

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة حسيبة بن بوعلي – الشلف
Université Hassiba BENBOUALI de CHLEF

كلية العلوم و علوم الهندسة
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur

قسم الميكانيك
Département de mécanique

MEMOIRE DE MAGISTER

Présenté par : **Mr. KETROUCI Laid**
Ingénieur d'état U.H.B.C.

Pour l'obtention du Diplôme de Magister en Génie Mécanique
Option : Energétique

Thème :

Effet de la lubrification d'un piston sur la performance d'un moteur à combustion interne

Devant le jury composé de Messieurs :

BETTAHAR Ahmed	Professeur UHB CHLEF	Président
LOUKARFI Larbi	Professeur UHB CHLEF	Examineur
BOUNIF Abdelhamid	Professeur UST Oran	Examineur
TAHAR ABBES Miloud	Maître de conférences UHB CHLEF	Directeur de thèse

Promotion : 2008 – 2009

Remerciements

Je remercie Dieu tout puissant de m'avoir permis d'entamer et d'achever ce travail.

Ce Magister est le fruit d'un travail de trois ans, effectué sous la direction de M. le Docteur TAHAR ABBES Miloud chef de département de génie mécanique de l'université HASSIBA BENBOUALI de CHLEF.

Tout d'abord, je remercie vivement M. le Docteur TAHAR ABBES Miloud, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et dont la gentillesse et la bonne humeur n'ont rendu que plus profitable le partage de son immense savoir scientifique.

Je remercie sincèrement M. le Professeur BETTAHAR Ahmed d'avoir accepté de présider le jury, et messieurs les Professeurs LOUKARFI Larbi et BOUNIF Abdelhamid pour leur travail en tant que examinateurs et pour leur avis favorable concernant mon mémoire de thèse.

Je tient à remercier affectueusement tout les professeurs de département de génie mécanique ainsi que mes collègues du département de génie mécanique tronc commun.

Ma sympathie va à toutes les personnes qui ont de près ou de loin contribuer à la réalisation de ce travail.

Je ne oublierai pas de remercie mes parant, mes frères, mes sœurs et ma petite famille, qu'il trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour leur soutient et leurs encouragements.

Résumé

Cette étude présente l'analyse du comportement hydrodynamique d'un piston de moteur Diesel. Le mouvement est simulé en tenant compte de la lubrification du piston. Les résultats obtenus montrent que le mouvement secondaire est influencé par des paramètres de design tels que le profil de la jupe du piston, le jeu radial et le désaxage de l'axe piston par rapport à l'axe de symétrie du piston. Ces paramètres ont une grande importance sur l'augmentation de la performance du piston notamment le frottement et la perte de puissance.

Abstract

This study presents the analysis of the hydrodynamic behavior of a piston of diesel engine. The movement is simulated by taking account of the lubrication of the piston. The results obtained show that the secondary movement is influenced by parameters of design such as the profile of the skirt of the piston, the radial play and the offsetting of the axis piston compared to the axis of symmetry of the piston. These parameters have a great importance on the increase in the performance of the piston in particular the friction and the loss of power.

Introduction générale

La lubrification est un domaine de la tribologie. C'est l'étude des contacts entre deux pièces en mouvement (d'où le mot 'dynamique' de hydrodynamique) séparées par un film lubrifiant (d'où le mot 'hydro' eau ou tout film lubrifiant). Les pièces en mouvement, le frottement solide – solide sont remplacés alors par l'ensemble solide – liquide – solide dans le contact. On aura alors des frottements très faibles par rapport aux frottements solide – solide, ce film lubrifiant ne prend naissance qu'à certaines vitesses des deux pièces. D'où l'importance de l'étude du champ de vitesse, des frottements, de la viscosité du film lubrifiant sur le mouvement des deux pièces en contact.

Tous les systèmes mécaniques comportent, plus ou moins des éléments lubrifiés. On peut dire, sans exagération, que bien peu de sujets ont une incidence aussi importante sur les travaux des ingénieurs tels que la réduction des frottements, la perte de puissance, la durée de vie, donc la performance du moteur. Ceci implique des recherches plus poussées dans le domaine de la lubrification elle-même, une formulation plus répandue et plus approfondie et une prise de conscience plus générale du potentiel important que présente ce problème dans tous les domaines de l'industrie.

Pour le moteur à combustion interne, le piston est l'une des pièces mobiles les plus vulnérables, opérant dans une vaste gamme de température, sa fonction est multiple : supporter la pression de combustion, de transmettre les efforts au système bielle – vilebrequin, et de transférer les flux de chaleur entrant par la tête de piston.

La littérature montre que le mouvement du piston est décrit par mouvement oscillatoire axial ou mouvement primaire et un mouvement latéral ou mouvement secondaire. Le mouvement secondaire se compose d'un mouvement de rotation ou de basculement du piston autour de son axe et d'un mouvement de translation, perpendiculaire à l'axe du cylindre. Le mouvement secondaire, de faible amplitude ne dépassant pas le jeu radial entre piston – cylindre, à une grande influence sur la performance du piston. En effet ce mouvement est la source de bruit audible (clappement du piston) qui provoque une augmentation de frottement, une production de cavitation par érosion dans le film lubrifiant et un grippage possible des

parois du piston et de cylindre. Dans le but de réduire la portée des phénomènes suscités, la dynamique du piston a fait l'objet d'intenses investigations.

L'objectif de cette étude est double : étudier le modèle hydrodynamique de piston dans une première approche puis l'effet de l'hydrodynamique sur la performance de moteur.

La première partie s'inspire principalement de la littérature notamment du modèle de Li [1] et des travaux réalisés par Mr TAHAR ABBES Miloud (thèse d'état et publications) [2].

Le modèle hydrodynamique capable de déterminer la pression de film d'huile dans la zone active et les forces hydrodynamiques, ainsi la compréhension du modèle hydrodynamique nous permet de calculer les pressions hydrodynamiques ainsi que la trajectoire du piston au cours d'un cycle moteur puis de déterminer les frottements dans la deuxième partie.

Une application est faite sur le piston 120x125 du moteur Deutz type F8L413, monté actuellement sur les camions TB230 de la SNVI de Rouiba (Algérie). Le modèle décrit, aussi fidèlement que possible le comportement réel du piston en tenant compte des principales interactions qui influencent son mouvement.

Pour atteindre ce but, un code de calcul est élaboré. Le développement de ce code permettra de simuler la trajectoire du piston dans le cylindre, les résultats seront sans doute la base pour répondre aux différentes questions de développement des pistons.

Le contenu du mémoire est formé de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre une étude bibliographique est consacrée à la tribologie de l'antiquité à nos jours notamment la lubrification des paliers en général et les pistons et on représente le modèle hydrodynamique et on termine par un bref historique de lubrification du piston.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des équations de base de modèle hydrodynamique. Le couplage de l'effet hydrodynamique et la dynamique du piston sont la clé des équations hydrodynamiques.

Le chapitre trois présente la méthode d'analyse hydrodynamique des différents modèles, un code de calcul écrit en Fortran prenant en charge la résolution complète du modèle hydrodynamique est développé. Les différents organigrammes ainsi que l'organigramme principal de calcul du mouvement secondaire, les charges hydrodynamiques et le calcul du force de frottement sont présentés dans ce chapitre.

Le code de calcul développé dans le chapitre trois permet d'analyser le modèle hydrodynamique du piston de moteur diesel, notamment le champ de pression pour chaque mouvement composé ayant pour but de calculer les forces et moments hydrodynamiques ainsi que la trajectoire de piston.

Au cours du chapitre quatre nous présentons les résultats obtenus par l'application des algorithmes de chapitre précédant tel que le champ de pression, épaisseur de film lubrifiant, la trajectoire du piston et l'effet hydrodynamique sur la performance du moteur.

Chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1- La tribologie de l'antiquité à nos jours

Le nom tribologie, créé en 1966, vient du Grec "τριβειν" Tribein: frotter, et "λογος" logos: parole, étude ou science; ainsi la tribologie est l'étude ou la science du frottement. Plus généralement la tribologie regroupe l'étude de la lubrification, du frottement et de l'usure des éléments de machine [3].

Il faut tout d'abord remarquer que le frottement ne présente pas uniquement des aspects négatifs, ainsi la tenue de route d'une automobile dépend directement du frottement entre les pneumatiques et la route. De même sans l'existence du frottement, l'homme serait incapable de marcher. Enfin, si l'homme a appris à maîtriser le feu, il y a plus de 100000 ans, c'est en faisant frotter un morceau de bois à l'intérieur d'une matrice en bois.

Cependant, dès la construction des premiers mécanismes, l'homme a cherché à supprimer l'usure et à diminuer le frottement pour réduire les efforts de transmission de puissance. Pour préciser l'ampleur du problème on peut citer le cas des automobiles actuelles pour lesquelles plus du quart de la puissance indiquée du moteur est perdue en frottement dans le moteur et dans la transmission [3].

1.1.1- La période préhistorique

Les premiers paliers fabriqués par l'homme sont sans doute les supports tournant de porte qui consistaient en un axe en bois tournant à l'intérieur d'un creux pratiqué dans du bois ou dans une pierre.

De même, la fabrication des poteries a conduit très tôt, vers 4000 ans avant J. C., à la réalisation des tours de potier qui comportait un pivot; ce pivot pouvait être en bois, en pierre

ou même en terre cuite. Ainsi, un pivot de tour en pierre, daté de 2000 ans avant J. C., a été retrouvé à Jéricho [3]. Ces pivots étaient lubrifiés à l'aide de bitume ou de graisse animale.

Dans le domaine des transports, la roue, et donc le chariot, ont été inventés vers 4000 ans avant J. C. Les roues en bois étaient pleines et parfois formées de plusieurs morceaux assemblés entre eux. Plus tard, leur périphérie a été cloutée pour réduire l'usure. Enfin, la roue à rayons est apparue vers 2000 ans avant J. C.; elle comportait tout d'abord 4, puis 6 ou 8 rayons, ce qui la renforçait considérablement. Les chariots montés sur roues ne permettaient pas le transport de lourdes charges; pour cela, l'homme a utilisé des rouleaux de bois intercalés entre une piste en bois formée de gros troncs d'arbres équarris et l'objet à transporter. Par ailleurs, un bas-relief assyrien à Kouyunjik, datant de 700 ans avant J. C., montre clairement l'emploi de rouleaux en bois pour déplacer une statue. Ce type de procédé connu depuis plus de 5000 ans, permet de réduire le frottement en remplaçant le frottement de glissement par le frottement de roulement généralement plus faible [3].

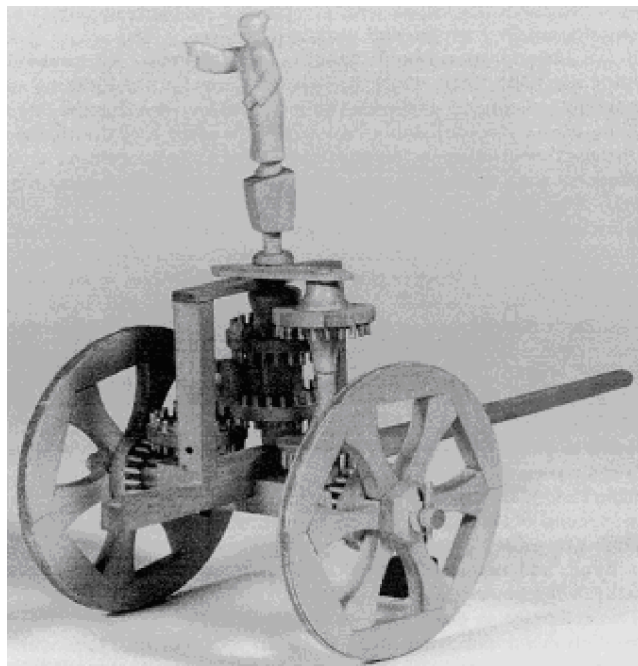


Figure 1.1 : Chariot chinois utilisé pour s'orienter, 255 avant J. C.[3]

La roue à rayons est apparue aux Indes vers 2500 ans avant J. C. et en Chine vers 1500 ans avant J. C. La copie d'un chariot chinois à roues cerclées de fer et datant de 255 ans avant J. C. est présentée dans la figure 1.1. Ce chariot très particulier comporte une statue dont la rotation est reliée au mouvement des roues par l'intermédiaire de 2 trains d'engrenages et d'un différentiel. L'écartement entre les roues est égal au diamètre des roues et le rapport de transmission des 2 trains d'engrenages est égal à 1[3].

1.1.2- La période grecque et romaine

Les grecs et les romains ont développé l'usage de la roue; ils connaissaient l'emploi des huiles végétales et animales comme lubrifiant ainsi que celui du bitume et des huiles de pétrole. Par ailleurs, les grecs ont inventé l'engrenage; la vis serait due à Archytas et Aristote, Archimède et d'autres auteurs moins connus décrivent le principe de différents engrenages.

Les romains ont utilisé et développé les techniques mises au point par les Grecs. Des progrès importants ont été réalisés pour produire l'huile d'olive et pour moulinier le blé, ainsi les moulins à eau ont été utilisés vers 120 ans avant J. C. Un exemple intéressant est le Trapetum dont plusieurs exemplaires ont été retrouvés dans les fouilles d'Olyntha (5^e siècle avant J. C.) et qui permettait d'écraser et de dénoyauter les olives (fig. 1.2) [3,4].

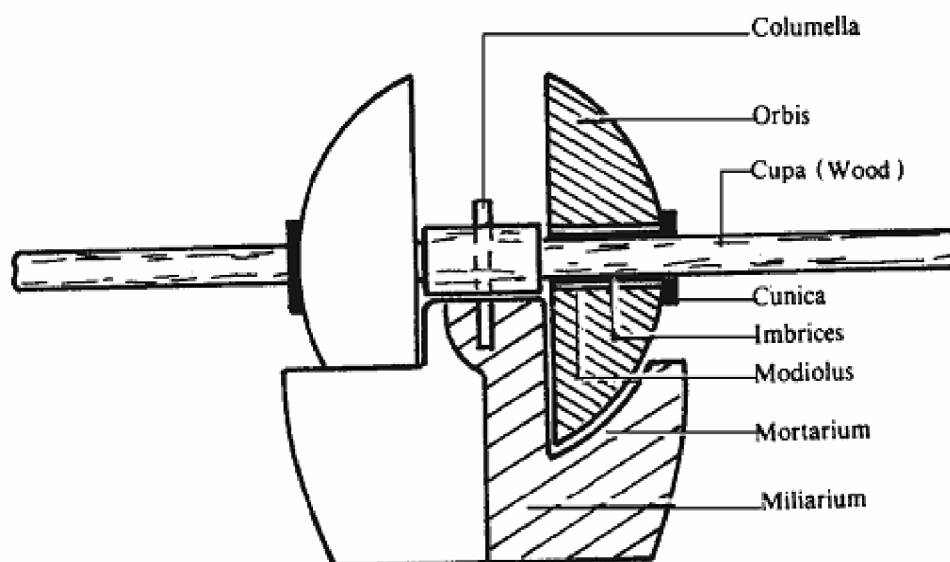


Figure 1.2 : Un trapetum pour écraser les olives [3]

De même pour réduire l'usure des semelles de chaussures, les Romains utilisaient des semelles cloutées de fer dont l'emploi n'a été en France abandonné que très récemment.

Enfin les Romains connaissaient la butée à billes et à rouleaux coniques ainsi que les glissières à rouleaux cylindriques.

1.1.3- Moyen age et renaissance

Après la chute de l'Empire romain et jusqu'au début du Moyen Age, s'est produite une régression dans le développement de la technique et donc de la tribologie, sauf dans l'empire Ottoman et en Chine où des paliers tout en métal ont sans doute été utilisés dès l'an 900. Il semblerait que des moulins à vent aient été inventés en Perse au 7^e siècle; en tout cas, il est certain que les moulins à vent existaient en Perse au 10^e siècle [3,4].

Au Moyen Age, la charrue dont l'emploi se généralise comporte un coutre, un soc asymétrique et un versoir. Elle est généralement toute en bois, mais le versoir présente souvent des incrustations, ce sont des pierres serties dans le bois pour éviter l'usure. Des éléments de charrue de ce type ont été retrouvés en différents endroits d'Europe (Danemark, France ...). Il faut souligner à ce sujet que la charrue toute en fer ne date que du 19^e siècle [3].

Vers la fin du Moyen Age, de nombreuses horloges mécaniques ont été réalisées. Les axes en fer des premières horloges étaient supportés par des coussinets en fer qui étaient vraisemblablement lubrifiés avec des huiles animales ou minérales; ultérieurement des coussinets en bronze ont permis de réduire le frottement et l'usure.

Après le Moyen Age, la période de la Renaissance est marquée par un développement dans tous les domaines et naturellement aussi en tribologie. L'ouvrage "De rebus militaribus" connu sous le nom de "De machinis libri decem" écrit en 1449, par Mariano Daniello di Jacopo dit Tacola, présente deux systèmes bielle manivelle. L'un concerne une façon de puiser de l'eau à l'aide d'un cabestan qui tire alternativement deux seaux. Le second présente un petit moulin avec le même système bielle-manivelle qui entraîne la meule, publié 50 ans plus tôt. Ainsi le système bielle manivelle aurait été inventé entre le 13^e et 14^e siècle.

La période de la renaissance est aussi celle de Léonard de Vinci [3]. Il fut non seulement un grand peintre et un grand sculpteur mais aussi un physicien et un mécanicien remarquable. Dans beaucoup de domaines, il a été un précurseur exceptionnel, à l'imagination fertile, mais il a aussi su utiliser et parfois même copier les documents de son époque. C'est dans le domaine de la technologie et des sciences appliquées que les inventions de Léonard de Vinci sont les plus remarquables. Cependant, nombre de ses inventions sont restées théoriques et certaines n'ont été réinventées que récemment. Léonard de Vinci a proposé pour réduire le frottement dans les paliers de remplacer le glissement de l'arbre dans l'alésage par le roulement de l'axe sur des galets. Léonard de Vinci par ailleurs, étudié les engrenages et a proposé des formes de denture pour réduire le frottement. Ainsi, Léonard de Vinci est le premier tribologue connu; il a apporté une contribution remarquable à l'étude des problèmes du frottement. Ses idées étaient très en avance sur les réalisations technologiques de son époque [3].

1.1.4- l'ère d'avant la révolution industrielle 1500 – 1750

Au 16^e siècle, le développement agricole et artisanal conduit à la construction de machines de plus en plus complexes qui utilisent des paliers et même dans certains cas des rouleaux métalliques pour réduire le frottement. Zonca [4] préconise pour les paliers un arbre en acier et un coussinet en cuivre afin d'éviter l'usure. Cette solution est encore très largement utilisée aujourd'hui en remplaçant le cuivre par le bronze, alliage de cuivre et d'étain.

C'est au 17^e siècle que les premières études sur le frottement, à l'exception de celle de Léonard de Vinci, ont été effectuées: en Angleterre Robert Hooke [4] dont les travaux en Résistance des Matériaux sont bien connus, montre que la déformation des solides est en partie responsable du frottement de roulement.

En France, Guillaume Amontons réalise ses expériences sur le frottement et ce présente les lois dites, «lois d'Amontons» sur le frottement et qui peuvent s'énoncer ainsi:

- ∅ la force de frottement est directement proportionnelle à la force appliquée,
- ∅ la force de frottement est indépendante de la surface apparente de contact.

Ces lois qui, dans le cas du frottement sec, sont encore globalement valables aujourd'hui, ont été confirmées quelques années plus tard par Philippe de la Hire et Antoine Parent qui introduisit la notion d'angle de frottement [4].

Au 18^e siècle, Jacob Rowe réalise de nombreuses expériences sur le frottement de roulement: il publie les résultats de ses études en 1734 dans un recueil intitulé «All sorts of Wheel Carriage improved». Il montre que l'on peut réduire très sensiblement le frottement dans les paliers en remplaçant ceux-ci par des galets entraînés en rotation par l'arbre; c'est sous une forme modifiée l'un des systèmes proposés par Léonard de Vinci [4,5].

En 1748, le mathématicien suisse Léonhard Euler soumet à l'Académie des Sciences deux articles sur le frottement, dont la publication aura lieu en 1750. Dans ces articles à caractère théorique, Euler développe une approche analytique du frottement, il précise la notion de coefficient et d'angle de frottement encore utilisée aujourd'hui. Il distingue le frottement statique du frottement dynamique dont les valeurs, c'est bien connu, sont différentes; enfin il propose de représenter la rugosité des surfaces par des pyramides [5].

1.1.5- La révolution industrielle

Le début de la révolution industrielle est marqué dans le domaine de la tribologie par Charles Augustin Coulomb né à Angoulême et qui présente en 1780, un mémoire intitulé: «Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages». Ce travail obtint le premier prix de l'Académie des Sciences au printemps

1781 et fut publié en 1782. Coulomb a construit différents dispositifs et a réalisé de nombreuses expériences afin d'étudier de façon précise l'influence des cinq paramètres suivants, sur le frottement de glissement et dans certains cas sur le frottement de roulement:

- 1) nature des matériaux,
- 2) effet d'un lubrifiant,
- 3) étendue de la surface de contact,
- 4) charge appliquée,
- 5) temps de repos pendant lequel les surfaces restent en contact avant l'expérience.

Il a ainsi déterminé de nombreuses valeurs du coefficient de frottement statique et dynamique encore globalement valables aujourd'hui. Il a aussi montré que le frottement dépendait à la fois de l'adhésion et de la déformation des surfaces. Les travaux de Coulomb ont servi de référence pendant plus de 150 ans et sont encore très utilisés aujourd'hui. Les anglo-saxons le considèrent comme l'un des plus grands tribologues de tous les temps [5].

Du point de vue technologique le 18^e siècle qui correspond au tout début de la révolution industrielle voit la réalisation de nombreuses machines utilisant des paliers lisses et même des roulements. Par ailleurs le développement des machines à vapeur a entraîné l'utilisation de nombreux paliers lisses. La figure 1.3 montre un des paliers lisses d'une machine à vapeur de type Watt.

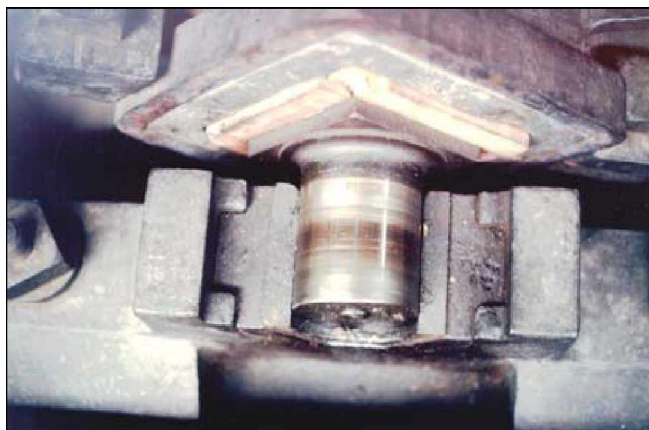


Figure 1.3 : Palier lisse utilisé sur une machine Watt construite en 1788 [3]

Le 19^e siècle a été marqué par des développements très importants dans tous les domaines et en particulier en tribologie.

En ce qui concerne les lubrifiants, c'est le début du développement des lubrifiants minéraux. En effet, les principaux lubrifiants utilisés jusqu'alors étaient soit d'origine animale, soit d'origine végétale.

En 1847, Gustave Adolph Hirn [3] réalise les premières expériences de lubrification hydrodynamique, lui ont permis en l'absence de lubrifiant de retrouver les lois d'Amontons et

de Coulomb. Mais en présence de fluide, Hirn [3] constate que pour une charge donnée, le couple de frottement à faible vitesse présente des fluctuations et est relativement élevé; lorsque la vitesse augmente le couple devient stable, passe par un minimum puis, à température constante, sa valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation. Il montre aussi que le couple dépend directement de la viscosité du fluide.

Il distingue ainsi le «frottement médiat» lorsqu'un film fluide (hydrodynamique) sépare les surfaces, du «frottement immédiat» lorsque le film est rompu. Il constate que pour de faibles charges, l'eau et même l'air peuvent être de très bons lubrifiants. Enfin Hirn a mis en évidence le rodage qui intervient pendant la période de démarrage.

En 1883 Nikolai Pavlovich Petrov [3,5] présente le résultat de ses études et essais sur le frottement des paliers lubrifiés. Il montre que de toutes les caractéristiques physiques d'une huile, seules la viscosité joue un rôle prépondérant sur le frottement des paliers. Il précise qu'un film liquide sépare totalement les surfaces de l'arbre et du coussinet et que dans ce film doit régner une pression qu'il suppose constante. Il analyse par ailleurs les travaux de G. Hirn et reprend pour caractériser la lubrification hydrodynamique le terme de frottement médiat proposé par G. Hirn. Enfin, et c'est sans doute sa contribution la plus importante, il démontre que le frottement du palier est proportionnel à la vitesse, à la surface du contact et à la viscosité.

Par ailleurs, à l'aide d'une analyse thermique globale, N. Petrov montre que pour un palier donné fonctionnant à une vitesse connue et pour un lubrifiant donné, le frottement dépend directement de la température. La valeur du frottement peut être calculée pour n'importe quelle température si l'on connaît la courbe viscosité température du fluide et le frottement à une température donnée. Ce dernier résultat n'est qu'approché car il ne tient pas compte de l'effet de la variation de la viscosité sur la portance du palier. Pour vérifier sa théorie, N. Petrov a effectué de nombreux essais sur des paliers de roues de wagon de chemin de fer pour des températures comprises entre $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $+26\text{ }^{\circ}\text{C}$.

En Angleterre en 1882, «the Institution of Mechanical Engineers» engage Beauchamp Tower [4] pour réaliser des essais sur la lubrification des paliers. Dès 1883, B. Tower présente dans un premier rapport ses résultats obtenus sur le frottement et constate, qu'ils correspondent mieux aux lois du frottement liquide qu'à celles du frottement solide données par les lois de Coulomb. En effet, le frottement varie peu avec la charge, il augmente avec la vitesse et diminue rapidement lorsque la température augmente. Il montre par ailleurs, la présence d'un film lubrifiant entre les surfaces de l'arbre et du coussinet ainsi que l'existence d'une génération de pression dans ce film. La mise en évidence de cette génération de pression

dont l'importance est capitale, a été fortuite: la rainure d'alimentation du palier étudié était placée par erreur, mais c'était souvent l'usage à l'époque, dans la zone chargée; ainsi l'huile était évacuée du palier à partir de la rainure par le tube d'alimentation. B. Tower pour arrêter cette fuite obtura le tube d'abord avec un bouchon en liège puis en bois mais à chaque fois, la pression hydrodynamique chassait le bouchon. Un manomètre permettant des mesures jusqu'à 14 bars fut alors vissé à la place du bouchon; en quelques instants, l'aiguille atteignit la valeur maximale alors que la pression moyenne calculée à partir de la charge n'était que de 7 bars. Ainsi, l'existence d'une pression hydrodynamique dans un palier était prouvée pour la première fois. A la suite de cette observation, B. Tower montre que pour assurer de bonnes conditions de fonctionnement, il fallait que les rainures soient placées dans les zones non chargées du palier et laisser l'arbre entraîner l'huile dans la zone de pression. Dans un second rapport présenté en 1885, B. Tower donne la répartition de pression mesurée à la surface du coussinet; l'intégration de cette pression permet de retrouver la charge avec une erreur de seulement 2 %, ce qui est remarquable.

Les études expérimentales de B. Tower, qui pour la première fois ont mis en évidence l'existence d'une pression hydrodynamique dans le film lubrifiant d'un palier, ont permis le développement de la théorie de la lubrification. En effet, c'est au 19^e siècle, que les bases de la lubrification moderne ont été établies. En 1822, le mathématicien Claude Louis Marie Henri Navier, à la suite des travaux d'Euler, présente dans un rapport à l'Académie des Sciences, les équations générales du mouvement d'un fluide en tenant compte pour la première fois, du frottement intérieur du fluide, c'est-à-dire de la viscosité. Ces lois sont toujours utilisées aujourd'hui et sont connues des mécaniciens des fluides sous le nom d'équations de Navier – Stokes, car Stokes, le premier, les a intégrées dans différents cas relativement simples.

Entre 1840 et 1846, Jean Louis Marie Poiseuille [3] établit les équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide dans un tube de faible diamètre afin de décrire l'écoulement du sang dans les vaisseaux. Ces lois très utilisées en lubrification, on parle aujourd'hui d'écoulement de type Poiseuille, ont été confirmées indépendamment quelques années plus tard par Hagen en Allemagne. Elles sont usuellement connues sous le nom de loi de Hagen – Poiseuille. Le nom de Poiseuille a d'ailleurs été donné à l'unité de viscosité dynamique dans le système M.K.S.A. De même, depuis 1913, la Poise est utilisée pour désigner l'unité de viscosité dynamique dans le système C.G.S.

C'est Osborne Reynolds [3,5], très connu pour ses études des écoulements turbulents qui, dans un article publié en 1886, établit les bases de la lubrification hydrodynamique actuelle dans le but d'expliquer les résultats expérimentaux de Tower.

Dans la première partie de son étude, Reynolds discute les résultats de Tower. Il montre que lorsqu'un film de lubrifiant sépare totalement les surfaces, le frottement n'est pas proportionnel à la vitesse car l'élévation de température dans le film entraîne une diminution de la viscosité et donc du frottement. Il suggère que dans les expériences réalisées par Tower, les rayons de l'arbre et du coussinet sont différents et que l'épaisseur minimale du film est située en aval de la ligne de charge. Par ailleurs, il note que lorsque la charge augmente, la pression dans la zone de sortie du film devient négative, ce qui entraîne la rupture du film.

Dans une seconde partie de son mémoire, Reynolds analyse les écoulements simples entre deux plaques parallèles puis inclinées. Il donne une explication physique du phénomène de portance dû à la conservation du débit dans le coin d'huile. Enfin, il explique la nécessité du rodage par l'existence des rugosités qui jouent un rôle dans la zone où l'épaisseur du film est la plus faible.

Dans la troisième partie de son travail, Reynolds présente les hypothèses de base de la lubrification hydrodynamique:

- ∅ l'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions,
- ∅ l'écoulement est laminaire,
- ∅ le lubrifiant obéit à la loi de Newton, sa viscosité est constante et il est incompressible,
- ∅ les forces massiques et les forces d'inertie dans le fluide sont négligées,
- ∅ la courbure générale du film est négligée,
- ∅ la vitesse du fluide selon l'épaisseur du film est très faible devant les autres composantes de la vitesse,
- ∅ les gradients de vitesse selon l'épaisseur du film sont prépondérants devant les autres.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de Navier – Stokes se réduisent et en supposant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les surfaces du contact, Reynolds obtient le champ de vitesse dans le fluide. Ces expressions reportées dans l'équation de continuité, intégrée à travers l'épaisseur du film, cette équation est connue depuis sous le nom d'équation de Reynolds, c'est l'équation de base de la lubrification hydrodynamique. Reynolds a intégré cette équation dans le cas du coin d'huile infiniment long. Il a aussi proposé une solution dans le cas du palier infiniment long en utilisant des développements en série [3,4].

1.1.6- La tribologie au 20^e siècle

La théorie de la lubrification hydrodynamique présentée par Reynolds en 1886, a été utilisée dès le début du 20^e siècle pour le calcul des butées et des paliers.

En 1905, Anthony George Maldon Michell obtient à l'aide de développements limités, la solution de l'équation de Reynolds dans le cas d'une butée de largeur finie. Il montre ainsi, la diminution de portance due aux fuites latérales du fluide. Dans le cas des paliers, les progrès ont été moins rapides. En 1904, Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868-1951) utilise un changement de variables judicieux et présente une solution analytique à l'équation de Reynolds dans le cas du palier infiniment long. Cependant, les conditions aux limites proposées ne tiennent pas compte de la rupture du film dans le palier et la pression ainsi obtenue est négative dans la zone divergente, ce qui ne correspond pas à la réalité physique. En 1914, Ludwig Karl Friedrich Gumbel propose pour le calcul de la charge dans le palier de ne prendre en compte que la partie positive de la pression et de négliger toute la zone où la pression est négative. La charge ainsi calculée est évidemment erronée. En 1932, Herbert Walker Swift puis W. Stieber en 1933 présentent indépendamment, des conditions aux limites à la sortie du film plus représentatives de la réalité. Ils écrivent que dans la zone divergente du palier le film se rompt le long d'une frontière déterminée par les conditions supplémentaires suivantes: le long de la frontière, la pression prend la valeur de la pression saturante du fluide et le gradient de pression s'annule. Ces conditions qui respectent la continuité du débit à la sortie du film, sont dites conditions aux limites de Reynolds et sont universellement utilisées aujourd'hui pour le calcul des paliers soumis à des charges constantes. Une méthode numérique de résolution de l'équation de Reynolds utilisant ces conditions, a été proposée par Christopherson dès 1941 [5].

En 1931, Albert Kingsbury obtient une solution approchée à l'équation de Reynolds, en utilisant une méthode analogique basée sur la similitude existante entre l'équation de Reynolds et l'équation qui décrit la loi de variation de la tension électrique dans un milieu résistif.

En 1953, Fred William Ocvirk présente une méthode approchée pour le calcul des paliers courts. Il propose de négliger, dans l'équation de Reynolds, le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. La solution est analytique et utilise les conditions aux limites de Gumbel. Les résultats obtenus sont pratiquement exacts pour des paliers dont le rapport L/D de la longueur au diamètre est inférieur à 0,25. Cependant, cette méthode est encore utilisée aujourd'hui, dans le cas de charges variables, pour des paliers de

rapport L/D de l'ordre de 0,5, car elle simplifie considérablement les calculs. Les premières solutions numériques ont été proposées par Cameron et Wood en 1949, puis par Pinkus, Raimondi et Boyd en 1958 [3].

L'importance des effets thermiques en lubrification hydrodynamique a été mise en évidence dès les premières études scientifiques, cependant la prise en compte de ces effets pour le calcul des mécanismes est récente. La première approche théorique de ce problème a sans doute été effectuée par Albert Kingsbury en 1933, mais c'est Duncan Dowson en 1962 qui, le premier, a présenté les équations générales de la lubrification thermohydrodynamique. Cependant, grâce aux progrès réalisés récemment, on commence aujourd'hui à résoudre dans la plupart des cas, les équations qui régissent les phénomènes thermiques en lubrification. [3]

L'utilisation de fluides lubrifiants très peu visqueux ainsi que l'augmentation des vitesses et des dimensions des paliers et des butées entraînent des changements de régime dans l'écoulement du film lubrifiant. Ce phénomène, constaté par M. Couette dès 1890 dans le cas de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux, puis analysé par G. I. Taylor en 1923, a été mis en évidence dans les paliers par Donald Wilcock en 1950. L'étude de ces phénomènes non laminaires (tourbillons de Taylor et turbulence) a été effectuée dans les années 1960-1970, cependant pour certaines applications, cryogéniques par exemple, de nombreux problèmes restent à résoudre [3,4].

L'existence de la lubrification hydrostatique était connue avant le début de ce siècle. Ainsi, L. D. Girard en 1865, démontra le principe de la séparation des surfaces et de la réduction de frottement par injection d'huile sous pression. Par ailleurs, un système hydrostatique constitué d'un bloc massif supporté par quatre patins et reposant sur une plaque en acier, a été présenté à l'exposition industrielle de Paris en 1878. Ce dispositif, appelé le chemin de fer de glace, pouvait être déplacé sans frottement dès que la pompe injectait du fluide dans les quatre patins. Cependant, le calcul des performances de ces mécanismes ne peut se faire qu'à partir de la théorie de Reynolds [4].

En 1917, Lord Rayleigh fut le premier à présenter l'analyse d'un système hydrostatique et à calculer la charge et le couple de frottement d'une butée hydrostatique axiale. L'avantage des systèmes hydrostatiques qui permettent d'assurer des guidages très précis, sans à-coup, sans usure et avec un frottement quasi indépendant de la charge, a été mis en évidence de façon spectaculaire lors de la réalisation du télescope de Mont Palomar. Ce télescope mis en service en 1947, a une masse de 470 000 kg et repose sur 6 patins hydrostatiques de 0,5 m² de surface chacun. Le moteur utilisé pour entraîner en rotation l'ensemble du télescope a une puissance de 62 W. Le coefficient de frottement est inférieur à 10⁻⁶. Il faut cependant ajouter

à la puissance dissipée par frottement, la puissance de la pompe qui injecte le fluide sous pression dans les alvéoles des butées hydrostatiques. Cette puissance de 2,5 kW reste très raisonnable comparée à la masse du télescope mise en mouvement. Le télescope du pic du midi est lui aussi supporté par des butées hydrostatiques [3].

Aujourd'hui, les systèmes hydrostatiques sont utilisés dans les machines outils de précision et les appareils de mesure ainsi que dans les cas où le mouvement relatif des surfaces ne permet pas de créer une portance suffisante pour assurer un bon fonctionnement du mécanisme.

La possibilité d'utiliser de l'air et plus généralement des gaz comme lubrifiant a été mise en évidence par Gustave Hirn avant 1854. Cependant, malgré les études réalisées en 1898 et le dispositif de démonstration mis au point en 1926 par Albert Kingsbury, ainsi que les brevets pris par Ferranti en 1904, ce n'est que depuis la seconde moitié du 20^e siècle que l'emploi des paliers à gaz s'est généralisé. Ces dispositifs, qui peuvent être des systèmes aérostatiques ou aérodynamiques, sont réservés aux mécanismes de hautes précisions (métrologie) ou à très grande vitesse (fraises de dentiste, gyroscopes, turbines...). Leur emploi reste cependant limité aux systèmes supportant de faibles charges [4].

Une application très remarquable des paliers à gaz est la tête de lecture des disques magnétiques des ordinateurs; elle est supportée par un film d'air dont l'épaisseur est de quelques dizaines de nanomètres (10^{-9} mètres). Les premières têtes de lecture sur film d'air ont été utilisées sur les ordinateurs IBM 1130 du début des années 1960. Elles ont été conçues par William Gross, à partir des études développées dans la thèse de Virgil N. Constantinescu, soutenue en 1955.

Il est commode aujourd'hui de présenter les différents types de lubrification à partir de la courbe de variation du frottement en fonction de l'épaisseur du film (fig. 1.4). Cette courbe qui a toujours la même allure quel que soit le type de contact lubrifié a été obtenue pour la première fois par Richard Stribeck en 1902, elle porte aujourd'hui son nom. On distingue en général, 4 zones qui correspondent chacune à un type de lubrification dont la nature dépend aussi de la pression régnant dans le contact [6].

Dans le cas des contacts à basse pression (0,1 à 50 MPa), la zone I correspond à la lubrification limite; la séparation des surfaces est assurée par des molécules d'huile absorbée. Ce type de lubrification qui fait appel à la physicochimie des surfaces et des lubrifiants est possible à faible vitesse ou à vitesse modérée et pour des charges relativement faibles. Dans la zone II, l'effet hydrodynamique décrit par l'équation de Reynolds prend progressivement de l'importance et tend à séparer les surfaces qui restent encore en contact sur une partie de leurs

aspérités, ce type de lubrification est la lubrification mixte. La zone III correspond à la lubrification hydrodynamique en régime laminaire dont l'analyse peut être effectuée à l'aide de l'équation de Reynolds et la zone IV à la lubrification hydrodynamique en régime non laminaire (Tourbillons de Taylor et Turbulence) dont nous avons déjà parlé. Dans ces zones, un film fluide sépare totalement les surfaces et en régime laminaire, le frottement serait proportionnel à la vitesse si la viscosité du lubrifiant ne diminuait pas lorsque la température augmente, c'est-à-dire lorsque la vitesse augmente [6].

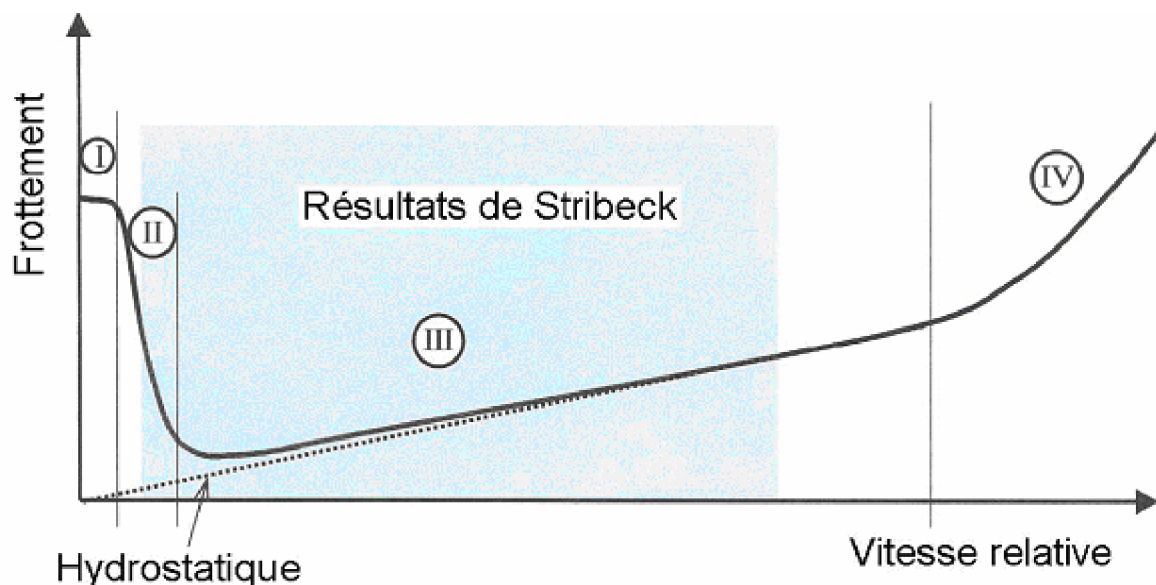


Figure 1.4 : Courbe de Stribeck [6]

Les régimes de lubrification I et II peuvent être supprimés si l'on injecte du lubrifiant sous pression dans le contact. On parle alors de lubrification hydrostatique. Dans ce cas le champ de pression dans le film est indépendant du mouvement relatif des surfaces. Des résistances hydrauliques placées à l'entrée du mécanisme permettent de réguler le comportement du palier ou de la butée hydrostatique qui, pour les fluides incompressibles, comportent généralement des alvéoles dont le but est de mieux répartir le champ de pression.

Dans le domaine du frottement sec, les résultats de Coulomb sont encore utilisés aujourd'hui. Cependant, des progrès importants ont été réalisés à la suite des travaux de Holm en 1938, qui montrent que les aspérités en contact se déforment plastiquement et peuvent se souder; ainsi la force de frottement est directement reliée aux contraintes de cisaillement des jonctions formées. Bowden et Tabor en 1939, précisent cette notion en faisant intervenir la dureté du matériau le plus mou. D'autres auteurs, dont Ernst et Merchant en 1940, montrent que les déformations des aspérités et l'effet de labourage doivent être pris en compte pour le calcul du frottement. Plus récemment, Bowden et Tabor en 1950, et Kragelskii en 1965,

définissent la notion de surface réelle du contact. En effet, les surfaces d'un contact ne sont jamais géométriquement parfaites et la charge appliquée se répartit sur un petit nombre de sommets soumis à des déformations plastiques. La surface réelle est alors directement fonction de la charge appliquée et est indépendante de la surface apparente de contact. Rabinowicz en 1965, introduit de plus, la notion d'énergie d'adhérence des surfaces afin de préciser la valeur du frottement [3,6].

Les études sur l'usure, elles aussi très récentes, ont, pour la plupart été réalisées ces trente dernières années. Les phénomènes d'usure, qui naturellement ont un lien direct avec la dégradation des matériaux, ont été classés d'après la nature physique des processus mis en jeu. On distingue ainsi aujourd'hui, les usures par adhésion, abrasion, érosion, corrosion et fatigue. Cependant, on ne sait pas prédire avec précision, l'usure d'un mécanisme en frottement sec.

Récemment, à la suite de nombreuses observations, le modèle de contact à trois corps a été proposé en 1970, par Maurice Godet. Cette notion qui est quasi universellement admise aujourd'hui, consiste à considérer un contact sec comme formé de deux solides de comportement généralement élastoplastique et d'un film intercalaire dont malheureusement la rhéologie est très mal connue. Ce film intercalaire, nécessaire au bon fonctionnement d'un contact, peut provenir d'un revêtement initial, c'est le rôle des traitements de surface, mais peut aussi être constitué de débris d'usure qui assurent une séparation entre les deux solides formant le contact [3,6].

1.2- La tribologie des pistons

Dans le moteur à combustion interne, le piston est l'une des pièces mobiles la plus vulnérable car il doit assurer des fonctions multiples. Cet élément peut être trouvé dans de nombreux mécanismes dont les plus connus sont les moteurs thermiques classiques à combustion interne et certains types de compresseurs. Parmi ces fonctions dans un moteur à combustion interne on peut citer [2]:

- Ø Aptitude à supporter la pression de combustion et transmettre les efforts correspondants au mécanisme bielle – vilebrequin
- Ø Transférer les flux thermiques entrant par la tête du piston
- Ø Assurer l'étanchéité aux gaz de combustion tout en contrôlant la remontée de l'huile de graissage dans la chambre de combustion
- Ø Opérer dans une vaste gamme de températures surtout les hautes températures
- Ø Etre aussi léger que possible.

Il obéit aussi à la conception basée sur l'évolution des moteurs à combustion interne qui sont influencés par deux forces économiques principales:

La réduction de consommation de combustible et la durée de vie du moteur. Notons que les fonctions d'étanchéité des segments, d'appui et de guidage de la jupe, sont accompagnées de pertes dues aux frottements qui influent sur la performance du moteur. Un autre facteur qui influe sur la durée de vie du moteur est le bruit audible qui se manifeste par un clappement résultant du cognement du piston contre la paroi du cylindre. Originellement la dynamique du piston a fait l'objet d'intenses investigations et ce dans le but de prédire la source du bruit moteur et de comprendre le mécanisme de frottement de piston [2].

Notre étude entre dans le cadre de la conception d'un modèle numérique d'un piston à jupe solide de moteur Diesel à injection directe. Une application est faite sur le piston de moteur Deutz type F8L413, monté actuellement sur les camions TB230 de la SNVI, Rouiba, Algérie [2]. C'est certainement dans le but de montrer les phénomènes qui affectent le piston tels les pertes de puissance par frottement et augmenter ainsi la performance du piston, que des modèles simplifiés successifs convergeant vers un modèle global ayant une approche plus réaliste du comportement du piston, sont mis au point [7].

1.3- Le modèle hydrodynamique

Le modèle de piston étudié serait un modèle à approche partielle ou à approche globale selon que l'étude prendra en compte partiellement ou totalement les différents facteurs de l'interaction jupe – cylindre.

Les équations de base de la lubrification hydrodynamique des paliers ont été établies pour les systèmes de paliers par Osborn Reynolds en 1886 et constituent la base de la lubrification hydrodynamique [2,7].

Les études sur la lubrification hydrodynamique du piston de moteur à combustion interne, dont la majorité a trait à la lubrification des segments, débutent avec l'analyse de la lubrification de la jupe, par des procédés expérimentaux employant des méthodes de visualisation. Ainsi l'analyse expérimentale de pistons dans des cylindres transparents permet de visualiser le comportement du piston sous l'effet du lubrifiant. Il est montré, à l'aide de traces laissées par le film d'huile, l'existence de la force d'impact. Il est montré que l'injection de lubrifiant sous pression vers la jupe réduit substantiellement le bruit émis dans le moteur Diesel. Il est connu que la jupe a une double fonction: guidage du piston dans le cylindre et supporter l'impact de la force de poussée dynamique latérale due au mouvement

secondaire. Il est montré que le film d'huile amortit le claquement du piston donc réduit le bruit moteur. En plus le film d'huile assure une fonction de protection des surfaces de contact contre le grippage. Ainsi il est montré que le mouvement du piston et le clappement qui en résulte sont donc liés directement à la lubrification de la jupe. Dans ces analyses les auteurs tentent de prédire l'impact du piston entre la paroi du cylindre basés sur les équations d'équilibre; cependant de bons accords avec les mesures ne sont pas achevés à cause du manque de considérations propres sur la lubrification hydrodynamique [2].

Les études qui prennent en considération l'effet de la lubrification du piston ne prennent de l'ampleur qu'au début des années 80. Knoll et Peeken [2,7] développent un modèle de lubrification hydrodynamique basé sur l'équation de Reynolds couplée avec les équations de mouvement du piston. Dans ce modèle les forces hydrodynamiques dues au film d'huile entre la jupe et la paroi du cylindre pour une position et une vitesse donnée du piston sont calculées. Cette étude fournit une base pour l'inclusion de l'effet des forces de lubrification hydrodynamique sur le mouvement primaire et secondaire des pistons.

Li et al [2] performent une analyse dynamique du piston dans laquelle ils incorporent un modèle de lubrification hydrodynamique de la jupe. La trajectoire complète du piston et les forces de frottement en fonction des conditions de fonctionnement du moteur sont ainsi calculées. Les résultats de cette étude indiquent que l'inclinaison dynamique d'un piston de moteur à combustion interne influence le comportement au frottement de la jupe de piston. Cette étude constitue notre référence de base pour l'analyse hydrodynamique du piston.

Mourelatos [2] présente un modèle théorique simplifié de piston, sans segments, de moteur LHR 'Low-Heat Rejection' ('à faible rejet de chaleur') à combustion interne typique. La particularité de ce moteur, dont la lubrification se fait au moyen de gaz de combustion est que les frottements inter paroi sont très faibles. L'auteur résout l'équation de Reynolds compressible à deux dimensions par la méthode des éléments finis. Le modèle ainsi construit est résolu en le simulant par des forces dynamiques latérales données. La trajectoire du piston est obtenue à partir d'une solution quasi-statique qui ne prend pas en considération les équations de mouvement du piston. Il conclut que le piston sans segments ne peut supporter que de petites charges latérales et que le profil à côtés doubles est plus performant que le profil à côté unique.

Gommed et Etsion [2,7] développent un modèle mathématique pour l'analyse dynamique de piston, sans segments, de moteur de type LHR identique à celui présenté par Mourelatos, lubrifié par gaz. Le système d'équations complètes de mouvement du piston et de

la bielle sont formulées simultanément avec l'équation de Reynolds pour les gaz et les équations d'énergie. Ils montrent que l'incorporation de la dynamique de la bielle joue un rôle important dans le mouvement du piston. Ils trouvent que la stabilité du mouvement du piston dépend fortement des conditions thermohydrodynamiques de fonctionnement.

Plus récemment Li et al [2,7] présentèrent un modèle de lubrification mixte hydrodynamique basé sur l'équation de Reynolds à deux dimensions couplée avec les équations de mouvement secondaire du piston. Cette étude, basée sur le modèle de Li, tient compte de l'effet de la rugosité des surfaces en contact. Les résultats obtenus montrent que le profil de la jupe, la vitesse du moteur, le désaxage (offset) de l'axe du piston ainsi que le jeu radial piston – cylindre jouent un rôle important dans la détermination du mouvement secondaire du piston. Ils conclurent aussi que pour des vitesses élevées et un faible jeu le mouvement secondaire tend à s'atténuer.

La complexité du modèle de lubrification de la jupe du piston fait que ce sujet continue d'être traité. Siyoul présente une étude du mouvement dynamique secondaire avec incorporation de la lubrification. La procédure de construction et de résolution du modèle se base essentiellement sur l'analyse de Li. Il axe son étude sur les paramètres qui influencent le mouvement secondaire et principalement le profil de la jupe. Les résultats trouvés montrent que le profil en tonneau de la jupe est le profil qui donne la force d'impact la plus faible [2].

Chapitre 2

EQUATIONS DE L'HYDRODYNAMIQUE DU PISTON DE MOTEUR A COMBUSTION INTERNE

Introduction

On présente dans ce chapitre les équations de base du modèle hydrodynamique de piston de moteur Diesel à injection directe.

Le modèle hydrodynamique se base sur le modèle de Li [1]. Le modèle décrit l'analyse du mouvement dynamique secondaire du piston avec incorporation des forces hydrodynamiques générées dans le film d'huile de lubrification. Cette lubrification concerne l'ensemble jupe – cylindre.

Le mouvement du piston est défini dans cette étude par les excentricités du haut et de bas de la jupe. La complexité du mouvement du piston nous amène à le décomposer en trois mouvements indépendants simples : le mouvement axial, le mouvement de translation latéral et le mouvement de rotation. Le comportement hydrodynamique global est alors obtenu par la résolution puis la superposition des mouvements hydrodynamiques composés.

2.1- Equations de mouvement

2.1.1- Equations dynamique

Soit à considérer le mouvement du mécanisme bielle manivelle piston montré dans la figure 2.1.

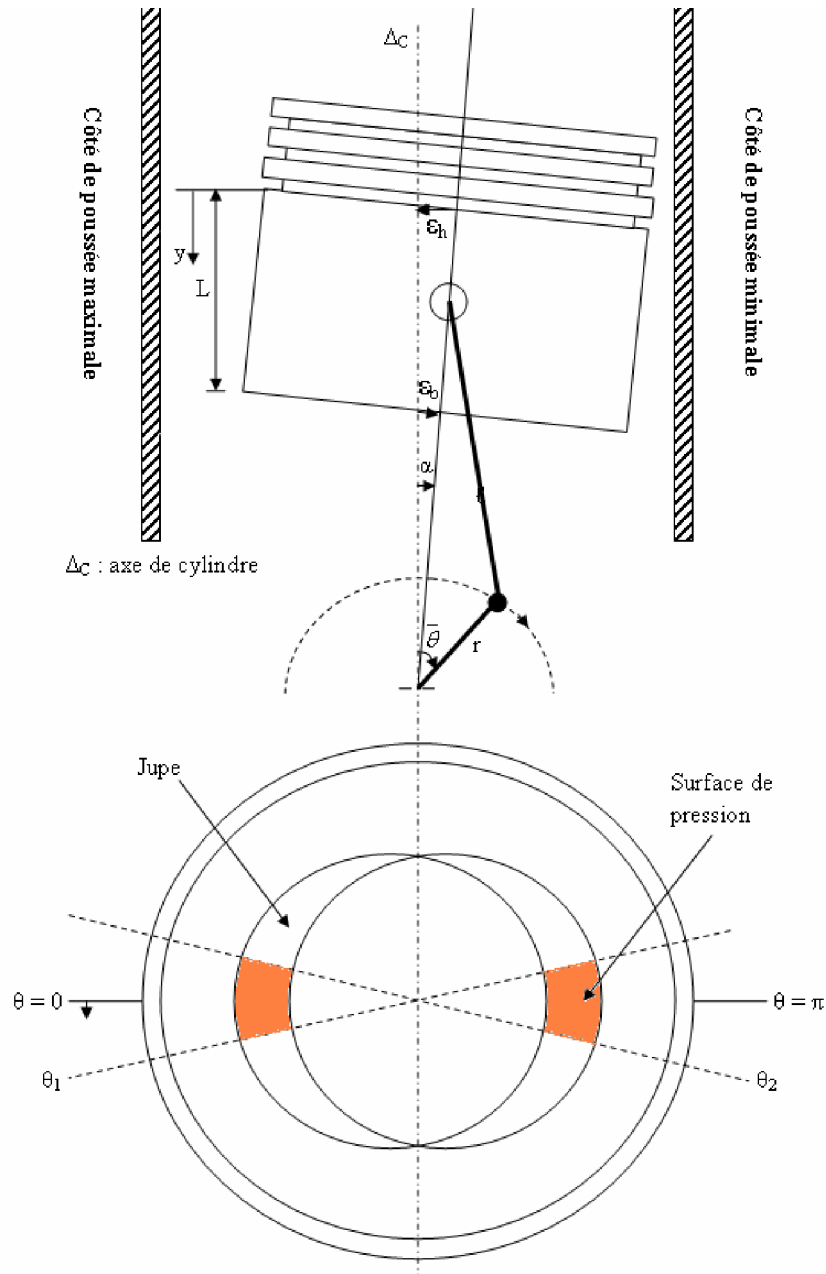


Figure 2.1 : Géométrie du système piston

Les excentricités e_h et e_b du haut et de bas de la jupe, respectivement, sont définies par rapport à l'axe de cylindre comme le montre la figure ci-dessus. Les excentricités positives sont dirigées vers le côté de poussée minimale, les excentricités négatives sont dirigées vers le côté de poussée maximale.

Le côté de poussée maximale du piston se situe dans le plan perpendiculaire à l'axe du piston (Fig. 2.2). C'est le côté qui supporte la plus grande force de poussée, représenté par la force latérale et qui pousse le piston contre la paroi du cylindre.

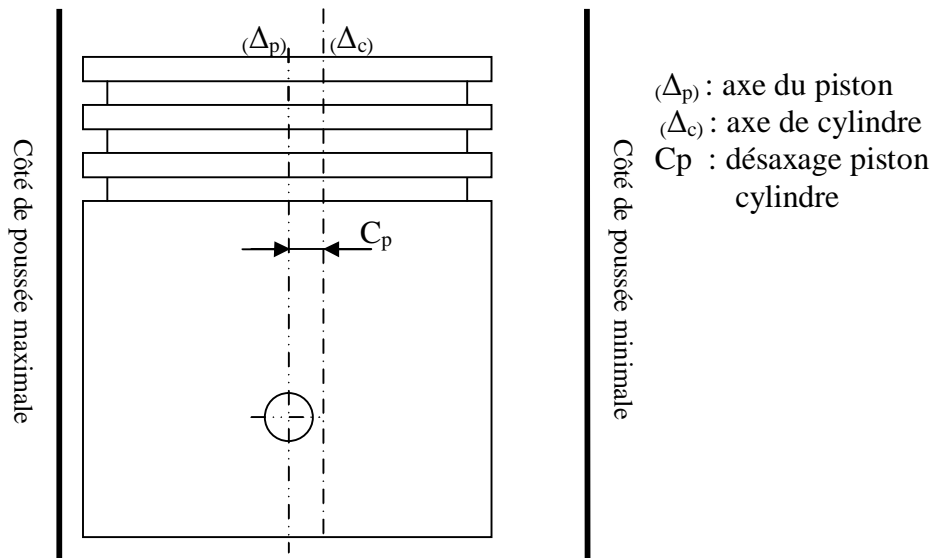


Figure 2.2 : Côté de poussée maximale et position de C_p

En regardant en vue de face d'un piston d'un moteur tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, le côté de poussée maximale est le côté gauche (Fig. 2.3). Si le moteur tourne en sens inverse les côtés de poussée maximale et minimale sont inversés.

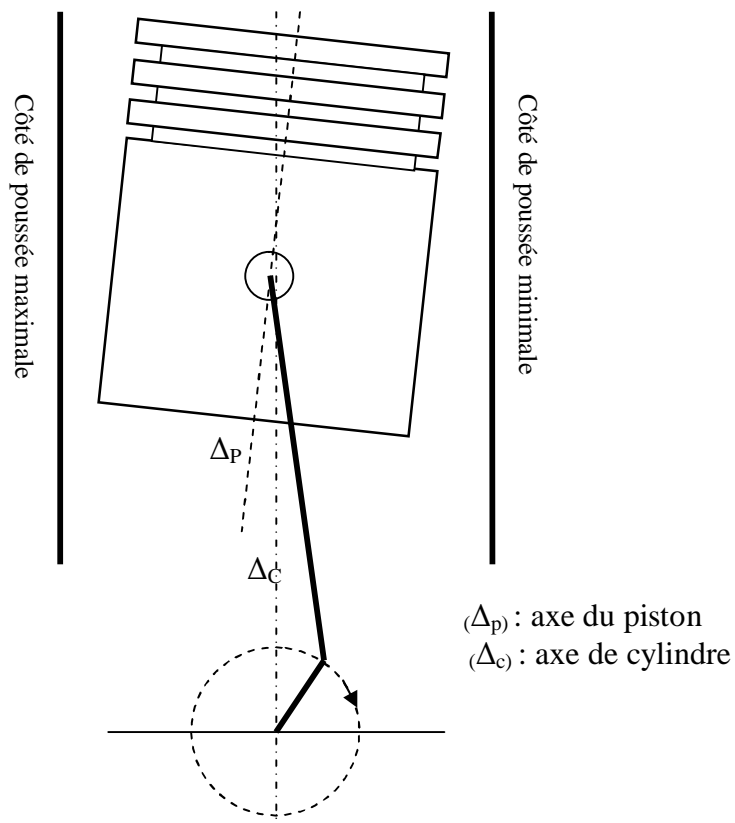


Figure 2.3 : Côté de poussée maximale en fonction de la rotation du moteur

L'axe donnant la course du piston, orienté positivement vers le bas, a son origine confondue avec le Point Mort Haut (PMH) du piston. La position du piston, la vitesse de glissement (ou vitesse axiale) et l'accélération le long du cylindre, sont fonction de l'angle de vilebrequin $\bar{\theta}$.

La position, la vitesse et l'accélération du piston, se mouvant axialement à l'intérieur du cylindre, sont déterminées à partir du mécanisme bielle – manivelle donné par la figure 2.4

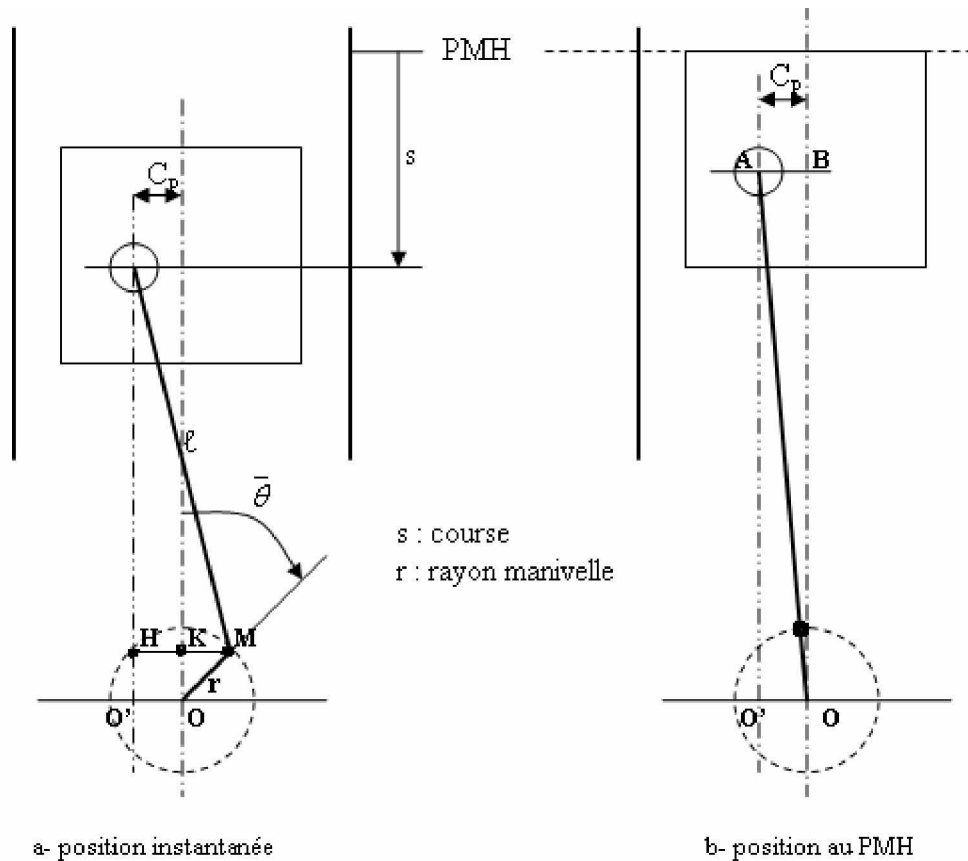


Figure 2.4 : Cinématique du système bielle – manivelle

2.1.2- Position instantanée du piston en fonction de C_p

La position instantanée du piston est donnée par

$$s = OB - O'A'$$

Avec :

$$O'A' = O'H + HA'$$

$$OA = r + \}$$

$$OB = (OA^2 - AB^2)^{0,5} = [(\} + r)^2 - Cp^2]^{0,5}$$

$$O'H = OK = r \cos \bar{\theta}$$

$$HA' = (A'M^2 - HM^2)^{0,5}$$

Sachant que :

$$HM = HK + KM = Cp + r \sin \bar{\theta} \text{ et } A'M = \}$$

D'où

$$s = \left[(\} + r)^2 - Cp^2 \right]^{0.5} - \left\{ r \cos \bar{\theta} + \left[\}^2 - (Cp + r \sin \bar{\theta})^2 \right]^{0.5} \right\}$$

Soit :

$$B = Cp + r \sin \bar{\theta}$$

La position du piston s'écrit alors :

$$s = \left[(\} + r)^2 - Cp^2 \right]^{0.5} - \left[r \cos \bar{\theta} + (\}^2 - B^2)^{0.5} \right] \quad (2.1)$$

2.1.3- Vitesse axiale du piston

La dérivation de l'équation (2.1) par rapport au temps permet de calculer la vitesse instantanée

$$U = \frac{ds}{dt} = r \sin \bar{\theta} \frac{d\bar{\theta}}{dt} + Br \frac{d\bar{\theta}}{dt} \cos \bar{\theta} (\}^2 - B^2)^{-0.5} \quad (2.1a)$$

La vitesse angulaire liée à la rotation $\bar{\theta}$ du vilebrequin est donnée par :

$$\omega = \frac{d\bar{\theta}}{dt}$$

La vitesse axiale (2.1a) devient :

$$U = r \sin \bar{\theta} \omega + \frac{Br \omega \cos \bar{\theta}}{(\}^2 - B^2)^{0.5}} \quad (2.2)$$

Utilisant la relation (2.2), la vitesse adimensionnée $\bar{U} = \frac{U}{\omega}$ s'écrit :

$$\bar{U} = r \sin \bar{\theta} + \frac{Br \cos \bar{\theta}}{(\}^2 - B^2)^{0.5}} \quad (2.3)$$

2.1.4- Accélération axiale du piston

La dérivation de l'équation (2.2) par rapport au temps permet de calculer l'accélération γ

$$\gamma = r \omega^2 \cos \bar{\theta} + \frac{(Br \omega \cos \bar{\theta})^2}{(\}^2 - B^2)^{3/2}} + \frac{(r \omega \cos \bar{\theta})^2 - Br \omega^2 \sin \bar{\theta}}{(\}^2 - B^2)^{3/2}} \quad (2.4)$$

2.1.5- Equations dynamique couplées

L'axe y est introduit pour le calcul hydrodynamique du piston. Il représente la coordonnée axiale du film lubrifiant. Puisque le film lubrifiant suit à chaque instant le piston, l'axe y est fixé avec le piston et se déplace en même temps que le piston. Dans un plan normal à l'axe du piston et contenant les côtés de poussée maximale et minimale il existe un

déséquilibre (contre balancement) des forces et des moments agissant sur le piston. Comme résultats, le piston exécute de petites oscillations latérales dans le confinement du jeu radial piston – cylindre, sont représentées par les excentricités $e_h(t)$ et $e_b(t)$. La rotation du piston autour de son axe, est définie par l'angle de basculement α (fig. 2.1). Les angles θ_1 et θ_2 sont les angles fluide de pression de la jupe quand le piston bascule du côté de poussée maximale et du côté de poussée minimale respectivement. Dans notre étude les angles θ_1 et θ_2 sont égaux et ont pour valeur empirique 15° [1].

Soit à isoler le corps de piston comme le montre schématiquement la figure 2.5 et à représenter les différentes forces qui le maintiennent en équilibre avec son entourage à chaque instant de son mouvement.

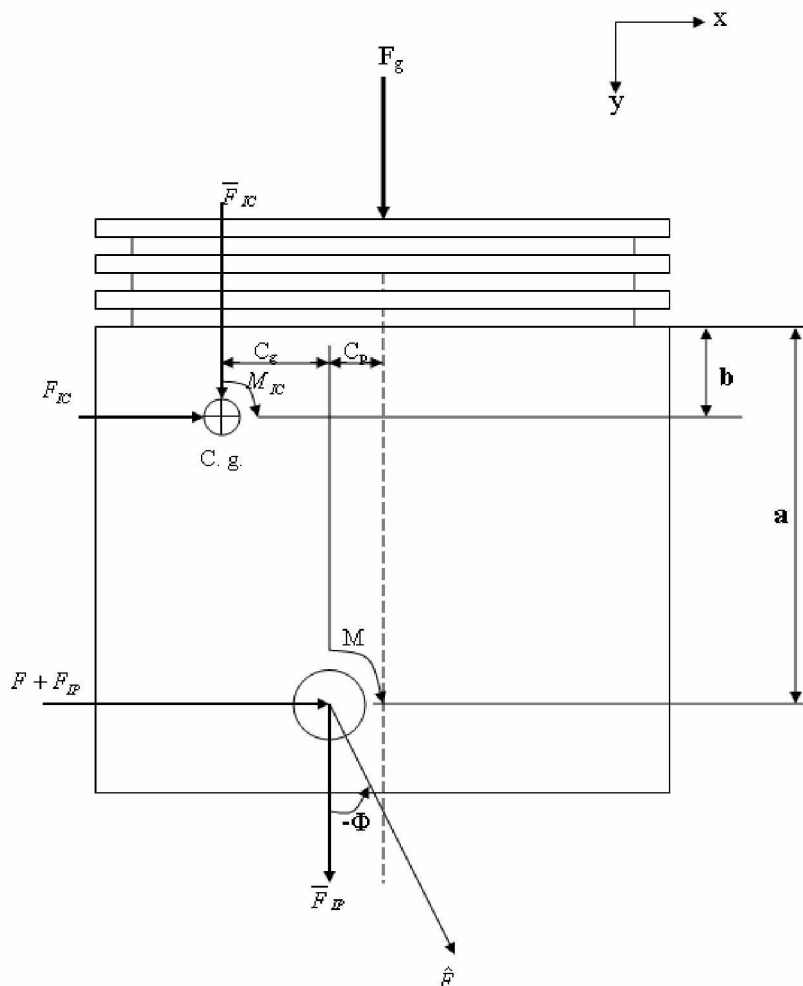


Figure 2.5 : Forces et moments agissant sur le piston

Les forces et les moments agissant sur le piston sont :

F_g : Force due à la combustion des gaz

\hat{F} : Force de connexion agissant constamment le long de la bielle

F, M : Force et moment résultant de la pression hydrodynamique développée dans le film d'huile

F_{IC}, M_{IC} : Forces et moments résultant de l'inertie du piston lors de son mouvement secondaire

F_{IP} : Force résultant de l'inertie de l'axe du piston lors de son mouvement secondaire. Il est supposé que l'axe du piston ne tourne pas, par conséquent son inertie de rotation n'est pas considérée ($M_{IP} = 0$).

$\bar{F}_{IC}, \bar{F}_{IP}$: Forces dues à l'inertie du piston et de son axe respectivement lors du mouvement axial du piston

L'équilibre des forces et des moments calculés par rapport à l'axe du piston dans le repère (x, y) se mouvant avec le piston requiert que :

$$\sum F_y = F_g + \bar{F}_{IP} + \bar{F}_{IC} + \hat{F} \cos \phi = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum F_x = F + F_{IP} + F_{IC} - \hat{F} \sin \phi = 0 \quad (2.6)$$

$$\sum M_{axe} = M + F_{IC}(a-b) + M_{IC} - \bar{F}_{IC}C_g + F_g C_p \quad (2.7)$$

L'élimination de \hat{F} des équations (2.5) et (2.6) donne l'équation des forces

$$-F_{IP} - F_{IC} = F + F_S \quad (2.8)$$

où F_S est la forces latérale de paroi, définie comme :

$$F_S = (F_g + \bar{F}_{IP} + \bar{F}_{IC}) \operatorname{tg} \phi \quad (2.9)$$

De manière similaire on obtient l'équation des moments

$$-M_{IC} - F_{IC}(a-b) = M + M_S \quad (2.10)$$

où M_S est le moment de basculement du piston selon l'angle α est défini par :

$$M_S = F_g C_p - \bar{F}_{IC} C_g \quad (2.11)$$

F_S et M_S dépendent de l'accélération axiale, la pression des gaz de combustion et de l'angle ϕ .

Pour un moteur tournant à vitesse de rotation stationnaire ω du vilebrequin, les forces d'inertie sont :

$$\bar{F}_{IP} = -m_{axe} \cdot \gamma_a \quad (2.12)$$

$$\bar{F}_{IC} = -m_{pist} \cdot \gamma_a \quad (2.13)$$

L'angle de connexion ϕ de la bielle est donné par [1,2]:

$$\phi = -\operatorname{arctg} \frac{B}{\sqrt{(l^2 - B^2)}} \quad (2.14)$$

Sachant que la force des gaz de combustion est connue ($F_g = P_g.A$, A aire du fond du piston, P_g pression des gaz) F_s et M_s peuvent être aisément déterminées à partir des équations (2.12), (2.13) et (2.14)

Les forces et moments d'inertie transversale dépendent de l'accélération du mouvement secondaire du piston. Elles sont données par :

$$F_{IP} = -m_{axe} \left[e_h + \frac{a}{L} (\ddot{\theta}_b - \ddot{\theta}_h) \right] \quad (2.15)$$

$$F_{IC} = -m_{pist} \left[e_h + \frac{b}{L} (\ddot{\theta}_b - \ddot{\theta}_h) \right] \quad (2.16)$$

$$M_{IC} = \frac{-I_{pist} (\ddot{\theta}_h - \ddot{\theta}_b)}{L} \quad (2.17)$$

Finalement, une substitution des équations ci-dessus dans les équations (2.8) et (2.10) donne les équations de mouvement secondaire :

$$\begin{bmatrix} m_{pist} \left(1 - \frac{b}{L}\right) + m_{axe} \left(1 - \frac{a}{L}\right) & m_{pist} \frac{b}{L} + m_{axe} \frac{a}{L} \\ \frac{I_{pist}}{L} + m_{pist} (a - b) \left(1 - \frac{b}{L}\right) & -\frac{I_{pist}}{L} + m_{pist} (a - b) \frac{b}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_h \\ \ddot{\theta}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F + F_s \\ M + M_s \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Les équations (2.18) constituent les équations de base du mouvement dynamique secondaire du piston. Ces équations sont couplées simultanément avec l'effet hydrodynamique décrit par les charges de portance F et M du film fluide.

2.2- Analyse hydrodynamique

La lubrification des parois du système piston – cylindre peut être décrite comme un ensemble des surfaces lubrifiées. Les charges hydrodynamiques supportant les charges dynamiques latérales résultant de l'intégration du champ de pression né dans les zones actives du film d'huile.

Dans notre cas les forces et moments F et M , sont dues à la pression hydrodynamique développée dans le film d'huile dans les portions de surfaces limitées par les arcs $-\theta_1$, θ_1 et θ_2 , $2\pi - \theta_2$ (fig. 2.1). La pression hydrodynamique est régie par l'équation de Reynolds, qui s'écrit avec l'hypothèse d'un film mince incompressible et écoulement laminaire [1,2].

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = -\bar{U} \left(\frac{(\varepsilon_b - \varepsilon_h) \cos \theta}{L} + \frac{\partial \bar{f}}{\partial y} \right) + \beta \left(\bar{\varepsilon}_h \cos \theta + (\bar{\varepsilon}_b - \bar{\varepsilon}_h) \frac{y}{L} \cos \theta \right) \quad (2.19)$$

\bar{h} , \bar{p} , \bar{U} , ε_h , ε_b , $\bar{\varepsilon}_h$ et $\bar{\varepsilon}_b$ respectivement les variables adimensionnelles définies dans la nomenclature. La condition de pression dans les zones inactives (pas de pression dans la zone) est donnée par :

$$\bar{p}(\bar{y}, \theta^*) = 0 \quad \theta_1 \leq \theta^* \leq \theta_2 \text{ (zone inactive)} \quad (2.20)$$

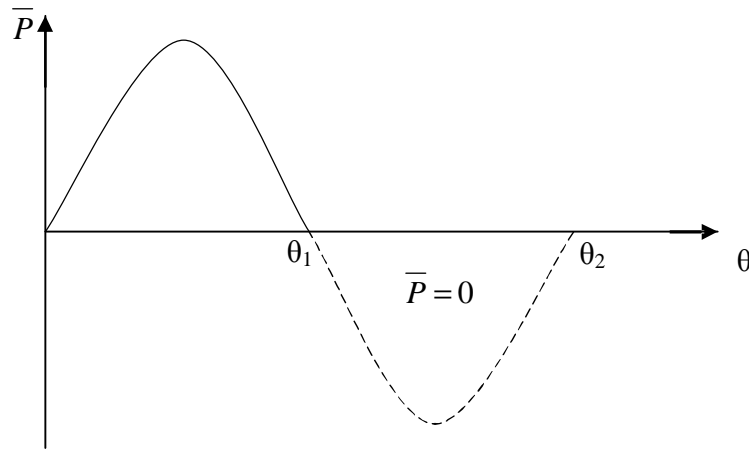


Figure 2.6 : Condition de pression dans la zone inactive

Aux points $\theta = 0$ et $\theta = \pi$, la pression est maximale et s'exprime par un gradient de pression nul [1,2].

$$\left. \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = \left. \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\pi} = 0 \quad (2.21)$$

La condition de symétrie de pression dans le film est donnée par :

$$\bar{p}(\bar{y}, -\theta) = \bar{p}(\bar{y}, \theta) \quad (2.22)$$

La pression est nulle sur le haut et le bas de la jupe

$$\bar{p}(0, \theta) = \bar{p}(L, \theta) = 0 \quad (2.23)$$

Puisque e_h et e_b sont très petits devant L , l'épaisseur dimensionnée du film d'huile est approchée par :(annexe II)

$$h = c + e_h(t) \cos \theta + \frac{y}{L} [e_b(y) - e_h(y)] \cos \theta + f(y, \theta) \quad (2.24)$$

où c est le jeu radial nominal entre le piston et le cylindre, $f(y, \theta)$ est le profil de la surface de la jupe du piston. Ce profil est mesuré à partir de la surface d'un cylindre de base de rayon R

représentant le piston. Le profil de la jupe $f(y, \theta)$ est construit dans le but d'obtenir une lubrification performante de la jupe durant le mouvement alternatif du piston. Ce profil tient également compte de la rugosité de la surface de contact.

Sous forme adimensionnelle l'équation (2.24) s'écrit :

$$\bar{h} = 1 + \varepsilon_h(\bar{t}) \cos \theta + \frac{\bar{y}}{L} [\varepsilon_b(\bar{t}) - \varepsilon_h(\bar{t})] \cos \theta + \bar{f}(\bar{y}, \theta) \quad (2.25)$$

La pression totale \bar{p} est obtenue peut être considérée comme la somme de trois termes de pression [1,2]

$$\bar{p}(\bar{t}) = -\bar{U}(\bar{t})\bar{p}_u + \bar{g}_h(\bar{t})\bar{p}_{1c} + [\bar{g}_h(\bar{t}) - \bar{g}_b(\bar{t})]\bar{p}_{2c} \quad (2.26)$$

où chacun des termes représente la pression d'un mouvement simple :

\bar{p}_u Pression adimensionnée dans le cas de mouvement hydrodynamique axial.

\bar{p}_{1c} et \bar{p}_{2c} Pressions adimensionnées dans le cas de mouvement hydrodynamique secondaire de translation et de rotation respectivement.

Ces pressions sont des solutions respectives des équations de Reynolds pour chacun des mouvements suivants :

a) Mouvement axial ou mouvement de glissement du piston

\bar{p}_u est la solution de l'équation de Reynolds pour le mouvement axial

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_u}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_u}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_h}{L} \cos \theta + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{y}} \quad (2.27)$$

b) Mouvement de translation ou d'écrasement

\bar{p}_{1c} est la solution de l'équation de Reynolds pour le mouvement secondaire de translation latérale.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_{1c}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_{1c}}{\partial \bar{y}} \right) = \beta \cos \theta \quad (2.28)$$

c) Mouvement de rotation

\bar{p}_{2c} est la solution de l'équation de Reynolds pour le mouvement secondaire de rotation.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_{2c}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^{-3} \frac{\partial \bar{p}_{2c}}{\partial \bar{y}} \right) = \beta \frac{\bar{y}}{L} \cos \theta \quad (2.29)$$

2.2.1- Analyse du mouvement hydrodynamique axial

Le mouvement axial est obtenu par le déplacement alternatif du piston entre le PMH et le PMB. Ce mouvement est défini par l'équation :

$$\varepsilon_h^{ax} = \varepsilon_b^{ax} = k \quad (2.30)$$

où :

k est nul si le mouvement axial est un mouvement axial pur, k est non nul si le mouvement est considéré comme global.

ε_h^{ax} et ε_b^{ax} sont les excentricités du haut et du bas de la jupe au mouvement axial.

La zone de pression active dépend du sens de déplacement du piston.

i) si $\bar{U}(\bar{t}) > 0$ la zone active 2 (fig. 2.7) est définie par les deux domaines fluides 3D de pression suivant :

- Le domaine ayant pour section transversale l'angle fluide de pression $(-\theta_1, \theta_1)$, dans la direction circonférentielle θ , et une hauteur égale à $\frac{L}{2}$ délimitée par l'intervalle $\left(\frac{L}{2}, L\right)$ dans la direction y .
- Le domaine ayant pour section transversale l'angle fluide de pression $(\theta_2, 2\pi - \theta_2)$ avec une hauteur identique au domaine fluide ci-dessus.

ii) si $\bar{U}(\bar{t}) < 0$, la zone active est la zone 1 définie comme la zone 2 par les deux domaines fluides 3D avec une hauteur égale à $\frac{L}{2}$ délimité dans l'intervalle $\left(0, \frac{L}{2}\right)$

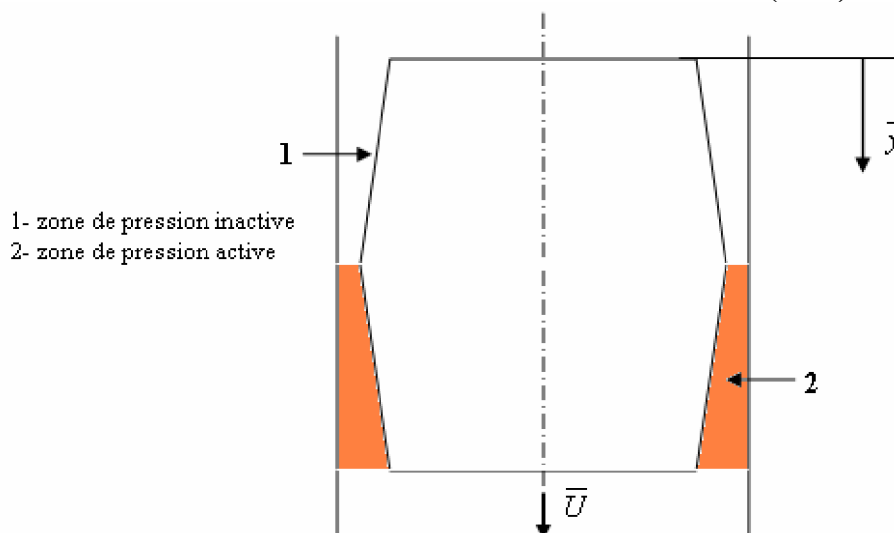


Figure 2.7 : Zone de pression active avec vitesse positive

La zone de pression active existe ainsi quelque soit le sens de déplacement du piston dans le cylindre. Cela est possible grâce au profil que l'on a adopté et qui permet la formation du coin d'huile entre les surfaces en mouvement. La géométrie la plus simple d'un tel profil est montrée sur la figure 2.8.

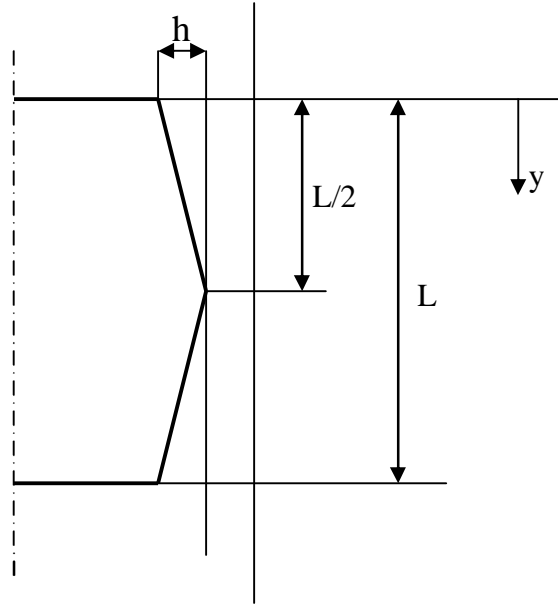


Figure 2.8 : Profil adopté de la jupe

Le profil adopté est linéaire selon \bar{y} et axisymétrique selon la direction circumférentielle. Il est donné par les équations suivantes :

$$f(y) = \begin{cases} h \left(1 - \frac{2y}{L} \right) & 0 \leq y \leq \frac{L}{2} \\ h \left(\frac{2y}{L} - 1 \right) & \frac{L}{2} \leq y \leq L \end{cases} \quad (2.31)$$

Pour être introduites dans l'équation (2.25), les équations du profil doivent être écrites sous forme adimensionnelle. Les équations (2.31) deviennent :

$$\bar{f}(\bar{y}) = \begin{cases} \bar{h} \left(1 - \frac{2\bar{y}}{\bar{L}} \right) & 0 \leq \bar{y} \leq \frac{\bar{L}}{2} \\ \bar{h} \left(\frac{2\bar{y}}{\bar{L}} - 1 \right) & \frac{\bar{L}}{2} \leq \bar{y} \leq \bar{L} \end{cases} \quad (2.32)$$

2.2.2- Le mouvement hydrodynamique de translation latéral

Le mouvement hydrodynamique latéral de translation ou mouvement d'écrasement est obtenu par le déplacement latéral du piston dans le confinement du jeu radial c (Fig. 2.9). Ce mouvement s'exprime par les équations suivantes :

$$\varepsilon_h^{Lat} = \varepsilon_b^{Lat} = d \quad (2.33)$$

où d représente la valeur algébrique du déplacement latéral du piston par rapport à l'axe du cylindre, ε_h^{Lat} et ε_b^{Lat} sont les déplacements du haut et du bas de la jupe lors du mouvement latéral du piston. La position de la zone de pression active dépend du sens de déplacement du piston.

- i) si $d < 0$ la zone active est définie par le domaine fluide 3D ayant pour section l'angle fluide $(-\theta_1, \theta_1)$ et pour toute la longueur L de la jupe.
- ii) Si $d > 0$ (cas de la figure 2.9) la zone active définie par le domaine 3D ayant pour section l'angle fluide de pression $(\theta_2, 2\pi - \theta_2)$ et pour toute la longueur L de la jupe.

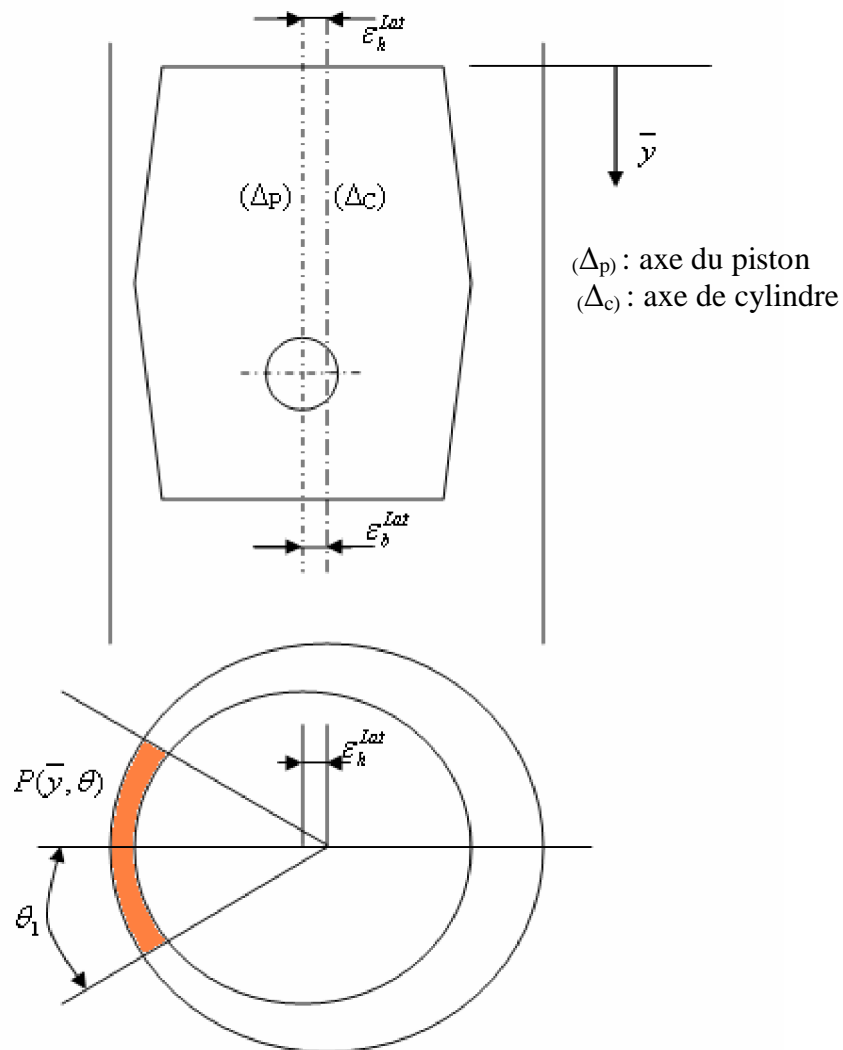


Figure 2.9 : Le mouvement de translation latéral du piston

où $\varepsilon_h^{Lat}, \varepsilon_b^{Lat}$: excentricités du haut et du bas de la jupe de piston

2.2.3- Le mouvement hydrodynamique de rotation

Ce mouvement est défini par le basculement du piston autour de son axe (Fig. 2.10). Ce mouvement génère des zones de pression du côté de poussée maximale en $\theta = 0$ et du côté de poussée minimale en $\theta = \pi$.

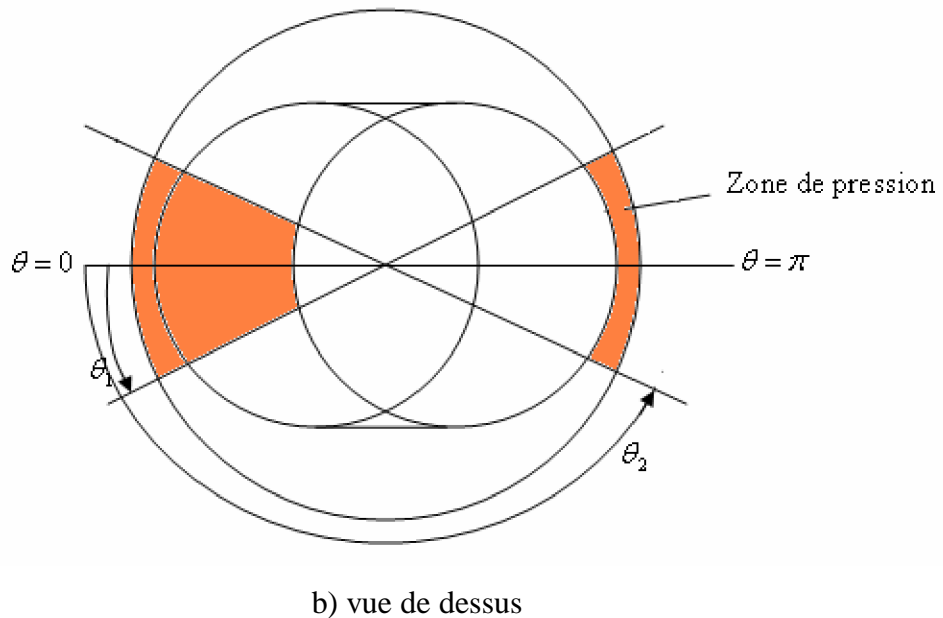
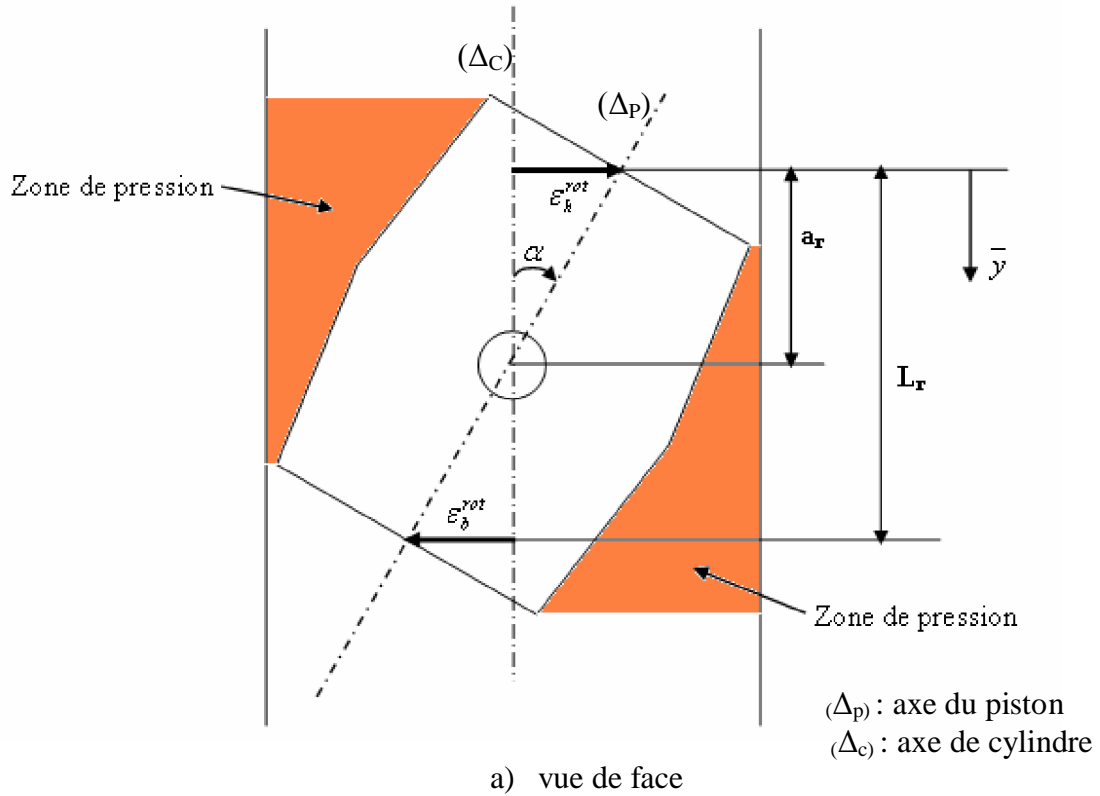


Figure 2.10 : Le mouvement hydrodynamique de rotation pure

où $\epsilon_h^{rot}, \epsilon_b^{rot}$: excentricités du haut et du bas de la jupe de piston

Ce mouvement peut être formulé par les équations suivantes :

$$e_h^{rot} = \alpha a \quad (2.34)$$

$$e_b^{rot} = -(L - a)\alpha \quad (2.35)$$

où α est l'angle de rotation ou de basculement du piston autour de son axe.

Les relations liant les excentricités dimensionnelles et adimensionnelles sont données par :

$$e_h^{rot} = \varepsilon_h^{rot} c$$

$$e_b^{rot} = \varepsilon_b^{rot} c$$

Introduisant les valeurs des excentricités dans les équations (2.34) et (2.35), les excentricités adimensionnelles du haut et de bas de la jupe s'écrivent :

$$\varepsilon_h^{rot} = \alpha \frac{a}{c} \quad (2.36)$$

$$\varepsilon_b^{rot} = -\frac{(L - a)\alpha}{c} = -\left(\frac{L}{a} - 1\right) \varepsilon_h^{rot} \quad (2.37)$$

Les zones de pression active sont montrées en couleur grise de remplissage dans la figure 2.10.

2.2.4- Le mouvement hydrodynamique global

Le mouvement hydrodynamique global, défini par le couple d'excentricités e_h et e_b , est obtenu par la superposition des mouvements introduits ci-dessus

$$e_h = e_h^{ax} + e_h^{Lat} + e_h^{rot} \quad (2.38)$$

$$e_b = e_b^{ax} + e_b^{Lat} + e_b^{rot} \quad (2.39)$$

La superposition des trois mouvements est donnée par la figure 2.11.

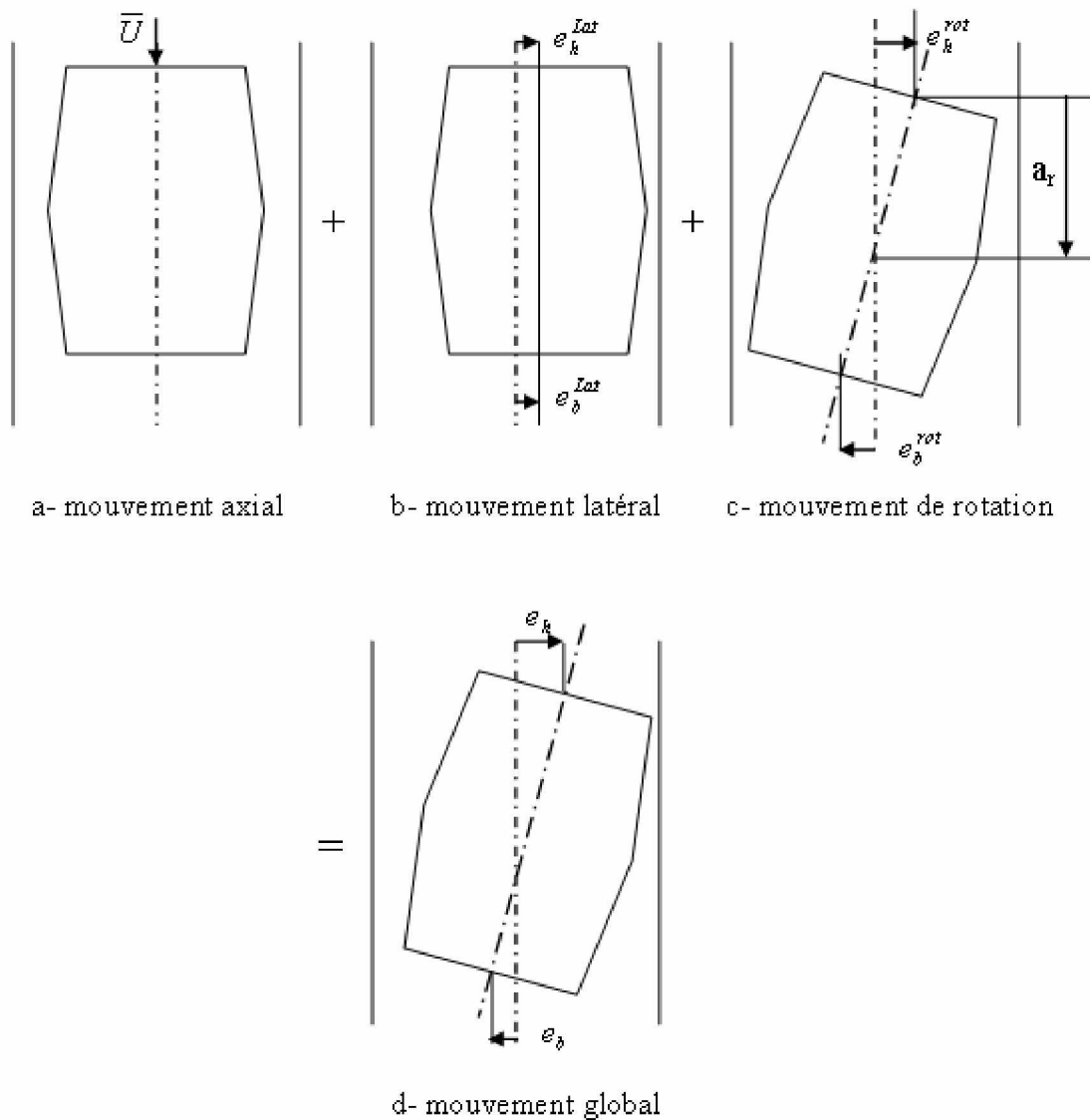


Figure 2.11 : Le mouvement hydrodynamique global

Introduisant les relations (2.36) et (2.37) dans les relations (2.38) et (2.39) le mouvement composé a pour équations :

$$\varepsilon_h = \varepsilon_h^{ax} + \varepsilon_h^{Lat} + \varepsilon_h^{rot} \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b^{ax} + \varepsilon_b^{Lat} - \left(\frac{L}{a} - 1 \right) \varepsilon_b^{rot} \quad (2.41)$$

Les relations inverses des équations (2.40) et (2.41) permettent d'obtenir les mouvements composés en fonction du mouvement global.

i) Mouvement axial

Les équations restent inchangées et sont donnés par l'équation (2.30)

ii) Mouvement latéral de translation

$$\varepsilon_h^{Lat} = \varepsilon_h^{Lat} + \varepsilon_b^{Lat} = \varepsilon_h(1 - cte) + \varepsilon_b cte \quad (2.42)$$

où : $cte = \frac{a}{L}$

iii) Mouvement de rotation

$$\varepsilon_h^{rot} = \varepsilon_h cte - \varepsilon_b cte \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_h^{rot} = \varepsilon_h (cte - 1) + \varepsilon_b (1 - cte) \quad (2.44)$$

2.2.5- Charges hydrodynamiques

Les charges sont calculées instantanément séparément pour chaque modèle hydrodynamique. La charge totale est obtenue par la superposition des différents cas de chargement.

Les différentes pressions \bar{p}_u , \bar{p}_{1c} et \bar{p}_{2c} sont déterminées par la résolution des équations de Reynolds (2.27), (2.28) et (2.29). Elles sont ensuite intégrées pour trouver les forces adimensionnées \bar{F}_u , \bar{F}_{1c} , \bar{F}_{2c} et les moments \bar{M}_u , \bar{M}_{1c} et \bar{M}_{2c} calculées par rapport à l'axe du piston. Pour un mouvement composé les charges hydrodynamiques ont pour expression [1,2].

$$\bar{F}_\} = 2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^\pi \bar{p}_\} \cos\theta d\theta d\bar{y} \quad (2.45)$$

$$\bar{M}_\} = 2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^\pi \bar{p}_\} (\bar{a} - \bar{y}) \cos\theta d\theta d\bar{y} \quad (2.46)$$

où l'indice } prend les valeurs u, 1c et 2c qui correspondent respectivement aux mouvements : axial, latéral de translation et de rotation.

i) charges hydrodynamiques du mouvement axial

Les forces hydrodynamiques dépendent de la position de la zone active de pression. Cette dernière dépend du sens de déplacement axial du piston ou encore de la vitesse. Dans le cas de la vitesse axiale positive (fig. 2.12), le piston se déplace du PMH vers PMB, on a les forces hydrodynamiques :

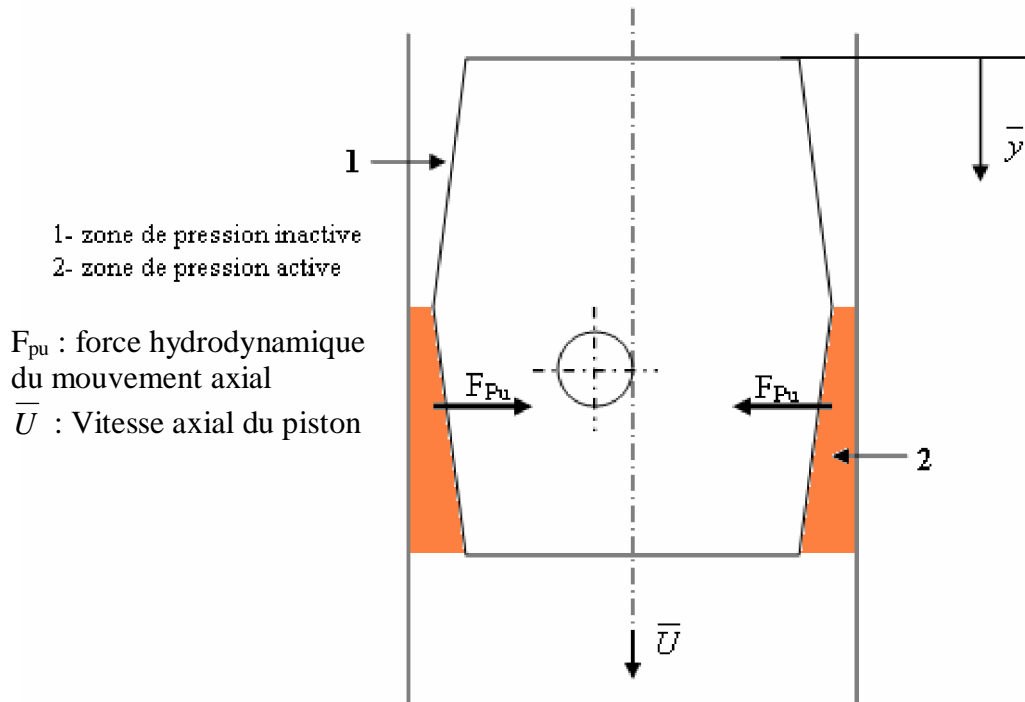


Figure 2.12 : Forces hydrodynamiques du mouvement axial

- Zone inactive 1 : $F_{pu} = 0$
- Zone active 2 : les forces et les moments sont données par les équations (2.45) et (2.46) avec $\bar{p}_\gamma = \bar{p}_u$ et $\bar{F}_\gamma = \bar{F}_u$ dans chacun des deux domaines ayant pour section correspond aux angles fluides des pression $(-\theta_1, \theta_1)$ et $(\theta_2, 2\pi - \theta_2)$

Si la vitesse axiale est négative, les forces hydrodynamiques sont situées dans la zone 1.

ii) charge hydrodynamique du mouvement de translation latéral

Cas $d < 0$:

Dans ce cas les excentricités sont négatives (fig. 1.13). La force hydrodynamique est nulle dans la zone 2. Dans la zone de pression 1, les charges hydrodynamiques F_{Lat} et M_{Lat} sont données par les relations (2.45) et (2.46) avec $\bar{p}_\gamma = \bar{p}_{1c}$ et $\bar{F}_\gamma = \bar{F}_{1c}$

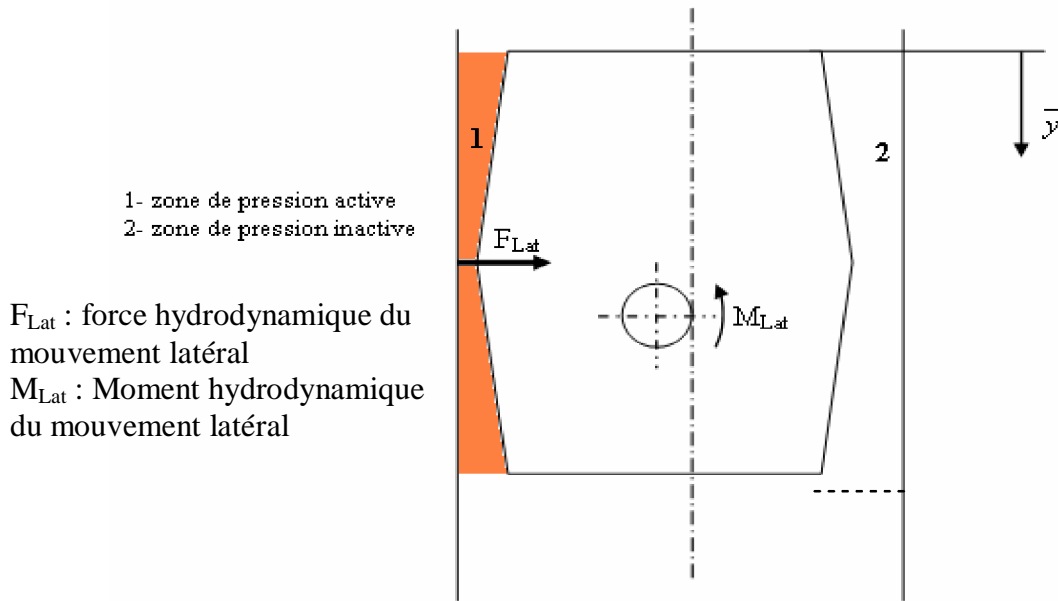


Figure 2.13 : Forces hydrodynamiques du mouvement latéral

Cas $d > 0$: Les excentricités sont positives, les charges de pression sont situées dans la zone active 2 et sont données par les équations (2.45) et (2.46).

iii) Charges hydrodynamiques du mouvement de rotation

Dans ce cas les forces hydrodynamiques existent dans les deux zones de pression 1 et 2 définies comme précédemment, leurs valeur sont données par les expressions (2.45) et (2.46) avec $\bar{p}_y = \bar{p}_{2c}$ et $\bar{F}_y = \bar{F}_{2c}$, où $F_{rot}^1, M_{rot}^1, F_{rot}^2$ et M_{rot}^2 sont les forces et moments hydrodynamiques résultant au mouvement de rotation correspond aux zones de pression 1 et 2 respectivement.

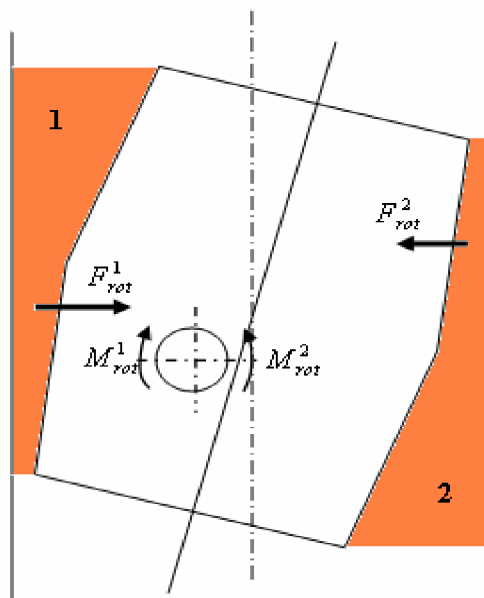


Figure 2.14 : Forces hydrodynamique du mouvement de rotation

iv) Charges hydrodynamiques globales

Les charges hydrodynamiques de chacun des mouvements étant déterminées, les charges hydrodynamiques adimensionnées globales F et M sont données par :

$$\bar{F} = -\bar{F}_u \bar{U} + \bar{g}_h(\bar{t}) \bar{F}_{1c} + [\bar{g}_b(\bar{t}) - \bar{g}_h(\bar{t})] \bar{F}_{2c} \quad (2.47)$$

$$\bar{M} = -\bar{M}_u \bar{U} + \bar{g}_h(\bar{t}) \bar{M}_{1c} + [\bar{g}_b(\bar{t}) - \bar{g}_h(\bar{t})] \bar{M}_{2c} \quad (2.48)$$

Et en fonction des vitesses latérales dimensionnées :

$$F = -F_u \bar{U} + \frac{\bar{g}_h(\bar{t})}{c} F_{1c} + \frac{[\bar{g}_b(\bar{t}) - \bar{g}_h(\bar{t})]}{c} F_{2c} \quad (2.49)$$

$$M = -M_u \bar{U} + \frac{\bar{g}_h(\bar{t})}{c} M_{1c} + \frac{[\bar{g}_b(\bar{t}) - \bar{g}_h(\bar{t})]}{c} M_{2c} \quad (2.50)$$

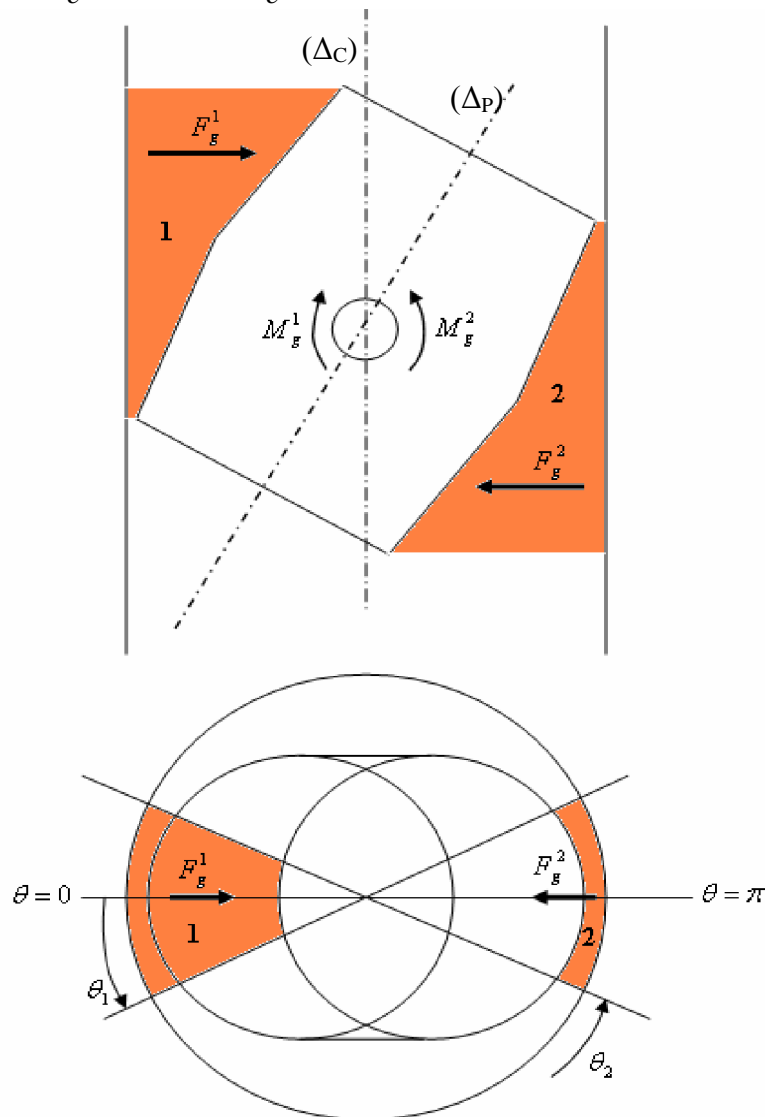


Figure 2.15 : Forces hydrodynamiques globales

où F_g^1, M_g^1, F_g^2 et M_g^2 sont les forces et moments hydrodynamiques globales correspond aux zones de pression 1 et 2 respectivement.

2.2.6- Force de frottement global

Dans le mouvement du piston, la force visqueuse de frottement instantanée peut être calculée selon la formule suivante [1] :

$$\bar{f} = -2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^{\pi} \left(3\bar{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\bar{U}}{\bar{h}} \right) d\theta d\bar{y} \quad (2.51)$$

2.2.7- Equation de la perte de puissance instantanée

La perte de puissance instantanée est donnée par [1] :

$$\bar{P}_p = -\bar{f}\bar{U} \quad (2.52)$$

L'intégration de la formule (2.52) nous permet de calculer la perte de puissance moyenne dans le cycle de moteur, ce dernière est donnée par :

$$\bar{P}_{pm} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \bar{f}\bar{U} d\bar{t} \quad (2.53)$$

Chapitre 3

METHODE D'ANALYSE HYDRODYNAMIQUE

Introduction

On présente dans ce chapitre la méthode d'analyse hydrodynamique du modèle de piston. Un code de calcul, écrit en Fortran, prenant en charge la résolution complète du modèle hydrodynamique, est développé. Les différents organigrammes ainsi que l'organigramme principal de calcul du mouvement secondaire, sont présentés dans ce chapitre.

3.1- Méthode de résolution

Le mouvement dynamique de piston, régi par le système d'équations non linéaires du second ordre (2.18), se présente comme un problème de valeurs initiales. Les excentricités recherchées sont cycliques et se répètent identiquement sur une période de temps qui correspond à un cycle moteur, c'est-à-dire une rotation de 4π du vilebrequin.

Au lieu de résoudre ce système par des méthodes d'intégration directe, on utilise la méthode numérique itérative suivante :

3.1.1- Déterminer la solution sans effet inertiel

Dans une première étape la solution est recherchée dans le cas où l'on suppose que les forces d'inertie sont nulles, c'est-à-dire que l'on a :

$$\vec{u}_h = \vec{u}_b = 0$$

Le système d'équation du second ordre (2.18) devient alors un système du premier ordre non linéaire en e_h , e_b , \vec{d}_h et \vec{d}_b .

i) Le système d'équation de premier ordre

Si on élimine les termes d'inertie le système d'équations (2.18) s'écrit :

$$\begin{cases} F + F_S \\ M + M_S \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

F et M sont les forces hydrodynamiques données par les équations (2.47) à (2.50), sont fonctions de e_h , e_b , \bar{d}_h et \bar{d}_b tandis que F_S et M_S sont les forces latérales de paroi qui ne dépendent que des données du mouvement primaire ou axial. Ces forces sont donc indépendantes de e_h , e_b , \bar{d}_h et \bar{d}_b . Ici la position du piston (e_h , e_b) au début de chaque étape de temps est connue. La vitesse latérale correspondant (\bar{d}_h , \bar{d}_b) est reliée à la pression du piston sous la forme fonctionnelle suivante :

$$\begin{cases} F[\bar{d}_h(\bar{t}), \bar{d}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \\ M[\bar{d}_h(\bar{t}), \bar{d}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \end{cases} - \begin{cases} F_S(\bar{t}) \\ M_S(\bar{t}) \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

où F et M sont des fonctionnelles données par les équations (2.35) à (2.38).

ii) Méthode de résolution du système d'équations du premier ordre

L'équation (3.2) est non linéaire et doit être résolue à chaque pas de temps (correspondant au pas de la rotation du vilebrequin) par la méthode itérative de Newton – Raphson. A la $i^{\text{ème}}$ itération une nouvelle vitesse du piston est donnée par :

$$\begin{cases} \bar{d}_h \\ \bar{d}_b \end{cases}^{(i+1)} = \begin{cases} \bar{d}_h \\ \bar{d}_b \end{cases}^{(i)} - \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \bar{d}_h} & \frac{\partial F}{\partial \bar{d}_b} \\ \frac{\partial M}{\partial \bar{d}_h} & \frac{\partial M}{\partial \bar{d}_b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} F^{(i)} - F_S \\ M^{(i)} - M_S \end{cases} \quad (3.3)$$

Les dérivées partielles sont obtenues par dérivation des équations (2.47) et (2.48). Une fois déterminée la vitesse du piston, les excentricités, donnant la position transversale du piston à la fin de l'étape de temps actuelle, sont donnée par les formules d'Euler :

$$e_h(\bar{t} + \Delta\bar{t}) = e_h(\bar{t}) + \Delta\bar{t} \cdot \bar{d}_h(\bar{t}) \quad (3.4)$$

$$e_b(\bar{t} + \Delta\bar{t}) = e_b(\bar{t}) + \Delta\bar{t} \cdot \bar{d}_b(\bar{t}) \quad (3.5)$$

3.1.2- Résolution avec effet inertiel

Une fois la solution $[e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})]$, obtenue dans le cas où les forces d'inertie ne sont pas prise en compte, est cyclique c'est-à-dire :

$$e_h(\bar{t}) = e_h(\bar{t} + 4\pi) \quad (3.6)$$

$$e_b(\bar{t}) = e_b(\bar{t} + 4\pi) \quad (3.7)$$

On forme de nouveau système d'équations différentielles du premier ordre semblable au système d'équations (3.2). Les accélérations latérales $\ddot{\theta}_h(\bar{t})$ et $\ddot{\theta}_b(\bar{t})$ sont calculées par la méthode des différences finies à partir de la solution $\dot{\theta}_h(\bar{t})$, $\dot{\theta}_b(\bar{t})$, $e_h(\bar{t})$ et $e_b(\bar{t})$.

La solution est alors recalculée avec les forces additionnelles d'inertie. Cette procédure est répétée jusqu'à ce que une précision sur $\ddot{\theta}_h(\bar{t})$ et $\ddot{\theta}_b(\bar{t})$ soit satisfaite ou une précision sur l'équation (2.18) soit atteinte.

Dans ce dernier cas on utilise la méthode qui consiste à déterminer le résidu de l'équation (2.18) en introduisant à chaque pas de temps la solution dans cette équation puis à comparer la valeur obtenue avec la précision donnée.

Dans la procédure d'obtention de chaque solution cyclique l'équation du premier ordre provenant de l'équation (3.2) se met sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} F[\dot{\theta}_h(\bar{t}), \dot{\theta}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \\ M[\ddot{\theta}_h(\bar{t}), \ddot{\theta}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_s(\bar{t}) \\ M_s(\bar{t}) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{inert} \\ M_{inert} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

où $\begin{Bmatrix} F_{inert} \\ M_{inert} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{IP} + F_{IC} \\ M_{IC} \end{Bmatrix}$ est la charge d'inertie dont les différents termes F_{IP} , F_{IC} et M_{IC}

valeur est donnée par les équations (2.15) à (2.17), qui peuvent encore s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} F_{inert} \\ M_{inert} \end{Bmatrix} = [M] \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_h \\ \ddot{\theta}_b \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\text{où } [M] = \begin{bmatrix} m_{pist} \left(1 - \frac{b}{L}\right) + m_{axe} \left(1 - \frac{a}{L}\right) & m_{pist} \frac{b}{L} + m_{axe} \frac{a}{L} \\ \frac{I_{pist}}{L} + m_{pist} (a-b) \left(1 - \frac{b}{L}\right) & -\frac{I_{pist}}{L} + m_{pist} (a-b) \frac{b}{L} \end{bmatrix}$$

De même ici la position du piston (e_h , e_b) au début d'un étape de temps est connue. La vitesse latérale correspondante ($\dot{\theta}_h$, $\dot{\theta}_b$) est liée à la position du piston sous la forme fonctionnelle de l'équation (3.8), qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} F[\dot{\theta}_h(\bar{t}), \dot{\theta}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \\ M[\ddot{\theta}_h(\bar{t}), \ddot{\theta}_b(\bar{t}), e_h(\bar{t}), e_b(\bar{t})] \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_e(\bar{t}) \\ M_e(\bar{t}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

$F_e(\bar{t})$ et $M_e(\bar{t})$ représentent la somme des forces et des moments d'inertie et latérales de paroi.

Le reste du calcul se fait alors de manière identique au cas de la solution sans effet inertielle. On peut maintenant établir les organigrammes de code de calcul et en premier lieu l'organigramme principal.

3.2- Algorithme de résolution de modèle hydrodynamique

La solution (e_h , e_b) est donnée par l'algorithme suivant :

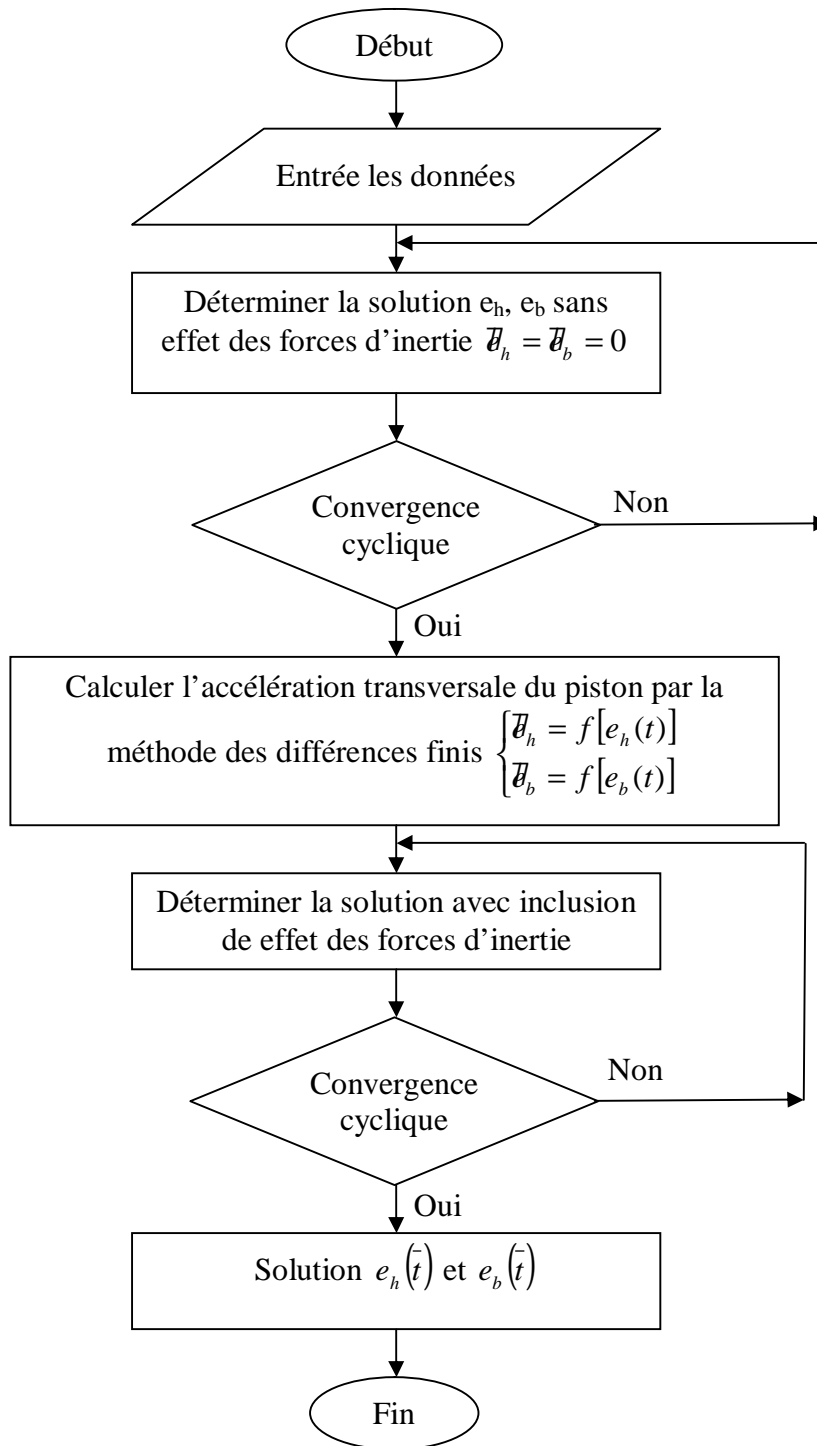


Figure 3.1 : Organigramme principal de résolution

La procédure d'obtention de la solution cyclique est donnée par l'organigramme suivant :

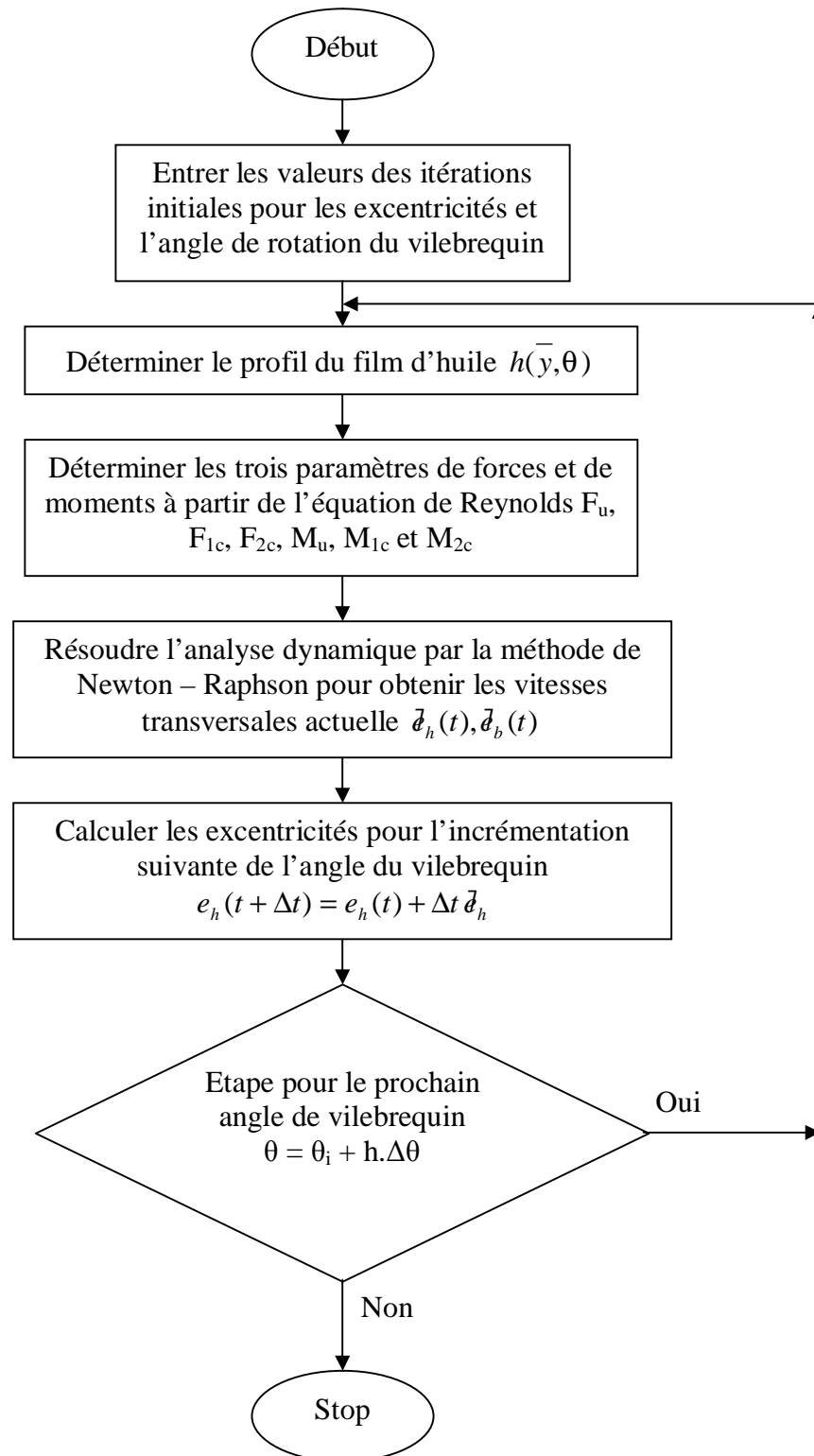


Figure 3.2 : Organigramme schématique de la solution cyclique

La procédure d'obtention de la solution cyclique se base principalement sur la performance du mouvement hydrodynamique. On a vu que le mouvement hydrodynamique peut être décomposé en trois mouvement simples : axial, de translation latéral et de rotation. Dans ces mouvements on a besoin de algorithme de Newton - Raphson suivant :

3.3- Algorithme de Newton – Raphson modifié

L'algorithme de Newton – Raphson modifié est utilisé pour résoudre le système d'équations non linéaires (3.10). Les inconnues sont les vitesses transversales $\bar{v}_h(\bar{t})$, $\bar{v}_b(\bar{t})$. Comme l'indique l'organigramme principal, la méthode de Newton – Raphson est appliquée à chaque itération angulaire du vilebrequin. Chaque pas angulaire correspond à un pas de temps adimensionné $\bar{t} = t.\omega$, ω étant la vitesse de rotation du moteur.

L'utilisation de la méthode de Newton – Raphson est essentielle à cette étape, elle permet de corriger dans l'équation (3.10) les vitesses actuelles par des nouvelles vitesses qui correspondent aux excentricités obtenues à la fin de l'étape précédente. Dans l'équation (3.7), on a vu que les quantités $F^{(i)}$ et $M^{(i)}$ sont données à la $i^{\text{ème}}$ itération par :

$$F^{(i)} = -F_u \bar{U} + \bar{g}_h^{(i)}(\bar{t})F_{1C}^{(i)} + [\bar{g}_b^{(i)}(\bar{t}) - \bar{g}_h^{(i)}(\bar{t})]F_{2C}^{(i)} \quad (3.11)$$

$$M^{(i)} = -M_u \bar{U} + \bar{g}_h^{(i)}(\bar{t})M_{1C}^{(i)} + [\bar{g}_b^{(i)}(\bar{t}) - \bar{g}_h^{(i)}(\bar{t})]M_{2C}^{(i)} \quad (3.12)$$

Les termes (F_u, M_u) , $(F_{1C}^{(i)}, M_{1C}^{(i)})$ et $(F_{2C}^{(i)}, M_{2C}^{(i)})$ sont les charges obtenues par les trois mouvements respectifs. Le processus itératif de calcul présenté sous la forme de l'équation (3.10) n'offre guère d'intérêt puisqu'on doit inverser la matrice Jacobinne à chaque itération i . Une procédure équivalente est la méthode de Newton – Raphson modifié, l'algorithme de cette méthode est le suivant :

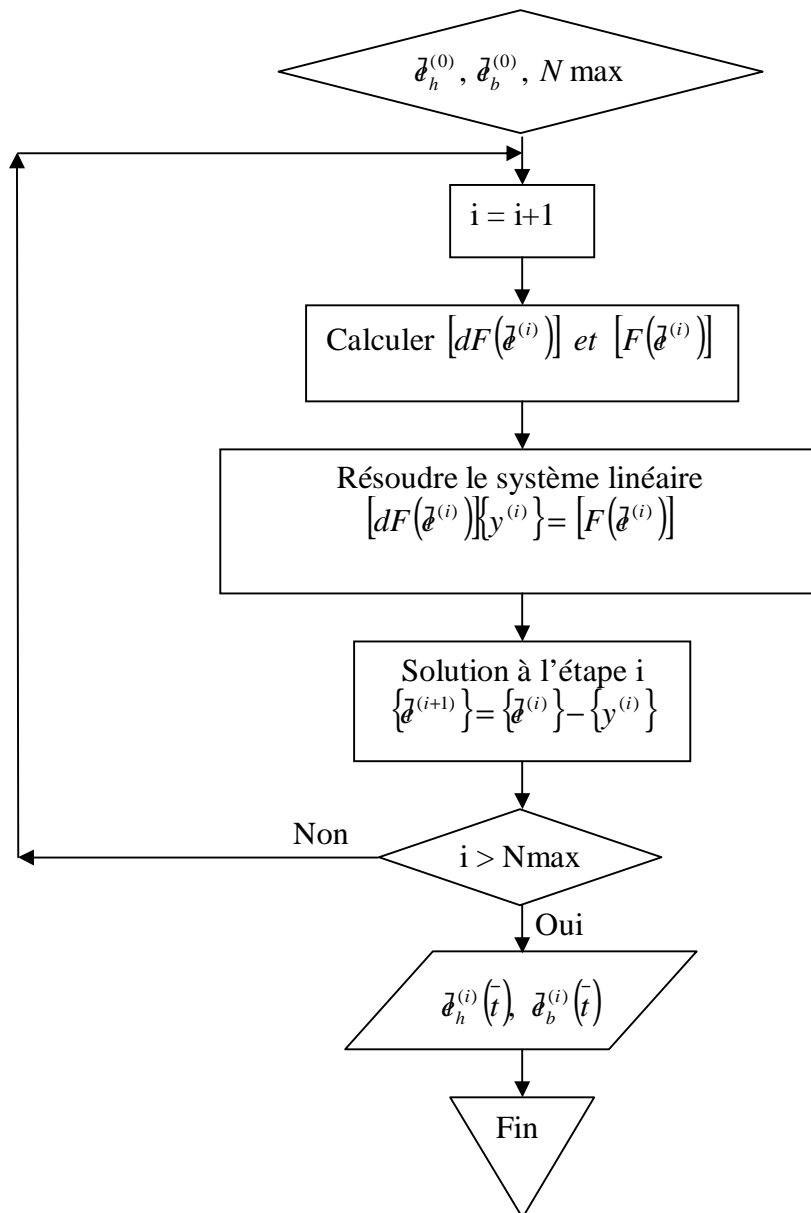


Figure 3.3 : Organigramme de Newton – Raphson modifié

$$\text{où } \{F(\bar{\vartheta}^{(i)})\} = \begin{Bmatrix} F^{(i)} - F_e \\ M^{(i)} - M_e \end{Bmatrix} \text{ et } \{dF(\bar{\vartheta}^{(i)})\} = \begin{Bmatrix} \frac{F^{(i)}}{\partial \bar{\vartheta}} - \frac{F_e}{\partial \bar{\vartheta}} \\ \frac{M^{(i)}}{\partial \bar{\vartheta}} - \frac{M_e}{\partial \bar{\vartheta}} \end{Bmatrix}$$

3.4- Résolution de l'équation de Reynolds pour le système piston – cylindre

Le but de la résolution de l'équation de Reynolds est de déterminer les forces hydrodynamiques \bar{F} et \bar{M} . Ces forces, une fois déterminées, seront introduites dans l'équation dynamique (2.18). On rappelle que l'équation dynamique est résolue à chaque pas angulaire du vilebrequin selon le processus itératif donné par l'organigramme principal du modèle hydrodynamique et ce en vue d'avoir les excentricité e_h et e_b . Pour obtenir les forces hydrodynamique il faut obtenir la pression dans le film d'huile en résolvant l'équation de Reynolds. La pression est obtenue si on connaît l'épaisseur du film lubrifiant. Le processus de résolution est donc itératif. La résolution de l'équation se fait à l'aide de la méthode des différences finies.

3.4.1- Méthode de résolution de l'équation de Reynolds

Utilisant un schéma 2D de différences finies centrées, les différents termes de l'équation de Reynolds, relatives aux variables \bar{y} et θ , auxquelles correspondent les indices de discrétisation i et j respectifs du maillage de différence finie, peuvent être obtenus par le calcul en chaîne suivant :

- En dérivant par rapport à la variable axiale \bar{y}

$$\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \right) = 3\bar{h}^{-2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{y}^2} \quad (3.13)$$

- Puis en discrétisant les termes du second membre par différences finis

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} = \frac{\bar{p}_{i+1,j} - \bar{p}_{i-1,j}}{2\Delta \bar{y}} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{y}^2} = \frac{\bar{p}_{i+1,j} - 2\bar{p}_{i,j} + \bar{p}_{i-1,j}}{\Delta \bar{y}^2} \quad (3.15)$$

Le premier terme de l'équation (2.19) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \right) &= 3\bar{h}^{-2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{p}_{i+1,j}}{2\Delta \bar{y}} - \frac{\bar{p}_{i-1,j}}{2\Delta \bar{y}} \right) + \frac{\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} \bar{p}_{i+1,j} + \frac{\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} \bar{p}_{i-1,j} - \frac{2\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} \bar{p}_{i,j} \\ &= \bar{p}_{i+1,j} \left(\frac{3\bar{h}^{-2}}{2\Delta \bar{y}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} \right) + \bar{p}_{i-1,j} \left(\frac{\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} - \frac{3\bar{h}^{-2}}{2\Delta \bar{y}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{y}} \right) - \frac{2\bar{h}^3}{\Delta \bar{y}^2} \bar{p}_{i,j} \end{aligned} \quad (3.16)$$

De même en changeant la variable \bar{y} en θ le deuxième terme de l'équation (2.19) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) = \bar{p}_{i,j+1} \left(\frac{3\bar{h}^{-2}}{2\Delta \theta} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + \frac{\bar{h}^3}{\Delta \theta^2} \right) + \bar{p}_{i,j-1} \left(\frac{\bar{h}^3}{\Delta \theta^2} - \frac{3\bar{h}^{-2}}{2\Delta \theta} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \right) - \frac{2\bar{h}^3}{\Delta \theta^2} \bar{p}_{i,j} \quad (3.17)$$

Finalemment l'équation (2.19) s'écrit sous forme discrète condensée

$$\bar{p}_{i,j}A_{i,j} + \bar{p}_{i+1,j}B_{i,j} + \bar{p}_{i-1,j}C_{i,j} + \bar{p}_{i,j+1}D_{i,j} + \bar{p}_{i,j-1}E_{i,j} = F_{i,j} \quad (3.18)$$

où les coefficients introduits sont donnés par :

$$A_{i,j} = -2\bar{h}^3 \left(\frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta \theta^2} \right) \quad (3.19- a)$$

$$B_{i,j} = \left(\frac{3\bar{h}^2}{2\Delta y} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} + \frac{\bar{h}^3}{\Delta y^2} \right) \quad (3.19- b)$$

$$C_{i,j} = \left(\frac{\bar{h}^3}{\Delta y^2} - \frac{3\bar{h}^2}{2\Delta y} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} \right) \quad (3.19- c)$$

$$D_{i,j} = \left(\frac{3\bar{h}^2}{2\Delta \theta} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + \frac{\bar{h}^3}{\Delta \theta^2} \right) \quad (3.19- d)$$

$$E_{i,j} = \left(\frac{\bar{h}^3}{\Delta \theta^2} - \frac{3\bar{h}^2}{2\Delta \theta} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} \right) \quad (3.19 - e)$$

La résolution de l'équation (3.18) permet de trouver les pressions \bar{p}_u , \bar{p}_{1c} et \bar{p}_{2c} aux différent point de discrétisation du film d'huile.

Dans le cas du mouvement axial le second membre de l'équation (3.18) s'écrit

$$F_{i,j}^{ax} = \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_h}{L} \cos \theta + \frac{\partial f}{\partial y} \quad (3.20)$$

Pour le mouvement latéral le second membre de l'équation (3.18) s'écrit :

$$F_{i,j}^{Lat} = \beta \cos \theta \quad (3.21)$$

Et enfin pour le mouvement de rotation le second membre de l'équation (3.18) s'écrit :

$$F_{i,j}^{rot} = \beta \frac{y}{L} \cos \theta \quad (3.22)$$

Les différentes pressions \bar{p}_u , \bar{p}_{1c} et \bar{p}_{2c} étant déterminées par la relation des différentes équation de Reynolds (2.27, 2.28 et 2.29), la pression totale \bar{p} est donnée par l'équation (2.26).

La procédure d'obtention de la pression globale est donnée par l'organigramme suivant:

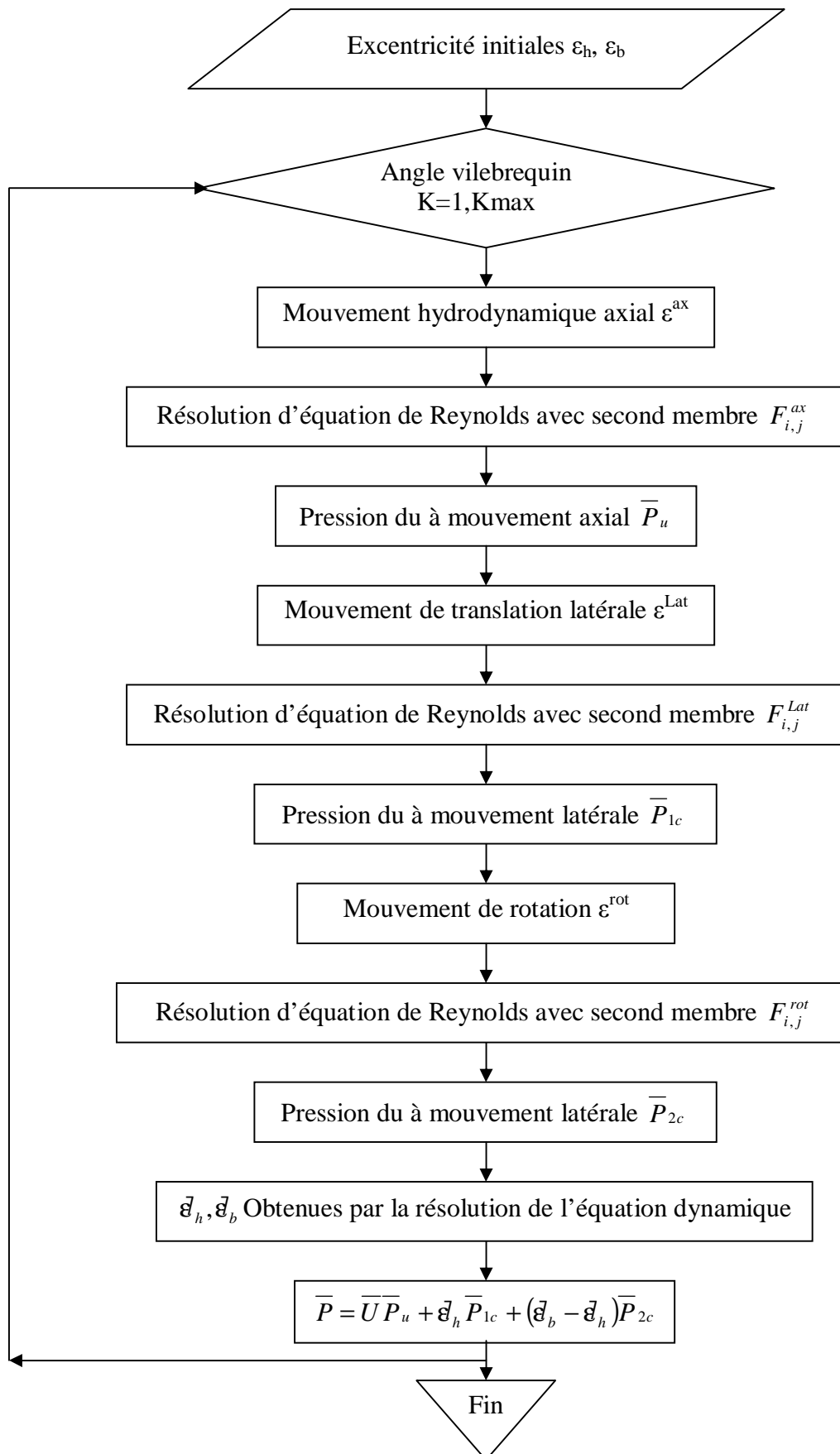


Figure 3.4 : Organigramme de calcul de pression global

L'organigramme du mouvement axial est donné par :

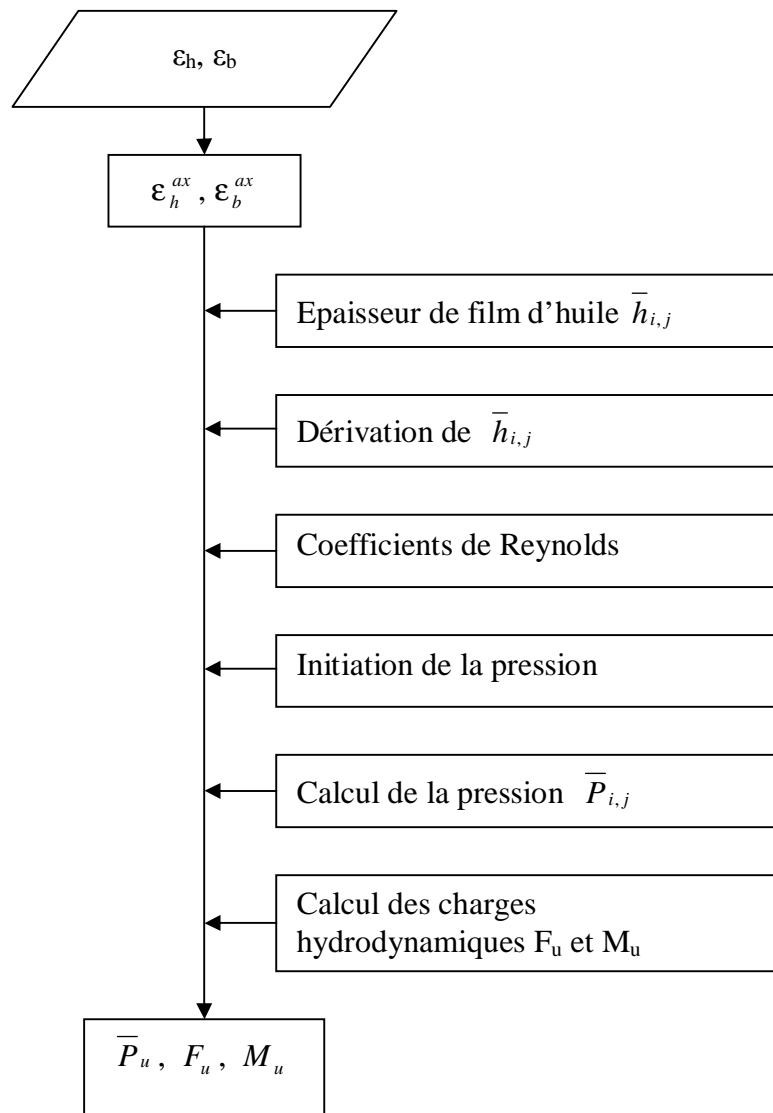


Figure 3.5 : Organigramme du mouvement hydrodynamique axial

Les mouvements de translation latérale et de rotation sont obtenus selon la même procédure.

3.4.2- Organigramme de calcul de pression

La résolution de l'équation de Reynolds permet de trouver la pression $\bar{P}_{i,j}$ en chaque point du maillage du film d'huile. Un système d'équation linéaire est obtenu. Sa résolution est faite à l'aide de la méthode itérative SOR selon l'organigramme donnée par la figure 3.6.

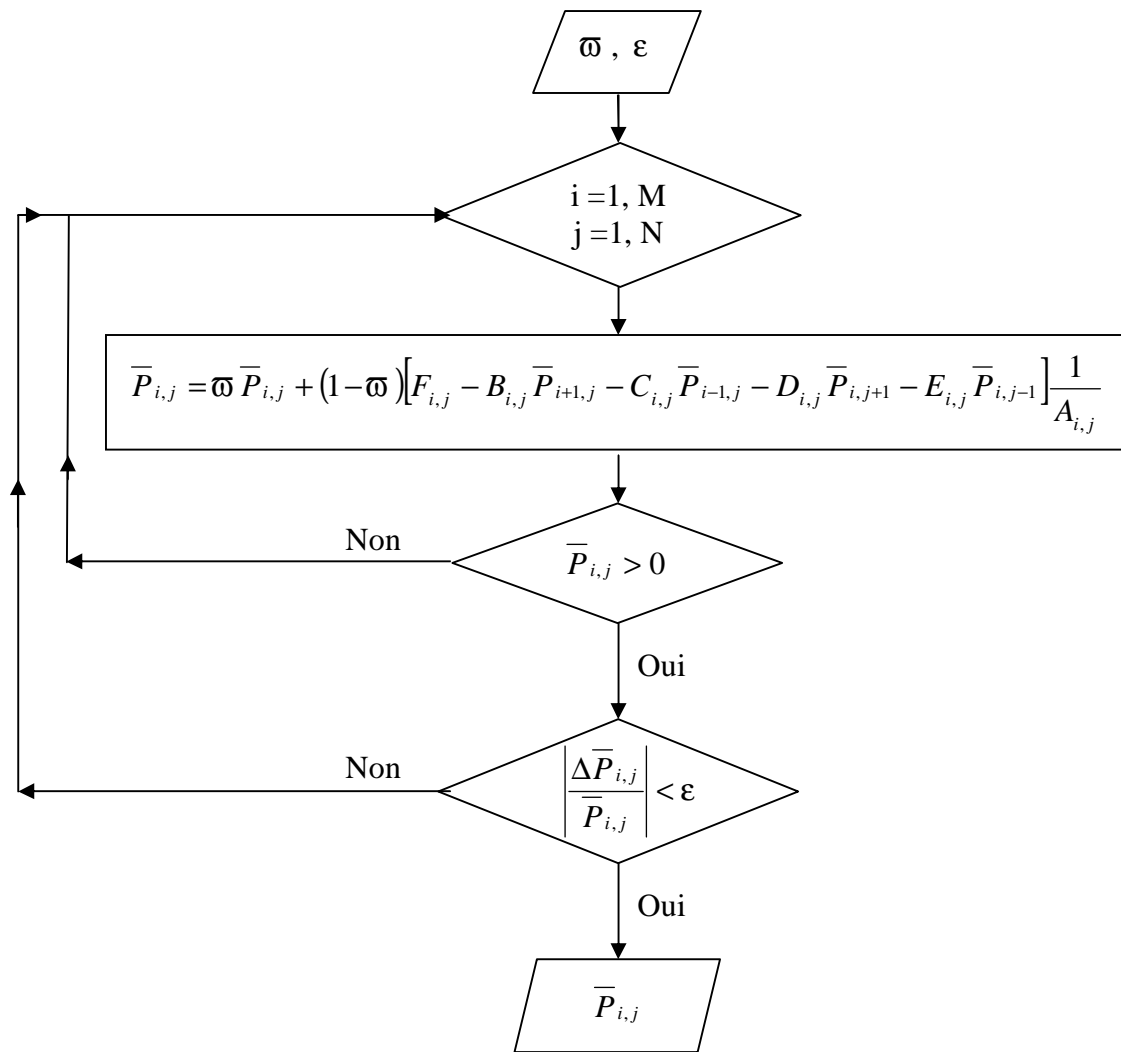


Figure 3.6 : Méthode SOR de calcul de la pression hydrodynamique

La pression est obtenue, on détermine alors numériquement (intégration numérique de la méthode des trapèzes) les charges hydrodynamiques \bar{F} et \bar{M} données par les équations (2.45) et (2.46).

3.5- Calcul des charges hydrodynamique

Les charges hydrodynamiques sont calculées à l'aide des équations (2.45) et (2.46) pour chaque mouvement hydrodynamique et le calcul se fait à chaque pas de temps. Les charges globales \bar{F} et \bar{M} sont données par les équations (2.47) et (2.48). L'organigramme qui donne le couple de charge hydrodynamique est construit comme suit :

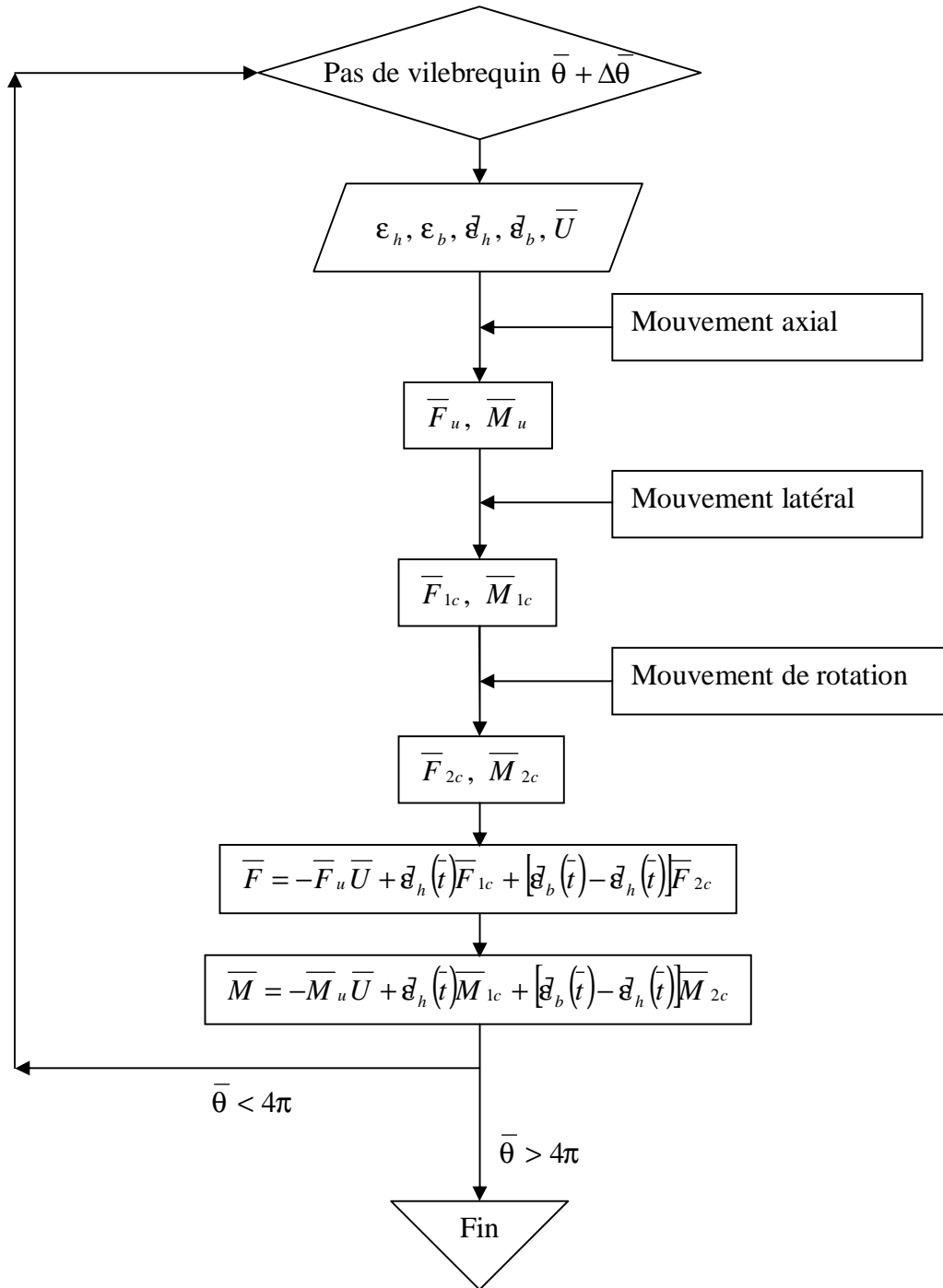
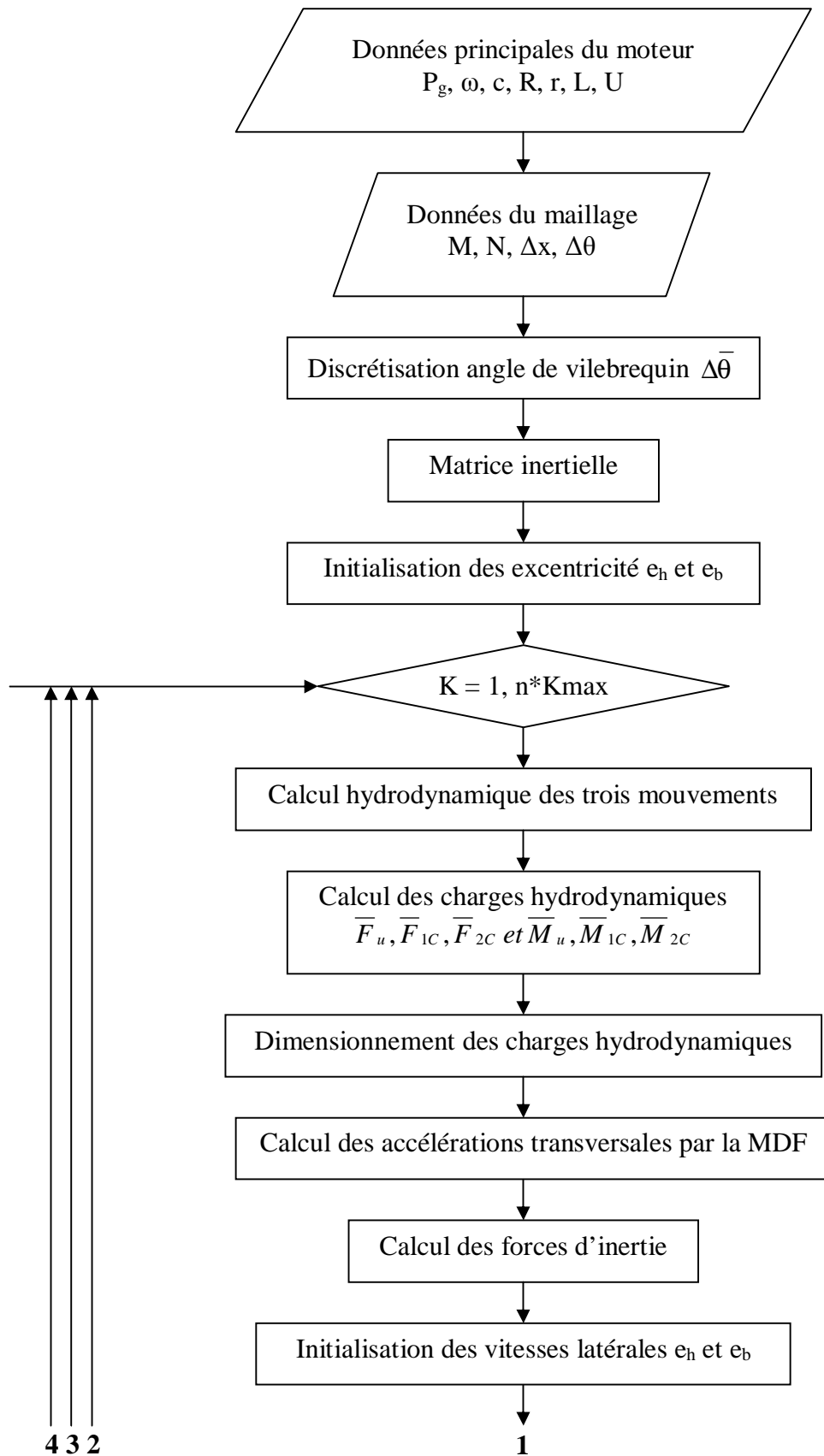


Figure 3.7 : Organigramme de calcul des charges hydrodynamiques \bar{F} et \bar{M}

3.6- Organigramme de la solution avec effet des forces d'inertie

Maintenant il est possible de donner l'organigramme global détaillé de la résolution du problème hydrodynamique avec effet inertiel du piston. L'organigramme ci-dessous en donne les principales étapes de résolution



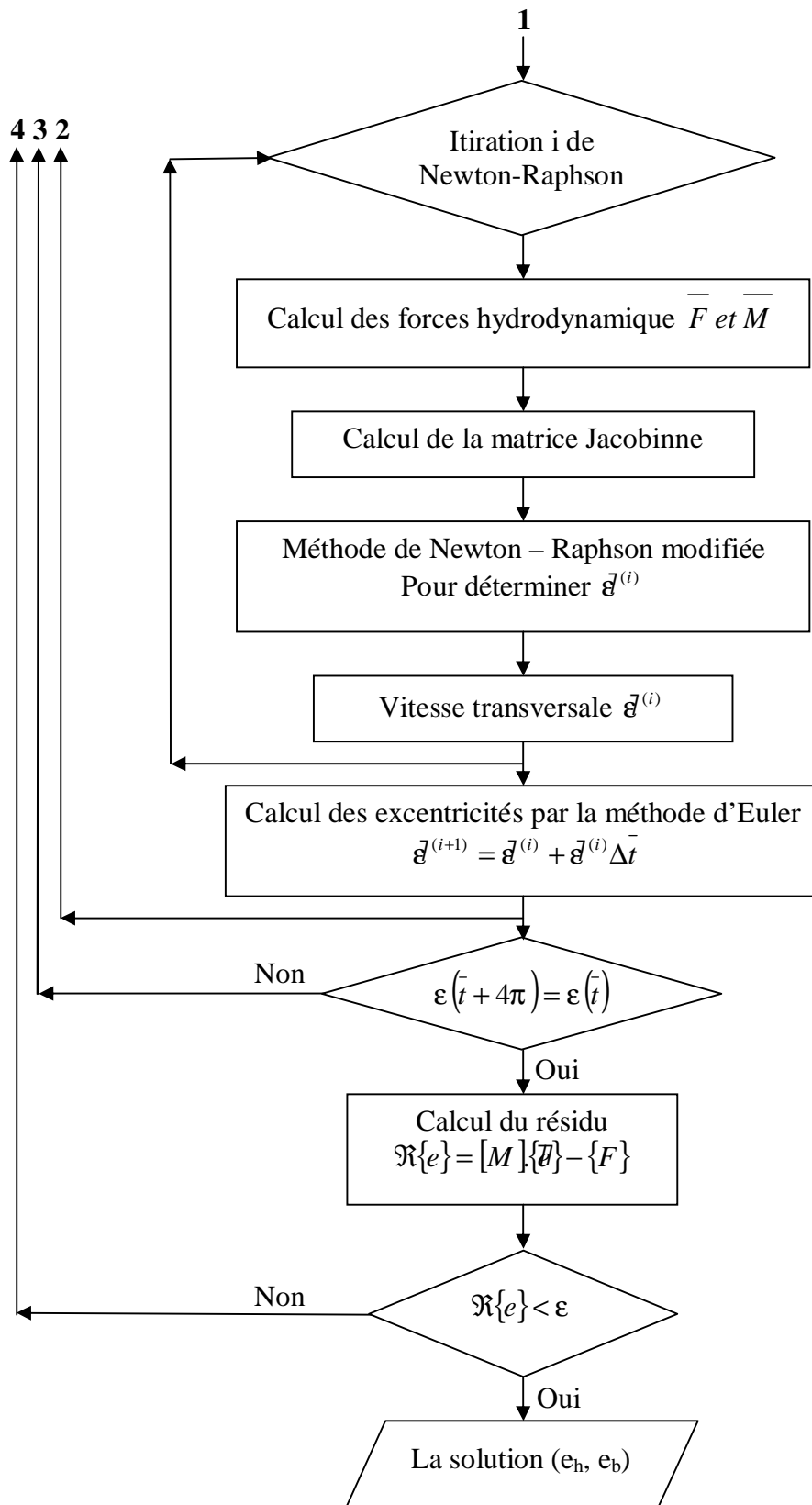


Figure 3.8 : Organigramme de la solution avec effet d'inertie

3.7- Organigramme de calcul de force de frottement

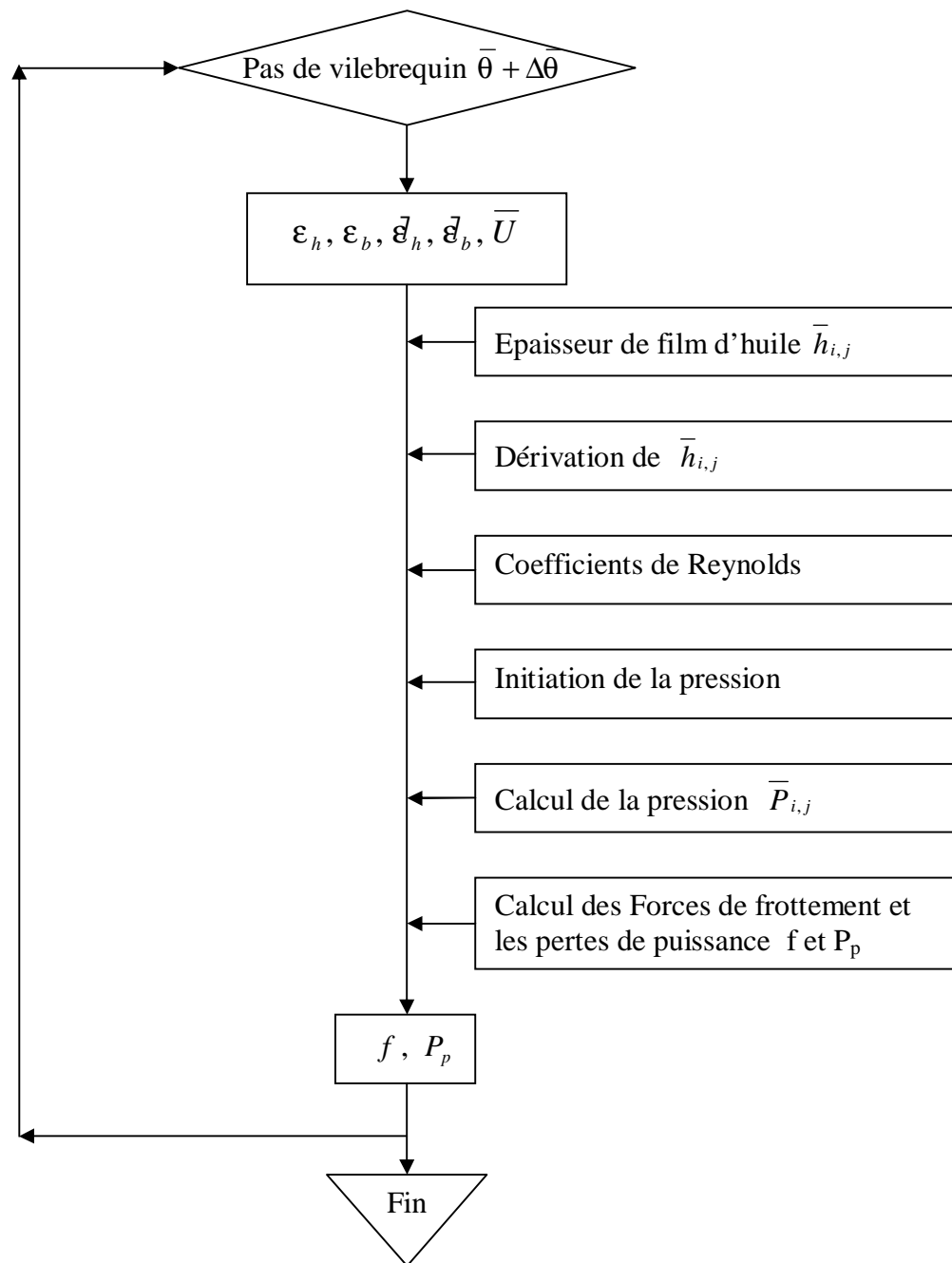


Figure 3.9 : Organigramme de calcul du force de frottement et la perte de puissance

Chapitre 4

ANALYSE DE L'EFFET HYDRODYNAMIQUE SUR LA PERFORMANCE DU MOTEUR DIESEL

Introduction

Le modèle hydrodynamique est analysé par le code de calcul dont l'algorithme est développé dans le chapitre 3. Ce code modulaire permet de trouver le comportement hydrodynamique du piston pour chacun des mouvements séparés dans une première phase. Pour différentes configurations de la trajectoire de piston, le champ de pression et les forces hydrodynamiques sont déterminés pour les différents mouvements. Le code permet d'obtenir les résultats du mouvement hydrodynamique global dans une phase finale, les résultats sont obtenus sur un cycle moteur soit une rotation de 4π du vilebrequin.

On présente les résultats obtenus à l'issue de l'exécution de la première partie de code de calcul hydrodynamique, les différents mouvements hydrodynamiques qui composent le mouvement global. La répartition du champ de pression et l'épaisseur correspondante du film d'huile sont ainsi obtenues, pour différentes configurations de mouvement du piston, pour les différents mouvements ainsi que pour le mouvement global.

4.1- Le maillage

On choisit un maillage suivant :

- Selon la direction axiale adimensionnée \bar{y} (avec $\bar{y} = \frac{L}{R}$), la variable \bar{y} est repérée par

l'indice i défini par :

$$i = 1, m \quad m = 61 \text{ points}$$

- Selon la direction circonférentielle adimensionnée θ en radian.

Sur le domaine $\theta = [0, \pi]$, la variable θ est repérée par l'indice j défini par :

$$j = 1, n \quad n = 181 \text{ points}$$

Sur le domaine $\theta = [\pi, 2\pi]$, les résultats de pression, épaisseur de film d'huile, les charges F et M sont obtenus par symétrie de ceux obtenus sur le domaine défini précédemment.

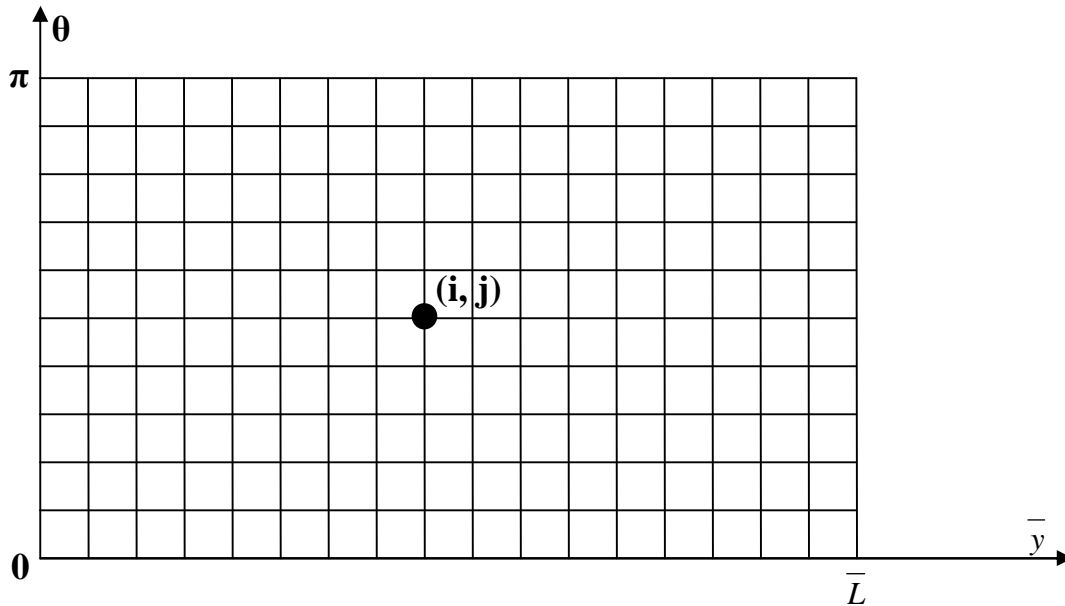


Figure 4.1 : Configuration du maillage du film développé

La figure 4.1 montre le maillage du film lubrifiant développé selon la longueur \bar{L} de la jupe et la direction circonférentielle θ .

Le mouvement secondaire du piston est défini par les zones de pression active (non nulle) suivant :

- Zone de pression à $\theta = (0, \theta_1)$ avec $\theta_1 = 15^\circ$, ce qui correspond à une variation de la variable de maillage $j = 1, n_1+1$.
- Zone de pression inactive $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ avec $\theta_2 = 165^\circ$, soit $j = 16$ à $(16+150) = 166$
- Zone active $\theta = (\theta_2, \pi)$, cette zone correspond à un maillage de $j = n_2, 1 + (n-1)/2$.

où les indices de maillage $n = 361$, n_1 correspond à l'angle fluide de la jupe θ_1 et n_2 correspond à l'angle fluide de la jupe θ_2 .

Le maillage étant ainsi adopté, on résout par la méthode des différences finies l'équation de Reynolds pour chacun des mouvements composés.

4.2- Le mouvement hydrodynamique axial

Dans notre cas le profil de la jupe $f(\bar{y}, \theta)$ est caractérisé par le paramètre de dénivellation $\bar{h} = 1$. Le calcul hydrodynamique est effectué pour une longueur de la jupe $L = 80$ mm et une vitesse de rotation du moteur $\omega = 1000$ tr/mn. Les résultats sont obtenus selon que le piston se déplace du PMH vers le PMB dans le cas où la vitesse axiale est positive et dans le cas contraire la vitesse axiale est négative.

4.2.1- Vitesse axiale positive

Le piston se déplace du PMH vers le PMB, le coin d'huile se forme dans la zone 2 où la pression active P_u est située (Fig. 4.2)

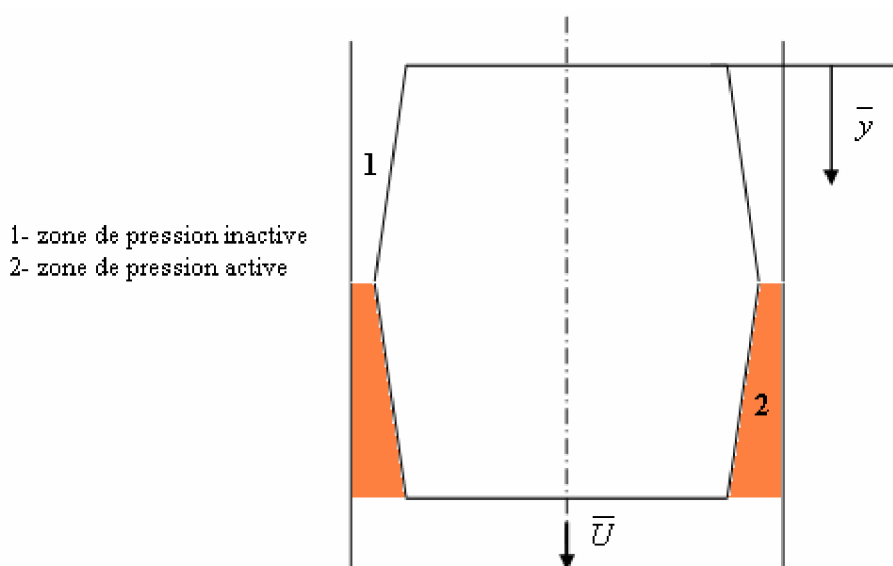


Figure 4.2 : Zone de pression active avec vitesse positive

- **Cas de piston centré avec l'axe du cylindre**

Dans le cas où l'axe du piston est confondu avec l'axe du cylindre, la configuration du mouvement s'écrit : $\varepsilon_h = 0$, $\varepsilon_b = 0$, $\bar{U} > 0$

L'exécution de notre programme donnée par l'algorithme 3.5 donnée la résolution de l'équation de Reynolds soit la pression hydrodynamique du à mouvement axial. La convergence pour une précision sur la pression de $\varepsilon = 10^{-5}$ reste constante pour tous les calculs, l'intervalle de itération est compris entre 250 et 350 selon les cas de mouvement. Pour le cas présent $N_{\max} = 333$ itérations on obtient les résultats montrés dans la figure 4.3. Les deux champs de pression sont identiques dans les deux zones de pression de l'angle fluide. Une pression adimensionnelle maximale identique pour les deux zones $P_{u \max} = 0,0144233$ est

obtenue au bas de la jupe (au 3/4 de la longueur L de la jupe). Ces résultats étaient prévisibles si l'on tient compte du profil axisymétrique et la position centrée du piston.

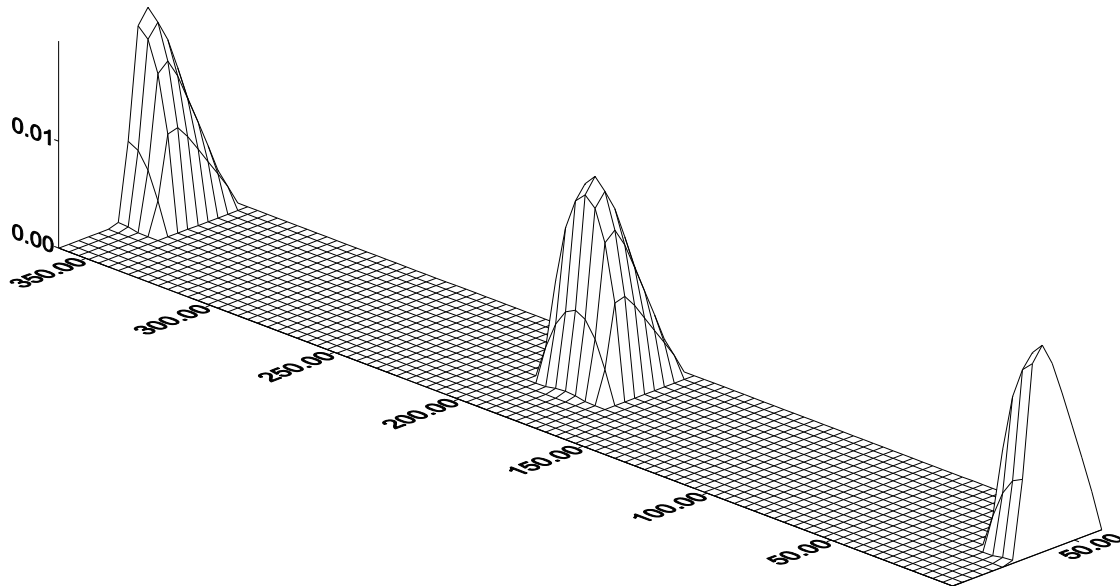


Figure 4.3 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = 0, \varepsilon_b = 0$)

- **Cas de piston excentré positivement**

Le piston effectue un mouvement axial tout en étant excentré vers le côté de poussée minimale. Le champ de pression P_u est montré dans la figure 4.4. La pression est toujours obtenue dans la deuxième moitié de la jupe, ainsi la pression est plus forte dans la zone de côté de poussée minimale (θ_2, π) que dans la zone de côté de poussée maximale ($0, \theta_1$). Une pression maximale adimensionnelle $P_{u \max} = 0,0307809$ est obtenue en $\theta = \pi$ et aux 3/4 de la longueur L.

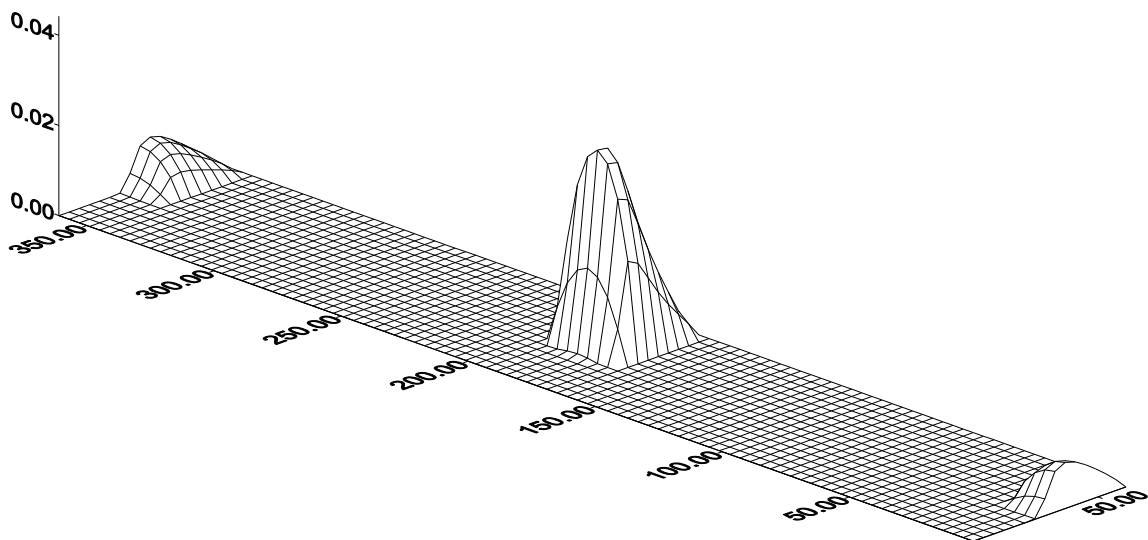


Figure 4.4 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$)

- **Cas de piston excentré négativement**

Le piston effectue un mouvement axial tout en étant vers le côté de poussée maximale. De même que le piston est excentré positivement le champ de pression P_u toujours obtenu dans la deuxième moitié de la jupe (fig. 4.5). Ainsi la pression est plus forte dans la zone de côté de poussée maximale ($0, \theta_1$) que dans la zone de côté de poussée minimale (θ_2, π) contrairement dans le cas de piston excentré positivement. Une pression maximale adimensionnelle $P_{u \max} = 0,0307809$ est obtenue en $\theta = 0$ et aux 3/4 de la longueur L .

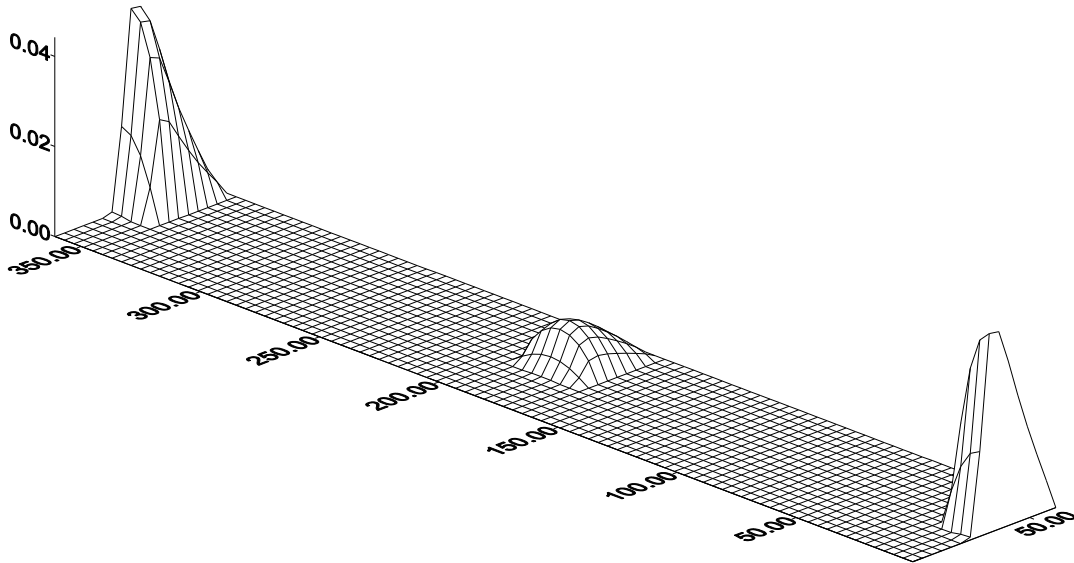


Figure 4.5 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = - 0,3$)

4.2.2- Vitesse axiale négative

Dans ce cas le piston se déplace du PMB vers PMH, le coin d'huile se forme dans la partie du haut de la jupe, la pression active est générée dans la zone 1 (fig.4.6).

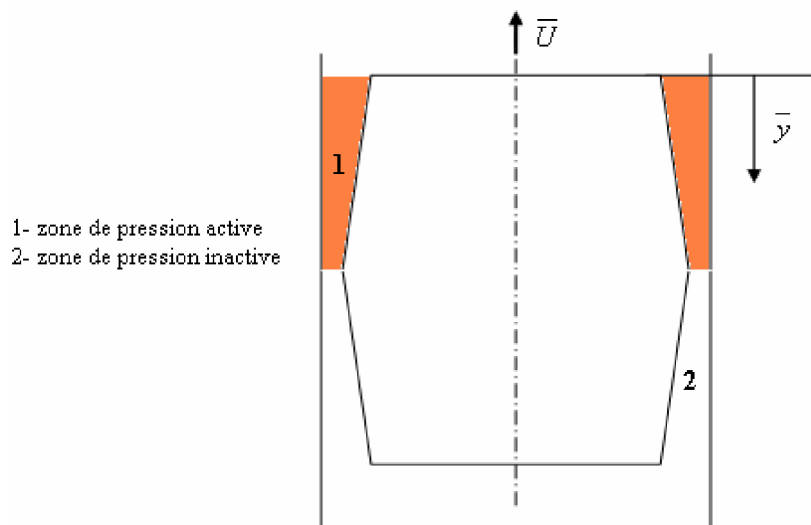


Figure 4.6 : Zone de pression active avec vitesse négative

- **Cas de piston centré avec l'axe du cylindre**

Dans le cas où le piston est centré par rapport au cylindre, la configuration du mouvement s'écrit : $\varepsilon_h = 0, \varepsilon_b = 0, \bar{U} < 0$, contrairement à la configuration où la vitesse est positive, la pression active est se déplace vers la première moitié de la jupe (fig. 4.7).

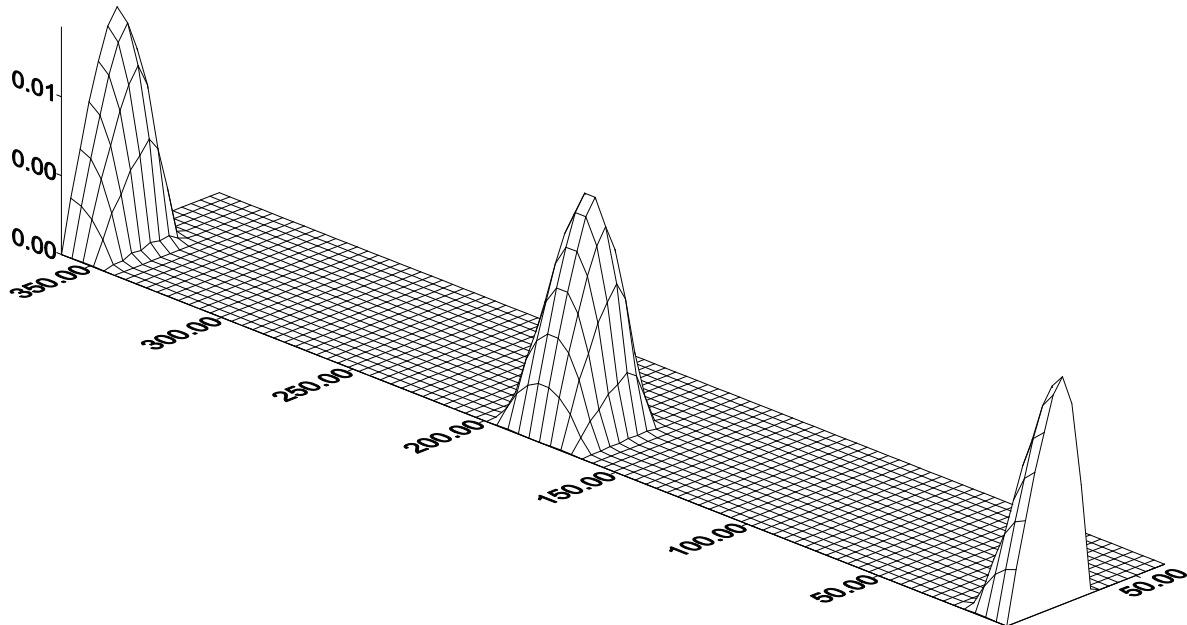


Figure 4.7 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = 0, \varepsilon_b = 0$ et $\bar{U} < 0$)

La pression maximale $P_{u \max} = 0,014517$ est obtenu aux environs du 2/4 de la longueur de la jupe (maillage $i = 21$) pour la direction axiale, et en $\theta = 0$ et $\theta = \pi$ pour la direction circonférentielle. Ce champ de pression est sensiblement identique à celui obtenu pour la même configuration avec vitesse positive.

Si le piston est plus en plus excentré vers la droite côté de la poussée minimale (excentricité positive) on obtient les résultats sommaires suivants :

- **Cas de : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$ et $\bar{U} < 0$**

Les résultats affichés sont semblables a ceux obtenus pour une configuration de la vitesse positive, lors du calcul de la pression la configuration est obtenue au bout de 300 itérations. La pression maximale $P_{u \max} = 0,0307809$ (fig. 4.8).

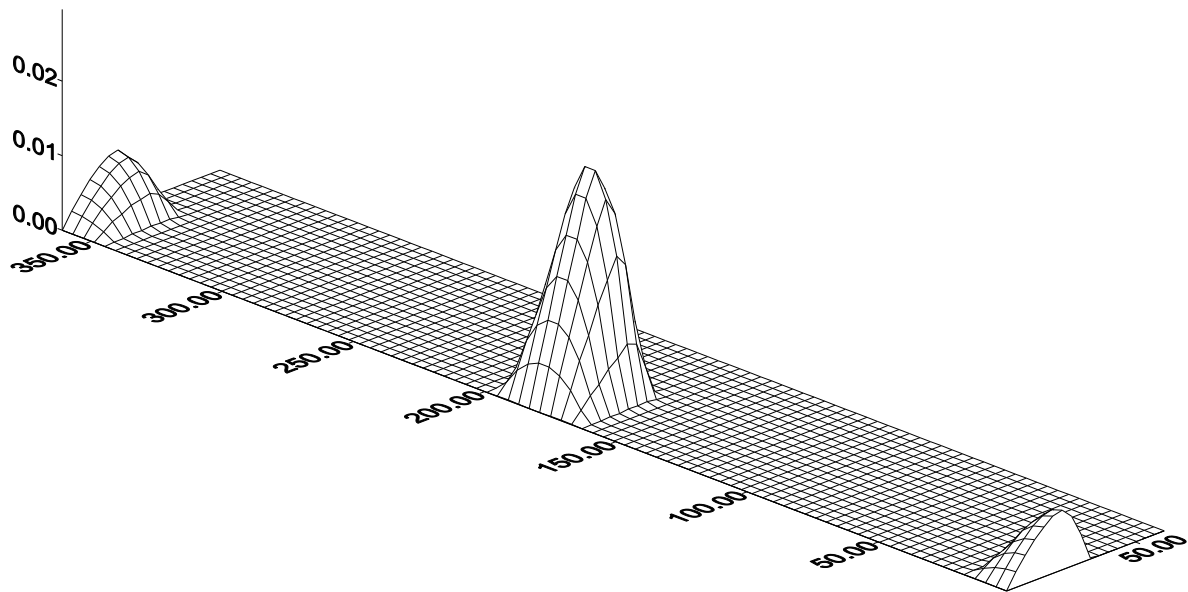


Figure 4.8 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$)

- *Cas de : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,5$*

Le champ de pression donnée par la figure 4.9 est obtenu au bout de 304 itérations, la pression maximale $P_{u \max} = 0,059041$.

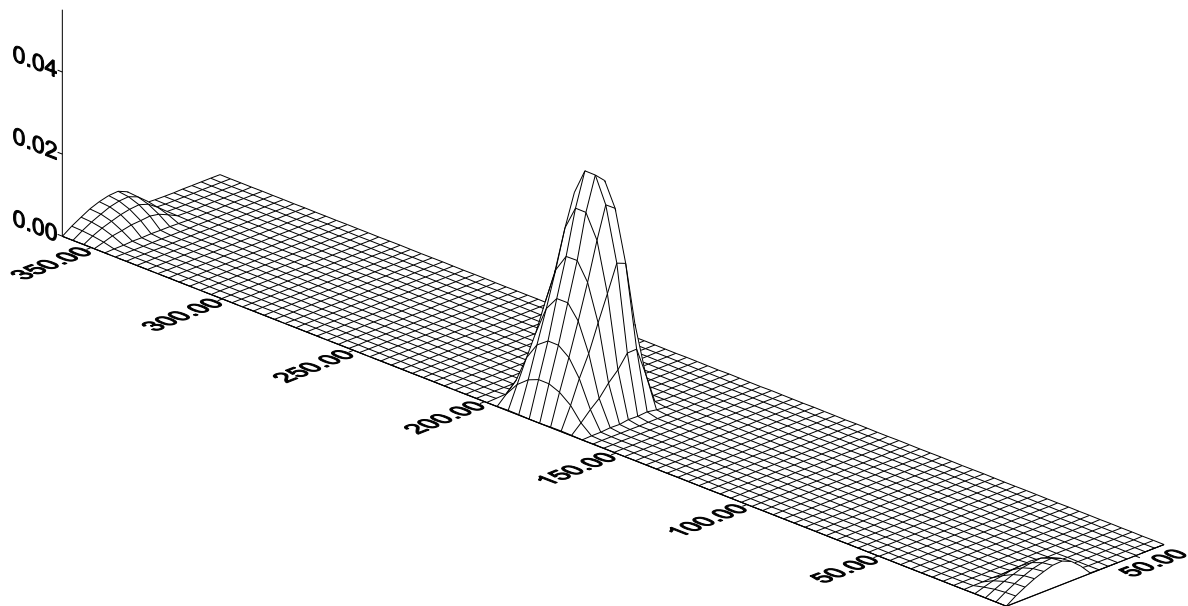


Figure 4.9 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,5$)

- *Cas de : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,9$*

Le champ de pression donnée par la figure 4.10 est obtenu au bout de 282 itérations, la pression maximale $P_{u \max} = 0,630213$.

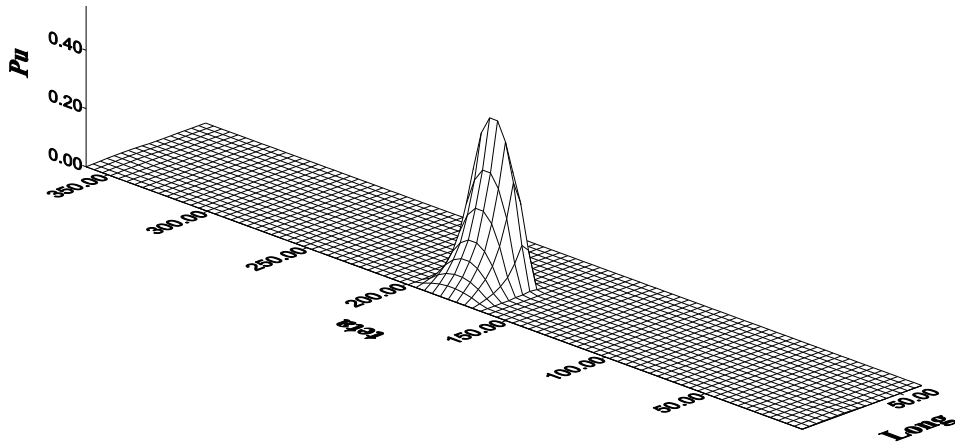


Figure 4.10 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,9$)

Si le piston est excentré de plus en plus vers la droite, le champ de pression obtenue dans l'angle fluide gauche $\theta = (0, \theta_1)$ diminue de plus en plus, tandis que la pression obtenue à droite dans l'angle fluide $\theta = (\theta_2, \pi)$ augmente de plus en plus. Ainsi dans le cas de configuration ci-dessus (fig. 4.10), caractérisé par une très forte excentricité se rapprochant du jeu radial c , la pression dans la zone de côté de la poussée maximale au $\theta = (0, \theta_1)$ est nulle.

Si le piston est de plus en plus excentré vers la gauche (excentricités négative) on obtient les résultats sommaires suivants

- *Cas de : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,3$ et $\bar{U} < 0$*

Les résultats affichés sont semblables a ceux obtenus pour une configuration de l'excentricité positive, lors du calcul de la pression, la configuration est obtenue au bout de 300 itérations. La pression maximale $P_{u \max} = 0,0307809$ (fig. 4.11).

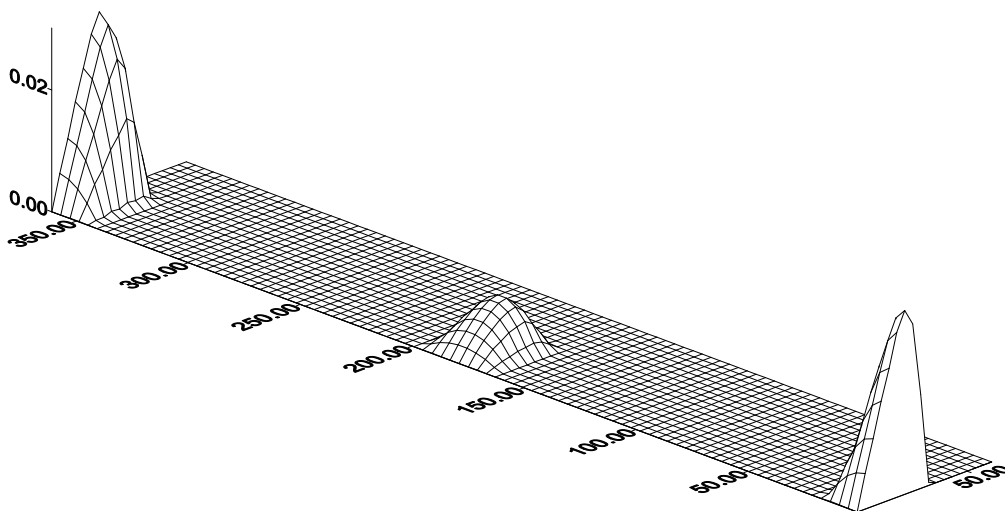


Figure 4.11 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,3$)

- *Cas de* : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,5$

Les résultats de cette configuration sont obtenus au bout de 304 itérations. La pression maximale $P_{u \max} = 0,059041$ (fig. 4.12).

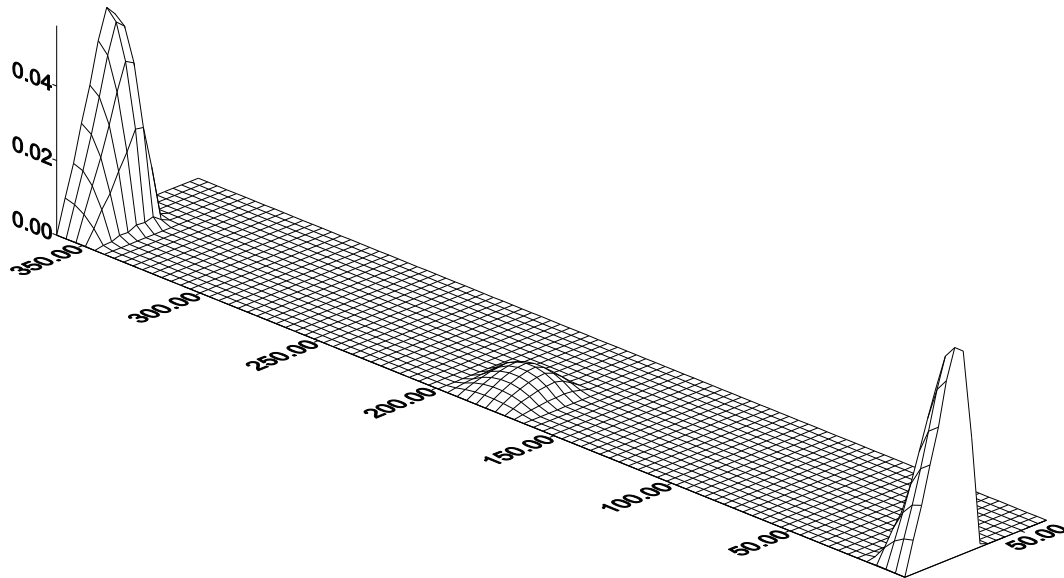


Figure 4.12 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,5$)

- *Cas de* : $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,9$

Les résultats de cette configuration sont obtenus au bout de 282 itérations. La pression maximale $P_{u \max} = 0,630213$ est obtenue dans l'angle fluide $\theta = (0, \theta_1)$, elle est identique à celle obtenue par la configuration $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,9$ (fig. 4.13).

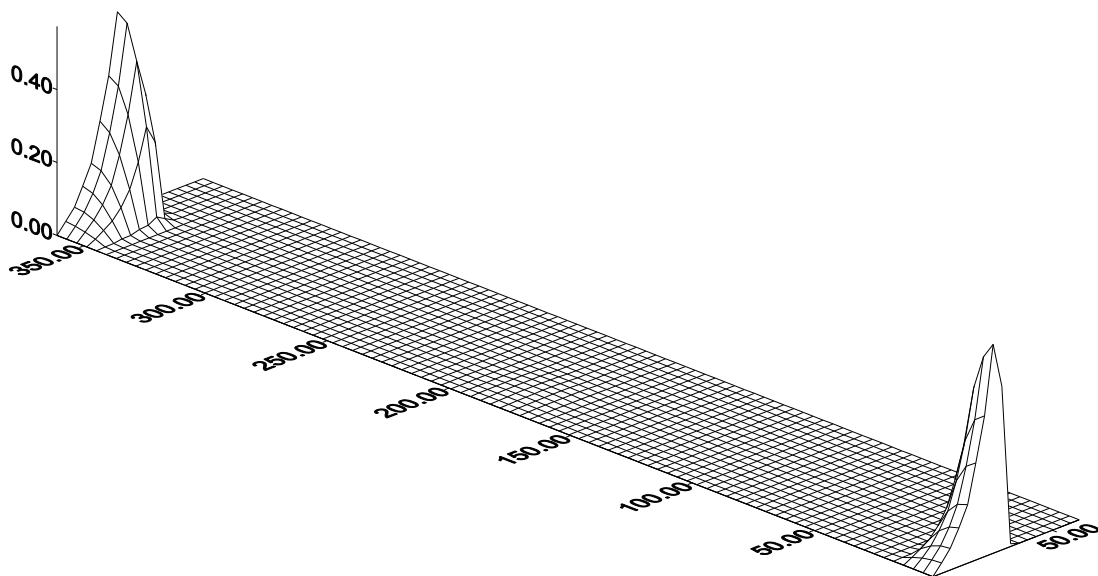


Figure 4.13 : Champ de pression P_u (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,9$)

4.2.3- Epaisseur de film d'huile

L'épaisseur adimensionnelle du film lubrifiant est donnée par l'équation 2.25. Ainsi pour la configuration de l'excentricité positive et négative. Ces résultats sont l'inverse de ceux du champ de pression, l'épaisseur du film d'huile est maximale quand la pression est minimale dans l'angle fluide de droite $\theta = (\theta_1, \pi)$ figure 4.14, l'épaisseur du film d'huile est minimale quand la pression est maximale dans l'angle fluide de droite $\theta = (\theta_1, \pi)$ figure 4.15.

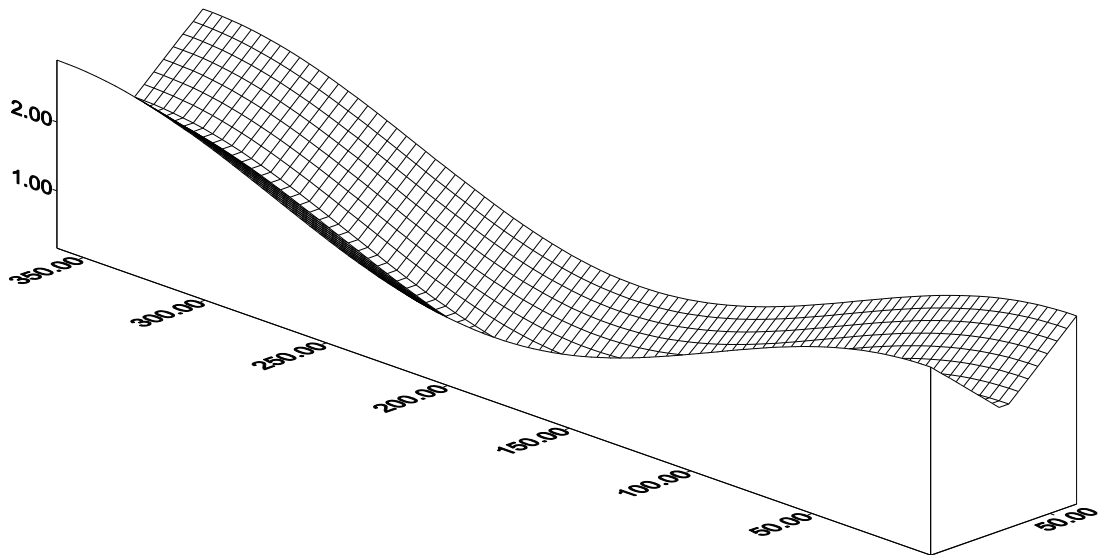


Figure 4.14 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,9$ et $h = 1$)

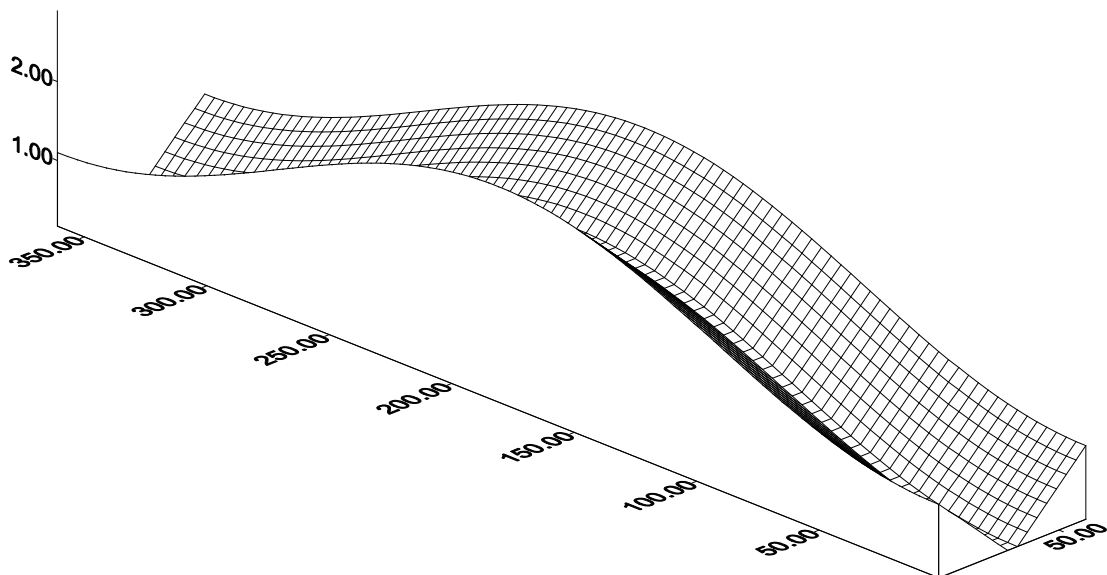


Figure 4.15 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,9$)

4.2.4- influence de profil de la jupe et l'excentricité du piston sur la pression maximale

$\varepsilon_h = \varepsilon_b$	$P_{u \max}$			
	$h = 0$	$h = 0,5$	$h = 1$	$h = 1,5$
0	0	0,0112487	0,0145170	0,0152472
0.1	0	0,0145645	0,0182425	0,0187964
0.2	0	0,0193450	0,0234234	0,0235734
0.3	0	0,0264735	0,0307809	0,0301133
0.4	0	0,0377418	0,0418037	0,0395317
0.5	0	0,0565582	0,0590410	0,0538989
0.6	0	0,0909304	0,0877513	0,0759761
0.7	0	0,1615960	0,1411730	0,1171110
0.8	0	0,3373620	0,2591860	0,2030090
0.9	0	0,9882280	0,6302130	0,4356440

Tableau 4.1 : Pression maximal P_u pour différents profils de la jupe

Lorsque le piston est excentré de plus en plus vers la gauche (excentricité négative) les résultats obtenus sont l'inverse de ceux obtenus dans le cas où le piston est excentré vers la droite. Le tableau ci-dessous montre les pressions obtenues pour différentes configurations et différentes valeurs du profil de la jupe pour un mouvement axial de piston.

D'après le tableau ci-dessus, on note que si le profil de la jupe est cylindrique, il n'y a pas de pression générée dans le film lubrifiant au cours du déplacement axial du piston dans le cylindre. Si le profil est tronconique, on remarque que plus la dénivellation augmente plus la pression diminue quand le piston est fortement excentré.

4.3- Le mouvement hydrodynamique latéral de translation

Le mouvement latéral de translation ou mouvement d'écrasement hydrodynamique est défini par l'équation (2.33). On détermine la pression et l'épaisseur du film correspondante pour différentes simulations. On rappelle que le champ de pression, correspondant au mouvement d'écrasement est P_{1c} .

4.3.1- Le profil de la jupe est double tronconique avec $h = 1$

- *Cas de configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$*

Le champ de pression adimensionnelle est donné par la figure 4.16, contrairement au mouvement axial, la pression est générée sur toute la longueur de la jupe. Sa valeur maximale $P_{1c} = 0,129006$ est obtenue en $\theta = \pi$. La figure montre que la pression dans l'angle fluide de gauche, est nulle. Pour cette même excentricité, la pression obtenue dans le cas du mouvement axial ($P_u = 0,0307809$) est très faible, comparée à celle obtenue dans le cas présent.

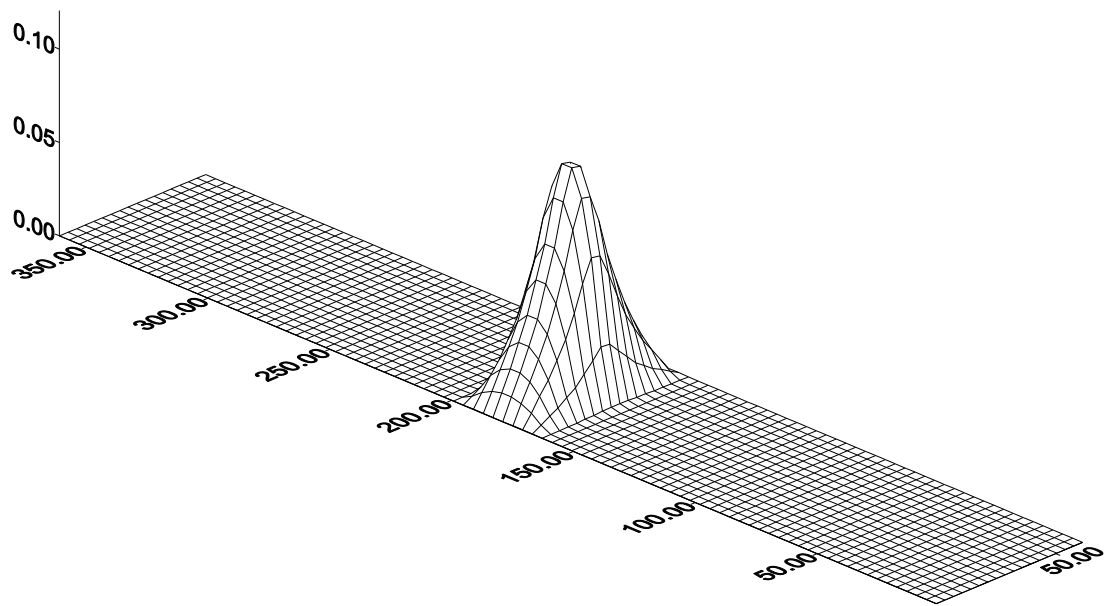


Figure 4.16 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$)

Si on se donne une configuration opposée, c'est-à-dire un mouvement avec excentricité négative $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,3$ (fig. 4.17), le champ de pression obtenue dans l'angle fluide de gauche, est identique à celui obtenu pour $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$. La pression maximale, est obtenue en $\theta = 0$.

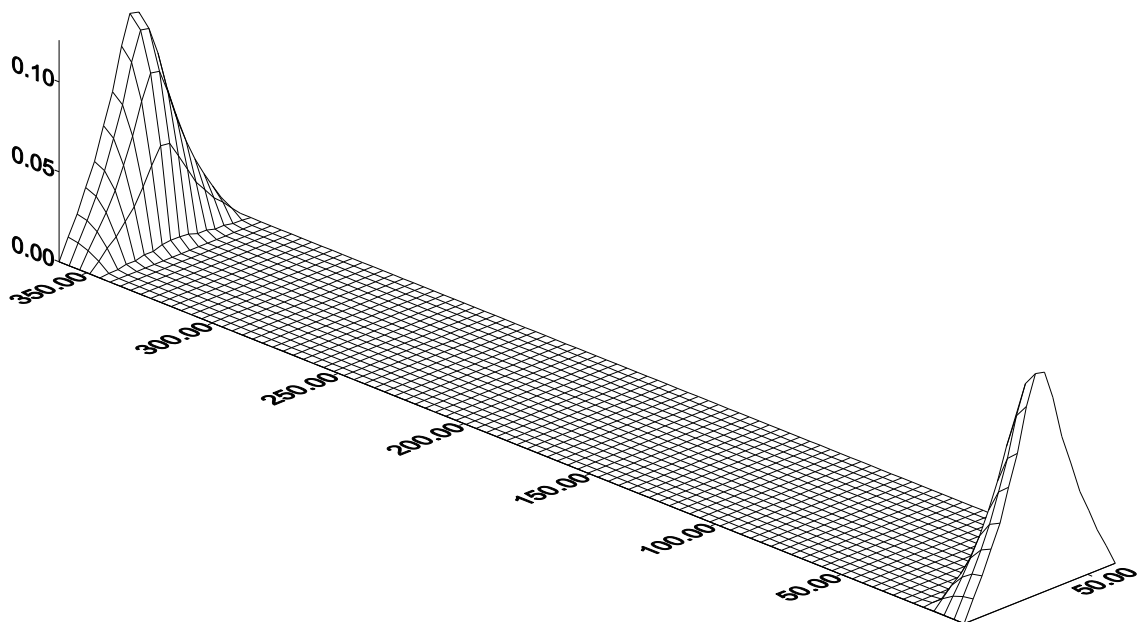


Figure 4.17 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,3$)

- **Cas de configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,6$**

Nombre d'itération $It = 230$, La pression P_{1c} maximale égal à 0,442494

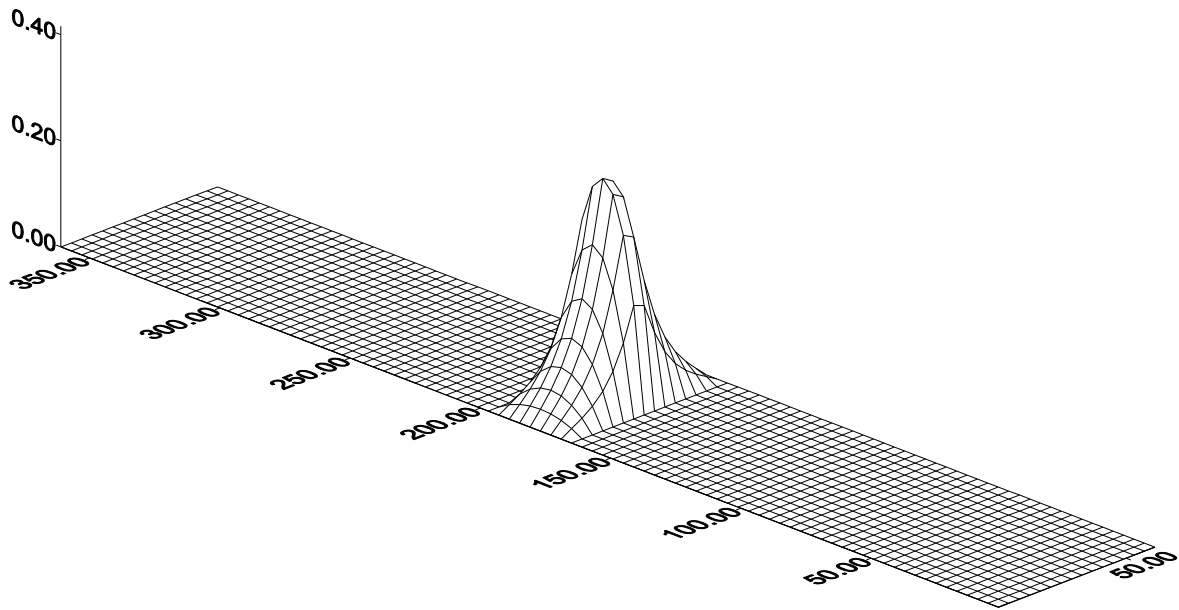


Figure 4.18 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,6$)

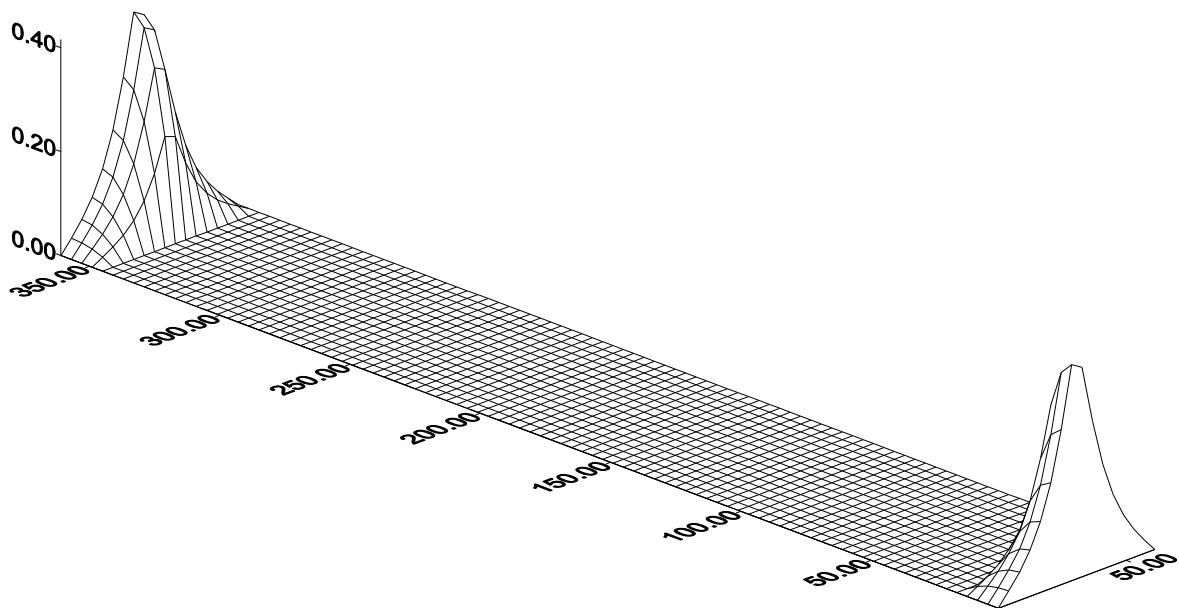


Figure 4.19 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = - 0,6$)

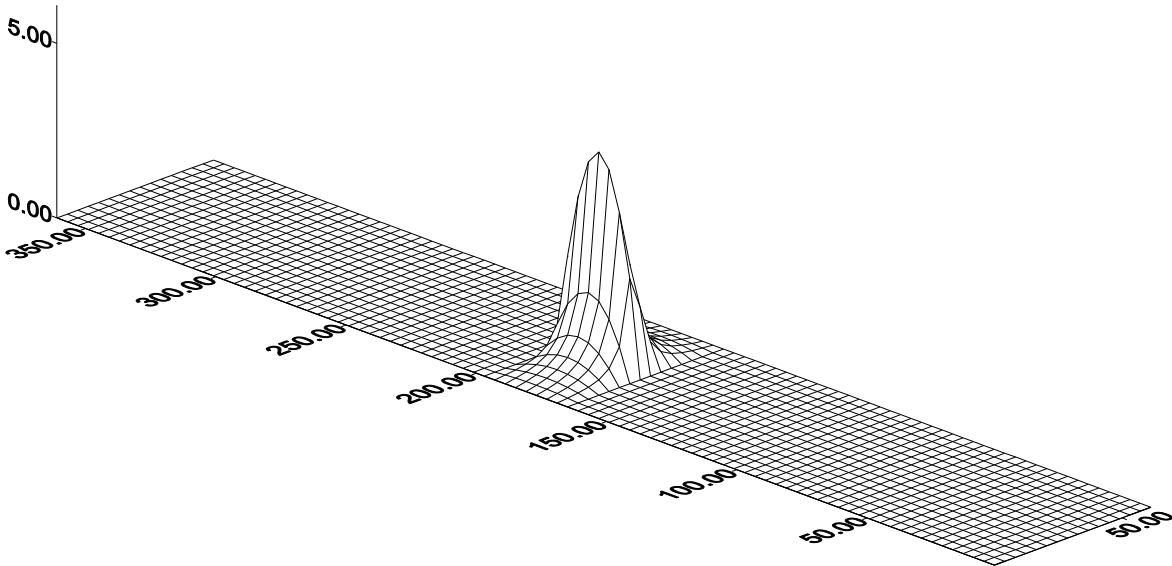


Figure 4.20 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\epsilon_h = \epsilon_b = 0,9$)

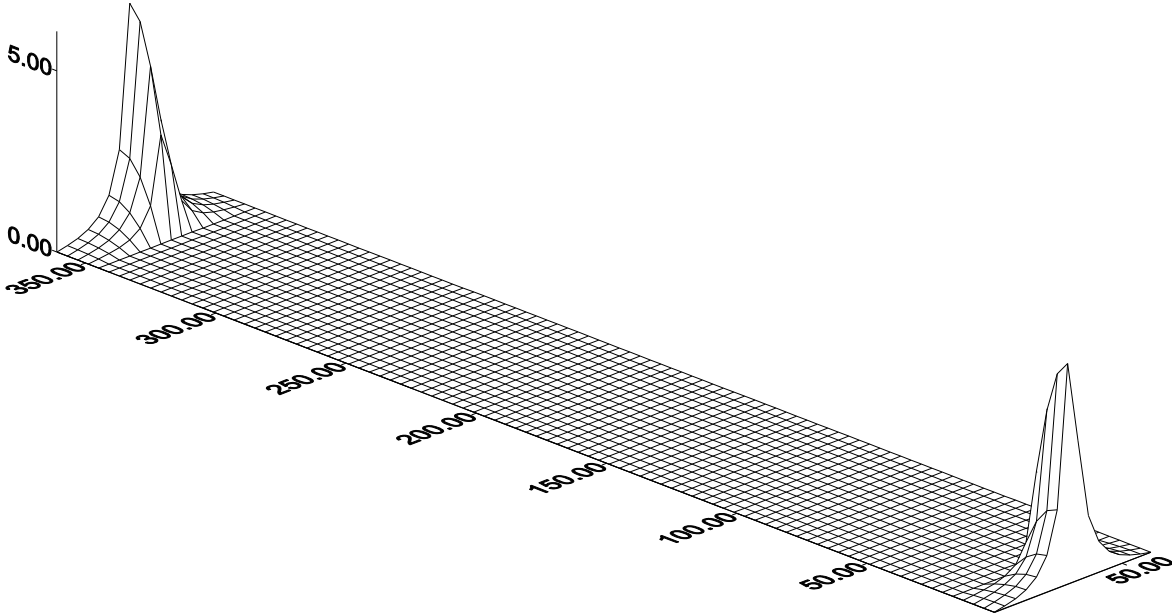


Figure 4.21 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\epsilon_h = \epsilon_b = -0,9$)

4.3.2- Le profil de la jupe est cylindrique ($h = 0$)

- Cas de faible excentricité

Configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$ figure 4.22

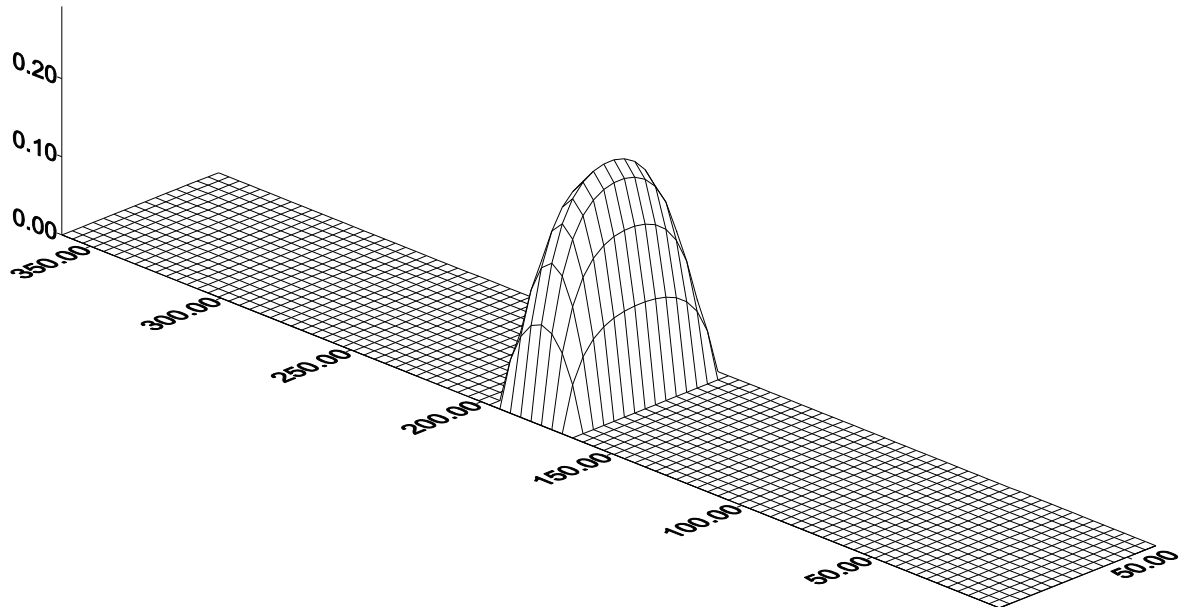


Figure 4.22 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,3$)

- Cas de forte excentricité

Configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,9$ figure 4.23

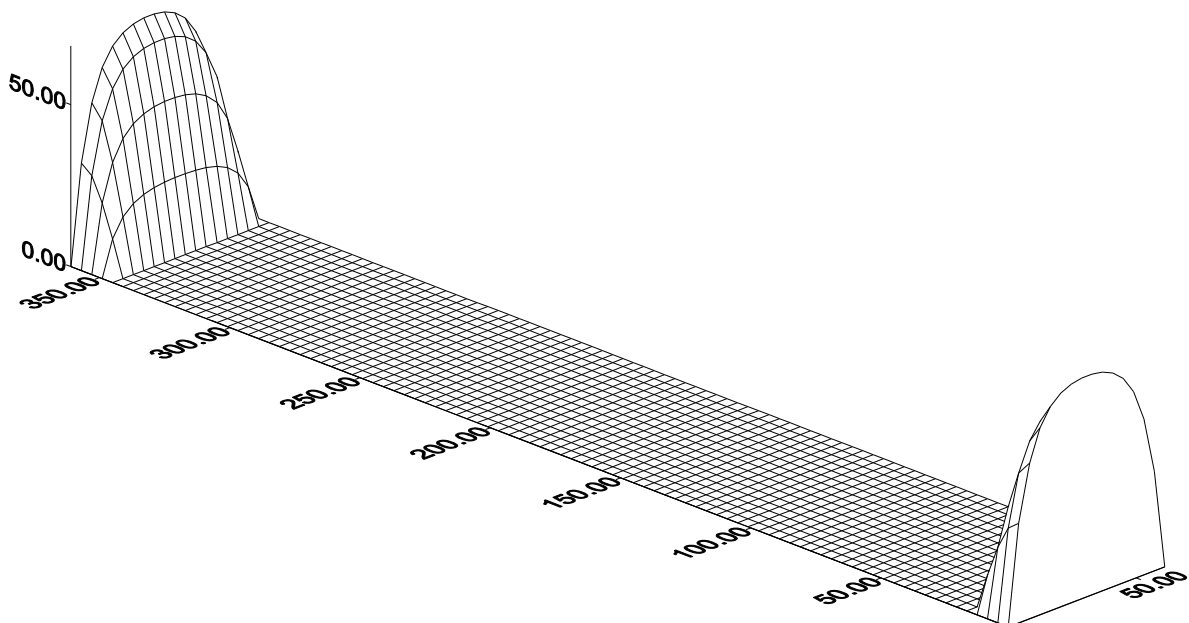


Figure 4.23 : Champ de pression P_{1c} (configuration de $\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,9$)

4.3.3- influence de profil de la jupe sur la pression P_{1c}

$\varepsilon_h = \varepsilon_b$	$P_{1c \text{ max}}$		
	$h = 0$	$h = 0,5$	$h = 1$
0	0,102817	0,073313	0,055255
0,1	0,140207	0,096779	0,071340
0,2	0,198167	0,131502	0,094455
0,3	0,293036	0,185194	0,129006
0,4	0,459578	0,272962	0,183292
0,5	0,780589	0,427266	0,274385
0,6	1,486300	0,727112	0,442494
0,7	3,380400	1,402980	0,804972
0,8	10,54220	3,364190	1,841640
0,9	68,24290	13,93130	8,762450

Tableau 4.2 : Pression maximal P_{1c} pour différents profils de la jupe

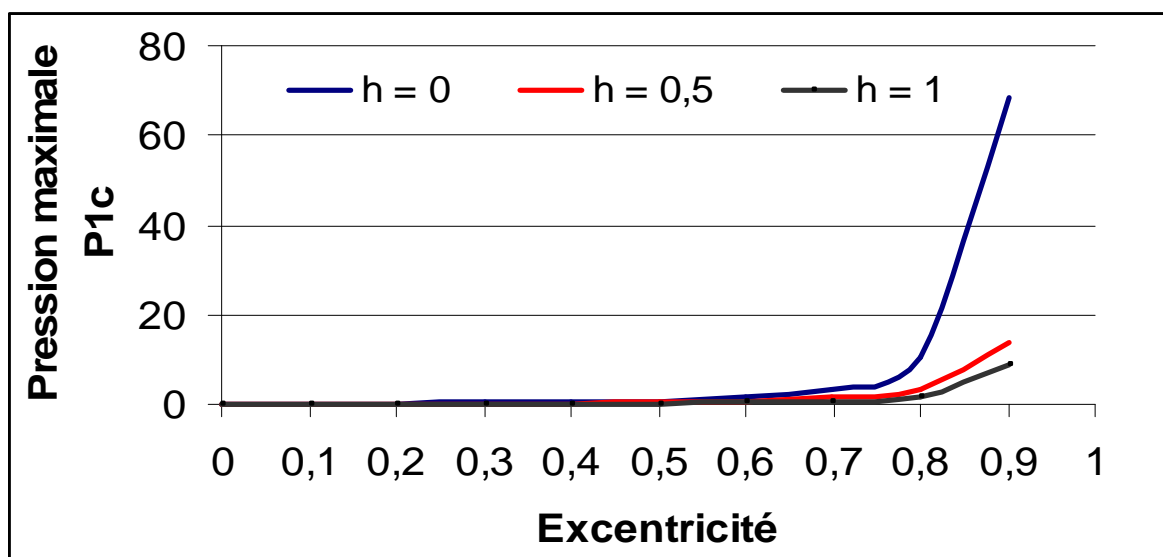


Figure 4.24 : Influence de profil de la jupe sur la pression P_{1c}

4.4- Le mouvement hydrodynamique de rotation

Le mouvement hydrodynamique de rotation est donné par les équations (2.34 – 2.37) du chapitre 2. La pression et l'épaisseur du film correspondante pour différentes configurations sont déterminées, on tient compte l'influence du profil de la jupe pour les différentes simulations. L'analyse est faite pour n'importe quel angle de rotation du vilebrequin.

On rappelle la procédure d'obtention du mouvement de rotation (fig. 4.25) avec les données de base sont : $a = 37$ mm, $L = 80$ mm et $\bar{\theta} = 0$.

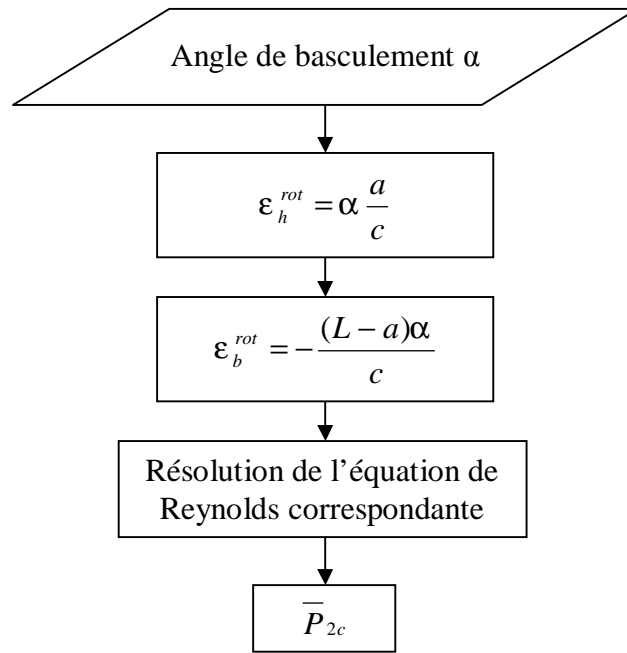


Figure 4.25 : Organigramme du mouvement de rotation

4.4.1- Le profil de la jupe est cylindrique ($h = 0$)

- *Cas de l'angle de basculement α nul*

Si l'angle de basculement est nul alors $e_h = 0$ et $e_b = 0$, on obtient un champ de pression générée sur les deux angles fluide et sur toute la longueur de la jupe. La répartition de pression est identique pour les deux angles fluides (fig. 4.26). L'intensité de la pression est de l'ordre de celle obtenue pour le mouvement axial, une pression maximale $P_{2c \text{ max}} = 0,064168$ est obtenue au milieu de la jupe.

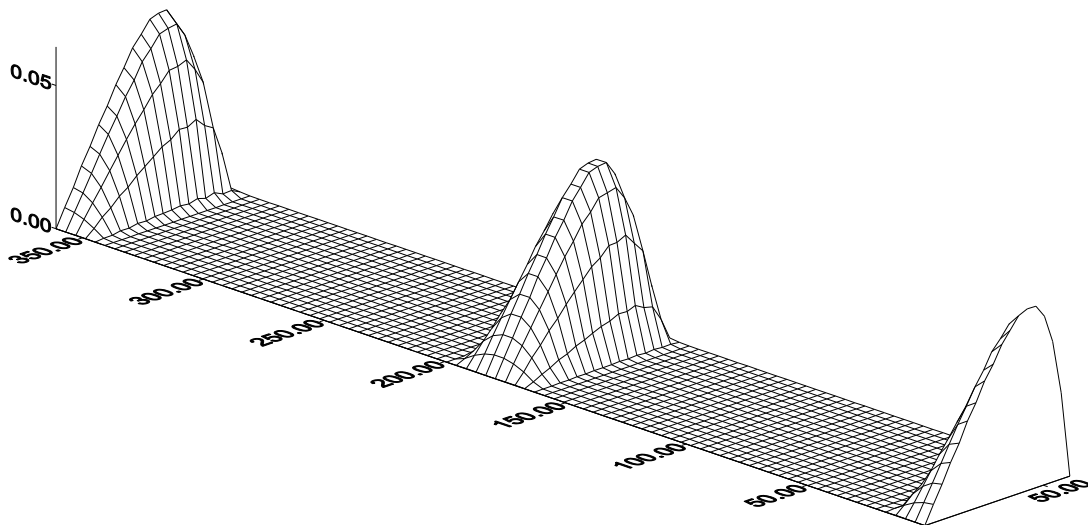


Figure 4.26 : Champ de pression P_{2c} (configuration de $\epsilon_h = 0$, $\epsilon_b = 0$)

- *Cas de l'angle de basculement α positif*

Si on augmente de plus en plus l'angle de basculement du piston vers la droite côté de poussée minimale on obtient les résultats suivants :

i) $\varepsilon_h = 0,3$

$\varepsilon_b = -0,3486487$ la pression maximale $P_{2c} = 0,123698$ est obtenue en $\theta = 0$ au bas de la jupe du piston a une itération de 320 (fig. 4.27).

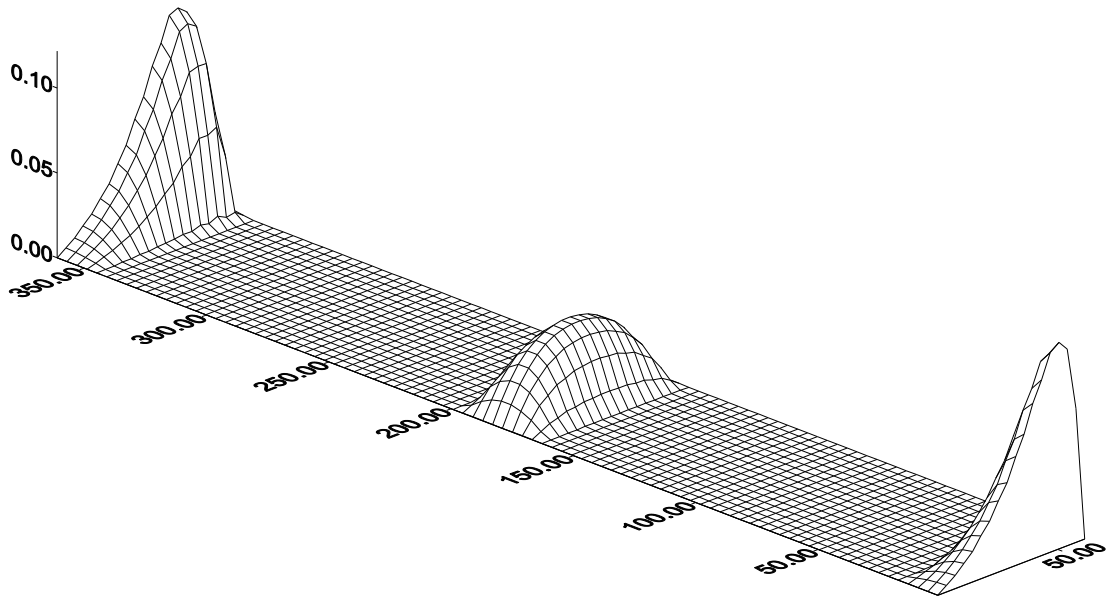


Figure 4.27 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = 0,3$ $\varepsilon_b = - 0,3486487$)

L'épaisseur correspondante de film d'huile est donnée par la figure 4.28.

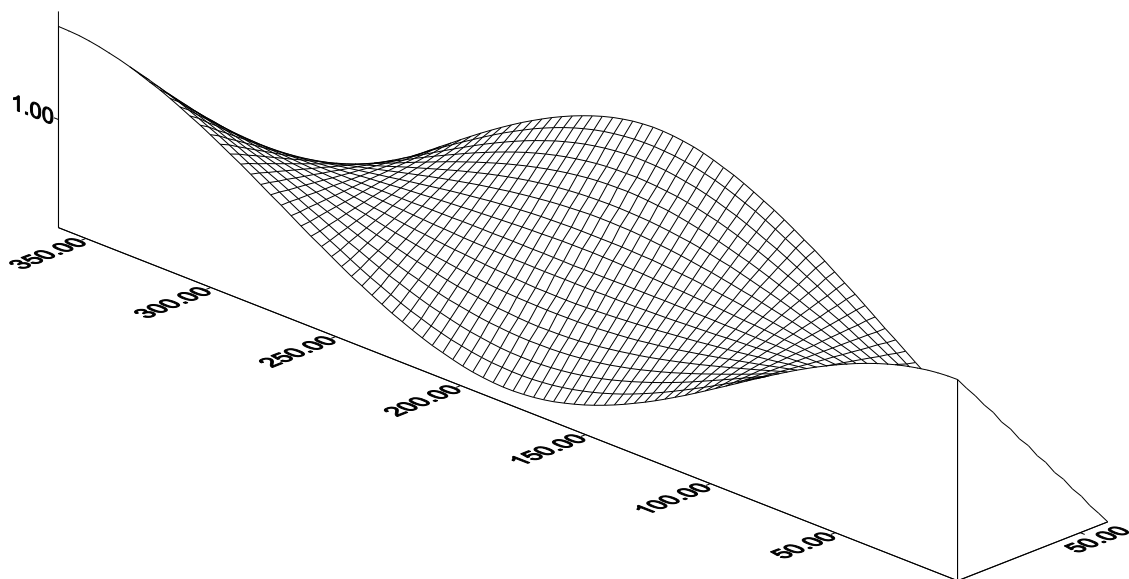


Figure 4.28 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($h = 0$, $\varepsilon_h = 0,3$)

ii) $\varepsilon_h = 0,5$

$\varepsilon_b = -0,5810811$ la pression maximale $P_{2c \max} = 0,252063$ est obtenue dans l'angle fluide de gauche pour $\theta = 0$, la simulation est faite pour un nombre d'itération de 321 (fig. 4.29).

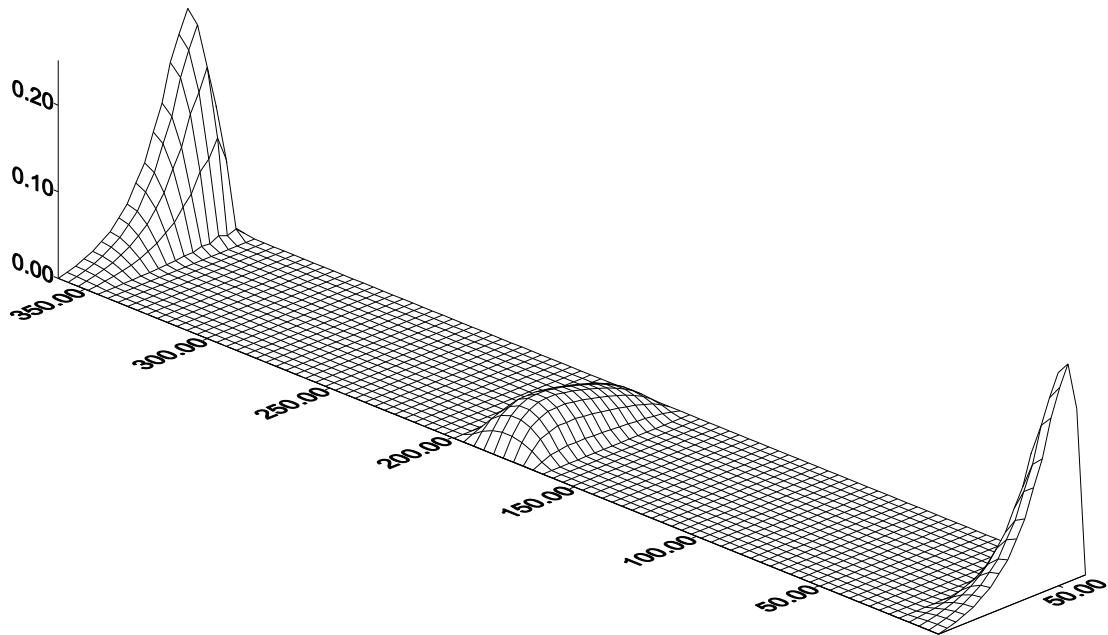


Figure 4.29 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = 0,5$ $\varepsilon_b = -0,5810811$)

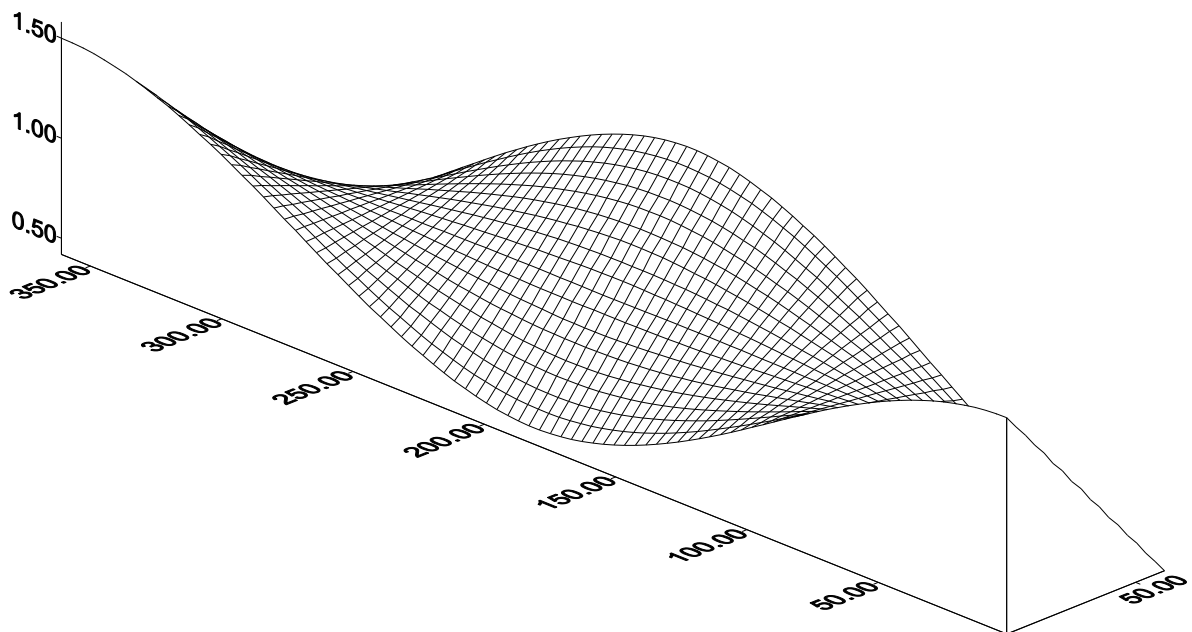


Figure 4.30 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($h = 0$, $\varepsilon_h = 0,5$)

Ainsi, la pression dans l'angle fluide de gauche augmente quand l'excentricité haut de la jupe ε_h augment à cause de la longueur sous l'axe du piston ($L_r - a_r$) qui est plus grande que a . l'épaisseur de film d'huile varie dans le sens inverse (fig. 4.30).

- *Cas de l'angle de basculement α négatif*

i) $\varepsilon_h = -0,5$

$\varepsilon_b = 0,5810811$, le champ de pression est identique à celui obtenu pour $\varepsilon_h = 0,5$ la pression maximale $P_{2c \max} = 0,252063$ est obtenue dans l'angle fluide de droite pour $\theta = \pi$ et $3/4$ de la longueur L (fig. 4.31).

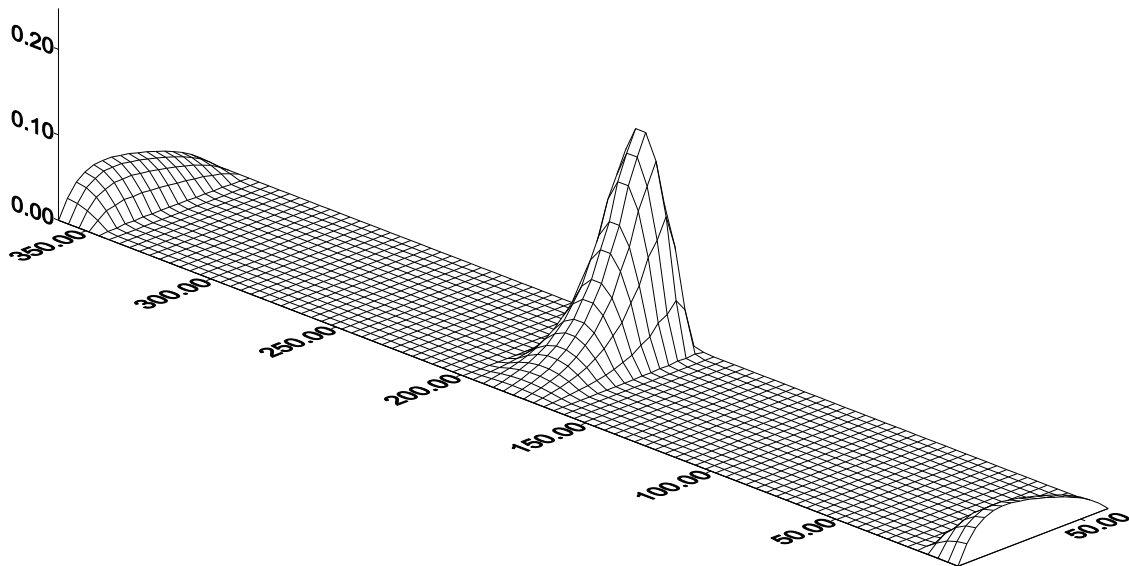


Figure 4.31 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = -0,5$ $\varepsilon_b = 0,5810811$)

L'épaisseur de film d'huile est donnée par la figure 4.32

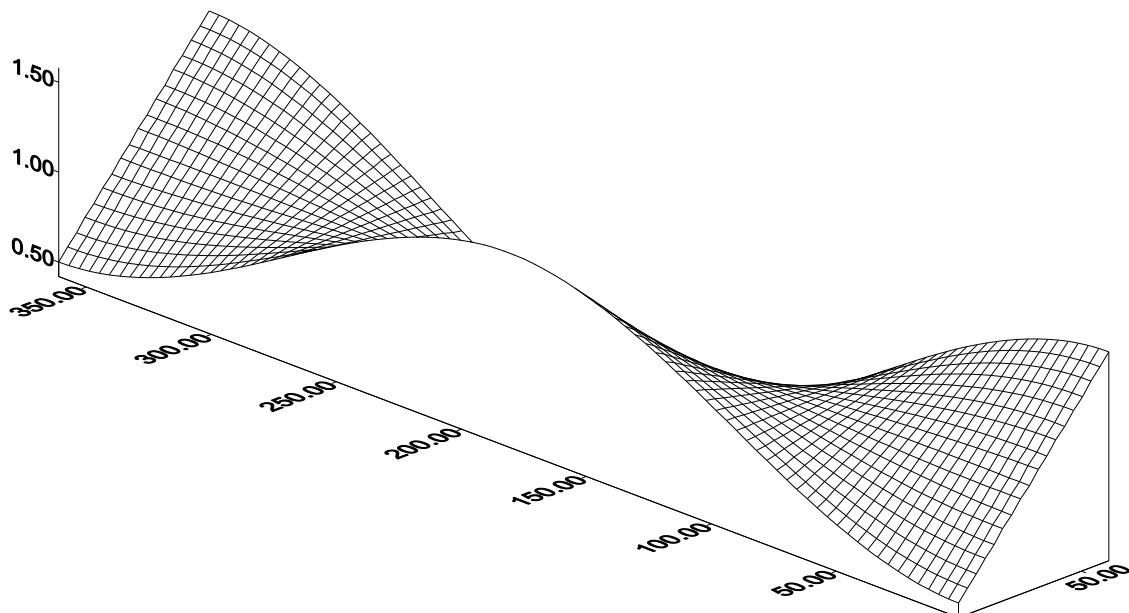


Figure 4.32 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($h = 0$, $\varepsilon_h = -0,5$)

4.4.2- Le profil de la jupe est double tronconique avec $h = 1$

- *Cas de l'angle de basculement α nul*

$\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0$, le champ de pression est beaucoup plus faible que pour le profil de film d'huile $h = 0$, sa valeur maximale égale à 0,028903 est obtenue au milieu de la jupe, on obtient un champ de pression générée sur les deux angles fluide et sur toute la longueur de la jupe. La répartition de pression est identique pour les deux angles fluides (fig. 4.33).

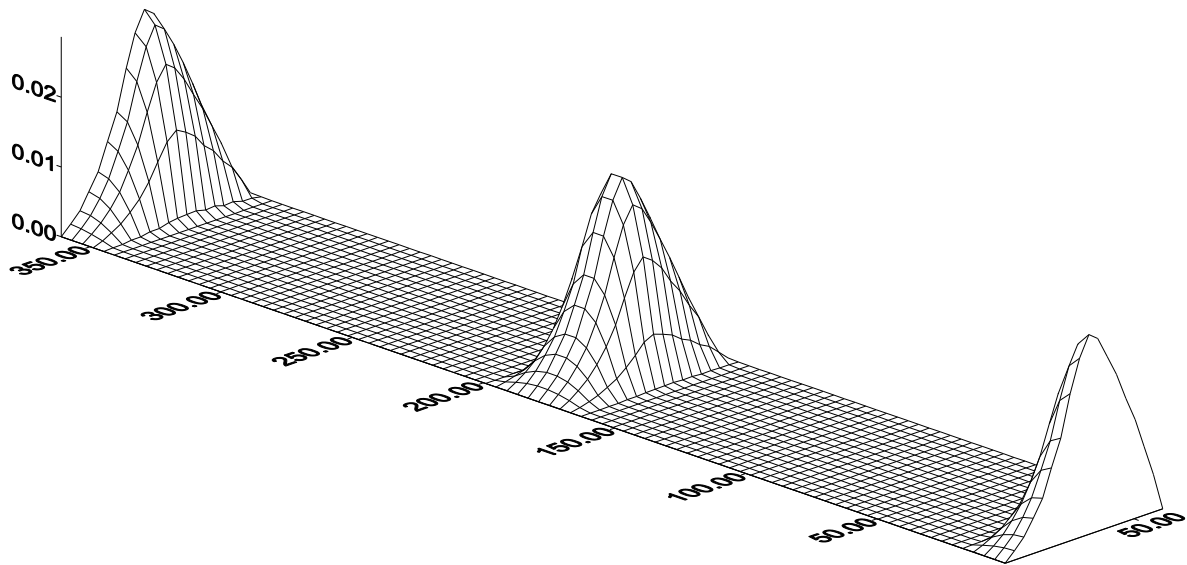


Figure 4.33 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0$ et $h = 1$)

L'épaisseur de film d'huile est donnée par la figure 4.34

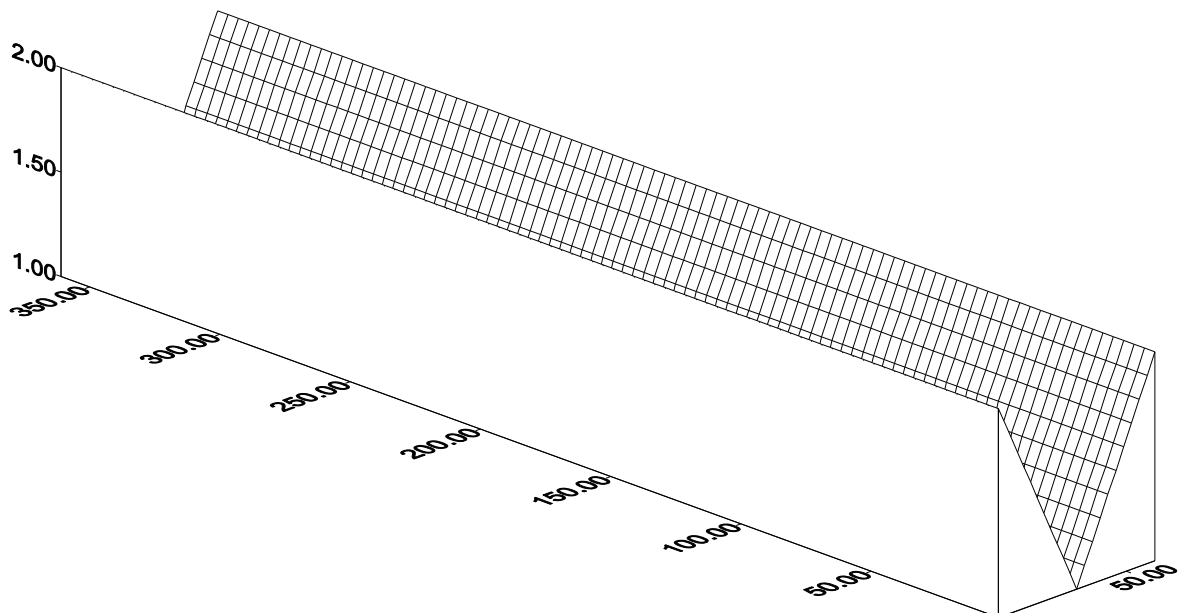


Figure 4.34 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0$ et $h = 1$)

- *Cas de l'angle de basculement α positif*

$\varepsilon_h = 0,5$, $\varepsilon_b = -0,58108$ la pression maximale $P_{2c} = 0,040414$, la pression obtenue est beaucoup plus faible que dans le cas de $h = 0$ pour la même configuration de mouvement (fig. 4.35)

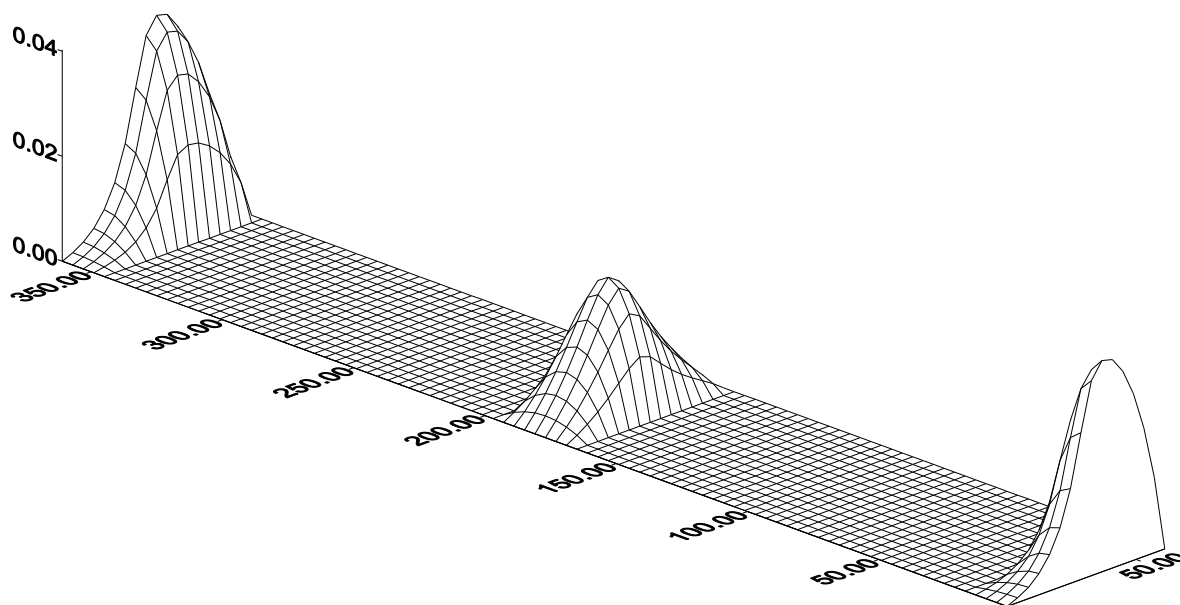


Figure 4.35 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = 0,5$ et $h = 1$)

L'épaisseur de film d'huile de même configuration de mouvement est donnée par la figure 4.36.

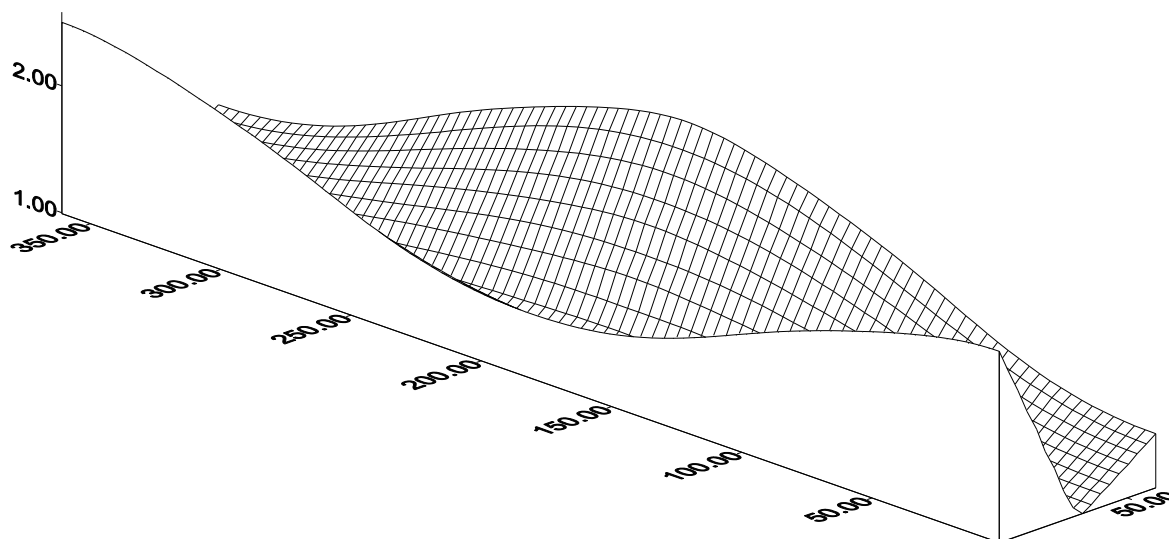


Figure 4.36 : Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($\varepsilon_h = 0,5$ et $\varepsilon_b = -0,5810811$)

- *Cas de l'angle de basculement α négatif*

$\varepsilon_h = -0,5$, $\varepsilon_b = 0,5810811$, le champ de pression est identique à celui obtenu pour $\varepsilon_h = 0,5$ la pression maximale $P_{2c \max} = 0,0404148$ est obtenue dans l'angle fluide de droite pour $\theta = \pi$ et $3/4$ de la longueur L (fig. 4.37).

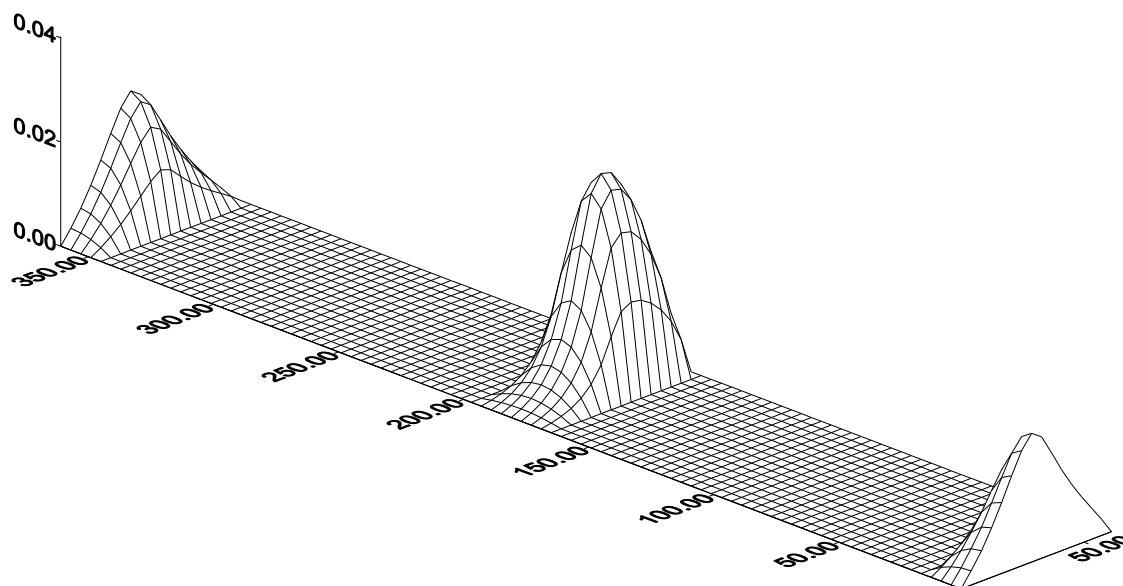


Figure 4.37 : Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = -0,5$ et $\varepsilon_b = -0,5810811$)

L'épaisseur de film d'huile de même configuration de mouvement est donnée par la figure 4.38.

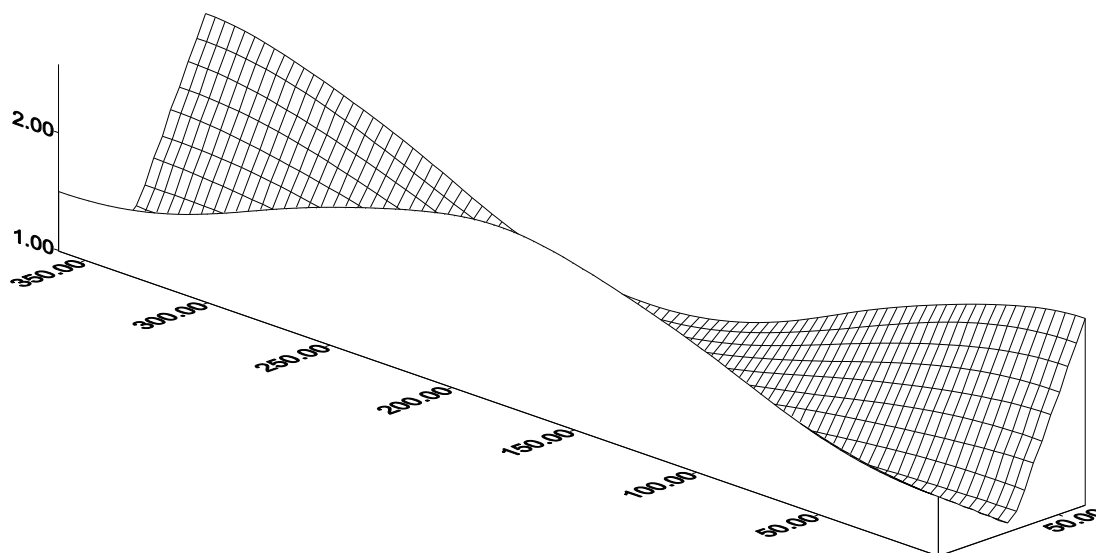


Figure 4.38: Epaisseur de film d'huile \bar{h} ($\varepsilon_h = -0,5$ et $\varepsilon_b = 0,5810811$)

Les résultats du modèle de rotation hydrodynamique montrent la concordance avec les réponses du modèle quant aux pressions obtenues par les différents cas d'excentricité imposées.

4.4.3- Influence de profil de la jupe sur la pression P_{2c}

ε_h	ε_b	$P_{2c \text{ max}}$		
		$h = 0$	$h = 0,5$	$h = 1$
0	0	0,064168	0,039172	0,028903
0,1	- 0,116216	0,076755	0,042296	0,030356
0,2	- 0,232432	0,095324	0,046565	0,032129
0,3	- 0,348649	0,123698	0,052447	0,034315
0,4	- 0,464865	0,169763	0,060608	0,037025
0,5	- 0,581081	0,252063	0,072119	0,040415
0,6	- 0,697297	0,420415	0,088785	0,044757
0,7	- 0,813513	0,877949	0,113826	0,050435
0,8	- 0,929730	3,347740	0,153471	0,058273
0,9	- 1,045946	----	0,221773	0,068611

Tableau 4.3 : Influence de profil de la jupe sur la pression P_{2c}

D'autre part le champ de pression obtenu dans le cas du profil actuel (tronconique linéaire) est beaucoup plus faible que dans le cas du profil cylindrique. Ces résultats ont été déjà vérifiés pour le mouvement axial et latéral (voir les tableaux 4.1, 4.2 et 4.3).

4.5- Le mouvement global

Le mouvement global est défini par les équations (2.38) et (2.39). Le champ de pression global $\bar{P}(\bar{t})$ instantané est donné par l'équation (2.26). La procédure de calcul est donnée par l'organigramme de la figure 3.4. Pour un couple donné d'excentricités adimensionnée ε_h et ε_b on a besoin de connaître les vitesses latérales et la vitesse axial pour une position angulaire donnée du vilebrequin et le profil de la jupe $h = 1$.

i) *discrétisation de la rotation de vilebrequin de pas de 2°*

$$\Delta\bar{\theta} = \frac{\pi}{90}$$

ii) *configuration de vitesse axiale et transversale*

Soient les vitesses du piston :

$$\bar{v}_h(\bar{t}_i) = 1,1$$

$$\bar{v}_b(\bar{t}_i) = 1$$

$$\bar{U}(\bar{t}_i) = -1$$

iii) *Configuration de mouvement*

$$\varepsilon_h = 0,5$$

$$\varepsilon_b = 0,2$$

L'opération principale consiste à décomposer le mouvement global, en utilisant les équations des mouvements composés pour avoir les différents champs de pression puis la pression globale, donnée par l'équation (2.26). On obtient les résultats suivants :

a) La pression due à mouvement axial

$\varepsilon_h^{ax} = \varepsilon_b^{ax} = 0$. La pression correspondante est égale à 0,01451 (fig.4.39)

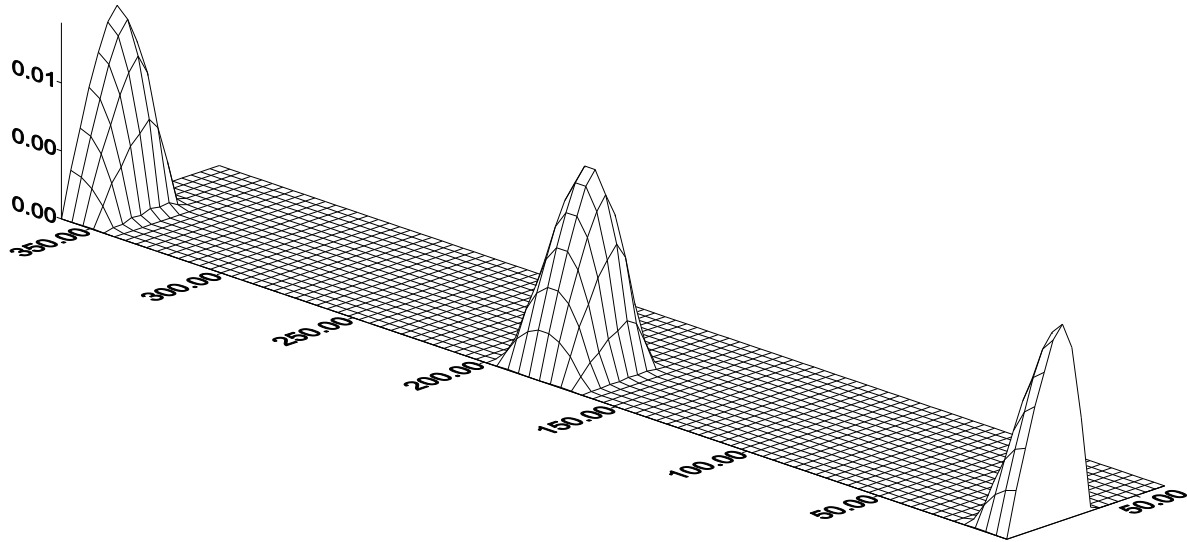


Figure 4.39 : Champ de pression P_u ($\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0$)

b) La pression due à mouvement de translation latérale

Le mouvement latéral, défini par l'équation (2.42) est donnée par $\varepsilon_h^{Lat} = \varepsilon_b^{Lat} = 0,36035$

Le champ de pression résultant est montré par la figure 4.40.

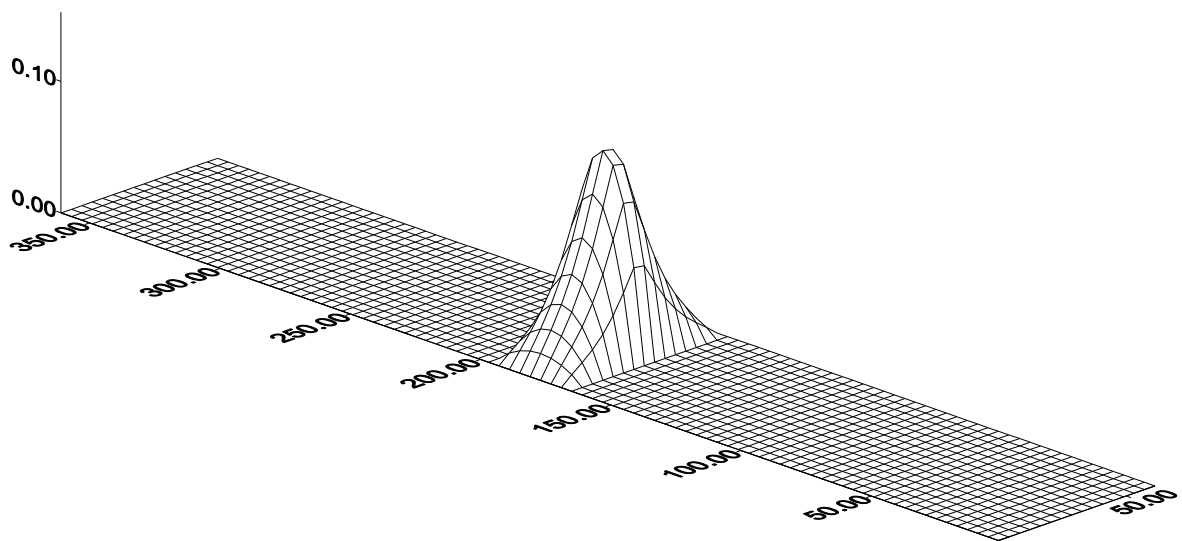


Figure 4.40 : Champ de pression $P_{1c} = 0,158603$ ($\varepsilon_h = \varepsilon_b = 0,36035$)

c) La pression du à mouvement de rotation

Les équations (2.43) et (2.44) donnent : $\varepsilon_h^{rot} = 0,13875$ et $\varepsilon_b^{rot} = -0,16125$

La pression est donnée par la figure 4.41.

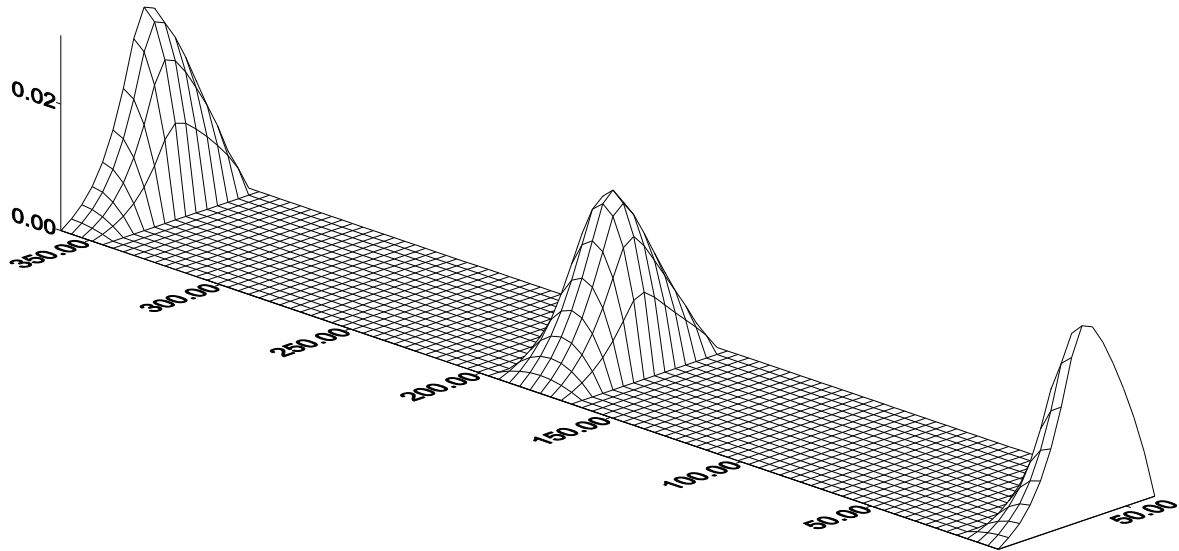


Figure 4.41: Champ de pression P_{2c} ($\varepsilon_h = 0,13875$ et $\varepsilon_b = -0,16125$)

d) La pression du à mouvement globale

On utilisant l'équation (2.26) et l'organigramme correspondant, on obtient le champ de pression globale dans le film lubrifiant pour l'angle de rotation du vilebrequin correspondant.

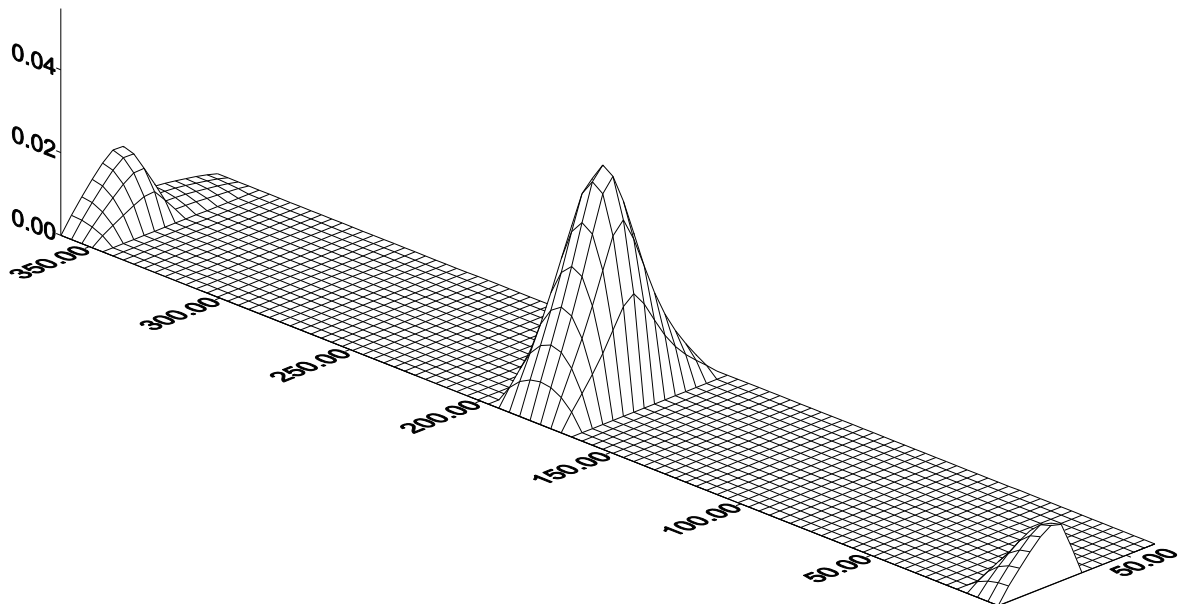


Figure 4.42 : Champ de pression global $P_{max} = 0,05622$ ($\varepsilon_h = 0,5$ et $\varepsilon_b = 0,2$)

4.6- Calcul des charges hydrodynamique

4.6.1- Calcul pour un pas de vilebrequin $\Delta\theta$ égal à 2°

La procédure de calcul des charges hydrodynamiques est donnée par l'organigramme 3.7. Soit à déterminer les forces hydrodynamiques de la configuration de la figure 4.43, où le piston est libre de se mouvoir dans le cylindre. Cette configuration est donnée par :

Vitesses transversal en début du pas de vilebrequin (quelconque)

$$\bar{g}_h(\bar{t}) = 1,1$$

$$\bar{g}_b(\bar{t}) = 1$$

L'excentricité en haut et en bas respectivement est donnée par :

$$\varepsilon_h(\bar{t}) = 0,1$$

$$\varepsilon_b(\bar{t}) = -0,3$$

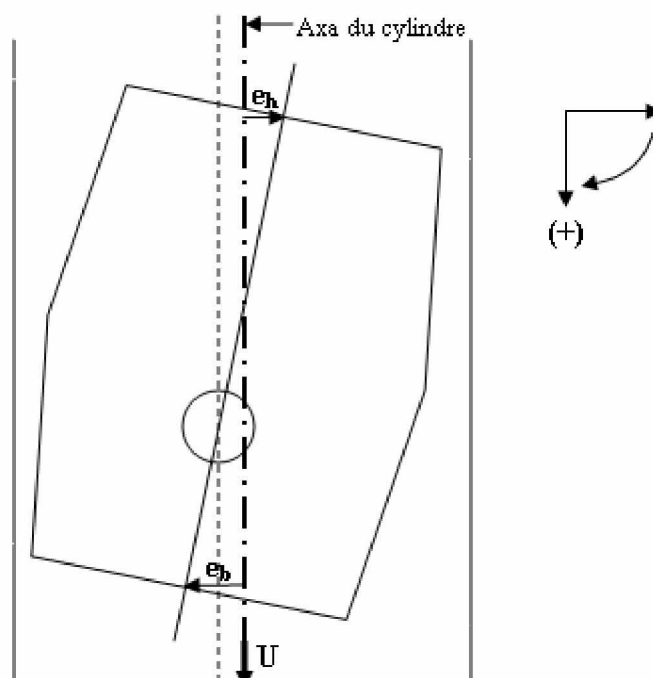


Figure 4.43 : Configuration du mouvement adopté dans l'exemple

La vitesse axiale est positive de PMH vers PMB, le profil de la jupe est tronconique a une hauteur de dénivellation égale à 1.

Le désaxage C_p égale à 1,5 mm et la distance entre l'axe du piston et le point mort haut a est de 37 mm avec une vitesse de rotation de vilebrequin ω égale à 2000 tr/min.

Soit à déterminer le mouvement hydrodynamique quand le moteur a tourné d'un angle de 2° . On obtient les résultats suivants :

a) Le champ de pression globale

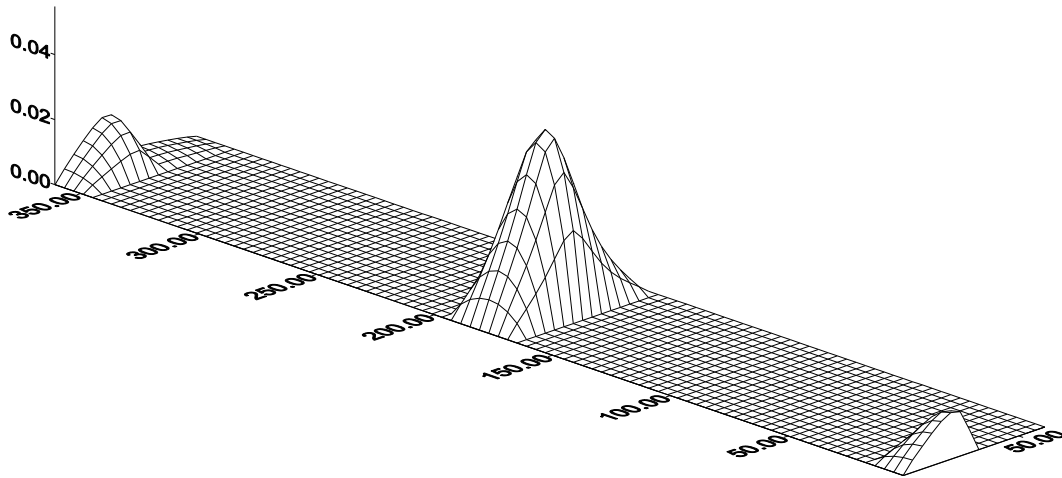


Figure 4.44 : Le champ de pression globale

b) Le mouvement axial

La vitesse axiale adimensionnée $\bar{U} = 0,028$

L'excentricité $\varepsilon_h^{ax}(\bar{t}) = \varepsilon_b^{ax}(\bar{t}) = 0$

Forces hydrodynamiques :

- angle fluide de pression $(-\theta_1, \theta_1) : \begin{cases} F_u = 360,682 N \\ M_u = -8,195 N.m \end{cases}$
- angle fluide de pression $(\theta_2, 2\pi-\theta_2) : \begin{cases} F_u = -360,682 N \\ M_u = 8,195 N.m \end{cases}$

on retrouve que pour le mouvement axial les charges hydrodynamiques exercée par les deux angles fluide soient égales et de signe opposé.

c) Le mouvement d'écrasement

L'excentricité $\varepsilon_h^{Lat}(\bar{t}) = \varepsilon_b^{Lat}(\bar{t}) = d = -0,06444$. $d < 0$, c'est un mouvement de déplacement latéral vers le gauche côté de poussée maximal.

Forces hydrodynamiques :

- angle fluide de pression $(-\theta_1, \theta_1) : \begin{cases} F_{1c} = 1328,936 N \\ M_{1c} = -10,611 N.m \end{cases}$
- angle fluide de pression $(\theta_2, 2\pi-\theta_2) : \begin{cases} F_{1c} = 0 \\ M_{1c} = 0 \end{cases}$

Puisque $d < 0$, il est prévu par définition du mouvement d'écrasement que :

- 1- La force de portance dans le film soit dirigée dans le sens contraire de l'écrasement, le moment de cette force par rapport à l'axe du piston est négatif.
- 2- Les forces dans l'angle fluide de droite $(\theta_2, 2\pi-\theta_2)$ soient nulle.

d) Le mouvement de rotation

L'excentricité $\varepsilon_h^{rot}(\bar{t}) = 0,164$ et $\varepsilon_b^{rot}(\bar{t}) = -0,235$

Forces hydrodynamiques :

- angle fluide de pression $(-\theta_1, \theta_1)$:
$$\begin{cases} F_{2c} = 677,550 N \\ M_{2c} = -10,758 N.m \end{cases}$$
- angle fluide de pression $(\theta_2, 2\pi-\theta_2)$:
$$\begin{cases} F_{2c} = -578,265 N \\ M_{2c} = -9,222 N.m \end{cases}$$

e) Le mouvement global

La force et le moment global obtenu sont :
$$\begin{cases} F = 1006,105 N \\ M = -153,161 N.m \end{cases}$$

La figure ci-dessous résume les résultats donnant les charges hydrodynamiques des différents mouvements ainsi que ceux du mouvement global résultant.

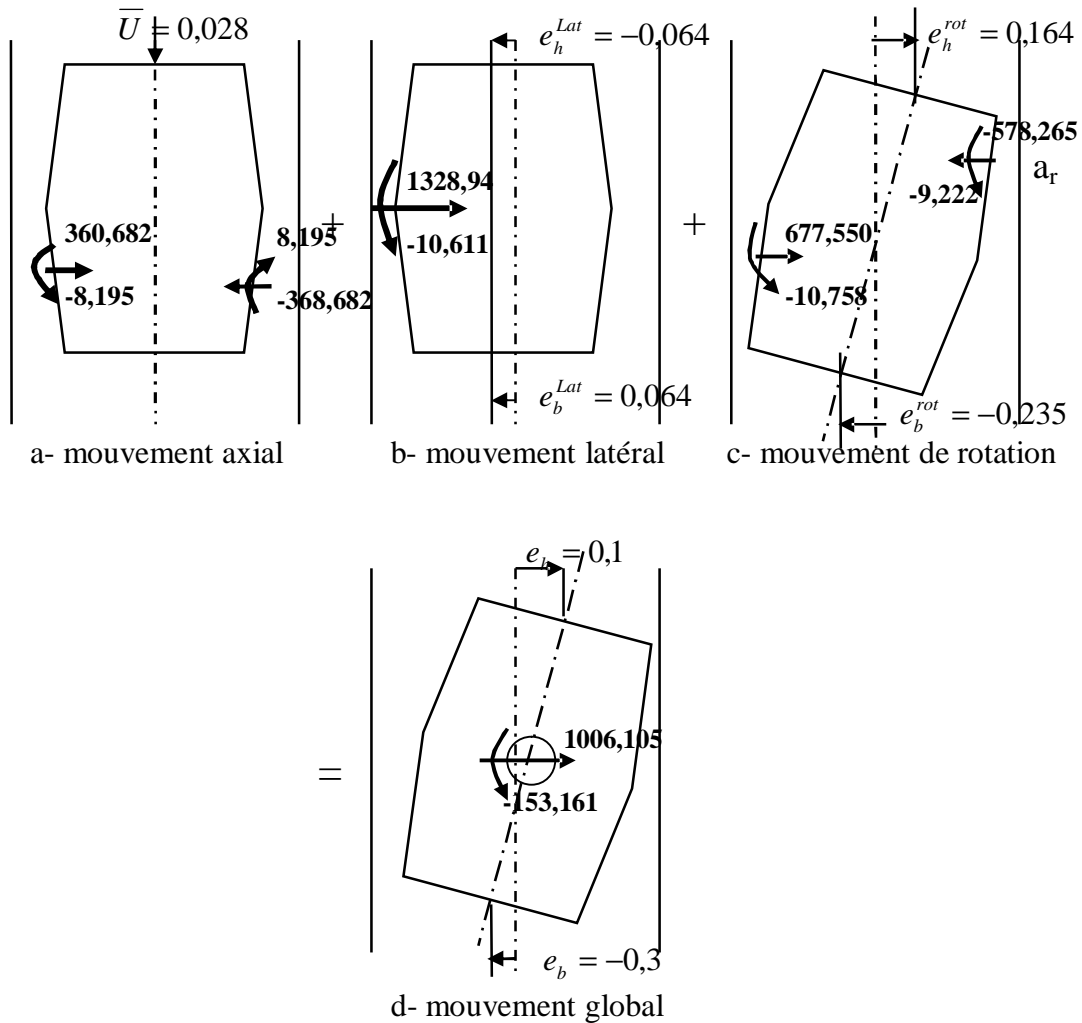


Figure 4.45 : Forces hydrodynamiques de la configuration de la figure 4.43

Les vitesses latérales corrigées par la méthode de Newton – Raphson sont :

$$\begin{cases} \bar{z}_h(\bar{t}) = 3,01.10^{-6} \\ \bar{z}_b(\bar{t}) = 2,76.10^{-5} \end{cases}$$

Les résultats de la figure 4.45 montrent une concordance physique entre les forces de réaction du film fluide et l'effet des déplacements imposés par les différents mouvements et ce pour un pas quelconque de rotation du vilebrequin. Ce résultat valide le programme de calcul et nous permet de poursuivre l'analyse des forces hydrodynamique et excentricités sur un cycle moteur complet.

4.6.2- Calcul pour un cycle de moteur

Les données utilisées dans la simulation du mouvement hydrodynamique sont montrées dans le tableau 4.4 :

Désignation	Variable	Valeur
Longueur de la jupe	L	90 mm
Rayon du piston	R	60 mm
Rayon du vilebrequin	R	62.5 mm
Longueur de bielle	ℓ	238 mm
Masse du piston	m_{pist}	1,9 Kg
Masse de l'axe de piston	m_{axe}	0,9 Kg
Distance de l'axe au haut du piston	A	37 mm
Jeu radial de l'ensemble piston – cylindre	C	0,035 mm
Désaxage piston – axe	Cp	1,5 mm
Désaxage du centre de gravité	Cg	0
Vitesse de rotation	Ω	2000 tr/mn
Viscosité dynamique de l'huile lubrifiant	M	0,0069 Pa.s
Angle fluide assumé	A	15 °

Tableau 4.4 : Données de base utilisées dans la simulation

a) La vitesse axiale

La vitesse axiale est donnée par la figure ci-dessous

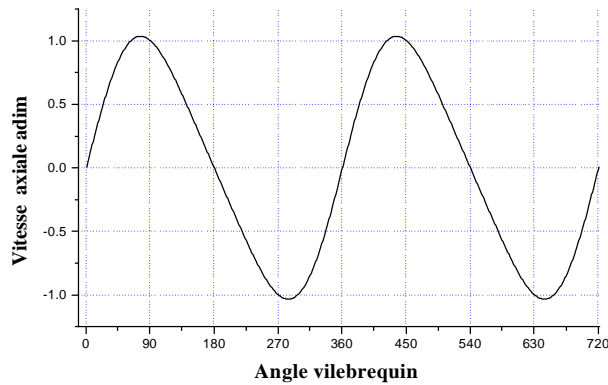


Figure 4.46 : Vitesse axiale adimensionnée

b) Le mouvement hydrodynamique global

Les forces et les moments globaux résultant sont donnés par la figure ci-dessous

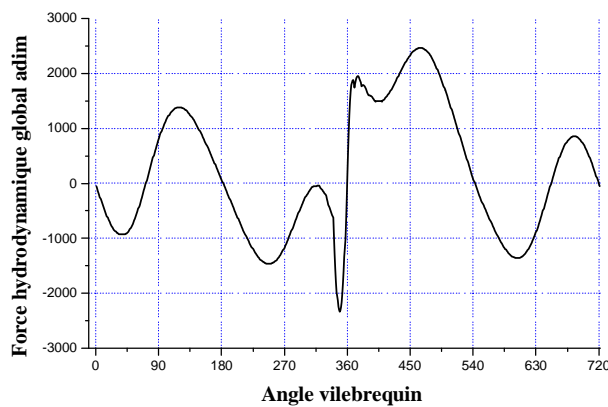


Figure 4.47 : Force hydrodynamique global

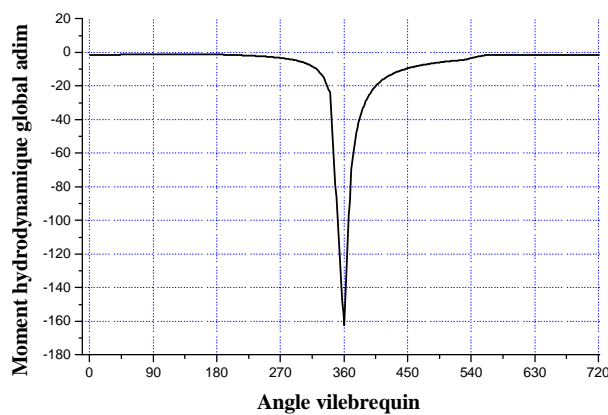


Figure 4.48 : Moment hydrodynamique global

4.7- Calcul des charges dynamique

4.7.1- Forces du paroi

Pour résoudre les équations (2.18) on a besoin de connaître les charges dynamiques de paroi F_s et M_s , les forces d'inertie \bar{F}_{IP} , \bar{F}_{IC} et les forces de pression des gaz de combustion F_g . Ces forces doivent être connues à chaque pas de cycle. On rappelle qu'un cycle moteur formé des phases suivante : aspiration, compression, détente et échappement et est partagée en 720 point chaque point correspond à un degré. La pression des gaz est calculée sur un cycle thermodynamique réelle spécifique aux paramètres du moteur F8L413.

i) Pression des gaz de combustion

La pression des gaz de combustion est donnée par la figure 4.49. La pression maximal obtenu est $P_{\max} = 9577,5$ KPa. L'origine de cette courbe peut être pris au PMH, début de la phase d'aspiration.

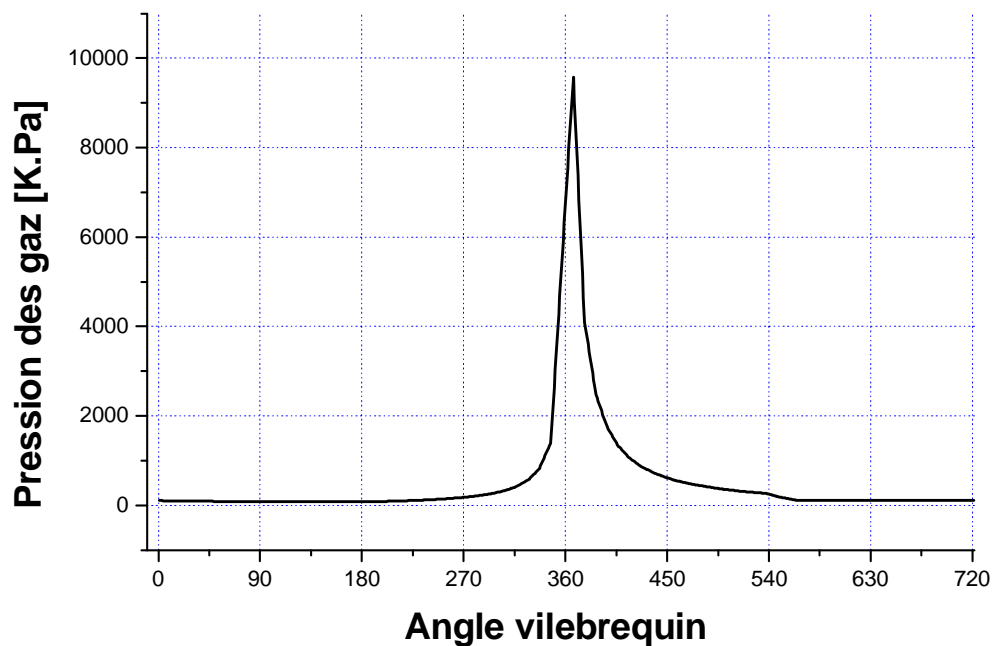


Figure 4.49 : Pression des gaz de combustion sur un cycle moteur

ii) Forces de paroi F_S et M_S

Les forces du paroi sont données par les figures 4.50 et 4.51.

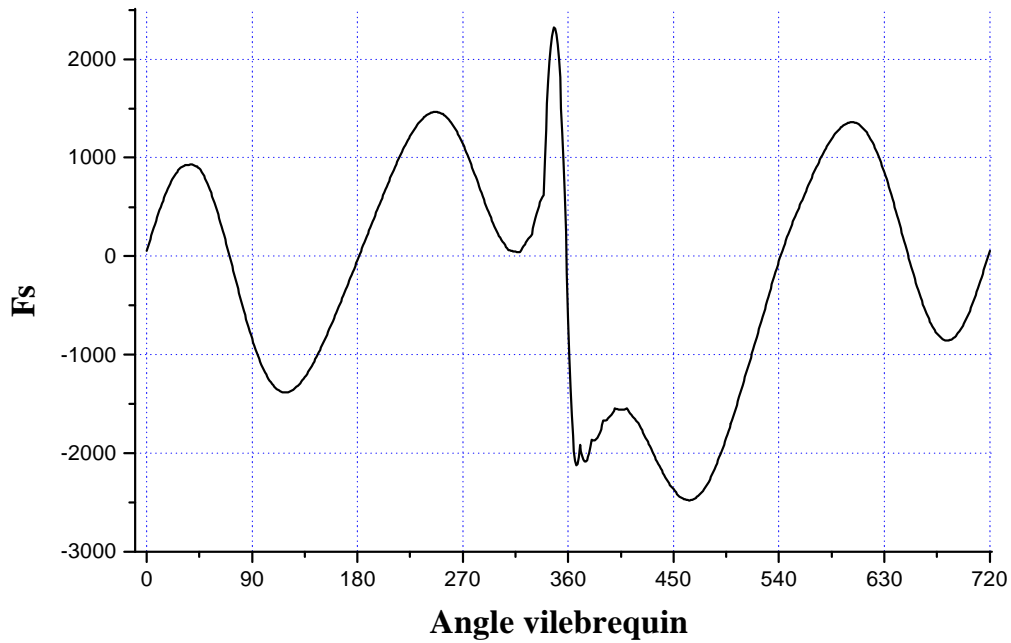


Figure 4.50 : Force latéral du paroi F_S sur un cycle moteur

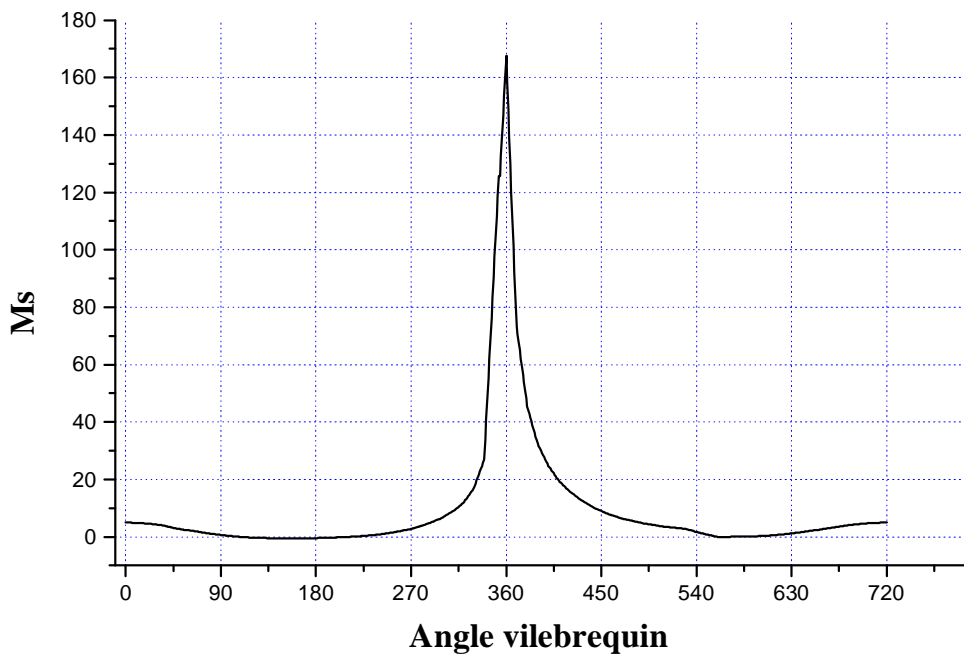


Figure 4.51 : Moment de basculement du piston M_S sur un cycle moteur

Les forces d'inertie axiales et l'accélération du piston sont données par les figures 4.52 et 4.53.

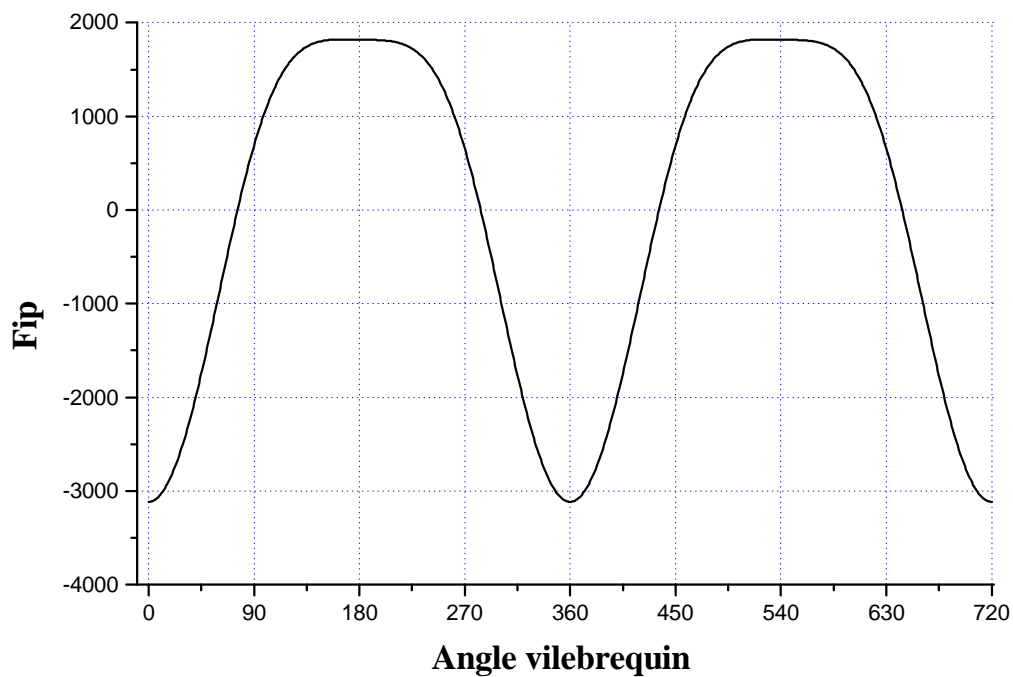


Figure 4.52 : Force d'inertie axial du piston sur un cycle moteur

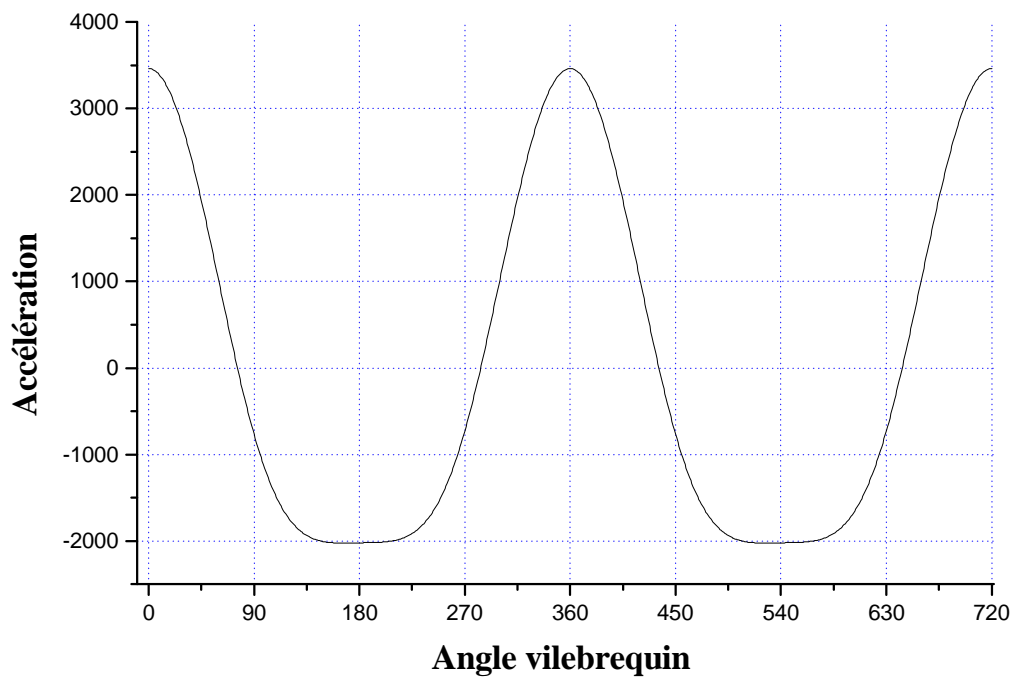


Figure 4.53 : Accélération axial du piston

4.7.2- Forces d'inertie transversale

Les forces d'inertie transversale F_{IP} , F_{IC} et M_{IC} du piston et de l'axe sont calculées à l'aide de la méthode des différences finies en arrière.

Le domaine de calcul est un angle de rotation de moteur de 720° . Cet angle correspond à un domaine temporel sans dimension de 4π . Pour un pas $\Delta\bar{\theta} = 1^\circ$ (soit un pas de temps adimensionnel $\Delta\bar{t} = \Delta\bar{\theta} \frac{\pi}{180}$), on obtient 721 points angulaires de discrétisation (Fig. 4.54).



Figure 4.54 : Schéma de calcul par différences finies en arrière sur le domaine discrétisé

Sur ce domaine l'algorithme donnant l'accélération du mouvement secondaire en un point d'indice k est donnée par :

$$\bar{b}(k) = \frac{1}{(\Delta\bar{\theta})^2} (e_{(k-2)} - 2e_{(k-1)} + e_{(k)}), \text{ avec } k=1, 721$$

Ainsi l'accélération au point origine 1 du domaine (fig. 4.54) du cycle est donné par

$$\bar{b}(1) = \frac{1}{(\Delta\bar{\theta})^2} (e_{(1)})$$

Les excentricités aux points d'indice (-1) et (-2) sont supposées nuls. Les accélérations étant ainsi déterminées les forces d'inertie sont déterminées par les équations 2.15-2.17. Le calcul aux points suivants se poursuit selon le sens de la flèche jusqu'à $k=721$.

4.8- Calcul de l'excentricité

Dans cette partie de code de calcul, on applique l'organigramme 3.4 pour obtenir la solution cyclique. Les données sont celles du tableau 4.4 avec principalement le pas angulaire de 1° , le profil de la jupe $h = 1$. L'excentricités initiale $\varepsilon_h = 1,1$ et $\varepsilon_b = 1$.

La pression des gaz est donnée par la figure 4.55. L'origine de la courbe est au PMH de la phase de détente.

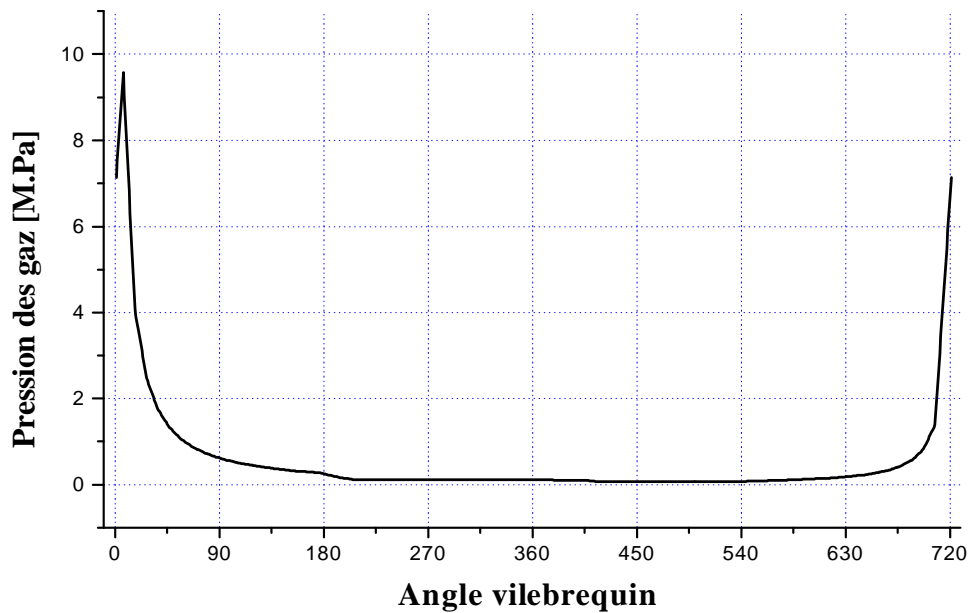


Figure 4.55 : Pression des gaz

Quand l'axe de piston est déplacé vers sa position axiale donnée par le tableau 4.4, un mouvement de basculement du piston prend alors naissance puisque les excentricités du haut et du bas de la jupe sont différentes. Les courbes de la figure 4.56 montre ce résultat. La solution cyclique est obtenue au bout de 6 cycles moteur.

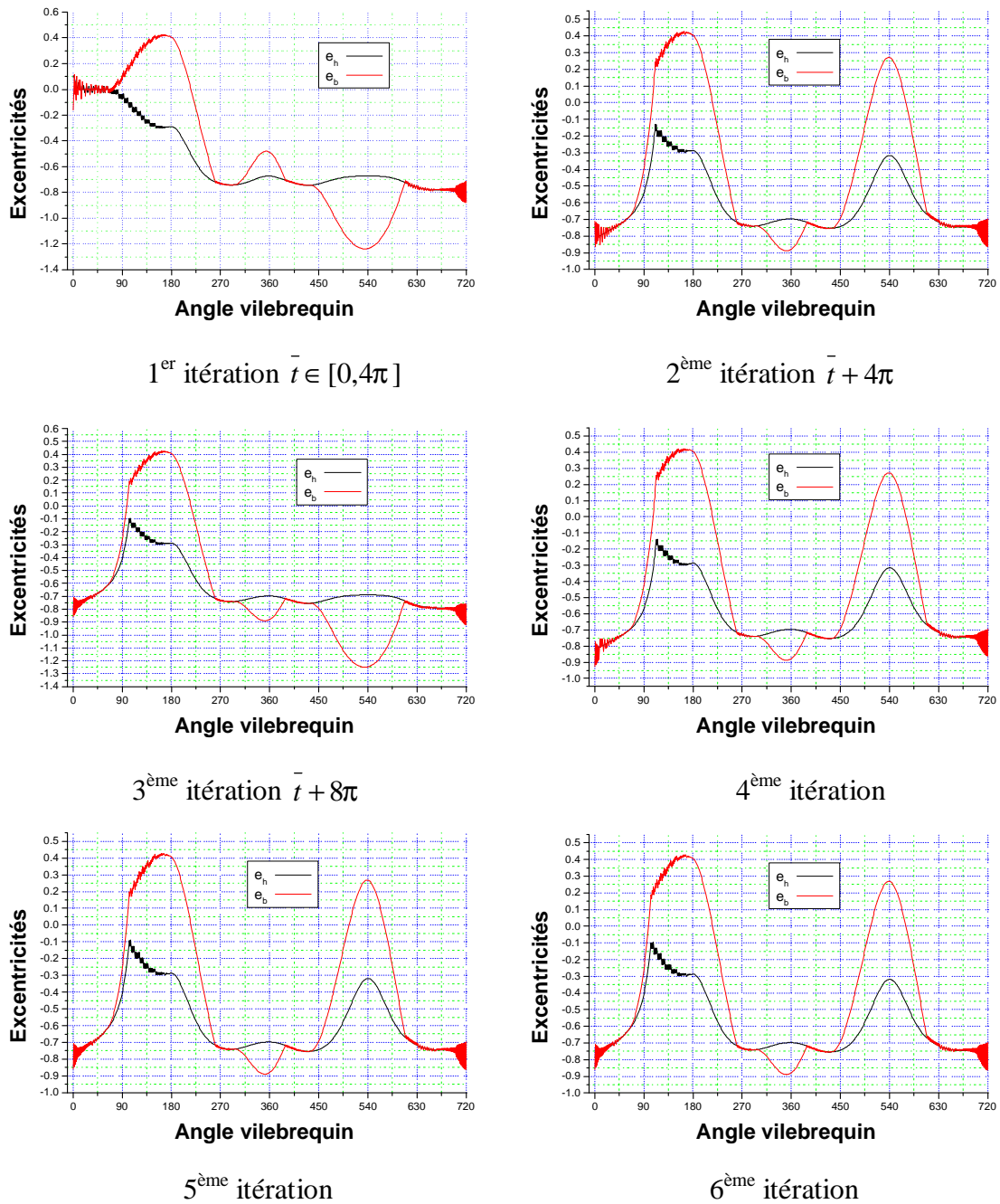


Figure 4.56 : Progression de la convergence de la solution cyclique

La cyclicité de la solution est obtenue au bout de sixième l'itération. On à :

Solution au début de cycle :

$$\bar{\theta} = 0^\circ \quad \varepsilon_h = -0,78$$

$$\varepsilon_b = -0,78$$

Solution en fin de cycle :

$$\bar{\theta} = 720^\circ \quad \varepsilon_h = -0,86$$

$$\varepsilon_b = -0,86$$

4.9- Le mouvement du piston au cours des différentes phases du cycle

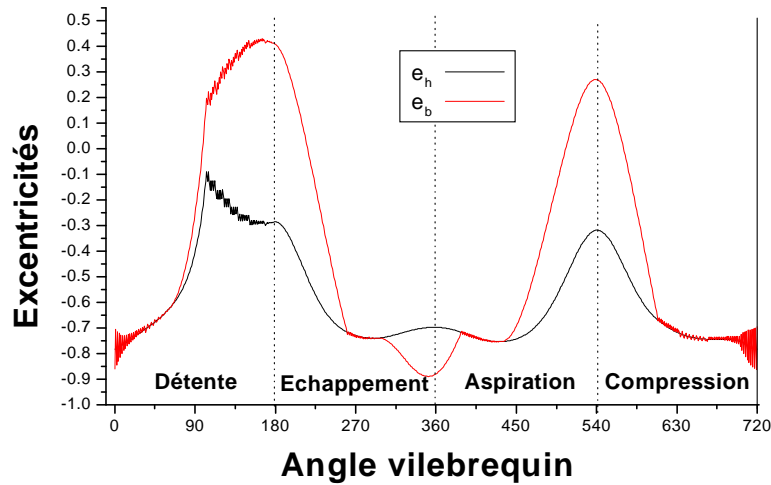


Figure 4.57 : Mouvement du piston au cours des différentes phases du cycle

- *Phase de détente*

La figure 4.57 montre qu'à partir du point mort haut (PMH), la jupe ayant une excentricité du bas négative maximale est égale à -0,78 commence à augmenter quand le piston se déplace du PMH vers le PMB, à partir de $\bar{\theta} = 101^\circ$, les excentricités du haut et de bas varient en sens inverse, le piston subit un mouvement de basculement autour de son axe. Un coin d'huile se forme alors entre la jupe et le cylindre. Ce coin d'huile permet la génération de la pression hydrodynamique donc des forces de portances latérales et d'assurer ainsi la lubrification hydrodynamique même si la jupe est de la forme cylindrique. Arrivé en fin de la phase de détente au PMB où $\bar{\theta} = 172^\circ$ l'excentricité de bas de la jupe atteint sa valeur égale à 0,42.

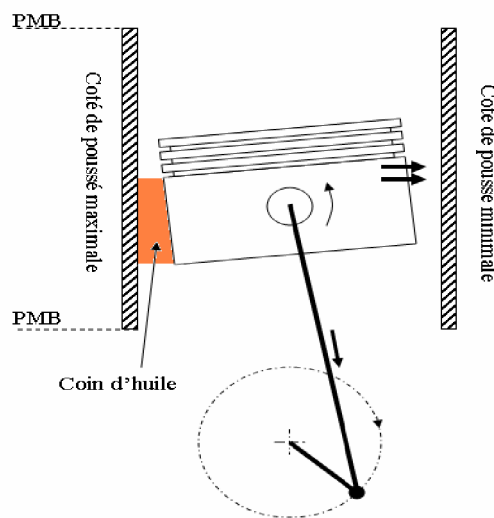


Figure 4.57 : Mouvement du piston au cours de la phase de détente

- **Phase d'échappement**

Quand le piston se déplace du PMB vers le PMH au cours de la phase d'échappement, un coin d'huile est formé entre la jupe et la paroi du cylindre et le piston est poussé latéralement vers le côté de poussée maximale assurant ainsi la zone active de pression de ce côté (fig. 4.58).

Au cours de cette phase, le piston se déplace latéralement du côté de poussée minimale vers le côté opposé. Le coin d'huile existe toujours durant cette phase car comme le montre la figure 4.57 l'excentricité du bas ϵ_b reste constamment supérieure à l'excentricité de haut ϵ_h jusqu'au moment où les deux excentricités restent confondues en $\bar{\theta} = 261^\circ$. A partir de la position du vilebrequin $\bar{\theta} = 299^\circ$, le piston bascule dans le sens des aiguilles d'une montre pour atteindre la valeur maximale de basculement enfin de course de cette phase à PMH, à ce point l'excentricité de bas atteint sa valeur minimale $\epsilon_b = -0,88$.

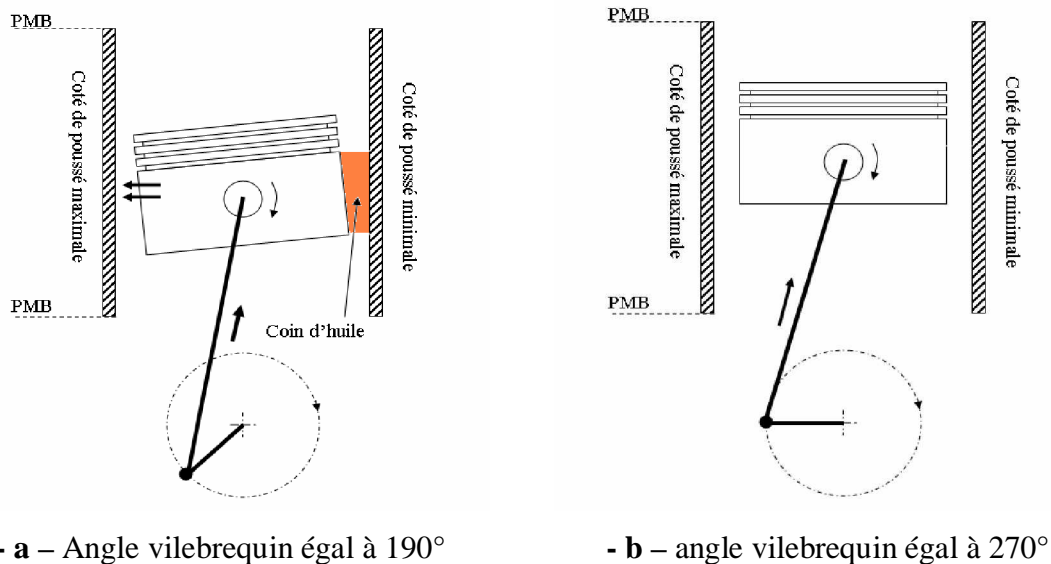


Figure 4.58 : Mouvement du piston au cours de la phase d'échappement

Avant que le piston n'arrive au point mort haut (PMH), il commence à basculer vers le côté de poussée maximale. Quand il atteint le PMH ($\bar{\theta} = 360^\circ$) ce basculement atteint sa valeur maximale avec $\epsilon_h = -0,70$ et $\epsilon_b = -0,88$ (fig. 4.58).

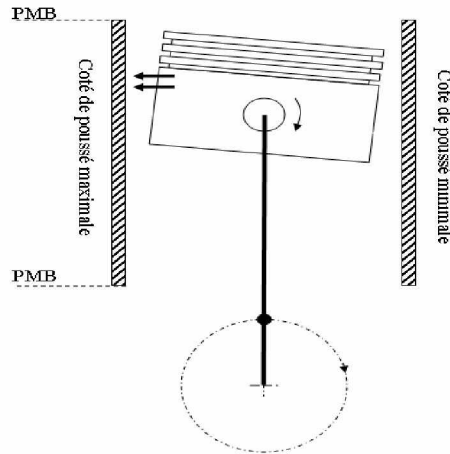
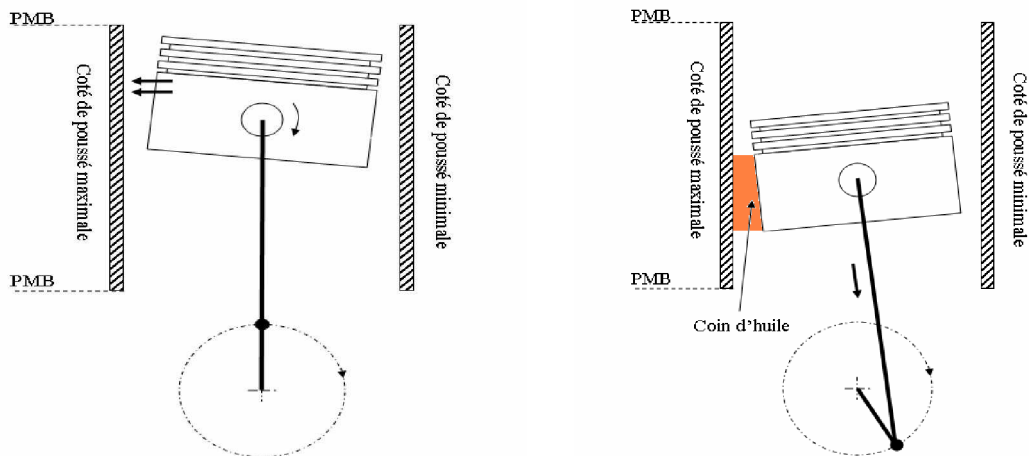


Figure 4.59 : Mouvement du piston a la fin du phase d'échappement $\bar{\theta} = 360^\circ$

- **Phase d'aspiration**

Durant la phase d'aspiration le piston se déplace de PMH vers PMB. Le piston se redresse jusqu'à qu'il occupe une position vertical où les deux excentricités sont égales ($\varepsilon_h = \varepsilon_b = -0,74$) à $\bar{\theta} = 439^\circ$ jusqu'à le point $\bar{\theta} = 439^\circ$. Puis le piston subit une rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Le coin d'huile se forme alors entre la jupe et le cylindre du côté de poussée maximale jusqu'à la fin de cette phase (fig. 4.60).



- a – Angle vilebrequin égal à 360°

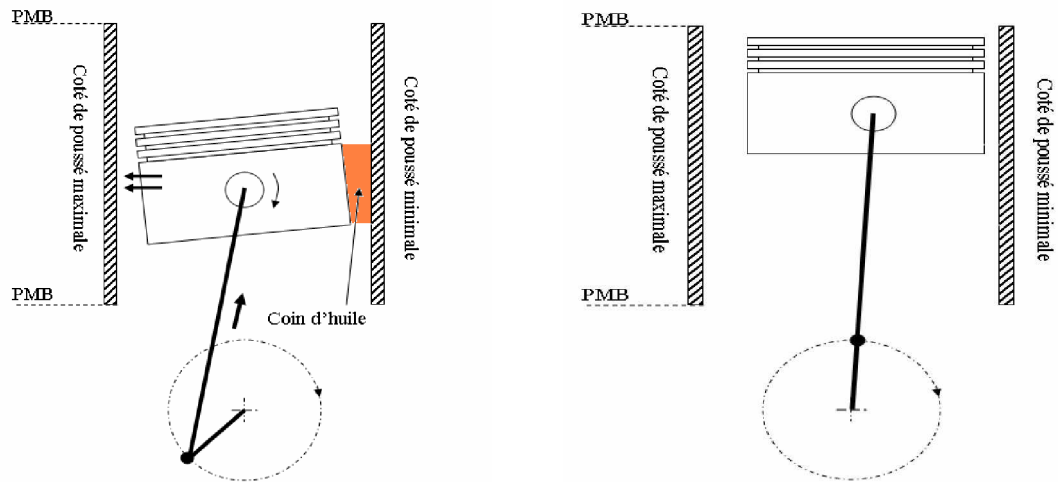
- b – angle vilebrequin égal à 535°

Figure 4.60 : Mouvement du piston au cours de la phase d'aspiration

- **Phase de compression**

Au cours de la phase de compression le basculement se fait dans le sens des aiguilles d'une montre comme le montre la figure 4.61. Le piston se déplace latéralement du côté de poussée minimale vers le côté opposé. Le coin d'huile existe toujours durant cette phase comme le montre la figure 4.57 l'excentricité du bas ε_b reste constamment supérieure à l'excentricité de haut ε_h jusqu'au moment où les deux excentricités restent confondues à

$\bar{\theta} = 612^\circ$. A partir de ce point, le piston se redresse jusqu'à qu'il occupe une position vertical où les deux excentricités sont égaux jusqu'à le PMH



- a – Angle vilebrequin égal à 545°

- b – angle vilebrequin égal à 720°

Figure 4.61 : Mouvement du piston au cours de la phase de compression

4.10- Analyse du frottement et la perte de puissance

La procédure de calcul des forces de frottement est donnée par l'organigramme 3.9. Soit à déterminer les forces hydrodynamiques et l'excentricité du piston, on calcul les forces de frottement instantané et les pertes de puissance dans une état de vilebrequin tourné à un angle de 2. On obtient les résultats suivants :

Les données utilisées dans les calculs des forces de frottement et les pertes de puissance sont données dans le tableau 4.4.

La vitesse axial adimensionné : $\bar{U} = 0,028$

L'excentricité du haut et de bas est : $\varepsilon_h(\bar{t}) = -0,78$ $\varepsilon_b(\bar{t}) = -0,84$

La force de frottement égal à : $f = -0.256 N$

La perte de puissance égal à : $P = 0.0952 W$

Les calculs des forces de frottement et les pertes de puissance dans un cycle de moteur à un pas de temps de 1° est données par les figure 4.62 et 4.63 respectivement :

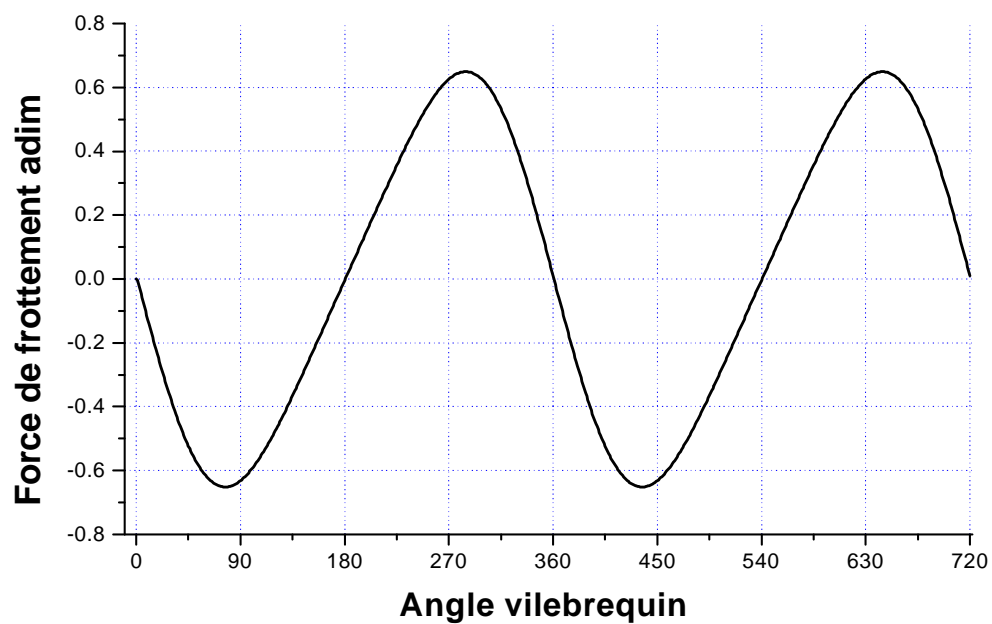


Figure 4.62 : La force de frottement instantané sur un cycle de moteur

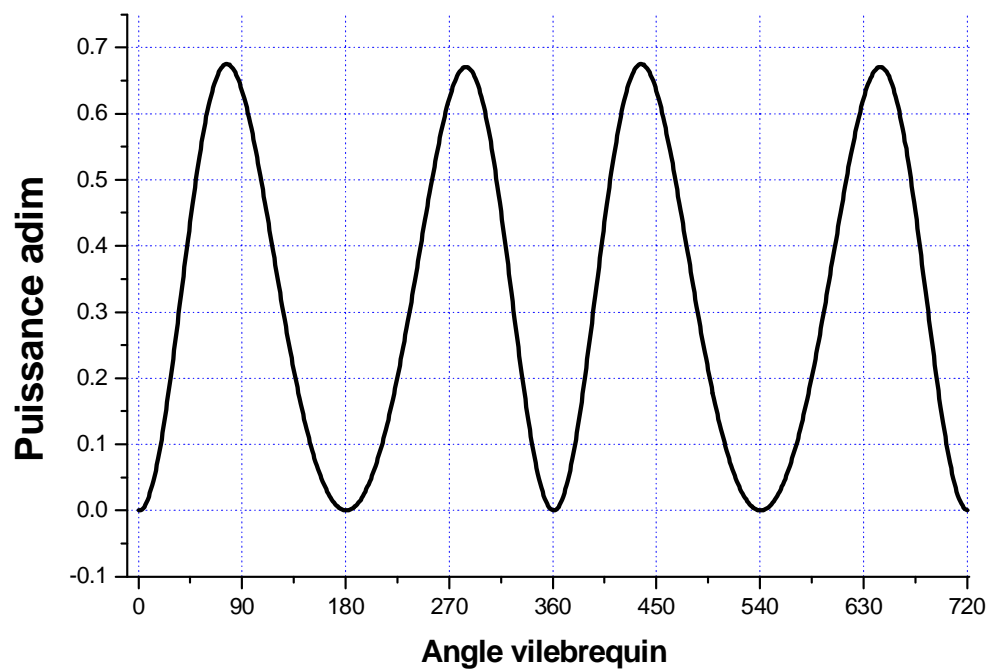


Figure 4.63 : La perte de puissance instantané sur un cycle de moteur

4.11- Effet des paramètres de la lubrification hydrodynamique de piston sur la performance du moteur

Les paramètres qui influent sur la performance du moteur à combustion interne tels les pertes de puissance par frottements sont plusieurs, on cite notamment le jeu radial entre la jupe et le cylindre, le profil de la jupe du piston, la viscosité de film lubrifiant et le désaxage de l'axe de piston.

4.11.1- Effet de jeu radial

La figure 4.64 montre l'effet de jeu radial sur le mouvement secondaire du piston, ainsi la trajectoire du piston obtenu pour un jeu radial de $c = 30\mu$ et $c = 35\mu$.

Ces résultats sont obtenus avec les données de simulation du tableau 4.4.

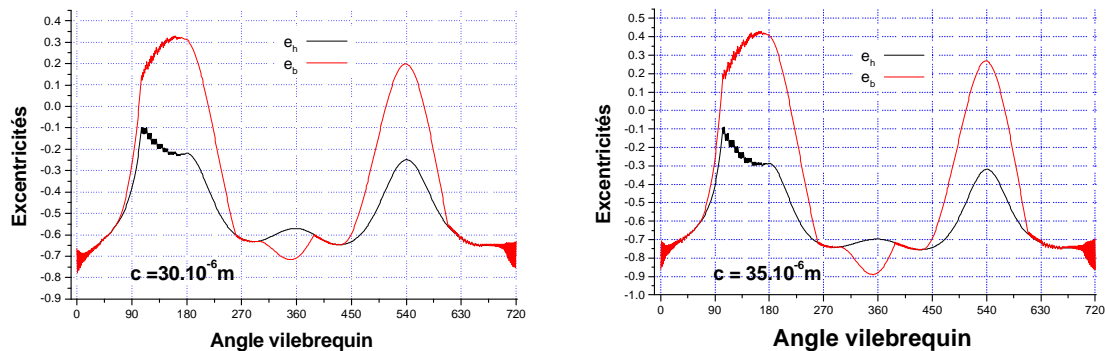


Figure 4.64 : Effet de jeu radial sur le mouvement secondaire du piston

L'effet du jeu radial sur l'excentricité du haut et bas de la jupe est donné par la figure 4.65. D'après les résultats obtenus on constate que plus le jeu radial augmente plus le mouvement secondaire est amplifié. Ainsi pour avoir un mouvement aligné du piston il faut diminuer le jeu radial entre le piston et le cylindre.

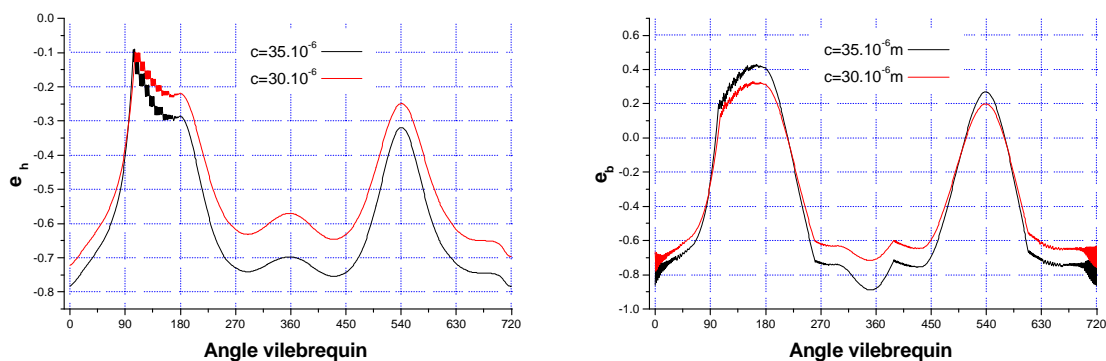


Figure 4.65 : Effet du jeu radial sur l'excentricité du haut et bas de la jupe

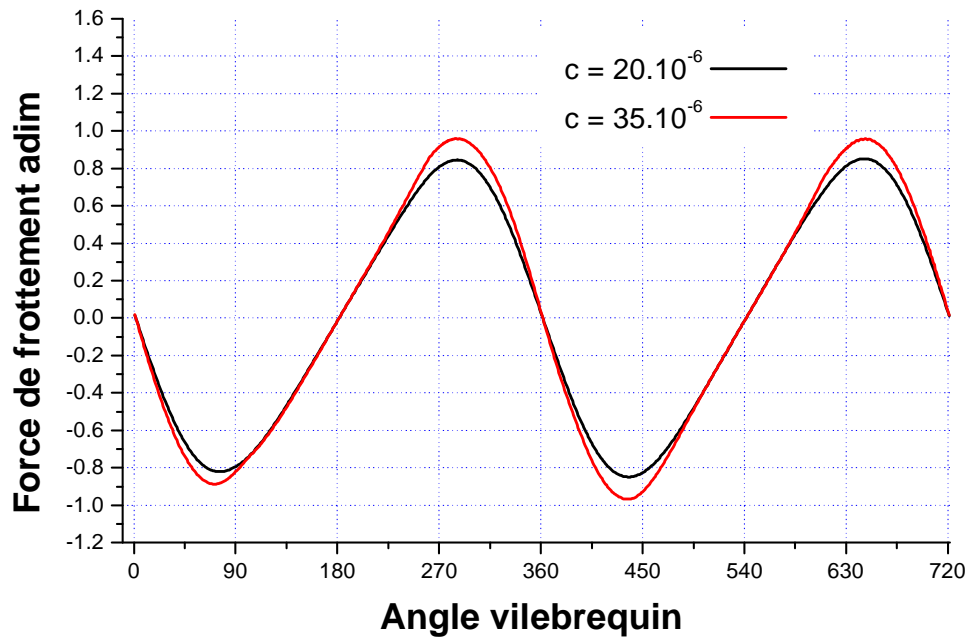


Figure 4.66 : Influence de jeu radial sur la force de frottement

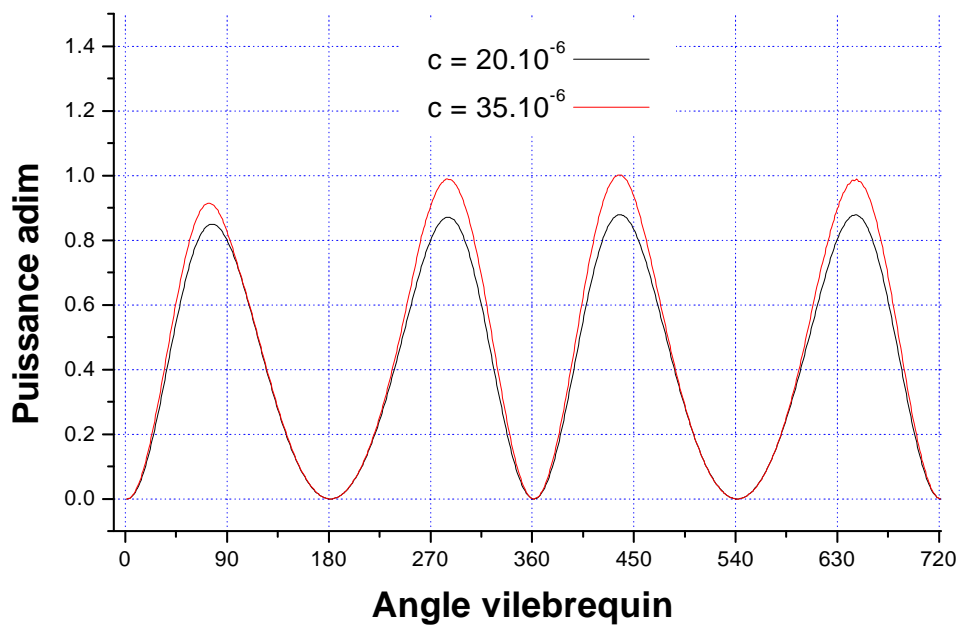


Figure 4.67 : Influence de jeu radial sur la perte de puissance

Ce résultat est une information utile pour le design du piston car le bruit et le frottement sont directement liés à l'amplitude du mouvement secondaire.

4.11.2- Effet du profil de la jupe

Les figures 4.68 et 4.69 montre que la hauteur de dénivellation augmente, la pression diminuée (tableaux 4.1, 4.2 et 4.3), alors que la force de portance diminuée, ce que implique la force de frottement et la perte de puissance diminuées, et inversement.

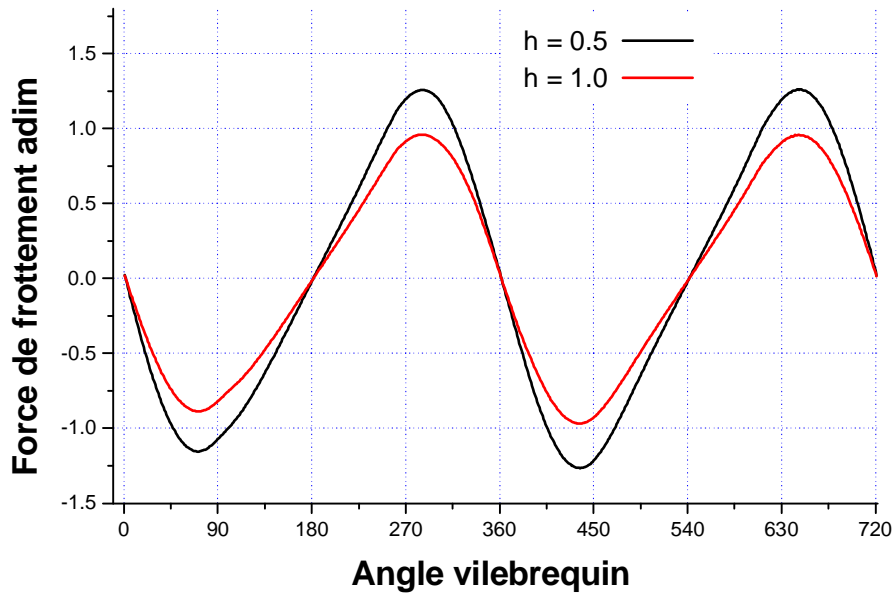


Figure 4.68 : Influence de profil de la jupe sur la force de frottement

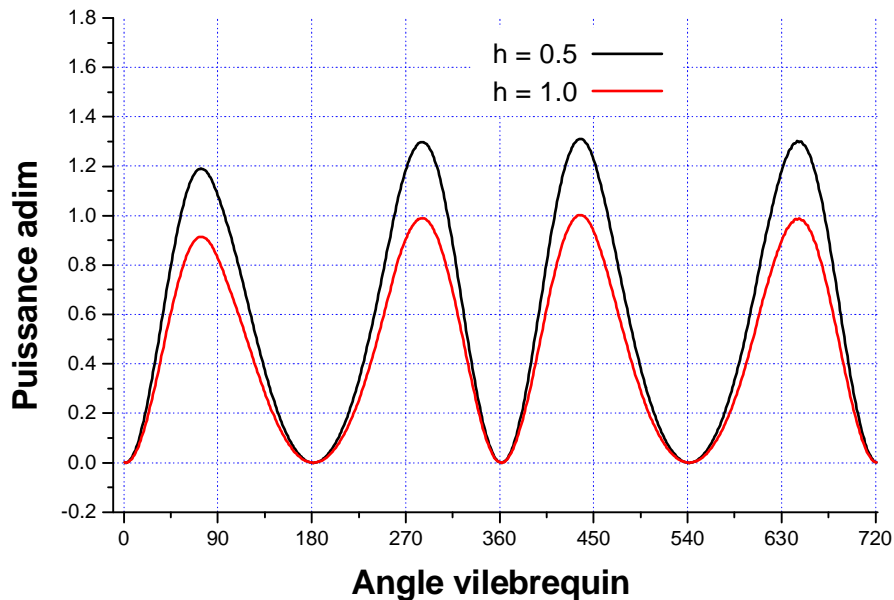


Figure 4.69 : Influence de profil de la jupe sur la perte de puissance

4.11.3- Effet de la viscosité dynamique du film lubrifiant

Influence de la viscosité dynamique de film lubrifiant est montré dans les figures 4.70 et 4.71, Les résultats obtenus montre quand la viscosité dynamique augmente, la force de frottement et la perte de puissance diminuée, et inversement.

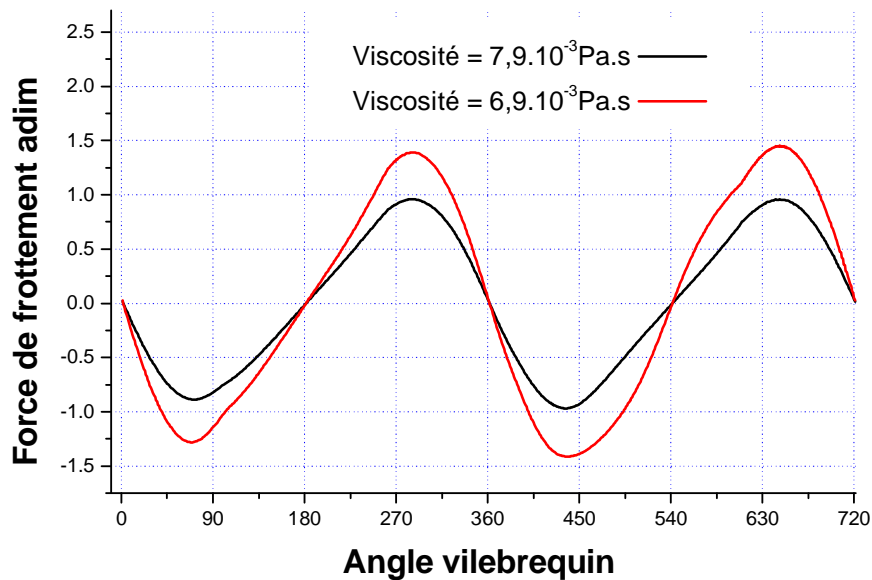


Figure 4.70 : Influence de la viscosité dynamique sur la force de frottement

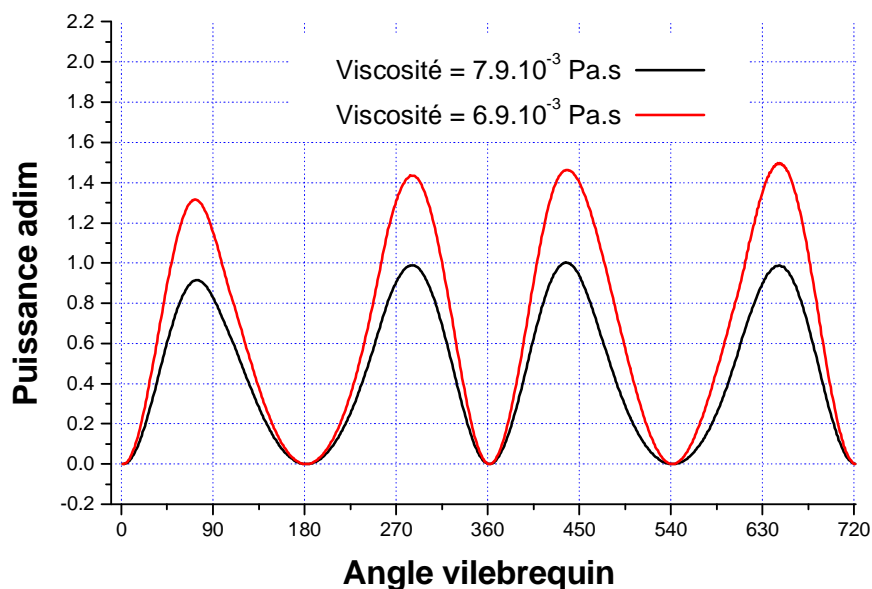


Figure 4.71 : Influence de la viscosité dynamique sur la perte de puissance

D'après les résultats obtenue précédemment on peut résumer les effets de la lubrification hydrodynamique du piston sur la performance du moteur à combustion interne notamment la force de frottement et la perte de puissance dans les points suivants :

- la force de frottement et la perte de puissance augmentent quand le jeu radial entre le piston et le cylindre augmente.
- Le profil de la jupe du piston joue un rôle très important sur la performance du moteur, quand la hauteur de dénivellation augmente la force de frottement diminue ce qui implique la perte de puissance diminuée.
- Quand la viscosité dynamique de film lubrifiant augmente, la force de frottement et la perte de puissance diminuent.
- La force de frottement hydrodynamique étant liée au mouvement secondaire du piston, et cette dernière influence sur le bruit du moteur.

Conclusion générale

L'effet de la lubrification hydrodynamique constitue les éléments clés de réponses aux questions liés à la performance d'un piston de moteur à combustion interne. C'est dans le but d'atteindre cet objectif que se situe notre étude. Ainsi l'analyse du mouvement dynamique secondaire est développée dans le contexte de la lubrification hydrodynamique. Devant la complexité du problème, un code de calcul se basant sur une méthode numérique stable permet d'obtenir le mouvement dynamique couplé avec l'effet hydrodynamique. Le code est validé par les résultats de la bibliographie.

L'analyse hydrodynamique montre que le mouvement du piston est influencé par des multiples facteurs. Le jeu radial, la forme de la jupe, le désaxage du piston en sont les facteurs principaux. L'analyse dynamique du piston montre aussi que la précision du mouvement est liée à l'analyse performante des mouvements hydrodynamiques qui composent le mouvement principal. Dans notre étude chacun des mouvements, axial, latéral et de rotation, a été traité séparément et les résultats obtenus (champ de pression, forces hydrodynamique et épaisseur du film lubrifiant) ont été conformes aux différentes configurations prévues. La complexité du mouvement du piston a été montrée lors de l'analyse du mouvement hydrodynamique de rotation où le piston est traité comme un système lubrifié 3D. L'influence du profil de la jupe est introduite au cours de l'analyse de chacun des mouvements composés. Le choix du profil tronconique linéaire permet à la jupe d'avoir une lubrification permanente et montre la supériorité du profil adopté sur le profil cylindrique.

Les excentricités obtenues, sur un cycle moteur, à l'issue de l'exécution du code de calcul, sont conformes au raisonnement introduit dans cette étude et sont validées par les résultats obtenus dans l'étude bibliographique.

Ainsi l'analyse hydrodynamique a été la clé pour obtenir à la compréhension du comportement dynamique du piston puis le développement du design du piston sur la base de cette étude. L'effet de la lubrification hydrodynamique du piston constitue un résultat très intéressant sur la conception du piston. Les résultats obtenus montrent la concordance avec la réalité de fonctionnement du moteur.

Références bibliographiques

- [1] Li D. F., Rhode S. M. and Ezzat H. A. « An automotive piston lubrication model », ASLE transactions volume 26,2 (Mai 1982), pp. 151 – 160.
- [2] Tahar Abbès M. « Etude d'un piston de moteur à combustion interne sous chargement dynamique », Thèse de doctorat d'état, U. S. T. O., Algérie, 2005.
- [3] Frêne J., « La tribologie de l'antiquité à nos jours », National tribology conference 24-26 Septembre 2003.
- [4] Dowson D., « The history of tribology in America », transactions of the ASME, vol. 103 (juillet 1981), pp 323 – 333.
- [5] Economou P. N., Dowson D., Baker A. J. S., « Piston ring lubrication – part 1 the historical development of piston ring technology », transactions of the ASME, vol. 104 (jan. 1982), pp 118 – 126.
- [6] Frêne J., «Lubrification », laboratoire de mécanique des solides, faculté des sciences, université de POITERS, France.
- [7] Tahar Abbès M., Maspeyrot P., Bounif A. « Un modèle global de jupe de piston de moteur diesel – partie I : développement de modèle », JNSTA, 18-19 mai 1999, Alger, Algérie.
- [8] Knoll G. D. and Peekin H. J., « hydrodynamic lubrication of piston skirt », transactions of the ASME, vol. 104 (oct. 1982), pp 504 – 509.
- [9] Tahar Abbès M., Maspeyrot P., Bounif A. et Frêne J., « Effet thermomécanique sur la lubrification hydrodynamique d'un piston de moteur à combustion interne », 18^{ème} Congrès Français de mécanique, Grenoble, France, 27, 31 Août 2007.
- [10] Liu K., Xie Y. B. and Gui C. L., « A comprehensive study of the friction and dynamic motion of the piston assembly », Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 115 Part J, pp 221 – 226, 1998.
- [11] Benhamou A., Tahar Abbès M., Maspeyrot P., Bounif A. « un modèle expérimental de mesure de l'épaisseur du film d'huile entre le piston et le cylindre », 1^{ère} conférence nationale de mécanique de l'industrie, Mostaganem, Algérie, 29, 30 Nov. 2005.
- [12] Dong-Chul Han and Jae-Seon Lee « Analysis of the piston ring lubrication with a new boundary condition », Tribology international vol. 31 N° 12, 1998.
- [13] Bonneau D., Guines D., Frêne J., Toplosky J., « EHD analysis, including structural inertia effects and a mass – conserving cavitation model », transactions of the ASME, vol. 117 (juillet 1995), pp 540 – 547.

- [14] Oh P. K., Goenka P. K., « The elastohydrodynamic solution of journal bearings under dynamic loading », transactions of the ASME, vol. 107 (juillet 1985), pp 389 – 395.
- [15] Kumar A., Booker J. F., « A finite element cavitation algorithm », transactions of the ASME, vol. 113 (Avril 1991), pp 276 – 286.
- [16] Burrell G. and Butler F. G., « A study in applied physics : locating the piston pin to minimize piston slap », general motors engineering journal, 38, 11 – 12, pp 38 – 43, 1953.
- [17] Uras H. M. and Patterson D. J., « Measurement of piston and ring assembly friction instantaneous IMEP method », SAE Paper 8304416, 1983.
- [18] Viot P., « Méthodes d'analyse numérique », Laboratoire de physique théorique des liquides, Boîte 121, pp 2 – 11, 15 nov. 2005, Paris, France.
- [19] Meng F. M., Zhang Y.Y., Hu Y. Z., Wang H., « Thermo-elasto-hydrodynamic lubrication analysis of piston skirt considering oil film inertia effect », Tribology international 40 (2007) pp 1089 – 1099.
- [20] Tahar Abbès M., Maspeyrot P., Bounif A. et Frêne J., « Un modèle hydrodynamique de jupe de piston de moteur à combustion interne », 17^{ème} Congrès Français de mécanique, Troyes, France, Sep. 2005.
- [21] Benarous A., Taher Abebes M., « Solution stationnaire de l'équation de Reynolds pour l'analyse de la lubrification d'un piston de moteur à combustion interne », 1^{ère} Conférence Nationale de Mécanique et d'Industrie, Mostaganem, 29-30 Nov. 2005.
- [22] Taher Abbas M. « Analyse de la répartition des contraintes dans les têtes de modèles de pistons par la méthode analytique et la méthode des éléments finis », Thèse de Magister, USTO, 1996.
- [23] Priest M., Chittenden R. J., March C. N. « Progress of Piston-Ring-Liner Lubrication Modelling », IUT Technical Report N° 4, Feb. 1989.
- [24] Fantino B., « Influence des défauts de forme dans la lubrification hydrodynamique », Thèse de doctorat, Université Claude Bernard de LYON, 1973, France.
- [25] Tahar Abbès M., « Méthode numérique Tome 1 », Office des Publication Universitaires, 2006 Alger, Algérie.
- [26] Priest M., Chittenden R. J., March C. N. « Progress of Piston-Ring-Liner Lubrication Modelling », IUT Technical Report N° 6, Feb. 1990.
- [27] Priest M., Chittenden R. J., March C. N. « Friction losses in internal combustion engines (Piston-Ring-Liner) », IUT Technical Report N° 2, Feb. 1988.

- [28] Priest M., Chittenden R. J., March C. N. « Progress of Piston-Ring-Liner Lubrication Modelling », IUT Technical Report N° 7, Feb. 1990.
- [29] Gwidon W. S. Andrew W. B. « Engineering tribology », Department of Mechanical and Materials Engineering, University of Western Australia, Australia
- [30] Nathan W. B. Brian D. S. Ashwin K. Farshid S. « Film thickness and friction measurement of piston ring cylinder liner contact with corresponding modelling including mixed lubrication », School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN 47907, USA
- [31] Burstein L., Ingman D. «Pore Ensemble Statistics in Application to Lubrication Under Reciprocating Motion », published in Tribology Transactions 43(2000) 2, pp 205-212
- [32] Michaut C. « Cours de Fortran 90 / 95», LUTH – Observatoire de Paris, 2005-5006
- [33] Louisnard O. Letourneau J. J. Gaborit P., « Initiation au Fortran », Ecole des mines d'Albi, Carmaux, 1997 – 2000
- [34] Corde P., Fouilloux A., « Cours langage Fortran », IDRIS, 21 janvier 2005, France.
- [35] Corde P., Fouilloux A., « Cours langage Fortran », IDRIS, 2 octobre 2007, France
- [36] Harari S., « Cours de Fortran 77 et 90 », Université du Sud Toulon Var, 29 Août, Année Universitaire 2005 – 2006, France
- [37] Naud F., «Notes du cours de Calcul différentiel et équations différentielles», 20 juin 2006
- [38] Legat V., «Mathématique et méthodes numériques », Université catholique de Louvain, Année académique 2007-2008, France
- [39] Brito D., « Intégration numérique », Année Universitaire 2004 – 2005.
- [40] Ménardon M., Jolivet D. « Les moteurs – moteur à explosion – moteur rotatif – moteur diesel », Chotard et associés éditeurs pairs, 1981, France.
- [41] Siyoul Jang « Analysis of the effects of bore clearance due to skirt profile changes on the piston secondary movements», KSTLE International Journal, Vol. , No. 2, December 2002.

Annexe I : Equation de Reynolds [29]

Toute la lubrification hydrodynamique peut être exprimée mathématiquement sous forme d'équation ce qui a été à l'origine dérivé par Reynolds

et est généralement connu dans toute littérature comme équation de Reynolds. Il y a plusieurs manières de dériver cette équation. C'est une simplification de l'équation de Navier – Stokes et l'équation de continuité qu'il peut être dérivé de cette base. Cependant, plus souvent est dérivée en considérant l'équilibre d'un élément de liquide soumis au cisaillement visqueux et à appliquer le principe de continuité d'écoulement.

Il y a deux conditions pour l'occurrence de la lubrification hydrodynamique :

- Deux surfaces doivent se déplacer relativement entre eux avec une vitesse suffisante pour porter la charge du film lubrifiant à produire.
- les surfaces doivent être inclinées à un certain angle entre eux, c.-à-d. si les surfaces sont parallèles un champ de pression ne formera pas dans le film lubrifiant pour soutenir la charge exigée.

Le principe de la génération hydrodynamique de la pression entre deux surfaces non parallèles en mouvement l'un par rapport à l'autre est schématiquement illustrées sur la figure I.1.

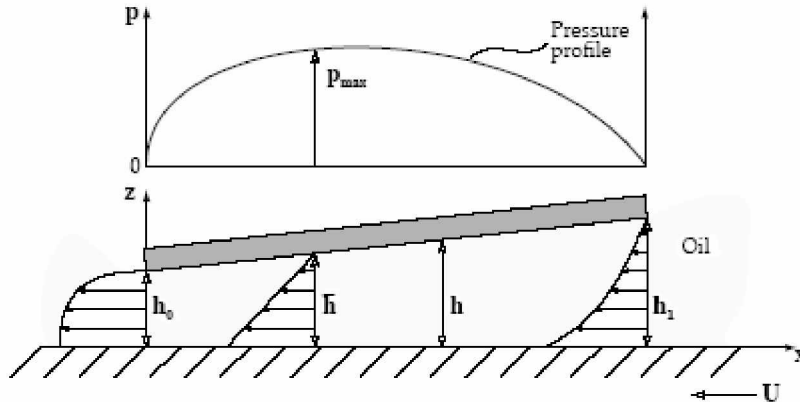


Figure I.1 : principe de génération hydrodynamique de pression entre les surfaces non - parallèles

I.1- Hypothèses associées à l'équation de Reynolds et discussions

L'équation de Reynolds à laquelle, pour les fluides compressibles, doit être ajoutée l'équation d'état du fluide, permet de décrire l'écoulement laminaire d'un fluide entre deux parois très rapprochées l'une de l'autre et pouvant être en mouvement. Pour obtenir cette équation, il a été nécessaire de poser que :

1. L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.

2. Le milieu est continu, l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il a rupture du film.
3. Le fluide est newtonien : il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contrainte de cisaillement dans le film.
4. Le régime est laminaire ; en régime non laminaire il faudra utiliser une autre modélisation.
5. Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact : La vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi.
6. Les forces d'inertie sont négligeables ce qui peut ne pas être toujours vérifié.
7. Les forces massiques extérieurs sont négligées.
8. Ceci revient à poser que la température ne varie pas à travers l'épaisseur du film.

L'équation de Reynolds peut être maintenant commodément dérivée en considérant l'équilibre d'un élément (de ce que les expressions pour les vitesses liquides peuvent être obtenues) et de la continuité de l'écoulement dans une colonne.

I.2- Équilibre d'un élément

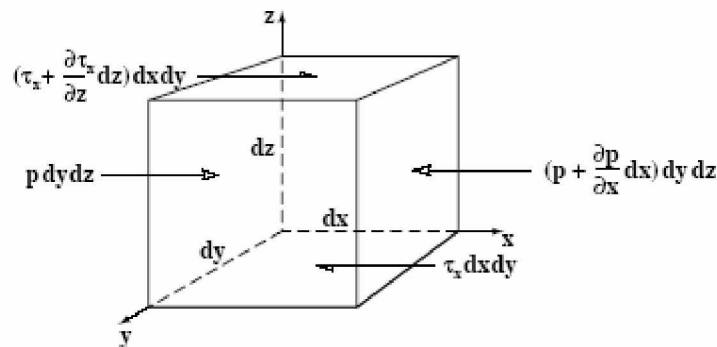


Figure I.2 : Équilibre d'un élément de fluide d'un film hydrodynamique

p : est la pression, τ_x : est l'effort de cisaillement agissant dans direction du x .

L'équilibre d'un élément de fluide est considéré. Considérer un petit élément de fluide d'un film hydrodynamique représenté sur la figure I.2.

Pour la simplicité, supposer que les forces sur l'élément agissent au commencement dans direction du x seulement. Puisque l'élément est dans l'équilibre, les forces agissant vers la gauche doivent équilibrer les forces agissant vers la droite, ainsi :

$$p dydz + \left(\tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} dz \right) dx dy = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz + \tau_x dx dy \quad (I.1)$$

Après la simplification on à :

$$\frac{\partial \tau_x}{dz} dx dy dz = \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz \quad (\text{I.2})$$

Supposant que $dx dy dz \neq 0$ (c.-à-d. volume non nul), les deux côtés de l'équation (I.2) peut être divisé par cette valeur et la condition d'équilibre des forces agissant dans direction \mathbf{x} est obtenu,

$$\frac{\partial \tau_x}{dz} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{I.3})$$

Un exercice semblable peut être exécuté pour les forces agissant dans la direction du \mathbf{y} , rapportant le deuxième état d'équilibre,

$$\frac{\partial \tau_y}{dz} = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{I.4})$$

Puisque dans la direction du \mathbf{z} la pression est constante dans le film, le gradient de pression est égal à zéro :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.5})$$

Il convient noter que l'effort de cisaillement dans l'expression (I.3) agit dans la direction de \mathbf{x} tandis que dans l'expression (I.4) il agit dans la direction \mathbf{y} , ainsi les valeurs de l'effort de cisaillement dans ces expressions est différent.

Se rappelant la formule pour la viscosité dynamique, l'effort de cisaillement τ peut être exprimé en termes de viscosité dynamique et de taux cisaillement :

$$\tau_x = \mu \frac{u}{h} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (\text{I.6})$$

Où τ_x est l'effort de cisaillement agissant dans direction de \mathbf{x} [Pa].

Puisque \mathbf{u} est la vitesse le long du l'axe \mathbf{x} , l'effort de cisaillement τ agit également le long de cette direction. Cependant, le long du direction \mathbf{y} , la vitesse est différente et par conséquent l'effort de cisaillement est différent :

$$\tau_y = \mu \frac{v}{h} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\text{I.7})$$

Où :

τ_y est l'effort de cisaillement agissant dans direction de \mathbf{y} [Pa].

\mathbf{v} est la vitesse le long du l'axe \mathbf{y} .

Substituant (I.6) dans (I.3) et (I.7) dans (I.4), les conditions d'équilibre aux forces agissant dans la directions \mathbf{y} et \mathbf{x} sont obtenus :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (\text{I.8})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (\text{I.9})$$

Les équations ci-dessus peuvent maintenant être intégrées. Puisque la viscosité du fluide est constante dans tout le film et lui n'est pas une fonction du z , le processus de l'intégration est simple. Par exemple, séparant les variables dans (I.8),

$$\frac{\partial p}{\partial x} \partial z = \partial \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

L'intégration nous donne :

$$\frac{\partial p}{\partial x} z + C_1 = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

Séparant des variables encore,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} z + C_1 \right) \partial z = \mu \partial u$$

On intégrant cette équation encore on à :

$$\frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2 = \mu u \quad (\text{I.10})$$

Puisqu'il n'y a aucune discontinuité de glissade ou de vitesse entre le liquide et le solide aux frontières, les conditions de frontière sont :

$$u = U_2 \quad \text{à} \quad z = 0.$$

$$u = U_1 \quad \text{à} \quad z = h.$$

Dans le cas général, il y a deux vitesses correspondant à chacun des surfaces U_1 et U_2 .

En substituant ces conditions de frontière dans (I.10) les C_1 et C_2 sont calculés :

$$C_1 = (U_1 - U_2) \frac{\mu}{h} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h}{2}$$

$$C_2 = \mu U_2$$

La substitution de ces derniers dans (I.10) rapporte :

$$\frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} + (U_2 - U_1) \frac{\mu z}{h} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{hz}{2} + \mu U_2 = \mu u$$

La division sur μ et la simplification, donne l'expression pour la vitesse dans direction du x :

$$u = \left(\frac{z^2 - zh}{2\mu} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 - U_2) \frac{z}{h} + U_2 \quad (\text{I.11})$$

D'une façon semblable une formule pour la vitesse dans direction du **y** est obtenue.

$$v = \left(\frac{z^2 - zh}{2\mu} \right) \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 - V_2) \frac{z}{h} + V_2 \quad (I.12)$$

Les trois limites séparées dans n'importe laquelle de ces équations de vitesse (I.11) et (I.12) représentent les profils de vitesse à travers le film fluide et elles sont schématiquement montrées sur la figure I.3.

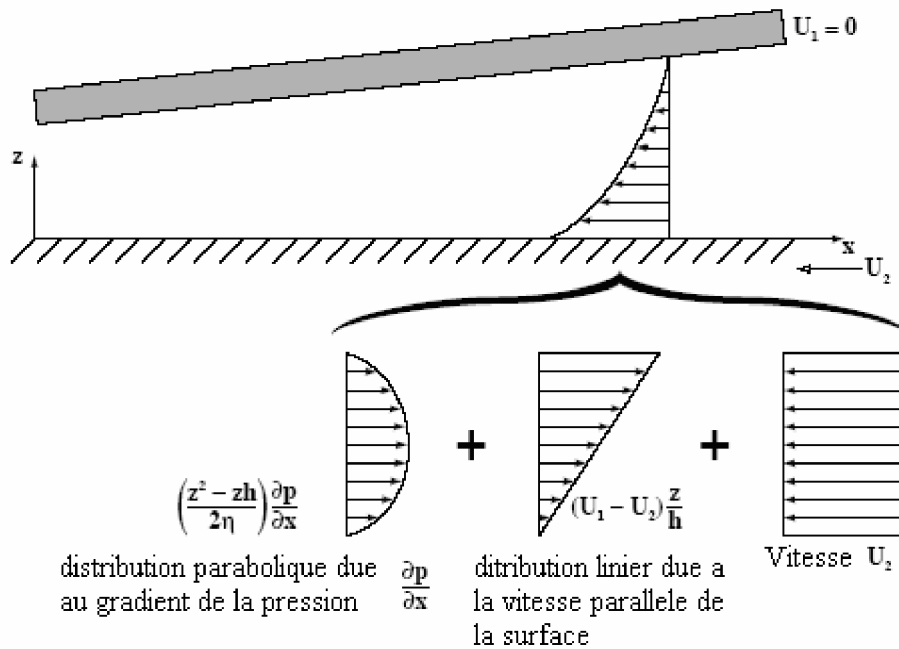


Figure I.3 : Profils de vitesse à l'entrée du film hydrodynamique

I.3- Continuité d'écoulement dans une colonne

Considérer une colonne de lubrifiant comme représenté sur la figure I.4. Le lubrifiant coule en colonne horizontalement aux débit de q_x et q_y , et hors de la colonne aux débit de

$$\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) \text{ et } \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) \text{ par unité de longueur et largeur respectivement.}$$

Dans la direction verticale le lubrifiant coule en colonne au débit de $(w_0 dx dy)$ et hors de la colonne au débit de $(w_h dx dy)$, où w_0 est la vitesse à laquelle le fond de la colonne se relève et w_h est la vitesse à laquelle le dessus de la colonne se relève.

Le principe de la continuité de l'écoulement exige que le flux d'un liquide doive égal son flux d'un volume de commande dans des conditions régulières. Si la densité du lubrifiant est constante, la relation suivante s'applique :

$$q_x dy + q_y dx + w_0 dx dy = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx + w_h dx dy \quad (I.13)$$

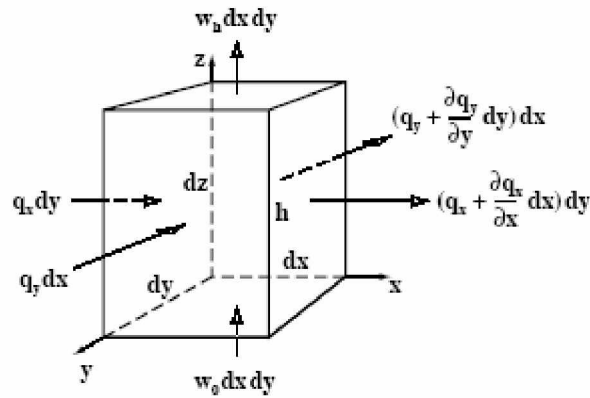


Figure I.4 : Continuité d'écoulement dans une colonne

La simplification nous donne:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial q_y}{\partial y} dx dy + (w_h - w_0) dx dy = 0 \quad (\text{I.14})$$

Puisqu $dx dy \neq 0$ l'équations (I.14) peuvent être réécrites comme :

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + (w_h - w_0) = 0 \quad (\text{I.15})$$

C'est l'équation de la continuité de l'écoulement dans une colonne.

Des débits par unité de longueur, q_x et q_y peuvent être trouvés par l'intégration de profil de vitesse de lubrifiant au-dessus de l'épaisseur de film, c.-à-d. :

$$q_x = \int_0^h u dz \quad (\text{I.16})$$

Et

$$q_y = \int_0^h v dz \quad (\text{I.17})$$

Remplacer u dans l'équation (I.11) rapporte :

$$q_x = \left[\left(\frac{z^3}{3} - \frac{z^2 h}{2} \right) \frac{\partial p}{2\mu \partial x} + (U_1 - U_2) \frac{z^2}{2h} + U_2 z \right]_0^h$$

Après la simplification nous donnons le débit dans direction du x ,

$$q_x = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \quad (\text{I.18})$$

De même le débit dans la direction y , en remplaçant v de l'équation (I.12) :

$$q_y = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \quad (\text{I.19})$$

Remplacer maintenant des débits dans l'équation de continuité d'écoulement (I.15) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \right] + (w_h - w_0) = 0 \quad (\text{I.20})$$

On définissons $\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2$ et $\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ et supposant qu'il n'y a aucune variation locale de la vitesse extérieure dans la direction \mathbf{x} et \mathbf{y} (c.-à-d. $\mathbf{u} \neq \mathbf{f}(\mathbf{x})$ et $\mathbf{v} \neq \mathbf{f}(\mathbf{y})$) on à :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{U}{2} \frac{dh}{dx} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{V}{2} \frac{dh}{dy} + (w_h - w_0) = 0$$

Après la réarrangement et la simplification rapporte la pleine équation de Reynolds dans trois dimensions :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \left(U \frac{dh}{dx} + V \frac{dh}{dy} \right) + 12(w_h - w_0) \quad (\text{I.21})$$

Supposant que $\mathbf{V} = \mathbf{0}$ l'équation (I.21) peut être réécrit sous une forme plus simplifiée :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U \frac{dh}{dy} + 12(w_h - w_0) \quad (\text{I.22})$$

Dans les couches des films minces la variation de flux $12(w_h - w_0)$ est très petit, on peut écrire : $12(w_h - w_0) = 12 \frac{\partial h}{\partial t}$.

Pour les l'écoulement des film mince l'équation de Reynolds devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U \frac{\partial h}{dy} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{I.23})$$

La géométrie cylindrique du piston, fait, qu'il est plus intéressant d'utiliser une forme polaire plutôt qu'une coordonné curviligne : $x = R\theta$

L'utilisation des valeurs adimensionnelles pour pression, l'épaisseur de film d'huile et pour les coordonnées spatiales, se fait en introduisant les variables adimensionnelles défini comme suit :

$$\begin{aligned} x = R\theta & & \epsilon_b = \frac{e_b}{c} & & \bar{y} = \frac{y}{R} & & \bar{U} = \frac{U}{r\omega} & & \bar{P} = \frac{Pc^2}{6\mu r\omega R} \\ \beta = \frac{2R}{r} & & \epsilon_h = \frac{e_h}{c} & & \bar{t} = t\omega & & \bar{h} = \frac{h}{c} & & \bar{L} = \frac{L}{R} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{R\partial\theta} \left(\frac{c^3 \bar{h}^3}{\mu} \frac{6\mu r\omega R}{c^2} \frac{\partial \bar{p}}{R\partial\theta} \right) + \frac{\partial}{R\partial y} \left(\frac{c^3 \bar{h}^3}{\mu} \frac{6\mu r\omega R}{c^2} \frac{\partial \bar{p}}{R\partial y} \right) = 6r\omega \bar{U} \frac{c\bar{h}}{R\bar{d}y} + 12 \frac{c\omega\bar{h}}{\bar{d}t}$$

Après simplification on à :

$$\frac{\partial}{R\partial\theta}\left(\frac{c\bar{h}^3}{1}\frac{6r\omega}{1}\frac{\partial\bar{p}}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{R\partial\bar{y}}\left(\frac{c\bar{h}^3}{1}\frac{6r\omega}{1}\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}}\right)=6r\omega\bar{U}\frac{c\partial\bar{h}}{Rd\bar{y}}+12\frac{c\omega\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}$$

On multiplie cette équation par $\frac{R}{6r\omega c}$ on trouve :

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{p}}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}}\right)=\bar{U}\frac{\partial\bar{h}}{d\bar{y}}+\beta\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}} \quad (\text{I.24})$$

L'utilisation des variables adimensionnelles permet d'aboutir à une forme beaucoup plus compacte pour l'équation de Reynolds.

Dans le cas du piston, la jupe mobile par rapport le film d'huile et le cylindre est fixe, l'équation (I.24) devient :

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{p}}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}}\right)=-\bar{U}\frac{\partial\bar{h}}{d\bar{y}}+\beta\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}} \quad (\text{I.25})$$

Le film d'huile étant solidaire au piston dans son mouvement, son épaisseur sera étroitement liée au mouvement secondaire du piston, ainsi, on démontre que son expression s'écrit :

$$h(y,\theta,t)=c+e_h(t)\cos(\theta)+(e_b(t)-e_h(t))\frac{y}{L}\cos(\theta)+f(y)$$

Ou bien :

$$\bar{h}(\bar{y},\theta,t)=1+\varepsilon_h(\bar{t})\cos(\theta)+\frac{\bar{y}}{L}[\varepsilon_b(\bar{t})-\varepsilon_h(\bar{t})]\cos(\theta)+f(\bar{y})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (I.25), la forme suivante peut être aisément obtenue :

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{P}}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{h}^3\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{y}}\right)=-\bar{V}\left[\frac{(\varepsilon_b-\varepsilon_h)\cos\theta}{L}+\frac{\partial f}{\partial\bar{y}}\right]+\beta\left(\dot{\varepsilon}_h\cos\theta+\left(\dot{\varepsilon}_b-\dot{\varepsilon}_h\right)\frac{\bar{y}}{L}\cos\theta\right)$$

Annexe II : Equation de film lubrifiant

Le film d'huile séparant les surfaces du piston et le cylindre est montré sur la figure II.1. Les excentricités en haut et en bas de la jupe étant différentes à chaque instant, nous permet d'obtenir un mésalignement de piston dans le cylindre. L'équation du film lubrifiant donnant l'épaisseur du film est obtenu dans le repère cylindrique (r, θ, y) , r étant compris entre le rayon du piston R et le rayon du cylindre.

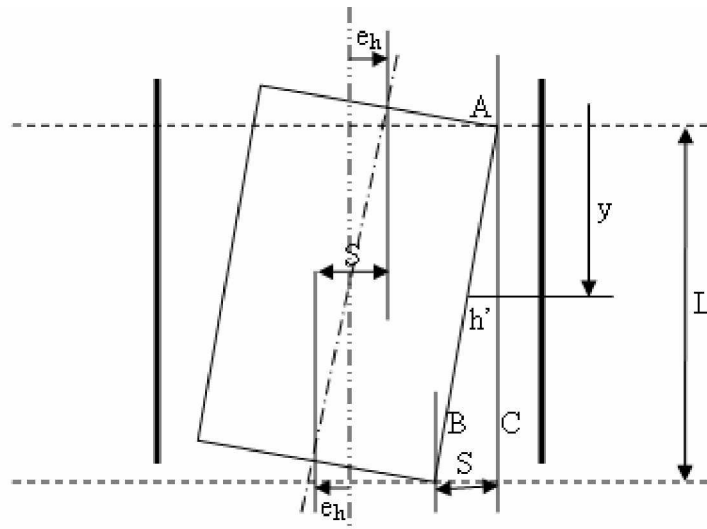


Figure II.1 : Géométrie du film lubrifiant

II.1- Equation du film lubrifiant selon la direction circonférentielle

Considérons la section droite du haut de la jupe (fig. II.2). Pour une configuration donnée, définie par une excentricité e_h dans cette section, correspond un film dont l'épaisseur h varie d'un point circonférentiel à un autre. Ce point peut être repéré par la coordonnée angulaire θ . En ce point l'épaisseur est donnée par :

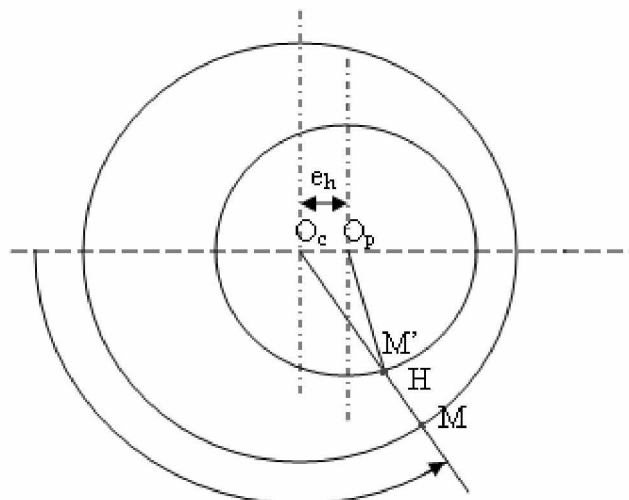


Figure II.2 : Géométrie de film dans la section du haut de la jupe

$$h(\theta) = O_c M - O_c M' \quad (\text{II.1})$$

Le premier terme est donné par :

$$O_c M = R + c \quad (\text{II.2})$$

Où c est le jeu radial

Appliquant la règle des sinus dans la triangle $O_c O_p M'$, on détermine le second terme

$$\frac{O_c M'}{\sin \delta} = \frac{e_h}{\sin \varphi} = \frac{R}{\sin \beta} \quad (\text{II.3})$$

Les différents angles apparaissant dans cette expression peuvent être facilement déterminés

La propriété de l'angle alterne externe nous donne :

$$\theta = \delta + \varphi$$

Soit :

$$\delta = \theta - \varphi \quad (\text{II.4})$$

$$\beta = \pi - \theta \quad \text{d'où} \quad \sin \beta = \sin \theta$$

L'équation (II.3) donne :

$$\sin \varphi = \frac{e_h}{R} \sin \theta$$

Soit :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{e_h}{R} \sin \theta\right)$$

L'équation (II.4) s'écrit :

$$\delta = \theta - \arcsin\left(\frac{e_h}{R} \sin \theta\right)$$

D'où

$$O_c M' = R \sqrt{1 - \left(\frac{e_h}{R} \sin \theta\right)^2} - e_h \cos \theta$$

Soit :

$$O_c M' \approx R - e_h \cos \theta$$

D'où

$$h(\theta) = R + c - (R - e_h \cos \theta)$$

$$h(\theta) = c + e_h \cos \theta$$

Sachant que :

$$e_h = \varepsilon c$$

On obtient alors l'épaisseur du film dans la section transversale

$$h(\theta) = c(1 + \varepsilon_h \cos\theta) \quad (\text{II.5})$$

Ou sous forme adimensionnelle

$$\bar{h}(\theta) = 1 + \varepsilon_h \cos\theta \quad (\text{II.6})$$

II.2- Equation globale

Soit une section droite repéré par la coordonnée y (fig.I.1). L'augmentation de l'épaisseur du film dans le plan perpendiculaire à l'axe du piston (plan contenant les lignes de poussé maximale et minimale) est représentée par la variable h' . En un point M' de cette section de coordonnée angulaire θ l'augmentation d'épaisseur est égale à $h' \cos\theta$ comme il est montré ci-dessus.

$$\frac{h'}{y} = \frac{s}{L}$$

Sachant que :

$$s = e - e_h$$

Il vient :

$$h' = \frac{y}{L}(e_b - e_h)$$

L'épaisseur du film en un point M' de coordonnée θ située sur une section de coordonnée y est donc :

$$h(y, \theta) = c + e_h \cos\theta + \frac{y}{L}(e_b - e_h) \cos\theta \quad (\text{II.7})$$

Ou sous forme adimensionnelle

Avec $\bar{h} = \frac{h}{c}$, $\varepsilon_h = \frac{e_h}{c}$, $\varepsilon_b = \frac{e_b}{c}$, $\bar{y} = \frac{y}{R}$ et $\bar{L} = \frac{L}{R}$

$$\bar{h}(\bar{y}, \theta) = 1 + \varepsilon_h \cos\theta + \frac{\bar{y}}{\bar{L}}(\varepsilon_b - \varepsilon_h) \cos\theta \quad (\text{II.8})$$

Annexe III : Méthode de Trapèze

III.1- Méthode de trapèze pour calcul les Charges hydrodynamique

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \frac{h}{2}(f_i + f_{i+1}) + O(h^3 f'')$$

$$\int_a^b f(x) dx = h \sum_{i=1}^{N-1} f_i + \frac{h}{2}(f_0 + f_N) + O\left(\frac{(b-a)^3 f''}{N^2}\right) \text{ avec } h = \left(\frac{(a-b)}{N}\right)$$

Ø Calcul des forces et des moments hydrodynamiques :

$$F = 2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^{\pi} \bar{p}(i, j) \cos \theta d\theta d\bar{y}$$

Où : \bar{y} varie entre 0 et \bar{L} avec pas $h = \bar{L}/60$ a une discrétisation $i=1, M$; et θ entre 0 et π avec pas de $\pi/180$ avec une discrétisation de $j=1, N$.

$$F = 2 \int_0^{\bar{L}} \left[\int_0^{\pi} \bar{p}(i, j) \cos \theta d\theta \right] d\bar{y}$$

On à $(M, N) = (61, 181)$

$$F = 2 \int_0^{\bar{L}} \left[\Delta \theta \sum_{j=2}^{N-1} \bar{p}(i, j) \cos \theta + \frac{\Delta \theta}{2} (\bar{p}(i, 0) \cos \theta + \bar{p}(i, \pi) \cos \theta) \right] d\bar{y}$$

D'après les conditions initial on : $\bar{p}(i, 0) = \bar{p}(i, \pi) = 0$

$$F = 2 \int_0^{\bar{L}} \left[\Delta \theta \sum_{j=2}^{N-1} \bar{p}(i, j) \cos \theta \right] d\bar{y}$$

$$F = 2 \Delta \theta \sum_{j=2}^{N-1} \int_0^{\bar{L}} \bar{p}(i, j) \cos \theta d\bar{y}$$

$$F = 2 \Delta \theta \sum_{j=2}^{N-1} \left[\Delta y \sum_{i=1}^{M-1} \bar{p}(i, j) \cos \theta + \frac{\Delta y}{2} (\bar{p}(0, j) + \bar{p}(\bar{L}, j)) \right]$$

Selon les conditions initial : $\bar{p}(0, j) = \bar{p}(\bar{L}, j) = 0$

$$F = 2 \Delta \theta \sum_{j=2}^{N-1} \left[\Delta y \sum_{i=2}^{M-1} \bar{p}(i, j) \cos \theta \right]$$

$$F = 2 \sum_{i=2}^{M-1} \sum_{j=2}^{N-1} \bar{p}(i, j) \cos \theta \Delta \theta \Delta y$$

Même procédure pour calcul le moment hydrodynamique

$$M = 2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^{\pi} \bar{p}(i, j) (\bar{a} - \bar{y}) (\cos \theta) d\theta d\bar{y}$$

$$M = 2 \sum_{i=2}^{M-1} \sum_{j=2}^{N-1} \bar{p}(i, j) (\bar{a} - \bar{y}) \cos \theta \Delta \theta \Delta y$$

III.2- Méthode de trapèze pour calcul les force de frottement

$$\bar{f} = -2 \int_0^{\bar{L}} \int_0^{\pi} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) d\theta d\bar{y}$$

$$\bar{f} = -2 \int_0^{\bar{L}} \left[\int_0^{\pi} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) d\theta \right] d\bar{y}$$

$$\bar{f} = -2 \int_0^{\bar{L}} \left[\Delta\theta \sum_{j=2}^{N-1} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) + \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i,1)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i,181)} \right) \right] d\bar{y}$$

$$\bar{f} = -2 \left\{ \Delta\theta \sum_{j=2}^{N-1} \int_0^{\bar{L}} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) d\bar{y} + \frac{\Delta\theta}{2} \int_0^{\bar{L}} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) d\bar{y} \right\}$$

$$\bar{f} = -2 \left\{ \Delta\theta \sum_{j=2}^{N-1} \left[\Delta y \sum_{i=2}^{M-1} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) + \frac{\Delta y}{2} \left(\frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(1, j)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(61, j)} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{\Delta\theta}{2} \left[\Delta y \sum_{i=2}^{M-1} \left(\frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i,1)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i,181)} \right) + \frac{\Delta y}{2} \left(\frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(1,1)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(1,181)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(61,1)} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(61,181)} \right) \right] \right\}$$

$$\bar{f} = -2 \left\{ \Delta\theta \Delta y \sum_{j=2}^{N-1} \sum_{i=2}^{M-1} \left(3\bar{h}(i, j) \frac{\partial \bar{p}(i, j)}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{U}(k)}{\bar{h}(i, j)} \right) + \Delta\theta \Delta y \sum_{j=2}^{N-1} \frac{\bar{U}(k)}{2} \left(\frac{1}{\bar{h}(1, j)} + \frac{1}{\bar{h}(61, j)} \right) \right. \\ \left. + \Delta\theta \Delta y \sum_{i=2}^{M-1} \frac{\bar{U}(k)}{2} \left(\frac{1}{\bar{h}(i,1)} + \frac{1}{\bar{h}(i,181)} \right) + \Delta\theta \Delta y \frac{\bar{U}(k)}{4} \left(\frac{1}{\bar{h}(1,1)} + \frac{1}{\bar{h}(1,181)} + \frac{1}{\bar{h}(61,1)} + \frac{1}{\bar{h}(61,181)} \right) \right\}$$

Table des matières

Remerciement	
Résumé	
Table des matières	1
Nomenclature	3
Introduction générale	5
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	8
1.1- La tribologie de l'antiquité à nos jours	8
1.1.1- La période préhistorique	8
1.1.2- La période grecque et romaine	10
1.1.3- Moyen age et renaissance.....	10
1.1.4- Vère la révolution industrielle 1500 – 1750.....	12
1.1.5- La révolution industrielle	12
1.1.6- La tribologie au 20 ^e siècle	17
1.2- La tribologie des pistons	21
1.3- Le modèle hydrodynamique.....	22
CHAPITRE 2 : EQUATIONS DE L'HYDRODYNAMIQUE DU PISTON DE MOTEUR A COMBUSTION INTERNE.....	25
Introduction.....	25
2.1- Equations de mouvement	26
2.1.1- Equations dynamique	26
2.1.2- Position instantanée du piston en fonction de Cp.....	28
2.1.3- Vitesse axiale du piston.....	29
2.1.4- Accélération axiale du piston	29
2.1.5- Equations dynamique couplées	29
2.2- Analyse hydrodynamique	32
2.2.1- Analyse du mouvement hydrodynamique axial	35
2.2.2- Le mouvement hydrodynamique de translation latéral.....	36
2.2.3- Le mouvement hydrodynamique de rotation.....	38
2.2.4- Le mouvement hydrodynamique global	39
2.2.5- Charges hydrodynamiques	41
2.2.6- Force de frottement global	45
2.2.7- Equation de la perte de puissance instantanée.....	45
CHAPITRE 3 : METHODE D'ANALYSE HYDRODYNAMIQUE	46
Introduction.....	46
3.1- Méthode de résolution	46
3.1.1- Déterminer la solution sans effet inertiel	46
3.1.2- Résolution avec effet inertiel.....	47
3.2- Algorithme de résolution de modèle hydrodynamique	49
3.3- Algorithme de Newton – Raphson modifié	51
3.4- Résolution de l'équation de Reynolds pour le système piston – cylindre	53
3.4.1- Méthode de résolution de l'équation de Reynolds	53
3.4.2- Organigramme de calcul de pression.....	56
3.5- Calcul des charges hydrodynamique	57
3.6- Organigramme de la solution avec effet des forces d'inertie.....	58
3.7- Organigramme de calcul de force de frottement.....	61

CHAPITRE 4 : ANALYSE DE L'EFFET HYDRODYNAMIQUE SUR LA PERFORMANCE DU MOTEUR DIESEL.....	62
Introduction.....	62
4.1- Le maillage.....	62
4.2- Le mouvement hydrodynamique axial	64
4.2.1- Vitesse axiale positive.....	64
4.2.2- Vitesse axiale négative.....	66
4.2.3- Epaisseur de film d'huile	71
4.2.4- influence de profil de la jupe et l'excentricité du piston sur la pression maximale.....	72
4.3- Le mouvement hydrodynamique latéral de translation	72
4.3.1- Le profil de la jupe est double tronconique avec $h = 1$	72
4.3.2- Le profil de la jupe est cylindrique ($h = 0$).....	76
4.3.3- influence de profil de la jupe sur la pression P_{1c}	77
4.4- Le mouvement hydrodynamique de rotation	77
4.4.1- Le profil de la jupe est cylindrique ($h = 0$).....	78
4.4.2- Le profil de la jupe est double tronconique avec $h = 1$	82
4.4.3- Influence de profil de la jupe sur la pression P_{2c}	85
4.5- Le mouvement global	85
4.6- Calcul des charges hydrodynamique	88
4.6.1- Calcul pour un pas de vilebrequin $\Delta\theta$ égal à 2°	88
4.6.2- Calcul pour un cycle de moteur.....	91
4.7- Calcul des charges dynamique	93
4.7.1- Forces du paroi	93
4.7.2- Forces d'inertie transversale.....	96
4.8- Calcul de l'excentricité	97
4.9- Le mouvement du piston au cours des différentes phases du cycle	99
4.10- Analyse du frottement et la perte de puissance	102
4.11- Effet des paramètres de la lubrification hydrodynamique de piston sur la performance du moteur	104
4.11.1- Effet de jeu radial.....	104
4.11.2- Effet du profil de la jupe	106
4.11.3- Effet de la viscosité dynamique du film lubrifiant	107
Conclusion générale	109
Références bibliographiques	111
Annexe I : Equation de Reynolds	114
I.1- Hypothèses associées a l'équation de Reynolds et discussions.....	114
I.2- Équilibre d'un élément.....	115
I.3- Continuité d'écoulement dans une colonne	118
Annexe II : Equation de film lubrifiant	122
II.1- Equation du film lubrifiant selon la direction circonférentielle	122
II.2- Equation globale	124
Annexe III : Méthode de Trapèze	125
III.1- Méthode de trapèze pour calcul les Charges hydrodynamique.....	125
III.2- Méthode de trapèze pour calcul les force de frottement.....	126