية الفريق الأمثل.

1.3.1 الحل 'الفريق الأمثل':

سنرى من خلال الجداول الآتية النتائج المتحصل عليها. تجب الإشارة هنا بأنه قد تم إختبار محاكاة الخوارزم الجيني خمس مرات في جماعة بحجم 200. وكل إختبار محاكاة يتضمن 2000 حساب تكراري، كما تحدد إختبار النخبة عند 2 ٪ أي إستنساخ الأفراد الأربعة الأحسن

[1] - BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Previous Reference, P169.
- TOLWINSKI, B., *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Previous Reference,P495.
- ZHENG, Y.-P., T. BAŞAR, and J. CRUZ, *Stackelberg Strategies and incentives in multiperson deterministic decision problems*, Transacions on systems, man, and cybernetics, 14(1), IEEE ,University of California, USA , 1984, P19.

بنفس الحالة وبصفة تلقائية ودون اللجوء إلى العوامل المعروفة ومن جهة فإن فضاء البحث بالنسبة لكل المتغيرات يتحدد بالمجال $D=[-1,1]$ وبدرجة دقة تساوي 10^{-6}. وقد تم إجراء خمسين تهجينا ثلاثون منها بسيطة والأخرى تهجينات حسابية. و8 تحولات (4 ثم 4) في كل جماعة بتكرارين متتاليين 0.25 و0.025 ، بالإضافة إلى هذا فقد حددنا قيمة x_0 $(x_0=1)$.

وسنعرض مختلف النتائج التي تحصلنا عليها بواسطة هذه المحاكيات في الجداول (3.3.1) إلى (3.3.4)، للإشارة أننا بهدف إعطاء صورة شاملة وواضحة تسمح لنا بمقارنة مختلف النتائج.

قمنا بعرض إلى جانب النتائج التي توصلنا إليها في هذه الدراسة نتائج دراسات أجراها "Zheng" وآخرون [1].

الجدول (3.3.1) : قيم x_k^t من خلال خمسة محاكاة حيث $k=1,...,4$

المحاكاة	x_1^t	x_2^t	x_3^t	x_4^t
نتائج "Zheng" و آخرون	0.313588	0.097561	0.027874	0.018583
الأولى	0.313604	0.097610	0.027994	0.018616
الثانية	0.313665	0.097641	0.027332	0.018094
الثالثة	0.313596	0.097405	0.028246	0.019027
الرابعة	0.313590	0.097600	0.027881	0.018547
الخامسة	**0.313589**	**0.097564**	**0.027913**	**0.018583**

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ من خلال الجدول (3.3.1) أن قيم x_k^t، حيث $k=1,...,4$ التي توصلنا إليها قريبة من القيم التي توصل إليها "Zheng"، وخصوصا إذا قورنت هذه الأخيرة مع القيم الناتجة عن المحاكاة الخامسة.

[1] ZHENG, Y.-P., T. BAŞAR, and J. CRUZ, *Stackelberg Strategies and incentives in multiperson deterministic decision problems*, Previous Reference ,P20-22.

الجدول (3.3.2) : قيم L_t^L من خلال خمسة محاكاة، حيث $t = 0,\ldots,3$

المحاكاة	L_0^L	L_1^L	L_2^L	L_3^L
نتائج "Zheng" وآخرون	0.22880	0.22962	0.23809	0.33333
الأولى	0.22877	0.22851	0.23637	0.33497
الثانية	0.22885	0.22956	0.23339	0.33796
الثالثة	0.22876	0.22978	0.24203	0.32636
الرابعة	0.22880	0.22973	0.23879	0.33475
الخامسة	**0.22880**	**0.22964**	**0.23863**	**0.33424**

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الجدول (3.3.2) أن قيم L_t^L، حيث $t = 0,\ldots,3$ التي توصلنا إليها قريبة من القيم التي توصل إليها "Zheng"، وخصوصا إذا قورنت هذه الأخيرة مع القيم الناتجة عن المحاكاة الخامسة.

الجدول (3.3.3) : قيم L_t^S من خلال خمسة محاكاة، حيث $t = 0,\ldots,2$

المحاكاة	L_0^L	L_1^L	L_2^L
نتائج "Zheng" وآخرون	0.45760	0.45925	0.47619
الأولى	0.45762	0.46022	0.47682
الثانية	0.45747	0.45914	0.48667
الثالثة	0.45763	0.45960	0.46797
الرابعة	0.45760	0.45902	0.47553
الخامسة	**0.45760**	**0.45923**	**0.47526**

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الجدول (3.3.3) أن قيم L_t^S، حيث $t = 0,\ldots,2$ التي توصلنا إليها قريبة من القيم التي توصل إليها "Zheng"، وخصوصا إذا قورنت هذه الأخيرة مع القيم الناتجة عن المحاكاة الخامسة.

الجدول (3.3.4): قيم J^i من خلال خمسة محاكاة، حيث $i = L, S$

المحاكاة	J^L	J^S	$f = \frac{1}{(J^L + 1)}$
نتائج "Zheng" وآخرون	1.457607433	1.8640534	0.40689981
الأولى	1.457607858	1.8643441	0.40689974
الثانية	1.457609520	1.8640186	0.40689946
الثالثة	1.457608829	1.8640016	0.40689957
الرابعة	1.457607460	1.8639922	0.40689980
الخامسة	**1.457607451**	**1.8640271**	**0.40689980**

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الجدول (3.3.4) أن قيم L_t^S، حيث $i = L, S$ التي توصلنا إليها قريبة من النتائج التي توصل إليها "Zheng"، وخصوصا إذا قورنت هذه الأخيرة مع القيم الناتجة عن المحاكاة الخامسة. إن نتائج المحاكاة السابقة في كل الجداول ((3.3.1)، (3.3.2)، (3.3.3)، (3.3.4)) تعكس بصورة جلية فعالية الخوارزميات الجينية.

2.3.1 متتابعة المصفوفة P:

إذا كانت دالة إستجابة الملاحق معروفة فهذا يسمح لنا بحساب متتابعة للإستراتيجية γ^{S*} المناسبة لكل متتابعة P، أما في حالة العكس فإننا نجري خوارزميا لإيجاد الإستراتيجية γ^{S*} داخل خوارزم آخر موجه لإيجاد P. إن وضعية كهذه تجعل الحساب المجرى في نفس المحاكاة لمعرفة المتتابعة الكاملة P يأخذ مدى طويل إلى حد ما. ولحفظ "CPU" *(Central Processing Unit)*. نقوم بالبحث عن قيم P_i الواحدة تلوى الأخرى بطريقة تراجعية (البرمجة الديناميكية).

في البداية نستعمل الخوارزم للبحث عن P_3 فحسب، بفرضية أن P_1^* و P_2^* تم إيجادهما وفق: $x_1 = x_1^t$ و $x_2 = x_2^t$.

وتكون نقطة الإنطلاق في هذه الحالة أفضل محاكاة لزوج الإستراتيجية الفريق الأمثل الذي نبحث عنه (المحاكاة 5)، ويتحدد الخوارزم الباحث بما يلي:

(1) سحب الجماعة الإبتدائية لـــ P_3.

(2) تكرار ما يلي:

أ) تقدير دالة إستجابة الملاحق.

- ✓ سحب الجماعة الإبتدائية للإستراتيجية γ_2^S.
- ✓ تكرار ما يلي:
  - ▪ تقييم الدالة J^S.
  - ▪ إنشاء جماعة جديدة.
- ✓ إلى غاية نشوء الجماعة N للإستراتيجية γ_2^S.

ب) تقييم P_3 : $\left(dev=\left(\gamma_2^S-\gamma_2^{S'}\right)^2\right)$.

ت) إنشاء جماعة جديدة لـــ P_3.

(3) إعادة إنشاء جماعات P_3 مرات عديدة إلى غاية الجماعة N لـــ P_3 التي تم إنشاؤها أو حتى تكون $dve=0$.

(4) نهاية.

وبمجرد معرفة تقدير P_3 و γ_2^S يستعمل خوارزم ثان للبحث عن قيمتي P_2 و γ_1^S، ثم نبحث في الأخير عن P_1 و γ_0^S.

لقد أجرينا هنا ثلاث محاكاة. في كل محاكاة تم تناول جماعة بحجم 200، هنا يتحدد مجال البحث بـــ $D=[-10,10]$، وبدرجة دقة تساوي 10^{-6} وتبقى التكرارات بدون تغيير (0.25) و (0.025).

الجدول (3.3.5) : مقارنة محاكاة القيم المثلى لمتتابعة P مع الحل المحسوب وفق النتائج السابقة

المحاكاة	P_1	P_2	P_3
الحل الأمثل محسوب وفق النتائج السابقة	**1.971603346898683**	**1.95224315474917**	**10.34138313041286**
1	1.97185997899982	1.92523341535927	10.34292495605790
2	1.96734140556132	1.93138275351378	10.34222555209190
3	1.96788820088671	1.93055715115922	10.34774506749375

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

يوضح الجدول (3.3.5) القيم المثلى لمتتابعة P بالنظر إلى زوج الإستراتيجية الفريق الأمثل المستعملة، ومما لا شك فيه أن الحل الذي توصلنا إليه بمساعدة الخوارزم الجيني حتى وإن لم نبلغ به الحل الأمثل، قد مكننا بصفة جلية من التقرب من هذا الحل الأمثل.

الجدول (3.3.6): مقارنة مختلف خسائر اللاعبين

J^S	J^L	المحاكاة
1.8640534	**1.457607433**	نتائج "Zheng" وآخرون
1.86401915050382	1.45760745195753	1
1.86401914961194	1.45760745191063	2
1.86401914983089	1.45760745220303	3

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008"

نلاحظ من خلال الجدول (3.3.6) أن مختلف الخسائر المسجلة تقترب من الخسائر المسجلة من طرف "Zheng"، و هذا ما يعكس للمرة الثانية نجاعة الخوارزم الجيني.

4.1 حل معادلات ' ريكاتي' *(Riccati)* :

من المثال الرقمي السابق المعمم على مدة زمنية تتضمن عددا من الفترات ساوي T حاول كل من "BAŞAR" و"Selbuz" حساب حل "Stackelberg" من الحلقة المغلقة.[1] ويتميز الحل بوجود المعادلات التالية:

$$L_t^L = \frac{K_t^L}{\left(2+K_t^L\right)} \qquad t \leq T-1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8a)$$

$$L_t^S = \frac{K_t^S}{\left(2+K_t^S\right)} \qquad t \leq T-2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8b)$$

$$K_t^L = \frac{M_{t+1}}{\left(1+M_{t+1}\right)} \qquad t \leq T-1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8c)$$

$$K_t^S = \frac{2M_{t+1}}{\left(2+M_{t+1}\right)} \qquad t \leq T-1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8d)$$

$$F_t = 1 - L_t^L - L_t^S \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8e)$$

$$M_t = 1 + F_t^2 M_{t+1} + 2\left(L_t^L\right)^2 + \left(L_t^S\right)^2 \qquad M_T = 1 \ldots\ldots\ldots(3.3.8f)$$

$$\Omega_t = 1 + F_t^2 \Omega_{t+1} + \left(L_t^L\right)^2 + 3\left(L_t^S\right)^2 \qquad \Omega_T = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots(3.3.8g)$$

[1] BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Previous Reference, P 172.

إلى جانب المعادلات السابقة يكون لدينا كذلك:

$$\Delta_t = P_{t+1}F_T\Delta_{t+1} - L_t^L + \Omega_{t+1}F_t \qquad \Delta_T = 0 \text{.........}(3.3.9a)$$
$$P_t\Delta_t F_{t-1} = -\Omega_t F_{t-1} + 3L_{t-1}^S \qquad n \le T-1 \text{...........}(3.3.9b)$$

ولدينا المصفوفات المثلى P_t^* ، $\forall t$ بالصورة التي تحقق المعادلتين السابقتين $((3.3.9a),(3.3.9b))$.
لنعرف كل إنحراف (dev) في المعادلة الأخيرة بما يلي:

$$dev_t \underset{=}{\Delta} P_t\Delta_t F_{t-1} + \Omega_t F_{t-1} - 3L_{t-1}^S \text{.........}(3.3.10)$$

كما نفترض أن L_t^i ، K_t^i ، F_t ، M_t و Ω_t معروفة ، بحيث $\forall t \in [1,T]$ و $\forall i$.
ويبقى دور الخوارزم الجيني يقتصر فقط على إيجاد متتابعة P^* عبر الخطوات التالية:

(1) سحب جماعة إبتدائية من عدة متتابعات P ، عندما تكون $P = (P_2,...,P_{T-1})$.

(2) تكرار:

(أ) تحديد قيم Δ_t ، $t \in [1,T]$ بواسطة المعادلة $(3.3.9a)$.

(ب) تحديد أداء كل متتابعة : $f \underset{=}{\Delta} \sum_{t=1}^{T-1} \frac{1}{1+dev_t}$.

(ت) تحديد جماعة جديدة بإستخدام العوامل الجينية المعروفة.

(3) إلى غاية الشرط النهائي (أي نشأة الجماعة رقم N أو $dev_t = 0$ ، $\forall t$).

(4) نهاية.

ولكي نتمكن من إعطاء صورة مقارنة بين النتائج التي تحصلنا عليها، وبين نتائج دراسة "BAŞAR" و "Selbuz" [1]. نفترض بأن $T = 12$ $(t \in [1,12])$.
ويجدر الذكر كذلك بأن متتابعة P تناسب شعاع ببعد 10. أما حجم الجماعة المستعمل هو 200. وعدد الأجيال المنشأة هو 10000 جيل. وقد تم تحديد تكرار النخبة بالنسبة 5٪، وتكرار التهجين والتحول بـــ 0.25 و0.025 على الترتيب. كما أن درجة الدقة تساوي 10^{-6}.

[1] BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Previous Reference , P172.

الجدول (3.3.7): مقارنة قيم المتتابعة P

التاريخ	1	2	3	4	5	6
نتائج "BAŞAR" و "Selbuz"	/	2.193725	2.193725	2.193722	2.193722	2.193699
نتائج المحاكاة بالخوارزم الجيني	/	2.193729	2.193729	2.193728	2.193727	2.193698
التاريخ	7	8	9	10	11	12
نتائج "BAŞAR" و "Selbuz"	2.193482	2.191492	2.184982	2.131402	5.80000	/
نتائج المحاكاة بالخوارزم الجيني	2.193479	2.190914	2.184987	2.131401	5.7999989	/

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab 2008 "

يوضح لنا الجدول (3.3.7) نتائج المحاكاة التي أجريناها في هذا سياق، وما يلاحظ في هذا الجدول هو أن النتائج جميعها تكاد تتطابق مع نتائج دراسة كل من "BAŞAR" و"Selbuz"[1] وهذا ما يعكس لنا بصورة جلية نجاعة الخوارزميات الجينية للمرة الثالثة.

يمكن إستخدام الخوارزم الجيني لغرض حل مسألة ذات أفق لا متناه *(Infinite horizon)* وهو ما يعرف بحل معادلات ' ريكاتي' الجبرية المطابقة لذلك.

5.1 حساب الضريبة المثلى في نموذج "Fisher":

سبق أن أوضحنا في الفصل الثالث من القسم الأول بأن نموذج "Fisher" يحتوي على لاعبين متباريين: الحكومة من جهة والمستهلك في الجهة المقابلة. وتتوفر الحكومة على فعلين متباينين الضريبة على العمل والضريبة على رأسمال. وفي المقابل نجد أن المستهلك له الإختيار بين الإستهلاك والتوفير. وللاعبين كليهما دالة منفعة واحدة، التي يمكن صياغتها بهذا الشكل:

$$U(c_1, c_2, g_2) = \ln c_1 + \delta\left(\ln c_2 + \alpha \ln(\bar{n} - n_2) + \beta \ln g_2\right) \text{.........} (3.3.11)$$

[1] BAŞAR, T., and H. SELBUZ, *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, Previous Reference , P173.

وأن العمل بالإستراتيجية التحفيزية يتطلب معالجة ما يلي:

$$\max_{c_1,n_2,\tau_2,R_2} U(c_1,c_2,n_2,g_2).........(3.3.12)$$

وجدير بالذكر أن المسألة هذه قد تمت معالجتها بواسطة برنامج "Mathematica 4.1 " وبالإستعانة أيضا بالخوارزم الجيني.

إن الخوارزم الجيني المستعمل في هذه المعالجة يحتوي على جماعة بحجم 200 صبغية وكل صبغية تمثل شعاعا ببعد 4، وتقدر نسبة النخبة المقترحة في هذه الحالة بـــ 5٪ كما يتحدد تكرار التهجين والتحول بـــ 0.25 و0.025 على الترتيب.

يوضح الجدول (3.3.8) النتائج المتحصل عليها من 1000 تكرار (إعادة)، إن هذه المسألة تبدو في الحقيقة مفرطة التحديد. وأن الحل المستعمل هنا هو الفريق الأمثل الذي يعطينا علاقة خطية بين R_2 و τ_2 التي تساوي وفق برنامج "Mathematica 4.1 " $\tau_2 = -2.700934579 + 3.034267913 R_2$.

ولإجراء المقارنة التي نريدها فقد وضعنا بأن $\tau_2 = 0$ ثم إكتفينا بالعمل بقيمة R_2 لتخصيص الحل الذي نسميه في هذه الحالة حل "Mathematica"، ونشير من جهة بأنه تم إختيار محاكاة بالخوارزم الجيني تحت قيد $\tau_2 = 0$ (المحاكاة $AG1$). وبالمقابل فإن المحاكاة الأخرى جميعها لا تخضع لأي قيد من هذا النوع.

ويلاحظ بأن الخوارزم الجيني يجد القيمة الحقيقية في كل مرة ويمكن التحقق بأن الزوج (R_2, τ_2) يتطابق جيدا مع العلاقة الخطية المثلى الموجودة بين هذين المتغيرين.

الجدول (3.3.8): القيم المتحصل عليها من الحل الفريق الأمثل

U	τ_2^t	R_2^t	n_2^t	c_1^t	دورة
0.75892340439283	0	0.8901437	0.51941747	1.42394822	حل "Mathematica"
0.75892340439283	0	0.8901437	0.51941747	1.42394820	$AG1$
0.75892340439283	0.00503944	0.8918045	0.51941748	1.42394822	$AG2$
0.75892340439283	0.01808305	0.8961033	0.51941745	1.42394821	$AG3$
0.75892340439283	0.28879163	0.9856204	0.51941747	1.42394822	$AG4$

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008" و برنامج "Mathematica4.1"

هناك يحاول الرائد، بالنظر إلى القيم المشار إليها، أن يبحث عن الإستراتيجية التحفيزية التي من شأنها أن تدفع الملاحق على إستعمال c_1^t و n_2^t وبالتالي القيمة المطابقة للمتغير c_2.

سبق وأن رأينا في الفصل الثالث من القسم الأول بأن الإستراتيجيتين التحفيزيتين الخطيتين اللتين يمكن إقتراحهما هما على التوالي:

$$\begin{aligned} R_2 &= R_2^t + q^1\left(c_1 - c_1^t\right) + q^2\left(n_2 - n_2^t\right) \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{..........}(3.3.13) \\ \tau_2 &= \tau_2^t + q^3\left(c_1 - c_1^t\right) + q^4\left(n_2 - n_2^t\right) \end{aligned}$$

حيث نعتبر هنا أن $R_2^t = 0.8901437$ و $\tau_2^t = 0$.

فضلا على توجيه الخوارزم إلى حساب العناصر الأربعة ***(4 uplets)*** $\left(q^1, q^2, q^3, q^4\right)$ يتعين أن يحسب كذلك الإستجابة المثلى من جانب الملاحق أي حساب c_1^* و n_2^* مثلنا رأينا في الأمثلة السابقة فإن الخوارزم الجيني ينطلق كذلك من جماعة إبتدائية تضم في هذه الحالة "4 uplets " أربع عناصر ممكنة ثم نقوم بإدخال خوارزم جيني آخر لحساب الإستجابة المثلى للملاحق ثم في النهاية يقوم بتقييم الجماعة الأولى مع الأخذ بعين الإعتبار هنا الفارق الحاصل بين هذه القيم وقيم الزوج الأمثل المرغوبة.

إن قيم معالم الخوارزميان الجينيان هذه تبقى متطابقة تماما مع قيم المعالم السابقة، إذ نجد جماعة تضم 200 صبغية ونسبة النخبة 5 ٪ إلى جانب تكرار عامل التهجين 0.25 ثم تكرار عامل التحول 0.025.

الجدول (3.3.9): الحلول التحفيزية

U	n_2	c_1	q^4	q^3	q^2	q^1	دورة
0.758890	0.519645	1.432416	3.1566	-8.7111	1.3699	-5.0708	*AG*1
0.758898	0.518406	1.430475	9.0317	-8.9424	2.1050	-1.5868	*AG*2
0.758899	0.518906	1.429623	8.4756	2.8351	2.9115	0.0244	*AG*3

المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

يوضح الجدول (3.3.9) مختلف نتائج المحاكاة المختبرة الثلاثة، كما يبين كذلك قيم الأفعال المثلى للملاحق التي تمثل إستجابته. ويلاحظ تباين كبير بين مختلف العناصر الأربعة "4 uplets " بسبب لا خطية المسألة. وبصفة عامة يمكن القول بأن كل هذه الحلول تعطينا قيمة منفعة قريبة جدا من الأمثل المطلق و الذي يساوي 0.759.

6.1 إستنتاج الخاصية الحسابية للخوارزم الجيني :

لقد إستطعنا من خلال العرض السابق أن نقف على قدرة الخوارزم الجيني لمعالجة المسائل ذات الطابع الحسابي، وإلى جانب هذه الميزة الحسابية التي يتمتع بها الخوارزم يمكن إستعماله أيضا في حل مسألة تنظيم التلوث التي سبق وأن تعرضنا إليها في الفصل الثالث من القسم الأول إذ يتضح بأننا لا نستطيع حساب الفريق الأمثل مباشرة. وبهذا فإن دالة الرفاهية الإجتماعية J^L تبقى شاذة عند τ (الضريبة)، ولتجنب هذا الشذوذ قمنا بإقحام قيد من شأنه أن يسمح لنا بإدخال هذا المتغير τ من جديد.

وقد يظهر هذا القيد الذي أضفناه في هذه الحالة والمتمثل أساسا في أن الأرباح تساوي الصفر كقيد فيه شيء من المبالغة . ومع ذلك يمكن إستحسانه إذا علمنا أن القيود الأخرى، كأن نقول أن الأرباح تساوي 100 مثلا تبقى كلها تؤدي إلى خوض حسابات جبرية معقدة للغاية، يكون بلا شك إستعمال الخوارزم الجيني الذي تناسب طبيعته العمل به لحساب متتابعات الضريبة المثلى المتطابقة مع قيد يفترض حد معين من الأرباح .

2 التعلم على التضخم من خلال نموذج من نوع"Barro-Gordon"بمتعاملين غير متجانسين:

لقد تبين في عرض سابق (الفصل الأول من القسم الثاني) بأن التعلم على مسألة تضخم "Nash" قد يكلف كثيرا بالرغم من أن مسارات التكيف المستعملة عندئذ كانت بسيطة للغاية. ومن ثمة فقد بدت نمذجة هذه الحالة مخيبة جدا و لم تعط النتائج المتوخاة، ويعود سبب ذلك في إعتقادنا إلى إفتراض وجود أعوان متجانسين بغرض تحديد لاعب واحد يبقى هو نفسه في كل الأحوال.

وكان يمكن ألا يتضمن هذا التجانس أي إشكال لو إفترضنا حينها أن لكل هؤلاء الأعوان الخواص توقعات عقلانية. غير أن هذا الإفتراض لم يحصل بغرض تفادي التسليم بوجود هذه التوقعات لدى الجميع.

حاول كل من "Ginsburgh" و"Michel" دراسة تطور سلوكيات خاصة بتوقعات التضخم بالإستعانة بنموذج يأخذ بجماعة متعاملين تتضمن متعاملين سذج وآخرين عقلانيين في نفس الوقت[1]، لكن بالرغم من ذلك تبقى خاصية عدم التجانس في هذه المسألة ضعيفة جدا وذلك راجع لوجود فرضية بأن مجموعة المتعاملين السذج كلهم يعتمدون القاعدة المناسبة"*ad hoc*" للتوقعات التكيفية، فنصبح في هذه الحالة بلعبة بثلاثة لاعبين بدلا من لاعبين إثنين كما جرت العادة.

وقد إرتأينا أن نستخدم هنا الخوارزم الجيني في إختبار محاكاة السلوكيات التوقعية غير المتجانسة مستعينين على إنجاز هذه العملية بخاصيتين من خصائص الخوارزم، وهما القدرة الفائقة التي تتمتع بها هذه الأدوات على إنشاء أفراد جدد في الجماعة نفسها يكونون غير متجانسين، ثم وبصفة خاصة إمكانية الخوارزم الجيني على منح كل فرد من الأفراد ملكة تعلم تناسب خصوصية هذا الفرد. ويرجع توفر هذه الخاصية الأخيرة التي أثبتت نجاحها إلى وجود إحتمال تحول وإحتمال تهجين كافيين. وبهذه الصورة يصبح كل متعامل خاص عبارة عن فرد من الجماعة الإبتدائية يمتلك طريقة تكيفية خاصة به.

وفي هذا المعنى كتب "Dawid" يقول :

> «بعكس قواعد التعلم القياسية، يكون من الممكن جدا هنا أن ننشئ جماعة متعاملين غير متجانسين. وهؤلاء المتعاملون لا يختلفون في إستراتيجياتهم فحسب، بل يختلفون أيضا في سلوكيات التعلم [...] ثم لا يكون من الواضح بأي حال من الأحوال أن نفهم لماذا يفترض أن أفرادا مختلفين في طبيعتهم ويعملون بطرق تختلف عن بعضها البعض [...] يجب عليهم أن يستعملوا نفس القاعدة لبناء توقعاتهم أو لمراجعة إستراتيجيتهم »[2].

---

[1] GINSBURGH, V., and P. MICHEL, *Optimal policy business cycles*, Journal Of Economic Dynamics and Control, 22(4), Boston college ,USA , 1998, P511.

[2] DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference ,p 34

سوف نرى في سياق هذا الفصل بأن تبادل المعلومة البسيطة المتسمة بالتقليد لا تسمح في أغلب الأحيان بحصول نفس مآل التكيفات. مما يجبرنا كما رأينا ذلك في مسائل الخيبة سابقا إدخال تبادل كثيف للمعلومة، ولهذا الغرض إرتأينا أن نتطرق بالدراسة إلى طريقتين هامتين:

إدخال متعاملين يتمتعون إلى حد بعيد بحرية في التوقعات (إعتماد عامل التحول) إلى جانب طريقة إدخال تبادل المعلومة ذات القيمة الهامة. ويعتمد هذا التبادل بالأساس على قيمة دالة أداء الأفراد (التهجين الكاشف).

1.2 صياغة النموذج على طريقة "Barro-Gordon" :

سنحاول الآن أن نأخذ بنموذج "Barro-Gordon" في صورته التي سبق عرضها في الفصل الأول من القسم الثاني، بحيث تبقى دالة خسارة الحكومة بهذه الصيغة:

$$J^{L}(u,\pi)=a(\pi-\overline{\pi})^{2}+b(u-\overline{u})^{2} \qquad a,b>0 ....(3.3.14)$$

ودائما تبقى تغيرات البطالة تتحدد بهذه العلاقة:

$$u=u_{n}-c(\pi-\pi^{e}) \qquad c>0 ....(3.3.15)$$

إلى غاية هذه الخطوة لا نكاد نميز شيئا يختلف عن صورة النموذج السابق. بالإضافة إلى ذلك وبما أننا نفترض بأنه لا يوجد متعاملين خواص متجانسين، فإن التضخم المتوقع الذي يدخل هنا في العلاقة (3.3.15) يصبح عبارة عن متغير مدمج في صورة معدل لكل التوقعات الأفراد:

$$\pi^{e}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\pi_{i}^{e} ....(3.3.16)$$

كما نفترض كذلك بأن إهتمام المتعاملين الخواص تنحصر فقط في عدم الوقوع في خطأ التوقعات، ومنه فإن دالة الخسارة الشخصية للمتعامل الخاص i هي:

$$J_{i}^{S}(\pi,\pi_{i}^{e})=(\pi-\pi_{i}^{e})^{2} ....(3.3.17)$$

وترتبط هذه الخسائر مباشرة بين الفرق الحاصل بين مستوى التضخم المحقق والمستوى المتوقع من قبل المتعاملين الخواص. سنفترض هنا كذلك بأن الحكومة تعرف دوال الخسارة هذه.

2.2 اللعبة المتكررة :

نفترض اللعبة نفسها تتكرر في الزمن T مرة ونفترض كذلك وجود عدد N من المتعاملين الخواص. ومن ثمة فإن بنية اللعبة هذه تكون على هذا النحو: في كل فترة t، تعلن الحكومة عن مستوى تضخم نرمز له بـــ π_t^a وبناء على هذا الإعلان فسيدرج كل متعامل i من المتعاملين الخواص على حساب توقعاته الخاصة $\pi_{i,t}^a$، حيث $i=1,...,N$ وبطبيعة الحال فإن كل توقع يبقى مرتبطا إرتباطا وثيقا بالسمعة (المصداقية) التي يمنحها كل متعامل لهذا الإعلان .

وبالنتيجة فإن كل متعامل يصبح حرا في أن يثق أولا يثق في الإعلان ومن ضمن التوقعات غير المتجانسة سنجد التوقع المتوسط والذي نكتبه بهذه الصيغة: $\pi_t^e=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\pi_{i,t}^e$، وبدلالة هذا التوقع المتوسط تقرر الحكومة وتحدد مستوى التضخم الذي ستحققه. للتذكير هنا بأن لكل توقع متوسط مدمج، هناك دالة إستجابة الحكومة التي نحددها في كل الأحوال بهذه الصيغة:

$$T^L\left(\pi_t^e\right)=\frac{a\bar{\pi}+bc^2\pi_t^e-bc\bar{u}+bcu_n}{a+bc^2}..........(3.3.18)$$

سنفترض بأن الحكومة في هذه الحالة تتصرف بعقلانية ما دامت تلجأ في كل فترة من الفترات إلى دالة إستجابتها الخاصة لحساب π_t .

وتجدر الإشارة هنا كذلك أنه حتى في حالة إعتبار الإعلان الإبتدائي إعلانا يتميز بالتوافق الزمني كالإعلان عن تضخم "Nash" مثلا، الذي يجب فيه الحكومة أن تحترم إعلانها، ولكن كثيرا ما يحصل عدم إحترام الحكومة لإعلانها حتى وإن كان من هذا الصنف وسبب ذلك يعود إلى الإختيار العشوائي للجماعة الإبتدائية إذ هناك حظوظ قليلة بأن يكون التضخم المتوقع المندمج الإبتدائي هو نفسه الذي نحصل عليه بواسطة دالة الإستجابة T^S وهي الدالة نفسها لدى كل اللاعبين، مما يجعلنا نعتقد بتحديد إحتمال ثابت خاص بالثقة في الحكومة من بداية اللعبة عن طريق المراقبة المباشرة في إنتقاء الجماعة الإبتدائية وخاصة تحديد فضاء البحث الخاص بها.

كما نفترض بعد ذلك بأن الأفراد أحرار في عدم منح الثقة الكاملة للحكومة. في الأخير ومن أجل كل المحاكاة نضع أن $\bar{u} < u_n$. على أساس ذلك تنوي الحكومة أن تقوم بتدنية معدل البطالة إلى ما دون معدلها الطبيعي.

3.2 توظيف الخوارزم الجيني:

إن معرفة متى يتم تبادل المعلومات (تحديد عملية إنشاء جماعة جديدة) تبقى تكتسي فائدة بالغة الأهمية لذا حاولنا التركيز عليها وشرحها في ضوء العوامل الأخرى. سبق وأن عرفنا أن الجماعة تتكون من مجموعة أفعال للمتعاملين الخواص (مجموعة التوقعات في هذه الحالة) سنفترض هنا بأن الإعلان أصبح معروفا لدى الجميع بدون تسجيل أي خطأ وأن كل عون يبقى لديه الإمكانية لمعرفة أفعال أو الأداءات السابقة التي حققها اللاعبون الآخرون، ومن ثمة يمكن القول بأنه مهما تكرر الإعلان نفسه في كل فترة من الفترات فليس هناك داع من أن تختلف التوقعات إختلافا بينا لأن في كل مرة يوجد عدد كبير من المتعاملين يقومون بتغيير سلوكياتهم التوقعية حتى وإن إقتصر هذا التغيير في مجرد إقتداء أو تقليد سلوكيات أحسن المتعاملين وهذا التقليد يتم بواسطة عدة عوامل ولاسيما ولكي تكون أقرب من الواقعية بواسطة عملية الإنتقاء.

ولذلك عمدنا إلى تقليص فضاء البحث أي تقليص مجال التوقعات الممكنة. وبالتالي فلا يسمح لأي فرد مهما كان أن يختار أي قيمة التوقعات خارج المجال المعني وهو $\left[\pi^e_{\min,t}, \pi^e_{\max,t}\right]$ بحيث تكون عل الأقل $\pi^e_{\min,t} \geq 0$، $\forall t$، ويكون هذا المجال قابل للتطور مع مرور الوقت وسنرى صورة هذا التطور في سياق هذا البحث. ونفترض كذلك بأن الإعلان يبقى هو نفسه على إمتداد كل الفترات.

وبذلك يصبح الخوارزم الجيني المقترح لمعالجة هذه المسألة على النحو التالي:

(1) الإعلان الإبتدائي π^a_1.

(2) حساب المجال الأول للتوقعات الممكنة $\left[\pi^e_{\min,1}, \pi^e_{\max,1}\right]$.

(3) إنتقاء جماعة إبتدائية تضم N من الأفراد، وكل فرد i فيها يتميز بمستوى توقعات خاصة به ثم نسحب بعد ذلك N من القيم من ضمن المجال المسموح به (سحب عشوائي منتظم).

(4) حساب التضخم المتوسط المتوقع $\pi^e_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\pi^e_{i,1}$.

(5) حساب التضخم المحقق $\pi_1 = T^L\left(\pi_1^e\right)$.

(6) تقييم كل فرد بواسطة دالة الأداء $f_{1,t} = \frac{10}{\left(10+100\left(\pi_1 - \pi_{1,t}^e\right)^2\right)}$.

(7) من أجل كل $J = 2$ إلى T:

(أ) حساب المجال المسموح به $\left[\pi_{\min,j}^e, \pi_{\max,j}^e\right]$.

(ب) إنشاء جماعة جديدة (عامل الإنتقاء ، التحول ، التهجين).

(ت) تقييم التضخم المتوقع المدمج الجديد.

(ث) تقييم التضخم الجديد المحقق.

(ج) تقييم أداء كل توقع.

(8) نهاية.

ولكي نتمكن من تطوير مجال التوقعات المسموح به، فإننا نفترض بأن القاعدة التالية هي التي ستحدد حدود هذا المجال: $\pi_{\min,t}^e = (1-k)\pi_{t-1}$ و $\pi_{\max,t}^e = (1+k)\pi_{t-1}$ ، حيث أن $k > 0$ للتذكير فإن هذا المجال كان في البداية يساوي: $\pi_{\min,1}^e = (1-k)\pi_1^a$ و $\pi_{\max,1}^e = (1+k)\pi_1^a$ حيث أن $k > 0$.

وبذلك أمكن القول بأن درجة عدم التجانس هذه تبقى في حد ذاتها مرتبطة أيضا بالقيمة المعطاة لــ k، ونستطيع أن نتصور أن هذه الدرجة تصبح تتميز بالتطور أي يصبح لدينا بالتالي نوع من مؤشر الثقة *(Confidence Index)*الذي يمكن تطوره بواسطة عملية التحقيق.

ومن أجل كل المحاكاة المتاحة بواسطة التشفير الحقيقي نأخذ القيم التالية: $a = b = 0.5$ ، $c = 1$ ، $\bar{\pi} = 2$ ، $\bar{u} = 5$ ، $u_n = 7$ ، $k = 0.5$.

وبذلك فإننا نحصل على توازن "Nash" بواسطة $\pi^N = 4$. كما أن هذا التوازن سيحدد أيضا توازنا آخر في هذه اللعبة والذي نسميه توازن "Stackelberg" للعبة التي يكون فيها المتعاملين الخواص يمثلون الرائد، فإذا حصل وأن وجد هؤلاء المتعاملين الخواص هذه القيمة فإنهم سيعثرون في نفس الوقت على طريقة لتسليط العقوبة المثلى.

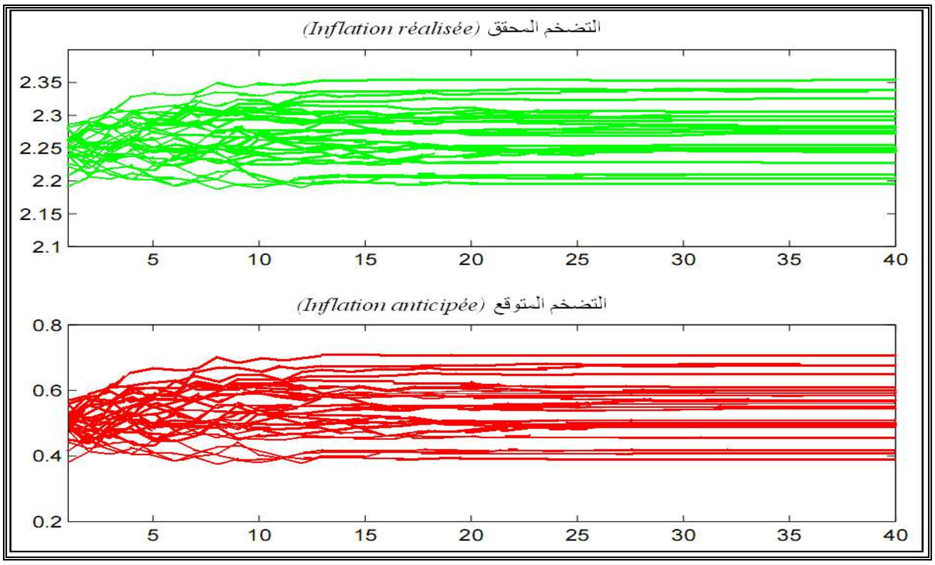
4.2 المحاكاة الأولى (لا يوجد تحول):

من البداية إننا نفترض أن $p_m = 0$ بمعنى أنه لا يوجد أي تحول في هذه العملية. إلى جانب ذلك فإننا نفترض كذلك بأن الحكومة تلجأ إلى التحايل على نطاق واسع قدر إستطاعتها. وبذلك يكون الإعلان الإبتدائي كالتالي: $\pi_1^a = 0$ أما المجال الإبتدائي للتوقعات المسموحة فهو [0,1] إن هذا المجال الذي من البداية صغيرا يسمح لنا في الحقيقة بمعرفة إذا كان من الممكن حدوث مآل نحو نقطة ثابتة مرغوب فيها (توازن "Nash" – "Stackelberg") حتى وإن لم تكن هذه القيمة تنتمي إلى مجال البداية من أول الأمر، وهي بالفعل بعيدة إذ أنها تساوى 4.

لقد تم في هذه الحالة توظيف الخوارزم ثلاثين دورة على مجال زمني يمتد إلى أربعين 40 فترة. وفي كل محاكاة أخذنا جماعة بحجم 30 وبتكرار يفوق 0.7 للتهجيات المستعملة، أي إستعملنا عشرة تهجينات بسيطة إلى جانب عشرة تهجينات حسابية في كل جماعة. لا يوجد هنا إختيار مبني على النخبة.

الشكل (3.3.1): التضخم المتوسط المتوقع و التضخم المحقق

$N = 50$، عدد المحاكاة 30



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

من خلال الشكل البياني (3.3.1) يمكن أن نقرأ النتائج التي تحصلنا عليها في هذه المحاكاة وأول ما يلاحظ هو النقص الفادح في المآل نحو النقطة الثابتة. كما نستطيع أن نبين كذلك أنه بدون تحول فإن عملية التهجين سواء أكانت بسيطة أو حسابية أو ممزوجة ببعضها البعض لا

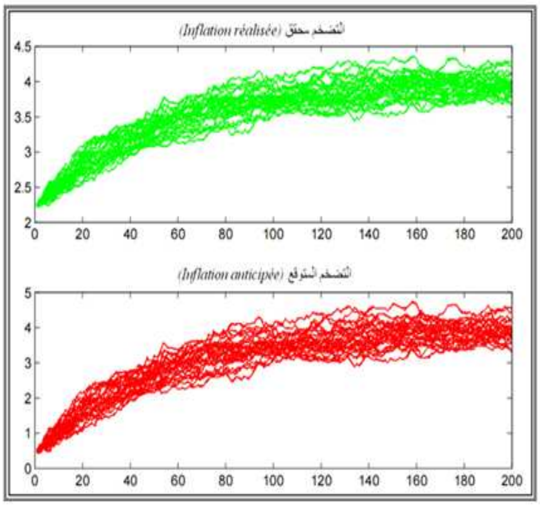
تعطينا أي مآل نحو النقطة الثابتة التي نرغب فيها لأن تبادل المعلومة حينذاك لا يكون كافيا. ولا يوجد في هذه الحالة سوى نوع من التكيفية البسيطة، لكن في الواقع إذا كان الفرد يفتقد إلى المعلومة فلا شيء يعوضه هذا النقص، وهذا ما يضعنا في وضعية تشبه إلى حد كبير مشكلة الخيبة التي سبق تعريفها.لكن هذه المحاكاة هي عبارة عن وضعيات مستقرة تلاءم ذلك الإستعداد بقبول التحايل حتى و لم تول من البداية أي مصداقية للإعلان.ولمعالجة نقص المآل هذا يصبح من الضروري تغيير كيفية تبادل المعلومة داخل النظام، وهذا ما سنتطرق له في العرض اللاحق، إذ نقوم في البداية بإحداث تحولات معتبرة ثم نلجأ في خطوة ثانية إلى الإستعانة بعامل تهجين من نوع الكاشف *(Type heuristic)*.

5.2 المحاكاة الثانية (توظيف عامل التحول):

فضلا عن جملة معالم الخوارزم الجيني التي أخذنا بها في المحاكاة السابقة فإننا سنحاول في هذه المرة الإستعانة بعامل تحول منتظم بتكرار يساوي 0.004، أي بوجود متعاملين قابلين للتحول في كل فترة، وهؤلاء المتعاملون هم في حالة تفاؤل ويعتقدون بأن الحل لم يكشف عنه بعد ومن ثمة يسعون للوصول إلى التجديد أو الإبتكار بتصرفات مفرطة التفاؤل، وهذا الإبتكار أو التجديد هو الذي يمنح المعلومة الإضافية، كما يحدث كذلك نقصا في إستقرار المسارات، حيث يعرف المسار في هذه الحالة نوعا من التذبذب واللاإستقرار.

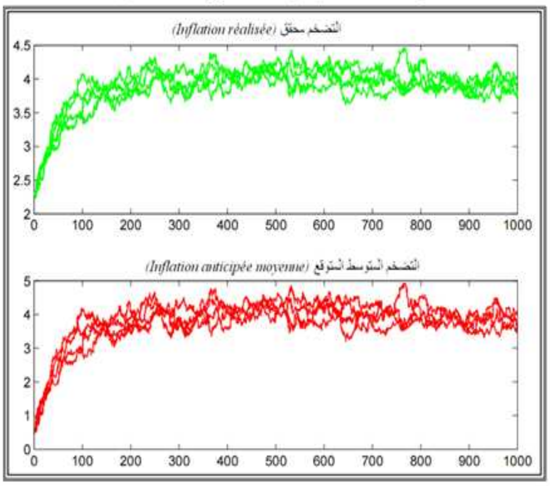
الشكل (3.3.2): التضخم المتوسط المتوقع و التضخم المحقق

طريقة التحول المنظم (30 محاكاة)



الشكل (3.3.3): التضخم المتوسط المتوقع والتضخم المحقق

بواسطة عامل تهجين منتظم من خلال أربع محاكاة على 1000 فترة

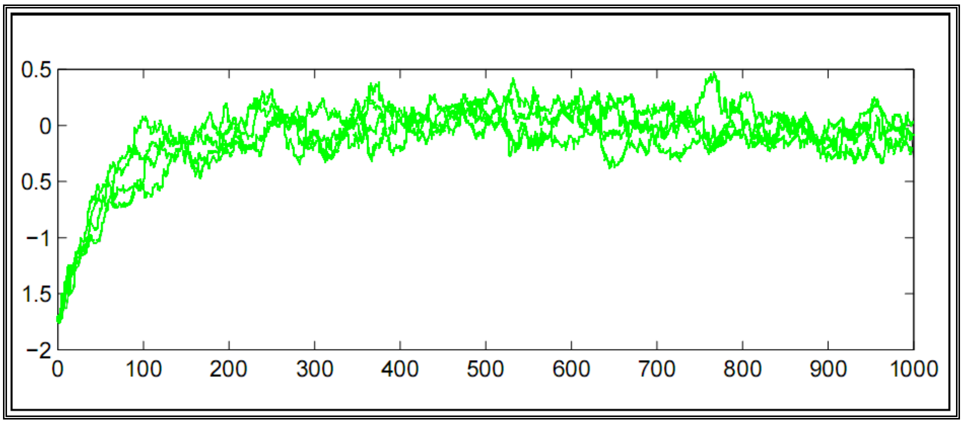


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكلين البيانيين (3.3.2) و(3.3.3) إن الإبتكار حتى وإن يسمح بحدوث مآل للتعلم نحو النقطة الثابتة المرغوبة (4)، فلا شك أن هذا التعلم يبقى بطيئ الإنجاز جدا.

الشكل (3.3.4): تطور مستويات خطأ التوقعات من خلال أربع محاكاة

(كل خطأ موجب يناسب توقعا مفرطا)، العامل المستعمل هنا هو التحول المنتظم



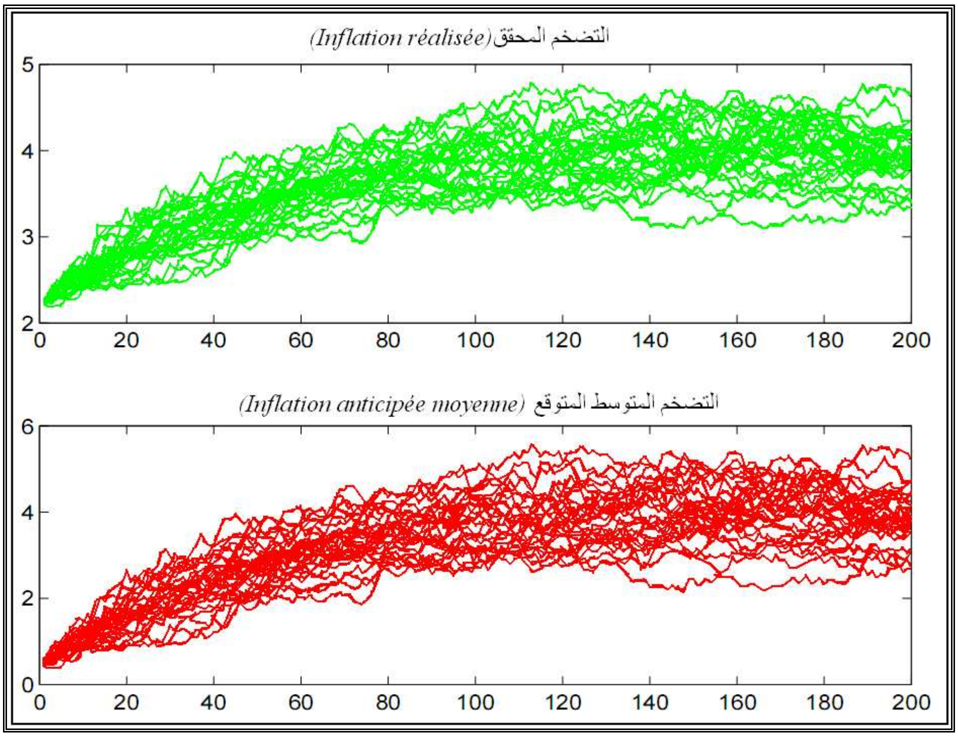
المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني (3.3.4) الذي يرسم نتائج أربع محاكاة قد تم إجراؤها في خلال فترة زمنية طويلة (1000) أن الصورة الزمنية الراصدة لأخطاء التوقعات بأن المتعاملين لا تخطئون بصفة تلقائية. إذ نسجل متوسطات للأخطاء الأربعة وهي على التوالي:0.0871 - 0.1055 -، 0.1345 -، 0.1075 – ، كما نلاحظ بأن هذه القيم سالبة وسبب ذلك يرجع بالدرجة الأولى إلى الإنحراف الإبتدائي. أما المعدلات المسجلة على إمتداد الفترات من 400 إلى 1000 فهي: 0.0149، 0.0703 -، 0.0236، 0.0198، أما الوسط الحسابي لهذه المعدلات يساوي 0.003 -.

يجب التنويه هنا بأن ليس كل عوامل التحول قادرة على أن تحقق صحة هذه القاعدة بنفس السداد والسرعة لأن نظام التشفير المقترح هنا هو التشفير الحقيقي. ليس هناك واحد من هذه العوامل يستطيع أن يمنح نفس الإضافة في المعلومة.

الشكل (3.3.5): التضخم المتوسط المتوقع والتضخم المحقق

بواسطة عامل التحول غير المنتظم من خلال 30 محاكاة

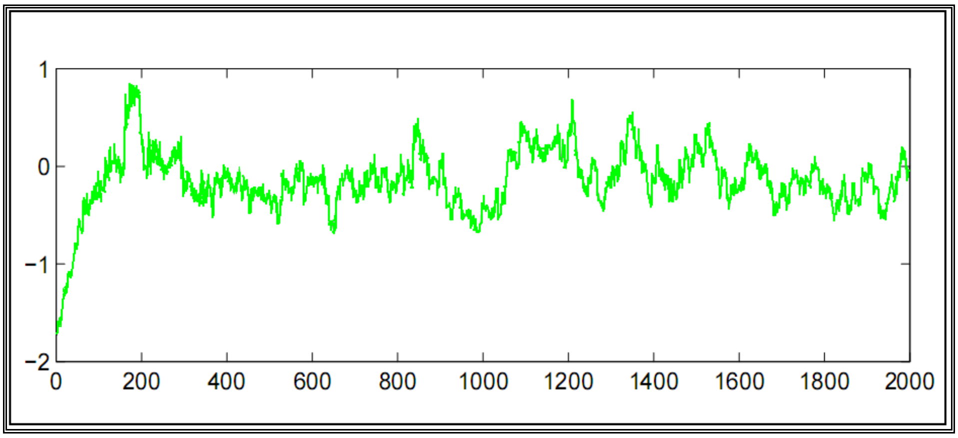


المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني(3.3.5) أننا نجد في حالة تحول غير منتظم على سبيل المثال تباين الأخطاء لابد أن يكون كبيرا.

الشكل(3.3.6): تطور مستويات خطأ التوقعات لمحاكاة

على 2000 فترة بعامل تحول غير منتظم



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني(3.3.6)، ومن خلال محاكاة واحدة بإن متوسط أخطاء التوقعات على مدى الـــ 1000 فترة الأخيرة يساوي 0.0768 –.

6.2 المحاكاة الثالثة: غياب عامل التحول ووجود عامل تهجين كاشف:

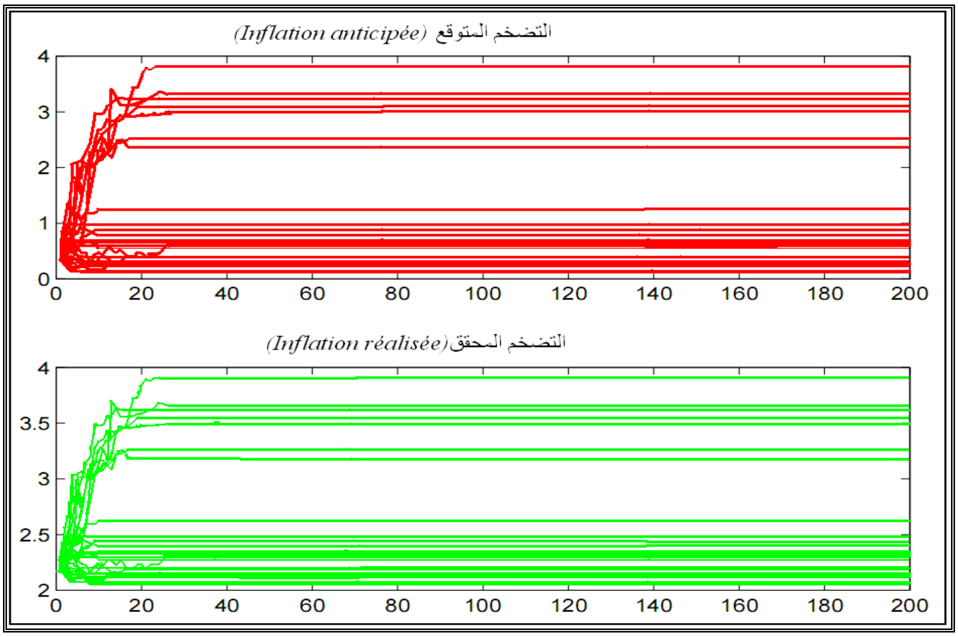
سنحاول هذه المرة إدخال المعلومة الإضافية و لكن بدون اللجوء إلى عامل التحول إذ نكتفي فقط بتوظيف عامل تهجين كاشف.لقد سبق و أن رأينا في الفصل الأول من هذا القسم بأن هذا العامل هو الوحيد من بين كل عوامل التهجين الأخرى الذي يستعمل مباشرة معلومة مرتبطة بالأداء، وبهذا فهو يمنح نوعية من المعلومة أفضل بكثير من التي تمنحها عوامل التهجين الأخرى. وبالرغم من أن هذا العامل يمنحنا نتائج مشابهة بالفعل لتلك النتائج التي نحصل عليها بإضافة عامل تحول فإنه يبقى لا يفي بالغرض إذا إستعمل بمفرده.فإذا كان يمنحنا نوعية في المعلومة فإنه بالمقابل يعجز عن إعطاء الكمية الكافية لأن هذه الكمية تبقى مرتبطة إرتباطا وثيقا بحجم الجماعة فتزداد كلما زاد حجم الجماعة، ومن ثمة كان من الضروري الأخذ بجماعة كبيرة الحجم التي من شأنها أن تسهل تبادل المعلومة بحجم واف وواسع، وهذا ما يعزز بقسط وفير إحتمال الحصول على النقطة الثابتة المرغوبة.

نجري في هذه الحالة 30 محاكاة لكل واحدة منها نستعمل تكرار تحول بقيمة صفرية كما أنه لا توجد أي نخبة في عملية إنتقاء الأفراد، إلى جانب ذلك نسجل تكرار بقيمة 0.5 يرتبط بعامل التهجين الوحيد المستعمل هنا ألا وهو عامل التهجين الكاشف.

هذا التكرار يعني بأننا نسمح هنا بتبادل للمعلومة بين نصف الجماعة في كل فترة من الفترات.

نلاحظ من خلال النتائج الموضحة في الأشكال البيانية من (3.3.7) إلى (3.3.10) الحجم الكبير لكمية المعلومة المتبادلة، وبذلك تتضح أهمية و دور حجم الجماعة المستعملة.

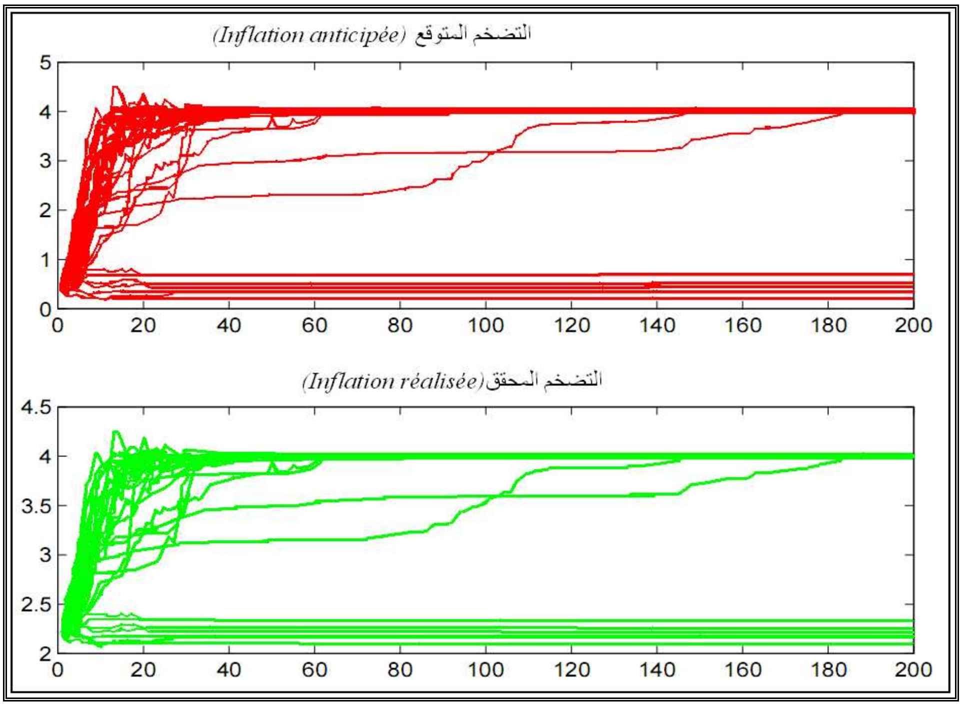
الشكل (3.3.7): النتائج المتحصل عليها من خلال 30 محاكاة بجماعة حجمها يساوي 5



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني (3.3.7) أنه جماعة بحجم 5 لا تعثر على النقطة الثابتة سوى في محاكاة واحدة فقط من أصل 30 محاكاة.

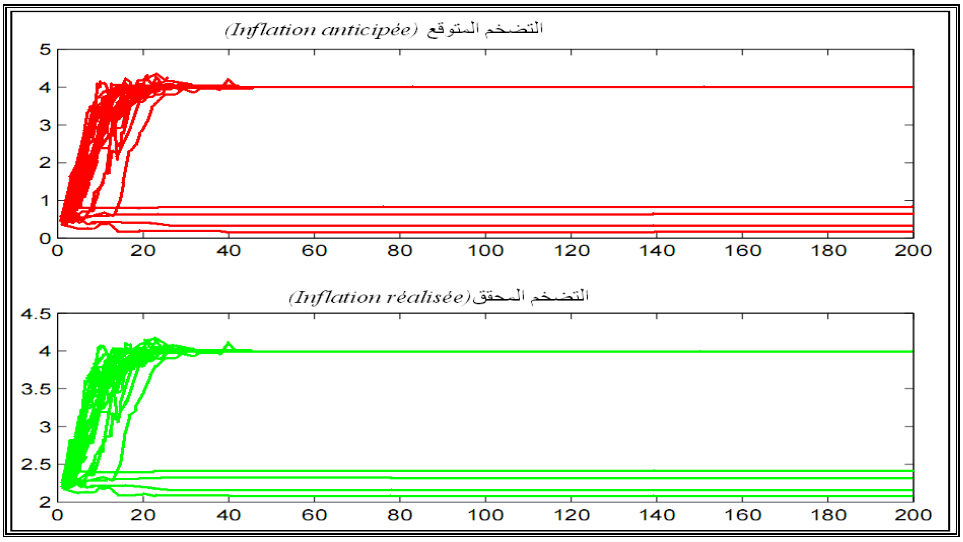
الشكل(3.3.8):النتائج المتحصل عليها من خلال 30 بجماعة حجمها يساوي 10



المصدر:من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني (3.3.8) أننا عندما رفعنا حجم الجماعة إلى 10 زاد عدد المحاكاة التي من خلالها حصلنا على النقطة الثابتة.

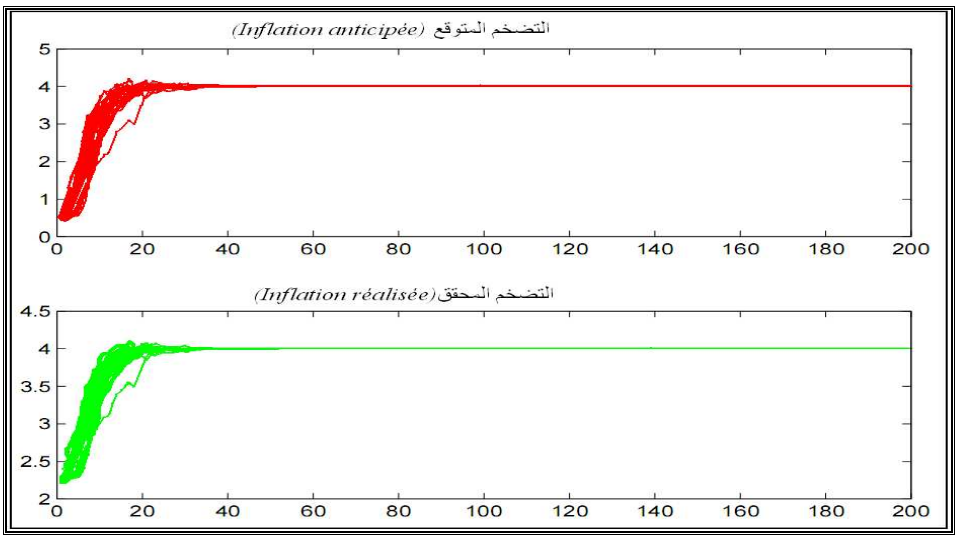
الشكل(3.3.9): النتائج المتحصل عليها من خلال 30 محاكاة بجماعة حجمها يساوي 20



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

نلاحظ من خلال الشكل البياني (3.3.9) أن عدد المحاكاة التي لم نعثر من خلالها على النقطة الثابتة تقلص وأصبح يساوي 4، أي هناك 26 محاكاة تم بواسطتها العثور على النقطة الثابتة، و هذا بعد رفع عدد الجماعة إلى 30.

الشكل(3.3.10): النتائج المتحصل عليها من خلال 30 محاكاة بجماعة حجمها يساوي 50



المصدر: من إعداد الطالب بالإعتماد على برنامج "Matlab2008"

يوضح الشكل البياني (3.3.10) أن 30 محاكاة المنجزة تم من خلالها العثور على النقطة الثابتة في ظرف زمني وجيز، أي هناك سرعة في الإنجاز، وهذا بالطبع بعد رفع عدد الجماعة إلى 50 وبهذا نكون قد وفقنا للتوافق مع الفرضية التي ترى بأن المتعاملين لا يخطئون بصفة تلقائية .

خلاصة الفصل الثالث :

على ضوء ما ذكرنا في هذا الفصل يكون بإستطاعتنا التحدث عن طريقتين هامتين قد فتحتا آفاقا مستقبلية عن كيفية إستعمال الخوارزميات الجينية.لقد إنحصر إهتمامنا في مرحلة أولى على إمكانية إستخدام الخوارزميات الجينية في مجالات الحساب وعرفنا في هذه المرحلة أن للتشفير الحقيقي أهيمة كبرى لإظهار مدى قدرة الخوارزميات الجينية على حل المسائل المطروحة وليس بنيتنا في هذا الموضع التقليل من شأن التشفير الثنائي الذي قد يعطي هو الآخر الغرض المطلوب ويمنحنا إمكانية الحصول على نتائج مشابهة، لكن أفضلية التشفير الحقيقي تكمن أساسا في المدة التي يستغرقها الحساب، بحيث تبقى مدة الحساب هذه والتي نرمز إليها بـــ"CPU " قصيرة جدا وإلى جانب ذلك فإن هذا النوع من التشفير يمكن من بلوغ دقة متناهية بعكس التشفير الثنائي الذي طالما ظل يظهر شوائب على النتائج بسبب حدوث تباعد في المسافة ***(Haming)*** مما بات يسبب مشاكل الضبط الجيد في نهاية الفترة. وكنا في مرحلة ثانية قد تناولنا قدرة الخوارزميات الجينية على نمذجة السلوكيات غير المتجانسة، وبالفعل فإن توظيف هذه الأدوات في ظل التشفير الحقيقي يوفر بلا شك طيفا واسعا من المعلومات المتبادلة أثناء مسار التعلم سواء من حيث الكمية أو النوعية، فضلا عن ذلك فقد عملنا على إبراز أهمية نوعية وكمية المعلومات، كما رأينا بأنه يصبح من الممكن وفق شروط معينة أن يحدث مآل التوقعات نحو النقطة الثابتة المرغوبة، وفي هذا المعنى فإن عدم التجانس في إطار الخوارزميات الجينية قد يصبح بالضرورة يتفق أو يلاءم فرضية وجود توقعات عقلانية على الأمدين المتوسط والطويل. و يمكننا أن نذكر في الأخير بأن أهمية الخوارزميات الجينية في مجال نمذجة مسارات التعلم لا يمكن التغاضي عنها فهي تساعد بصورة لا تقبل جدلا على إيجاد جواب للسؤال المطروح في القسم الثاني من أطروحتنا هذه وهو كيف يمكن لنا تسليط العقوبة؟ وخاصة في وضع من لعبة مقلوبة قد يصبح فيه الرائد ملاحقا، وواضح مما سبق دراسته أن التعلم يفتح إمكانية الذهاب إلى أبعد من مجرد العقوبة بإستراتيجية توازن من نوع "Nash" ما دام أنه يمنح للملاحق فرصة سانحة للتحصل على حل من نوع "Stackelberg".

خلاصة القسم الثالث:

لقد أوضحنا في هذا القسم بأنه لا توجد خوارزميات تساعد على التعلم على إستراتيجية توازن "Stackelberg". في حين أن هناك وضعيات ليست بالقليلة نجد فيها أن الرائد المحتمل يجهل تماما دالة إستجابة الملاحق، الشيء الذي بات يؤثر سلبا على السياسة المنتهجة ككل.

فلو أخذنا كمثال إقتصاد البيئة لأمكن قبول الوضعية التي نجد فيها الرائد أو المنظم يلتزم بأن يعثر على الضريبة المثلى وفي نفس الوقت يسعى إلى تعويض المتعاملين الخواص عن آثار الأضرار الناجمة عن الآثار الخارجية *(Externality)* التي يتحملونها، بأنها وضعية ضارة إذ يظهر أن هذا المنظم يقدر في هذه الحالة على تسليط عقوبة مناسبة على كل فعل متسبب في التلوث. ولذلك أصبح من الفائدة، أن نستعين بالخوارزميات الجينية وإدراجها كأداة عمل تفيد البحث القياسي في عدة مسائل ذات صلة بالإقتصاد فإن التعلم على دالة الإستجابة بواسطة أدوات قياسية معيارية كانت نتائجه أفضل بكثير من التعلم بواسطة الخوارزم الجيني، فهذا لا يمنع في حالات دوال إستجابة غير خطية أو كبيرة الأبعاد فتصبح طرائق التعلم التطورية المعتمدة على الخوارزميات الجينية ذات فائدة وتعطي نتائج مشجعة جدا.

ويمكننا بصفة عامة أن نميز من خلال دراستنا لعدد من المحاكاة، ثلاثة أنواع من التطبيقات الممكنة للخوارزميات الجينية:

- تستعمل كأداة حساب.
- تستعمل كأداة التعلم.
- تستعمل كأداة نمذجة عدم التجانس.

ففي مجال الحساب يوجد عدد لا يستهان به من الطرائق الرقمية، لكن يبقى الخوارزم الجيني أفضل هذه الطرائق ولاسيما في معالجة المسائل التي تتضمن فضاء بحث ببعد كبير إذ يوفر لنا إمكانية معالجة عدد كبير من الحلول الممكنة في نفس الوقت وهو ما يعرف بالتوازي الضمني.

وعموما فإن لهذه الأدوات خاصية إيجابية جدا تتمثل في قدرتها الواسعة على تغطية مجال البحث المعني في وقت سريع وبدقة عالية.

أما من حيث أنها أداة للتعلم، كالتعلم على الضريبة المثلى مثلا فمازالت تثار شكوك حول المسألة وخاصة التكلفة الإبتدائية للخوارزميات الجيني، أي تكلفة إستعمال هذه الأدوات حتى

وإن تم التأكد من نجاعتها العملية بصفة يقينية. ومهما يقال فليس هنالك بديل يقوم مقام الخوارزم الجيني بصورة تعطي الأفضلية في حالة النقص التام للمعلومة أو غيابها.

إن إستعمال الخوارزم الجيني الذي يتميز بالواقعية الإقتصادية يتطلب تحكم دقيق لكل معالم هذا الخوارزم. ومن ثمة كان يجب من البداية تحديد إحتمال التحول وتحديد حجم الجماعة الإبتدائية بصورة تتفق جيدا مع طبيعة المسألة الإقتصادية المطروحة.

يجدر التذكير في الأخير بأن هناك إمكانية يمكن تصورها في مجال إستعمال الخوارزم الجيني لنمذجة عدم التجانس وهي إستخدام مسار تعلم من نوع ' البايزي' *(Bayésien)* الخاص بكل واحد. غير أن هذه الطريقة لا تقتضي في إعتقادنا إعطاء نفس القيمة وبنفس الأهمية لدور كمية ونوعية المعلومة المتبادلة. بما يتطلب الحاجة إلى خطوة عمل إضافية على المستوى النظري وخاصة إذا كان التشفير المستعمل تشفيرا حقيقيا، وتتمثل هذه الخطوة أساسا في التحديد الدقيق لحجم ونوعية المعلومات التي يمكن أن يوفرها كل نوع من العوامل، وبمعنى آخر يجب تحديد قياس ما يسمى بالقصور الخاص بالخوارزميات الجينية وهذا ما يشكل الساعة تحديا حقيقيا للأبحاث القائمة في هذا المجال.

وفي ختام هذا القسم قمنا بعرض إمكانية ألعاب "Stackelberg" الديناميكية في إستعاب الكثير من المسائل الإقتصادية الحالية ورأينا بأنها ستساهم بلا ريب في فتح آفاق مستقبلية واعدة في ميدان البحث سواء إن إستعملت لوحدها أو إلى جوانب الخوارزميات الجينية.

خاتمة

تتمحور إشكالية الموضوع المعالج حول آثار إعادة النظر الإستراتيجية أو التقنية للسياسة الإقتصادية على الملاحق في اللعبة، وهذا ما دفعنا لمعالجة هذه الإشكالية وفق ثلاثة أقسام بإستعمال المناهج المستعملة في المقدمة.

أولا: ملخص:

كنا قد تطرقنا في هذه الأطروحة بدرجة أساسية إلى المحاور التالية:

- عدم التوافق الزمني للحلول المقترحة ونتائجها.
- إستراتيجية التحايل ومشكل المصداقية.
- التعلم على إستراتيجيات التوازن.

ولذلك جاءت دراسة هذه المحاور في ثلاثة أقسام.

القسم الأول :

تناولنا في هذا القسم تعريف عدم التوافق الزمني وفيه كان التطرق إلى المقال الذي كتبه "Kydland " و "Prescott " الذي يعتبر بحق الدراسة المؤسسة لهذه النظرية وخلصنا في الدراسة إلى أن ألعاب "Stackelberg" هي وحدها التي تناسب دراسة ظاهرة عدم التوافق الزمني ومن ثمة شرحنا العناصر الضرورية للعبة الديناميكية ومختلف الحلول المتعلقة بالتوازن، ولتوضيح دراسة التوافق الزمني إعتمدنا في أول الأمر على دراسة لعبة ديناميكية خطية تربيعية، كما أوضحنا في خطوة ثانية من خلال التطرق إلى المسائل الإقتصادية المرتبطة بإختيار السياسة الإقتصادية المثلى للضريبة التي تريدها الحكومة، وتوصلنا إلى النتائج التالية، ففي البداية أمكن القول بأن السياسة التقديرية *(Discretion)*، وخلافا لما كان عليه الإعتقاد وتداولته أدبيات الإقتصاد ليست ضارة في جميع الحالات بالنسبة للملاحق غير أن المكسب الذي نحصل عليه عن طريق إعادة النظر التقديرية يبقى في غالب الأحيان ضعيفا، وفي مجمل القول يمكن أن نعتبر الإستراتيجية ذات التوافق الزمني هي النهج المفضل لكلا اللاعبين، وبذلك تصير إستراتيجيةً مثلى.

تستند دراستنا في هذا القسم الأول إلى الفرضية التي ترى بأن الحكومة لا تبحث عن التأثير على سلوك المتعاملين الخواص بواسطة آثار الإعلان، في حين أن تحليلنا للظاهرة في القسم الثاني لا يستند إلى هذه الفرضية.

القسم الثاني :

يتناول هذا القسم في جملته دراسة آثار الإعلان وظواهر التحايل. فالتحايل، حسب رأينا، هو الإستعمال الإستراتيجي للإعلانات التي تميل إليه الحكومة من أجل التأثير على سلوك الملاحق. كما حرصنا على توضيح اللبس بين مصطلح عدم التوافق الزمني والتحايل، كما بينا كيف تكون فائدة الرائد غير المتردد في العمل بإستراتيجية التحايل الأمثل، ثم شرحنا بعد ذلك مصطلح المصداقية وعرفنا بأن العلاقة بين التوافق الزمني والمصداقية ليست علاقة سببية، فلا يكفي بأن تكون السياسة ذات توافق زمني لكي تحوز على المصداقية مسبقا، ومن جهة أخرى قمنا بعرض لطبيعة العقوبة أو الجزاء، فأوضحنا من خلال لعبة التضخم، البطالة من نوع "Barro" و"Gordon" في صورتها المكررة، بأنه قد لا يكون من العقلانية بالنسبة للمتعاملين الخواص معاقبة كل إنحراف للحكومة، بعديا، فالجزاء عادة لا يكون سهلا، وقد يصبح مكلفا جدا أكثر من تقبل التحايل. كما إستعرضنا بالدراسة تأثير إستراتيجيات التحايل على اللاعبين في إطار لعبة خطية تربيعية ثم في إطار لعبة التضخم والبطالة في صورتها الديناميكية وقد كانت الخلاصة أنه من الأفضل لكل اللاعبين أن يتقبلوا إستراتيجية، بآثار الإعلان، إذا كانت تحسن من وضعيات الجميع، وهذا ما يسمى بالتحايل المقبول الذي يمكن أن يكون بمثابة إستراتيجية توازن صالحة.

القسم الثالث:

يشمل هذا القسم دراسة التعلم على توازن "Stackelberg" بإستخدام الخوارزميات الجينية عندما يكون الرائد يجهل دالة إستجابة الملاحق. بعد تعرضنا لخصائص الخوارزميات الجينية ومكوناتها الأساسية بإجراء بعض التطبيقات في مجال البحث عن الضريبة المثلى أو عن الدعم الأمثل.

وفي الأخير حرصنا على دراسة نتائج المحاكاة لمختلف سلوكيات التعلم غير المتجانس بإستخدام الخوارزميات الجينية، ومن ثمة إستطعنا أن نفهم أهمية المعلومة المتبادلة من حيث الكمية والنوعية في سياق التعلم غير المتجانس، وتبين من ذلك بأن هناك وضعيات ثابتة تناسب نزعة قبول التحايل إذا غابت مصداقية الإعلان من البداية.

ثانيا: نتائج إختبار الفرضيات:

لقد توصلنا من خلال بحثنا إلى العديد من النتائج وفق سياق معرفي ومنهجي مترابط مع الإشكالية محل الدراسة، تلك النتائج نقدمها بشكل نتأكد به من مدى صحة الفرضيات المقدمة سابقا.

1) بالنسبة للفرضية الأولى:

لقد برهنا على أن الإطار الأسلم لإجراء التحليلات هو نظرية الألعاب، إذ أن كل مشكل يتصل بالتحكم الأمثل المصاحب للتوقعات العقلانية هو في حد ذاته لعبة ضمنية طرفاها الحكومة والقطاع الخاص، وتتمثل التوقعات العقلانية في هذه اللعبة بأفعال المتعاملين الخواص.

2) بالنسبة للفرضية الثانية:

برهنا أنه في عالم يخضع للحتمية لا يمكن أن يقع فيه عدم التوافق الزمني لا من حيث المشاكل الناجمة عن التحكم الأمثل ولا من حيث إطار توازن "Nash" مما يجعلنا نقول أن ظاهرة عدم التوافق الزمني ما هي إلا تعميم لألعاب "Stackelberg".

3) بالنسبة للفرضية الثالثة:

أمكننا القول بأن السياسة التقديرية وخلافا لما كان عليه الإعتقاد وتداولته أدبيات الإقتصاد ليست ضارة في جميع الحالات بالنسبة للملاحق، غير أن المكسب الذي نحصل عليه من طريق إعادة النظر التقديرية يبقى في غالب الأحيان ضعيفا وفي مجمل القول يمكن أن تعتبر الإستراتيجية ذات التوافق الزمني هي المنهج المفضل لكلا اللاعبين، وبذلك تصير إستراتيجية مثلى.

4) بالنسبة للفرضية الرابعة:

لقد برهنا أن العلاقة بين التوافق الزمني والمصداقية غير سببية، فلا يكفي بأن تكون السياسة ذات توافق زمني لكي تحوز على المصداقية مسبقا.

5) بالنسبة للفرضية الخامسة:

لقد أوضحنا من خلال لعبة التضخم البطالة من نوع "Barro" "Gordon" في صورتها المكررة بأنه قد لا يكون من العقلانية بالنسبة للمتعاملين الخواص معاقبة كل إنحراف للحكومة، بعديا، فالجزاء عادة لا يكون سهلا، وقد يصبح مكلفا جدا من تقبل التحايل.

6) بالنسبة للفرضية السادسة:

بعد أن توصلنا أن للمعلومة المتبادلة أهمية كبيرة من حيث الكمية والنوعية في سياق التعلم غير المتجانس تبين لنا أن هناك وضعيات ثابتة تناسب نزعة قبول التحايل، إذا غابت مصداقية الإعلان من البداية.

ثالثا : مقارنة النتائج المتوصل إليها مع نتائج الأعمال الأخرى:

1) لقد توصلنا إلى أن ظاهرة عدم التوافق الزمني ترجع إلى مشكلة التحكم الأمثل غير السببية المصاحبة للتوقعات العقلانية المسبقة، و لكن هذا في حالة وجود مقرر هذا ما يتطابق كليا مع نتائج كل من " Hugues Hallet" و"Holly " ويتطابق نسبيا مع النتائج التي خلص إليها كل من "KYDLAND " و "RESCOTT " اللذين أكدا هذه النتيجة ولكن أن يحددا عدد المقررين في اللعبة.

2) لقد برهنا على أن الإطار الأسلم للإجراء التحليلات لظاهرة عدم التوافق الزمني هو نظرية الألعاب. إذ أن كل مشكل يتصل بالتحكم الأمثل المصاحب للتوقعات العقلانية هو في حد ذاته لعبة ضمنية طرفاها الحكومة والقطاع الخاص، وهذا ما توصل إليه "Başar" في دراسته .

3) برهنا أن التوقعات العقلانية في هذه اللعبة الحتمية تتمثل في أفعال المتعاملين الخواص، وهذه النتيجة مطابقة تماما لدراسة كل من "BLAKE " و "WESTAWAY ".

4) توصلنا بعد دراسة نموذجين إقتصاديين يتعلق أحدها بفرض الضريبة والآخر بمختلف إستراتيجيات التوازن في لعبة خطية تربيعية إلى أن توازن "Stackelberg" من الحلقة الفتوحة ليس بالضرورة يتميز بالتوافق الزمني، وهذا ما يتطابق إلى ما توصل إليه "Simaan" و"Cruz".

5) توصلنا إلى أن إعادة النظر لا يمكن قبولها من طرف المتعاملين الخواص الذين لا يولون في رد فعلهم أي مصداقية للإعلانات المستقبلية التي تصدرها الحكومة وبالتالي تصبح الحكومة مطالبة بالأخذ بالسياسات ذات التوافق الزمني، وهذا ما يتطابق مع نتائج كل من "Barro" و "Gordon".

رابعا: التوصيات:

بناء على النتائج التي توصلنا إليها ضمن هذه الدراسة النظرية لإشكالية آثار إعادة النظر الإستراتيجية أو التقنية للسياسة الإقتصادية على الملاحق نقدم ضمن هذه الفقرة مجموعة من التوصيات التي يمكن الإستفادة منها في الدراسات العلمية أو على مستوى صياغة وتطبيق السياسات الإقتصادية. ومن أهم التوصيات التي يمكن تقديمها هي:

1) يكن لأي حكومة إنتهاج الإستراتيجية التقديرية أو ما يعرف بعدم التوافق الزمني في سياستها لأنها ليست بالضرورة ضارة للمتعاملين الخواص.

2) كل الإستراتيجيات التي تتميز بالتوافق الزمني تؤدي بصورة عامة إلى وضعيات مريحة للرائد (الحكومة) وكذلك الملاحق (المتعاملين الخواص).

3) تعتبر نظرية الألعاب كإطار ملائم لدراسة ظاهرة إعادة النظر لأنها بلا شك تعد من أنسب الطرائق لدراسة عدم التوافق الزمني.

4) للإعلان أهمية كبيرة في الحكم على مصداقية السياسة الإقتصادية بصورة بعدية.

5) الملاحق الذي لا يعرف كيف يعاقب دون أن يتضرر هو بذاته من ذلك العقاب يفضل في الواقع أن يبقى بدون إستراتيجية ويقبل بالتحايل.

خامسا: آفاق البحث:

بعد الإنتهاء من معالجة إشكالية بحثنا المركزة على التعرف على تأثير ظاهرة إعادة النظر سواء التقنية أو الإستراتيجية للسياسات الإقتصادية ومن خلال مسار التحليل الذي ركز عليه بحثنا ظهرت لنا العديد من الجوانب والإشكاليات الجديرة بمواصلة البحث فيها لأهميتها النظرية والتطبيقية ومنها:

1) دراسة التطور التدريجي لظاهرة عدم التوافق الزمني والتحايل معا.
2) دراسة مسار التعلم من نوع 'البايزي' الخاص بكل لاعب في اللعبة.
3) قياس قصور الخوارزميات الجينية في نمذجة مسار التعلم.

الملاحق

الملحق أ

المفاهيم الأساسية في نظرية الألعاب :

1 عموميات :

تنقسم نظرية الألعاب إلى قسمين رئيسين، وهما الألعاب التعاونية أو التفاوضية والألعاب غير التعاونية، ولا يتصل الإختلاف بين هذين النوعين بالسلوك الملحوظ إنما يرجع بالدرجة الأولى إلى البنية الهيكلية للعبة. فاللعبة التعاونية تقتضى وجود بنية هيكلية تقبل بوجود تفاوض أو إتفاق بين اللاعبين وبالأحرى على نوعية الإتفاق بين اللاعبين. في حين تغيب هذه الصورة تماما في اللعبة غير التعاونية. ولا توجد فيها سوى شبه إتفاق الذي يعرف بالإلزام الذاتي*(Selfenforcing)*. وهي صفة تميز الوضعية التي يكون فيها فائدة اللاعبين جميعا في قبول هذا الإتفاق بإعتبار أن كل واحد منهم يتصرف على نفس المنوال، ويجد حاجة في إحترام الإتفاق بينه وبين الآخرين.

وغالبا ما تقتضى اللعبة غير التعاونية إلى حل يتميز بالتعاون، ومن ثمة بات يفترض بأن اللاعبين يستطيعون أن يتواصلوا بينهم ويتفاوضوا من أجل تحديد خط نشاط مشترك يجمعهم. وفي حالة غياب أي تواصل فإن كل لاعب يسعى إلى إغناء دالة الهدف الخاصة به لا غير وهذا بالإعتماد على جملة القيود التي يتخذها إزاء سلوكات اللاعبين الآخرين، ومن ثمة فإن كل إختلاف في القيود سيؤدي بالضرورة إلى إختلاف في التوازنات.

2 الإستراتيجيات / الأفعال :

في البداية يجب التمييز بين الأفعال والإستراتيجيات ، فالإستراتيجيات تعني القاعدة العامة للإختيار وتستلزم أفعال معينة لتحقيقها وهكذا فإن الأفعال تتولد عن الإستراتيجية المختارة.

يمكن أن نطرح هذا المثال لنبين التميز بين الفعل والإستراتيجية فلو إعتبرنا أن طالبا في الجامعة كان له الخيار بين فعلين، كأن يكون في موقف أن يختار الذهاب إلى الكلية ونرمز إلى هذا الفعل بــ F أو الذهاب إلى التتره في المدينة وهو الفعل V و أن الإختيار في هذا الموقف يبقى مرتبطا أساسا بحالة الجو (والتي نعتبرها كلاعب في هذه الحالة) فإذا كان الجو جملا نرمز إليه بالرمز B أما إذا كان ممطرا فنرمز إليه بالرمز P .

ومن هذا المثال يكن أن نعرف الإستراتيجية بأنها القدرة على تحويل حالة ممكنة $\left(B/_{P}\right)$ إلى فعل $\left(V/_{P}\right)$ وهكذا تصبح الإستراتيجية الممكنة في مثالنا هذا بهذه الصورة التي يراها الطالب في هذا الموقف: إذا كان الجو جميلا سأذهب إلى المدينة أما إذا كان الجو ممطرا فسأذهب إلى الكلية وثمة فإن عدد الإستراتيجيات يكون مرتبطا بالمعلومة التي تكون لدى الطالب الذي يمثل لاعبا هنا. لنفرض أن الجو الممطر أو الجو الصحو هما فعلان مرتبطان بعامل الصدفة وبذلك يمكن أن نتصور حالتين ممكنتين لإتخاذ القرار وتتوقفان عنها إذا كان هذا الطالب له دراية (معلومة) أم لا بالأحوال الجوية.

- الحالة الأولى :لا يعرف الأحوال الجوية (ليست له معلومة):

في هذه الحالة يصبح للاعب الذي نعرفه هنا باللاعب رقم 1 إستراتيجيتان فحسب وتتمثلان في الفعلين المتوفرين له وهما : $\gamma_1^1=(F)$ و $\gamma_2^1=(V)$، وبإعتبار أن هذا اللاعب يجهل وضعية الأحوال الجوية فيتحتم عليه أن يحدد خياره بهذه الطريقة: إنني سأذهب إلى الكلية أو إلى المدينة بغض النظر عن حالة الجو المرتقبة.

- الحالة الثانية: للطالب معرفة بالأحوال الجوية (المعلومة متوفرة):

هنا يصبح عدد الإستراتيجيات يساوي أربع $\gamma_1^1=(FF)$ و $\gamma_2^1=(FV)$ و $\gamma_3^1=(VF)$ و $\gamma_4^1=(VV)$ ،حيث أن الإستراتيجية الأولى $\gamma_1^1=(FF)$ تعني: ' سأذهب إلى الكلية إذا كان الجو صحوا وسأذهب إلى الكلية إذا كان الجو ممطرا ' يصبح لدينا في هذه الحالة فعلان ممكنان وكذلك معلومتان ممكنتان (كل واحدة تتعلق بحالة الجو) ومن ثمة يصبح عدد الإستراتيجيات : $2\times 2=4$.

ويمكن وصف هذه اللعبة في صورة عادية (إستراتيجية) أو في صورة توسعية.

ونستعمل في صورتها ذات الطبيعة التوسعية شكل الشجرة التي تسمى شجرة اللعب أما في الصورة العادية (الإستراتيجية) فنستعمل جدولا (عادة ما يكون جدولا ثنائي المصفوفة).

3 اللعبة في الصورة الإستراتيجية / العادية :

هناك ثلاثة مكونات تحدد صورة اللعبة العادية و يتعلق الأمر بـــ:

- عدد اللاعبين $i \in N = \{1,...,n\}$
- فضاء الإستراتيجيات ونرمز إليه بـــ Γ^i لدى كل لاعب في اللعبة.
- دالة العوائد *(Pay off)* J^i التي تبين لنا المنفعة (أو الخسائر) الخاصة بكل لاعب

وفق شكل الإستراتيجية المستعملة من طرف كل لاعب $\gamma = (\gamma^1, \gamma^2, ..., \gamma^n)$. ومن مظهـــر الإستراتيجية هذا γ يمكن لنا معرفة إختيارات الإستراتيجيات الخاصة بكل لاعب.

وبصفة عامة يمكن تمثيل اللعبة المتضمنة لاعبين إثنين في صورتها العادية بواسطة مـــصفوفة المدفوعات التالية:

الجدول 1: الصورة العادية للعبة

b	a	γ^2 / γ^1
$J^1(a,b), J^2(a,b)$	$J^1(a,a), J^2(a,a)$	a
$J^1(b,b), J^2(b,b)$	$J^1(b,a), J^2(b,a)$	b

المصدر: من إعداد الطالب

في حالة الألعاب الصفرية يمكن تبسيط هذا التمثيل بوضع جدول لا يحتوى سوى العوائد لاعب واحد (و يكون اللاعب المختار هنا هو اللاعب 1 أي لاعب الصف) للإشارة فإنه بإستطاعتنا تحديد عوائد اللاعب الثاني 2 كما يلي: $J^2(\gamma^1, \gamma^2) = -J^1(\gamma^1, \gamma^2)$، وهذا ما يوضحه الجدول 2.

وكما أسلفنا الإشارة إليه فإنه يمكن تعريف اللعبة الصفرية بهذه الصورة: $\sum_{i=1}^{2} J^i(\gamma) = 0$، وهذا $\forall\gamma$، مما يعني بأن مصالح اللاعبين متعارضة تماما لدرجة أن يكون مجموع دوال المكاسب أو الخسائر يساوي الصفر. وكذلك يمكن أن نسمى كل لعبة يكون فيها مجموع المنافع ثابت أي $\sum_{i=1}^{2} J^i(\gamma) = c$، و هذا $\forall\gamma$ باللعبة الصفرية (ولضبط القيم يمكن لنا أن نضع هذا الثابت يساوي الصفر).

الجدول 2 الصورة العادية للعبة

2 / 1	a	b
a	$J^1(a,a)$	$J^1(a,b)$
b	$J^1(b,a)$	$J^1(b,b)$

المصدر : من إعداد الطالب

يمكن وصف لعبة الطالب التي مرت بنا بأنها لعبة في مواجهة الطبيعة (هناك مقرر واحد في مواجهة الطبيعة). في الصورة العادية المبينة في الجدولين 3 و 4 يمكن حساب عوائد الطالب التي تتناسب مع درجة المعلومة التي لديه .

إن المعلومة غير التامة تعني وجود وضعية يكون فيها الطالب غير قادر على ملاحظة حالة الجو. وبالتالي فإن إختياره يكون غير مرتبط بالحالة الطبيعية وبعكس ذلك فإذا إستطاع هذا الطالب أن يعرف حالة الجو (وجود المعلومة الكاملة) فإن إستراتيجيته عندئذ تصبح عبارة عن تحويل مجموعة حصيلة هذه الحالات الممكنة إلى جملة من الأفعال الممكنة. ومن ثمة فإن الإستراتيجية الخاصة ستكون بهذه الصورة: $\gamma^1(FV)$ ما يعنى بالتعبير اللغوي " إنني سأذهب إلى الكلية إذا كان الجو صحوا، وإن لم يكن ذلك فلا أذهب "

الجدول 3: الصورة العادية للعبة بمعلومة غير تامة

γ^1 الطبيعة	F الكلية	V المدينة
B جو جميل	$J^1(F,B)$	$J^1(V,B)$
P جو ممطر	$J^1(F,P)$	$J^1(V,P)$

المصدر : من إعداد الطالب

الجدول 4: الصورة العادية للعبة بمعلومة تامة

γ^1 الطبيعة	(F,F)	(F,V)	(V,F)	(V,V)
B جو جميل	$J^1(F,B)$	$J^1(F,B)$	$J^1(V,B)$	$J^1(V,B)$
P جو ممطر	$J^1(F,P)$	$J^1(V,P)$	$J^1(F,P)$	$J^1(V,P)$

المصدر: من إعداد الطالب

4 دراسة اللعبة في صورة توسعية :

تعتمد الصورة التوسعية على نمذجة اللعبة في شكل شجرة اللعب، بحيث تبين بوضوح نسق اللعب الذي يتبناه كل لاعب وفق المعلومة التي يتوفر عليها، وبصفة عامة فإن الصورة التوسعية تتضمن المعلومات التالية:

(1) مجموعة اللاعبين.
(2) ترتيب مجرى الأفعال (من سيلعب ومتى ؟).
(3) عوائد كل لاعب وهي نتيجة تتوقف على الأفعال المنفذة.
(4) ما هي الإختيارات المتوفرة للاعب حين يأتي دوره في اللعب.
(5) ماذا يجب على اللاعب معرفته حينما يقوم بإختياراته.
(6) توزيع الإحتمالات المرتبطة بالحوادث الخارجية.

يمكن في هذه الحالة تمثيل نسق اللعب بواسطة شجرة اللعب وهذا ما يوضحه الشكل 1.

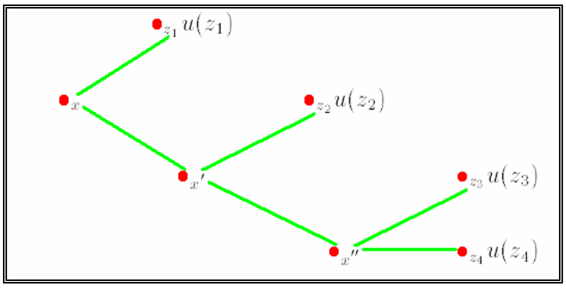
ونعرف شجرة اللعب بأنها عبارة عن مجموعة مكتملة من العقد $x \in X$، ترتبط ببعضها البعض بواسطة فروع وتبدأ من عقدة تسمى العقدة الأصلية *(original Node)*.

والعقد التي لا تتفرع منها عقد أخرى تسمى العقد النهائية *(Terminal nodes)*، وتكتب على هذا الشكل $z \in Z$.[1]

[1] حسب الترميز المستخدم من طرف :
FUDENBERG, D., and J. TIROLE, *Game Theory*, MIT Press,USA 1991.

وتجب الإشارة هنا بأنه يمكن أن نعتبر هذه العقد كقيم ممكنة لمتغير الحالة.

الشكل 1: مثال يبين شجرة (تفرع) اللعب



المصدر: من إعداد الطالب

وإذا إعتبرنا بأن كل عقدة نهائية z تحدد تماما تفرعا في الشجرة (ينطلق من العقدة الأصلية) فإننا نستطيع أن نربط العوائد بمتابعات الأفعال.

ويصبح لدينا في هذه الحالة دالة في صورة $J^i : Z \rightarrow R$ وهي دالة العوائد التي تحدد عائد اللاعب i عندما يصل إلى العقدة النهائية z.

وعموما يمكن أن نرسم أشعة العوائد بجانب العقد النهائية المطابقة لها. ويتحدد ترتيب الأفعال (أدوار اللاعبين) من خلال التحويل التالي : $i : X \rightarrow N$، الذي يمكن شرحه بواسطة $i(x)$ أي أن اللاعب i يلعب عند العقدة x.

ونحصل على إختيارات اللاعب i عند العقدة x بواسطة مجموعة U_i^x التي تحدد مجموعة الأفعال الممكنة المتوفرة للاعب i عند العقدة x.

وتبقى المعلومة التي تكون في متناول اللاعب عند مباشرته للعب هي الشيء الأهم هنا بحيث يكون دورها حاسما في تحديد قيمة اللعبة ككل.

يمكن تمثيل هذه اللعبة بواسطة مجموعة $\eta \in H$ التي تقسم عقد الشجرة، بحيث أن كل عقدة تنتمي إلى مجموعة معلومات واحدة لا غير. ومجموعة المعلومات هذه قد تضم عدة عقد.

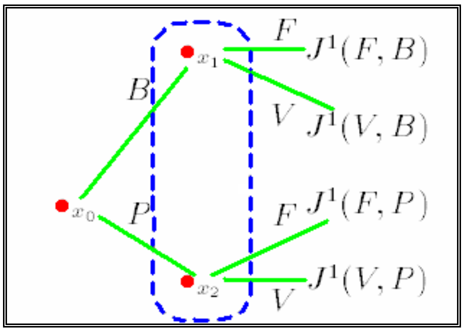
فإذا كان $x' \in \eta(x)$ فهذا يعني أن اللاعب نفسه يلعب عند x وعند x'. وبالتالي فإن وضعية هذا اللاعب تصبح غير محدودة (فهو لا يعرف إذا كان في الوضعية x أو بالأحرى في الوضعية x') ويمكن التعبير عن هذه الحالة بالتكافؤ التالي $U_x = U_{x'}$ إذ يصبح لهذا اللاعب إختيارات الأفعال نفسها في كل عقدة من مجموعة المعلومات التي لديه.

وإذا لم يحصل له ذلك فإنه سيؤدي بالضرورة فعلا مستحيلا. وعادة ما نكتب في صورة U_η مجموعة الأفعال المسموح بها ضمن مجموعة المعلومة η.

إذا كنا بصدد لعبة من نوع المعلومة التامة فإن مجموعة المعلومات عندئذ عبارة عن أوراق منفردة (بحيث تصبح المجموعة لا تضم سوى عقدة واحدة فقط) اللعبة ذات المعلومة غير التامة التي نجد فيها على الأقل مجموعة معلومات واحدة تضم عقدتين. وفي شجرة اللعب عادة ما تكون العقد التي تنتمي لنفس مجموعة المعلومة متصلة ببعضها البعض بواسطة خطوط نقاطية أو دوائر نقطية كذلك.

وبذلك يمكن رسم مثال الطالب الذي سبق الإشارة إليه في شكل شجرة لعب حسب طبيعة المعلومة (سواء إن كانت تامة أم لا) كما يلي:

الشكل 2: مثال في حالة المعلومة غير التامة

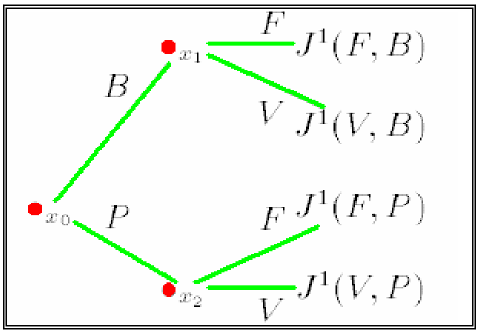


المصدر : من إعداد الطالب

5 حساب عدد الإستراتيجيات الصرفة :

عندما تكون اللعبة في صورتها التوسعية، فإن عدد الإستراتيجيات يكون مرتبطا بمجموعات المعلومة و بعدد الأفعال الممكنة لكل واحدة من مجموعات المعلومة هذه.

الشكل :3 مثال في حالة المعلومة التامة



المصدر : من إعداد الطالب

ومن الناحية التقنية فإن هذا العدد يتحدد كالآتي:

لتكن H^i مجموعة المعلومة التي تخص اللاعب i، لتكن $U^i \equiv \bigcup_{\eta^i \in H^i}$ حيث أن U^i هي مجموعة الأفعال المقبولة للاعب i.

ومن ثمة فإن إستراتيجية اللاعب i تكون عبارة عن تحويل $\gamma^i : H^i \to U^i$، حيث أن $\gamma^i(\eta^i) \in U^i_{\eta^i}$، وأن $\forall \eta^i \in H^i$، وأن فضاء (مجموعة) الإستراتيجيات المسموحة للاعب i والذي نرمز إليه بـــ Γ^i يصبح عبارة عن مجرد مجموعة تتضمن كل الإستراتيجيات الممكنة γ^i.

ولما كانت الإستراتيجية هي عبارة عن تحويل مجموعات المعلومة إلى مجموعات أفعال، فإننا نقول عن Γ^i بأنه جداء ديكارتي في فضاء الأفعال عند كل نقطة γ^i هو:

$$\Gamma^i = \times_{\eta^i \in H^i} U^i_{\eta^i} ....(A.1)$$

وبصورة عامة فإن عدد الإستراتيجيات الصرفة لكل لاعب i، $\#\Gamma^i$ تساوي:

$$\Pi_{\eta^i \in H^i} \#\left(U^i_{\eta^i}\right).........(A.2)$$

مثال:

(1) بالنسبة لشجرة اللعب الموضحة في الشكل (2) (المعلومة غير التامة)، فإن اللاعب يستأثر بمجموعة المعلومات h التي تتضمن عقدتين $(x_1, x_2 \in h)$، وتكون له عند كل عقدة يصبح لهذا اللاعب فعلان $(U_{x_1}^1 \equiv U_{x_2}^2)$، ومن ثمة فإن عدد الإستراتيجيات الصرفة يصبح يساوي 2.

(2)عندما تكون اللعبة ذات معلومة تامة كما هو موضحة في الشكل (3)، فإننا نجد عقدتين وبالتالي مجموعتي معلومات، فإذا كان لدينا مجموعتان من الأفعال $U_{\eta^1}^1$ و $U_{\tilde{\eta}^1}^1$، وكانت كل واحدة تضم فعلين ممكنين أي أن $x_1 \in \eta^1$ و $x_2 \in \tilde{\eta}^1$، فإن عدد الإستراتيجيات الصرفة هو: $2 \times 2 = 4$.

الملحق ب

دراسة لعبة على فترتين وفق "Simaan " و "Cruz ":

1 عموميات :

إذا كان الفضل يرجع إلى كل من "Kydland " و"Prescott " في تعميم وشرح ظاهرة عدم التوافق الزمني في المجال الإقتصادي فإن دور كل من "Simaan " و"Cruz " في تفسير هذه الظاهرة من خلال لعبة تمتد على فترتين زمنيتين لا يقل أهمية لا يقل أهمية عن دور سابقتهما. ورأينا من الضروري أن نعرض ولو بصفة موجزة صورة هذه اللعبة.

إن هذه اللعبة تمكننا بالإضافة إلى الوقوف على ظاهرة عدم التوافق الزمني بشكل واضح من إدراك إمكانية الإغناء التي تفتحها الحلول ذات التوافق الزمني.

2 الألعاب الديناميكية على فترتين والحلول المقترحة من نوع الحلقة المفتوحة:

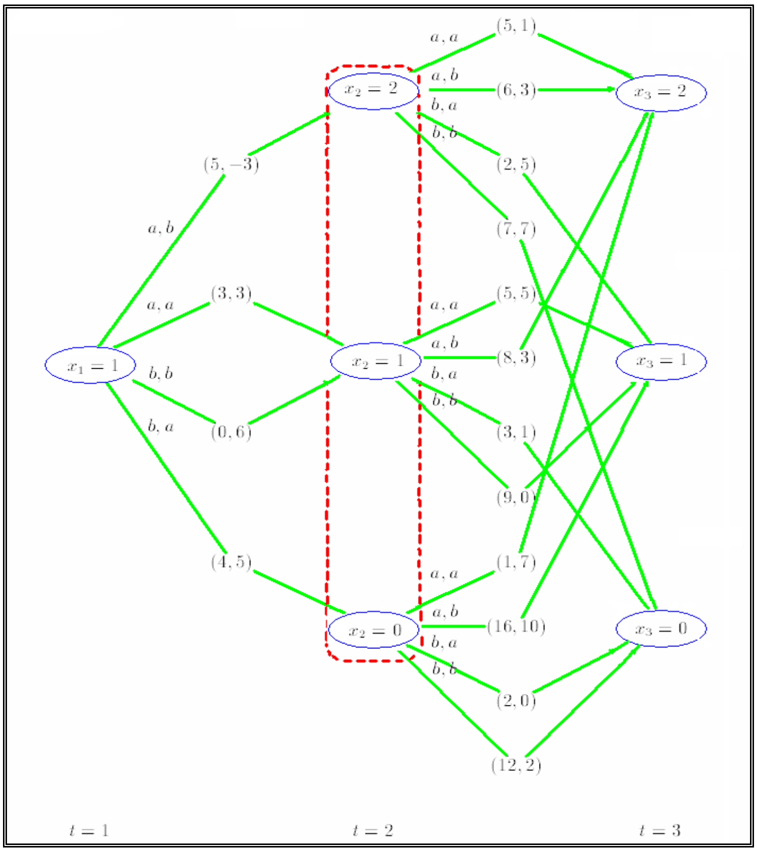
لتكن لدينا لعبة بلاعبين وتمتد على فترتين زمنيتين [1] كما هي مبينة هي المخطط البياني 1.
في الفترة $t=1$ والفترة $t=2$، يكون لكل لاعب فعلان ممكنان أي أن $u_t^i \in \{a,b\}$ حيث $i=1,2$ وتظهر الأرقام بين القوسين (حسب الشكل المذكور دائما) خسارة كل لاعب عند نهاية كل فترة (الرقم الأول يبن خسارة اللاعب الأول والرقم الثاني يبن خسارة اللاعب الثاني). إلى جانب ذلك فإن كل إختيار لفعل سيعطي بالضرورة حالة لعب معينة ونسميها x_t .

ولنفرض بأن بنية المعلومة هنا هي بنية من نوع الحلقة المفتوحة، بحيث أن كلا اللاعبين يجهلان تماما قيمة الحالة في الفترة 2 ، x_2 ، ويكتفيان بمعرفة قيمة الحالة الإبتدائية $x_1 = 1$ فقط.

ومن ثمة يتحتم عليهما الشروع من البداية في العمل بالإستراتيجية المختارة أي إختيار الأفعال u_t^i من أجل $t=1,2$.

[1] تمثل هذه اللعبة جزء من الدراسة المذكورة، وقد أوردها في شكلها الأول، أو في صورة مطابقة لها كل من "Starr" و"Ho" (1969)، "Simaan" (1972)، "Chen" و"Cruz" (1972)، "Simaan" و"Cruz" (1973)، "De Zeeuw" و"Van Der Ploeg" (1991)

الشكل 1: لعبة على فترتين من الحلقة المفتوحة



المصدر: من إعداد الطالب

في هذه اللعبة، يكون لكل لاعب فعلان (بوتيرة فعل في كل فترة)، وتصبح لديه بالتالي أربع إستراتيجيات ممكنة. $\Gamma = \{\gamma^{i,1} = (a,a), \gamma^{i,2} = (a,b), \gamma^{i,3} = (b,a), \gamma^{i,4} = (b,b)\}$، حيث $i = 1,2$.

ويمكن كتابة هذه اللعبة من الحلقة المفتوحة، في صورة مصفوفات المدفوعات (الجدول 1) التي بواسطتها توصلنا إلى حساب توازنات "Nash" و"Stackelberg" بحسب دور الرائد، إن كان هو اللاعب رقم 1 أو اللاعب رقم 2، بحيث يكون اللاعب رقم 1 هو لاعب الصف أما اللاعب رقم 2 فيأخذ مكانه في العمود من هذه المصفوفة التي يمكن تشكيلها بهذه الكيفية:

الجدول 2: حلول "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة S^i

عندما يكون اللاعب i هو الرائد

γ^2 / γ^1	(a,a)	(a,b)	(b,a)	(b,b)
(a,a)	$(8,8)$	$(11,6)^{S^2}$	$(10,-2)$	$(11,0)$
(a,b)	$(6,4)$	$(12,3)$	$(7,2)$	$(12,4)$
(b,a)	$(5,12)$	$(20,15)$	$(5,11)$	$(8,9)^N$
(b,b)	$(6,5)^{S^1}$	$(16,7)$	$(3,7)$	$(9,6)$

المصدر: من إعداد الطالب

لحساب حلول "Stackelberg" و"Nash" من الحلقة المفتوحة يجب في أول خطوة أن نحدد مجموعة أفضل الإستجابات لكل لاعب.

لنفرض أن T_1^i هي مجموعة أفضل الإستجابات بالنسبة للاعب i (وهي مجموعة قد تم حسابها من بداية الفترة $t=1$)، فيكون لدينا:

$$T_1^1 = \{(\gamma^{1,3},\gamma^{2,1}),(\gamma^{1,1},\gamma^{2,2}),(\gamma^{1,4},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,3},\gamma^{2,4})\}.........(1a)$$
$$T_1^2 = \{(\gamma^{1,1},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,2},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,3},\gamma^{2,4}),(\gamma^{1,4},\gamma^{2,1})\}.........(1b)$$

ومنه فإذا إختار اللاعب 2 الإستراتيجية $\gamma^{2,2}=(a,b)$، فإن أفضل إستراتيجية يتصرف بها اللاعب 1 كإستجابة منه هي $\gamma^{1,1}=(a,a)$ بخسارة تقدر بـــ $J^1(\gamma^{1,1},\gamma^{2,2})=11$.

وبالمثل فإن صادف أن إختار اللاعب 1 الإستراتيجية $\gamma^{1,2}=(a,b)$ فعلى اللاعب 2 أن يختار البديل $\gamma^{2,3}=(b,a)$، أي بخسارة تقدر بـــ $J^2(\gamma^{1,2},\gamma^{2,3})=2$.

وبالطبع فإننا نعلم بأن الوصول إلى إستراتيجية توازن "Stackelberg" حيث يكون اللاعب i هو الرائد يعطى بواسطة إستراتيجية من شأنها تدنية خسائر هذا الرائد بالنظر إلى أفضل مجموعة إستجابات الملاحق.

وبذلك فعندما يكون اللاعب 1 هو الرائد و بالنظر إلى أهمية T_1^2 في ترتيب الإستراتيجيات المسموحة فإن الخسائر المترتبة تكون على التوالي: 10، 7، 8، 6.

فإذا كان الحد الأدنى لهذه الخسائر هو 6 فإن اللاعب 1 الذي يقوم بدور الرائد سيختار كإستراتيجية حل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة الإستراتيجية التالية $\gamma^{1,4}$ والتي يتصرف الملاحق إزاءها بإستجابة $\gamma^{2,1}$ بخسارتين موافقتين لهذه الحالة $J^1(\gamma^{S^1})=6$ و $J^2(\gamma^{S^1})=5$، حيث أن $\gamma^{S^1}=(\gamma^{1,4},\gamma^{2,1})$، وبالتالي فإن مسار الحالة يصبح كالتالي $x_2=1$ و $x_3=2$، وبمثل هذه الطريقة نحصل كذلك على إستراتيجية حل من نوع "Stackelberg" في وضعية يكون فيها اللاعب 2 هو الرائد وهذه الإستراتيجية هي $\gamma^{S^2}=(\gamma^{1,1},\gamma^{2,2})$،حيث $x_2=0$ و $x_3=0$ تكون الخسارتان المطابقتان 11 و6 على التوالي ،في حين بإمكاننا الحصول على إستراتيجية حل "Nash" من الحلقة المفتوحة من تقاطع مجموعات الإستراتيجيات (العنصر المشترك في T_1^1 و T_1^2) إذ تصبح لدينا الإستراتيجية $\gamma^N=(\gamma^{1,3},\gamma^{2,4})$ التي من أجلها يكون مسار الحالة هو $x_2=1$ و $x_3=2$ و تتحدد الخسائر بـــ 8، 9 على التوالي.

سوف نبرهن في صورة وجيزة كيف تكون إستراتيجيات توازن "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة بأنها إستراتيجيات تتميز بعدم التوافق الزمني وقد لجأنا لتوضيح هذه الصورة إلى دراسة لعبة مختزلة (لعبة تبدأ في الفترة 2مباشرة).

1.2 دراسة المسألة المختزلة التي يكون فيها اللاعب 1 هو الرائد:

عندما يكون اللاعب 1هو الرائد يصبح لدينا في هذه الحالة $u_1^{1*}=b$ و $u_1^{2*}=a$ لأن الإستراتيجيات المثلى التي تم حسابها من البداية هي $\gamma^{S^1}=(\gamma^{1,4},\gamma^{2,1})$، ونحن هنا كما هو متفق عليه في الفترة 2 في النقطة $x_2^*=0$.

ومن ثمة فإن الإستراتيجية الإبتدائية تكون ذات توافق زمني إذا كانت الإستراتيجية 'الحل الأمثل' إنطلاقا من $x_2=0$، تتطابق تماما في كل مراحل اللعبة المتبقية مع الإستراتيجية التي تم حسابها من البداية أي أن $u_2^{1^*}=b$ و $u_2^{2^*}=a$، ومنه فإن $x_3^*=0$.

إن هذه اللعبة الفرعية البادئة من $x_2=0$ يمكن تحديدها ومعالجتها بواسطة مصفوفة مدفوعات الجدول 3.

ويجب التذكير بأن كلا اللاعبين يبقيان يحتفظان بفعلين إثنين وفي المقابل لا يبقى لهما سوى إستراتيجيتان فقط وهما على التوالي $\gamma^{i,1}=a$ و $\gamma^{i,2}=b$ حيث $i=1,2$.

الجدول 2: اللعبة الفرعية التي تبدأ من $x_2 = 0$

b	a	γ^2 / γ^1
$(16,10)$	$(1,7)^{S^1}$	a
$(12,2)$	$(2,0)$	b

المصدر : من إعداد الطالب

وبنفس الطريقة السابقة يمكن كذلك تحديد مجموعة أحسن الإستجابات الخاصة باللاعب 2 في سياق هذه اللعبة الفرعية:

$$T_2^2 = \{(a,a),(b,a)\}.........(2)$$

وبمعرفته لإستجابة "Stackelberg" المثلى التي يكون فيها اللاعب 1 هو الرائد ويتصرف بواسطة $u_2^{1^{**}} = a$، فإن اللاعب 2 سيستجيب لهذا التصرف بإستجابة في هذه الصورة $u_2^{2^{**}} = a$ وبالتالي يصبح لدينا $u_2^{1^*} \neq u_2^{1^{**}}$، لذلك يمكن القول بأن إستراتيجية "Stackelberg" الإبتدائية ذات المعلومة من الحلقة المفتوحة للاعب 1 (الذي هو الرائد هنا) هي إستراتيجية تتميز بعدم التوافق الزمني.

أما الخسارتان اللتان تترتبان عن عملية إعادة الإغناء هما $(1,7)$ مقابل خسارتين بقيمة $(2,0)$ لو إستمر هذا اللاعب (الرائد) في العمل بإستراتيجيته الإبتدائية.

وفي مجمل القول فإن الخسارتين اللتين تترتبان عن العمل بإستراتيجية "Stackelberg" المتميزة بعدم التوافق الزمني حيث اللاعب 1 هو الرائد هما $(6,5)$، بينما تكون الخسارتان في الإستراتيجية التقديرية $(5,12)$.

* **الملاحظة الأولى:** عندما يكون اللاعب رقم 1 هو الرائد يلاحظ أن ظاهرة عدم التوافق الزمني أي إعادة الإغناء في هذه الحالة على غرار ما يرى كل من "Kydland" و"Prescott" وإن كانت تحقق للرائد مكسب (5 مقابل 6) فإنها لا تعود بنفس المكسب للملاحق بحيث يكون المكسب (12 مقابل 5) إذ يتحمل من جراء إعادة النظر هذه

للإستراتيجية الإبتدائية خسارة كبيرة كما هي مبينة بالأرقام (ولكن ليس في كل الحالات).

2.2 المسألة المختزلة الأخرى : اللاعب 2 هو الرائد:

يبقى الغرض من المسألة المختزلة عندما يكون اللاعب 2 في وضعية الرائد هو إيجاد حل للعبة الفرعية التي تبدأ من $x_2 = 1$ كما تبينها مصفوفة المدفوعات (الجدول3).

الجدول 3: مصفوفة اللعبة الفرعية التي تبدأ من $x_2 = 1$

b	a	γ^2 / γ^1
$(8,3)^{Nash}$	$(5,5)$	a
$(9,0)$	$(3,1)^{S^2}$	b

المصدر: من إعداد الطالب

وتصبح إستراتيجية الحل لهذه اللعبة الفرعية هي $\left(u_2^{1^{**}} = b, u_2^{2^{**}} = a\right)$.

وبما أنه لدينا $u_2^{2^*} = b \neq u_2^{2^{**}} = a$ ، فإن الإستراتيجية الإبتدائية لـــ "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة التي يكون فيها اللاعب 2 هو الرائد تبقى في الحقيقة تتميز بعدم التوافق الزمني هي كذلك. وتتغير الخسائر من $(11,6)$ إلى $(6,4)$.

* **الملاحظة الثانية:** في هذه الحالة يستفيد كلا اللاعبين سواء الرائد أو الملاحق من عملية إعادة النظر في الإستراتيجية الإبتدائية، ومن ثمة أمكن القول بأنه ليس هناك سبب من الناحية العقلانية بالذات لمعاقبة هذه السياسة التقديرية إذا نظرنا إليها من زاوية الأمثلية لأنها سياسة نافعة.

ومن وجهة أخرى أمكننا أن نلاحظ بدون صعوبة بأن إستراتيجية "Nash" من الحلقة المفتوحة الإبتدائية تتميز بالتوافق الزمني.بما أنه إنطلاقا من $x_2 = 1$ يحصل عندنا بالفعل $u_2^{1^{N^{**}}} = a = u_2^{1^{N^*}}$ و $u_2^{2^{N^{**}}} = b = u_2^{2^{N^*}}$.

لقد سمحت لنا هذه اللعبة الحتمية البسيطة ذات الفترتين الزمنيتين بالإضافة إلى الوقوف على مفهوم ظاهرة التوافق الزمني من معرفة بأن تأثير السياسة التقديرية الضار على الملاحق يقتصر على حالات دون حالات أخرى أي لا يمكن تعميمه ليشمل كل الحالات.

3 حلول المفعول الرجعي للعبة:

تعتمد إستراتيجيات توازن "Stackelberg" للمفعول الرجعي على معرفة كل لاعب في كل فترة للقيم الراهنة المرتبطة بالحالة فمثلا في الفترة $t=2$ يجب أن يعرف كل لاعب بأنه أمام $x_2=0$ ، $x_2=1$ أو $x_2=2$.

ونظام اللعبة الجديد الذي يطابق هذه الوضعية مبين في الشكل 2.

ونعلم بأنه يمكن حل هذه المسألة بطريقة البرهنة بالتراجع *(Backward induction)*، وذلك بإستخدام البرمجة الديناميكية [1].

ومن الفترة $t=1$، نحاول أن نحسب الألعاب الفرعية الممكنة وإعطاء الحلول الموافقة لها، هذا ما يجعلنا نحصل على ثلاث مصفوفات مدفوعات المبينة في الجداول 4، 5 و 6.

وقد قمنا بحساب الإستراتيجيات حلول "Stackelberg" و"Nash" المطابقة لكل واحدة من هذه الألعاب الفرعية الثلاثة، ومن ذلك فإننا نتعرف على مختلف الخسائر المرتبطة بهذه الحلول.

إذ نستطيع أن نحسب عند $t=2$ الخسائر الكلية المرتبطة بكل إستراتيجية إبتدائية ثم نضيف إليها الخسائر المترتبة في الفترة الإبتدائية.

الجدول 4: اللعبة في الفترة الأخيرة إنطلاقا من $x_2=0$

γ^2 / γ^1	a	b
a	$(1,7)^{S^1,Nash}$	$(16,10)$
b	$(2,0)$	$(12,2)^{S^2}$

المصدر: من إعداد الطالب

[1] SIMAAN, M., and J. CRUZ, *On the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference P541.

الجدول 5: اللعبة في الفترة الأخيرة إنطلاقا من $x_2 = 1$

γ^2 / γ^1	a	b
a	$(5,5)$	$(8,3)^{S^1, Nash}$
b	$(3,1)^{S^2}$	$(9,0)$

المصدر: من إعداد الطالب

الجدول 6: اللعبة في الفترة الأخيرة إنطلاقا من $x_2 = 2$

γ^2 / γ^1	a	b
a	$(5,1)$	$(6,3)^{S^2}$
b	$(2,5)^{S^1, Nash}$	$(7,7)$

المصدر: من إعداد الطالب

وأخذا بالإعتبار إختيارات اللاعب 1 بدائله الممكنة في الفترة الأولى، وعلما كذلك أنه يستعمل إستراتيجية الحل الأمثل لـــ "Stackelberg" في الفترة الثانية، فإننا نستطيع أن نحدد مصفوفة المدفوعات (الجدول 7).

وبالتالي فإن إستراتيجية توازن "Stackelberg" من المفعول الرجعي من جانب اللاعب 1 الذي هو الرائد تكون على النحو التالي $\gamma^{1*} = (b,a)$، وتكون إستجابة الملاحق كالتالي $\gamma^{2*} = (a,a)$.بمعنى أنه يستخدم في الفترة الأولى ما يلي: $u_1^1 = b$ ثم تليها $u_2^1 = a$ في الفترة الثانية. وتصبح الخسائر الكلية آنذاك $J^1 = J_2^1 + J_3^1 = 4 + 1 = 5$ بالنسبة للرائد، أما خسائر الملاحق فتكون $J^2 = J_2^2 + J_3^2 = 5 + 7 = 12$

ويبين لنا الجدول 7 إستراتيجية "Nash" من المفعول الرجعي $\gamma^{1^N} = (a,b)$ و $\gamma^{2^N} = (b,a)$، وتكون الخسارتان المترتبتان هما $(7,2)$.

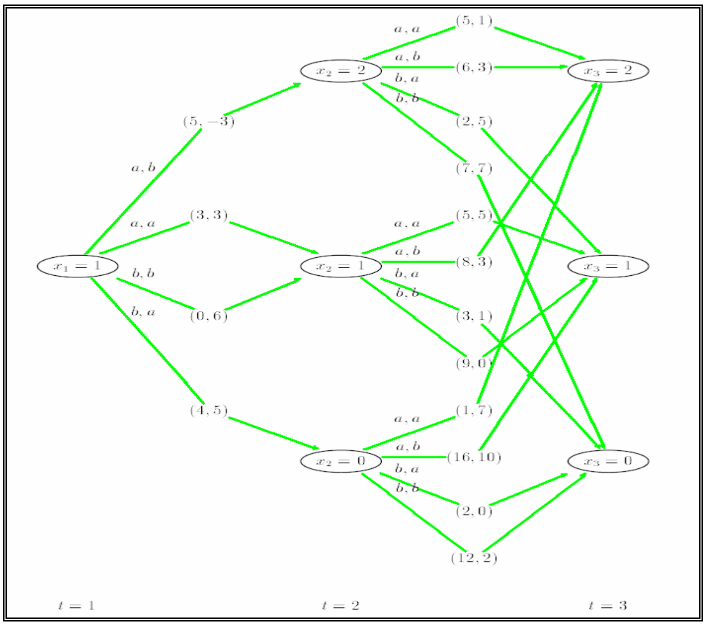
الجدول 7: الخسائر الكلية حسب مختلف الإستراتيجيات المستعملة

من طرف اللاعب 1 وهو الرائد

$x_1 = 1$	a	b
a	$(11,6)$	$(7,2)^{Nash}$
b	$(5,12)^{S^1}$	$(8,9)$

المصدر: من إعداد الطالب

الشكل 2: لعبة على فترتين بمعلومة تامة



المصدر: من إعداد الطالب

ومثلما سبق فإنه يكون لدينا في حالة اللاعب 2 رائدا، مصفوفة مدفوعات للفترة (جدول8) بحيث أن الإستراتيجية الإبتدائية لتوازن "Stackelberg" من المفعول الرجعي للاعب 2 هي: $\gamma^{2*} = (a,a)$ والتي من أجلها تكون إستجابة اللاعب 1 هي: $\gamma^{1*} = (a,b)$، أما الخسائر المترتبة هي $(6,4) = (3,3) + (3,1)$.

الجدول 8: الخسائر الكلية وفق مختلف الإستراتيجيات

حين يكون اللاعب 2 رائدا

$x_1 = 1$	a	b
a	$(6,4)^{S^2}$	$(11,9)$
b	$(11,7)$	$(3,7)$

المصدر: من إعداد الطالب

* **الملاحظة الثالثة:** إن إستراتيجيات المفعول الرجعي هي إستراتيجيات ذات توافق زمني بطبيعة بنائها. إذ يلاحظ أن اللاعبين كليهما يستفيدان في حالة الإستراتيجية ذات التوافق الزمني أكثر مما يستفيدان من عدم التوافق الزمني سواء مست هذه الأخيرة إعادة النظر نتيجة ذلك أم لا تمسها. وعندما يكون اللاعب 2 في وضعية الرائد فإن كلا اللاعبين يكتسبان من أثر الإستراتيجية ذات التوافق الزمني بحيث تستقر الخسائر عند (11,6) في الإستراتيجية *Ol* (الحل من الحلقة المفتوحة) وعند (6,4) في الإستراتيجية *Old* أو *Fd*. ونستنتج مما سبق بأن النظرية التي ترى بأن الحلول ذات التوافق الزمني هي حلول ضعيفة الإغناء ليست بالضرورة صادقة .

هناك ملاحظة أخرى تكتسي هي أيضا بالضرورة أهمية بالغة وترتبط أساسا بطبيعة المعلومة وهي أنه إذا كنا متأكدين، في سياق بنية المعلومة من صنف الحلقة المفتوحة أو الحلقة المغلقة بأن الرائد يجد فائدة في إستعماله لإستراتيجية "Stackelberg" أفضل من إستراتيجية "Nash" غير أننا لا نستطيع أن نجزم بمثل ذلك أي لا نكون متأكدين من هذه النتيجة في حالة بنية المعلومة من صنف المفعول الرجعي. إذ أن الخسارة التي تترتب على اللاعب 2 في سياق إستراتيجية "Nash" تساوي 2، إن الخسارة المترتبة لهذا اللاعب في سياق إستراتيجية "Stackelberg" من صنف المفعول الرجعي تساوي 4 وهنا نسجل أفضلية إستراتيجية "Nash" مقابل نظيرتها من "Stackelberg" لكن هذه النتيجة الجزئية لا تنقص بأي حال من الأحوال من تفوق حلول "Stackelberg" والسبب أن إستراتيجية "Nash" من المفعول الرجعي هي مطابقة تماما لإستراتيجية توازن "Nash"

من الحلقة المغلقة وبالتالي فلا ينبغي مقارنة هذه الإستراتيجية بإستراتيجية "Stackelberg" من المفعول الرجعي ولكن يجب مقارنتها بإستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المغلقة.

4 حلول "Stackelberg" من الحلقة المغلقة:

يلاحظ في مثل بنية المعلومة من صنف الحلقة المغلقة كما يوضح الشكل 2 بأن لكل لاعب أربع مجموعات للمعلومات ،وفي كل واحدة منها يكون للاعب إمكانية الإختيار بين فعلين إثنين. وبذلك يصبح عدد الإستراتيجيات لدى كل لاعب هو: $16=(2\times2\times2\times2)$، وتمثل كل إستراتيجية من هذه المجموعة 4 "Uplets" وهي تمنح فرصة إختيار الفعل الموافق عند كل عقدة من مجموعة العقد (مجموعة المعلومات)، ومن ثمة فإن الإستراتيجية الشاملة الإبتدائية الخاصة باللاعب 1 هي: $\gamma^{1,j}=(a,aba)$، التي على إثرها تكون طريقة تفكير هذا اللاعب على هذا النحو: "أنا ألعب الفعل a في الفترة $t=1$، إذا كانت $x_1=1$ وألعب a في الفترة $t=2$، إذا كانت $x_2=0$، كما ألعب الفعل b في الفترة $t=2$، إذا كانت $x_2=1$، وألعب a في الفترة $t=2$، إذا كانت $x_2=2$ ". يبين الجدول 9 مجموعة الإستراتيجيات للاعب i حيث $i=1,2$ وكل إستراتيجية تشير إلى الفعل الممكن في أي وضعية مسموحة($x_1=1$ و $x_2=0,1,2$)

الجدول 8: إستراتيجيات توازن "Stackelberg" من نوع الحلقة المغلقة

$\gamma^{i,16}$	$\gamma^{i,15}$	$\gamma^{i,14}$	$\gamma^{i,13}$	$\gamma^{i,12}$	$\gamma^{i,11}$	$\gamma^{i,10}$	$\gamma^{i,9}$	$\gamma^{i,8}$	$\gamma^{i,7}$	$\gamma^{i,6}$	$\gamma^{i,5}$	$\gamma^{i,4}$	$\gamma^{i,3}$	$\gamma^{i,2}$	$\gamma^{i,1}$	
b	b	b	b	b	b	b	b	a	a	a	a	a	a	a	a	$x_1=1$
b	b	b	b	a	a	a	a	b	b	b	b	a	a	a	a	$x_2=0$
b	b	a	a	b	b	a	a	b	b	a	a	b	b	a	a	$x_2=1$
b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	$x_2=2$

المصدر: من إعداد الطالب

لنفرض أن اللاعب 1 هو الرائد، وأن الإستراتيجية $\gamma^{1,j}$، حيث $j=1,...,16$ هي التي يستعملها اللاعب 1 في البداية $(t=1)$، ويبقى على اللاعب 2 أن يبحث عن حل مسألة الإغناء الأمثل

إذ يمكن أن نحصل على الإستراتيجية المثلى من الحلقة المغلقة كإستجابة بإستعمال البرمجة الديناميكية على سبيل المثال. بحيث أن اللاعب 1 يقوم بلعب $\gamma^{1,16}=(a,bab)$، ومنه فإن مسألة الإغناء من جانب الملاحق تقتصر على معالجة اللعبة الموضحة في الشكل3 (ولقد إقتصرنا أن نبين في هذا الشكل فقط خسائر وأفعال الملاحق توخيا لتبسيط المثال).

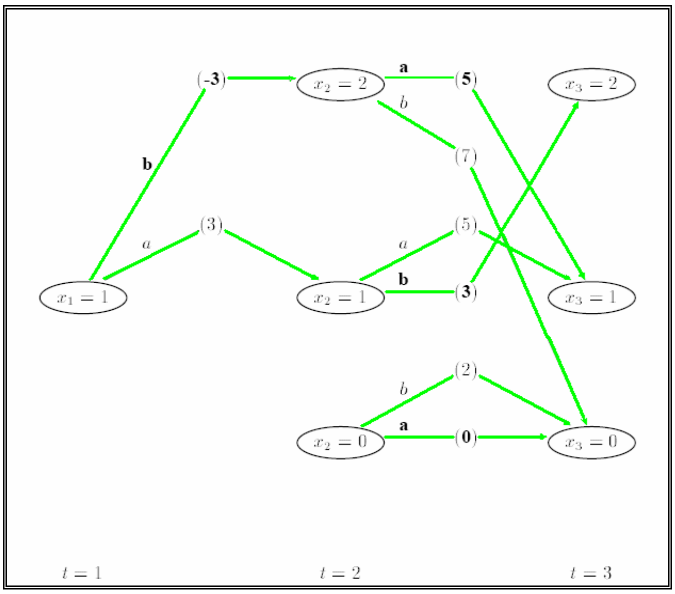
وتبدو أفضل أفعال اللاعب 2 بالخط الأخضر. فعند إستعمال الإستراتيجية $\gamma^{1,16}=(a,bab)$ تكون إستجابة الملاحق $\gamma^{2,11}=(b,aba)$.

نعيد هذه الطريقة، فنجد مجموعتي الإستجابة للاعبين:

$$T_1^1=\begin{Bmatrix}(\gamma^{1,12},\gamma^{2,1}),(\gamma^{1,11},\gamma^{2,2}),(\gamma^{1,10},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,9},\gamma^{2,4}),(\gamma^{1,8},\gamma^{2,5}),(\gamma^{1,7},\gamma^{2,6}),\\ (\gamma^{1,6},\gamma^{2,7}),(\gamma^{1,5},\gamma^{2,8}),(\gamma^{1,12},\gamma^{2,9}),(\gamma^{1,11},\gamma^{2,10}),(\gamma^{1,2},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,9},\gamma^{2,12})\\ (\gamma^{1,11},\gamma^{2,13}),(\gamma^{1,15},\gamma^{2,14}),(\gamma^{1,6},\gamma^{2,15}),(\gamma^{1,13},\gamma^{2,16})\end{Bmatrix}..........(3a)$$

$$T_1^2=\begin{Bmatrix}(\gamma^{1,1},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,2},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,3},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,4},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,5},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,6},\gamma^{2,11}),\\ (\gamma^{1,7},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,8},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,9},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,10},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,11},\gamma^{2,11}),(\gamma^{1,12},\gamma^{2,11})\\ (\gamma^{1,13},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,14},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,15},\gamma^{2,3}),(\gamma^{1,16},\gamma^{2,3})\end{Bmatrix}..........(3b)$$

الشكل 3: لعبة مصغرة للاعب 2 عندما يقوم اللاعب 1 بالإستراتيجية $\gamma^{1,16}$



المصدر: من إعداد الطالب

والخسائر المترتبة عن مختلف هذه الإستراتيجيات موضحة حسب الترتيب بواسطة مجموعات الإستجابة التالية:

$$J\left(T_1^1\right)=\begin{Bmatrix}(5{,}12),(5{,}12),(5{,}12),(5{,}12),(6{,}4),(6{,}4),(11{,}4),(11{,}4),(3{,}7),\\(3{,}7),\underline{(7{,}2)},(8{,}9),(3{,}7),(3{,}7),\underline{(7{,}2)},(8{,}9)\end{Bmatrix}..........(4a)$$

$$J\left(T_1^2\right)=\begin{Bmatrix}(10,-2),(7{,}2),(10,-2),(7{,}2),(10,-2),(7{,}2),(10,-2),(7{,}2),(8{,}9),\\(8{,}9),(9{,}6),(9{,}6),\underline{(6{,}5)},\underline{(6{,}5)},\underline{(6{,}5)},\underline{(6{,}5)}\end{Bmatrix}..........(4b)$$

ونلاحظ بأن في كل الوضعية التي يكون فيها اللاعب 1 هو الرائد، توجد هناك أربعة توازنات لـــ "Stackelberg"، وهي كالتالي: $\gamma^{1,13}$، $\gamma^{1,14}$، $\gamma^{1,15}$، $\gamma^{1,16}$، والتي من أجلها تكون إستجابة اللاعب 2 بصورة مماثلة عن طريق الإستراتيجية $\gamma^{2,3}$. بخسارتين تقدران بـــ(6,5).

ويكون لدى اللاعب 2 توازنان من حلول "Stackelberg": $\left(\gamma^{1,2},\gamma^{2,11}\right)$ و$\left(\gamma^{1,6},\gamma^{2,15}\right)$ اللذان يفضيان إلى الخسارتين $J^1=7$ و $J^2=2$ ،كما نتحصل على توازنات "Nash" من تقاطع دالتي الإستجابة هاتين.

وليس هناك سوى توازن "Nash" وحيد: $T^1\cap T^2=\left(\gamma^{1,2},\gamma^{2,11}\right)$. الذي تطابقه الخسارتين $J^1=7$ و $J^2=2$.

إن تشابه هذه النتيجة المتحصل عليها من توازن "Nash" مع مثيلتها في واحد من توازنات "Stackelberg" 2 للرائد ليست سوى محض صدفة، ولا تقارب بين الإستراتيجيتين.

* **الملاحظة الرابعة**: ما يشد ملاحظتنا هنا هو أن كل لاعب يتحمل خسارة تكون أقل (أو تساوي لمثيلتها من "Nash") إذا إستعمل إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المغلقة.

ومن جهة أخرى يلاحظ أن توازن "Nash" من الحلقة المغلقة يكون مماثلا للتوازن من المفعول الرجعي تماما[1] كما برهن عن ذلك "Simaan" و"Cruz"، وتبقى توازنات "Stackelberg" هي الوحيدة التي تختلف كلما تغيرت طبيعة البنية، فهي تختلف عن المفعول الرجعي وعن الحلقة المغلقة.

[1]SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference ,P618.

القاعدة 1:

يكون زوج إستراتيجيات التوازن من الحلقة المغلقة الذي يشكل توازن "Nash" مماثلا لذلك الزوج الذي يشكل إستراتيجية هذا التوازن من المفعول الرجعي [1].

البرهان[2]:

ويكمن السبب في كون أن الإستراتيجيتين كليهما تستعملان البرمجة الديناميكية، وتنتميان لنفس التقاطع $T^1 \cap T^2$، غير أن هذا لا يحصل في سياق توازن "Stackelberg" كما أوضح ذلك "Simaan" و"Cruz" لأن الإستراتيجيتين تصبحان عنصران من دالة إستجابة الملاحق وليس من تقاطع دالتي الإستجابة.

* **الملاحظة الخامسة** :إستراتيجية الحلقة المغلقة وظاهرة عدم التوافق الزمني : إن إستراتيجية الحلقة المغلقة، مثل إستراتيجية الحلقة المفتوحة ليست بالضرورة ذات توافق زمني.

لنفرض بأن اللاعبين (حيث اللاعب 1 هو الرائد) قد إستهلا اللعب وفق إستراتيجيتين معينتين في الفترة $t=1$ كل واحدة خاصة بلاعب كأن تكون الإستراتيجية b خاصة باللاعب 1 والإستراتيجية a بالنسبة للاعب 2، ثم يلتقيان كلاهما في النقطة $x_2=0$، ويصبحا أمام لعبة كما يوضحها الجدول 4، بحيث يكون من المفروض وكما تقتضي إستراتيجية "Stackelberg" أن يلعب الرائد a وكذلك يلعب الملاحق الفعل a وتترتب عن ذلك خسارتين هما $(1,7)$، لكن الإستراتيجيتين المثليتين الإبتدائيتين من الحلقة المغلقة تتوقعان بأن اللاعب 1 سيلعب b واللاعب 2 يلعب a، والخسارتان المترتبان في هذه الحالة هي $(2,0)$. ومن ثمة يتضح بأن إعادة النظر تسمح للاعب 1 من تدنية خسائره من 6 إلى 5 بينما تزداد خسائر اللاعب 2 من 5 إلى 12 وكذلك لا يكون من الأمثل للاعب 2 في وضعيته كرائد بأن يلعب a في الفترة $x_2=2$، ولكن يستحسن له أن يلعب b لأن الخسائر تتغير من $(7,2)$ إلى $(11,0)$. ولكننا لماذا نقول عن هذه الإستراتيجيات بأنها تتميز بالتوافق الزمني ؟

[1]SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference ,P622.
[2]SIMAAN, M., and J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Non Zero-Sum Games*, Previous Reference ,P619.

يعود السبب بالدرجة الأولى إلى أن هذه الإستراتيجيات لا تسمح للاعب الرائد بالحصول على الحد الأمثل المطلق في حين أن هذا اللاعب (الرائد) يستطيع في الألعاب الديناميكية الخطية التربيعية الوصول إلى مثل هذا الحد الأمثل المطلق وبخاصة عندما يستعمل إستراتيجيات الحلقة المغلقة الخاصة التي يطلق عليها بالتحفيزية. وفي هذا السياق تصبح إستراتيجيات "Stackelberg" من الحلقة المغلقة ذات التوافق الزمني.

الملحق ت

نبذة عن حلول "Nash" و"Stackelberg"

1 "Nash":

نظرية[1] : من أجل $i=1,2$، لدينا U^i مجموعة فرعية مقعرة مغلقة ومحدودة بفضاء إقليدي ذو بعد متناه. ثم نفرض بأن دالتي الخسارة: $J^i:U^1\times U^2\to\Re$ مستمرتان معا في كل الحالات ومحدبتان تماما بالنظر إلى قيم u^i، حيث أنه من أجل $u^j\in U^j$ حيث أن $j=1,2$ وأن $j\neq i$.

ومن ثمة نستطيع القول بأن هذه اللعبة المشتركة بين لاعبين إثنين تقبل وجود توازن "Nash" داخل الإستراتيجيات المحضة.

البرهان[2]: بطبيعة التقعر التام لهذه الحالة، نقول بأنه لا توجد سوى تحويل وحيد (عبارة عن دالة الإستجابة)، بحيث:

$T^i:U^j\to U^i$، حيث $i,j=1,2$ و $i\neq j$، بالصورة التي تمكن العبارة $u^1=T^1(u^2)$ من تدنية $J^1(u^1,u^2)$ ، $\forall u^2$. وحدها فقط وبالوصف الشعاعي يمكن كتابة بالصورة المتراصة العبارة التالية: $u=T(u)$ حيث $u=(u^1,u^2)\in U\triangleq U^1\times U^2$ و $T=(T^1,T^2)$.

وسنرى لاحقا بأن دالتي الإستجابة T^i هما دالتان مستمرتان في كل حالة من قياساتها، و أن T هي تحويل مستمر لها.

وبما أن T تحويل المجموعة الجزئية المغلقة والمحدودة من المجموعة U من فضاء ذو بعد متناه إلى نفس المجموعة الجزئية، فإننا نطبق نظرية النقطة الثابتة ***(Théorème de point fixe)*** لـــ "Brouwer"، نقول أنه يوجد مجموعة جزئية u^* تنتمي إلى U أي $u^*\in U$ بحيث $u^*=T(u^*)$ (وهذا ما يجعلنا نقول بأن u^* هي عبارة عن نقطة ثابتة في T).

ومن البديهي بأن التركيبات الفردية للمجموعة الجزئية u^* تشكل في حد ذاتها حلا مـــن تـــوازن "Nash".

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER ,*Dynamic Noncooperative Game Theory*, Pevious Reference,P179.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Pevious Reference,P179.

ويكون من الضروري الآن أن نبين إستمرارية الدوال T^i. وبفرض أن $i=1$ ثم نقبل بحالة العكس لنقول أن T^1 غير مستمرة في النقطة u_0^2، بالإضافة إلى ذلك فإننا نفرض بأن $T^1(u_0^2)=u_0^1$ وبذلك يصبح لدينا المتتابعة $\bar{u}_t^2$ حيث $t=1,2,...,$ ، بحيث أن u_0^2 هي نهاية هذه المتتابعة، في حين لا تشكل u_0^1 نهاية لـــ $T^1(\bar{u}_t^2)$ عندما $t\to\infty$.

و بما أن فضاءات الأفعال المسموحة هي متراصة، فإنه يوجد متتابعة فرعية لـــ $\bar{u}_t^2$ ونسميها هنا $\bar{u}_{tk}^2$ بكيفية تؤول فيها $T^1(\bar{u}_{tk}^2)$ نحو نهاية $\tilde{u}_0^1 \neq u_0^1$، وبحيث تتحقق المتراجحة التالية: $J^1(T^1(\bar{u}_{tk}^2),\bar{u}_{tk}^2) < J^1(u_0^1,\bar{u}_{tk}^2)$ ، و بأخذ نهاية المتتابعات الفرعية للمؤشرات $\{tk\}$، فإننا نتحصل على المتراجحة التالية: $J^1(\tilde{u}_0^1,u_0^2) \leq J^1(u_0^1,u_0^2)$ ، وإذا علمنا أن $\tilde{u}_0^1 \neq u_0^1$ فإن المتراجحة التي ذكرناها تكون بصورة متناقضة مع الفرضية الأصلية التي تقول بأن u_0^1 هي مجموعة الجزئية u^1 الوحيدة التي تدني $J^1(u^1,u_0^2)$ ، ومن ثمة فإن T^1 مستمرة ،و بذلك يمكن البرهنة على إستمرارية T^2 بنفس الطريقة.

الإقتراح[1] 2 : لتكن U عبارة عن مجموعة جزئية محدبة مغلقة و محدودة في المجموعة $\Re^2$.

إذا كان من أجل كل $i=1,2$، دوال الخسارة التالية $J^i:U\to\Re$ هي دوال مستمرة في U ومحدبة في u^i، من أجل كل $u^j\in U^j$، حيث $j=1,2$ و $j\neq i$ ، فعندئذ نقول بأن اللعبة بلاعبين (بمجموع منعدم) تقبل إستراتيجية توازن "Nash".

البرهان[2]: يبين الباحثان "BAŞAR " و"OLSDER " كذلك بأنه في الحقيقة لما كانت U^i هي عوامل متراصة، وأن J^i هي محدبة تماما.

فإننا نفترض بأن دوال الخسارة J^i تصبح على الأقل من نوع C^2 في u^i، وهذا من أجل كل $u^j\in U^j$، بحيث أن $i,j=1,2$ و $i\neq j$، وفي هذه الحالة فإن اللعبة لا تقبل سوى توازن "Nash" واحدا.

[1]BAŞAR, T., and G. OLSDER ,*Dynamic Noncooperative Game Theory*, Pevious Reference,P182.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER ,*Dynamic Noncooperative Game Theory*, Pevious Reference,P182.

:"Stackelberg" 2

الإقتراح[1] 3: يكون الزوج من الإستراتيجية $(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s})$ إستراتيجية من نوع "Stackelberg" في حالة اللاعب 2 رائدا ، إذا وفقط إذا كان $(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s})\in T^1$ و $J^2(\gamma^{1^s},\gamma^{2^s})\leq J^2(\gamma^1,\gamma^2)$ ، و هذا إذا كان $\forall(\gamma^1,\gamma^2)\in T^1$.

الإقتراح[2] 4 : إذا كانت U^1 و U^2 عبارة عن مجموعتين متراصتين $U^1\subset\Re$ و $U^2\subset\Re$، وإذا كانت J^1 و J^2 هي عبارة عن دالتين مستمرتين بقيم حقيقية على $U^1\times U^2$، تكون إستراتيجية "Stackelberg" بغض النظر عن اللاعب الرائد.

البرهان[3] : وجود إستراتيجية "Stackelberg" في حالة اللاعب2 رائدا، ونفس البرهان في حالة اللاعب 1.

إذا إعتبرنا أن T^1 هي مجموعة فرعية من المجموعة المتراصة $U^1\times U^2$، يجب أن نبرهن في هذه الحالة بأن هذه المجموعة الفرعية مغلقة.

لتكن (u_0^1,u_0^2) هي نقطة تنتمي إلى $\overline{T}^1$ عند إنغلاق T^1، لتكن (u_n^1,u_n^2)متتابعة من النقاط داخل T^1 التي تؤول نحو (u_0^1,u_0^2)، نبين في هذه المرحلة بأن $(u_0^1,u_0^2)\in T^1$، نفترض أن $(u_0^1,u_0^2)\notin T^1$ فيوجد على الأقل $(u_d^1,u_0^2)\in T^1$، بما يحقق: $J^1(u_d^1,u_0^2)<J^1(u_0^1,u_0^2)$ ، لتكن $\varepsilon=J^1(u^1,u^2)-J^1(u_0^1,u_0^2)$.

ولما كانت J^1 مستمرة، فإن $\exists\delta^1$ و $\delta^2>0$ بصورة تعطينا $\left|J^1(u_0^1,u_0^2)-J^1(u_d^1,u_0^2)\right|<\frac{\varepsilon}{3}$، بحيث $\forall(u^1,u^2)\in A$ و $\left|J^1(u^1,u^2)-J^1(u_d^1,u_0^2)\right|<\frac{\varepsilon}{3}$،بحيث $\forall(u^1,u^2)\in B$، مع $\varepsilon>0$

و $A=\left\{(u^1,u^2)\in U^1\times U^2:\left|(u^1,u^2)-(u_0^1,u_0^2)\right|<\delta^1\right\}$ $B=\left\{(u^1,u^2)\in U^1\times U^2:\left|(u^1,u^2)-(u_0^1,u_0^2)\right|<\delta^2\right\}$

$A\cap B=\phi$ ، وأن |.| هي العلامة التي تحدد المعيار الإقليدي .

---

[1] SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Previous Reference ,P63.

[2] SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Previous Reference ,P69.

[3] SIMAAN, M., *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Previous Reference ,P69.

يمثل $(u_n^1,u_n^2)\to(u_0^1,u_0^2)$ ، $\exists N_1$ حيث $(u_n^1,u_n^2)\in A$ ، $\forall n>N_1$ ، وتوجد كذلك متتابعة أخرى $u_n^{1*}\to u^{1*}$ و N_2 حيث $(u_n^{1*},u_n^2)\in B$ ، $\forall n>N_2$ ، لنختار عند هذا الحد $N=\max\{N_1,N_2\}$
وبذلك $\left|J^1(u_n^1,u_n^2)-J^1(u_0^1,u_0^2)\right|<\frac{\varepsilon}{3}$ و $\left|J^1(u_n^{1*},u_n^2)-J^1(u^{1*},u_0^2)\right|<\frac{\varepsilon}{3}$ ، $\forall n>N$
وهذا ما يعنى أن العبارة $J^1(u_n^{1*},u_n^2)-J^2(u_n^1,u_n^2)$ ، $\forall n\in N$ ، وبذلك فهي تجعلنا في تناقض لأن (u_n^1,u_n^2) هي متتابعة في T^1. وبالتالي فإن $(u_0^1,u_0^2)\in T^1$ ، وأن T^1 مغلقة من خلال إستمرارية J^2 حيث $\exists(u_s^1,u_s^2)\in T^1$. بما يحقق فعلا الإقتراح 3 .

نظرية[1] 3 : كل لعبة متناهية بلاعبين إثنين هي لعبة تقبل إستراتيجية "Stackelberg" من جانب الرائد.

البرهان[2] : إن هذه النظرية تفترض دائما بأن الرائد إذا إستعمل إستراتيجية حل "Stackelberg" يكون في وضعية على الأقل أكثر راحة منها عند إستعماله إستراتيجية حل "Nash".

القاعدة[3] 5 : إذا كان لدينا لعبة متناهية بلاعبين، وإفترضنا أن J^{1^S} و J^{1^N} هما خسارتا اللاعب 1 المتطابقتان لإستراتيجية "Stackelberg"و "Nash" على التوالي، وإذا إعتبرنا أن $T^2(\gamma^1)$ هي الورقة الوحيدة لكل إستراتيجية $\gamma^1\in\Gamma^1$ ومنه نستنتج بأن $J^{1^S}\le J^{1^N}$.

البرهان[4] : إذا إفترضنا – في الحالة العكس – بأنه يوجد حل توازن "Nash" بهذه الصورة $\gamma_0=(\gamma_0^1\in\Gamma^1,\gamma_0^1\in\Gamma^2)$ بحيث أن الخسارتين المتطابقتين J_0^1 تحقق ما يلي :

$$J^{1^N}(\gamma_0^1,\gamma_0^2)\le J^{1^S}\;..........(1)$$

وبما أنه $T^2(\gamma^1)$ هي عبارة عن الورقة الوحدة فلا يوجد إذن سوى تحويل وحيد من Γ^1 إلى Γ^2 الذي من شأنه أن يحقق كذلك $\gamma_0^2=T^2(\gamma_0^1)$ ، وبإستخدام هذه النتيجة في المعادلة 1، وعن طريق تعريف دوال الإستجابة كذلك فإننا نتحصل على : $J^{1^N}(\gamma_0^1,\gamma_0^2)\le J^{1^S}=\min_{\gamma^1\in\Gamma^1}J^1(\gamma^1,T^2(\gamma^1))$ ، وهذا ما يعتبر تناقضا في حد ذاته.

[1] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Previous Reference P138.
[2] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Previous Reference P138.
[3] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Previous Reference P139.
[4] BAŞAR, T., and G. OLSDER, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Previous Reference P139.

الملحق ث

حساب حلول "Nash" و"Stackelberg"

1. عموميات:

نستعرض في هذا السياق طرائق حساب إستراتيجيات توازن "Nash" من الحلقة المفتوحة وإستراتيجيات "Nash" من المفعول الرجعي، وكذلك إستراتيجيات توازن "Stackelberg" من المفعول الرجعي، ثم نستنطرق إلى الحل التقديري الذي يسمى بالحل ذو الأفق الثابت المتكرر.

يجب التذكير بأن معادلة الحالة للعبة الخطية التربيعية المعنية هي كالتالي:

$$x_{t+1} = A_t x_t + B_t u_t + C_t v_t \qquad t = 1,...,T \qquad x_1 \qquad donné \qquad ....(D.1)$$

حيث أن u_t و v_t هما على التوالي شعاعان (عمودان) التحكم للاعب L (الرائد في اللعبة) و S (الملاحق في اللعبة)، ببعدين مطابقين لها وفق الترتيب m_u و m_v. وأن A_t ، B_t و C_t هي مصفوفات بأبعاد ملائمة، $\forall t$.

ونتحصل على دالتي الخسارة للاعبين معطاة:

$$J^L = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(x'_{t+1}Q^L_{t+1}x_{t+1} + u'_t u_t + v'_t R^L_t v_t\right).........(D.2a)$$

$$J^S = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(x'_{t+1}Q^S_{t+1}x_{t+1} + u'_t R^S_t u +_t v'_t v_t\right).........(D.2b)$$

حيث أن Q_i ، R_i مع $i = L,S$ عبارة عن مصفوفتين متناظرتين معرفتين إيجابا.

ومنه فإن هميلتوني اللاعبين يكونان كالتالي:

$$H^S_t = \frac{1}{2}\left(x'_{t+1}Q^S_{t+1}x_{t+1} + u'_t R^S_t u_t + v'_t v_t\right) + p^{S'}_{t+1}x_{t+1}.........(D.3a)$$

$$H^L_t = \frac{1}{2}\left(x'_{t+1}Q^L_{t+1}x_{t+1} + u'_t u +_t v'_t R^L_t v_t\right) + p^{L'}_{t+1}x_{t+1}.........(D.3b)$$

حيث x_{t+1} معرفة بالمعادلة $(D.1)$.

1.1 دالة إستجابة الرائد: لكل فعل (أو متتابعة أفعال) $\bar{v}_t$ يقوم بها الملاحق تنتج دالة إستجابة الرائد وهي محددة بواسطة مجموعة شروط وفق أدنى حد هميلتوني للرائد [1] (أنظر المعادلات (1.2.14) الخاصة بالشرط $(viii)$:

[1] SIMAAN, M., ET J. CRUZ, *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*,Previous Refernce, P617.

$$\nabla_u H_t^L = B_t^/ Q_{t+1}^L x_{t+1} + u_t B_t^/ p_{t+1}^L = 0_{m_u \times 1} ....(D.4a)$$

$$x_{t+1}^* = \frac{\delta H_t^L}{\delta p_{t+1}^L} = A - tx - t + B - tu - t + C - tv - t..........(D.4b)$$

$$p_t^L = \frac{\delta H_t^L}{\delta x_t} = A_t^/ Q_{t+1}^L + A_t^/ p_{t+1}^L......................................(D.4c)$$

$$avec \quad p_{t+1}^L = 0_{n\times 1}, x_1 \quad donné.................................(D.4d)$$

وهذا ما تعبر عنه المعادلات التالية:

$$u_t^* = -B_t^/ \left[Q_{t+1}^L x_{t+1}^* + p_{t+1}^{L*}\right]........(D.5a)$$

$$x_{t+1}^* = A_t x_t^* + Bu_t^* + C_t \bar{v}_t.........(D.5b)$$

$$p_t^{L*} = A_t^/ \left[Q_{t+1}^L x_{t+1}^* + p_{t+1}^{L*}\right]........(D.5c)$$

$$p_{T+1}^{L*} = 0_{n\times 1}, x_1^* = x_1 donné........(D.5d)$$

إن مجموعة المعادلات $(D.5)$ هذه هي التي تحدد دوال إستجابة الرائد

2.1 دالة إستجابة الملاحق:

وبنفس الطريقة يمكن شرح دالة إستجابة الملاحق، إذ أن مقابل كل فعل أو كل متتابعة أفعال $\bar{u}_t$ يقوم بها الرائد نستطيع أن نحدد أحسن دالة إستجابة للملاحق بواسطة :

$$v_t^* = -C_t^/ \left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^* + p_{t+1}^{S*}\right).........(D.6a)$$

$$x_{t+1}^t = A_t x_t^* + B_t \bar{u}_t + C_t v_t^*..........(D.6b)$$

$$p_t^{S*} = A_t^/ \left(Q_{t+1}^S x_{t+1}^* + p_{t+1}^{S*}\right).........(D.6d)$$

$$p_{T+1}^{S*} = 0_{n\times 1}, x_1^* = x_1 donné.........(D.6c)$$

2.حل "Nash" من الحلقة المفتوحة:

.بمعرفة دوال الإستجابة لكلا اللاعبين وبالأخص الشروط من الدرجة الأولى

المتعلقة بالأفعال $(D.5a)$ و$(D.6a)$، فإنه يمكن إعادة كتابة معادلة الحالة $(D.1)$ على النحو التالي:

$$x_{t+1} = E_t^{-1} A_t x_t - E_t^{-1} B_t B_t^/ p_{t+1}^L - E_t^{-1} C_t C_t^/ p_{t+1}^S.........(D.7a)$$

$$avec$$

$$E_t \equiv I_{n\times n} + B_t B_t^/ Q_{t+1}^L + C_t C_t^/ Q_{t+1}^S............................(D.7b)$$

حيث أن $I_{n\times n}$ عبارة عن مصفوفة تعريف ببعد $n\times n$.

وبعد تعويض $(D.7)$ في $(D.5c)$ وفي $(D.6c)$ نتحصل على المصفوفة الهميلتونية أو (النظام الهميلتوني) التالية:

$$\begin{bmatrix} x_{t+1} \\ p_t^L \\ p_t^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_t^{11} & H_t^{12} & H_t^{13} \\ H_t^{21} & H_t^{22} & H_t^{23} \\ H_t^{31} & H_t^{32} & H_t^{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ p_{t+1}^L \\ p_{t+1}^S \end{bmatrix} ....(D.8)$$

حيث أن

$$\begin{aligned}
H_t^{11} &= E_t^{-1} \\
H_t^{12} &= -E_t^{-1} B_t B_t^{/} \\
H_t^{13} &= -E_t^{-1} C_t C_t^{/} \\
H_t^{21} &= A_t^{/} Q_{t+1}^L E_t^{-1} A_t \\
H_t^{22} &= A_t^{/} \left[I_{n\times n} - Q_{t+1}^L E_t^{-1} B_t B_t^{/} \right] \\
H_t^{23} &= -A_t^{/} Q_{t+1}^L E_t^{-1} C_t C_t^{/} \\
H_t^{31} &= A_t^{/} Q_{t+1}^S E_t^{-1} A_t \\
H_t^{32} &= A_t^{/} Q_{t+1}^S E_t^{-1} B_t B_t^{/} \\
H_t^{33} &= A_t^{/} \left[I_{n\times n} - Q_{t+1}^S E_t^{-1} C_t C_t^{/} \right]
\end{aligned}$$

ولحل مجموعة مختلف معادلات الفروق الخطية هذه نستعمل طريقة المكنسة *(Sweep method)* [1] وهذا ما يجعلنا نفترض وجود علاقات خطية بين المتغيرات المساعدة *(Adjointes)* ومتغير الحالة:

$$\begin{aligned}
p_{t+1}^L &= K_{t+1}^L x_{t+1} ....(D.9a) \\
p_{t+1}^S &= K_{t+1}^S x_{t+1} ....(D.9b)
\end{aligned}$$

حيث أن K_t^L و K_t^S مصفوفتان ببعد $n \times n$

وبتعويض $(D.9)$ في $(D.7)$ وبعد التبسيط نتحصل على :

[1] - BRYSON, A., and Y. HO, *Applied Optimal control*, Previous Reference , P290.
- LEWIS, F., and V. SYRMOS, *Optimal control*, Previous Reference , P321.

$$x_{t+1} = \Delta_t^{-1} E_t^{-1} A_t x_t, \quad x_1 donné..................(D.10a)$$

avec

$$\Delta_t \equiv I_{n\times n} + E_t^{-1}\left[B_t B_t^{/} K_{t+1}^{L} + C_t C_t^{/} K_{t+1}^{S}\right].........(D.10b)$$

وبإستخدام $(D.10)$ و $(D.9)$ في المصفوفة الهميلتونية $(D.8)$، فإننا نحصل على:

$$K_t^L = A_t^{/}\left[Q_{t+1}^L E_t^{-1} - \left(\left(I_{n\times n} - Q_{t+1}^L E_t^{-1} B_t B_t^{/}\right) K_{t+1}^L - Q_{t+1}^L E_t^{-1} C_t C_t^{/} K_{t+1}^S\right) \Delta_t^{-1} E_t^{-1}\right] A_t..........(D.11a)$$

$$K_t^S = A_t^{/}\left[Q_{t+1}^S E_t^{-1} - \left(\left(I_{n\times n} - Q_{t+1}^S E_t^{-1} C_t C_t^{/}\right) K_{t+1}^S - Q_{t+1}^S E_t^{-1} B_t B_t^{/} K_{t+1}^L\right) \Delta_t^{-1} E_t^{-1}\right] A_t..........(D.11b)$$

مع $K_{T+1}^S = K_{T+1}^L = 0_{n\times n}$

وهذا ما يمثل مجموعة من معادلتي ' ريكاتي ' *(Riccati)* مزودتين ويمكن توجيه هاتين المعادلتين نحو الأمام لحلها بسهولة بالعد التراجعي، كلما كان لدينا شرط أولي، أو بالأحرى الشروط التالية: $K_{T+1}^S = K_{T+1}^L = 0_{n\times n}$.

ونحصل على متتابعة الأفعال المثلى والتي تمثل توازن "Nash" في الحلقة المفتوحة (بعد تعويض $(D.9)$ و $(D.10)$ في $(D.5a)$ وفي $(D.6a)$) :

$$u_t^* = F_t x_t......................................(D.12a1)$$

avec

$$F_t \equiv -B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + K_{t+1}^L\right)\Delta_t^{-1} E_t^{-1}..........(D.12a2)$$

$$v_t^* = \widetilde{F}_t x_t......................................(D.12b1)$$

avec

$$\widetilde{F}_t \equiv -C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + K_{t+1}^S\right)\Delta_t^{-1} E_t^{-1}..........(D.12b2)$$

1.2الإشتقاق البديل *(Alternative)* لمعادلات ' ريكاتي':

والجدير بالذكر أن نذكر بأن هناك طريقة أخرى ممكنة للحل والتي تعطينا صيغ رياضية أكثر بساطة، بحيث أننا نستطيع أن نستعمل في نفس الوقت $(D.9)$ والمعادلتين $(D.5a)$ و $(D.6a)$ في $(D.1)$ [1]، ويمكن كتابة هذه الأخيرة $(D.1)$ على هذه الصورة:

$$x_{t+1} = \widetilde{E}_t^{-1} A_t x_t..(D.13a)$$

avec

$$\widetilde{E}_t \equiv I_{n\times n} + B_t B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + K_{t+1}^L\right) + C_t C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + K_{t+1}^S\right).........(D.13b)$$

[1] النتيجة ذاتها تكون بتعويض $(D.9)$ في $(D.7)$ بعد جداء الجانبين للمعادلة $(D.7)$ في E_t

وفي الأخير نستعمل $(D.13)$ في $(D.5c)$ و $(D.6c)$ فنحصل على:

$$K_t^L = A_t'\left(Q_{t+1}^L + K_{t+1}^L\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t, \quad K_{T+1}^L = 0_{n\times n} \,..........(D.14a)$$
$$K_t^S = A_t'\left(Q_{t+1}^S + K_{t+1}^S\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t, \quad K_{T+1}^S = 0_{n\times n} \,..........(D.14b)$$

ومن ثمة فإن التعبير عن متتابعة الأفعال المثلى يكون بهذه الصورة :

$$u_t^* = F_t x_t \,.......................................(D.15a1)$$

avec

$$F_t \equiv -B_t'\left(Q_{t+1}^L + K_{t+1}^L\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t \,..........(D.15a2)$$

$$v_t^* = \widetilde{F}_t x_t \,.......................................(D.15b1)$$

avec

$$\widetilde{F}_t \equiv -C_t'\left(Q_{t+1}^S + K_{t+1}^S\right)\widetilde{E}_t^{-1}A_t \,..........(D.12b2)$$

2.2 حل "Nash" من المفعول الرجعي:

إننا نعلم من خلال البرمجة الديناميكية [1] بأن دالتي القيمة للفترة الأخيرة هما :

$$V^L(T,T+1) = \frac{1}{2}\left(x_{T+1}'Q_{T+1}^L x_{T+1} + u_T'u_T + v_T'R_T^L v_T\right) \,.........(D.16a)$$
$$V^S(T,T+1) = \frac{1}{2}\left(x_{T+1}'Q_{T+1}^S x_{T+1} + v_T'v_T + u_T'R_T^L u_T\right) \,.........(D.16b)$$

مع

$$x_{T+1} = A_T x_T + B_T u_T + C_T v_T \,..........(D.16c)$$

ومن أجل كل فعل u_T و v_T يستعملها اللاعبان، فإن تدنية دالة القيمة لهما للفترة الأخيرة يحملنا على حل مسألة تدنية بسيطة (إذ لا يوجد قيد على الحالة) :

$$\nabla_{vT}V^S(T,T+1) = 0_{m_v\times 1} \,..........(D.17a)$$
$$\nabla_{uT}V^L(T,T+1) = 0_{m_u\times 1} \,..........(D.17b)$$

[1] لمعرفة صورة هذا المبدأ إرجع إلى كتاب :
CULIOLI, J.-C , *Introduction à l'optimisation*, Ellipses, Paris,1994

لتكن دالتا الإستجابة للفترة الأخيرة كما يلي:

$$u_T^* = G_T^2 x_T + G_T^3 v_T \text{..........}(D.18a)$$
$$v_T^* = F_T^2 x_T + F_T^3 u_T \text{..........}(D.18b)$$

بحيث تكون :

$$G_T^1 = I_{m_u \times m_u} + B_T^/ Q_{T+1}^/ B_T$$
$$G_T^2 = -\left(G_T^1\right)^{-1}\left(B_T^/ Q_{T+1}^L A_T\right)$$
$$G_T^3 = -\left(G_T^1\right)^{-1}\left(B_T^/ Q_{T+1}^L C_T\right)$$
$$F_T^1 = I_{m_v \times m_v} + C_T^/ Q_{T+1}^S C_T$$
$$F_T^2 = -\left(F_T^1\right)^{-1}\left(C_T^/ Q_{T+1}^S A_T\right)$$
$$F_T^3 = -\left(F_T^1\right)^{-1}\left(C_T^/ Q_{T+1}^S B_T\right)$$

ومما يسمح لنا، بعد إجراء بعض التعديلات بالحصول على قيم التحكم الأمثل، وقيمة الحالة المثلى بدلالة حالة الفترة T:

$$u_T^* = K_T x_T \text{...........}(D.19a)$$
$$v_T^* = \tilde{K}_T x_T \text{............}(D.19b)$$
$$x_{T+1}^* = \overline{K}_T x_T \text{..........}(D.19a)$$

بحث أن:

$$K_T = G_T^2 + G_T^3 \tilde{K}_T$$
$$\tilde{K}_T = \left(I_{m_v \times m_v} - F_T^3 G_T^3\right)^{-1}\left(F_T^2 + F_T^3 G_T^2\right)$$
$$\overline{K}_T = A_T + B_T K_T + C_T \tilde{K}_T$$

وبما أن دوال الخسارة هي دوال تربيعية، نستطيع حينئذ أن نعيد كتابتها بهذه الصورة :

$$V^{L*}(T, T+1) = \frac{1}{2}\left(x_{T+1}^{*/} p_T^L x_T^*\right)\text{.........}(D.20a)$$
$$V^{S*}(T, T+1) = \frac{1}{2}\left(x_{T+1}^{*/} p_T^S x_T^*\right)\text{.........}(D.20b)$$

بحيث تكون:

$$p_T^L = \overline{K}_T^{/} Q_{T+1}^L \overline{K}_T + K_T^{/} K_T + \widetilde{K}_T^{/} R_T^L \widetilde{K}_T$$
$$p_T^S = \overline{K}_T^{/} Q_{T+1}^S \overline{K}_T + K_T^{/} R_T^S K_T + \widetilde{K}_T^{/} \widetilde{K}_T$$

تعميم العبارة :

إرتأينا أن نتطرق هنا إلى تعميم هذا الحل دون أن نذكر كيفية العمل بهذه الطريقة خطوة بخطوة إذ أنها مشابهة لتلك الطريقة التي تعرضنا إليها في الفقرة التي تناولنا فيها إشتقاق توازن "Stackelberg" من المفعول الرجعي بالبرمجة الديناميكية، ويكون هذا التعميم في أي فترة ولتكن t على هذا النحو:

$$V^L(t, T+1) = \frac{1}{2}\left(x_t^{/} p_t^L x_t\right) ....(D.21a)$$
$$V^S(t, T+1) = \frac{1}{2}\left(x_t^{/} p_t^S x_t\right) ....(D.21b)$$

عندما تكون:

$$u_t^* = K_t x_t ....(D.22a)$$
$$v_t^* = \widetilde{K}_t x_t ....(D.22b)$$
$$x_{t+1}^* = \overline{K}_t x_t ....(D.22a)$$

وبحيث أن:

$$p_t^L = \overline{K}_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + p_{t+1}^L\right)\overline{K}_t + K_t^{/} K_t + \widetilde{K}_t^{/} R_t^L \widetilde{K}_t$$
$$p_t^S = \overline{K}_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + p_{t+1}^S\right)\overline{K}_t + K_t^{/} R_t^S K_t + \widetilde{K}_t^{/} \widetilde{K}_t$$
$$K_t = G_t^2 + G_t^3 \widetilde{K}_t$$
$$\widetilde{K}_t = \left(I_{m_v \times m_v} - F_t^3 G_t^3\right)^{-1}\left(F_t^2 + F_t^3 G_t^2\right)$$
$$\overline{K}_t = A_t + B_t K_t + C_t \widetilde{K}_t$$
$$G_t^1 = I_{m_u \times m_u} + B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + p_{t+1}^L\right) B_t$$
$$G_t^2 = -\left(G_t^1\right)^{-1}\left(B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + p_{t+1}^L\right) A_t\right)$$
$$G_t^3 = -\left(G_t^1\right)^{-1}\left(B_t^{/}\left(Q_{t+1}^L + p_{t+1}^L\right) C_t\right)$$
$$F_t^1 = I_{m_v \times m_v} + C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + p_{t+1}^S\right) C_t$$
$$F_t^2 = -\left(F_t^1\right)^{-1}\left(C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + p_{t+1}^S\right) A_t\right)$$
$$F_t^3 = -\left(F_t^1\right)^{-1}\left(C_t^{/}\left(Q_{t+1}^S + p_{t+1}^S\right) B_t\right)$$

3 إستراتيجية "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة :

إن العناصر التي تشكل المصفوفة الهميلتونية (1.2.34) هي:

$$H_t^{11} = E_t^{-1}\tilde{A}_t$$
$$H_t^{12} = E_t^{-1}\tilde{B}_t\tilde{B}_t^{/}Q_{t+1}^S A_t$$
$$H_t^{13} = -E_t^{-1}\left(\tilde{B}_t\tilde{B}_t^{/}Q_{t+1}^S C_t R_t^L C_t^{/} + \tilde{C}_t\right)$$
$$H_t^{14} = E_t^{-1}\tilde{B}_t\tilde{B}_t^{/}$$
$$H_t^{21} = -N_t H_t^{11}$$
$$H_t^{22} = A_t\left[I_{n\times n} - \tilde{C}_t^{/}Q_{t+1}^S\right] + N_t H_t^{12}$$
$$H_t^{23} = \left[I_{n\times n} - \tilde{C}_t^T Q_{t+1}^S E_t^{-1} C_t C_t^{/}\right] C_t R_t^L C_t^{/} + N_t H_t^{13}$$
$$H_t^{24} = N_t H_t^{14} - \tilde{C}_t^{/}$$
$$H_t^{31} = A_t^{/}Q_{t+1}^S H_t^{11}$$
$$H_t^{32} = -A_t^{/}Q_{t+1}^S H_t^{12}$$
$$H_t^{33} = A_t^{/}\left[I_{n\times n} - Q_{t+1}^S H_t^{13}\right]$$
$$H_t^{34} = -A_t^{/}Q_{t+1}^S H_t^{14}$$
$$H_t^{41} = \tilde{A}_t^{/}\overline{\Phi}_t H_t^{11}$$
$$H_t^{42} = \tilde{A}_t^{/}\left(Q_{t+1}^S A_t - \overline{\Phi}_t H_t^{12}\right)$$
$$H_t^{43} = \tilde{A}_t^{/}\left(Q_{t+1}^S C_t R_t^L C_t^{/} - \overline{\Phi}_t H_t^{13}\right)$$
$$H_t^{44} = \tilde{A}_t^{/}\left[I_{n\times n} - \overline{\Phi}_t H_t^{14}\right]$$

حيث أن:

$$E_t = I_{n\times n} + \tilde{B}_t\tilde{B}_t^{/}\overline{\Phi}_t$$
$$\overline{\Phi}_t = E_t^{-1}\tilde{B}_t\tilde{B}_t^{/}Q_{t+1}^S A_t$$
$$H_t^{13} = Q_{t+1}^L + Q_{t+1}^S C_t R_t^L C_t^{/} Q_{t+1}^S$$
$$N_t = \tilde{C}_t^{/}\overline{\Phi}_t - C_t R_t^L C_t^{/} Q_{t+1}^S$$
$$H_t^{21} = -N_t\overline{\Phi}_t - H_t^{11}$$

وللحصول على المصفوفة (1.2.44) نستخدم الخاصية التالية [1] :

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}\left(\left(A_1-A_2A_4^{-1}A_3\right)^{-1}\right)^{-1} & -A_1^{-1}A_2\left(A_4-A_3A_1^{-1}A_2\right)^{-1}\\ -A_4^{-1}A_3\left(A_1-A_2A_4^{-1}A_3\right)^{-1} & \left(A_4-A_3A_1^{-1}A_2\right)^{-1}\end{bmatrix}$$

حيث أن:

$$A=\begin{bmatrix}A_1 & A_2\\ A_3 & A_4\end{bmatrix}$$

مما يجعلنا نحصل من المصفوفة (1.2.44) على:

$$\begin{aligned}
\overline{H}_t^{33} &= \left(D_t^{11}\right)^{-1}\\
\overline{H}_t^{34} &= -\left(H_t^{33}\right)^{-1}H_t^{34}\left(D_t^{22}\right)^{-1}\\
\overline{H}_t^{43} &= -\left(H_t^{44}\right)^{-1}H_t^{34}\left(D_t^{11}\right)^{-1}\\
\overline{H}_t^{44} &= \left(D_t^{22}\right)^{-1}\\
\overline{H}_t^{31} &= -\left(\overline{H}_t^{33}H_t^{31}+\overline{H}_t^{34}H_t^{41}\right)\\
\overline{H}_t^{32} &= -\left(\overline{H}_t^{33}H_t^{32}+\overline{H}_t^{34}H_t^{42}\right)\\
\overline{H}_t^{41} &= -\left(\overline{H}_t^{43}H_t^{31}+\overline{H}_t^{44}H_t^{41}\right)\\
\overline{H}_t^{42} &= -\left(\overline{H}_t^{43}H_t^{32}+\overline{H}_t^{44}H_t^{42}\right)
\end{aligned}$$

حيث أن:

$$\begin{aligned}
D_t^{11} &= H_t^{33}-H_t^{34}\left(H_t^{44}\right)^{-1}H_t^{43}\\
D_t^{22} &= H_t^{44}-H_t^{43}\left(H_t^{33}\right)^{-1}H_t^{34}
\end{aligned}$$

[1] BROGAN, W.L., *Modern Control Theory*,Previous Reference ,P125,126.

4 حل "Stackelberg"من المفعول الرجعي:

سبق وقد عرفنا بأن دوال القيمة للفترة الأخيرة هي:

$$V^L(T,T+1)=\frac{1}{2}\left(x'_{T+1}Q^L_{T+1}x_{T+1}+u'_T u_T+v'_T R^L_T v_T\right)..........(D.24a)$$

$$V^S(T,T+1)=\frac{1}{2}\left(x'_{T+1}Q^S_{T+1}x_{T+1}+v'_T v_T+u'_T R^S_T u_T\right)..........(D.24b)$$

حيث أن:

$$x_{T+1}=A_T x_T+B_T u_T+C_T v_T..........(D.24c)$$

لكل فعل u_t يحققه الرائد في الفترة الأخيرة، فإن التدنية لدالة القيمة الخاصة بالملاحق وهي $(D.24b)$ في الفترة الأخيرة تمنحنا إمكانية حل مسألة التدنية بسيطة:

$$\nabla_{vT}V^S(T,T+1)=0_{m_v\times 1}..........(D.25)$$

لتصبح دالة الإستجابة في الفترة الأخيرة كما يلي:

$$v^*_T=F^2_T x_T+F^3_T u_T..........(D.26)$$

حيث أن:

$$F^1_T=I_{m_v\times m_v}+C'_T Q^F_{T+1}C_T$$
$$F^2_T=-\left(F^1_T\right)^{-1}+\left(C'_T Q^F_{T+1}A_T\right)$$
$$F^3_T=-\left(F^1_T\right)^{-1}+\left(C'_T Q^F_{T+1}B_T\right)$$

وبتعويض $(D.26)$ في معادلة الحالة $(D.24c)$ نحصل على:

$$x_{T+1}=\tilde{A}_T x_T+\tilde{B}_T u_T..........(D.27)$$

بحيث أن:

$$\tilde{A}_T=A_T+C_T F^2_T$$
$$\tilde{B}_T=B_T+C_T F^3_T$$

ثم نقوم في هذه الخطوة بتعويض $(D.26)$ و $(D.27)$ داخل دالة القيمة للرائد للفترة الأخيرة $(D.24a)$، ثم نقوم بتدنية الكل بالنظر إلى u_T، وهذا ما يعطينا التحكم الأمثل وكذلك الحالة المثلى بدلالة حالة الفترة T:

$$u_T^* = K_T x_T \ldots\ldots\ldots\ldots(D.28a)$$
$$v_T^* = \tilde{K}_T x_T \ldots\ldots\ldots\ldots(D.28b)$$
$$x_{T+1}^* = \overline{K}_T x_T \ldots\ldots\ldots\ldots(D.28c)$$

حيث أن :

$$K_T = -\left[I_{n\times n} + \tilde{B}_T' Q_{T+1}^L \tilde{B}_T + F_T^{3'} R_T^L F_T^3\right]^{-1}\left(\tilde{B}_T' Q_{T+1}^L \tilde{A}_T + F_T^{3'} R_T^L F_T^3\right)\ldots\ldots\ldots\ldots(D.28a)$$
$$\tilde{K}_T = F_T^2 + F_T^3 K_T \ldots\ldots\ldots\ldots(D.28b)$$
$$\overline{K}_T = \tilde{A}_T + \tilde{B}_T K_T \ldots\ldots\ldots\ldots(D.28c)$$

وبما أن هذه الدوال تربيعية، فإننا سنحاول إعادة كتابة دوال القيمة للفترة الأخيرة على صورة تربيعية وفق الحالة المثلى.

وبعد تعويض $(D.26)$ في $(D.24)$ ، فإننا نتوصل إلى كتابة هذه الدوال على هذا النحو:

$$V^{L*}(T,T+1) = \frac{1}{2}\left(x_T^{*/} p_T^L x_T^*\right)\ldots\ldots\ldots(D.29a)$$
$$V^{S*}(T,T+1) = \frac{1}{2}\left(x_T^{*/} p_T^S x_T\right)\ldots\ldots\ldots(D.29b)$$

بحيث أن:

$$p_T^L = \overline{K}_T' Q_{T+1}^L \overline{K}_T + K_T' K_T + \tilde{K}_T' R_T^L \tilde{K}_T$$
$$p_T^S = \overline{K}_T' Q_{T+1}^S \overline{K}_T + K_T' R_T^S K_T + \tilde{K}_T' \tilde{K}_T$$

تعميم الحالة :

نحاول في هذه الخطوة تعميم الحل على أي فترة t، ومنه فإن دوال القيمة التي ينبغي تدنيتها هي:

$$V^L(t,T+1) = \left[\min_{u_t\in U}\frac{1}{2}\left(x_{t+1}' Q_{t+1}^L x_{t+1} + u_t' u_t + v_t' R_t^L v_t\right)\right] + V^{L*}(t+1,T+1)\ldots\ldots\ldots(D.30a)$$
$$V^S(t,T+1) = \left[\min_{u_t\in V}\frac{1}{2}\left(x_{t+1}' Q_{t+1}^S x_{t+1} + v_t' v_t + u_t' R_t^S u_t\right)\right] + V^{S*}(t+1,T+1)\ldots\ldots\ldots(D.30b)$$

حيث أن $V^{L*}(t+1,T+1)$ و $V^{S*}(t+1,T+1)$ هي عبارة عن دالتي القيم المثلى بالنسبة للفترات من $(t+1)$ إلى $(T+1)$.

ولنفرض أن $t=T-1$ ، فإن حل $(D.30b)$ ، $\forall u_t \in U$ يعطينا ما يلي:

$$v_{T-1}^{*} = F_{T-1}^{2} x_{T-1} + F_{T-1}^{3} u_{T-1} \text{..........} (D.31)$$

إذ أن:

$$F_{T-1}^{1} = I_{m_v \times m_v} + C_{T-1}^{/}\left(Q_T^S + P_T^S\right)C_{T-1}$$
$$F_{T-1}^{2} = -\left(F_{T-1}^{1}\right)^{-1} + \left(C_{T-1}^{/}\left(Q_T^S + P_T^S\right)A_{T-1}\right)$$
$$F_{T-1}^{3} = -\left(F_{T-1}^{1}\right)^{-1} + \left(C_{T-1}^{/}\left(Q_T^S + P_T^S\right)B_{T-1}\right)$$

وبتعويض $(D.31)$ داخل معادلة الحالة نحصل على:

$$x_T = \tilde{A}_{T-1} x_{T-1} + \tilde{B}_{T-1} u_{T-1} \text{..........} (D.32)$$

بحيث أن:

$$\tilde{A}_{T-1} = A_{T-1} + C_{T-1} F_{T-1}^{2}$$
$$\tilde{B}_{T-1} = B_{T-1} + C_{T-1} F_{T-1}^{3}$$

وبإيجاد تفاضل $(D.30a)$ تحت وجود القيدين $(D.31)$ و $(D.32)$ نحصل على:

$$u_{T-1}^{*} = K_{T-1} x_{T-1} \text{............} (D.33a)$$
$$v_{T-1}^{*} = \tilde{K}_{T-1} x_{T-1} \text{..............} (D.33b)$$
$$x_{T}^{*} = \overline{K}_{T-1} x_{T-1} \text{............} (D.33c)$$

حيث أن:

$$K_{T-1} = -\left[I_{n\times n} + \tilde{B}_{T-1}^{/}\left(Q_T^L + P_T^L\right)\tilde{B}_{T-1} + F_{T-1}^{3/} R_{T-1}^{L} F_{T-1}^{3}\right]^{-1}\left(\tilde{B}_{T-1}^{/}\left(Q_T^L + P_T^L\right)\tilde{A}_{T-1} + F_{T-1}^{3/} R_{T-1}^{L} F_{T-1}^{2}\right)$$
$$\tilde{K}_{T-1} = F_{T-1}^{2} + F_{T-1}^{3} K_{T-1}$$
$$\overline{K}_{T-1} = \tilde{A}_{T-1} + \tilde{B}_{T-1} K_{T-1}$$

وبعد إجراء بعض التغيرات فإننا نحصل على الصورة التربيعية العامة التالية:

$$V^{L}(T-1,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{T-1}^{/}p_{T-1}^{L}x_{T-1}\right).........(D.34a)$$
$$V^{S}(T-1,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{T-1}^{/}p_{T-1}^{S}x_{T-1}\right).........(D.34b)$$

حيث أن:

$$p_{T-1}^{L}=\overline{K}_{T-1}^{/}\left(Q_{T}^{L}+P_{T}^{L}\right)\overline{K}_{T-1}+K_{T-1}^{/}K_{T-1}+\widetilde{K}_{T-1}^{/}R_{T-1}^{L}\widetilde{K}_{T-1}$$
$$p_{T-1}^{S}=\overline{K}_{T-1}^{/}\left(Q_{T}^{S}+P_{T}^{S}\right)\overline{K}_{T-1}+K_{T-1}^{/}R_{T-1}^{S}K_{T-1}+\widetilde{K}_{T-1}^{/}\widetilde{K}_{T-1}$$

ويكون التعميم في أي فترة t مباشرا مما يعطينا:

$$V^{L}(t,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{t}^{/}p_{t}^{L}x_{t}\right).........(D.36a)$$
$$V^{S}(t,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{t}^{/}p_{t}^{S}x_{t}\right).........(D.36b)$$

بحيث أن P_{t}^{L} و P_{t}^{S} عبارة عن عاملين تم تحديدهما كما سبق وبتعويض فقط المؤشرات $(T-1)$ و T بـــ t و $(t+1)$.

ويبقى من السهل أن نبين من البداية الخسارة الكلية، التي تغطي الفترة كلها بدلالة قيمة x_{1} بواسطة:

$$V^{L}(1,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{1}^{/}p_{1}^{L}x_{1}\right).........(D.37a)$$
$$V^{S}(1,T+1)=\frac{1}{2}\left(x_{1}^{/}p_{1}^{S}x_{1}\right).........(D.37b)$$

5 الحل التقديري بأفق ثابت متكرر:

إرتأينا أن نقدم هنا لمحة وجيزة عن الحل التقديري بأفق ثابت متكرر، إذ بدا لنا أن نشير لهذا النوع من الحل لما يتميز به من خاصية عملية ونجاعة.

عكس الحل التقديري الأمثل الذي تطرقنا إليه في الفصل الثاني من القسم الأول من أطروحتنا فإن هذه الإستراتيجية (الحل (تفترض مسبقا بأن فترة التخطيط (الأفق الزمني) تبقى ثابتة

ودون تغيير بالنسبة لكل المسائل (سواء المسائل الأصلية أو المختزلة) وعموما ما تكون فترة التخطيط الثابتة هذه أقل من الأفق الزمني.

فمثلا لدينا r أفقا زمنيا، بحيث أن $r < T$، فإن الخوارزم الملائم في هذه الحالة هو:

– من أجل $i := 1$ إلى غاية T.

– حساب إستراتيجية الحل الأمثل γ_i^{L*} بالنسبة للعبة بأفق زمني $[i, r+i-1]$ بإعتبار أن قيمة الحالة هي x_{i-1}.

– إيجاد الأفعال للفترة الراهنة i.

– نهاية من أجل .

وتعرف هذه الإستراتيجية بأسماء تختلف من سياق الإقتصاد إلى سياق التحكم الأمثل، ففي مجال النظرية الإقتصادية للتخطيط الأمثل كما يذكر ذلك "Easley" نسميها الخطة أو المخطط الدائر *(Rolling plan)* [1].

إن المخطط بإستعماله لمخطط دائر يقوم بحساب السياسة المثلى المتعلقة بالخمس سنوات المقبلة على سبيل المثال، ثم يعمل إبتداء من العام الأول بهذه السياسة ثم يعد مخططا لخمس سنوات المقبلة في العام الموالي، هكذا دواليك، وتعرف هذه النظرية أيضا بإسم المراجعة المستمرة للتخطيط *(Continual planning revision)* [2] ويطلق عليها كذلك إسم المخططات المقترحة المتزلقة *(Sliding plans)* [3]، أو كذلك الأفق المتزلق *(Sliding horizon)* [4] ويعرف هذا المفهوم في مجال التحكم الأمثل بإسم الأفق الزمني المتراجع "Receding time horizon" [5]، ويعد "Thomas" أول من أدخل هذه الإستراتيجية في مجال التحكم الأمثل، أما في مجال السياسة الإقتصادية فلا نعثر

---

[1] EASLEY, D., and D. SPULBER, *Stochastic Equilibrium and Optimality with Rolling Plans*, International Economic Review, 22(1), 79–103, MIT press ,USA, 1981, P86.

[2] - GOLDMAN, S., *Optimal growth and continual planning revision*, The Review of Economic Studies, 35, 145–154 ,New York, 1968, P149 .

- JOHANSEN, L., *Lectures on Macroeconomic Planning*. North Holland,USA, 1977,P59.

[3] KAGANOVICH, M., Efficiency *of Sliding Plans in a Linear Model with Time-Dependent echnology*, The Review of Economic Studies, 52, 691–702, New York ,1985,P695.

[4] GYURKOVICS, E., and I. LIGETI, *Stability in Economic planning and Control with Sliding Horizon*, in IFAC Symposium on Dynamic Modelling and Control of National Economies,New York,1986,P512

[5] BITMEAD, R., *Fake Riccati equations for stable receding-horizon control*,Proceedings ECC97, Bruxelles, Conference ID 831, 1997,P612.

على هذا المفهوم وبالأخص في نظرية ألعاب "Stackelberg"[1]، ويعود السبب في ذلك إلى أن هذه الإستراتيجية لا تتطابق سوى مع الفرضية التي تعتبر أن الملاحق قصير النظر بمعنى أن الأفق الزمني للملاحق لا يضم إلا الفترة الراهنة. وإلا فسيكون هناك عدم تطابق فترات التخطيط بين اللاعبين وبالتالي وجود إستحالة حقيقية لإشتقاق هذه الإستراتيجية.

غير أن فرضية الملاحق قصير النظر ليست دائما مستبعدة، فيكفي أن نتصورها على أنها نتيجة تحصل من جراء إستعمال الإستراتيجية التقديرية المثلى في فترة مضت، مما يجعل الملاحق يحذر من حوادث المستقبل ولا يعطي سوى ثقة قليلة جدا لإعلانات الأفعال المستقبلية .

ومن ثمة فإن مسألة الإغناء الخاصة بهذا الملاحق لا تعدو أن تكون مجرد مسألة ساكنة تشمل الفترة الراهنة التي لا تنظر سوى إلى الفعل الراهن للرائد فقط.

معالجة:

إن حساب هذا الحل يمر بعملية إعادة الإغناء في كل فترة لحل "Stackelberg" من الحلقة المفتوحة على أفق ثابت r، وبما أنه يفترض أن الملاحق قصير النظ، فإن إهتمامه لا يتجاوز الوقت الحاضر. ومنه فإننا نحصل عن دالة الإستجابة لهذا الملاحق بواسطة:

$$v_t^* \equiv \arg \min_{v_t \in V} J_t^S = -\left(I_{m_v \times m_v} + C_t^{\prime} Q_{t+1}^S C_t\right)^{-1}\left(C_t^{\prime} Q_{t+1}^S\left(A_t x_t + B_t u_t\right)\right), \forall t \in [1,T] ....(D.38)$$

لتكن $\{u^*\}_i^{i+r}$ هي متتابعة الأفعال المثلى التي تدني الخسائر المجمعة للرائد في الفترات t ، بحيث $t \in [i, i+r]$.

ولتكن $\{u^*\}_i^{i+r}$ هي القياس الأول لهذه المتتابعة، وبالتالي فإن خوارزم المعالجة يكون على هذا النحو:

— من أجل كل $i := 1$ إلى غاية T

— حساب إستراتيجية "Stackelberg" المثلى من الحلقة المفتوحة $\{u^*\}_i^{i+r}$ الخاصة بمسألة التدنية على الأفق الزمني $[i, i+r]$ بإعتبار أن $\{x_i^d\}_1^i$ معطاة .

— القيام بالفعل $\{u^*\}_i^{i+r}$ و $v_i^* = T_i^S\left(\{u^*\}_i^{i+r}\right)$، حيث أن $T_i^S\left(\{u^*\}_i^{i+r}\right)$ تحدد أفضل إستجابة للاعب الملاحق S في الزمن i وعند الفعل $\{u^*\}_i^{i+r}$.

[1] يجب الرجوع في هذا الموضوع على الأقل إلى كتاب "Van der Broek" 1998 للإطلاع على التطبيقات الحديثة لها في نظرية الألعاب التفاضلية الخطية التربيعية التي لها صلة بتوازن حل"Nash" "

- تطور الحالة $x_{i+1}^{*} = f\left(\{x_i\}_1^i \{u^*\}_i^{i+r}, v_i^*\right)$.
- إذا كانت $i = 1$:
  - فالتخزين هو: $\{u^d\}_1^1 = \left(\{u_1^*\}_1^{1+r}\right), \{x^d\}_1^2 = \left(x_1, x_2^*\right)$ و $\{v^d\}_1^1 = \left(v_1^*\right)$
- إذا كانت $(i \neq 1)$:
  - فالتخزين هو $\{u^d\}_1^i = \left(\{u_1^*\}_1^{1+r},\ldots,\{u_i^*\}_i^{i+r}\right), \{x^d\}_1^{i+1} = \left(x_1, x_2^*,\ldots, x_{i+1}^*\right)$

و $\{v^d\}_1^i = \left(v_1^*,\ldots,v_i^*\right)$.

- نهاية من أجل .
- ويتحدد الحل الأمثل التقديري ذي الأفق المتكرر بواسطة المتتابعات $\{u^d\}_1^T$ و $\{v^d\}_1^T$

أما تطور الحالة الذي ينجم عن تلك الوضعية فنتحصل عليها عن طريق $\{x^d\}_1^{T+1}$

الملحق ج

تحايل ' باريتو ' : تعاريف هامة

نحاول أن نعطي هنا تعاريف للعناصر المكونة للمصفوفة (2.5.22).

$$H_t^{11} = A_t^{21} + A_t^{23} A_t^{31}$$
$$H_t^{12} = A_t^{22} + A_t^{23} A_t^{32}$$
$$H_t^{13} = A_t^{23} A_t^{33}$$
$$H_t^{14} = A_t^{24} + A_t^{23} A_t^{34}$$
$$H_t^{15} = A_t^{25} + A_t^{23} A_t^{35}$$
$$H_t^{16} = A_t^{23} A_t^{36}$$
$$H_t^{21} = \tilde{B}_t A_t^{31}$$
$$H_t^{22} = \tilde{B}_t A_t^{32} + \tilde{A}_t$$
$$H_t^{23} = \tilde{B}_t A_t^{33}$$
$$H_t^{24} = \tilde{B}_t A_t^{34}$$
$$H_t^{25} = \tilde{B}_t A_t^{35} + \tilde{C}_t$$
$$H_t^{26} = \tilde{B}_t A_t^{36}$$
$$H_t^{31} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) C_t \left(C_t^{/} \overline{Q}_{t+1} H_t^{11} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{21}\right)$$
$$H_t^{32} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) C_t \left(C_t^{/} \overline{Q}_{t+1} H_t^{12} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{22}\right)$$
$$H_t^{33} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) \left(C_t \left(C_t^{/} \overline{Q}_{t+1} H_t^{13} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{23}\right) + A_t\right)$$
$$H_t^{34} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) C_t \left(C_t^{/} \left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{14} + I_{n\times n}\right) - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{24}\right)$$
$$H_t^{35} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) C_t \left(C_t^{/} \overline{Q}_{t+1} H_t^{15} - \overline{S}_t C_t \left(Q_{t+1}^F H_t^{25} + I_{n\times n}\right)\right)$$
$$H_t^{36} = -\left(\tilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + \overline{\Xi}_t\right) C_t \left(C_t^{/} \overline{Q}_{t+1} H_t^{16} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{26}\right) - \tilde{C}_t^{/}$$

$$H_t^{41} = A_t \overline{Q}_{t+1} H_t^{11}$$
$$H_t^{42} = A_t \overline{Q}_{t+1} H_t^{12}$$
$$H_t^{43} = A_t \overline{Q}_{t+1} H_t^{13}$$
$$H_t^{44} = A_t \left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{14} + I_{n\times n}\right)$$
$$H_t^{45} = A_t \overline{Q}_{t+1} H_t^{15}$$
$$H_t^{46} = A_t \overline{Q}_{t+1} H_t^{16}$$

$$H_t^{51} = A_t Q_{t+1}^F H_t^{21}$$
$$H_t^{52} = A_t Q_{t+1}^F H_t^{22}$$
$$H_t^{53} = A_t Q_{t+1}^F H_t^{23}$$
$$H_t^{54} = A_t Q_{t+1}^F H_t^{24}$$
$$H_t^{55} = A_t \left(Q_{t+1}^F H_t^{25} + I_{n\times n}\right)$$
$$H_t^{56} = A_t Q_{t+1}^F H_t^{26}$$

$$H_t^{61} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{11} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{21}\right)$$
$$H_t^{62} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{12} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{22}\right)$$
$$H_t^{63} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{13} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{23}\right) + \widetilde{A}_t^{/} Q_{t+1}^F A_t$$
$$H_t^{64} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{14} + I_{n\times n}\right) - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{24}\right)$$
$$H_t^{65} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{15} - \overline{S}_t C_t \left(Q_{t+1}^F H_t^{25} + I_{n\times n}\right)\right)$$
$$H_t^{66} = -\left(C_t^{/} + I_{n\times n}\right)\left(\widetilde{C}_t^{/} Q_{t+1}^F + I_{n\times n}\right)^{/}\left(\overline{Q}_{t+1} H_t^{16} - \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F H_t^{26}\right) + \widetilde{A}_t^{/}$$

حيث أن:

$$A_t^{01} = \left(\overline{R}_t + \overline{\Xi}_t + B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} B_t\right)^{-1}$$
$$A_t^{02} = \left(\overline{\Xi}_t - \left(C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t^{23} + \left(C_t Q_{t+1}^F \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^F \widetilde{B}_t - \overline{\Xi}_t A_t^{13}\right)^{-1}$$
$$A_t^{11} = -A_t^{01} B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t$$
$$A_t^{12} = A_t^{01} B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{A}_t$$
$$A_t^{13} = A_t^{01}\left(B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{B}_t + \overline{\Xi}_t\right)$$
$$A_t^{14} = -A_t^{01} B_t^{/}$$
$$A_t^{15} = A_t^{01}\left(B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{C}_t - B_t^{/} \overline{Q}_{t+1} C_t C_t^{/}\right)$$

$$A_t^{21} = A_t + B_t A_t^{11}$$
$$A_t^{22} = B_t A_t^{12} - C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{A}_t$$
$$A_t^{23} = B_t A_t^{13} - C_t C_t^{/} Q_{t+1}^F \widetilde{C}_t$$
$$A_t^{24} = B_t A_t^{14}$$
$$A_t^{25} = B_t A_t^{15} - C_t C_t^{/}\left(I_{n\times n} + Q_{t+1}^F \widetilde{C}_t\right)$$

$$A_t^{31} = A_t^{02}\left(\left(C_t C_t^{/} Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t^{21} + \overline{\Xi}_t A_t^{11}\right)$$
$$A_t^{32} = A_t^{02}\left(\left(C_t C_t^{/} Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t^{22} + \overline{\Xi}_t A_t^{12} - \left(C_t Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}\right)^{/} \overline{S}_t C_t Q_{t+1}^{F} \widetilde{A}_t\right)$$
$$A_t^{33} = -A_t^{02} \widetilde{B}_t^{/} Q_{t+1}^{F}$$
$$A_t^{34} = A_t^{02}\left(\left(C_t C_t^{/} Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t^{24} + \overline{\Xi}_t A_t^{14}\right)$$
$$A_t^{35} = A_t^{02}\left(\left(C_t C_t^{/} Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}_t\right)^{/} \overline{Q}_{t+1} A_t^{25} + \overline{\Xi}_t A_t^{15} - \left(C_t Q_{t+1}^{F} \widetilde{B}\right)^{/} \overline{S}_t C_t \left(Q_{t+1}^{F} \widetilde{C}_t + I_{n\times n}\right)\right)$$
$$A_t^{36} = -A_t^{02} \widetilde{B}_t$$

$$A_t^{41} = A_t^{11} + A_t^{13} A_t^{31}$$
$$A_t^{42} = A_t^{12} + A_t^{13} A_t^{32}$$
$$A_t^{43} = A_t^{13} A_t^{33}$$
$$A_t^{44} = A_t^{14} + A_t^{13} A_t^{34}$$
$$A_t^{45} = A_t^{15} + A_t^{13} A_t^{35}$$
$$A_t^{46} = A_t^{13} A_t^{36}$$

الملحق ح
الخوارزميات الجينية

1 دراسة نظرية عن الخوارزميات الجينية :

سوف نقترح هنا بعض العناصر النظرية المتعلقة بالخوارزميات الجينية كما بينها كل من "Alliot" و"Schiex"[1]، وتجدر الإشارة في هذا الصدد بأنه لا توجد نظريات كثيرة تعتمد في إطارها العملي على تشفير آخر غير التشفير الثنائي، ومن ثمة فقد رأينا أن يكون التشفير المستعمل في أطروحتنا هذه هو التشفير المزدوج الذي تتبناه أغلب النظريات.

1.1 بعض التعاريف:

فضلا عن التعريفات التي سبق وأن ذكرناها في الفقرة 6.1 فإن التعريفات الآتية تبقي ضرورية لإجراء عملية البرهنة.

التعريف الأول :تحقيق المخطط

نقول عن المتتابعة $A = a_1,...,a_l$ بأنها تحقيق للمخطط $H = b_1,...,b_l$، إذا كان من أجل i $b_i \neq *$ ليصبح لدينا $a_i = b_i$.

مثال:

لنعتبر أن $H = 010*0101$ عبارة عن مخطط فإن المتتابعات 01000101 و 01010101 هي تحقيقات من المخطط H

التعريف الثاني :رتبة المخطط

إن رتبة المخطط H عبارة عن عدد الوضعيات الثابتة للمخطط H، ونكتب رتبة $H : o(H)$ ومنه نقول عن رتبة المخطط H هي عبارة عن عدد الحروف المختلفة عن الحروف العامة *(Caractère générique)* *.

فمثلا رتبة المخطط $H = 01**10*1$ هو $o(H) = 3$، والمخطط $H' = *****101$ هو $o(H') = 5$.

إن المخطط بطول $l(H)$ وترتيب $o(H)$ يقبل العدد $2^{l(H)-o(H)}$ من الدرجات المختلفة.

---

[1] ALLIOT, J., ET T. SCHIEX, *Intelligence artificielle et informatique théorique*.Cépaduès-Éditions, Paris,P185 ,1994

التعريف الثالث (الطول الأساسي) :

نسمي طولا أساسيا للمخطط H المسافة التي تفصل بين الوضعية الثابتة الأولى لـــ H والوضعية الثابتة الأخيرة له، ونكتب هذا الطول الأساسي بهذه الصورة $\delta(h)$. ويسمى هذا الطول أحيانا بطول التعريف.

وبصفة عامة فإن الطول الأساسي للمخطط $H = 1{*}{*}01{*}{*}{*}$ ، هو $\delta(h) = 5 - 1 = 4$

التعريف الرابع :أداء المخطط

إن أداء المخطط H هي عبارة عن قيمة الدالة $f(H) = \frac{\sum_{i=1}^{2^{(l(H)-o(H))}} f(A_i)}{2^{(l(H)-o(H))}}$ حيث أن مجموعة A_i تحدد مجموع تحقيقات H.

2.1 آثار عملية التكاثر:

لنفرض بأن عملية التكاثر تتم بطريقة عجلة حظ منحرفة .

لتكن المجموعة $S(A_1,...,A_i,...,A_n)$ (جماعة الأفراد) من n متتابعات من الوحدات التعدادية التي تم سحبها عشوائيا، وخلال التكاثر، فإن كل متتابعة A_i تتكاثر وفق الإحتمال: $p_i = \frac{f(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} f(A_j)}$

لنفرض أنه في اللحظة الزمنية t، يكون لدينا العدد $m(H,t)$ من المتتابعات المبينة للمخطط H داخل جماعة الأفراد S، وفي اللحظة $t+1$، وبفضل التكاثر، فإن العدد سيصل إلى $m(H,t+1) = m(H,t).n.\frac{f(H)}{\sum_{i=1}^{n} f(A_i)}$ ، حيث أن $\overline{f}_t$ هو الأداء المتوسط لجماعة الأفراد في اللحظة t المعرفة كما يلي: $\overline{f}_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} f(A_i)}{n}$ ، ومن ثمة فإن العبارة السابقة ستصبح على هذا النحو $m(H,t+1) = m(H,t)\frac{f(H)}{\overline{f}_t}$ ، وبإفتراض أن $c_t(H) = \frac{f(H)}{\overline{f}_t} - 1$ ، فإننا نحصل على: $m(H,t+1) = (1 + c_t(H))m(H,t)$ ، فإن كان المخطط يحتوي على فعالية أكبر من المتوسط، فيصبح لدينا في هذه الحالة $c_t(H) > 0$.

ومن العبارة السابقة نستنتج بأن عدد عناصر المخطط يتزايد حسب الإمكان وفق متتالية هندسية ممكنة، ومنه فإذا إعتبرنا أن العبارة $c_t(H)$ عبارة عن ثابت في مجال الزمن فإننا نحصل على:

$$m(H,t) = (1 + c(H))^t .m(H,0).........(F.1)$$

ونستنتج مما سبق بأنه بمجرد الإعتماد على عملية التكاثر بواسطة عجلة الحظ المنحرفة، فإن المخططات القوية تتغلب بسهولة على المخططات الضعيفة، وهذا ما يجعلنا نقول بعبارة أخرى بأن المخططات التي لها أداء (القيمة المنتقية$f(H)$) أكبر من المتوسط $(\overline{f})$ يكون لها عدد عناصر متزايد بصورة أسية في الأجيال القادمة .

3.1 آثار عملية التهجين:

لنحاول أن ندرس إحتمال البقاء $p_s(H)$ للمخطط H من خلال عملية التهجين البسيط بنقطة واحدة .

فلنأخذ على سبيل المثال المخطط $H = **10*1**$ ، لنفرض أن متتابعة ما هي تحقيق لهذا في المخطط وقع تهجينها مع متتابعة أخرى لا تمثل تحقيق درجة لهذا المخطط، فما هو إذن في هذه الحالة إحتمال بقاء المتتابعة الناتجة منها كتحقيق لهذا المخطط H؟ وبالرغم من أنه يتعذر الإتيان بالإجابة الصحيحة عن هذا السؤال، فإن حساب الحد الأدنى لهذه القيمة الذي يبقى بالمقابل أمرا ممكنا .

ويظهر جليا أنه يبقى من المستبعد إتلاف المخطط H ، إذا كان موقع التهجين المختار بالسحب العشوائي أصغر من 3 أو أكبر من 6، إذ أن عملية التهجين قد تعرض المخطط للإتلاف في حالة واحدة عندما يكون موقع التهجين ثابتا بين الوضعية الأولى والوضعية الأخيرة أي في منطقة بطول $\delta(H)$.

ومن ثمة فإن الحد الأدنى لإحتمال إتلاف المخطط H هو: $\frac{\delta(H)}{(l-1)}$، وبذلك فإن إحتمال البقاء ضمن التهجين التالي: $\frac{1-\delta(H)}{(l-1)}$، لكن إذا حصل بالإضافة إلى ما سبق وأن جزءا فقط من الإحتمال p_c للمتتابعات داخل جماعة معينة هو وحده الذي قد خضع للتهجين فإننا نحصل في هذه الحالة على إحتمال البقاء بواسطة: $p_s \geq 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1}$ ، وبهذه النتيجة التي نضيفها إلى نتيجة التكاثر نتحصل على تطور الجماعة: $m(H,t+1) \geq m(H,t)(1 + c_t(H))\left(1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1}\right)$

4.1 آثار عملية التحول:

لتكن p_m عبارة عن إحتمال تحول وحدة التعداد لمتابعة ما، إن ما يهم في المخطط H هو الوضعيات الثابتة المعرضة للإتلاف، وبإعتبار أن إحتمال وحدة التعداد هو $1-p_m$، فإن إحتمال بقاء المخطط H الذي يتضمن $o(H)$، من الوضعيات الثابتة هو $(1-p_m)^{o(H)}$. مما يعني أن المخطط H يبقى سليما و لا يتغير إذا لم تتأثر أي واحدة من الوضعيات الثابتة $o(H)$ بآثار عامل التحول وفي حالة ما إذا كان إحتمال التحول أقل من1 بكثير، فإن إجراء تغيير محدود على الرتبة الأولى نحصل على إحتمال البقاء التالي: $1-o(H)p_m$.

والخلاصة أنه بإقتران آثار التكاثر، التهجين والتحول معا نحصل على معادلة تطور الجماعة التي تسمى قانون المخططات أو كذلك النظرية الأساسية للخوارزميات الجينية :

$$m(H,t+1) \geq m(H,t)(1+c_t(H))\left(1-p_c\frac{\delta(H)}{l-1}-o(H)p_m\right)$$

5.1 بعض الملاحظات عن قانون المخططات:

إن النتيجة الرئيسية التي نتحصل عليها من نظرية المخططات تبين لنا بأن المخططات ذات الرتبة الضعيفة ، وذات الأطوال الأساسية الضعيفة والتي يكون أدائها المتوسط أكبر من الأداء المتوسط للجماعة ككل سيكون لها إنتشار سريع داخل الجماعة وهكذا فإن المخططات ذات الترتب الصغيرة والأطوال الأساسية الضعيفة هي الأفضل من بين كل المخططات الأخرى وقد تشكل هذه الحالة إشارة للتشفير الجيد الذي يجب العمل به

« [...] يجب أن تكون المخططات التي تشفر المعطيات الهامة في المسألة ذات رتبة و أطوال أساسية ضعيفة ، في حين أن المعطيات غير المفيدة يجب تشفيرها بمخططات ذات رتبة و أطوال أساسية كبيرة »[1].

وتجدر الإشارة بأن هذه النظرية[2] لاقت عدة إنتقادات شديدة وقد تمحورت هذه الإنتقادات في غالبيتها حول خاصية التهديم فقط لعاملي التهجين والتحول التي تأخذ بها النظرية .

---

[1] ALLIOT, J., ET T. SCHIEX, *Intelligence artificielle et informatique théorique*, Référence déjà citée P123.

[2] - DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference .

- MÜHLENBEI, H., *Evolution in time and space - the parallel genetic algorithm*, Previous Reference .

- MÜHLENBEI, H., *Evolutionary algorithms: Theory and applications*, Previous Reference .

إذ أننا نلاحظ بأن المخطط H يتكاثر أكثر فأكثر كلما كان p_c و p_m صغيرين كما أن النظرية تتجاهل قدرة العاملين على إنشاء مخططات جديدة تتمتع بأداء أكبر .

ومن جهة أخرى تجدر الإشارة إلى الإنتقاد الموجه إلى معنى الأداء الذي تحدده النظرية إذ يكون التساؤل ماذا يعني بالضبط مفهوم الأداء (أي النجاعة) المتوسط للمخطط التي تقوم عليها هذه النظرية. يرى "Davis" بأن هناك شرط يجب إحترامه في هذا السياق ويتمثل أساسا في خاصية الحجم الكافي لجماعة الأفراد.

« عندما نتكلم عن مخطط بأداء متوسط عالي، يجب قبل كل شيء أن ننتبه للمعنى الصحيح الذي يقتضيه هذا القول [...] لأن قانون المخططات لا يعلمنا سوى أن توسع المخطط يصبح عندما يكون معدل قيم أداء إنجازات هذا المخطط في جماعة الأفراد الراهنة، أكبر من المتوسط، ومهما يكون الأمر فإن النظرية التي ترى بأن المخططات التي يكون لها أداء متوسط أكبر من القيمة المتوسط للأداء التي تتوسع بسرعة داخل الجماعة[...] لا تكون صحيحة إلا إذا كان حجم الجماعة كبيرا بما فيه الكفاية »[1]

6.1 التوازي الضمني:

يعلمنا قانون المخططات بأن المخططات ذات الطول الأساسي الضعيف والرتبة الأعلى نسبيا والتي يكون أدائها أكبر من الأداء المتوسط يصير لها عدد من التحقيقات يتزايد بوتيرة أسية داخل الجماعة وتدعى هذه المخططات بكتل البناء، وقدرة الخوارزميات الجينية على معالجة عدد كبير من المخططات تعرف بإسم التوازي الضمني، وقد بين "J. Holland" بأنه في جماعة يتكون من n من الأفراد، يكون عدد المخططات المرافقة التي يستطيع الخوارزم الجيني الواحد معالجتها في نفس الوقت هي ذات الرتبة n^3 [2] وهذا ما يفسر قدرة الخوارزميات الجينية الفائقة.

وفي هذا الصدد يقول "Goldreg" :

« ونستنتج بأن عدد المخططات يساوي نسبيا مكعب حجم المجتمع أي أنه يكون في حـــدود n^3 ومن ذلك نستخلص بأن رغم الإتلاف الذي يتعرض له عدد كبير من المخططـــات ذات الرتبـــة

[1] DAWID, H., *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, Previous Reference ,P51

[2] إرجع كتاب

GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*,Previous Reference .

من أجل البرهنة على هذه النتيجة

العالية جراء عمليتي التهجين والتحول، فإن الخوارزميات الجينية تتمكن ضمنيا من معالجة كميـــة كبيرة من المخططات بيد أنها لا تعالج سوى كمية ضعيفة نسبيا من السلاسل »[1]

[1] GOLDBERG, D., *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning* ,Previous Reference P41.

قائمة المراجع

أولا: المراجع باللغة العربية:

المقالات:

1) **هني محمد نبيل وكتوش عاشور** جانفي 2008 نظرية مصطلح القانون الإقتصادي في فكر 'فلفريدو باريتو' ص 417-447 مجلة مصر المعاصرة العدد 449 السنة 100 القاهرة.

المؤتمرات:

1) **هني محمد نبيل وبلعزوز بن علي** ديسمبر 2007 مفهوم الخوارزميات الجينية وتطبيقاتها في مجال الإقتصاد مجلد الإحصاء (تطبيقي-رياضي-سكاني) ص 18 - 44 المؤتمر السنوي الثاني والأربعون للإحصاء وعلوم الحاسب وبحوث العمليات 2 - 5 ديسمبر 2007 معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة.

ثانيا: باللغة الأجنبية:

Les Ouvrages :

1) **ALLIOT, J., et T. SCHIEX**, (1994), *Intelligence artificielle et informatique théorique*. Cépaduès - Editions.
2) **BAŞAR, T., and G. OLSDER**, (1995), *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Academic Press, New York, 2*ème* édition.
3) **BAŞAR, T., and P. BERNHARD**, (1991), H1-*Optimal Control and Related Minimax Design Problems - A Dynamic Game Approach*. Birkhäuser.
4) **BERNHARD, P**., (1976), *Commande optimale, décentralisation et jeux dynamiques*, Dunod.
5) **BITMEAD, R., M. GEVERS, and V. WERTZ**, (1990), *Adaptive Optimal Control*. Prentice Hall.
6) **BITTANTI, S., A. LAUB, and J. WILLEMS** (EDS), (1991), *The Riccati Equation*. Springer-Verlag.
7) **BROGAN, W.L**., (1991), *Modern Control Theory*. Prentice Hall, 3ème édition.
8) **BRYSON, A., and Y. HO**, (1975), *Applied Optimal control*. John Wiley & Sons, New York.
9) **CARRARO, C., and J.A. FILAR** (EDS), (1995), *Game Theoretic Models of the Environment*, Annals of Dynamic Games, volume 2, Birkhäuser.
10) **Cavagnac ,M** (2006) *Théorie des jeux* Mémentos LMD p Gualimo éditeur
11) **CHOW, G**., (1997), *Dynamic Economics*. Oxford University Press.
12) **CORDONNIER, L**., (1997), *Coopération et réciprocité*. PUF.
13) **COURNOT, A**., (1883), *Recherches sur les principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Hachette, Paris.

14) **CRUZ, J.,** (1975)**,** *Survey of Nash and Stackelberg equilibrium strategies in dynamic games*, Annals of Economic and Social Measurement, 4(2), National Buraeu of economic research,USA 339–344.
15) **CUKIERMAN, A**., (1992), *Central bank strategy, credibility and independence theory and evidence*. MIT press.
16) **CULIOLI, J.-C**., (1994), *Introduction à l'optimisation*. Ellipses, Paris.
17) **CURRIE, D., and P. LEVINE**, (1993), *Rules, Reputation and Macroneconomic policy coordination*, Cambridge University Press.
18) **D'AUTUME, A**., (1995), *Histoire de la théorie macroéconomique*, miméo MAD, Paris.
19) **DAVIS, L**., (1987), *Genetic algorithms and Simulated annealing*.Morgan Kaufmann, San Mateo ,USA.
20) **FRIEDMAN, M**., (1959), *A program for monetary stability*. Fordham University Press,USA
21) **FUDENBERG, D., and J. TIROLE**, (1991), *Game Theory*. MIT Press, USA.
22) **FUDENBERG, D., and D. LEVINE**, (1998), *The Theory of Learning in Games*. MIT Press,USA.
23) **GOLDBERG, D**., (1981), *Robust learning and decision algorithms for Pipeline operations, Unpublished dissertation proposal*, University of Michigan, Ann Arbor, USA.
24) **GOLDBERG, D**., (1989), *Genetic Algorithm In Search, Optimization And Machine Learning*. Addison-Wesley, New York,USA.
25) **HALL, S., and S. HENRY**, (1988), *Macroeconomic modelling*. North-Holland, New York, USA.
26) **HOLLAND, J. H**., (1975), *Adaptation In Natural And Artificial Systems*. University of Michigan Press, USA.
27) **HOLLAND, J. H**.,(1995), *Hidden Order*. Addison-Wesley, New York, USA.
28) **HUGUES-HALLETT, A., and S. HOLLY**, (1989), *Optimal control, expectations and uncertainty*. Cambridge University Press, United Kingdom.
29) **ISAACS, R**., (1975), *Differential games*. Kruger Publishing Company, Huntington, NY, second edn, New York, USA.
30) **JOHANSEN, L**., (1977), *Lectures on Macroeconomic Planning*. North Holland, New York,USA.
31) **KOZA, J**., (1992), *Genetic Programming*. MIT Press, USA.
32) **KREPS, D**., (1991), *Game theory and economic modelling*. Oxford University Press, United Kingdom.
33) **KREPS, D**., (1996), *Leçons de théorie microéconomique*. PUF, Paris.
34) **LEWIN, J**., (1994), *Differential games*. Springer-Verlag, New York, USA.
35) **LEWIS, F., and V. SYRMOS**, (1995), *Optimal control*. John Wiley & Sons, 2*ième* edition, USA.
36) **Lordon ,F** (1996) *Formaliser la dynamique economique Historique* Economie Appliquée (1) Xlix,Paris.
37) **LUENBERGER, D**., (1984), *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing company, 2*ème* edition, New York.
38) **MANKIW, G**., (1997), *Macroeconomics*. Worth Publishers, 33*ième* edition, USA.
39) **MARTI, R**., (1997), *Optimisation intertemporelle*. Economica, Paris.
40) **MEHLMANN, A**., (1988), *Applied differential games*. Plenum Press, New York.
41) **MICHALEWICZ, Z**., (1992), *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*.v Springer-Verlag, New York.
42) **MOULIN, H**., (1981), (1988), *Axioms of cooperative decision making*. Cambridge University Press, United Kingdom.

43) MOULIN, H., (1981), *Théorie des jeux pour l'économie politique*. Hermann, Paris.
44) MÜHLENBEI, H., (1993), *Evolutionary algorithms: Theory and applications, in Local Search in Combinatorial Optimization*, ed. by E. Aarts, et J. Lenstra, Wiley, New York.
45) PERSSON, T., and G. TABELLINI, (1990), *Macroeconomic Policy, credibility and Politics*. Harwood Academic Publishers, USA.
46) PETHIG, R., (1992), *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*. Springer-Verlag, New York.
47) PETIT, M., (1990), *Control theory and dynamic games in economic policy analysis*, Cambridge University Press, United Kingdom.
48) PHLIPS, L., (1988), *The economics of imperfect information*. Cambridge University Press, United Kingdom .
49) PIGOU, A., (1936), *The economics of welfare*. McMillan, London, United Kingdom.
50) ROGOFF, K., (1985), *The optimal degree of commitment to an intermediatemonetatary target*, The Quarterly journal of Economics, United Kingdom
51) SARGENT, T., (1987), *Dynamic macroeconomic theory*. Harvard University Press, United Kingdom.
52) SARGENT, T., (1993), *Bounded rationality in Macroeconomics*. Oxford Univesity Press, United Kingdom.
53) SCHALING, E., (1995), *Institutions and monetary policy : Credibility, flexibility .and central bank independence*, Edward Elgar Publishing Limited, USA.
54) SHUBIK, M., (1982), *Game Theory in the Social Sciences*. MIT Press, USA.
55) SNOWDON, B., H. VANE, and P. WYNARCZYK, (1994), *A modern guide to macroeconomics*. Edward Elgar Publishing Limited, USA.
56) TIROLE, J., (1995), *Théorie de l'organisation industrielle*. Economica, Paris.
57) TURNOVSKY, S., (1990), *International Macroeconomic Stabilization policy*. Basil Blackwell, USA.
58) TURNOVSKY, S., (1995), *Methods of macroeconomic dynamics*. The MIT Press, USA.
59) VAROUDAKIS, A., (1994), *La politique Macroéconomique*. Dunod, Paris.
60) VON NEUMANN, J., and O. MORGENSTERN, (1944), *Theory of Games and EconomicBehavior*. Princeton University Press, Princeton, (3*ième* édition 1953), USA .
61) VON STACKELBERG, H., (1934), *Marktform une Gleichgewicht*. Springer, Vienna.
62) VON STACKELBERG, H., (1952), *The Theory of Market Economy*. Oxford University Press, Oxford

Les Thèses:

1) CRETTEZ, B., (1993), *Crédibilité, cohérence temporelle, et Politiques économiques,* Thèse pour le doctorat de Sciences Economiques, France 1993.
2) KYDLAND, F., (1973), *Decentralized Macroeconomic Planning*, Ph.D. thesis, Carnegie-Mellon University, USA
3) SIMAAN, M., (1972), *Multi-Controller strategies for systems with discrete acquired and biased prior information*, Ph.D. thesis Illinois University, Urbana-Champaign, Illinois, USA
4) TING, T. L., (1984), *Adaptive incentive controls for Stackelebrg games with unknown cost functionals*, Master's thesis, Univeristy of Illinois, Urbana-Champaign, USA.

Les Articles et les Périodiques :

1) ARIFOVIC, J., (1994), *Genetic algorithm learning and the cobweb model*, Journal of Economic Dynamics and Control,Boston college,USA, 18, 3–28.

2) **ARIFOVIC, J.,** (1995), *Genetic algorithms and inflationary economies*, Journal of Monetary Economics, 36, University of Boston, USA, P 219–243.

3) **ARIFOVIC, J**., (1996), *The behavior of the exchange rate in the genetic algorithm and experimental economies*, Journal of Political Economy, 104(3), The University of Chicago ,USA, P510–541.

4) **AUMANN, R**., (1989), *Game theory, in Game Theory*, J. Eatwell, M. Milgate et P. Newman eds., MacMillan, The New Palgrave, London, P1–54.

5) **BACKUS, D., and J. DRIFILL**, (1985a), *Inflation and Reputation, American Economic Review*, 75, American Economic Association, USA, P530–538.

6) **BACKUS, D., and J. DRIFILL**, (1985b), *Rational Expectations and Policy Credibility Following a Change in Regime*, The Review of Economic Studies, 52,London school of economics and political science, united Kingdom , P211–221

7) **BARRO, R., and D. GORDON**, (1983a), *A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model*, Journal of Political Economy, 91, The University of Chicago Press, P589–610.

8) **BARRO, R., and D. GORDON**, (1983b), *Rules, Discretion and Reputation in a model of Monetary Policy*, Journal of Monetary Economics, 12, The university of Boston, USA, 3–20.

9) **BAŞAR, T**., (1979), *Information structures and equilibria in dynamic games*, in *New Trends in Dynamic System Theory and Economics*, M. Aoki, et M. Marzollo eds., Academic Press, New York, P3–55.

10) **BAŞAR, T**., (1984), *Affine incentive schemes for stochastic systems with dynamic information*, SIAM Journal on control and optimization, Boston University, USA, 22(2), P199–210.

11) **BAŞAR, T**., (1989), *Time Inconsistency and robustness of equilibria in noncooperative dynamic games*, in Dynamic Policy Games in Economics, F. V. derPloeg, and de Zeeuw eds., North Holland, New York, USA, P9–54.

12) **BAŞAR, T., and H. SELBUZ**, (1979), *Closed-loop Stackelberg strategies with applications in the optimal control of multilevel systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-24(2),University of California, USA, AC-24(2),University of California, USA, P166–179.

13) **BATABYAL, A**., (1996), *Consisteny and optimality in a dynamic game of pollution control* II: Monopoly, Environmental and Resource Economics, 8, Springer Northlands, New York, P315–330.

14) **BUITER, W.H**., (1981), *The superiority of Contingent rules over fixed rules in models with rational expectations*, Economic Journal, 91, New York University Press,USA, P647–670.

15) **BULLARD, J., and DUFFY**, (1997), *A model of learning and emulation with artifical adaptive agents*, Journal of Economic Dynamics and Control, 22, Boston University Press, USA, 179–207.

16) **CANSEVER, D., and T. BAŞAR**, (1983), *A minimum sensitivity approach to incentive design problems*, Large Scale Systems, 5, New York University Press, USA, P233–244.

17) **CHANG, T.S., and P.B. LUH**, (1984),*Derivation of necessary and sufficient conditions for single-stage Stackelberg games and the inducible region concept, IEEE* Transaction on Automatic Control, 29, University of California, USA, P63–66.

18) **CHEN, C., and J. CRUZ**, (1973), *Stackelberg Solution for Two-person Games with Biased Information Patterns*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-24(2),University of California, USA, AC-24(2),University of California, USA, 17, University of California, USA, P791–798

19) CHINN PING FAN, (1989), *Generic Non-Existence of Credible Stackelberg Strategies*, IFAC Symposium on Dynamic Modelling and Control of National Economies, 2, The University of New York Press, USA, P775–780.
CHOW, G., (1993), *Optimal control without solving the Bellman Equation*, Journal of Economic dynamics and Control, 17, Boston University Press, USA, P621–630.

20) COHEN, D., and P. MICHEL, (1988), *How should control theory be uses to calculate a time consistent government policy?*, The Review of Economic Studies, 55(182), London school of economics and political science, united Kingdom , 263–274. control, AC-22.

21) CRAWFORD, V., and J. SOBEL, (1982), *Strategic information transmission*, Econometrica , 50, New York, P1431–1452.

22) CRETTEZ, B., (1997), *Politiques temporellement cohérentes et théorie des jeux dynamiques : un essai de clarification*, Revue d'Économie Politique, 107(4), Paris, P495–510.

23) DORE, M., (1995), *Dynamic games in macro models: a critical appraisal*, Journal of post keynesian economics, 18(1),London, P107–125.

24) DUPUIS, J.-P., (1994), *Temps et rationalité*, Cahiers d'économie politique, no24/25, Double numéro publié chez l'Harmattan sous le titre *Quelles hypothèses de rationalité pour la théorie économique?*,P69–104.

25) EASLEY, D., and D. SPULBER, (1981), *Stochastic Equilibrium and Optimality with Rolling Plans*, International Economic Review, 22(1), John Wiley & Sons, USA, P79–103.

26) FISHER, S., (1980), *Dynamic inconsistency, cooperation, and the benevolent dissembling government*, Journal of Economic dynamics and Control, 2, Boston University Press, USA, 93–108.

27) FRIEDMAN, M., (1959),(1968), *The role of monetary policy*, American Economic Review, 58, American Economic Association, USA, P1–17.

28) GINSBURGH, V., and P. MICHEL, (1998), *Optimal policy business cycles*, Journal of Economic dynamics and Control, 17, Boston University Press, USA, 22(4), 503–518.

29) GOLDMAN, S., (1968), *Optimal growth and continual planning revision*, The Review of Economic Studies, London school of economics and political science, 35, united Kingdom, P145–154.

30) HALL, S., (1986), *Time inconsistency and optimal policy formulation in the presence of rational expectations*, Journal of Economic dynamics and Control,10, Boston University Press, USA, P323–326.

31) HÄMÄLÄINEN, R., (1981), *On the cheating problem in Stackelberg games, International* Journal of Systems Science, 12, Taylor and Francis group, London, P 753–770.

32) HAMMOND, P., (1976), *Changing tastes and coherent dynamic choice*, The Review of Economic Studies, 43, London school of economics and political science, united Kingdom, P159–174.

33) HO, Y.C., and G. OLSDER,(1982), *A Control-theoretic View on Incentives*, Automatica, 18(2), University of Illinois, USA, P167–179.

34) HO, Y.C., P.B. LUH, and R. MURALIDHARAN, (1981), *Information Structure, Stackelberg Games, and Incentive Controllability*, IEEE Transactions on Automatic Control, 26(2),University of California, USA, P454–460.

35) JONG, K. D., (1980), *Adaptive Systeme Design: A genetic approach*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 10(3), USA, P556–574.

36) KAGANOVICH, M., (1985), *Efficiency of Sliding Plans in a Linear Model with Time-Dependent Technology*, The Review of Economic Studies, 52,London school of economics and political sciense, united Kingdom, P691–702.

37) KAGANOVICH, M., (1996), *Rolling planning: Optimality and decentralization*, Journal of Economic Behavior and Organization, 29(1), New York University Press, USA, P173–185.

38) KRISHNAKUMAR, K., and GOLDBERG, (1992),*Control system optimization using genetic algorithm*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 15(3),Boston University Press, USA, P735–740.

39) KYDLAND, F., (1975), *Noncooperative and dominant player solutions in discrete dynamic games*, International economic review, 16(2), John Wiley & Sons, USA, P301–335.

40) KYDLAND, F., **and E. PRESCOTT**, (1977), *Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Journal of Political Economy, 85(3), The University of Chicago Press, P473–492.

41) KYDLAND, F., and E. PRESCOTT, (1980), *Dynamic optimal taxation, rational expectations and optimal control*, Journal of Economic dynamics and Control, 17, Boston University Press, USA, 2, 79–91.

42) LEVHARI, D., and L. J. MIRMAN, (1980), *The great fish war: an example using a dynamic Cournot-Nash solution*, Bell Journal of Economics, 11, Chicago University Press, USA, P322–334.

43) LI, S., and T. BAŞAR, (1987), *Distributed Algorithms for the Computation of Noncooperative Equilibria*, Automatica, University of Illinois, USA, 23(4), 523–533.

44) LUCAS, R., (1976), *Econometric Policy Evaluation: A critique*, Carnegie-Rochester, series on pulicy ,1, P19-46,Noth Holland, New York, USA

45) LUCAS, R. E., and N. STOKEY, (1983), *Optimal fiscal and monetary policy in an economy without capital*, Journal of monetary economics, 12, The University of Bosto Press, USA, P55–93.

46) LUH, P. B., Y.P. ZHANG and Y.C. HO, (1984), *Credibility in Stackelberg games*, System and Control Letters, 5, New York, P165–168.

47) MCKLINTOCK, C., A. HARRISON, S. STRAND, and P. GALLO, (1963),*Internationalism-Isolationism, strategy of the other player and two-person game behavior*, Journal of abnormal and Social Psychology, 67, USA, P631–636.

48) MCTAGGART, D., and D. SALANT, (1989), *Time consistency and subgame perfect equilibria*, Journal of macroeconomics, 11(4),North Holland, USA, P575–588.

49) MEDANIC, J., and D. RADOJEVIC, (1978),*Multilevel Stackelberg strategies in linear quadratic systems*, Journal of optimization theory and applications, 24(3), Kluwer, New York, P485–497.

50) MESSA, K., and M. LYBANON, (1992), *Improved interpretation of satellite altimeter data using genetic algorithms*, Telematics and Informatics, 19(3/4), Kluwer, New York, P349–356.

51) MICHALEWICZ, Z., C. JANIKOW, and KRAWCZYK, (1992), *A Modified Genetic Algorithm for Optimal Control Problems*, Computers and Mathematics with Applications, 23(12), Academic Press, New York, P83–94.

52) MILLER, M., and M. SALMON, (1983), *Dynamic games and the time inconsistency of optimal policy in open economies*, The Economic Journal, 95, John Wiley & Sons, USA, P124–137

53) NASH, J., (1951), *Non-Cooperative games*, Annals of Mathematics, 54, MIT Press, P286–295.

54) **NECK, R., and E.J. DOCKNER**, (1995), *Commitment and coordination in a dynamic game model of international economic policy-making*, Open Economies Review, 6, Springer, USA, P5–28.

55) **ORLÉAN, A**., (1994), *Sur le rôle respectif de la confiance et de l'intérêt dans la constitution de l'ordre marchand, in A qui se fier? Confiance, interaction et théorie des jeux, Eds. La découverte*, Revue du M.A.U.S.S. semestrielle, no4, Paris, P17–36.

56) **OSBORNE, K. D**., (1976), *Cartel Problems*, American Economic Review, 66, American Economic Association, USA, P835– 844.

57) **ÖZYILDIRIM, S**., (1996), *Three country trade Relations: A discrete dynamic game approach*, Computers and Mathematics with Applications, 32, MIT Press, USA, P43–56.

58) **ÖZYILDIRIM**, S., (1997), *Computing open-loop noncooperative solution in discrete dynamic games*, Evolutionary Economics, 7(1), New York University Press, USA, P23–40.

59) **PAU, L.F**., (1975), *A differential game among sectors in a macroeconomy*, Automatica, University of Illinois, USA, 11, 473–485.

60) **ROSENTHAL, R**., (1981), *Games of perfect information, predatory pricing and the chain store paradox*, Journal of economic theory, 24, Harvard University Press, P92–102.

61) **SARGENT, T**., (1976), *Rational expectations and the theory of Economic Policy*, Journal of Monetary Economics, 2, University of Boston, USA, P169–183.

62) **SARGENT, T., and N. WALLACE**, (1975), *Rational expectations, the optimal monetary instrument and the optimal money supply*, Journal of Political Economy, 83, The University of Chicago ,USA, P241–254.

63) **SENGUPTA, J**., (1985), *Information and Efficiency in economic decision*, The theoretical and applied econometrics, Institute of advanced studies Martinis, 1, Boston,, P19–46.

64) **SIMAAN, M., and J. CRUZ**, (1973a), *On the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Journal of Optimization Theory and Applications, 11(6), 533–555

65) **SIMAAN, M., and J. CRUZ**, (1973b), *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in NonZero-Sum Games*, Journal of Optimization Theory and Applications, 11(6), Kluwer, New York, P613–626.

66) **STARR, A.W., and Y. HO**, (1969), *Nonzero-sum differential games*, Journal of Optimization Theory and Applications, 3(3). Kluwer, New York

67) **STROTZ, R**., (1956),*Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization*, The Review of Economic Studies, 23, London school of economics and political sciense, united Kingdom, P165–180.

68) **SWINGLE, P., and H. COADY**, (1967), *Effect's of the Partner's abrupt strategy change upon the subject's responding in the prisoner's dilemma*, Journal of Personality and Social Psychology, 5, New York University Press, USA, P357–363.

69) **SZPIRO, G**., (1997), *A search for hidden relationships: Data mining with genetic algorithms*, Computational Economics, 10, New York University Press, USA, P267–277.

70) **THOMAS, Y**., (1975), *Linear quadratic optimal estimation and control with receding horizon*, Electronics letters, 11, Harvard University Press, United Kingdom, P19–21.

71) **TOLWINSKI, B**., (1981), *Closed-loop Stackelberg solution to multi-stage linear-quadratic games*, Journal of optimization theory and applications, 35(4), Kluwer, New York, P485–502.

72) **TOLWINSKI, B**., (1983), *A Stackelberg Solution of Dynamic Games*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-24(2),University of California, USA, AC-24(2),University of California, USA, 28(1), 85–93.
73) **VALLÉE, T., C. DEISSENBERG, and T. BAŞAR**, (1998), *Optimal Open Loop Cheating in Dynamic Reversed Linear Quadratic Stackelberg Games*, Forthcoming in Annals of Operations Research, Springer, Netherlands, New York, P217-232 .
74) **WILINGER, M**., (1990), *Irréversibilité et cohérence dynamique des choix*, Revue d'économie politique, no6, Paris, P808–832.
75) **ZHENG, Y., and T. BAŞAR**, (1982), *Existence and derivation of optimal affine incentive schemes for Stackelberg games with partial information: A geometric approach*, International Journal of Control, 35, MIT Press, USA, P997–1011.
76) **ZHENG, Y.-P., T. BAŞAR, and J. CRUZ**, (1984), *Stackelberg Strategies and incentives in multiperson deterministic decision problems*, IEEE Transacions on systems, man, and cybernetics, 14(1), New York, P10–24.

Les Documents de Travail :

1) **ARTUS, P**., (1993), *Définition de la crédibilité et politiques rigoureuses*, Document de Travail de la Caisse des dépôts et Consignations.
2) **AXELROD, R**., (1987), *The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma, in Genetic algorithms and simulated annealing*, L. D. Davis eds., Morgan Kaufmann
3) **BAGCHI, A**., (1984), *Stackelberg Differential games in economic models*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, no64, Springer-Verlag.
4) **BAŞAR, T., S. TURNOVSKY, and V. D'OREY**, (1986), *Optimal strategic monetary policies in dynamic interdependent economies, in Dynamic Games and Applications in Economics*, T. Başar eds., Lecture Notes in Economics and Mathematical system, no265, Springer–Verlag, 134–178.
5) **BLAKE, A., and P. WESTAWAY**, (1995), *Time consistent policymaking: the infinite horizon linear-quadratique case*, Working Paper.
6) **BONÉ, R., R. THILLIER, F. YVON, and J.P. ASSELIN**, (1998), *Optimisation by genetic algorithm of stochastic linear models of time series*, in Bio-Mimetic approachesin Management Science, J.-M. Aurifeille et C. Deissenberg eds., Kluwer, 153–162
7) **CAPOEN, F., ET P. VILLA**, (1996), *La coordination interne et externe des politiques économiques : une analyse dynamique*, document de travail no96-13 du CEPII.
8) **CARRARO, C**., (1990), *Crdibility, reputation and the indeterminacy of macroeconomics, in Monetary Policy*, P. Artus et Y. Barrous eds., Kluwer, 63–78.
9) **COHEN, D., and P. MICHEL**, (1984), *Towards a theory of optimal precommitment I: Analysis of the time consistent equilibria*, Cahier du CEPREMAP no8412
10) **D'AUTUME, A**., (1984), *Closed-loop Dynamic Games and the Time Consistency Problem*, Working paper no11, Brown University.
11) **DAWID, H**., (1996), *Adaptive learning by Genetic Algorithm*, no441 in Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer–Verlag.
12) **DAWID, H**., (1997), *On the convergence of genetic learning in a double auction market*, Working paper, University of Vienna. de l'économie, Cahiers Français, 53–58.
13) **DOCKNER, E., and R. NECK**, (1988), *Time-consistency, subgame perfectness, solution concepts and information patterns in dynamic models of Stabilization policies*, Working Paper, University of Vienna, Austria.
14) **DRAZEN, A., and P. MASSON**, (1993), *Credibility of policies versus credibility of policymakers*, NBER Working Paper.

15) **DUFFY, J., and P. MCNELIS**, (1997), *Approximating and simulating the real business cycle: Linear quadratic methods, parametrized expectations, and genetic algorithms*, Working Paper.
16) **DUPUIS, J.-P**., (1991), *Temps du projet et temps de l'histoire, in Les figures de l'irreversibilité en économie*, Boyer, Chavance, et Godard eds., Editions de l'EHESS, Paris, 97–134.
17) **GYURKOVICS, E., and I. LIGETI**, (1986), *Stability in Economic planning and Control with Sliding Horizon*, in IFAC Symposium on Dynamic Modeling and Control of National Economies, ed. by IFAC, 409–414.
18) **LERMAN, I., ET F. NGOUENET,** (1995), *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités*, Rapport de Recherche de l'INRIA Rennes - Projet REPCO, no2570, INRIA
19) **MESSA, K., and M. LYBANON**, (1991), *Curve fitting using genetic algorithms*, Naval Oceanographic and Atmospheric Research Laboratory (NOARL) Report, no18, Stennis Space Center, Mississippi.
20) **MILLER, J**., (1986), *A genetic model of adaptive economic behavior*,Working paper, University of Michigan.
21) **MÜHLENBEI, H**., (1991), *Evolution in time and space - the parallel genetic algorithm, in Foundations of Genetic Algorithms*, ed. by G. Rawlins, Morgan Kaufman, San Mateo, 316–337.
22) **NOVKOVIC, S., and D. SVERKO**, (1997), *Genetic Waste and the role of diversity in genetic algorithm simulations*, Working Paper, Saint Mary's University, Canada.
23) **ÖZYILDIRIM, S., and N. ALEMDAR**, (1998), *Learning the optimum as Nash equilibrium*,Working Paper
24) **PINDYCK, R. S**., (1977), *Stabilization policies*, IEEE Transactions on automatic Press.
25) **QUILÈS, J**., (1997), *Déflation, in 1. Concepts et mécanismes*, no279 in Découverte
26) **SHINAR, J**., (1989), *Analysis of dynamic conflicts by techniques of artificial intelligence*, Rapport de recherche no1137, INRIA, Sophia Antipolis, France.
27) **TAYLOR, L**., (1975), *Theoretical Foundations and Technical Implications*, in *Economy-Wide Models and Development Planning*, ed. by C. Blitzer, P. Clark, and L. Taylor. Oxford University Press.
28) **TOLWINSKI, B**., (1980), *Equilibrium Solutions of a Class of Hierarchical Games, in Applications of Systems Theory to Economics, Management and Technology*, J. Gutenbaum et S. Niezgodka eds., PWN,Warsaw, Poland
29) **VALLÉE, T., and C. DEISSENBERG**, (1998a), *Learning how to regulate a polluter with unknown characteristics: An application of genetic algorithms to a game of dynamic pollution control, in Bio-Mimetic approaches in Management Science*, J.-M. Aurifeille and C. Deissenberg eds., Kluwer, 197–208.

Les Communications et Les Proceedings:

1) **BATABYAL, A**., (1995), *Consistency and optimality in a dynamic game of pollution control I*: Competition, Economic Reserch Institue Study Paper, ERI 95-29, Utah State University.
2) **BITMEAD, R**., (1997), *Fake Riccati equations for stable receding-horizon control*, Proceedings ECC97, Bruxelles, Conference ID 831.
3) **CHRISTODOULAKIS, N.M., J. GAINES, and P. LEVINE**, (1991),*Macroeconomic policy using large econometric rational expectations models: methodology and application, Oxford Economic Papers*, 43, 25–58.
4) **DOCKNER, E., and R. NECK**, (1989),*On the use of control theory to calculate a time consistent government policy*, in Proceedings of the XIV symposium on operations

research, ed. by U. Rieder, P. Gessner, A. Peyerimhoff, and F. Radermacher, Methods of operations research, no62, Anton Hain, 389–398.

5) **DOUVEN, R., and J. PLASMANS**, (1995), *Convergence and international policy coordination in the EU: A dynamic games approach*, Center for Economic Research, Discussion Paper, no9596.

6) **HO, Y.C., and G. OLSDER**, (1981),*Aspects of the Stackelberg game problem – Incentive,bluff, and hierarchy*, in Proceedings of the IFAC Congress, volume IX, Kyoto,134–138.

7) **HO, Y.C., P.B. LUH, and G. OLSDER**, (1980), *A control theoretic view on incentives, in Proceedings of the fourth international conference on analysis and optimization of systems*, A. Bensoussans, et J. Lions eds., Springer-Verlag, Berlin, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol 28, 359–383.

8) **LEVINE, P**., (1988), *Does Time inconsistency matter*?, *CEPR Discussion Paper*,no227.

9) **LUNA, F., and G. MONDELLO**, (1998), *Free banking vs Central banking: which implications for the EMU?*, in Prepints of the IFAC conference “Computation in economics, finance and engineering: Economic Systems” à Cambridge, UK.

10) **MITCHELL, M., J.P. CRUTCHFIELD, and M. SALMON**, (1996), *Evolving cellular automata with genetic algorithms: A review of recent work*, in Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Computation and its Application,Moscou, Russie

11) **PÉRIAUX**, (1996), *A Genetic Algorithm Compared with a Gradient-Based Method for the Solution of an Active-Control Model Problem*, Discussion paper, INRIA, Rapport de Recherche de l’INRIA - Projet SINUS, no2948.

12) **VALLÉE, T., and T. BAŞAR**, (1998), *Off-line computation of Stackelberg solutions with the Genetic Algorithm*, *Forthcoming in Computational Economics*,p201-209

13) **VALLÉE, T., and C. DEISSENBERG**, (1998), *Pareto efficient cheating in dynamic reversed Stackelberg games : the open loop linear quadratic case*, in Issues in Computational Economics and Finance, S. Holly et S. Greenblatt eds., Elsevier, Forthcoming – Proceedings of the IFAC Conference on computational economics.

14) **VALLÉE, T., and T. BAŞAR**, (1998), *Incentive Stackelberg solutions and the genetic algorithm*, Proceedings of the 8th International Symposium on Dynamic Games and Applications at Château Vaalsbroek, Maastricht, The Netherlands, July 5-8, 640–648.

15) **VAN AARLE, B., J.C. ENGWERDA, J. PLASMANS and A. WEEREN**, (1998), *Macroeconomic Policy Interaction under EMU: A dynamic game approach*, in Proceedings of the 8th International Symposium on Dynamic Games and Applications at Château Vaalsbroek, Maastricht, The Netherlands, July 5-8, 1–14.

16) **VAN DER BROEK, W**., (1998), *Receding horizon strategies in open LQ games*, Proceedings of the 8th International Symposium on Dynamic Games and Applications at Château Vaalsbroek, Maastricht, The Netherlands, July 5-8, 125–131.

17) **ZEEUW, A. D., and F. V. D. PLOEG**, (1991), *Difference games and policy evaluation, Oxford Economic Papers*, 43, 612–636.