

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**Université Hassiba Benbouali de Chlef (U.H.B.C)**  
**Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénieur**

**DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

**MEMOIRE DE MAGISTER EN GENIE MECANIQUE**

**Option : Energétiques**

**Thème :**

**SIMULATION NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT INTERNE  
DANS UNE POMPE CENTRIFUGE AVEC LE CFX**

Présenté et soutenu par

Mr : MESSAOUD Zahi

E-mail : zahi\_mes@hotmail.com

*Devant le jury composé de*

Encadreur : Professeur **ABIDAT** Miloud, U STMB Oran

Co-encadreur : **FEKAOUNI** Moahmed Faouzi, MACC -UHBC

Président : Professeur **LOUKARFI** Larbi, UHBC

Examineur : Professeur **BETTAHAR** Ahmed, UHBC

Examineur : **MERAHI** Leila , MC- USTMBO

*Année universitaire : 2007-2008*

## Remerciement

Je tiens à exprimer, en premier lieu, mes plus vifs remerciements et ma gratitude à mon Directeur de thèse, Monsieur **Abidat Miloud**, professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran et Directeur du Laboratoire de Mécanique Appliquée LMA, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire et qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Je remercie pour son attention, ses conseils, ainsi que la confiance qu'il m'a toujours témoignée, je voudrais qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude et toute ma sympathie.

Je remercie énormément mon Co-directeur de thèse **Fekaoui Mohamed Faouzi**, MACC à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, d'avoir proposé le sujet, pour son attention, son implication et son entière disponibilité, ainsi que ses précieux conseils malgré ses très occupations.

Je remercie toutes les personnes, qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de ce travail particulièrement monsieur. **B. Abed** ingénieur de laboratoire hydraulique UHBC, **S.Aek** ingénieur de laboratoire hydraulique de l'USTO. **F.Taher** chef de département outillage, entreprise BCR Oued Rhiau.

Je remercie également ma famille pour leurs conseils et encouragements.

Mes remerciements s'adressent, également, aux membres du jury, qui m'ont fait le très grand honneur de porter un jugement sur notre travail.

Je saisis cette occasion pour remercier les enseignants de la faculté des sciences et sciences de l'ingénieur d'Université Hassiba Benbouali de Chlef.

Enfin, je remercie tous mes amis sans les nommer, car ils se reconnaîtront d'eux-mêmes.

**Table des matières**

Remerciement	i
Table des matières	ii
Liste des figure	vi
Liste des tableaux	ix
Nomenclature	x
Introduction générale	1
<b>Chapitre 1. Synthèse bibliographique</b>	
1.1 Introduction	3
1.2 Définition et classification des pompes	4
2.1 Turbopompes	5
2.1.1 Pompes centrifuges	5
2.1.2 Pompes hélices (axiale)	5
2.1.3 Pompes hélico-centrifuges	5
2.2 Pompes volumétriques	6
2.3 Mode de fonctionnement	6
2.4 Classification des pompes centrifuges	7
2.5 Domaines d'utilisations	9
1.3 Théorie des pompes centrifuges	9
3.1 Caractéristiques d'une pompe centrifuge	10
3.1.1 Caractéristique $H(Q)$	10
3.1.2 Caractéristique $P(Q)$	12
3.1.3 Caractéristique $\eta(Q)$	13
3.2 Diagramme des vitesses dans une pompe centrifuge	14
1.4 Théorème unidimensionnel des turbomachines à nombre d'aube infinie	15
4.1 Fondements de la théorie unidimensionnelle des turbomachines	15
4.2 Géométrie de l'écoulement du liquide dans la roue	16
4.3 Equation fondamentale des turbomachines	18
4.4 Hauteur d'élévation théorique dans le cas d'une roue à nombre d'aubes infiniment grand	19
1.5 Conclusion	20

**Chapitre 2. Etude expérimentale**

2.1 Introduction	21
2.2 Présentation du diapositif expérimental	21
2.1 But du travail	21
2.2 Description du dispositif	21
2.3 Dispositifs des mesures	23
3.1 Mesure de débit	23
3.2 Variation de la vitesse de rotation	24
3.3 Couple moteur	24
3.4 Hauteur manométrique	25
2.4 Procédure des essais	25
4.1 Manipulation	25
4.2 Points de fonctionnement	26
2.5 Valeurs expérimentales de la pompe TE47	26
2.6 Calcul expérimental de la pompe TE47	27
6.1 Calcul expérimental des $H(Q)$	27
6.2 Calcul expérimental des $Ph(Q)$	28
6.3 Calcul expérimental des $P_m(Q)$	29
6.4 Calcul expérimental des $\eta(Q)$	30
6.5 Groupement des caractéristiques $H(Q)$ , $Ph(Q)$ , $Pm(Q)$ et $\eta(Q)$	31
6.6 Interprétation des résultats	33
6.7 Comparer les caractéristiques obtenues avec celles du constructeur	33
2.7 Estimation d'erreur expérimentale	35
2.8 Conclusion	36

**Chapitre 3. Modélisation des écoulements internes en turbomachines**

3.1 Introduction	37
3.2 Equations générales de base	37
2.1 Equation de continuité et équation dynamique (Navier-Stokes)	37
2.2 Equations sous forme conservative	39
2.3 Equations simplifiées de mouvement	40
2.3.1 Equations d'Euler	40
2.3.2 Equations de l'écoulement incompressible sain	41
2.3.3 Équations liées à l'écoulement potentiel	41

2.3.4 Équations en termes de fonction de courant	42
3.3 Equations particulières pour les turbomachines	42
3.4 Méthodes unidimensionnelles	44
3.5 Méthode Quasi-Tridimensionnelle	45
5.1 Ecoulement Méridien	45
5.1.1 L'équilibre radial simplifié (ERS)	45
5.1.2 Théorie des disques actuateurs	46
5.1.3 Méthode complète Quasi-3D	47
5.2 Ecoulement aube à aube	49
3.6 Méthode tridimensionnelles	51
6.1 Codes Navier-Stokes	52
3.7 Choix de Modèle de turbulence	53
7.1 La décomposition de Reynolds	53
7.2 Modèles De Turbulence	54
7.2.1 Modèle k- $\epsilon$ standard	54
7.2.2 Modèle k- $\omega$ standard	56
7.2.2 Modèle RNG $k - \epsilon$	58
7.3 Modélisation de l'écoulement près des parois	59
3.8 Classification des méthodes de dimensionnement	61
3.9 Conclusion	63
<b>Chapitre 4 : Méthodes numériques</b>	
4.1 Introduction	64
1.1 Méthodes des différences finis	64
1.2 Méthodes des éléments finis	64
1.3 Méthodes des volumes finis	65
4.2 Principe de la méthode des volumes finis	65
2.1 Domaine de calcul (maillage)	65
2.2 Discrétisation des équations gouvernantes	67
4.3 Couplage Pression-Vitesse	69
3.1 Les fonctions de forme	70
3.2 Les gradients de pression	72
4.4 Forme générale de la propriété $\Phi$ utilisée par CFX	72

4.5 Couplage du système d'équations	74
4.6 Solution des équations dans le module de CFX	75
4.7 Conclusion	76

## **Chapitre 5. Application de logiciel ANSYS ICEM-CFX pour la pompe TE47**

5.1 Introduction	77
5.2 Dimensionnement et analyse des performances des turbomachines	77
2.1 Problème direct (analyse)	77
2.2 Problème inverse (dimensionnement)	78
2.3 Optimisation	78
5.3 Dimensionnement de la pompe TE47	79
5.4 Présentation de ANSYS ICEM-CFX	81
5.5 Plate-forme de la simulation numérique	82
5.1 Création de la géométrie	83
5.2 Maillage de la géométrie	86
5.3 Présentation de la pompe TE47 avec logiciel ANSYS CFX	88
5.3.1 CFX-Pre	88
5.3.2 CFX-Solveur	90
5.3.3 CFX- Solver Manager	91
5.6 Conclusion	92

## **Chapitre 6. Résultats et discussion**

6.1. Introduction	93
6.2. Pompe TE47	93
6.3 Définition physique du domaine de calcul	94
3 .1 Couplage (interface)	94
3 .2 Domaine de calcul	95
6.4 Validation de maillage	95
6.5 Evaluation des modèles de turbulence	97
6.6 Exploitation des résultats	98
6.7 Analyse des écoulements internes	100
7.1 Champ de vitesse dans la pompe	101
7.1.1 Evolution en fonction du débit	104
7.1.2 Evolution en fonction de vitesse de rotation	104

---

7.2 Champ de pressions statique dans la pompe	105
6. 8 Conclusion	107
Conclusion générale	108
Références bibliographiques	110

## Nomenclature

## Lettres latines

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
<i>C</i>	Coefficient de débit	[-]
<i>D</i>	Diamètres	[ <i>m</i> ]
<i>e</i>	Energie Totale	[ <i>J/kg</i> ]
<i>F</i>	Force	[ <i>N</i> ]
<i>g</i>	Accélération de la pesanteur	[ <i>m/s</i> <sup>2</sup> ]
<i>H</i>	Hauteur d'élévation	[ <i>m</i> ]
<i>H<sub>th</sub></i>	Hauteur théorique à nombre d'aubes fini	[ <i>m</i> ]
<i>H<sub>th∞</sub></i>	Hauteur théorique à nombre d'aubes infiniment grand	[ <i>m</i> ]
<i>h</i>	Hauteur manomètre	[ <i>m</i> ]
<i>h</i>	Enthalpie	[ <i>J/kg</i> ]
<i>I</i>	Rothalpie	[ <i>J/kg</i> ] <sub>2</sub>
<i>K</i>	Conductivité thermique	[ <i>w m /k</i> ]
<i>K<sub>u</sub></i>	Moment cinétique	[ <i>N .m</i> ]
<i>k</i>	Énergie cinétique turbulente	[ <i>J.kg-1</i> ]
<i>M</i>	Nombre de Mach	[-]
<i>M</i>	Couple	[ <i>N .m</i> ]
<i>n</i>	Vitesse de rotation de la roue	[ <i>tr / min</i> ]
<i>n<sub>1</sub> , n<sub>2</sub></i>	Vitesse de rotation à deux configuration ( 3000 et 2000)	[ <i>tr / min</i> ]
<i>n<sub>sQ</sub></i>	Vitesse spécifique	[ <i>tr / min</i> ]
<i>p</i>	Pression	[ <i>bar</i> ]
<i>p<sub>0</sub></i>	Pression totale	[ <i>bar</i> ]
<i>P</i>	Puissance	[ <i>W</i> ]
<i>Q</i>	Débit volumique	[ <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>s</i> ]
<i>Q*</i>	Une valeur de débit	[ <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>s</i> ]
<i>qv</i>	Débit volumique	[ <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>s</i> ]
<i>qm</i>	Débit massique	[ <i>kg / s</i> ]
<i>r</i>	Rayon	[ <i>m</i> ]
<i>S</i>	Surface de l'aube	[ <i>m</i> <sup>2</sup> ]
<i>t</i>	Temps	[ <i>s</i> ]
<i>U</i>	Vitesse d'entraînement	[ <i>m/s</i> ]
<i>V</i>	Vitesse absolue	[ <i>m/s</i> ]
<i>W</i>	Vitesse relative	[ <i>m/s</i> ]



## Lettres grecques

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>	<i>Unité</i>
$\rho$	Masse volumique	$[kg/m^3]$
$\varepsilon$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$[W/kg]$
$\Gamma$	coefficient de diffusion	$[-]$
$\Phi$	Grandeur quelconque	$[-]$
$\phi$	Fonction potentiel	$[m^2/s]$
$\gamma$	Coefficient de viscosité cinématique	$[m^2/s]$
$\eta$	Rendement	$[%]$
$\alpha$	Angle de la vitesse absolue	$[^\circ]$
$\beta$	Angle de la vitesse relative	$[^\circ]$
$\Delta$	Variation	$[-]$
$\Omega$	Vitesse angulaire	$[rad/s]$
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante du modèle k- $\varepsilon$	$[-]$
$\mu$	Viscosité dynamique	$[Pa.s]$
$\mu_{eff}$	Viscosité effective	$[Pa.s]$
$\nu$	Viscosité cinématique moléculaire	$[m^2/s]$
$\Psi$	Fonction de courant	$[m^2/s]$

## Indices

<i>Symbole</i>	<i>Désignation</i>
am,av	Amont, aval
1,2	Entrée et sortie
x,y,z	Coordonnées cartésiennes
r, $\theta$ ,z	Coordonnées cylindriques
0	Vieux niveau de temps
i	Numéro de position
i,j,k	Direction de projection
ip	Indice du point d'intégration

## Liste des figures

### Chapitre 1. Synthèse bibliographique

Figure 1.1- Quelques types des roues de turbopompe	5
Figure 1.2- Schéma d'une pompe centrifuge	6
Figure 1.3- Différentes types des roues	7
Figure 1.4- Principe de mesure de la caractéristique $H(Q)$	10
Figure 1.5- Caractéristique de la hauteur	12
Figure 1.6- Caractéristique $P(Q)$ d'une pompe centrifuge	13
Figure 1.7- Caractéristiques des rendements $\eta(Q)$	14
Figure 1.8- Diagramme des vitesses pour une roue de pompe centrifuge	14
Figure 1.9- Triangle de vitesse	15
Figure 1.10- Ecoulement dans la roue d'une pompe centrifuge	16
Figure 1.11 Triangle des vitesses	17

### Chapitre 2. Etude expérimentale

Figure 2.1- Dispositif de banc d'essai à un étage (TE 47). Laboratoire d'hydraulique, Université Hassiba Benbouali de Chlef (UHBC)	22
Figure 2.2- Schéma d'installation du banc d'essai TE47	23
Figure 2.3- Moteur électrique de la pompe accroché au dynamomètre [UHBC]	24
Figure 2.4- Courbes expérimentales de la Hauteur en fonction de débit pour $n_1$ et $n_2$	28
Figure 2.5- Courbes expérimentales de la puissance hydraulique en fonction de débit pour $n_1$ et $n_2$	
Figure 2.6- Courbes expérimentales de la puissance moteur en fonction de débit pour $n_1$ et $n_2$	29
Figure 2.7- Courbes expérimentales du rendement en fonction de débit pour $n_1$ et $n_2$	30
Figure 2.8- Courbes des résultats expérimentaux des caractéristiques de la pompe pour $n_1$	32
Figure 2.9- Courbes des résultats expérimentaux des caractéristiques de la pompe pour $n_2$	32
Figure 2.10- Courbes de comparaison des hauteurs-débit de la pompe pour $n_1$	34
Figure 2.11- Courbes de comparaison des hauteurs-débit de la pompe pour $n_2$	34

**Chapitre 3. Modélisation des écoulements internes en turbomachines**

Figure 3.1- Modèle de l'écoulement à trois zones	40
Figure 3.2- Surfaces de courant au sein d'une turbomachine	43
Figure 3.3- Lignes de courant dans le repère absolu	44
Figure 3.4- Evolution axiale des caractéristiques dans la théorie des disques actuateurs	46
Figure 3.5- Résolution des équations de Navier-Stokes. Modélisation de la turbulence	52
Figure 3.6- Mailles en 2D (prismatique) près de la paroi	60
Figure 3.7- Organisation de la démarche intégrale de conception	62

**Chapitre 4. Méthodes numériques**

Figure 4.1 - Volume de contrôle dans un maillage tridimensionnel non orthogonal	66
Figure 4.2 - Point d'intégration dans un élément d'un volume de contrôle	68
Figure 4.3 - Détermination des positions de nœuds dans un élément hexaédral	70
Figure 4.4 - Organigramme de calcul du code ANSYS CFX	75

**Chapitre 5. Application de Logiciel ANSYS ICEM-CFX pour la pompe TE47**

Figure 5.1- Roue de la pompe TE47	81
Figure 5.2- Coupe roue- volute de la pompe TE47	81
Figure 5.3- Plateforme de la simulation numérique	82
Figure 5.4- Les outils utilisé pour une configuration géométrique (ANSYS ICEM )	83
Figure 5.5- Vue 3D roue + couvert de roue	85
Figure 5.6- Vue 3D de la pompe TE47 (roue + volute)	85
Figure 5.7- Maille tétraédrique	86
Figure 5.8- Couche de la maille prismatique	86
Figure 5.9- Méthode utilisé pour générer le maillage de la pompe TE 47	88
Figure 5.10- Géométrie importée par le module CFX-Pre	89
Figure 5.11- CFX- Solver Manager	90
Figure 5.12- Lancement d'analyse du problème et Contrôle de convergence par le Solveur	91
Figure 5.13- Iso-vitesse réalisée par le CFX-Post.	92

**Chapitre 6. Résultats et discussions**

Figure 6.1- Définition du domaine de calcul de la Pompe TE4	93
---	----

---

Figure 6.2- Maillage de calcul a)222789, b) 229264 éléments	96
Figure 6.3- Influence de la taille de maillage. Courbes hauteur-débit	96
Figure 6.4 - Influence du modèle de turbulence sur la hauteur de la pompeTE47	98
Figure 6.5- Caractéristiques hauteur – débit Pompe TE47 pour $n_1= 3000$ (tr /mn).	99
Résultats Comparatifs entre la simulation et expérimental	99
Figure 6.6 - Caractéristiques hauteur – débit Pompe TE47 pour $n_2 = 2000$ (tr /mn).	99
Résultats Comparatifs entre la simulation et expérimental.	
Figure 6.7- Plan moyen d'étude. Pompe TE47	101
Figure 6.8.a- Vecteurs vitesse pompeTE47 ( $Q_n =15,2l/s$ )	101
Figure 6.8.b- Vecteurs vitesse pompe TE47 ( $Q=0, 68l/s$ )	102
Figure 6.8.c- Vecteurs vitesse pompe TE47 ( $Q=1,9l/s$ )	102
Figure 6.9.a- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q=1,9l/s$ )	103
Figure 6.9.b- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q_n =1,52l/s$ )	103
Figure 6.9.c- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q =0.68l/s$ )	104
Figure 6.10 - Vecteurs vitesse à deux vitesses de rotation pour $n_1$ et $n_2$	105
Figure 6.11.a- Pression statique pompe TE47 ( $Q= 1,9l/s$ )	105
Figure 6.11.b- Pression statique pompe TE47 ( $Q_n =1,52l/s$ )	106
Figure 6.11.c- Pression statique pompe TE47 ( $Q= 0, 68l/s$ )	106

**Liste des tableaux****Chapitre 2. Etude expérimentale**

Tableau 2.1 - Caractéristiques fondamentales de la pompe centrifuge à 3000 tr/mn	26
Tableau 2.2 - Caractéristiques fondamentales d'une pompe centrifuge à 2000 tr/mn	27

**Chapitre 3. Modélisation des écoulements internes en turbomachines**

Tableau 3.1 - Diverses méthodes de résolution de l'écoulement méridien	46
Tableau 3.2 - Méthodes pour la résolution de l'écoulement aube à aube	51
Tableau 3.3 - Constantes du modèle $k - \varepsilon$ standard	56
Tableau 3.4 - Constantes du modèle $k - \omega$ standard	59
Tableau 3.5- Constantes du modèle <i>RNG</i> $k - \varepsilon$ standard	60

**Chapitre 5. Application de logiciel ANSYS ICEM-CFX pour la pompe TE47**

Tableau 5.1- Cahier des charges de la pompe	80
Tableau 5.2- Caractéristiques géométriques de la pompe TE47	81
Tableau 5.3 - Caractéristique du logiciel ANSYS ICEM et ANSYS CFX	83
Tableau 5.4- Les étapes utilisé d'une configuration géométrique (ANSYS ICEM )	85
Tableau 5.5 - Les étapes de génération du maillage	88

## Introduction générale

L'eau a eu toujours de l'importance dans la vie (...est fait de l'eau toute chose vivante... « verset 30 Al-anbiya »), elle a incité l'homme à réaliser des machines qui permettaient son extraction, sa transformation et son transfert.

L'Algérie possède de grandes ressources hydrauliques (oueds, nappes phréatiques, mer,...) qui offrent de multiples possibilités d'utilisation (industrie, hydroélectricité, irrigation, eau potable, tourisme, loisir, ...). Elle doit également faire face à une consommation d'eau annuelle croissante, pour ses différents besoins.

L'exploitation de ces ressources nécessite aujourd'hui des installations de grande taille, pour l'extraction, la transformation et le transfert des eaux de différent point, dans les installations industrielles, l'élément le plus intéressant est la pompe d'où notre approche pour les écoulements internes dans une pompe centrifuge.

La recherche sur les fluides et plus particulièrement sur les écoulements incompressibles a pris un grand essor sur le plan expérimental et numérique.

L'étude de la **simulation numérique de l'écoulement interne dans une pompe centrifuge** avec le CFX, nous paraît être un sujet d'intérêt certain pour un mémoire de magister.

Ce mémoire est constitué, outre ce chapitre introductif, la conclusion générale et de 6 chapitres principaux.

- Le premier chapitre contient une synthèse bibliographique sur les turbomachines et les pompes centrifuges, leur principe de fonctionnement, et la théorie des pompes centrifuges.
- Le deuxième chapitre est consacré à l'étude expérimentale sur un banc d'essai de la pompe centrifuge de type TE 47, disponible au laboratoire de la faculté des sciences et Sciences de l'ingénieur (U.H.B.C) et l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran(U.S.T.O).
- Le troisième chapitre décrit, la modélisation des écoulements internes dans les turbomachines. Après avoir exposé les équations générales régissant ces écoulements,

on présente la méthode unidimensionnel et le modèle quasi-tridimensionnel décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels, l'une aube à aube et l'autre méridien, ainsi que les méthodes de résolution de ces derniers. Nous portons enfin notre attention sur la méthode tridimensionnel de l'écoulement interne qui se base sur la technique de la CFD qui constitue notre centre d'intérêt et qu'on va la détailler par la suite.

- Le quatrième chapitre est consacré aux méthodes numériques où nous présentons la méthode des volumes finis utilisée pour la résolution des équations de turbomachine (Equations de Navier Stokes et équation de continuité) y compris l'algorithme qui traite le couplage pression-vitesse dans les équations de Navier Stokes implanter dans le code de calcul CFX.
- Le cinquième chapitre se focalise sur la démarche à suivre pour tracer et mailler la géométrie à étudier (pompe TE 47) on utilise le logiciels ANSYS ICEM et on exporter vers le logiciel de simulation ANSYS CFX afin de définir le domaine physique.
- Dans le dernier chapitre, les résultats de la simulation numérique du domaine physique (roue-volute) de la pompe TE47 seront présentées et comparés aux résultats expérimentaux. Enfin nous analyserons les différents champs de vitesses et de pressions développés dans la pompe.

## 1. Synthèse bibliographique

### 1.1 Introduction

Les pompes centrifuges à aubes font partie des machines complexes jamais construites, dont le développement est accéléré durant les 60 dernières années. Le premier dispositif censé avoir fonctionné comme roue centrifuge aubée a été découvert à San Domingos au Portugal. C'est une roue avec 10 aubes en bois à double courbure, elle date approximativement du cinquième siècle (Engeda 1998). Au 16<sup>ème</sup> siècle, des ventilateurs centrifuges avaient été utilisés pour la ventilation des mines.

Il est admis que l'origine de la roue à aubes centrifuges est attribuée au physicien et inventeur français Denis Papin en 1689. Sa contribution se situe dans la compréhension du concept de créer, à l'aide d'un aube, un vortex dans une enveloppe circulaire ou spirale.

Le mathématicien Leonhard Euler a présenté dans une mémoire en 1754 une application théorique de la loi de Newton dans le cas de la roue centrifuge à aubes. Cette application théorique est à l'origine de ce qui est maintenant universellement connu comme équation d'Euler. La publication de son équation a stimulé le développement des turbines hydrauliques au 18<sup>ème</sup> siècle. Juste avant la publication d'Euler, John Smeaton a présenté en 1752 l'utilisation des modèles dans l'étude de turbomachine.

La commercialisation en 1818 de pompe centrifuge par un fabricant de pompes du Massachusetts aux Etats-Unis représenté un tournant l'histoire des roues centrifuges. La pompe du Massachusetts conçue selon la théorie de Papin, avait une roue ouverte avec des aubes tangentielles droites tournant dans une enveloppe de section rectangulaire loin de ressembler aux volutes actuelles. Après la théorie de Papin, Combs a présenté en 1838 un travail traitant les aubes incurvées et l'effet de la courbure, qui s'est plus tard avéré être un facteur important dans le développement de roue centrifuge. En 1839 W. Andrews a présenté l'enveloppe volute appropriée et en 1846, il a utilisé une roue à aubes entièrement enveloppée.

James Thomson, en 1850, a suggéré l'utilisation d'une chambre de tourbillon, qui a permis à la pompe centrifuge en un seul étage d'être utilisée économiquement pour des hauteurs d'aspiration plus élevées.

La première étude complète de l'écoulement dans une roue aubée est celle de K. Fischer et D. Thoma (Investigation of the flow condition in a centrifugal pump. « Transactions of the ASME, Vol.54, 1932 », dans la quelle ils ont prouvé que pratiquement toutes les conditions de l'écoulement pour un fluide réel étaient différentes de celles théoriquement dérivées pour un



fluide parfait. Plus récemment, Rai (1987 et 1989) était un des premiers à simuler numériquement le champ de l'écoulement instable tridimensionnel d'une turbine multi-étage ; il a employé les équations de Navier-Stokes instationnaires pour modéliser l'interaction rotor-stator. On peut citer aussi des travaux qui sont effectués dans le laboratoire de mécanique appliqué (LMA, USTOMB), concernons la modalisation numérique des écoulements tridimensionnel avec l'utilisation le code de calcul « CFX » de AEA technologie. Abidat et al (1998), ont développé un modèle de prédiction des performances d'une turbine radiale ou semi axiale en régime d'écoulement instationnaire pour évaluer l'influence des amplitudes et fréquence de pulsations de pression sur les performances d'une turbine, les résultats de calcul numérique sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux. M.Hamel (2005), étude des performances d'une volute de turbine radiale ou semi axiale, l'étude présente l'analyse des performances de la volute d'une turbines radiale ou semi axiale et à la compréhension de mécanismes physiques régissant les écoulements qui se développent dans ce type d'organe en mettant le point sur l'influence de la forme géométrique de la section azimutale de l'enveloppe spirale sur les performances de la volute. l'emploi du code de calcul CFX 5.7 avec un maillage non structuré de forme tétraèdre réalisé avec un logiciel mailleur ICEM CFD4, a permis d'obtenir de bons résultats. Ce code consiste à résoudre, les équations régissant l'écoulement tridimensionnel dans la volute à l'aide de la méthode des volumes finis et le modèle k- $\epsilon$ .

Cette revue de la littérature traitant les travaux menés sur les machines radiales avec des roués à aubes, on constate le manque de travaux s'intéressant simultanément à l'aspect expérimental et numérique pour une même géométrie fonctionnant à l'eau, pour cette raison, on propose au cours de ce travail, une étude de simulation numérique d'un écoulement interne d'une pompe centrifuge de type TE47, avec l'utilisation du code de calcul ANSYS CFX 11.0.

## 1.2 Définition et classification des pompes

Les pompes sont des appareils hydrauliques qui servent à transformer l'énergie mécanique en énergie d'un fluide, à l'aide d'un mouvement de rotation continue.

Il existe un très grand nombre de type de pompes. Ces différents types se divisent en deux grandes catégories : turbopompes, pompes volumétriques.

### 1.2.1 Turbopompes

Les turbopompes se composent de deux parties principales :

- § Un **rotor** qui communique au liquide un mouvement de rotation par l'intermédiaire d'aubes ou d'ailettes et qui est fixé sur un arbre supporté par des paliers et couplé au moteur au moyen d'un dispositif rigide ou flexible.
- § Un **corps** de pompe dont le rôle est de diriger le liquide en lui donnant un accroissement de pression, comprenant des orifices d'aspiration et de refoulement et il supporte des paliers et sert d'habitable pour l'équipage mobile.

Ces définitions sont communes pour trois grandes classes de pompes [1].

#### 1.2.1.1 Pompes centrifuges

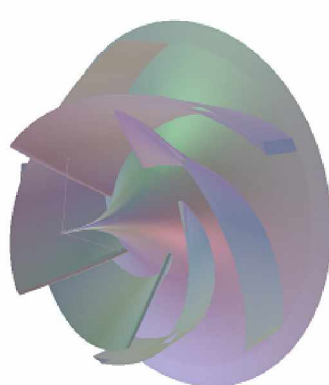
Le rotor entraîne dans son mouvement un liquide qui est rejeté à la périphérie par la force centrifuge. Une particule du liquide prise isolément suit une trajectoire constamment située dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

#### 1.2.1.2 Pompes hélices (axiale)

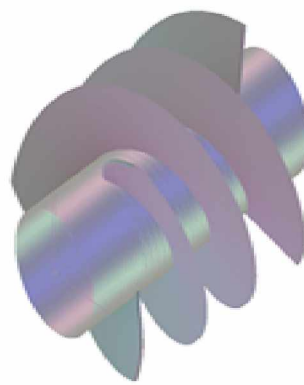
Le liquide entraîné dans un mouvement de rotation par l'équipage mobile est rejeté axialement, la trajectoire d'une particule de liquide est entièrement située sur un cylindre de révolution, c'est une hélice circulaire.

#### 1.2.1.3 Pompes hélico-centrifuges

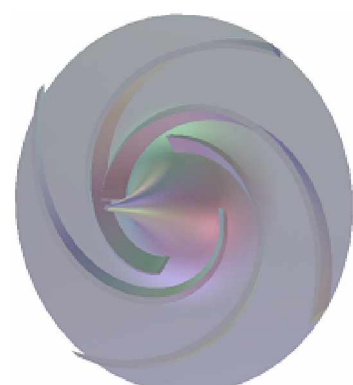
Ce type est intermédiaire entre les deux précédents. Le flux résulte de la composition des flux axial et radial, la trajectoire d'une particule de liquide est une courbe tracée sur un cône de révolution.



*a. Hélico-centrifuge*



*b. Axiale*



*c. Centrifuge*

Figure 1.1 - Types de roue de turbopompe

### 1.2.2 Pompes volumétriques

Le déplacement d'une portion déterminée de la région d'aspiration vers la région de refoulement au moyen d'un mouvement approprié (translation ou rotation) de l'organe actif (piston, piston-plongeur, piston à ailettes, rotor,...). Les mouvements de l'organe actif et du liquide sont liés de telles manières que tout changement de position du premier entraîne un déplacement simultané du second. L'arrêt de l'organe actif rend impossible le passage du liquide par la pompe.

### 1.2.3 Mode de fonctionnement

Toutes les pompes n'ont pas le même principe de fonctionnement. Celles qui transmettent au liquide l'énergie de leur moteur par l'intermédiaire de la force centrifuge sont appelées pompes centrifuges (Figure 1.2).

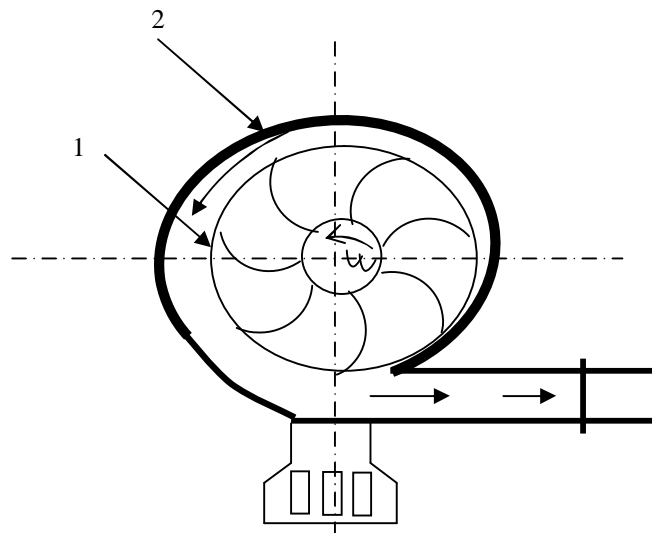


Figure 1.2- Schéma d'une pompe centrifuge[2]

L'élément principal de la pompe est la roue (1). Elle est logée dans la volute (2) et rigidement fixée sur un arbre relié directement à l'arbre du moteur. La roue tourne à grande vitesse et rejette le liquide dans la volute. Le refoulement est dû à l'interaction des aubes et du courant liquide. La volute a deux fonctions, elle collecte le liquide envoyé par la roue et transforme une partie de l'énergie cinétique du courant en énergie potentielle.

Le liquide pénètre dans la roue de la pompe parallèlement à son axe et passe dans l'espace compris entre les aubes. Puis il sort de la roue par les fentes formées par les deux disques de la roue. Les particules liquides sortent de la roue en libérant les espaces occupés par les

particules voisines. De ce fait elles provoquent un mouvement. Dans l'espace d'entrée de la roue, la pression diminue et le liquide, sous l'action de la pression atmosphérique ouvre le clapet de retour et monte dans le tuyau d'aspiration.

#### 1.2.4 Classification des pompes centrifuges

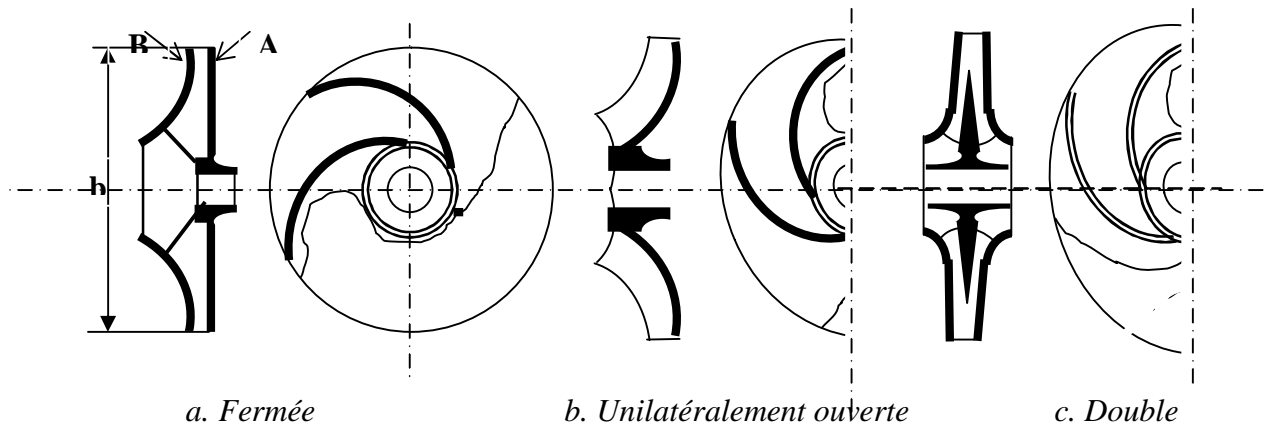


Figure 1.3- Différents types de roue [2]

Les pompes centrifuges sont des turbomachines à une ou plusieurs roues, à écoulement radial engendré par l'action de la force centrifuge et des forces de Coriolis.

Les pompes centrifuges se divisent en deux classes fondamentales :

- Pompes à écoulement forcé par les canaux de roue
- Pompes à écoulement libre avec un propulseur ouvert, dont les aubes radiales mettent en mouvement les particules liquides dans l'espace sans aubes entre le couvercle du corps et le propulseur.
- Les pompes centrifuges à liquides purs et légèrement chargées sont parmi les turbomachines les plus répandues.

Etant donné la très large gamme de débit  $Q$  et de hauteur d'élévation  $H$  demandés et la diversité des conditions d'installation, le développement des pompes centrifuges a abouti à des formes constructives extrêmement variées.

Les différences tiennent essentiellement aux éléments suivants :

1. **le nombre de roues.** On distingue les pompes à une roue, appelées également pompes à un étage, et les pompes à plusieurs roues appelées multicellulaires.

2. **la disposition de l'axe de l'arbre.** Qu'elles soient à un ou plusieurs étages, les pompes centrifuges peuvent être construites avec un arbre d'axe horizontal ou vertical ; suivant le cas, ce sont des pompes horizontales ou verticales.

Parmi les particularités secondaires, communes aux pompes à un et plusieurs étages, à un axe horizontal ou vertical, nous rangeons la forme de la roue et la position de la tubulaire d'entrée.

En fonction de la forme de la roue, on distingue les pompes à roue à simple et double aspiration

En fonction de la position de la tubulure d'entrée, on distingue :

- Pompes à entrée axiale, construites exclusivement avec des roues à une ouïe, fixées en porte-à-faux sur l'extrémité de l'arbre; c'est le type de pompe le plus répandu.
- Pompes à entrée latérale, dirigée dans le sens horizontal ou vertical vers le bas; elles sont le plus souvent construites avec des roues à deux ouïes et chambre d'aspiration spirale.

Les pompes de grand débit, avec roues à deux ouïes, sont parfois pourvues de deux entrées, affectant la forme de coudes auxquels sont connectés les tuyaux d'aspiration.

Les roues des pompes multicellulaires peuvent être disposées:

- En série; dans ce cas, le même volume de liquide s'écoule consécutivement à travers toutes les roues, et les hauteurs d'élévation respectives s'ajoutent; ce sont les pompes multicellulaires.
- En parallèle; dans ce cas, les débits des deux ou trois roues s'ajoutent, la hauteur d'élévation reste celle assurée par une seule roue.
- En série-parallèle; dans ce cas, aussi bien les débits que les hauteurs d'élévation des roues, ou groupes de roues, s'ajoutent; cette disposition est toutefois rare.

Dans le cas des pompes à axe vertical, les roues sont le plus souvent rangées en série.

En outre, les pompes multicellulaires, aussi bien horizontales que verticales peuvent être pourvues de :

- Bâches spirales.
- Directrices à ailettes ceinturant les roues et les volutes de refoulement.
- Diffuseurs centrifuges et centripètes à ailettes.

### 1.2.5 Domaines d'utilisations

L'utilisation des pompes centrifuge est infiniment diversifiée, on ne s'intéresse donc ici qu'aux principales d'entre elles.

Les grands domaines d'utilisations peuvent être cités comme suite :

- Hydro-électricité (barrage)
- Agriculture (irrigation des surfaces cultivées)
- Alimentation urbaine (réseau d'alimentation d'eau urbaine)
- Château d'eau
- Industrie hydrocarbure (production du pétrole)
- Transport des hydrocarbures liquides
- Industrie de traitement des hydrocarbures.

## 1.3 Théorie des pompes centrifuges

Les pompes centrifuges font partie des machines hydrauliques qui transforment de l'énergie mécanique fournie par le moteur d'entraînement, en énergie de fluide (ou hydraulique).

### 1.3.1 Caractéristiques d'une pompe centrifuge

Une pompe centrifuge est principalement représentée par trois caractéristiques :

- Hauteur manométrique en  $f(Q) : H(Q)$
- Puissance utile en  $f(Q) : p(Q)$
- Rendement en  $f(Q) : \eta(Q)$

Avec:  $Q$  débit volumique [ $m^3/s$ ].

### 1.3.1.1 Caractéristique $H(Q)$

La présence d'une pompe centrifuge (une turbopompe en général) dans un système de pompage, exige la connaissance des paramètres nominaux  $H_n$  (hauteur nominale) et  $Q_n$  (débit nominale ou utile).

Ces deux paramètres forment un couple  $(H_n, Q_n)$  qui définit la position du point de fonctionnement de la pompe dans le circuit hydraulique où elle se trouve. On note que  $H_n$  et  $Q_n$  doivent être connus pour une vitesse de rotation  $n[tr/min]$  de la roue constante. Mais, il est important parfois de connaître le comportement de la pompe dans des conditions hors de celles nominales.

La figure I.4 illustre le schéma de principe type du processus expérimental de mesure de  $H(Q)$ .

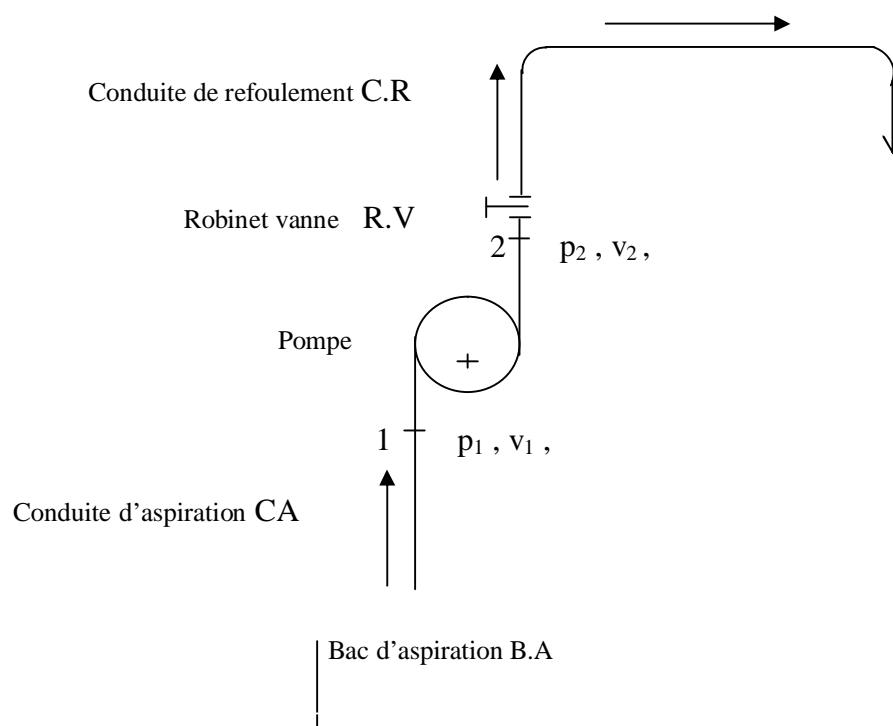


Figure 1.4- Principe de mesure de caractéristique  $H$

Le robinet-vanne R.V ; placé sur la conduite de refoulement C.R, constitue un obstacle au passage de l'eau. Il résulte une perte de charge singulière plus au moins grande suivant le degré d'ouverture du robinet-vanne. Ce dernier, lorsqu'il est complètement fermé ( $Q = 0$ ), la roue ne fait que brasser l'eau (sans que celle - ci en soit refoulée).

### Processus expérimental

Au départ, on note la vitesse  $n[tr/min]$  qui doit rester constante durant l'expérience.

On mesure la puissance fournie par le moteur  $P[kw]$ .

Au point 1 : entrée de la pompe :

On mesure à une ouverture  $i$  du robinet vanne :

- Pression.....  $p_{1(i)}$
- Vitesse.....  $V_{1(i)}$
- Côte .....  $Z_{1(i)}$

En même temps, au point 2 : sortie de la volute :

On mesure :

- Pression.....  $p_{2(i)}$
- Vitesse.....  $V_{2(i)}$
- Cote .....  $Z_{2(i)}$
- Débit.....  $Q(i)$

A ces valeurs mesurées, pour une position  $i$  du robinet – vanne, on peut calculer le travail utile en se servant de l'équation de BERNOULLI entre les points 1 et 2.

Il vient :

$$W_{u(i)} = \left[ \frac{V^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} \right]_{1(i)}^2 \quad (1.1)$$

Or, on sait par définition que :

$$W_u = Hg[Nm] \quad (1.2)$$

On déduit :

$$H = \frac{W_u}{g} = \left[ \frac{V^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} \right]_{1(i)}^2 [m] \quad (1.3)$$

En général, on distingue deux différentes hauteurs l'une stable et l'autre instable.

- **Caractéristiques stables** : Ce sont les courbes  $H(Q)$  régulièrement descendantes (Figure 1.5.a) avec l'accroissement du débit, depuis  $H(Q = 0) = H_{MAX}$  qui correspond à la fermeture du robinet-vanne de refoulement jusqu'à l'ouverture pour un débit maximum, chaque valeur de débit  $Q$ , correspond une seule valeur de hauteur  $H$ .



- **Caractéristiques instables :** Ce sont des courbes montantes (ascendantes), à partir de  $H_0 = H(Q = 0)$  jusqu'au sommet A de la courbe, correspondant à l'ordonnée  $H_{\max}$ .

À partir de ce point, la courbe  $H(Q)$  devient descendante (Figure 1.5.b). Au dessus de la droite horizontale passant par  $H_0$  à chaque hauteur  $H$ , correspondent deux valeurs de débits,  $Q_1$  et  $Q_2$ .

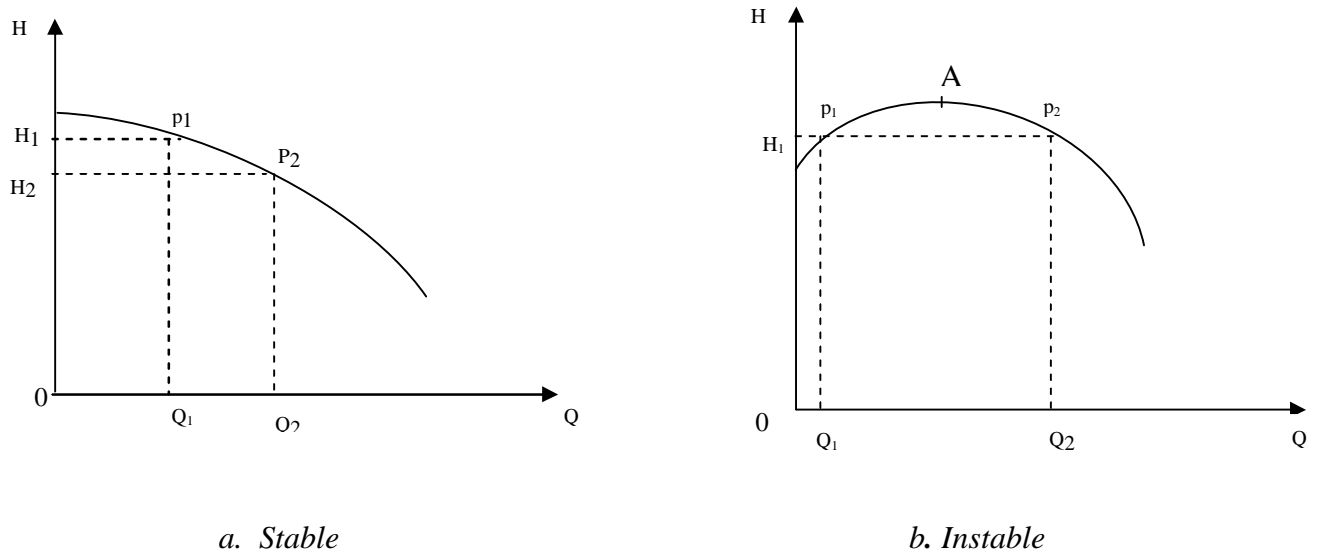


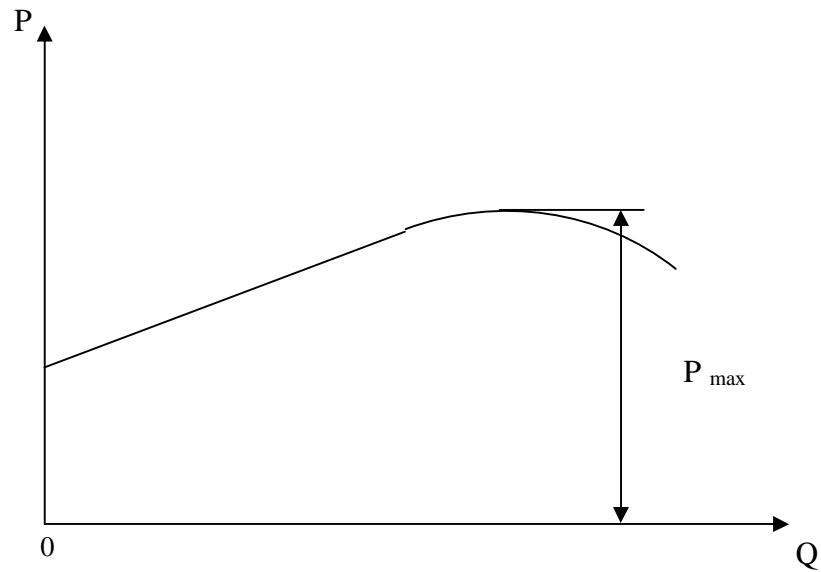
Figure 1.5- Caractéristique de la hauteur  $H(Q)$  [20]

### 1.3.1.2 Caractéristique $P(Q)$

La puissance dont il s'agit ici est celle utile recueillie sur l'arbre de la pompe, désignée par  $P_u$ . Elle se calcule à partir de  $H$ . Il s'agit en occurrence de la puissance utile qui s'exprime.

$$P_u = \rho g Q H \quad (1.4)$$

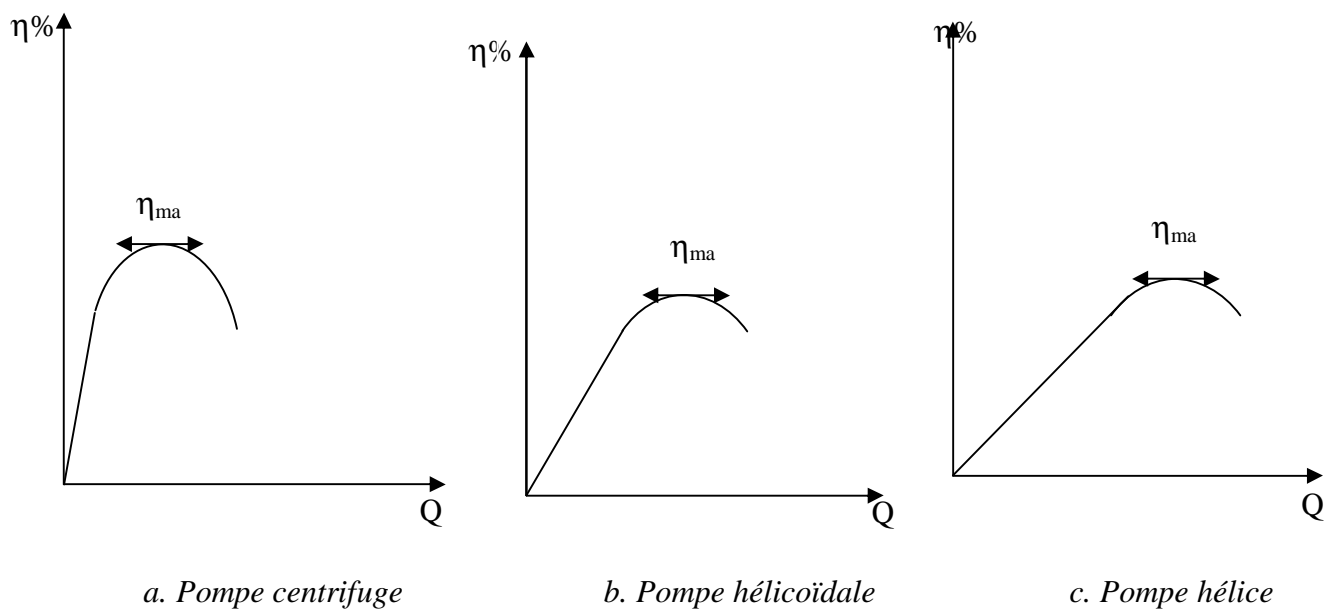
Remarque :  $P_u$  est aussi appelée puissance nominale souvent désignée aussi par  $P_n$ . Dans les pompes centrifuges à faible et moyenne vitesse spécifique, les courbes caractéristiques  $P(Q)$  de la puissance, sont régulièrement ascendantes (Figure 1.6) et atteignent un maximum.

Figure 1.6- Caractéristiques  $P(Q)$  d'une pompe centrifuge [20]

### 1.3.1.3 Caractéristique $\eta(Q)$

La courbe  $\eta(Q)$  du rendement est toujours montante depuis la valeur  $\eta = 0$ , puis descendante en passant par une valeur  $\eta_{\max}$ . Ce quelque soit le type de pompe utilisé.

La figure 1.7, nous illustre les caractéristiques  $\eta(Q)$  pour différentes pompes usuellement connues.

Figure 1.7- Caractéristiques des rendements  $\eta(Q)$  [20]

**Remarque :** Les caractéristiques  $\eta(Q)$  (Figure 1.7.b et 1.7.c) permettent à la pompe un fonctionnement plus économique dans une plus large étendue de débits que les caractéristiques  $\eta(Q)$  (Figure 1.7.a) dont l'allure est rapidement ascendante.

### 1.3.2 Diagramme des vitesses dans une pompe centrifuge

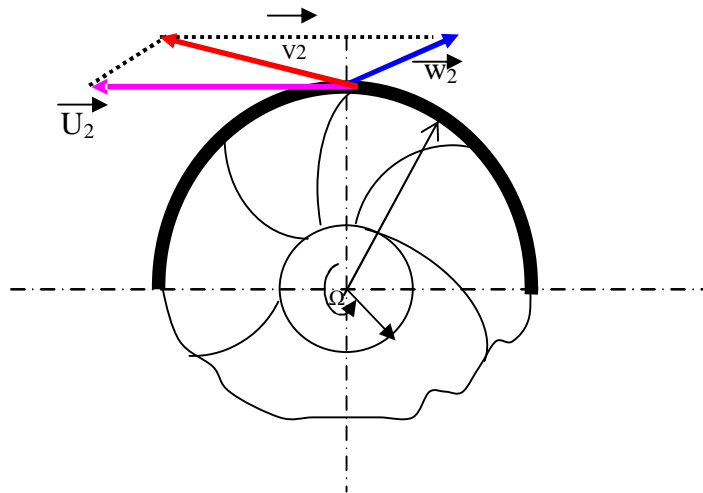


Figure 1.8 - Diagramme des vitesses pour une roue de pompe centrifuge [1].

Pour une position  $r$  d'une particule fluide (Figure 1.8), on définit :

$\vec{V}$  : Le vecteur vitesse absolue

$\vec{U}$  : Le vecteur vitesse tangentielle

$\vec{W}$  : Le vecteur vitesse relative

On a toujours la relation vectorielle vérifiée :

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad (1.5)$$

D'où l'on peut constituer le triangle de vitesse (Figure 1.9).

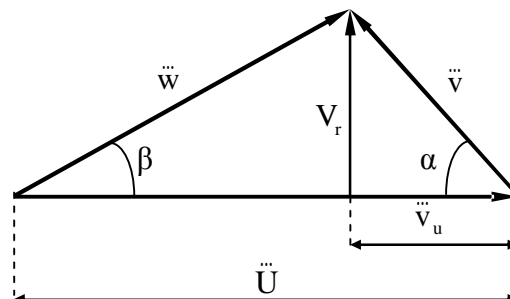


Figure 1.9- Triangle de vitesse

On définit :

$\alpha$  : Angle de vitesse absolue.

$\beta$  : Angle de vitesse relative.

A partir du triangle de vitesse (Figure 1.9), on peut écrire les relations :

$$V_r = V \cdot \sin \alpha = W \cdot \sin \beta = V_u \operatorname{tg} \alpha = (U - V_u) \operatorname{tg} \beta \quad (1.6)$$

$V_r$  : Vitesse débitante ou méridienne qui est radiale ici (cas d'une roue radiale)

$$V_u = V \cos \alpha = U - W \cos \beta = \frac{V_r}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (1.7)$$

$V_u$  : Composante tangentielle de la vitesse absolue.

## 1.4 Théorie unidimensionnelle des turbomachines à nombre d'aubes infini

### 1.4.1 Fondements de la théorie unidimensionnelle des turbomachines

Considérons une roue (Figure 1.10) de diamètres  $d_1$  à l'entrée et  $d_2$  à la sortie, et de largeurs respectives  $b_1$  et  $b_2$ . La ligne  $A_1A_2$  représente la ligne géométrique moyenne du canal limité par les aubes aux tracés  $B_1B_2$  et  $C_1C_2$ .

Considérons les phénomènes d'écoulement dans le canal entre deux aubes consécutives d'une roue tournant à une vitesse angulaire constante  $\Omega$ , l'écoulement absolu, rapporté au corps immobile de la pompe, et l'écoulement relatif par rapport à la roue tournante. Pour cette raison, les notions de vitesse absolues et relatives, et de trajectoires absolues et relatives de l'élément liquide sont introduites. L'écoulement absolu dans la roue est un mouvement périodiquement variable, tandis l'écoulement rapporté à la roue est un mouvement à symétrie de révolution par rapport à l'axe.

L'écoulement du liquide dans le canal de roue est un mouvement de particule liquide dont le débit est concentré le long de la ligne moyenne du canal ; cette ligne constitue simultanément la trajectoire de la particule liquide centrale par rapport aux parois de la roue en rotation. La théorie de l'écoulement fondée sur ce principe sera appelée théorie unidimensionnelle [2].

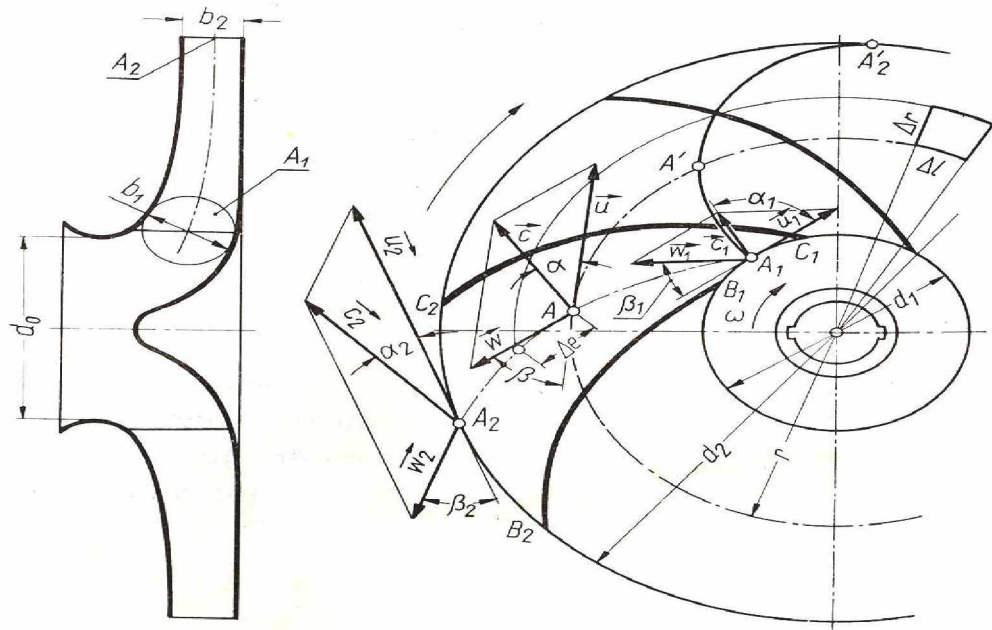


Figure 1.10- *Ecoulement dans la roue d'une pompe centrifuge [2]*

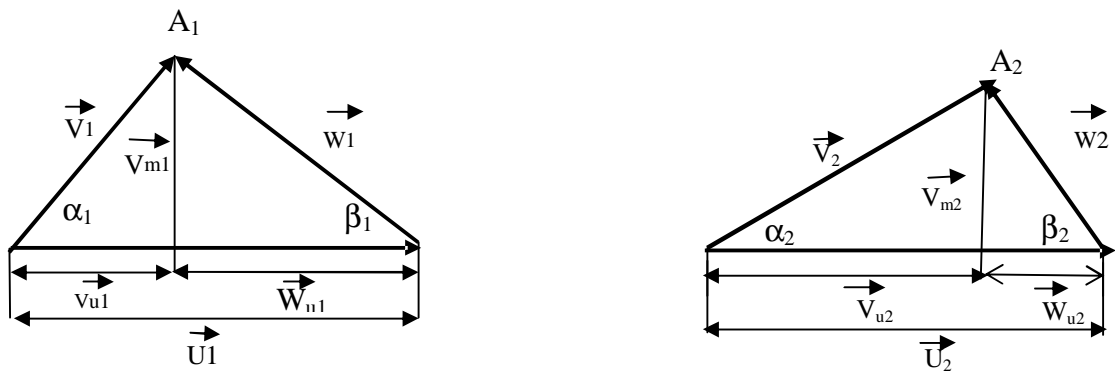
$A_1A_2$  : Ligne géométrique moyenne du canal entre deux aubes consécutives,

$B_1B_2$  et  $C_1, C_2$  : Tracés des aubes ,  $A_1A'2$  : Trajectoire absolue d'une particule .

### 1.4.2 Géométrie de l'écoulement du liquide dans la roue

Les particules liquides pénètrent dans la roue (Figure 1.10) par une surface cylindrique de rayon  $r_1$ , avec une vitesse  $\vec{V}_1$  inclinée d'un angle  $\alpha_1$  par rapport à la vitesse périphérique  $\vec{U}_1$ , et en sortent par une surface cylindrique de rayon  $r_2$ , avec une vitesse absolue  $\vec{V}_2$  inclinée d'un angle  $\alpha_2$  par rapport à la vitesse périphérique  $\vec{U}_2$ .

Les états du mouvement d'entrée et de sortie de la roue tournant à la vitesse angulaire constant  $\Omega$ , sont représentés par les triangles des vitesses (Figure.1.11) construits de la manière suivante :



a. Entrée

b. Sortie

Figure 1.11- *Triangle des vitesses[2].*

La vitesse absolue sur le bord d'attaque  $\vec{V}_1$  se décompose en une vitesse périphérique  $\vec{U}_1 = r_1 \vec{\Omega}$  et en une vitesse relative  $\vec{W}_1$ . La composante méridienne de la vitesse  $\vec{V}_1$  sera désignée par le symbole  $V_{m1}$ , et la composante périphérique par  $V_{u1}$ . De la même façon, la vitesse absolue de sortie de la roue, soit  $\vec{U}_2 = r_2 \vec{\Omega}$  et  $\vec{W}_2$ , la composante méridienne de la vitesse absolue à la sortie sera désignée par le symbole  $V_{m2}$ , et la composante périphérique par  $V_{u2}$ .

Les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  formés respectivement par les vecteurs  $\vec{V}_1$  et  $\vec{U}_1$ ,  $\vec{V}_2$  et  $\vec{U}_2$ , sont appelés angles des vitesses absolues, tandis que les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , formés respectivement par les vecteurs  $\vec{W}_1$  et  $-\vec{U}_1$ ,  $\vec{W}_2$  et  $-\vec{U}_2$ , sont les angles des vitesses relatives d'entrée et de sortie de la roue. Les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  constituent en même temps les angles de l'aube.

### 1.4.3 Equation fondamentale des turbomachines

La division de la roue d'une pompe en une série de roues élémentaires. Lors de l'écoulement dans chaque roue élémentaire ont lieu : le changement géométrique de la vitesse absolue de  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  et le changement du moment des vitesses dans le sens périphérique de  $r_1 V_1 \cos \alpha_1$  en  $r_2 V_2 \cos \alpha_2$ . La multiplication de ces produits par les masses élémentaires qui, en un temps  $dt$  se sont écoulées par les sections de la roue élémentaire à l'entrée  $dQ_{m1} dt$ , et à la sortie  $dQ_{m2} dt$ , donne l'accroissement de la composante périphérique du moment cinétique dans l'enceinte de la roue élémentaire [2].

$$dk_u = r_2 V_2 \cos \alpha_2 . dQ_{m2} dt - r_1 V_1 \cos \alpha_1 . dQ_{m1} dt \quad (1.8)$$

Compte tenu de la condition de continuité du mouvement

$$dQ_{m1} = dQ_{m2} = dQ_m \quad (1.9)$$

$$(1.8) \text{ et } (1.9) \Rightarrow dk_u = (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) . dQ_m dt \quad (1.10)$$

Conformément au théorème du moment cinétique, la dérivée du moment cinétique par rapport au temps est égale au couple agissant sur le système matériel.

$$dM = \frac{dk_u}{dt} = (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) dQ_m \quad (1.11)$$

L'intégration sur toute la section d'entrée et de sortie de la roue, le couple total est :

$$M = \int (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) dQ_m \quad (1.12)$$

Ou encore

$$M = \rho Q (r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (1.13)$$

Où  $Q_m$ ,  $Q$  désignent les débits massique et volumique de la roue.

L'équation (1.13) est appelée équation fondamentale des turbomachines.

Avec ces relations :  $V_1 \cos \alpha_1 = V_{u1}$ ,  $V_2 \cos \alpha_2 = V_{u2}$

Le couple est donc :

$$M = \rho Q (r_2 V_{u2} - r_1 V_{u1}) \quad (1.14)$$

La puissance fournie au liquide par la roue de la pompe est donnée par les formules :

$$P = M\Omega = \rho Q (r_2 V_{u2} \Omega - r_1 V_{u1} \Omega) \quad (1.15)$$

$$P = \rho Q (U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1}) \quad (1.16)$$

$$P = \rho Q (V_2 U_2 \cos \alpha_2 - V_1 U_1 \cos \alpha_1) \quad (1.17)$$

Après avoir éliminé de l'équation (1.17) les fonctions trigonométriques

$$V_1 U_1 \cos \alpha_1 = \frac{1}{2} (V_1^2 + U_1^2 - W_1^2)$$

$$-V_2 U_2 \cos \alpha_2 = \frac{1}{2} (W_2^2 - V_2^2 - U_2^2)$$

Avec :  $\rho = \frac{\gamma}{g}$

Où,  $\gamma$  : coefficient de viscosité cinématique

On obtient

$$P = \gamma Q \left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} \right) \quad (1.18)$$

Dans cette formule, le terme  $(V_2^2 - V_1^2)/2g$  exprime l'accroissement unitaire de l'énergie cinétique du liquide, résultant du changement de la vitesse de  $V_1$  et  $V_2$ .

Le terme  $(U_2^2 - U_1^2)/2g$  exprime l'accroissement de l'énergie de pression produit par la force centrifuge qui imprime aux particules liquides un mouvement circulaire autour de l'axe.

Le terme  $(W_2^2 - W_1^2)/2g$  correspond à l'accroissement de l'énergie de pression provoqué par la réduction de la vitesse relative.

Compte tenu des relations (Figure 1.11).

$$\begin{aligned} V_1^2 &= V_{u1}^2 + V_{m1}^2 & V_2^2 &= V_{u2}^2 + V_{m2}^2 \\ W_1^2 &= W_{u1}^2 + W_{m1}^2 & W_2^2 &= W_{u2}^2 + W_{m2}^2 \end{aligned}$$

L'équation (1.18) peut prendre la forme

$$P = \rho Q \left( \frac{V_{u2}^2 - V_{u1}^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_{u1}^2 - W_{u2}^2}{2g} \right) \quad (1.19)$$

#### 1.4.4. Hauteur d'élévation théorique dans le cas d'une roue à nombre d'aubes infiniment grand

- **Pompe centrifuge**

La hauteur d'élévation théorique (ou hauteur d'Euler) d'une pompe avec roue à nombre d'aubes infiniment grand est :

$$M\Omega = \rho Q H_{th\infty} \quad (1.20)$$

Après substitution aux termes correspondants des valeurs données par les équations (1.18) et (1.19),

$$H_{th\infty} = \left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} \right) \quad (1.21)$$

Le premier terme de l'équation (1.21) définit la hauteur dynamique d'élévation, effet du changement des vitesses absolues

$$H_{dyn\infty} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

(1.22)

Tandis que la somme des deux autres termes indique la hauteur potentielle d'élévation, effet de l'action des forces centrifuges et de la réduction des vitesses relatives de  $w_1$  à  $w_2$ .

$$H_{p\infty} = \left( \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} \right) \quad (1.23)$$



Tenant compte des équations (1.15), (1.16), (1.17), la hauteur d'élévation théorique est :

$$H_{th\infty} = \frac{\Omega}{g}(V_{u2}r_2 - V_{u1}r_1) \quad (1.24)$$

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g}(V_{u2}U_2 - V_{u1}U_1) \quad (1.25)$$

$$H_{th\infty} = \frac{\Omega}{g}(V_{u2}U_2 \cos\alpha_2 - V_{u1}U_1 \cos\alpha_1) \quad (1.26)$$

Dans les quelles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  désignent les angles des vitesses absolues d'entrée et de sortie de la roue.

### 1.5 Conclusion

Suite à cette synthèse bibliographique, on constate que la revue de la littérature est riche par les travaux accumulés au cours des années et ayant conduit à une imposante bibliographie riche et spécialisée. De ce fait, il n'est donc pas question de faire ici un bilan exhaustif de tous les travaux mais de centrer l'exposé sur ceux qui sont liés à notre travail.

Notre étude s'inscrit donc pleinement dans l'axe de développement souhaitable, en ce qui concerne le domaine des turbomachines par des nouvelles techniques utilisées dans la CFD basée sur des théories et des expériences.

## 2. Etude expérimentale

### 2.1 Introduction

Les moyens expérimentaux utilisés dans le cadre de cette thèse sont présentés dans ce chapitre. Les expériences ont été réalisées aux laboratoires d'hydraulique de UHBC et USTO. Les techniques de mesure principalement mise en œuvre sont la pression d'aspiration, la pression de refoulement, le couple et le débitmètre, ces mesures directe ou indirecte sont utilisées pour effectuer les calculs expérimentaux de la hauteur, de la puissance moteur, de la puissance hydraulique et du rendement d'une pompe centrifuge par une série d'expériences en utilisant le banc d'essai TE 47.

### 2.2 Présentation du dispositif expérimental

#### 2.2.1 But du travail

Le banc d'essai, présenté sur la figure 2.1, a été conçu un ensemble autonome simple, permettant l'étude des caractéristiques de la pompe centrifuge. Les objectifs fixés pour cette étude est d'établir les courbes de : la hauteur  $H(Q)$ , la puissance moteur  $P_m(Q)$ , la puissance hydraulique  $Ph(Q)$  et le rendement  $\eta(Q)$  de la pompe centrifuge afin de comparer les caractéristiques obtenues avec celles du constructeur.

#### 2.2.2 Description du dispositif

Le banc présenté sur (figure 2.1) comprend une pompe centrifuge (1), entraînée par un moteur électrique (2) à vitesse variable grâce au potentiomètre (4). Le moteur est monté en balance pour mesurer le couple au moyen d'un dynamomètre (3). La pompe centrifuge aspire de l'eau du réservoir (8) à travers des crépines (6) puis la refoule à travers un venturi (7) dans le même réservoir qui fonctionne en circuit fermé. Des vannes de réglage des pressions d'aspiration (9) et de refoulement (10) sont respectivement montées en amont (A) et en aval (B) de la pompe. Les pressions sont lues au moyen de manomètre (11) au refoulement et de vacuomètre (12) à l'aspiration. Le débit est mesuré au moyen du venturi (7).

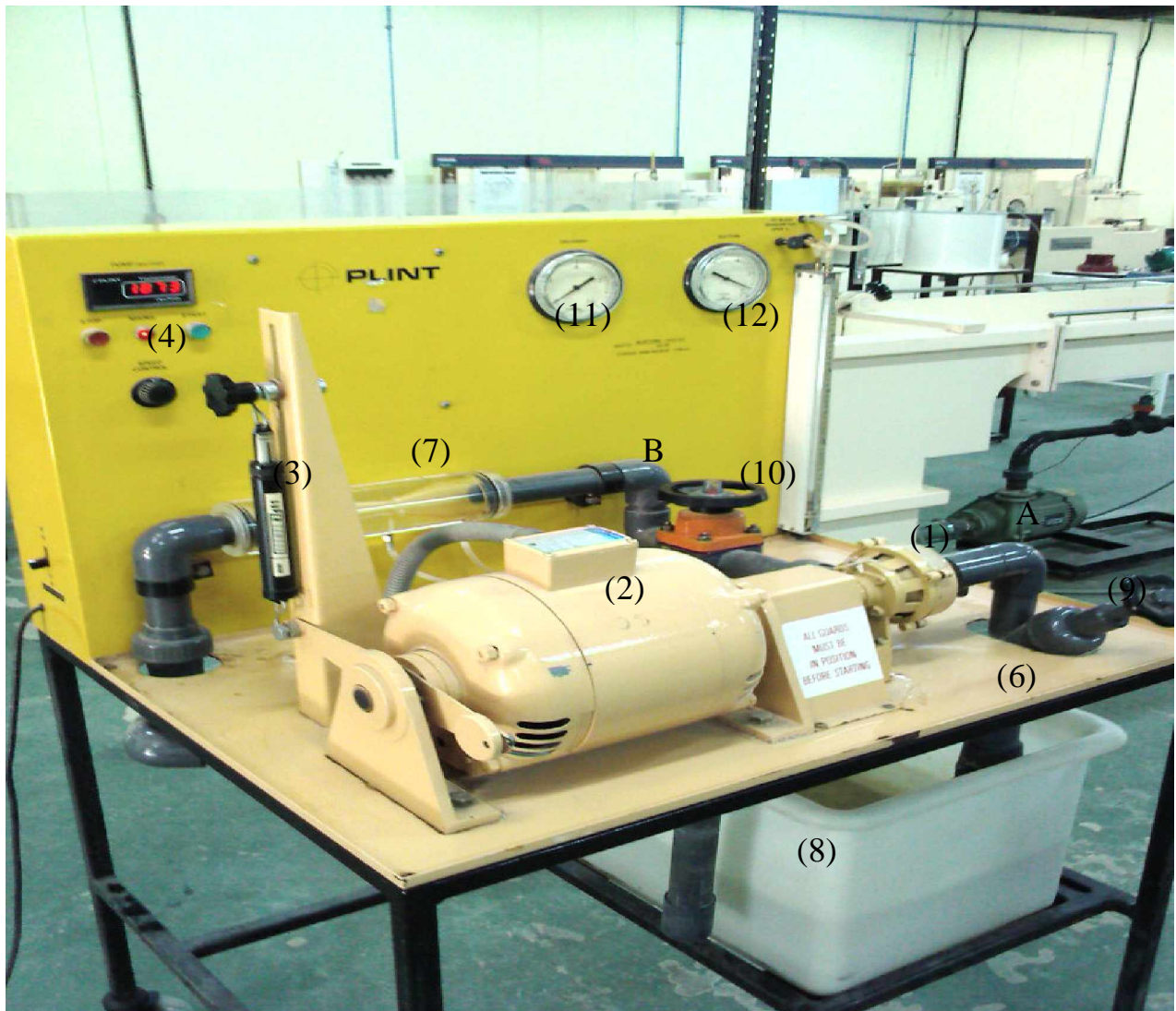


Figure 2.1- Dispositif de banc d'essai à un étage (TE 47). Laboratoire d'hydraulique, Université Hassiba Benbouali de Chlef (UHBC).

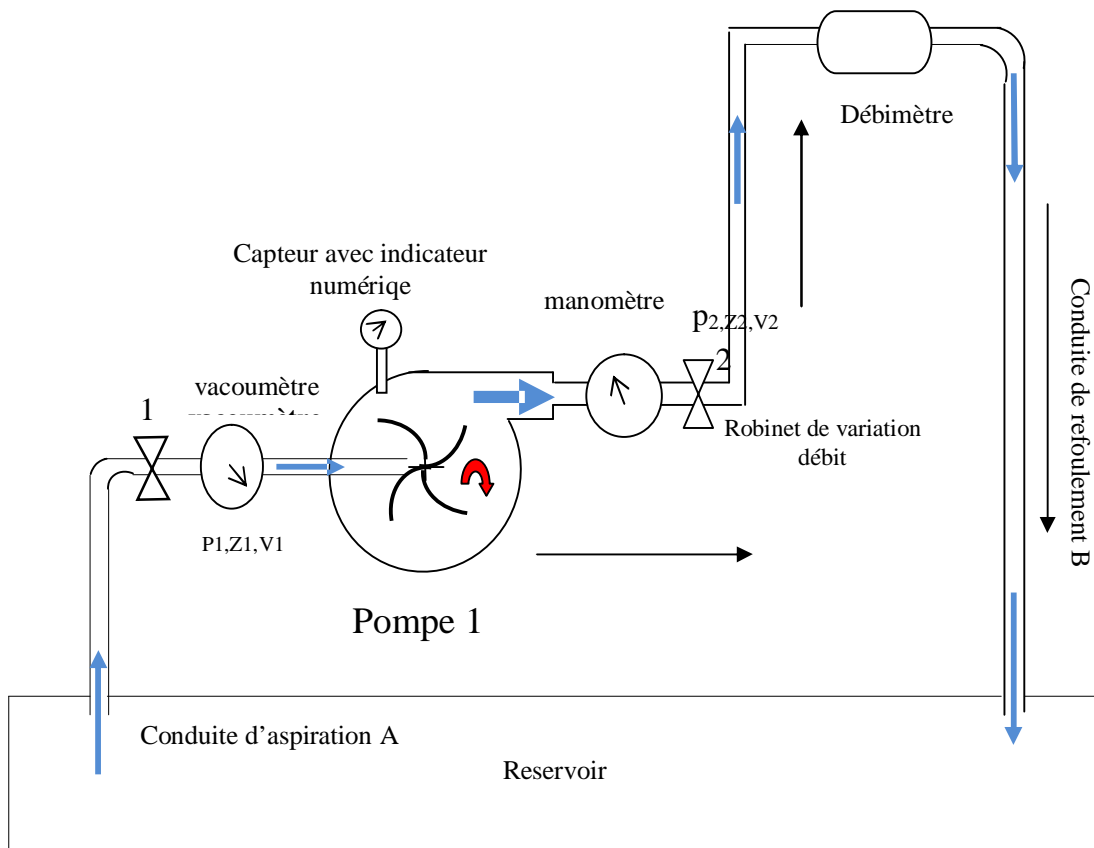


Figure 2.2- Schéma d'installation du banc d'essai TE47.

## 2.3 Dispositifs des mesures

### 2.3.1 Mesure de débit

A l'aide du débitmètre venturi (7) qui est posé sur la conduite de refoulement (B), le débit ( $Q$ ) est déterminé par l'expression :

$$Q = C_1 \sqrt{h} \quad (2.1)$$

$h$  : Hauteur en  $mm(hg)$

$C_1$  : Coefficient de débit [24] ;  $C_1 = 0.096$

$Q$  : Débit en  $(l/s)$

Le débit volumique  $Q$  traversant le venturi est mesuré au moyen d'un manomètre. Ce débit est indiqué en  $mm(hg)$  directement par une règle graduée. Le débitmètre est étalonné de 0 à 1.9 l/s, quant la vanne est ouverte au maximum et la vitesse à 3000 tr/mn [24].

### 2.3.2 Variation de la vitesse de rotation

Le nombre de tours du rotor par unité de temps  $n$  ( $tr/mn$ ) de la pompe est mesuré par un compteur de tours (tachymètre 4) monté au bout de l'arbre du moteur et indiqué sur la affiche numérique la vitesse de rotation de la pompe est déterminée par l'expression :  $\omega = \pi n/30$  ( $rad/s$ ). Le potentiomètre (speed control) a le rôle de faire varier la vitesse de rotation de 0 à 3000 ( $tr/mn$ ).

### 2.3.3 Couple moteur

Le couple moteur " $M$ " est mesuré sur l'arbre de la pompe (1) grâce à un dynamomètre (3), montré en balance. L'étalonnage du dynamomètre a été effectué dans le laboratoire hydraulique d'UHBC [24].

Le couple sur l'arbre du rotor  $M(Nm)$  est déterminé par l'expression :

$$M = F \cdot l \quad (2.2)$$

Où  $F$  : effort sur le dynamomètre en Newton ( $N$ ),

$L$  : longueur du levier, pour ce banc  $l=179cm$ .

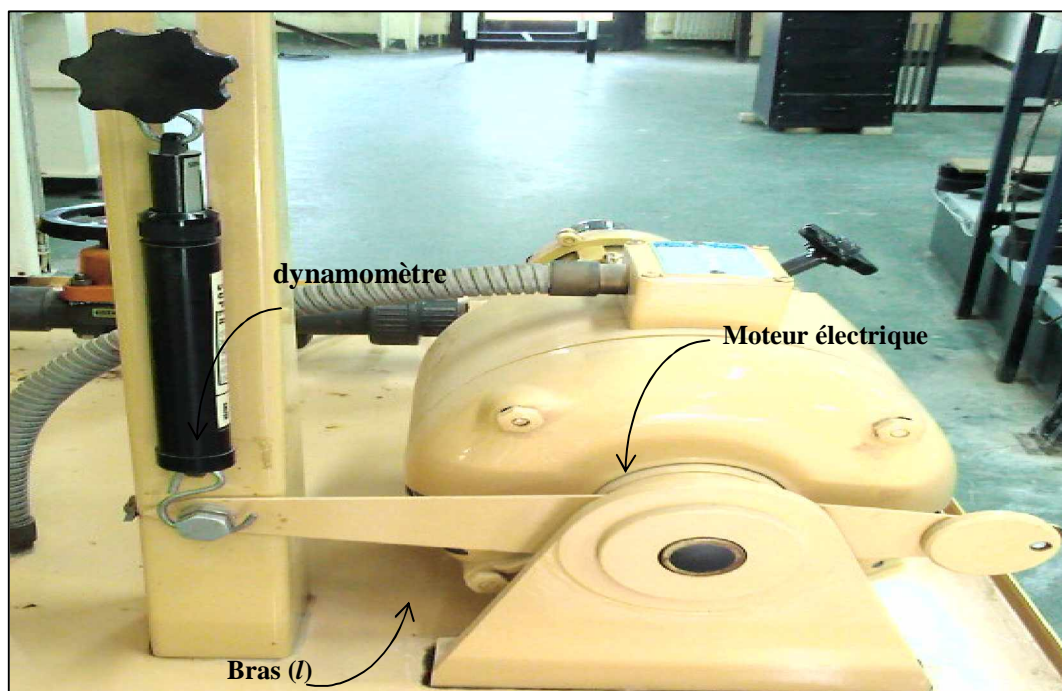


Figure 2. 3- Moteur électrique de la pompe accroché au dynamomètre [UHBC]

### 2.3.4 Hauteur manométrique (mesures des pressions)

Pour mesurer la hauteur manométrique, on dispose de deux manomètres, l'un de dépression variant de 0 à 1 bar en pression relative (vacuomètre), pour mesurer la pression d'aspiration à l'amont et l'autre de surpression variant de 0 à 1.6 bars, pour mesurer la pression de refoulement à l'aval de la pompe (1); ces deux manomètres sont reliés à deux prises de pression statique à l'amont et à l'aval grâce à des tuyaux.

La différence de pression entre l'aval et l'amont de chaque pompe permet de donner la hauteur manométrique qui s'exprime selon la forme suivante [24] :

$$H = \frac{P_{am} + P_{av}}{10} \quad (2.4)$$

Où les pressions  $p_{am}$  et  $p_{av}$  sont exprimées en ( $p_a$ ) et la hauteur manométrique  $H_m$  est exprimée en ( $m$ ).

## 2.4 Procédure des essais

### 2.4.1 Manipulation

On amorce la pompe, en procédant de la manière suivante :

1. Fermer complètement la vanne d'aspiration
2. Enlever le bouchon situé à la partie supérieure de la pompe,
3. A l'aide d'un entonnoir et du tuyau, remplir d'eau la pompe et la tuyauterie aval,
4. Remettre le bouchon en place,
5. Ouvrir complètement la vanne de refoulement,
6. Lancer la pompe et la faire tourner à la vitesse maximale,
7. Ouvrir lentement la vanne d'aspiration; l'eau doit parvenir au débitmètre à venturi,
8. Quand le débitmètre à venturi est rempli, il faut ouvrir complètement la vanne d'aspiration, et laisser tourner la pompe pendant quelque minute pour purger l'air du système.

Remarque : avant de commencer à faire des relevés de lecture, faire fonctionner l'ensemble pendant quelques minutes à une vitesse élevée pour la stabilisation du système.

### 2.4.2 Points de fonctionnement

Procédure recommandée pour le relevé un point de fonctionnement, relevé :

- 1) Pressions d'aspiration et de refoulement,
- 2) Couple après avoir régler le dynamomètre de façon à ramener le bras de levier en face du repère fixé [24].
- 3) Nombre de tours de la pompe indiqué sur le compteur électronique.
- 4) Valeurs du manomètre d'aspiration et de refoulement du débitmètre à venturi.

Remarque :

Il est conseillé de relever le couple d'abord au débit maximum puis au débit nul, et ensuite d'effectuer à régime constant approximativement des variations régulières du couple, entre ces deux limites.

Pour que le travail expérimental soit mené correctement, il est impératif de respecter scrupuleusement la procédure de mise en route et d'arrêt correspondant à chaque configuration étudié à 3000 *tr/mn* et à 2000 *tr /mn*.

### 2.5 Valeurs expérimentales de la pompe TE47.

a - Caractéristiques fondamentales de la pompe TE47 centrifuge à 3000 *tr/mn*

Paramètres	$P_{av}$	$P_{am}$	$P_{am} + P_{av}$	F	$n$	h	Q	H	Ph	$P_m$	$\eta$
Unités	bar	Bar	KN/m <sup>2</sup>	N	tr/mn	mm(Hg)	l/s	m	watt	watt	%
1	0,65	0,2	85	6,5	3000	380	1,9	8,5	161,5	365,52	44
2	0,8	0,18	98	5,8	3000	340	1,77	9,8	173,46	326,14	53
3	0,975	0,14	111,5	5,3	3000	250	1,52	11,15	169,48	298,03	56
4	1,18	0,12	120	4,8	3000	150	1,18	12	141,6	269,9	52
5	1,2	0,06	126	4,5	3000	100	0,96	12,6	120,96	253,04	47
6	1,3	0,017	131,7	4	3000	50	0,68	13,17	89,55	224,9	39
7	1,35	0,02	137	3,5	3000	10	0,3	13,7	41,1	196,81	20

Tableau 2 .1- Caractéristiques fondamentales de la pompe centrifuge à 3000 *tr/mn*

## b - Caractéristiques fondamentales de la pompe TE47 centrifuge à 2000 tr/mn

Paramètres	$p_{av}$	$p_{am}$	$p_{am} + p_{av}$	F	n	h	Q	H	Ph	Pm	$\eta$
Unités	bar	bar	KN/m <sup>2</sup>	N	tr/mn	mm(Hg)	l/s	m	watt	watt	%
1	0,26	0,061	32,1	3,33	2000	165	1,23	3,21	39,48	125	31,58
2	0,28	0,058	33,8	3,22	2000	150	1,17	3,38	39,55	120,66	32,77
3	0,32	0,05	37	3,03	2000	130	1,09	3,7	40,33	113,66	35,48
4	0,39	0,04	43	2,75	2000	100	0,96	4,3	41,28	103,33	39,95
5	0,45	0,028	47,8	2,37	2000	70	0,8	4,78	38,38	89	43,12
6	0,5	0,012	51,2	2	2000	40	0,61	5,12	31,08	75	41,44
7	0,55	0,01	56	1,5	2000	10	0,31	5,6	17,86	56,23	30,23

Tableau 2.2- Caractéristiques fondamentales d'une pompe centrifuge à 2000 tr/mn

## 2.6 Calcul expérimental de la pompe TE47

2.6.1 Calcul expérimental des  $H(Q)$ 

Après avoir déterminé les valeurs de  $p$  ( $am$ ) et  $p$  ( $av$ ) pour chaque configuration,  $n_1 = 3000$  tr/mn et  $n_2 = 2000$  tr/mn ; on calcule  $H$  en fonction de débit au moyen de l'équation de Bernoulli 1.1:

$$H = (z_2 - z_1) + \left( \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \right) + \frac{V_2 - V_1}{2g} + \Delta H \quad (2.5)$$

Pour ce banc figure 2.2, on a :

$$z_2 = z_1 \quad (2.6)$$

$$V_2 = V_1 \quad (2.7)$$

$$\Delta H \approx 0 \quad (2.8)$$

Les points 1 et 2 sont respectivement à la même hauteur et le débit reste constant à l'entrée et à la sortie de la pompe,. Aussi, on néglige les pertes de charge à l'intérieur de la pompe.

$$P_1 = P_a - P_{am} \quad (2.9.a)$$

$$P_2 = P_{av} + P_a \quad (2.9.b)$$

Où  $P_a$  : Pression atmosphérique (*bar*),

$P_1, P_2$  : Pressions absolues à l'entrée et à la sortie de la pompe (*bar*).

$P_{am}, P_{av}$  ; Pressions indiquées par vacuomètre et manomètre (*bar*).



En tenant compte les équations 2.6, 2.7 et 2.8, 2.9 on obtient :

$$H = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{P_{av} + P_{am}}{\rho g} \quad (2.10)$$

Où  $\rho g$  : Poids spécifique de l'eau  $10000(N/m^3)$ .

Au moyen de l'équation 2.10 on trouve les résultats de la hauteur hydraulique (manométrique) qui sont présentés sur la figure 2.4.

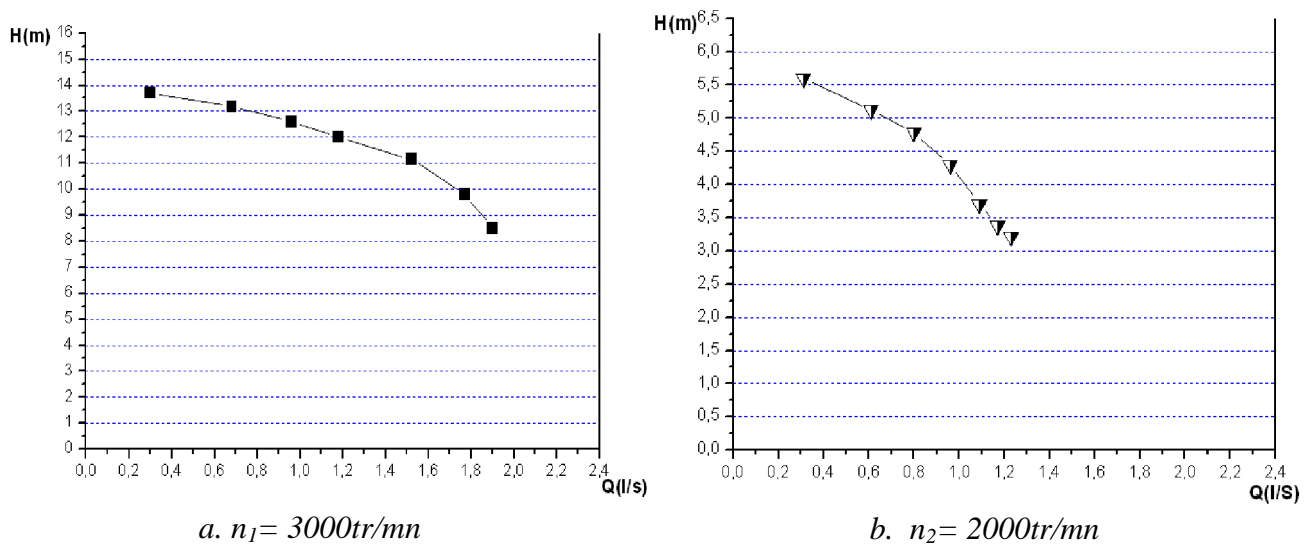


Figure 2.4- Courbes expérimentales de la Hauteur en fonction de débit pour  $n_1$  et  $n_2$

### 2.6.2 Calcul expérimental des $Ph(Q)$

Après avoir déterminé les hauteurs pour les deux configurations  $n_1$  et  $n_2$  pour chaque point de fonctionnement, on calcule les puissances à l'aide de l'équation 1.4.

$$P_h = \rho g Q H \quad (2.11)$$

Où  $H$  : Hauteur hydraulique mesurée par la formule 2.10(m)

$Q$  : Débit volumique déterminé par la formule 2.1(l/s)

On introduit l'équation 2.10 dans la formule (2.11) on obtient :

$$P_h = Q (P_{av} + P_{am}) \quad (2.12)$$

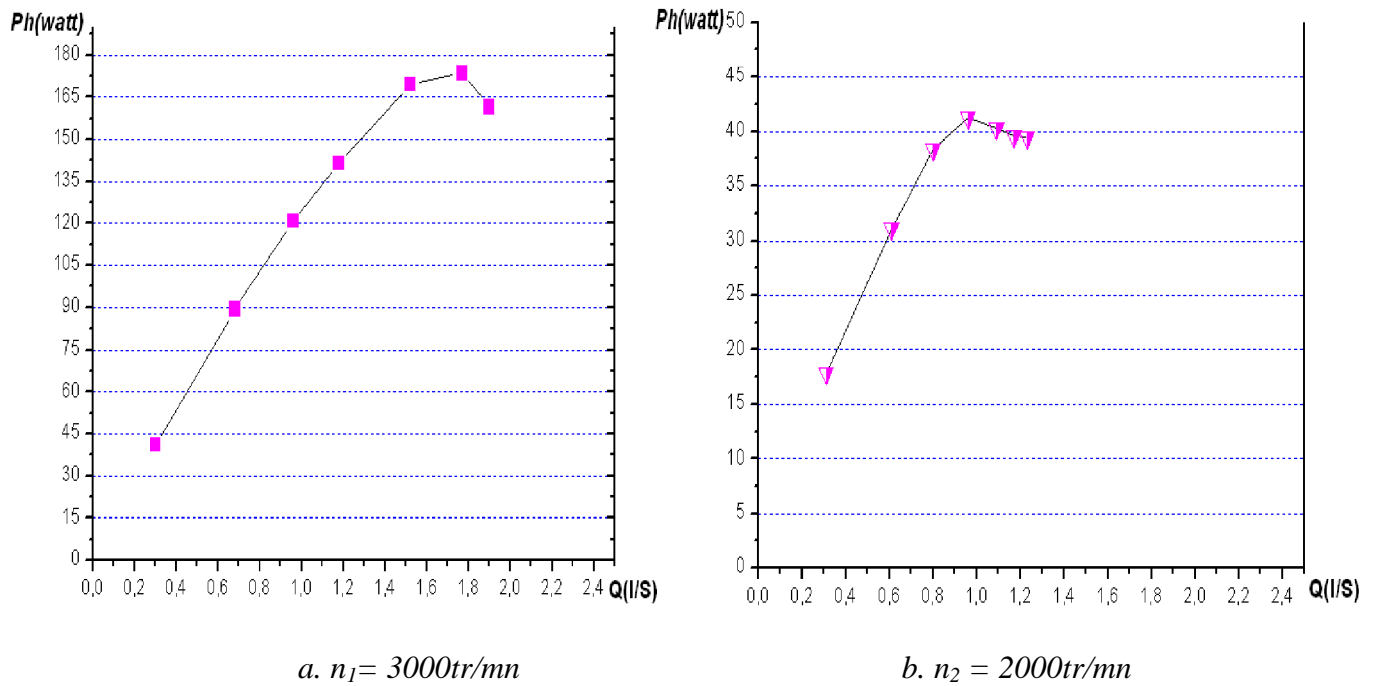


Figure 2.5- Courbes expérimentales de la puissance hydraulique en fonction de débit pour  $n_1$  et  $n_2$

### 2.6.3 Calcul expérimental des $P_m(Q)$

La puissance absorbée par le moteur sur l'arbre de la pompe est déterminée par la formule :

$$P_m = M \cdot \omega = M \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{1}{(30/l \cdot \pi)} \cdot F \cdot n = \frac{1}{K} \cdot F \cdot n$$

$$P_m = \frac{F \cdot n}{K} = \frac{F \cdot n}{53,3} \tag{2.13}$$

Où  $M$  : Couple sur l'arbre du rotor moteur déterminé par la formule (2.2)  $N.m$ ,

$K$  : Constante de la balance [24],  $K=53,35$ .

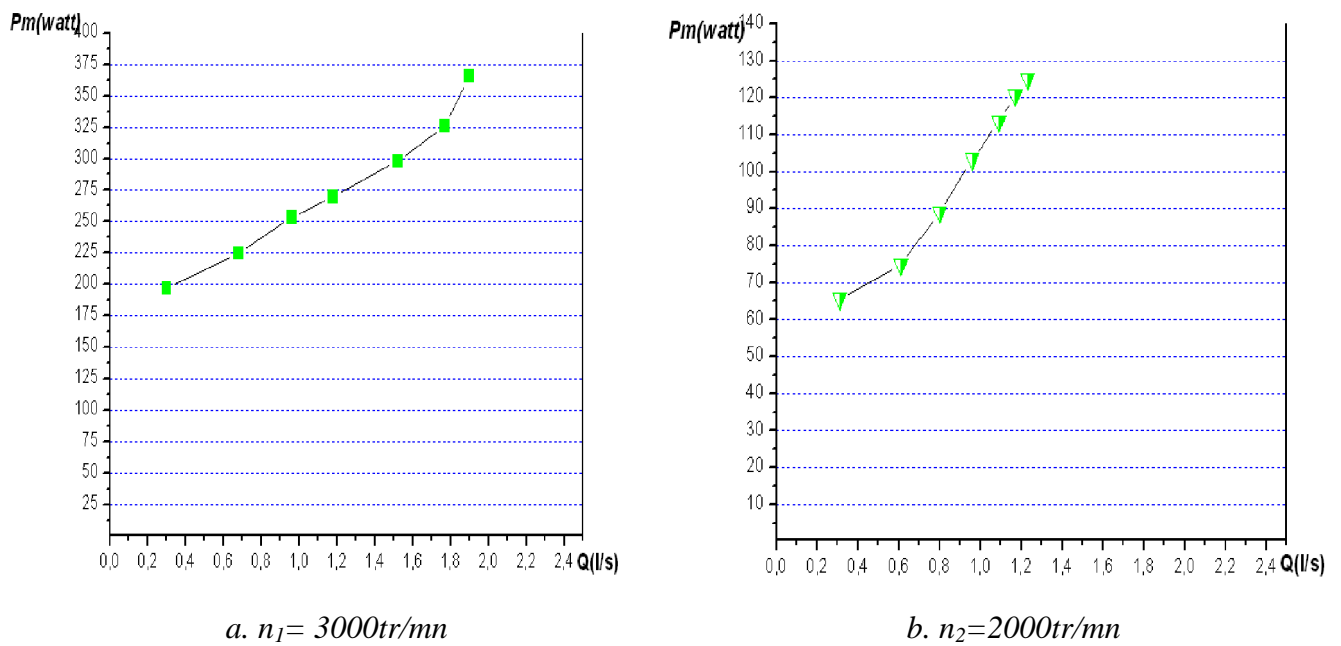


Figure 2.6- Courbes expérimentales de la puissance moteur en fonction de débit pour  $n_1$  et  $n_2$ .

#### 2.6.4 Calcul expérimental des $\eta(Q)$

Après avoir calculer la puissance hydrauliques et la puissance du moteur on peut déterminer le rendement de la pompe par la formule suivante :

$$\eta = \frac{P_h}{P_m} \quad (2.14)$$

Où  $P_m$  : Puissance moteur calculée par la formule 2.3(watt),

$P_h$  : Puissance hydraulique calculée par la formule 2.12(watt).

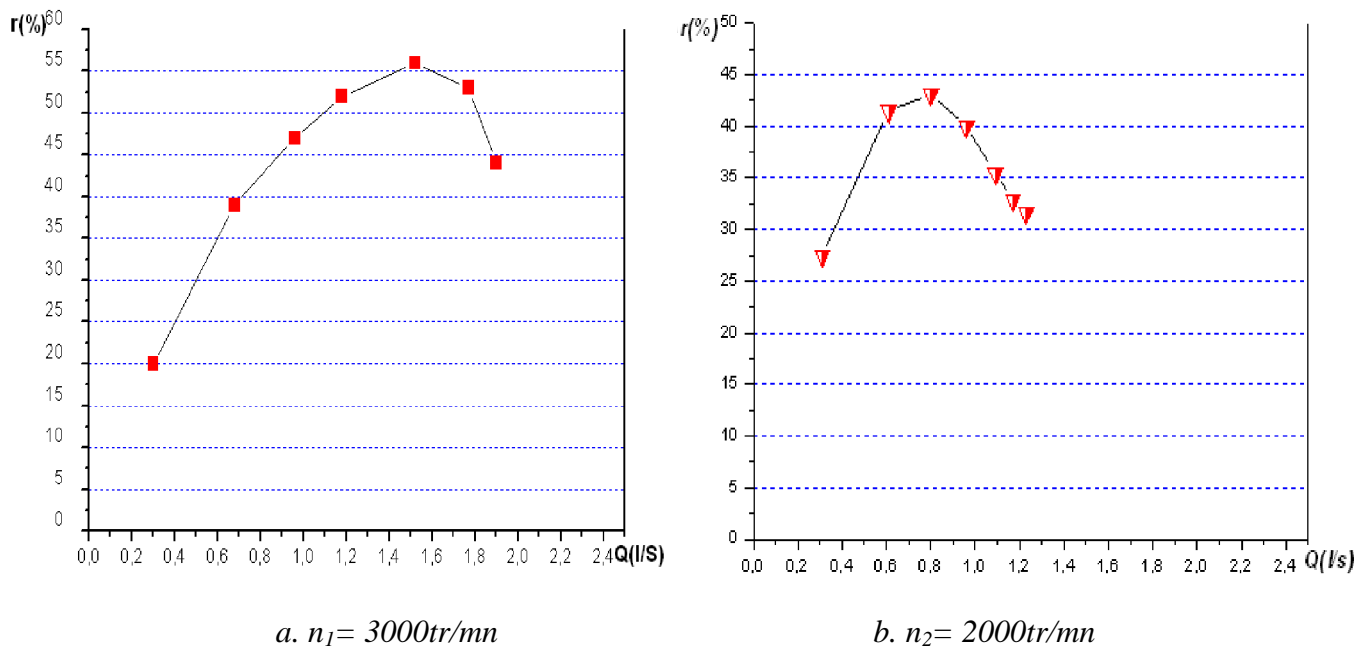


Figure 2.7- Courbes expérimentales du rendement en fonction de débit pour  $n_1$  et  $n_2$

### 2.6.5 Groupement des caractéristiques $H(Q)$ , $Ph(Q)$ , $Pm(Q)$ et $\eta(Q)$

Les principales courbes qui caractérisent les performances de la pompe (1) pour une vitesse de rotation donnée sont: la courbe caractéristique  $H=f(Q)$ , la courbe de puissance absorbée  $Pm=f(Q)$ , la courbe de puissance fournie  $Ph=f(Q)$  et la courbe de rendement  $\eta=f(Q)$ . Ces courbes sont obtenues, en faisant varier le débit à l'aide de la fermeture d'une vanne en aval de la conduite (figure 2.2).

A partir des courbes des figure 2.5,6 ,7,et 2.8,on peut assembler les courbes caractéristiques  $H$ ,  $Ph$ ,  $Pm$  et  $\eta$  en fonction du débit ( $Q$ ) avec sept points de fonctionnement à deux configurations de vitesse de rotation respectivement  $n_1$  et  $n_2$  (figures 2.9 et 2.10).

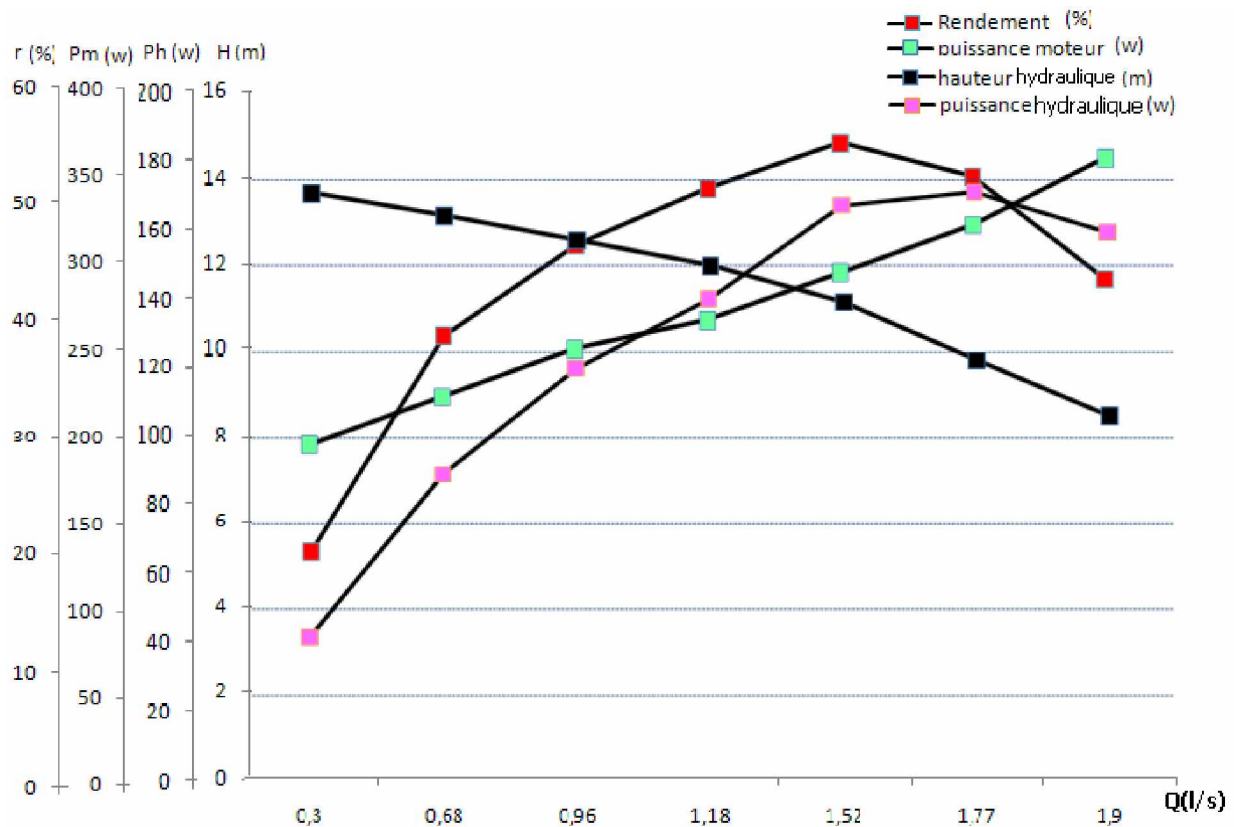


Figure 2.8- Courbes des résultats expérimentaux des caractéristiques de la pompe pour  $n_1=3000\text{t/mn}$

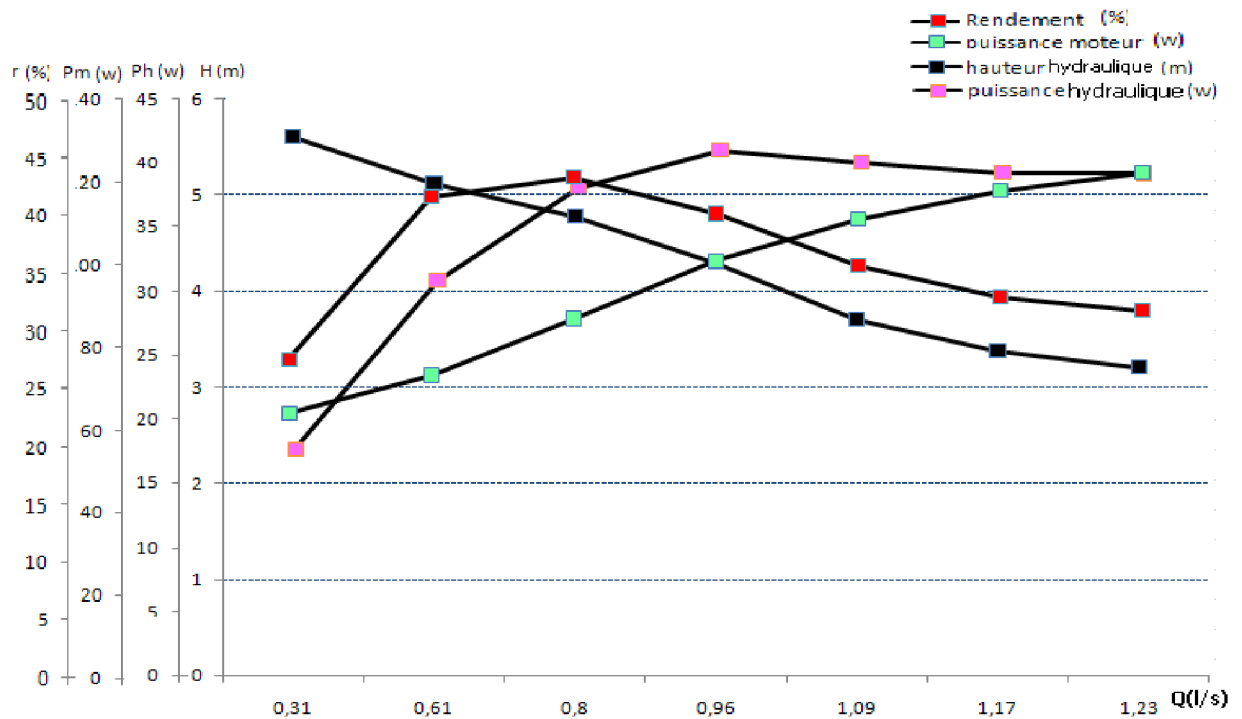


Figure 2.9- Courbes des résultats expérimentaux des caractéristiques de la pompe pour  $n_2=2000\text{tr/mn}$

### 2.6.6 Interprétation des résultats

D'après les caractéristiques de la pompe fonctionnant en deux configurations pour  $n_1$  et  $n_2$  on remarque :

a- Le débit d'écoulement varie proportionnellement avec la vitesse de rotation du rotor selon la formule de similitude[24] :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{N'}{N} \quad (2.15)$$

b- La hauteur de charge de la pompe fonctionnant à 2000 tr/min est faible par rapport à celle de 3000 tr/min selon la formule :

$$\frac{H'}{H} = \left( \frac{N'}{N} \right)^2 \quad (2.16)$$

c- On remarque que la variation de rotation n'a pratiquement pas d'effet sur l'allure de  $H(Q)$ .

d- les courbes  $P(Q)$  sont régulièrement ascendantes avec le débit et on remarque aussi lorsque on augmente  $n$ (tr/mn) la puissance augmente proportionnelle.

e- On constate qu'il y a une différence pour les valeurs du rendement au régime optimal, la valeur du rendement à 3000 tr/min est grande à celle à 2000 tr/min, donc ces deux régimes ne sont pas totalement similaires car les vitesses sont éloignées.

### 2.6.7 Comparaison des caractéristiques obtenues avec celles du constructeur

Les figures 2.11 et 2.12 montre une comparaison des caractéristiques hauteur-débit de la pompe TE47, entre les résultats obtenus de l'expérience avec celle du constructeur, on constate que l'allure de  $H(Q)$  est sensiblement la même, ce qui crédibilise les résultats expérimentaux. L'écart entre la courbe de constructeur et l'expérience est notable ; pour une même valeur de débit ( $Q^*$ ) ; on peut évaluer le rapport moyen :

$$Q = \frac{H_{co}(Q^*)}{H_{ex}(Q^*)} \cong 1 \quad (2.18)$$

Il est tout à fait évident qu'il existe un écart, car comme toutes les expériences planifiées on suppose la présence des erreurs expérimentales :

- a. Possibilité de faire une erreur dans l'exécution d'un essai ;
- b. Les appareils de mesure ne donnent pas des valeurs exactes;
- d. Il est difficile de tout contrôler dans une expérience ;
- e. La durée de la mise en service de banc essai.

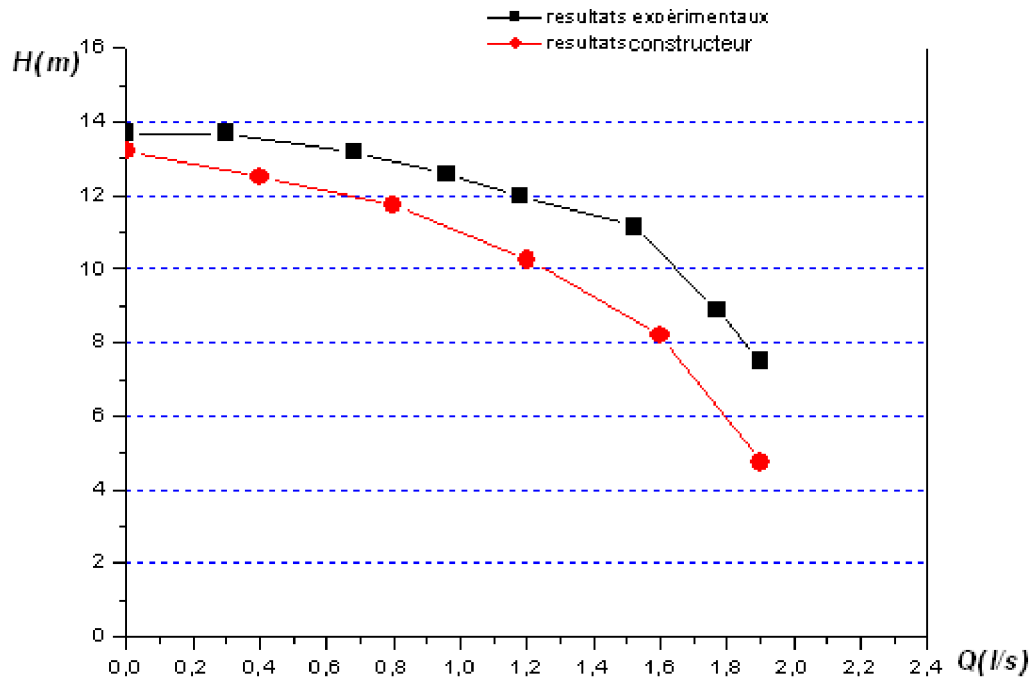


Figure 2.10- Courbes de comparaison des hauteurs-débits de la pompe pour  $n_1$

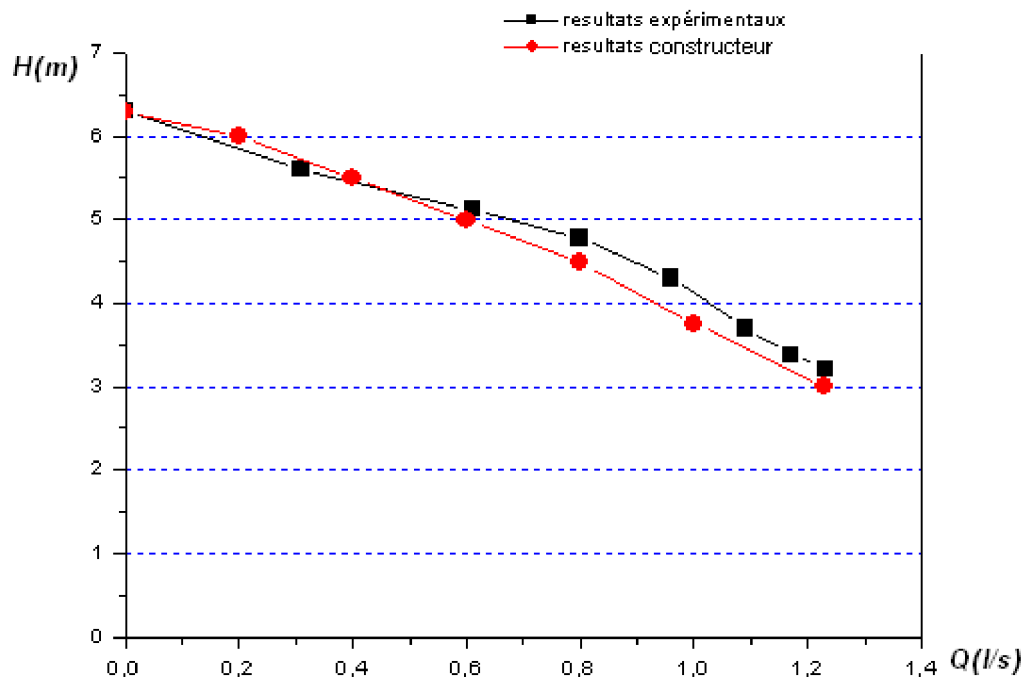


Figure 2.11- Courbes de comparaison des hauteurs-débits de la pompe pour  $n_2$

## 2.7 Estimation d'erreur expérimentale

L'estimation d'erreur expérimentale permet d'évaluer correctement les erreurs qui se produisent lors des mesures liées à la vérification d'une relation entre différentes grandeurs physiques. Les instruments de mesure n'étant pas de précision infinie, les mesures faites pendant une expérience ne sont pas exactes. Il faut donc évaluer ces incertitudes en dehors desquelles les résultats seront invalidés. Cela fait partie intégrante de la méthode de calcul expérimentale [20].

### Exemple de mesure :

On prend le septième point de fonctionnement pour  $n_1=3000$  (tr/mn) (tableau 2.1) On à :

$$Q = 0.3 \text{ l/s}, H = 13.7 \text{ m}, Ph = 41 \text{ watt}, \eta = 20 \%, h = 10 \text{ mmhg}, P_{am} = 1.35 \text{ bar}, P_{av} = 0.02 \text{ bar}$$

Où : sont les incertitudes absolues respectivement des appareils Le manomètre, le vacuomètre et le débitmètre venturi.

$$\Delta P_{am} = 0,01\text{bar}, \Delta P_{av} = 0,02\text{bar}, \Delta h = 0,05\text{mm}$$

### Calcul le débit :

$$Q = 0.096\sqrt{h} = 0,096\sqrt{10}$$

$$Q = 0.3 \text{ l/s}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \Rightarrow \Delta Q = \frac{Q}{2} \frac{\Delta h}{h} = \frac{0.3}{2} \times \frac{0.05}{10} \Rightarrow \Delta Q = 0,0075 \text{ l/s}$$

$$Q = 0.3 \pm 0.0075 \text{ l/s}$$

### Calcul de l'erreur de la hauteur :

$$H = \frac{P_{am} + P_{av}}{\rho g}$$

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta(P_{am} + P_{av})}{P_{am} + P_{av}} \Rightarrow \Delta H = H \frac{\Delta P_{am} + \Delta P_{av}}{P_{am} + P_{av}} = 13,7 \times \frac{0,01 + 0,002}{0,02 + 1,35} \Rightarrow \Delta H = 0,12\text{m}$$

$$H = 13,7 \pm 0,12\text{m}$$



**Calcul de l'erreur de la puissance :**

$$P_h = \rho g Q H$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta H}{H} \Rightarrow \Delta P = P \left( \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta H}{H} \right) = 41,1 \times \left( \frac{0,0075}{0,3} + \frac{0,12}{13,7} \right) \Rightarrow \Delta P = 1,387 \text{ watt}$$

$$P_h = 41 \pm 1,387 \text{ watt}$$

**Calcul de l'erreur du rendement :**

$$\eta = \frac{P_h}{P_m}$$

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta P_h}{P_m} \Rightarrow \Delta \eta = \eta \frac{\Delta P_h}{P_m} = 20 \times \frac{1,387}{41,1} \Rightarrow \Delta \eta = 0,67\%$$

$$\eta = 20 \pm 0,67\%$$

**2.8 Conclusion**

Dans ce chapitre, l'étude expérimentale des caractéristiques de la pompe TE47 sous l'influence du débit et la variation de vitesse de rotation de la roue, nous ont permis de tirer comme conclusion :

- les courbes  $H(Q)$ ,  $Ph(Q)$ ,  $Pm(Q)$  et  $\eta(Q)$  de performance de la pompe TE47 à deux configurations pour  $n_1 (3000 \text{ tr/mn})$  et  $n_2 (2000 \text{ tr/mn})$ .
- La variation de la vitesse de rotation ( $n$ ) de la roue n'a pratiquement pas l'effet sur l'allure d' $H(Q)$ , par contre on peut augmenter la puissance  $P(Q)$  et le rendement  $\eta(Q)$ , en augmente la vitesse de rotation.
- La comparaison des caractéristiques hauteur-débit, entre les résultats obtenus d'expérience avec celle du constructeur, on a constaté que le rapport est proche de 1, ce qui crédibilise les résultats expérimentaux.

### 3. Modélisation des écoulements internes en turbomachines

#### 3.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre l'évolution qu'a subie la démarche de modélisation des turbomachines au cours du temps. Après un bref aperçu des équations générales qui régissent les écoulements internes en turbomachines, les différents types de solutions et leurs hypothèses simplificatrices, on présente les différentes méthodes spécifiquement adaptées à l'analyse de ces écoulements par ordre de complexité croissante : les méthodes unidimensionnelles, bidimensionnelles, quasi-tridimensionnelles et tridimensionnelles.

#### 3.2 Equations générales de base

Les équations utilisées pour résoudre les écoulements dans les turbomachines dérivent, généralement des équations de Navier-Stokes et sont accompagnées d'hypothèses simplificatrices, associées à des considérations sur la géométrie, les bilans énergétiques ou la séparation des vitesses en une valeur moyenne et une partie fluctuante. En dehors du repère absolu, les équations peuvent aussi s'exprimer dans le repère relatif, en termes de la fonction de courant ou encore des variables exprimant sa courbure.

Nous présentons ensuite l'ensemble des équations générales de la mécanique des fluides sur lesquelles sont basées les équations régissant l'écoulement dans les turbomachines.

##### 3.2.1 Equation de continuité et équation dynamique (Navier-Stokes)

Les formes différentielles de l'équation de continuité et l'équation de conservation des quantités de mouvement peuvent être obtenues à partir des relations intégrales sur un volume de contrôle et par l'application du théorème de la divergence. Si le fluide considéré est newtonien et la pesanteur est la seule force de volume agissant sur le domaine considéré, les équations régissant l'écoulement peuvent être exprimées ainsi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[ \underbrace{(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}}_{(2)} + \underbrace{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}}_{(3)} \right] = \underbrace{-\vec{\nabla} p}_{(4)} + \underbrace{\rho g}_{(5)} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \underbrace{\mu \left\{ \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right\}}_{(6)} + \underbrace{\delta_{ij} \lambda \operatorname{div} \vec{V}}_{(7)} \right] \quad (3.2)$$

Les termes 1, 2, et 3 de l'équation 3.2 représentent l'accélération totale, convective, et locale. Le terme 4 représente la force de pression, le terme 5 la force de la pesanteur, les termes 6 et 7 les effets visqueux, où normalement la viscosité de dilatation est considérée

comme nulle (c'est-à-dire  $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$  d'après l'hypothèse de Stokes). Pour les écoulements laminaires incompressibles, la densité et la viscosité sont supposées constantes dans les équations 3.1 et 3.2. Ces équations représentent un ensemble complet de quatre équations pour quatre inconnues, à savoir, la pression et les trois composantes de la vitesse. Pour des écoulements non visqueux, les deux derniers termes dans l'équation 3.2 sont nuls. Dans la plupart des écoulements internes, le cinquième terme de l'équation 3.2,  $\rho g$ , est négligé.

L'équation d'énergie est basée sur l'équation thermodynamique, elle s'utilise sous la forme:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi \quad (3.3)$$

Où  $\Phi$  est la fonction de dissipation, représentant l'équivalent thermique de l'énergie mécanique liée à la dissipation visqueuse et les efforts de cisaillement :

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ &= \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right] + \lambda \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned}$$

Le premier terme de gauche de l'équation 3.3 représente la variation d'enthalpie ;  $Dp/Dt$  et  $\Phi$  sont les taux de travail des efforts de pression et de cisaillement,  $\nabla \cdot (k \nabla T)$  le transfert de chaleur par conduction dans le fluide où  $k$  est le coefficient de conductivité thermique.

Pour des écoulements compressibles, le transport et la génération d'énergie sont couplés à la dynamique du mouvement du fluide, et donc l'équation d'énergie (3.3) doit être résolue en même temps que les équations de continuité et de quantité de mouvement. En outre, une équation complémentaire associant la densité à la pression et à la température est nécessaire.

Pour un gaz idéal, l'équation d'état est donnée par

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (3.4)$$

Les équations 3.1 à 3.4 fournissent six équations (dans l'écoulement tridimensionnel) pour six inconnues :  $\vec{V}$ ,  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$ .

### 3.2.2 Equations sous forme conservative

Dans beaucoup de cas (telle que la résolution numérique des équations de Navier-Stokes), les équations exprimées en termes de variables "conservatives" sont très utiles. Ces

variables telles que  $\rho$ ,  $\rho u$ ,  $\rho v$ ,  $\rho w$ ,  $\rho h_o$ , , qui incluent la masse volumique s'appellent variables conservatives. Quand des variables "conservatives" sont utilisées dans un schéma de différences finies, les équations discrétisées conservent d'une façon plus précise la masse, la quantité de mouvement et l'énergie.

Les équations de quantité de mouvement sous forme conservative peuvent être dérivées en combinant 3.1 et 3.2 pour donner, par exemple, l'équation de quantité de mouvement suivant l'abscisse x (supposant l'hypothèse de Stokes):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V_x V_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_x V_z) \\ & = \rho g_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} V \right] \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

L'équation de l'énergie (3.3) peut également être exprimée en termes d'enthalpie totale et de variables conservatives. Une telle forme est extrêmement utile dans la dynamique des fluides et les turbomachines dans les situations où les changements d'enthalpie totale sont faibles (par exemple, dans le cas d'un redresseur). L'équation de quantité de mouvement peut être transformée en:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} \cdot \vec{V} = -\vec{\nabla} p \cdot \vec{V} + \rho g \cdot \vec{V} + (\vec{\nabla} \cdot \tau_{ij}) \cdot \vec{V}$$

En combinant cette équation avec 3.3 et 3.4, on obtient :

$$\rho \frac{D(H)}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \cdot \vec{V} + \vec{\nabla} (k \vec{\nabla} T) + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij} \cdot \vec{V})$$

Avec  $H = h + u_i u_i / 2 = h + (u^2 + v^2 + w^2) / 2$ . Cette équation peut être combinée avec l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} H = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \cdot \vec{V} + \vec{\nabla} (k \vec{\nabla} T) + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij} \cdot \vec{V})$$

### 3.2.3 Equations simplifiées de mouvement

Les équations qui régissent l'écoulement peuvent souvent être simplifiées pour fournir des formes plus appropriées pour le traitement analytique ou numérique. Certaines de ces simplifications seront décrites par la suite.

#### 3.2.3.1 Equations d'Euler

Pour les écoulements non visqueux ( $\mu = 0$ ), l'équation 3.2 est connue comme l'équation d'Euler :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[ (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{F} \right] = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{F} \quad (3.6)$$

où  $\vec{F}$  représente les forces externes de volume, comme par exemple l'accélération de la pesanteur ou les forces d'aubages dans l'hypothèse de symétrie axiale dans les turbomachines. Cette hypothèse est pleinement justifiée dans beaucoup de cas d'importance par la séparation des écoulements en deux zones : une zone dite visqueuse près des parois où les effets dus aux gradients de vitesses sont importants et une zone dite saine dont les effets visqueux sont négligeables (figure 3.1). Dans la zone visqueuse, ce sont les équations Navier-Stokes qui régissent l'écoulement, souvent sous une forme simplifiée adaptée au rapport des échelles longitudinales et transversales qui caractérisent les couches limites. Dans la zone saine, on peut utiliser les équations d'Euler avec un important gain en simplicité et temps de calcul.

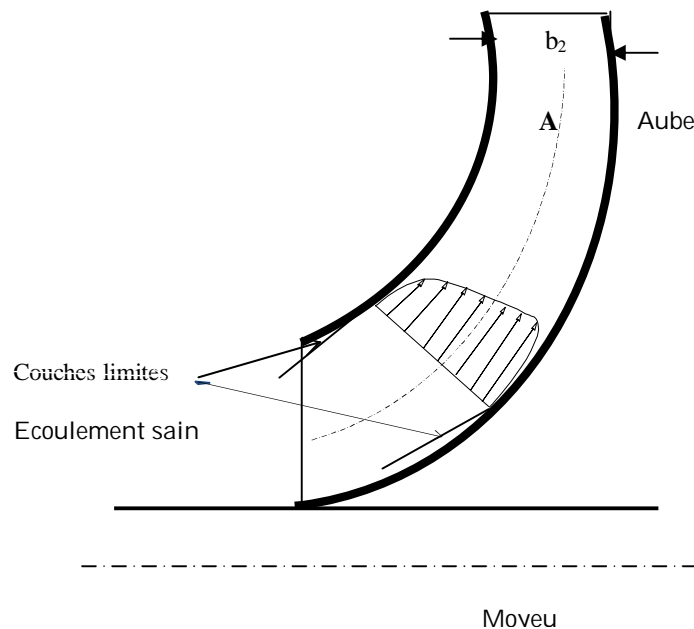


Figure 3.1- *Modèle de l'écoulement à trois zones*

### 3.2.3.2 Equations de l'écoulement incompressible sain

Dans beaucoup d'écoulements, le fluide est incompressible et les gradients de viscosité sont faibles. Les termes visqueux des équations de quantité de mouvement peuvent alors être simplifiés et l'équation d'énergie n'est pas prise en compte. Dans ce dernier cas, l'équation de continuité est donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.7)$$

Et l'équation de quantité de mouvement, négligeant les effets de la pesanteur, par:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (3.8)$$

### 3.2.3.3 Équations liées à l'écoulement potentiel

Un autre niveau d'approximation est constitué par le principe d'irrotationnalité,  $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \mathbf{0}$ . Pour le vecteur vitesse dont le rotationnel est nul, on démontre que la vitesse dérive d'un potentiel scalaire  $\phi$  :

$$\vec{V} = \vec{\nabla}\phi \quad (3.9)$$

En substituant cette équation dans l'équation de continuité et en éliminant  $\rho$  dans l'équation de quantité de mouvement, on obtient :

$$dp = -\rho d \left[ \frac{(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}{2} \right] \quad (3.10)$$

qui mène à l'équation suivante dans un système cartésien:

$$\begin{aligned} (1 - M_x^2)\phi_{xx} + (1 - M_y^2)\phi_{yy} + (1 - M_z^2)\phi_{zz} - 2M_x M_y \phi_{xy} \\ - 2M_x M_z \phi_{xz} - 2M_y M_z \phi_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

où

$$\begin{aligned} M_x = \frac{V_x}{a}, \quad M_y = \frac{V_y}{a}, \quad M_z = \frac{V_z}{a} \\ \phi_x = V_x, \quad \phi_y = V_y, \quad \phi_z = V_z \end{aligned}$$

et  $a$  est la vitesse du son dans le milieu. Cette équation est hyperbolique pour les écoulements supersoniques et elliptique pour des écoulements subsoniques, notamment si l'écoulement est incompressible, l'équation 3.10 se réduit à:

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (3.12)$$

L'écoulement représenté par ces équations a été, historiquement, le champ le plus largement exploré dans le domaine de la mécanique de fluides.

### 3.2.3.4 Équations en termes de fonction de courant

Dans l'écoulement potentiel stationnaire et bidimensionnel, l'équation d'Euler peut être simplifiée en définissant une nouvelle fonction en liaison avec le champ de vitesses. La fonction de courant pour l'écoulement stationnaire et bidimensionnel peut être définie par :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_e}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\rho_e}{\rho} \psi_y = V_x \\ \frac{\rho_e}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\rho_e}{\rho} \psi_x = -V_y \end{aligned}$$

En adoptant ces équations, on satisfait automatiquement l'équation de continuité, équation. (3.1).

Si l'écoulement est incompressible, l'équation précédente peut être simplifiée pour donner:

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = 0 \quad (3.13)$$

qui est l'équation de Laplace pouvant être résolue sur un domaine par diverses techniques standard. Dans un écoulement bidimensionnel, il est avantageux de résoudre une équation aux dérivées partielles comme 3.12 en  $\psi$  plutôt que de résoudre deux équations en  $V_x$  et  $V_y$ . Cette approche est donc largement répandue pour les écoulements bidimensionnels. L'approche fonction de courant peut également être utilisée dans l'analyse des écoulements visqueux. Les équations en fonction de courant sont largement répandues dans les domaines suivants:

- Les écoulements non visqueux et incompressibles bidimensionnels
- Ecoulements compressibles non visqueux et irrotationnels bidimensionnels ( $\omega = 0$ )
- Couches limites bidimensionnelles

### 3.3 Equations particulières pour les turbomachines

D'une manière générale, les écoulements dans les turbomachines sont tridimensionnels, instationnaires, visqueux, turbulents et compressibles.

Parmi les approches simplificatrices, on trouve l'hypothèse d'Euler supposant un nombre infini d'aubages. Cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse de symétrie axiale de l'écoulement à condition d'être accompagnée d'un champ de forces d'aubages équivalent.

Depuis longtemps, les concepteurs ont traité l'écoulement tridimensionnel complexe dans les machines comme la superposition d'un certain nombre d'écoulements bidimensionnels. La première formalisation de cette idée a été proposée par Wu en 1952 [8]. Ceci a permis une démarche simplifiée du tracé des pales ou des techniques de sélection de profils. Wu a démontré qu'en combinant les différentes composantes des équations dynamiques qui régissent l'écoulement, on peut obtenir des systèmes d'équations pour les deux types de surfaces définies en figure 3.2. Cette décomposition est à l'origine de deux types d'écoulements : l'écoulement "méridien" et l'écoulement "aube à aube". C'est ainsi que ces deux types des surfaces  $S_1$  et  $S_2$  sont appelées, respectivement, surfaces aube à aube et surfaces méridiennes.

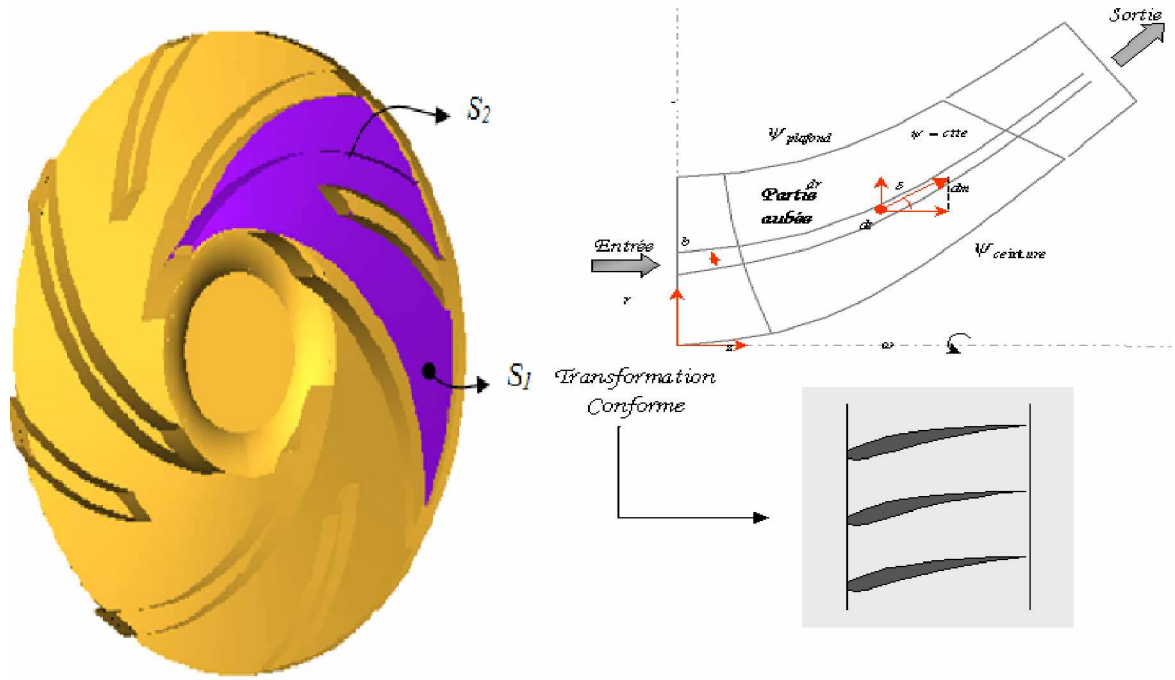


Figure 3.2- Surfaces de courant au sein d'une turbomachine

En figure 3. 2, on a représenté une de ces surfaces  $S_1$  sous l'hypothèse de symétrie axiale. On a représenté ici l'intersection de la surface avec les aubes et les lignes de courant moyennes. En outre, on peut apprécier les vecteurs représentant la vitesse absolue d'une particule de fluide  $\vec{V}$  et ses composantes  $V_r$ ,  $V_\theta$  et  $V_z$ ; la vitesse relative (dans le repère relatif tournant avec la machine à vitesse angulaire  $\Omega$ )  $\vec{W}$  et ses composantes  $W_r$ ,  $W_\theta$  et  $W_z$ , et la vitesse d'entraînement  $\vec{U} = \vec{\Omega} \times \vec{r}$ . Un paramètre d'importance capitale apparaît sur cette figure la vitesse méridienne  $\vec{V}_m = \vec{V}_r + \vec{V}_z$ . On peut ainsi écrire les relations suivantes :

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} V_z = W_z, \\ V_r = W_r, \\ V_\theta = W_\theta + \Omega r. \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\tan \alpha = \frac{V_\theta}{V_m}, \quad \tan \beta = \frac{W_\theta}{W_m} \quad (3.15)$$

Où les angles  $\alpha$  et  $\beta$  représentent les directions absolues et relatives de la vitesse d'écoulement.

Chaque surface de courant interceptera la grille en formant une grille circulaire de profils. L'écoulement qui se développe sur chaque surface  $S_1$  peut être étudié à l'aide de la transformation conforme en écrivant :

$$\eta = \frac{t N_a}{2\pi} \int \frac{dm}{r}, \quad \xi = \frac{t N_a}{2\pi} \theta \quad (3.16)$$



Transforme le système de coordonnées  $(m, r\theta)$  en  $(\xi, \eta)$  (Figure 3.2).

### 3.5 Méthodes unidimensionnelles

Les méthodes unidimensionnelles travaillent sur une ligne de courant moyenne, sur un tube de courant ou sur un rayon moyen de la machine, ce qui permet de définir un travail représentatif des performances globales. Dans la réalité, il est évident que les performances seront déterminées non seulement par la section moyenne mais également par la moyenne de tout l'écoulement du moyeu au carter. Bien entendu, l'écoulement réel est tridimensionnel et, en fait, extrêmement complexe. Néanmoins, les relations unidimensionnelles parviennent à décrire assez bien l'écoulement interne pour être à l'origine d'une grande partie des méthodes très répandues dans l'industrie. Avec en outre l'avantage non négligeable de sa simplicité.

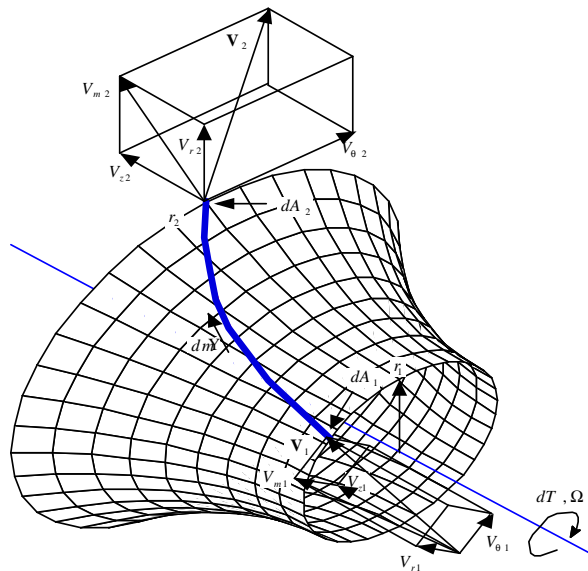


Figure 3.3- Lignes de courant dans le repère absolu

L'une des premières et des plus importantes relations unidimensionnelles qui à été mise en évidence est l'équation d'Euler des turbomachines. Elle se traduit par l'équation suivante applicable sur une ligne de courant:

$$H_1 - U_1 V_{\theta 1} = H_2 - U_2 V_{\theta 2}. \quad (3.17)$$

Où  $H$  est l'enthalpie totale :

$$H = h + \frac{1}{2} V^2$$

Cette équation peut être dérivée en combinant l'équation de conservation de la quantité de mouvement rotationnel et la conservation de l'énergie pour un volume de contrôle.

L'équation d'Euler des turbomachines exprime sous une autre forme la conservation, le long d'une ligne de courant et pour tout l'espace fluide contenu dans la machine, de la rothalpie formée par la quantité :

$$I = H - UV_{\theta} = cte. \quad (3.18)$$

Si l'écoulement est visqueux, la rothalpie se conservera approximativement car les puissances introduites pour les forces de cisaillement sont en général très faibles, mais on ne peut pas dire pour autant s'il s'agit d'un écoulement non permanent ou compressible avec échanges de chaleur. C'est le cas, notamment, des écoulements dans les jeux radiaux ou dans les machines thermiques.

Pour les écoulements incompressibles, la rothalpie peut être exprimée sous la forme suivante:

$$I = \frac{P_e}{\rho} - UV_{\theta} = \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 - UV_{\theta} \quad (3.18a)$$

L'introduction de la vitesse  $\vec{W}$  permet aussi d'exprimer la rothalpie en fonction de la vitesse relative :

$$I = \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}W^2 - \frac{1}{2}U^2 \quad (3.18b)$$

Les diverses définitions de la rothalpie, serviront pour établir les termes de pression à partir des champs cinématiques des écoulements internes.

### 3.5 Méthode quasi-tridimensionnelle

Ce concept introduit par Wu [8] est basé sur la notion d'écoulement moyenné. Le modèle quasi-tridimensionnelle consiste à décomposer l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels : le plan méridien et le plan aube à aube (figure 3.2). Cette décomposition devient la première étape pour l'étude tridimensionnelle de l'écoulement et se trouve à l'origine de plusieurs logiciels de calcul. Lewis1996 [9], Luu et al [10] utilisent la méthode Q-3D pour la conception d'une turbomachine munie de pales intercalaires.

### 3.5.1 Ecoulement méridien

L'analyse de l'écoulement méridien peut présenter un champ cinématique extrêmement complexe, même si dans tous les cas l'écoulement est permanent. Différentes techniques de résolution sont établies en partant de méthodes simplifiées unidimensionnelles jusqu'à de véritables méthodes Q-3D. Ces approches sont dénombrées en ordre croissant de complexité sur le tableau 3.1 et brièvement détaillées par la suite.

Diverses méthodes utilisées pour la résolution de l'écoulement méridien	Dimension
Équilibre radial simplifié (ERS)	1D
Théories des disques actuateurs	1D/2D
Méthode complète Quasi-3D	Q3D

Tableau 3.1- Diverses méthodes de résolution de l'écoulement méridien

#### 3.5.1.1 L'équilibre radial simplifié (ERS)

L'équilibre radial simplifié (ERS) est la méthode la plus simple et la plus répandue lors du dimensionnement ou de la définition d'une vue méridienne. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, axisymétrique, loin de la zone aubée et considérant  $V_u = 0$ , les équations de mouvement sont simplifiées pour obtenir l'équation régissant l'ERS :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{V_u^2}{r} \quad (3.19)$$

Cette équation établit l'équilibre entre la force centripète et le gradient de pression dans la direction radiale. Elle permet de connaître la position des lignes de courant au cours de la traversée de la machine.

L'équation 3.19 peut être réécrite en remplaçant le terme de pression à l'aide de l'équation de conservation de la rothalpie. On obtient ainsi l'équation différentielle :

$$\frac{\partial V_z^2}{\partial r} = -\frac{\partial V_u^2}{\partial r} + 2\Omega \frac{\partial(rV_u)}{\partial r} - 2\frac{V_u^2}{r} = 2\left(\Omega - \frac{V_u}{r}\right) \frac{\partial(rV_u)}{\partial r} \quad (3.20)$$

### 3.5.1.2 Théorie des disques actuateurs

La théorie des disques actuateurs introduit un moyen simple pour l'amélioration de l'analyse issue de l'équilibre radial simplifié, en permettant la détermination du profil de vitesse à l'amont et à l'aval de la zone aubée. Cette approche, fortement documentée par Horlock, a été développée pour la prédiction de l'écoulement méridien dans les machines axiales. Le principe d'un disque actuateur est schématisé sur la figure 3.4.

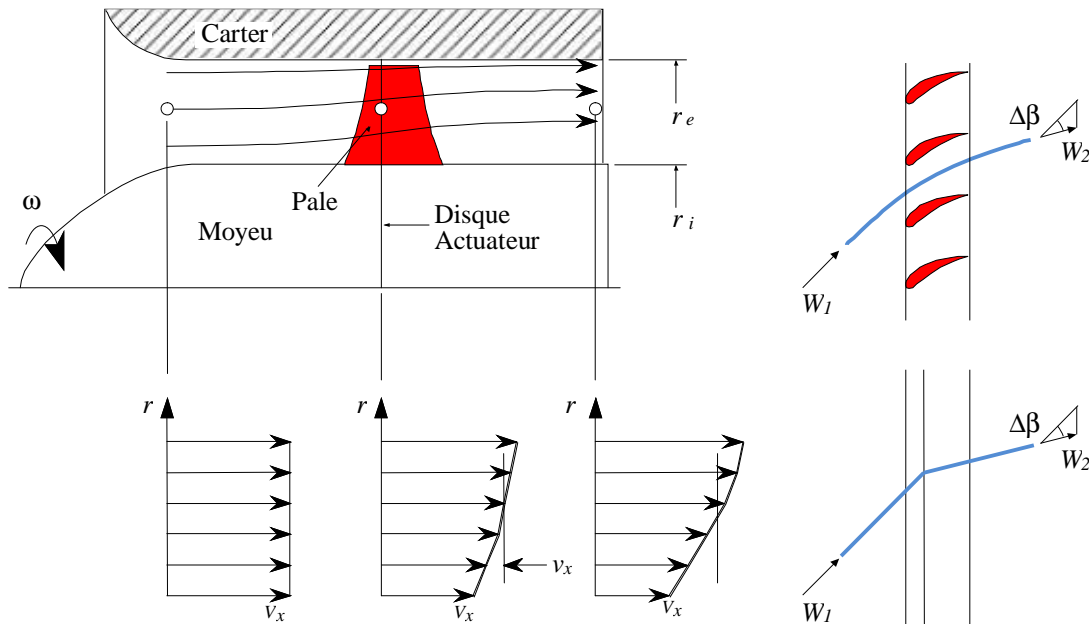


Figure 3.4- Evolution axiale des caractéristiques dans la théorie des disques actuateurs

Cette approche considère que la déviation induite par la pale sur le champ méridien de l'écoulement est produite par un plan imaginaire localisé à une distance moyenne entre le bord d'attaque et le bord de fuite. Dans le modèle que l'on présente, la vitesse tangentielle  $V_\theta$  ainsi que la pression statique  $p$  présentent un saut au passage du disque, tandis que les vitesses axiale et radiale varient de façon continue. Les hypothèses retenues dans cette théorie sont les suivantes : l'écoulement est stationnaire et axisymétrique, la vitesse radiale est faible partout, l'écoulement est en équilibre radial à l'amont et à l'aval loin des pales et l'évolution est adiabatique et réversible

On peut décomposer les vitesses à l'amont et à l'aval, sous la forme d'une partie constante et d'une perturbation produite par l'action des pales :

$$\begin{aligned} V_r(r,z) &= v_r(r,z) \\ V_\theta(r,z) &= V_{\theta\infty}(r) + v_\theta(r,z) \\ V_z(r,z) &= V_{z\infty}(r) + v_z(r,z) \end{aligned}$$

L'indice  $\infty$  indique les valeurs prises loin des pales. Les termes  $v_r$ ,  $v_\theta$ ,  $v_z$  représentent les perturbations dues au disque. On peut démontrer, compte tenu des hypothèses faites que les perturbations sont de caractère potentiel pouvant s'écrire :

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

Donnant pour l'équation de continuité:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \nabla^2 \phi = 0 \quad (3.21)$$

Différents travaux, Hawthorne et Horlock (1962), Horlock (1978) et Lewis (1995), ont impulsé cette technique permettant son application pour des machines axiales ou mixtes à écoulement compressible et incompressible (Lewis [11]).

### 3.5.1.3 Méthode complète Quasi-3D

Si aux équations d'Euler dans un repère absolu et en coordonnées cylindriques on impose les hypothèses d'un écoulement stationnaire ( $\partial/\partial t = 0$ ) avec symétrie axial ( $\partial/\partial \theta = 0$ ), on obtient les équations qui représentent le bilan de quantité de mouvement. Dans les trois directions ( $z, r, \theta$ ) on obtient respectivement :

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_z \quad (3.22)$$

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + F_r \quad (3.23)$$

$$V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{V_r \cdot V_\theta}{r} = F_\theta \quad (3.24)$$

où  $V_z$ ,  $V_r$  et  $V_\theta$  sont les composantes de la vitesse absolue et  $F_z$ ,  $F_r$  et  $F_\theta$  constituent les composantes des efforts appliqués sur le fluide par les pales (forces d'aubages) ou par d'autres forces extérieures ;  $p$  représente le champ de pression qui agit sur l'écoulement et  $\rho$  la masse volumique du fluide.

Reprenons l'équation de conservation de la rothalpie ou l'équation d'Euler pour les turbomachines :

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} - U \cdot V_\theta = cte \quad (3.25)$$

Où  $V$ , la vitesse absolue de l'écoulement est calculable en fonction de ses composantes :

$$V^2 = V_z^2 + V_r^2 + V_\theta^2 \quad (3.26)$$

et  $U$  la vitesse d'entraînement est donnée par:

$$U = \Omega \cdot r. \quad (3.27)$$

En prenant les dérivées de l'équation (3.26) en  $r$  et  $z$ , nous écrivons respectivement :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{\partial(U \cdot V_\theta)}{\partial r} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial z} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial z} - \frac{\partial(U \cdot V_\theta)}{\partial z} = 0 \quad (3.29)$$

En substituant ces derniers termes en pression dans les expressions (3.22 ,23), nous arrivons au système d'équations suivant correspondant au de bilan de quantité de mouvement :

$$V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} - V_r \frac{\partial V_r}{\partial z} = V_\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial z} - \frac{\partial U \cdot V_\theta}{\partial z} + F_z \quad (3.30)$$

$$V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - V_z \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{V_\theta^2}{r} + V_\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{\partial U \cdot V_\theta}{\partial r} + F_r \quad (3.31)$$

Avec l'introduction de la fonction de courant méridienne  $\psi$ , nous pouvons écrire les expressions des composantes  $V_z$  et  $V_r$  de la vitesse dans le plan méridien :

$$V_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3.32)$$

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (3.33)$$

Ces dernières expressions sont introduites dans le premier membre commun des équations 3.30 et 3.31 :

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (3.34)$$

À partir de cette dernière expression, on peut éliminer les composantes méridiennes du bilan de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = -r(V_\theta - U) \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial z} - r^2 F_z \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = -r(V_\theta - U) \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} - r^2 F_r \quad (3.36)$$

Les seconds membres de ces équations sont fonction, principalement, de la vitesse azimutale  $V_\theta$  et de ses dérivées dans les directions  $z$  et  $r$ . On verra, en outre, que les composantes des efforts qui apparaissent, peuvent aussi être exprimées en fonction de  $V_\theta$  et de leur dérivées. C'est donc par le biais de  $V_\theta$  que le couplage avec le calcul aube à aube pourra être effectué.

Il semble, à première vue, qu'une seule de ces équations suffise pour définir la cinématique de l'écoulement, c'est-à-dire, calculer la fonction  $\psi$ . Ces deux équations (3.37, 3.38) sont, en fait, complémentaires et qu'il faudra les combiner pour résoudre l'écoulement dans le cas général d'une turbomachine mixte hélico-centrifuge.

On regroupera les termes à droite sous une forme générique :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = g_z - r^2 F_z \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = g_r - r^2 F_r \quad (3.38)$$

Avec :

$$g_z = -r \cdot (V_\theta - U) \cdot \frac{\partial (r \cdot V_\theta)}{\partial z} \quad (3.39)$$

$$g_r = -r \cdot (V_\theta - U) \cdot \frac{\partial (r \cdot V_\theta)}{\partial r} \quad (3.40)$$

On remarquera que l'équation (3.24) qui exprime la composante tangentielle du champ d'efforts est restée inaltérée après les définitions et transformations introduites jusqu'ici. Cette relation contient les composantes  $V_\theta$  et ses dérivées, par conséquent elle est liée directement au calcul aube à aube.

### 3.5.2 Ecoulement aube à aube

L'écoulement aube à aube représente le complément de l'écoulement méridien pour la description quasi tridimensionnelle de l'écoulement. Il s'agit de l'écoulement dans le repère  $(m, \theta)$  de la figure 3.3, que l'on résoudra comme précédemment par une méthode du type fonction de courant, par la méthode des singularités ou encore à l'aide de diverses corrélations expérimentales dans le cadre des méthodes globales. Bien qu'il s'agisse de solutions proprement bidimensionnelles elles permettent d'étudier principalement la forme des aubes et leur influence sur l'écoulement, les méthodes disponibles pour résoudre l'écoulement traversant une grille d'aubes sont brièvement classées et résumées sur le tableau 3.2.

Méthodes pour la résolution l'écoulement aube à aube	Caractéristiques
Méthodes globales	Détermination de la déflexion à l'aide de corrélations expérimentales (Wislicenus [12], Noguera [13]).
Méthodes des singularités	La forme du profil est remplacée par un ensemble de singularités comme des sources, des puits ou des tourbillons, afin de produire par la superposition de leurs effets un champ harmonique satisfaisant aux conditions aux limites imposées. Peut être utilisé pour la modélisation d'un écoulement instationnaire (Belamri [14]).
Méthodes matricielles	Comme pour l'écoulement méridien, elle introduit la fonction de courant $\psi$ pour la modélisation des équations de continuité et quantité de mouvement. Ainsi, dans la méthode développée par Katsanis [15], pour la résolution de l'équation différentielle du second ordre, la méthode de différences finies est utilisée.
Méthodes de l'hodographe	Pour la résolution de l'écoulement 2D. On ramène l'écoulement en grille d'aubes à une fraction de l'écoulement potentiel source-puits.

Tableau 3.2- Méthodes pour la résolution de l'écoulement aube à aube

La méthode des singularités est l'une des techniques les plus largement répandues en raison de sa précision et de la facilité avec laquelle elle peut être programmée dans l'environnement informatique actuel. Parmi les principaux travaux de référence on citera : Scholz [16], Gostelow [17].

### 3.6 Méthode tridimensionnelles

Pour la conception et l'analyse des turbomachines, les approches 1D et Q-3D, décrites précédemment, peuvent être considérées bien adaptées et suffisamment performantes pour la plupart des applications. Cependant, si l'on veut approfondir l'optimisation d'une machine en



recherchant des performances très élevées, il est nécessaire de déterminer de plus en plus finement l'écoulement interne.

L'apparition de la simulation numérique des écoulements dans les années 70 a fourni une impulsion importante pour résoudre les équations d'Euler et de Navier-Stokes régissant écoulements externes et internes. Le progrès principal a été ultérieurement accompli dans le développement des techniques numériques, de la génération de maillage, de la modélisation de la turbulence, de l'application des conditions aux limites, pré et post-traitement des données et de l'architecture des ordinateurs. La plupart des techniques utilisées pour la résolution des équations de Navier-Stokes peuvent être classées en différences finies, surfaces ou volumes finis et méthodes spectrales. Seulement les deux premières techniques sont largement répandues dans le domaine des turbomachines. Les techniques de calcul numérique fournissent une méthode efficace pour l'analyse et la conception de turbomachines. L'utilisation de la CFD par les constructeurs de turbomachines a augmenté sensiblement pendant la décennie passée, ayant pour résultat un cycle de développement plus court de leurs produits. Combinée avec des mesures, la CFD fournit un outil complémentaire pour la simulation, la conception, l'optimisation et, d'une manière primordiale, l'analyse des écoulements tridimensionnels complexes jusqu'ici inaccessibles à l'ingénieur. Dans beaucoup de cas, la simulation numérique des écoulements fournit le seul moyen pour accéder aux informations détaillées du champ étudié, car les essais réels des turbomachines, avec des mesures détaillées dans les canaux tournants sont difficiles, coûteux et, dans beaucoup de cas, impossibles.

Les éléments essentiels pour une résolution précise et efficace de l'écoulement peuvent être résumés comme suit:

1. Équations régissant l'écoulement, y compris les équations de transport de turbulence (avec validation des approximations faites)
2. Application des conditions aux limites appropriées
3. Résolution et orthogonalité adéquate du maillage
4. Modélisation de la turbulence
5. Technique numérique ; dissipation artificielle optimale, discrétisation précise, bon histogramme de convergence et évaluation appropriée
6. Développement efficace du code et des algorithmes.
7. Architecture de l'ordinateur, y compris le traitement parallèle
8. Évaluation des techniques de calcul par étalonnage et validation expérimentale

### 3.6.1 Codes Navier-Stokes

La résolution des équations de Navier-Stokes représente la dernière marche de l'échelle dans les problèmes liés à la dynamique des fluides. Pour arriver à ce niveau, des progrès très importants ont été réalisés dans le développement des techniques numériques, la figure 3.5, résume les différentes méthodes utilisées pour la modélisation de la turbulence dans les équations de Navier-Stokes. Elles sont décrites brièvement par la suite.

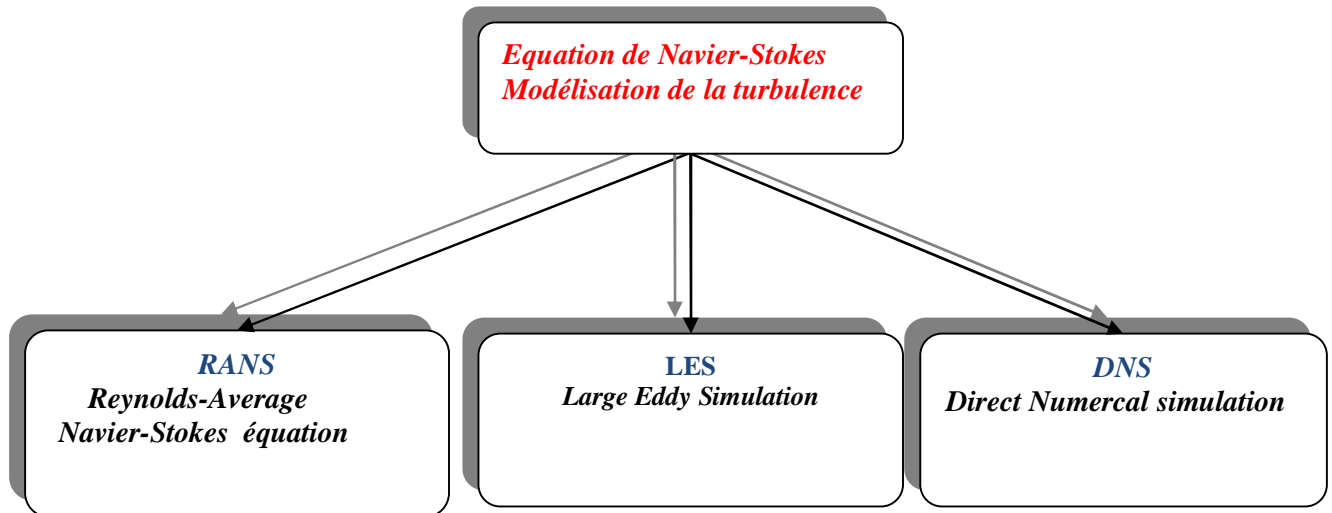


Figure 3.5- Résolution des équations de Navier-Stokes. Modélisation de la turbulence

#### RANS (Reynolds Average Navier-Stokes équations)

Connues aussi comme méthodes statistiques, les modèles RANS représentent l'approche la plus répandue pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Elles procèdent directement au moyen des équations de Navier-Stokes en redéfinissant les variables comme la sommation de deux valeurs : une valeur moyenne et une valeur fluctuante. Ainsi, pour une variable arbitraire quelconque (la pression  $p$ , la vitesse  $v$ , etc) .Cette méthode(RNS), est la plus utilisé dans la plus pars des projets des recherches.

#### LES (Large Eddy Simulation)

La simulation des grandes échelles est souvent désignée par LES pour "Large Eddy Simulation". Cette technique constitue en fait un intermédiaire entre l'approche statistique (RANS) et la simulation directe (DNS). En effet. Les grosses structures anisotropes qui dépendent de la géométrie de l'écoulement sont simulées directement (DNS) alors que les petites échelles, beaucoup plus universelles et isotropes sont modélisées (RANS). Cette méthode simule directement les grandes échelles turbulentes alors que les petites structures sont modélisées.

### DNS (Direct Numerical Simulation)

La simulation directe est souvent désignée sous l'appellation DNS pour "Direct Numerical Simulation". Cette approche consiste à simuler directement la turbulence sans aucune autre modélisation supplémentaire. Les simulations DNS se situent complètement à l'opposé des simulations RANS. Ces simulations sont donc des plus précises mais ont un coût de calcul beaucoup trop élevé pour qu'il soit envisageable (du moins à ce jour) de simuler une configuration en DNS.

## 3.7 RANS (Reynolds Average Navier-Stokes équations)

### 3.7.1 La décomposition de Reynolds

Il est courant de caractériser le régime d'un écoulement par un nombre adimensionnel, le nombre de Reynolds, qui correspond au rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses :

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (3.41)$$

où :  $\rho$  : masse volumique

$\mu$  : viscosité dynamique moléculaire

$U$  et  $L$  étant une vitesse et une distance caractéristique de l'écoulement.

Pour un écoulement dans un canal, la transition entre un régime laminaire et un régime turbulent s'effectue généralement pour un nombre de Reynolds critique égal à 2500. Un écoulement est considéré pleinement turbulent lorsque le nombre de Reynolds est supérieur à 5000. Les écoulements turbulents sont caractérisés par des champs de vitesse fluctuant, ces fluctuations conduisant les autres quantités telles que l'énergie à varier également. On peut ainsi écrire la vitesse et la pression (décomposition de Reynolds) comme suit :

$$U_i = \overline{U_i} + U_i' \quad (3.42)$$

$$p = \overline{p} + p' \quad (3.43)$$

Cette décomposition en valeur moyenne et fluctuante entraîne au niveau physique, une considération du mouvement moyen et du mouvement d'agitation turbulente.

Les équations 3.8 et 3.9 deviennent :

Conservation de la masse (équation de continuité) :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.44)$$

Conservation du moment (équations de Navier - Stokes):

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (3.45)$$

Où :  $\bar{U}_i$  Composante de la vitesse moyenne suivant  $Oi$  (m/s),

$u_i$  Composante de la vitesse fluctuante suivant  $Oi$  (m/s)

$\bar{P}$  Pression moyen ( $kg/m^2 s$ ),

$\nu$  Viscosité cinématique ( $m^2/s$ ),

$\rho$  Masse volumique du fluide ( $kg/m^3$ ),

$\overline{u_i u_j}$  Tenseur des contraintes de Reynolds ( $N/m^2$ ),

Les termes  $\overline{u_i u_j}$  appelés tenseur contraintes de Reynolds proviennent de la décomposition de Reynolds. Ils posent un problème de fermeture, pour résoudre ces équations les codes de calcul proposent plusieurs méthodes de fermeture basées sur l'approche statistique :

### 3.7.2 Choix modèles de turbulence

Au sein de ANSYS CFX, trois modèles de turbulence basés sur le concept de viscosité turbulente sont testés dans le chapitre 6 : modèle de k-epsilon standard, modèle k-oméga standard et le modèle RNG k-epsilon.

#### 3.7.2.1 Modèle k-ε standard

Le modèle k-ε est le plus simple des modèles complets dits à deux équations. Ce modèle suppose que le régime de turbulence soit pleinement établi dans tout le domaine et que les effets de la viscosité moléculaire sont négligeables par rapport à ceux de la viscosité turbulente (loin des parois). Il est basé sur l'hypothèse de Boussinesq, à savoir qu'il existe une analogie entre l'action des forces visqueuses et les contraintes de Reynolds dans l'écoulement moyen, soit :

$$-\overline{\rho \cdot u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.46)$$

Le modèle calcule la viscosité turbulente  $\mu_t$ , en faisant intervenir l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence  $\varepsilon$  comme suit :

$$\mu_t = C_\mu \cdot \rho \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.47)$$

Deux équations de transport sont utilisées : une pour l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et l'autre pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique  $\varepsilon$ .

Equation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(k\mathbf{U}) = \text{div}\left(\frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_k} \text{grad } k\right) + P_k - \varepsilon \quad (3.48)$$

Equation de taux de dissipation  $\varepsilon$  :

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\mathbf{U}) = \text{div}\left(\frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon\right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \mathbf{v}_t P_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.49)$$

$P_k$  : Terme de production de  $k$  et  $\varepsilon$

$$P = \mathbf{v}_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (3.50)$$

La signification physique de ces équations est la suivante :

Taux de variation de  $k$  ( $\varepsilon$ ) + Transport de  $k$  ( $\varepsilon$ ) par convection = Transport de  $k$  ( $\varepsilon$ ) par diffusion + Taux de production de  $k$  ( $\varepsilon$ ) – Taux de destruction de  $k$  ( $\varepsilon$ ).

Les valeurs utilisées par défaut dans le code ANSYS CFX sont groupées dans le tableau suivant :

Constantes	$C_\mu$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_k$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
Valeurs	0.09	1.3	1	1.44	1,92

Tableau 3.3- Constantes du modèle  $k - \varepsilon$  standard

Les constantes empiriques qui apparaissent dans les équations sont proposées par Launder et Spalding (1974), sont obtenues à partir des données expérimentales d'une variété de configurations d'écoulements, leurs valeurs sont représentées dans le tableau ci-dessus 3.4.

Le modèle  $k-\varepsilon$  est très largement utilisé en ingénierie. Il est en effet robuste, économique en temps de calcul et suffisamment précis et validé pour une large gamme d'écoulements

turbulents. Cependant, il donne de mauvais résultats pour une catégorie importante de situations comme les écoulements non confinés, les écoulements tourbillonnants et les écoulements en rotation.

### 3.7.2.2 Modèle $k-\omega$ standard

Le modèle  $k-\omega$  standard proposé par cfx est fondé sur le modèle de Wilcox (Wilcox, 1998). Sa structure est proche de celle du modèle  $k-\varepsilon$ . Ce modèle fait intervenir deux équations de transport : une pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  et l'autre pour le taux de dissipation spécifique  $\omega$ .

Le taux de dissipation spécifique est défini par :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{K} \quad (3.51)$$

L'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux spécifique de dissipation  $\omega$  sont obtenus respectivement à partir des deux équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(k\mathbf{U}) = \text{div}(\Gamma_k \text{grad } k) + G_k - Y_k + S_k \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \text{div}(\omega \mathbf{U}) = \text{div}(\Gamma_\omega \text{grad } \omega) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (3.53)$$

Avec :

$G_k$  : production d'énergie cinétique turbulente par les gradients de vitesse moyenne

$G_\omega$  : production de  $\omega$

$\Gamma_k$  et  $\Gamma_\omega$  : coefficients de diffusion de  $k$  et  $\omega$

$Y_k$  et  $Y_\omega$  : les dissipations de  $k$  et  $\omega$  dues à la turbulence.

$S_k$  et  $S_\omega$  : les termes sources.

Les coefficients  $\Gamma_k$  et  $\Gamma_\omega$  sont donnés par :

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3.54)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3.55)$$

$\sigma_k$  et  $\sigma_\omega$  sont les nombres de Prandtl pour  $k$  et  $\omega$  respectivement, et  $\mu_t$  la viscosité turbulente.

La viscosité turbulente est estimée comme suit :

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho K}{\omega} \quad (3.56)$$

$\alpha^*$  est un coefficient qui tient compte des variations de la viscosité turbulente. Pour de faibles nombres de Reynolds,  $\alpha^*$  est défini de la façon suivante :

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \frac{\alpha_0^* + \text{Re}_t / R_K}{1 + \text{Re} / R_K} \quad (3.57)$$

Avec :

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (3.58)$$

$$\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} \quad (3.59)$$

Les termes de production  $G_k$  et  $G_\omega$  sont définis respectivement par :

$$G_K = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (3.60)$$

$$G_\infty = \alpha \frac{\omega}{k} G_K \quad (3.61)$$

Avec :

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + \text{Re}_t / R_\infty}{1 + \text{Re} / R_\infty} \right) \quad (3.62)$$

La dissipation de  $k$  due à la turbulence est donnée par :

$$Y_K = \rho \beta^* f_B \cdot K \omega \quad (3.63)$$

Avec :

$$f_{B^*} = \begin{cases} 1 & \chi_K \leq 0 \\ \frac{1 + 680 \chi_K^2}{1 + 400 \chi_K^2} & \chi_K > 0 \end{cases} \quad (3.64)$$

Avec :

$$\chi_K \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.65)$$

$$\beta^* \equiv \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)] \quad (3.66)$$

$$\beta_i^* \equiv \beta_\infty^* \left( \frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4} \right) \quad (3.67)$$

$F(M_t)$  est une fonction de compressibilité.

La dissipation de  $\omega$  due à la turbulence est donnée par :

$$Y_\infty = \rho \beta_i f_B \omega^2 \quad (3.68)$$

Avec :

$$f_{\infty} = \frac{1 + 70\chi_{\infty}}{1 + 80\chi_{\infty}} \quad (3.69)$$

$$\chi_{\infty} = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_{\infty}^* \omega)^3} \right| \quad (3.70)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.71)$$

Finalement, les constantes du modèle  $k-\omega$  sont regroupées dans le tableau suivant :

Constantes	$\alpha_{\infty}^*$	$\alpha_{\infty}$	$\alpha_0^*$	$\beta_{\infty}^*$	$\beta_i$	$R_B$	$R_K$	$R_{\omega}$	$\zeta^*$	$\sigma_K$	$\sigma_{\infty}$
Valeurs	1	0.52	1/9	0.09	$\frac{0.07}{2}$	8	6	2.95	1.5	2.0	2.0

Tableau 3.4- Constantes du modèle  $k-\omega$  standard

L'avantage du modèle  $k-\omega$  par rapport au modèle  $k-\varepsilon$  réside au niveau de la prise en compte des effets dus à la turbulence des écoulements à faible nombre de Reynolds. Il est utilisable pour les écoulements compressibles et permet de prendre en compte les transferts pariétaux. Le modèle de Wilcox est applicable pour les écoulements en charge, les écoulements à surface libre caractérisés par de fortes contraintes de cisaillement, les jets et les écoulements autour d'un obstacle (phénomène de sillage), la diffusion d'un polluant dissous.

### 3.7.2.3 Modèle RNG $k-\varepsilon$

Les méthodes du groupe de renormalisation RNG  $k-\varepsilon$  ont été utilisées pour construire les équations d'un modèle de turbulence de type  $k-\varepsilon$  qui s'appuie sur l'hypothèse d'universalité des petites échelles de la turbulence Yakhot et Orszag (1986). Ces méthodes qui font appel à un formalisme mathématique complexe, consistent à éliminer de façon itérative, dans l'espace de Fourier, de fines bandes d'échelles et à représenter leurs effets au travers de coefficients effectifs renormalisés. Un des principaux avantages de la méthode est que, pour les grands nombres de Reynolds, les équations finales ont la même forme que celles du modèle  $k-\varepsilon$  standard Yakhot et Smith (1992).



Equation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(k\mathbf{U}) = \text{div}\left(\frac{v_t}{\sigma_k} \text{grad } k\right) + P_k - \varepsilon$$

Equation de taux de dissipation  $\varepsilon$  :

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\mathbf{U}) = \text{div}\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon\right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} v_t P_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\mathbf{U}) = \text{div}\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon\right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} v_t P_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (3.73)$$

Avec :

$$v_t = C_v \frac{k^2}{\varepsilon} \quad , \quad R_z = \frac{C_v \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \varepsilon^3}{1 + B\eta^3} \quad , \quad \eta = \sqrt{\frac{P_k}{v_t} \frac{k}{\varepsilon}}$$

On préfère généralement exprimer l'équation 3.73 sous la forme :

$$\frac{\partial(\varepsilon)}{\partial t} + U_i \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1}^* P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.74)$$

Avec :

$$C_{\varepsilon 1}^* = C_{\varepsilon 1} - \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + B\eta^3}$$

Les constantes, calculées explicitement par le modèle sont :

Constantes	$C_v$	$\eta_0$	$\beta$	$\sigma_k = \sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
Valeurs	0.0845	4,377	0,012	0,7179	1,42	1.68

Tableau 3.5- Constantes du modèle RNG  $k - \varepsilon$  standard

Les principales améliorations apportées par ce modèle concernent la prise en compte de l'universalité des petites échelles, au travers de coefficients qui ne sont plus ajustés mais calculés explicitement par le modèle, et l'apparition d'un terme supplémentaire dans

l'équation du taux de dissipation. Ces modifications le rendent moins diffusifs que le modèle standard et expliquent en partie ses bons résultats dans le chapitre 6.

### 3.7.3 Modélisation de l'écoulement près des parois

Cependant, proche des parois, les effets visqueux ne peuvent plus être négligés et la modélisation basée sur un nombre de Reynolds turbulent n'est plus valable. Pour palier à cette difficulté, on utilise des « lois de paroi » (Standard Wall Function), qui sont des modèles d'intégration connectant les conditions à la paroi et près de la paroi. Ces lois sont fondées sur l'approche proposée par Launder et Spalding (1974).

$$y^+ = \frac{\rho \cdot y \cdot u_\tau}{\mu}; u^+ = \frac{\bar{U}}{u_\tau}$$

Avec :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Où :  $\tau_w$  : Contrainte tangentielle résultante à la paroi.

Une analyse temporelle multi-échelle permet de décomposer en trois couches distinctes la couche limite turbulente proche d'une paroi lisse :

- Une première couche où la viscosité du fluide domine la viscosité turbulente et est appelée sous couche visqueuse. Dans cette zone le profil de vitesse est linéaire et s'écrit :

$$y^+ = u^+$$

La sous couche visqueuse s'étendant jusqu'à une épaisseur de  $y^+ = 5$ .

- Une couche intermédiaire où la viscosité du fluide et la viscosité turbulente sont équivalentes, appelée zone tampon (figure 3.6).
- Une couche externe où la viscosité turbulente est prépondérante et où le profil de vitesse est logarithmique et :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \cdot \text{Log}(E \cdot y^+)$$

Où  $\kappa$  : Constante de Von Karman empirique ( $\kappa = 0.41$ ),

$E$  : Constante Von Karman empirique ( $E = 9.8$ ).

Cette couche externe est supposée commencer pour  $y^+ > 50$ .

L'option « standard wall function » est disponible lorsqu'on utilise le modèle  $k - \varepsilon$  ou  $RNG k - \varepsilon$ , mais ne peut être utilisée avec le modèle  $k - \omega$ .

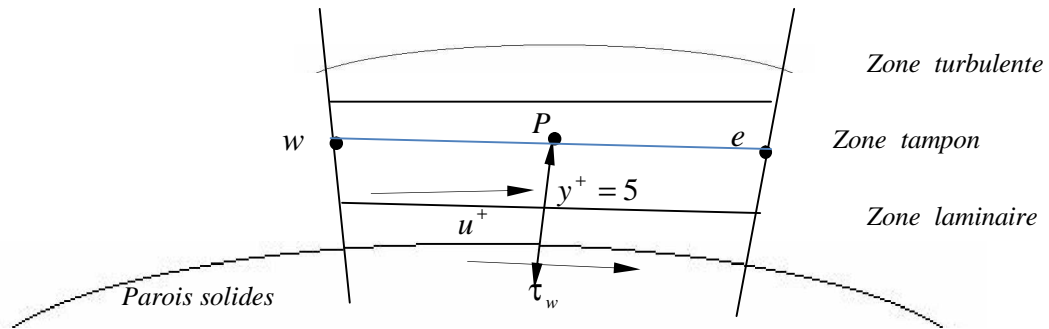


Figure 3.6- Mailles en 2D (prismatique) près de la paroi

### 3.8 Classification des méthodes de dimensionnement, analyse et optimisation des pompes

Dans les paragraphes précédant, on a présenté les méthodes de la mise en route de projet de conception d'une turbomachine. Bien que beaucoup d'industriels disposent de leurs propres outils de conception, la sélection d'un seul outil pour obtenir une machine performante en respectant les délais de conception et les coûts de développement, est toujours une tâche délicate, le projet d'une turbomachine ne doit pas être pris sous l'angle d'une solution unique. Au contraire, lors du dimensionnement, l'utilisation de plusieurs techniques peut garantir, dans les limites opérationnelles des outils utilisés, la réussite du projet de conception.

Dans chaque catégorie, des critères d'optimisation sont fixés ou établis pour la recherche de la machine la plus performante. A partir de ce classement, la démarche intégrale de dimensionnement a été établie. Elle est schématisée sur la figure 3.7.

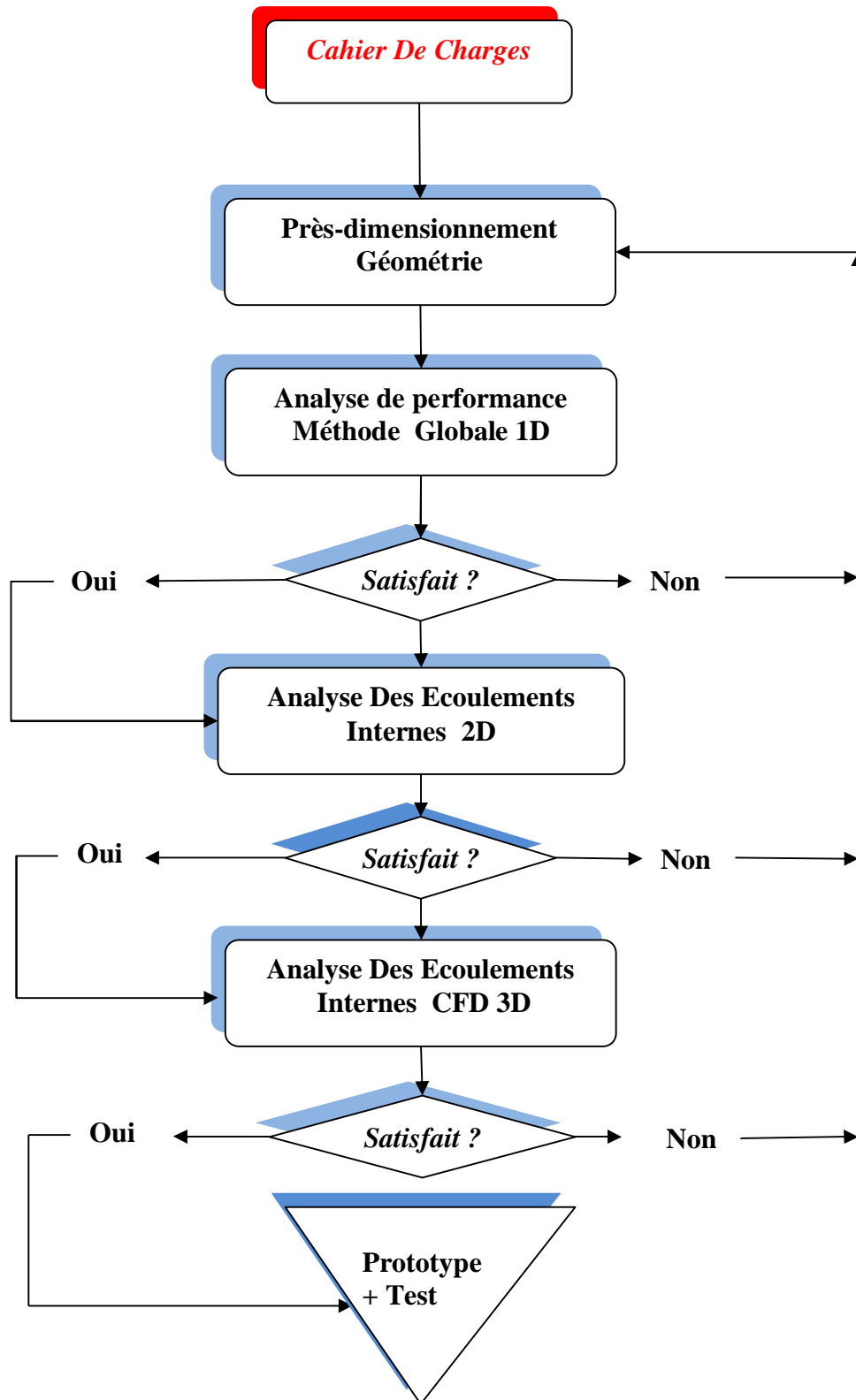


Figure 3.7- Organisation de la démarche intégrale de conception [21].

Cette démarche permet de développer le projet de dimensionnement sous différents points de vue. Le point de départ correspond au pré-dimensionnement géométrique et l'analyse des performances est basée sur la méthode unidimensionnelle qui apporte une première idée de la machine ainsi que de son comportement. Cette étape est suivie par l'étude de l'écoulement par la méthode quasi-tridimensionnelle et on a complété l'étude par l'analyse tridimensionnelle. Il faut noter que dans chaque phase, des paramètres géométriques peuvent être modifiés jusqu'à ce que les objectifs soient atteints. De même, il est souvent possible et parfois nécessaire de revenir sur les étapes déjà accomplies pour effectuer les modifications nécessaires. Récemment, en utilisant différentes combinaisons d'outils, plusieurs auteurs ont mis en place des démarches intégrales de conception et d'analyse pour les turbomachines

### **3.9 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une description des méthodes et des équations les plus utilisées pour la conception des projets en turbomachines basé sur les équations de la mécanique des fluides et dans la dernière partie du chapitre, on a accentué sur les méthodes tridimensionnelles qui restent les plus utilisées dans la plupart des codes de calcul CFD, domaine dans lequel s'orientera l'essentiel du présent travail.

## 4. Méthodes numériques

### 4.1 Introduction

La discrétisation des équations aux dérivées partielles a pour le but de transformer le problème continu en un problème discret, de façon à pouvoir assurer sa résolution par des méthodes numériques telle que la méthode des éléments finis, la méthode de différences finis et la méthode des volumes finis. Cette dernière est la plus utilisée actuellement dans le code de simulation numérique CFX.

#### 4.1.1 Méthodes des différences finis

La méthode des différences finis est à l'origine des premières simulations dans la mécanique des fluides et transfert de chaleur (1960 à 1965). Son principe consiste à discrétiser les équations aux nœuds de la grille en calculant chaque dérivée partielle à l'aide du développement de Taylor, pour obtenir les équations linéaires qui lient les variables inconnues en un nœud aux valeurs de ces mêmes variables aux nœuds voisins. La précision du schéma dépend du nombre de nœud de l'ensemble retenu pour approximer une dérivée donnée et du maillage effectué (en général utilisation de maillage régulier et structuré).

#### 4.1.2 Méthodes des éléments finis

La technique des éléments finis discrétise l'espace à l'aide d'éléments géométriques simples (triangles ou quadrangles en général). Comme elle permet de modéliser des géométries très complexes, elle est parfois préférée à la méthode des volumes finis. Ensuite, la forme forte des équations est remplacée par la forme faible dans laquelle les inconnues sont approximées par une combinaison linéaire de fonctions de base dont le support est un élément.

La méthode des éléments finis a vu les premières utilisations pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans les années soixante dix. Dans la méthode des éléments finis Les variables inconnues sont calculées par une combinaison linéaire de fonction. L'approche éléments finis se décompose en deux étapes :

- Approximation nodale des fonctions inconnues par sous-domaines (fonctions D'interpolation).
- Utilisation de la méthode des résidus pondérés qui permet de construire une formulation Intégrale à partir des équations aux dérivées partielles (la méthode de

Galerkin est la plus fréquemment utilisée). C'est une méthode conservative sur un domaine.

### 4.1.3 La méthode des volumes finis

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine physique de l'écoulement en éléments de volumes plus ou moins réguliers dans lesquels les équations, décrivant l'écoulement, écrites sous une forme conservative, sont intégrées.

Le but de cette méthode est de convertir l'équation différentielle générale en un système d'équations algébriques en mettant en relation les valeurs de la variable considérée  $\phi$  aux points nodaux adjacents d'un volume de contrôle typique. Cela est obtenu par l'intégration de l'équation différentielle gouvernante dans ce volume de contrôle avec l'approximation des différents termes (convection, diffusion et source).

## 4.2 Principe de la méthode des volumes finis

Les étapes de résolution de la méthode des volumes finis sont les suivantes :

### 4.2.1 Domaine de calcul (maillage)

Le domaine du calcul de la pompe présenté au chapitre 6.2, est subdivisée en un ensemble de volumes de contrôle en utilisant des formes de maillage (maillage structuré ou non structuré). Dans cette étude le maillage utilisé est un maillage arbitraire non structuré. Ces volumes de contrôle enveloppent tout le domaine de calcul sans chevauchement, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume du domaine de calcul. Un point est positionné au centre de chaque volume et est appelé centre du volume de contrôle, il sera noté  $P$  (figure 4.1). Les nœuds des volumes voisins seront notés suivant leurs positions  $N$ ,  $S$ ,  $W$ ,  $E$ ,  $T$  et  $B$  (*North*, *South*, *West*, *East*, *Top* et *Bottom* respectivement).

La Figure ci-dessous montre les différentes notations utilisées pour chacun des volumes de contrôles donnés.

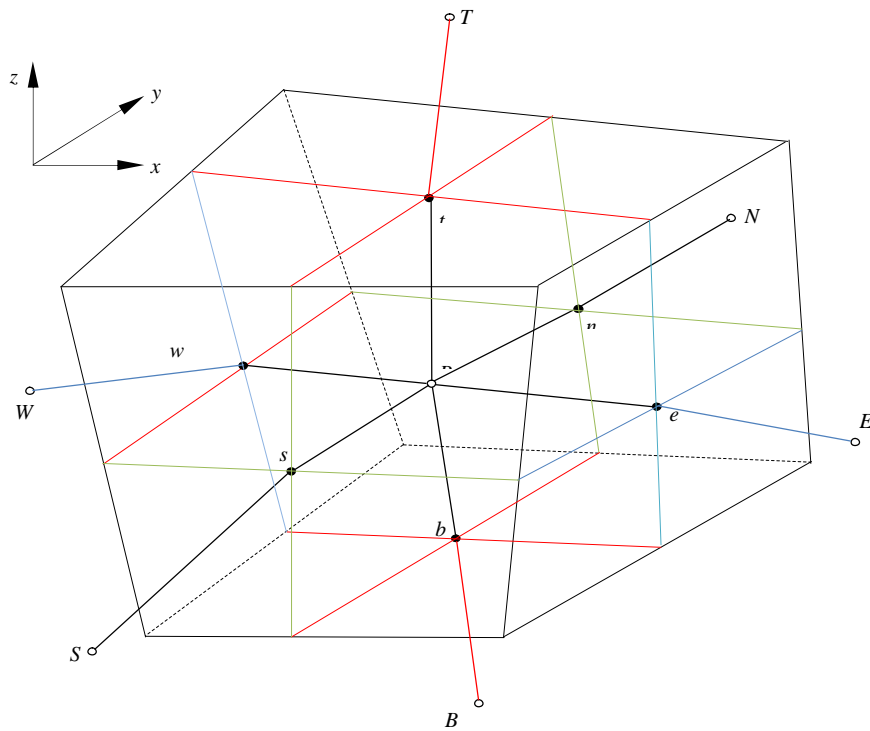


Figure 4.1- Volume de contrôle dans un maillage tridimensionnel non orthogonal [23].

### 4.2.2 Discrétisation des équations gouvernantes

L'étape principale de la méthode des volumes finis est l'intégration des équations régissant pour chaque volume de contrôle. Les équations algébriques déduites de cette intégration rendent la résolution des équations de transports plus simple.

Chaque noeud est entouré par un ensemble de surfaces qui comporte un élément de volume. Toutes les variables du problème et les propriétés du fluide sont stockées aux noeuds de cet élément.

Les équations régissant l'écoulement, sont présentées sous leurs formes moyennées dans un repère cartésien (x, y, z) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \tag{4.2}$$



Notons que toute équation régissant l'écoulement interne en turbomachines peut être écrite sous la forme générale suivante (équation de transport de la variable  $\phi$ ):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial\phi}{\partial x_j} \right) \right) + S_\phi \quad (4.3)$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)

Où :

$U_j$ : est la composante de la vitesse suivant la direction  $x_i$ .

$\rho$  : la masse volumique.

$\Gamma$  : est le coefficient de diffusion.

$S$  : est le terme source.

$\phi$  une des variables suivantes  $\phi = 1, u, v, w, k, \epsilon$  et  $T$ .

Sachant que : Terme 1 : terme instationnaire, 2 : terme convectif, 3 : terme diffusif et 4 : terme source.

Les équations (4.1), (4.2) et (4.3) peuvent être intégrées dans un volume de contrôle, en utilisant le théorème de la divergence de Gauss pour convertir les intégrales de volume en intégrales de surface comme suit :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dv + \int_S \rho U_j \, dn_j = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_i \, dv + \int_S \rho U_j U_i \, dn_j = - \int_S P \, dn_j + \int_S \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{u_i} \, dv \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi \, dv + \int_S \rho U_j \phi \, dn_j = - \int_S \Gamma_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_\phi \, dv \quad (4.6)$$

L'étape suivante consiste à discrétiser les inconnues du problème ainsi que les opérateurs différentiels de cette équation. Toutes ces opérations mathématiques conduiront à l'obtention, sur chaque volume de contrôle, d'une équation discrétisée qui reliera les variables d'une cellule à celles des cellules voisines. L'ensemble de ces équations discrétisées formera finalement un système matriciel.

Considérant maintenant un élément d'une maille isolée tel que celui montré ci-dessous dans figure 4.2 :

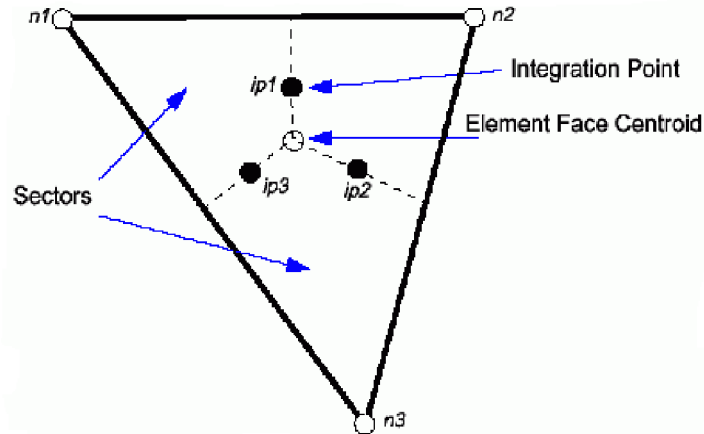


Figure 4.2- Point d'intégration dans un élément d'un volume de contrôle

Après la discrétisation et le réarrangement des équations (4.4), (4.5) et (4.6) on obtient les formes suivantes :

$$V \left( \frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho U_j \Delta n_j)_{ip} = 0 \quad (4.7)$$

$$V \left( \frac{\rho U_i - \rho^0 U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_j)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S_{u_i}} V \quad (4.8)$$

$$V \left( \frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left( \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S_{\phi}} V \quad (4.9)$$

Sachant que :

$V$  : est le volume d'intégration de la grandeur  $\Phi$ .

$ip$  : est l'indice du point d'intégration (intégration point.).

$\Delta n_j$  : est la surface d'intégration de la grandeur  $\Phi$ .

$\Delta t$  : est un intervalle de temps (time step).

L'indice supérieur  $^0$  se rapporte au niveau de temps précédent.

Il est important de souligner que le schéma temporel utilisé dans les équations (4.7), (4.8) et (4.9) est le schéma avant du premier ordre, et le débit massique discret  $\dot{m}_{ip}$  traversant une surface du volume de contrôle est donnée par :

$$\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}^0 \quad (4.10)$$

### 4.3 Couplage Pression-Vitesse

Contrairement au maillage décalé qui utilise quatre mailles pour la détermination des différents paramètres de l'écoulement ( $u$ ,  $v$ ,  $w$  et  $p$ ), le code de calcul CFX, utilisé dans cette étude, utilise une seule maille d'où le nom du maillage centré. Cette méthode est parmi les méthodes qui économisent au mieux l'espace mémoire et le temps de calcul effectué par le module « Solver ».

Si la pression est connue, les équations discrétisées sont aisément résolues. Cependant certaines méthodes, spécialement pour les écoulements compressibles, prennent la masse volumique comme une fonction inconnue ; à partir de l'équation de continuité et l'équation d'état, la pression est calculée.

Dans le cas de CFX, l'équation de conservation de la masse pour une seule dimension peut être écrite comme suit :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^3 A}{4 m} \left( \frac{\partial^4 P}{\partial x^4} \right) = 0 \quad (4.11)$$

Où :

$$\dot{m} = \rho U_j \Delta n_j \quad (4.12)$$

#### 4.3.1 Les fonctions de forme

Les champs de solution sont stockés dans les nœuds de la maille. Cependant les différents termes des équations (4.7), (4.8) et (4.9) exigent la détermination des variables sur les points d'intégration. C'est pour cette raison que nous devons avoir une méthode de calcul pour chaque élément. Cela est possible grâce à l'utilisation des fonctions de forme.

La grandeur  $\phi$  de l'écoulement dans un élément de volume (figure 4.2) est fonction de celles dans les nœuds de l'élément et est donnée par la relation suivante :

$$\phi = \sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i \phi_i \quad (4.13)$$

Où  $N_i$  est la fonction de forme pour le nœud  $i$  et  $\phi_i$  la valeur de la grandeur  $\phi$  dans le même nœud. Une particularité des facteurs de forme, fait en sorte que :

$$\sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i = 1 \quad (4.14)$$

Notons que pour le nœud  $j$  :

$$N_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4.15)$$

Les fonctions de forme utilisées dans CFX sont linéaires en termes de coordonnées. Par exemple, considérons l'élément hexaèdre suivant :

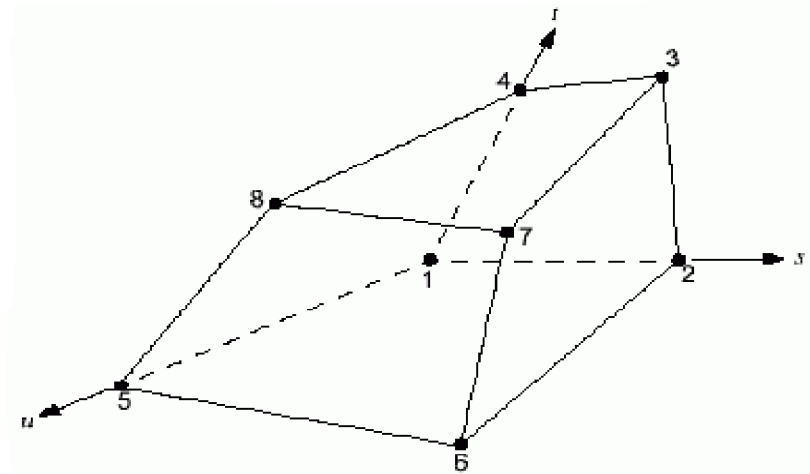


Figure 5.3- Détermination des positions de nœuds dans un élément hexaédral [23]

Les fonctions de forme dans l'espace pour chaque nœud sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} N_1(s, t, u) &= (1-s) (1-t) (1-u) & (a) \\ N_2(s, t, u) &= s (1-t) (1-u) & (b) \\ N_3(s, t, u) &= s t (1-u) & (c) \\ N_4(s, t, u) &= (1-s) t (1-u) & (d) \\ N_5(s, t, u) &= (1-s) (1-t) u & (e) \\ N_6(s, t, u) &= s (1-t) u & (f) \\ N_7(s, t, u) &= s t u & (g) \\ N_8(s, t, u) &= (1-s) t u & (h) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Ces fonctions sont également employées pour le calcul des diverses quantités géométriques, telles que les positions, les coordonnées du point d'intégration (ip), les surfaces et les différents vecteurs. Les équations de formes sont également applicables pour les coordonnées cartésiennes, dans ce cas, elles peuvent être écrites de la manière suivante :

$$x = \sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i x_i \quad (4.17)$$

$$y = \sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i y_i \quad (4.18)$$

$$z = \sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i z_i \quad (4.19)$$

Les fonctions de forme sont aussi employées pour évaluer les dérivées partielles des termes de flux sur les surfaces de contrôle et pour chaque direction, la formule générale des différents flux est la suivante :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{ip} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{ip} \phi_n \quad (4.20)$$

Les solutions des dérivées partielles de chaque fonction de forme et pour chaque nœud doivent être présentées dans le repère cartésien, pour cela nous devons déterminer la matrice de transformation de Jacobian :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

### 4.3.2 Les gradients de pression

L'intégration du gradient de pression  $\left( -\frac{\partial P}{\partial x_i} \right)$  sur le volume de contrôle dans les équations de quantité de mouvement implique l'évaluation de l'expression suivante :

$$\left( P \Delta n_{ip} \right)_{ip} \quad (4.22)$$

Où :

$$P_{ip} = \sum_n N_n (s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) P_n \quad (4.23)$$

### 4.4 Forme générale de la propriété $\Phi$ utilisée par CFX

Pour accomplir la discrétisation du terme de convection, la variable  $\phi_{ip}$  doit être liée à chaque valeur de  $\phi$  et pour chaque nœud. La formule générale de la grandeur  $\phi$  mise en application dans CFX pour n'importe quel schéma de discrétisation est sous la forme :

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \Delta \bar{r} \quad (4.24)$$

Sachant que :

$\phi_{ip}$  : La solution de  $\Phi$  par le schéma avant (upwind).

$\nabla \phi$  : Le gradient de la grandeur  $\phi$ .

$\bar{r}$  : Le vecteur de position pour le nœud  $n$ .

$B$  : est une constante qui dépend du schéma de discrétisation.

$\beta = 0$  Utilisation du schéma avant (Upwind Differencing Scheme).

$\beta = 1$  Utilisation du schéma (Specify Blend). Dans le cas d'utilisation du schéma centré CDS (Central Difference Scheme) la formule  $\phi_{ip}$  change complètement de forme, elle est donnée

par la formule suivante :

$$\phi_{ip} = \sum_n N_n (S_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) \phi_n \quad (4.25)$$

#### 4.5 Couplage du système d'équations

Dans le but de la résolution numérique des équations régissant l'écoulement moyen, ces dernières doivent être toujours sous leur forme discrète ainsi, le système d'équations peut être écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{nbi} a_i^{nb} \phi_i = b_i \quad (4.26)$$

Où :

$\phi$  : La solution à atteindre.

$b$  : Le terme de droite.

$a$  : Est un coefficients de l'équation à résoudre.

L'indice «  $i$  » identifie le numéro du volume de contrôle ou le nœud en question et  $nb$  signifie le nœud voisin (Neighbour).

Notons que nous devons aussi prendre en considération le coefficient central de chaque volume en le multipliant par la solution de l'ènième élément.

Il est bon de noter que pour les équations scalaires telles que l'équation de l'enthalpie ou de l'énergie cinétique de turbulence, chaque  $a_i^{nb}$ ,  $\phi_i$  et  $b_i$  est un nombre singulier. En ce qui concerne le couplage en trois dimensions de l'équation de conservation de masse avec celle de quantités de mouvement, nous aurons une matrice (4 x 4).

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (4.27)$$

$$\phi_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i \quad (4.28)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i \quad (4.29)$$

#### 4.6 Solution des équations dans le module de CFX

Les méthodes classiques, utilisent des algorithmes de solution où les équations de quantité de mouvement sont d'abord résolues en estimant une valeur de pression initiale  $p$ , ensuite une équation pour la correction de la pression est obtenue. A chaque niveau d'itération les équations de transport sont résolues en utilisant les composantes de vitesses  $u$  et  $v$  résultant des itérations précédentes (Algorithme SIMPLE). Cet algorithme présente l'inconvénient de nécessiter un nombre itératif élevé pour atteindre la convergence.

Le code de calcul CFX, utilise une méthode couplée où les équations hydrodynamiques ( $u$ ,  $v$ ,  $w$  et  $p$ ) sont résolues en même temps comme une équation unique. Cette approche utilise une méthode entièrement implicite pour chaque pas de temps. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, le pas de temps se comporte comme un paramètre d'accélération pour rendre la solution une solution stationnaire convergente et plus au moins réelle.

La figure 4.4, montrée ci-dessous représente l'organigramme général du CFX. Pour la résolution de chaque ensemble d'équations, l'organigramme de calcul se compose de deux opérations numériques :

- 1- La linéarisation des équations non linéaires avant d'être insérées dans la matrice de solution.
- 2- La résolution des équations linéaires avec un procédé itératif en utilisant une méthode algébrique.

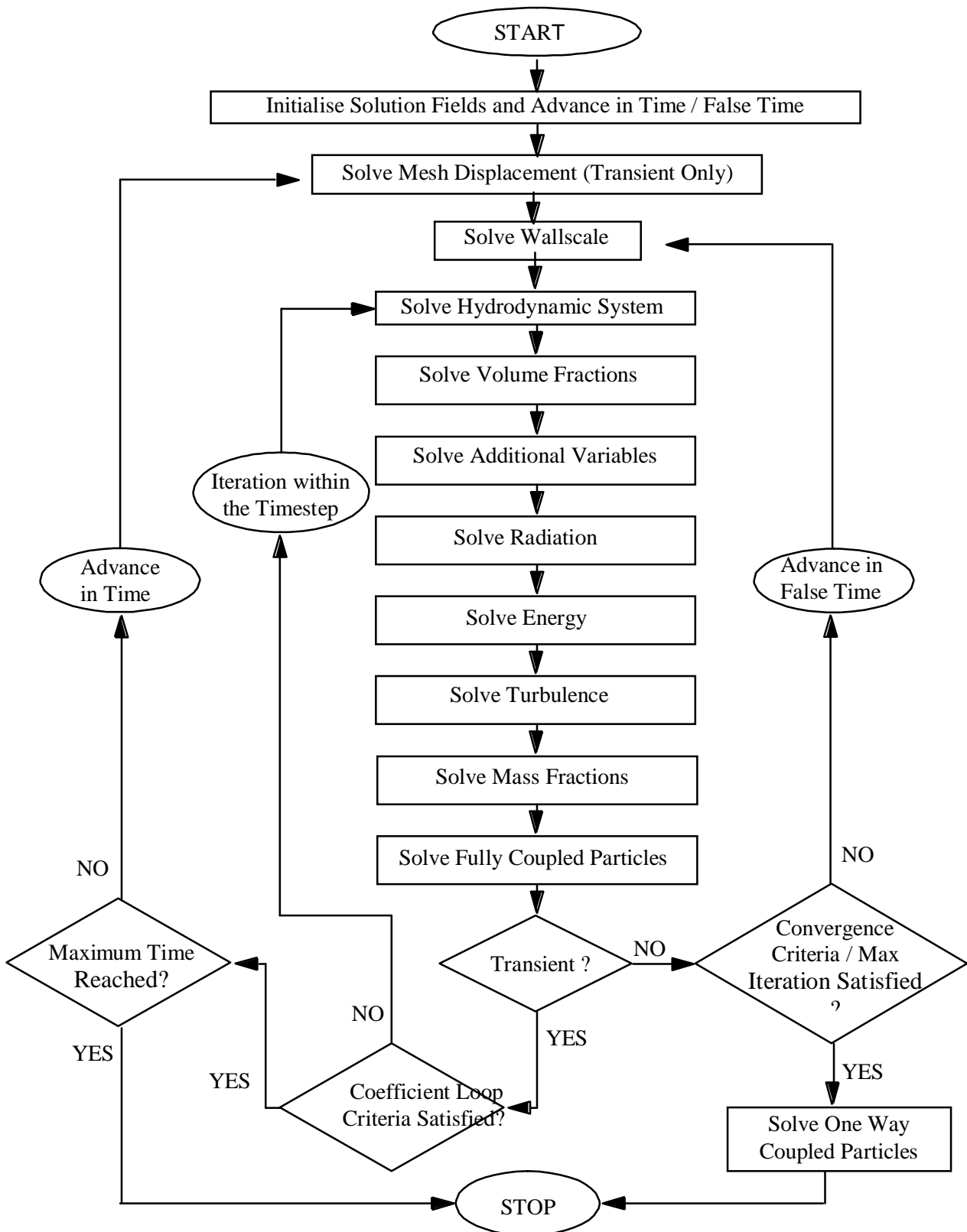


Figure 4.4- Organigramme de calcul du code ANSYS CFX [23]



**4.7 Conclusion**

Nous avons présenté dans ce chapitre la description de la méthode des volumes finis de contrôle implantée dans la plus part des codes de calcul actuels, ainsi, dans notre cas nous utilisons un code de calcul CFX , écrit en langage Fortran basé sur la méthode des volumes finis et utilisant un algorithme de couplage pression-vitesse pour la résolution itérative des équations régissant l'écoulement dans la turbomachine .

## **5. Application de logiciel ANSYS ICEM-CFX pour la pompe TE47**

### **5.1 Introduction**

Depuis quelques années, l'accroissement de la puissance des ordinateurs a permis de conduire des calculs tridimensionnels de l'écoulement en turbomachine, tout en tenant compte de l'effet de la viscosité et de turbulence. Ce progrès a fait de la modélisation numérique de l'écoulement ou CFD (Computational Fluide Dynamique), un outil de plus en plus important pour le développement et l'optimisation du dimensionnement des écoulements en turbomachines. Dans ce chapitre, on établit une méthodologie d'application pour tracer et mailler la géométrie à étudier (pompe TE 47) avec utilisation de logiciel ANSYS ICEM-CFX.

### **5.2 Dimensionnement et analyse des performances des turbomachines**

Au cours des dernières années, l'évolution conjointe des moyens informatiques et des méthodes numériques est à l'origine de grands progrès dans le dimensionnement et l'analyse des performances des turbomachines. Cependant, malgré des progrès constants et remarquables, le caractère tridimensionnel, visqueux et instationnaire de l'écoulement interne, rend le processus de conception et de prévision des performances très difficile. Ainsi, la détermination de la géométrie la mieux adaptée aux besoins de l'utilisateur reste toujours une question d'actualité. Depuis toujours, le principal souci des constructeurs est de disposer, pour la conception, de méthodes rapides, fiables et suffisamment précises.

Deux approches sont appliquées dans le cadre de la conception d'une nouvelle machine : le problème direct et le problème inverse [21].

#### **5.2.1 Problème direct (analyse)**

Le problème direct concerne l'évaluation des performances d'une machine existante. Pour une géométrie donnée, il s'agit de définir quels sont les champs de pression et de vitesse régissant les écoulements internes et, par la suite, quelles sont les performances globales.

Les constructeurs utilisent fréquemment la méthode directe pour la conception de nouvelles machines.

Copier des pompes existantes, les modifier en suivant des lois expérimentales ou tout simplement en modifiant quelques dimensions suivant des règles géométriques, rend plus facile et rapide la conception et la fabrication d'une « nouvelle » machine. Les problèmes

apparaissent quand la machine dimensionnée ne répond pas exactement aux besoins de l'utilisateur, c'est à dire lorsque la pompe n'est pas aussi performante que prévu.

### 5.2.2 Problème inverse (dimensionnement)

Dans le cadre de la conception d'une nouvelle machine, le problème inverse représente la démarche normale de dimensionnement. Elle permet au concepteur, à partir d'un cahier des charges établi, de spécifier à priori un certain nombre d'éléments des champs de vitesse et de pression. Une gamme de méthodes numériques qui va du modèle simplifié jusqu'à des modèles très avancés permet de déterminer la géométrie des profils qui peuvent réaliser ces distributions et les procédures de dimensionnement définies à partir de la combinaison des différentes méthodes analytiques et/ou empiriques.

### 5.2.3 Optimisation

Quelle que soit la démarche retenue, des difficultés subsisteront lors de la conception d'une pompe. Elles sont dues principalement aux limitations que présente chaque procédure et au nombre très élevé de degrés de liberté (paramètres géométriques) par rapport au nombre d'équations permettant de résoudre le problème.

Dans le cadre du dimensionnement utilisant une méthode directe, il est nécessaire de mettre en place une boucle itérative où la géométrie recherchée est obtenue par des améliorations successives de critères tels que : régularité de l'écoulement, stabilité des caractéristiques, optimisation des performances (hauteur, rendement, NPSH, bruit).

Lors de résolution d'un problème direct, de nombreuses difficultés surgissent, donnant lieu à de multiples questions, par exemple : quels sont ces critères ? Sont-ils des critères géométriques (de forme) ou des limites empiriques ? Quelle est la configuration de départ ?

De même qu'avec les méthodes directes, l'emploi des méthodes inverses entraîne plusieurs inconvénients. Il n'existe pas toujours un profil correspondant à toute distribution imaginable ; d'autre part, si une solution existe, elle n'est pas toujours réaliste ou structurellement stable. Cette solution peut même ne pas être unique.

Quel que soit le type de problème, direct ou inverse, résolu pour le dimensionnement et/ou l'analyse, une procédure d'optimisation est nécessaire pour garantir le succès. Différents points de vue doivent être mis en évidence avant la sélection définitive de la machine.

### 5.3 Dimensionnement de la pompe TE47

La pompe TE47 est une pompe équipée d'une roue avec couvert est d'une volute de forme circulaire qui a été confiée au laboratoire pour l'analyse de ses performances. Le cahier des charges ainsi que les principales dimensions de la roue et de la volute sont présentés dans les tableaux ci-dessous et illustrées sur les figures 5.1, 5.2. Les dimensions de la roue-volute sont obtenues par mesure directe du prototype, ces mesures sont effectuées dans le laboratoire de métrologie (Entreprise BCR).

Caractéristiques	Pompe centrifuge
$H_n$ [m]	11.15
$q_n$ [l/s]	1,52
N [tr/min]	3000
$nsq$	24.43

Tableau 5.1- Cahier des charges de la pompe

<b>POMPE TE 47</b>		
<b>Dimension</b>	<b>Valeur</b>	<b>Description</b>
<b>Roue</b>		
$D_1$ [mm]	38,9	Diamètre intérieur
$D_2$ [mm]	100	Diamètre extérieur
$d_{arb}$ [mm]	15	Diamètre de l'arbre
$d_m$ [mm]	19	Diamètre de moyeu
$R_C$ [mm]	40,5	Rayon de courbure de l'aube
$R_{min}$ [mm]	33,3	Rayon de mini aube
$R_{ref}$ [mm]	25.4	Rayon de référence de l'aube
$Z[-]$	8	Nombre de pales
$e$ [mm]	4	Epaisseur des pales
<b>Volute</b>		
$R_3$ [mm]	51.0	Rayon de la volute
$b_3$ [mm]	20.0	Largeur de la volute
$d_{refoulement}$ [mm]	18	Diamètre de refoulement
$d_{aspiration}$ [mm]	33	Diamètre d'aspiration

Tableau 5.2- Caractéristiques géométriques de la pompe TE47

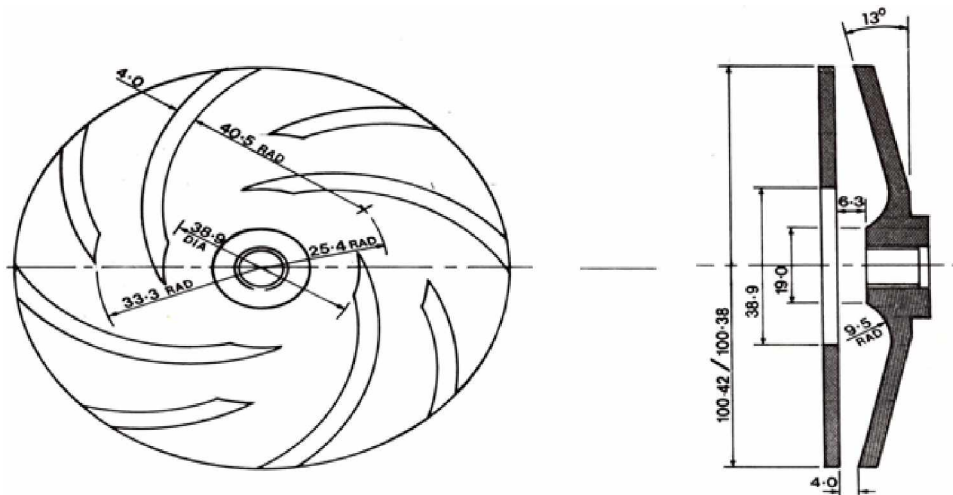


Figure 5.1- Roue de la pompe TE47

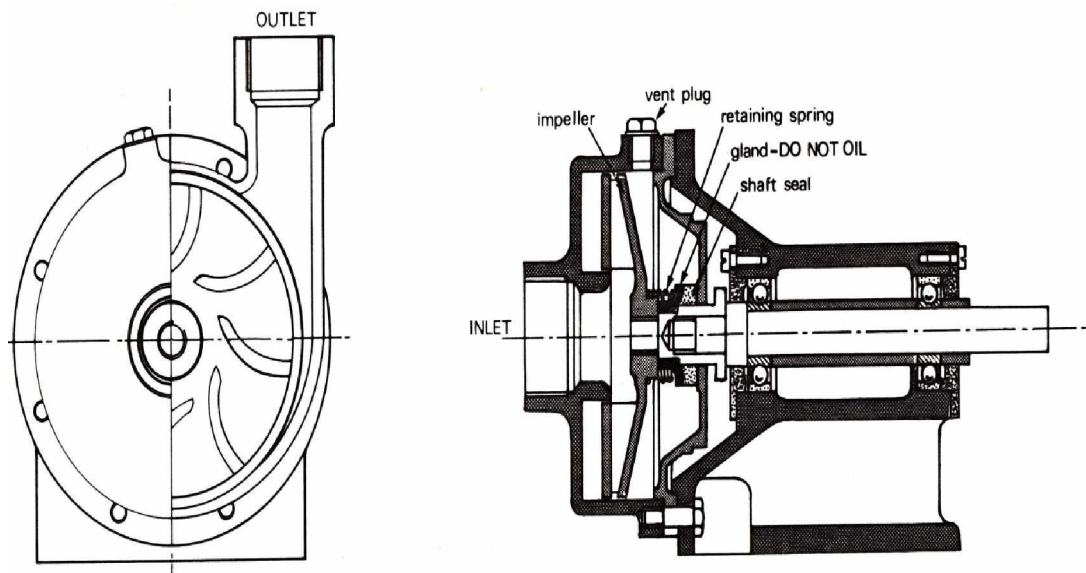


Figure 5.2- Coupe roue- volute de la pompe TE47

#### 5. 4 Présentation d'ANSYS ICEM-CFX

La démarche de dimensionnement proposée dans le présent travail doit être conclue par l'analyse 3D de l'écoulement. Pour accomplir cette tâche nous avons retenu l'ensemble des outils de CFD de la société ANSYS, présenté sur le tableau 5. 3. Pour plus d'informations concernant les possibilités techniques de chaque code, on pourra se référer aux notices et manuels respectifs [23].

Logiciel	Caractéristique
ANSYS ICEM-CFD/geomtry	ICEM a été conçu pour faciliter les tâches de génération en apportant au concepteur un grand éventail d'options pour tous les types de configurations : axiales, radiales ou mixtes.
ANSYS ICME-CFD/mesh	Générateur de maillages structurés, compatible avec ANSYS CFX
ANSYS CFX	Logiciel pour la simulation des écoulements dans des configurations plus ou moins complexes, il apporte au concepteur un outil robuste et précis pour l'analyse des écoulements internes. En incorporant modèles et schémas numériques très performants il est possible de traiter des problèmes complexes, comme par exemple la cavitation ou l'écoulement diphasique.

Tableau 5.3- Caractéristique de logiciel ANSYS ICEM et ANSYS CFX

### 5.5 Plate-forme de la simulation numérique

On présente sur la figure 5.3 les différentes étapes franchies lors de la simulation tridimensionnelle de la pompe TE47.

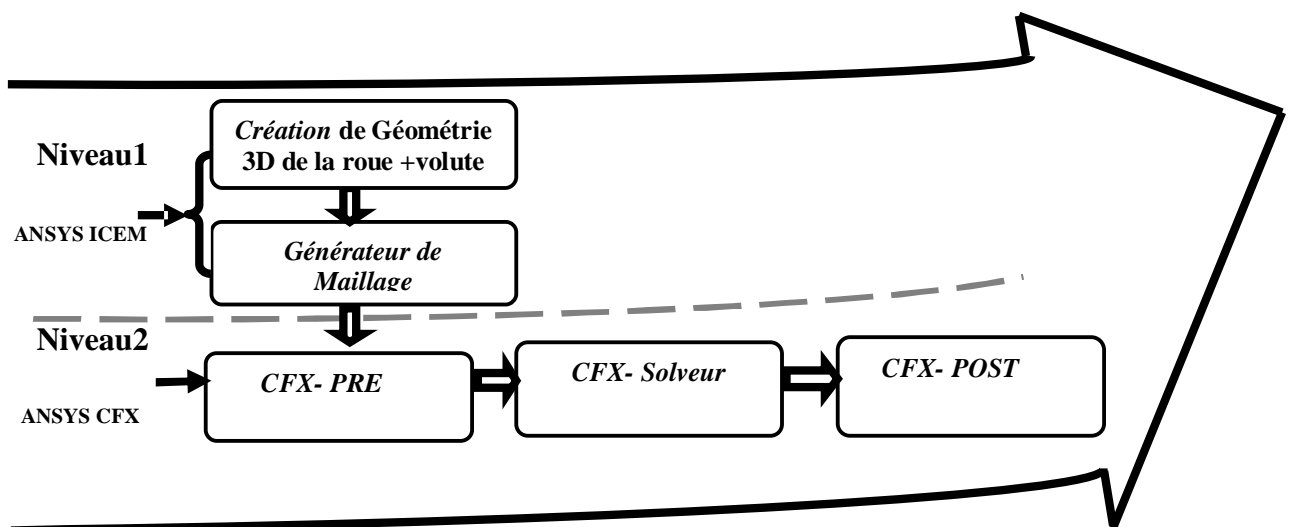


Figure 5.3- Plateforme de la simulation numérique

#### 5.5.1 Création de la géométrie

Nous présentons la méthodologie qui permette de définir la géométrie complète de la roue et de la volute dans le tableau 5.4, on utilise le logiciel ANSYS ICEM, l'un des avantages de ce logiciel est sa simplicité ainsi que sa robustesse envers la réalisation des géométries les plus complexes. On trace les géométries de la roue et de la volute dans le logiciel, en

Passons par la création des points, lignes, courbes et surfaces par les différentes icônes proposés dans la figure 5.4, ensuite avec la commande «built topology» on assure que le domaine d'étude est bien définie.

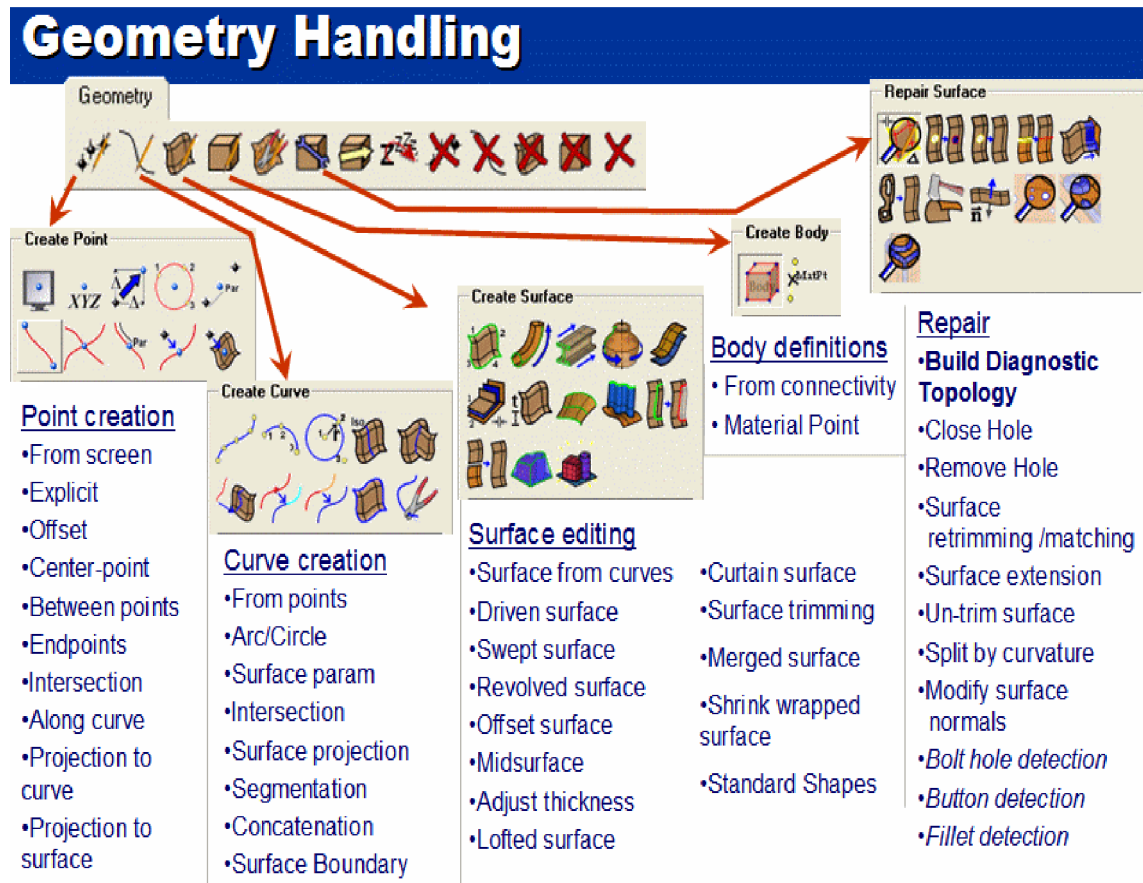


Figure 5.4- Les outils utilisant pour une configuration géométrique (ANSYS ICEM )



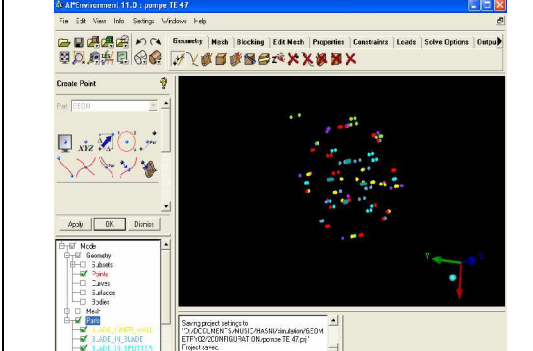
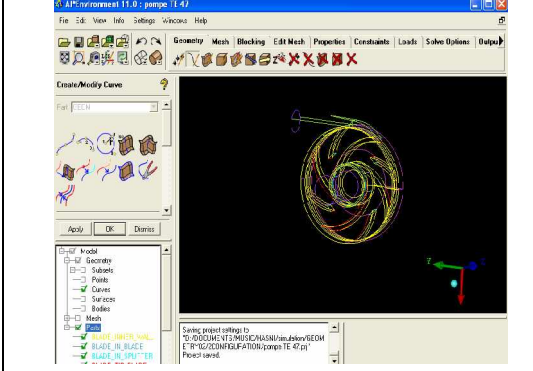
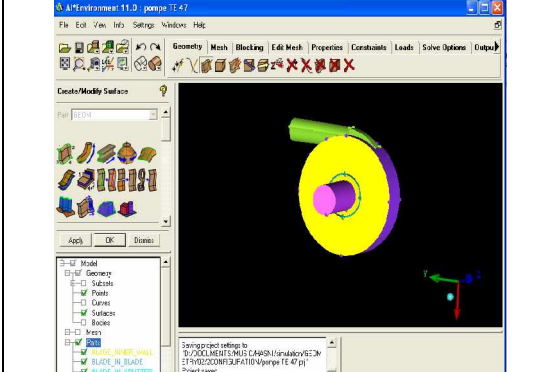
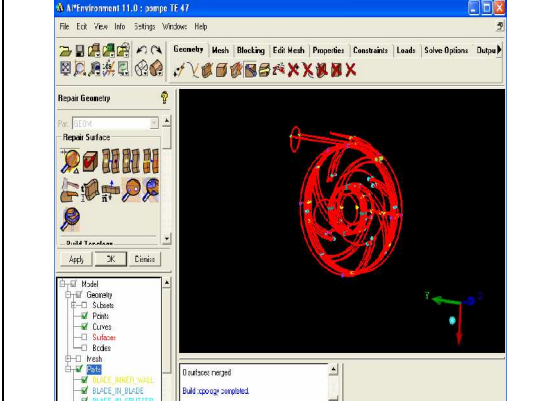
ANSYS ICEM/Geometry	Génération de géométrie
	<p>Etape 01 : création des points limitant la roue et la volute de la pompe, on utilise la commande « create point ».</p>
	<p>Etape 02 : générer les lignes limitant la roue et la volute de la pompe, on utilise la commande «create curve», en raccordons les points qui sont générés au première étape et pour l'effacement les points et les lignes, on utilise les commandes «delete point» et «delete curve»,</p>
	<p>Etape 03 : on utilise la commande «create surface » pour générer les surface de la roue et la volute de la pompe avec le choix de tolérance (cas étudiée est 0 .001).</p>
	<p>Etape 04 : l'utilisation de la commande «built topology». affirme que la géométrie est bien définie pour une tolérance 0.001.</p>

Tableau 5.4- Les étapes utilisé d'une configuration géométrique avec ANSYS ICEM

Les vues tridimensionnelles de la roue, de la volute et de l'ensemble sont présentées sur la figure 5.5 et 5.6

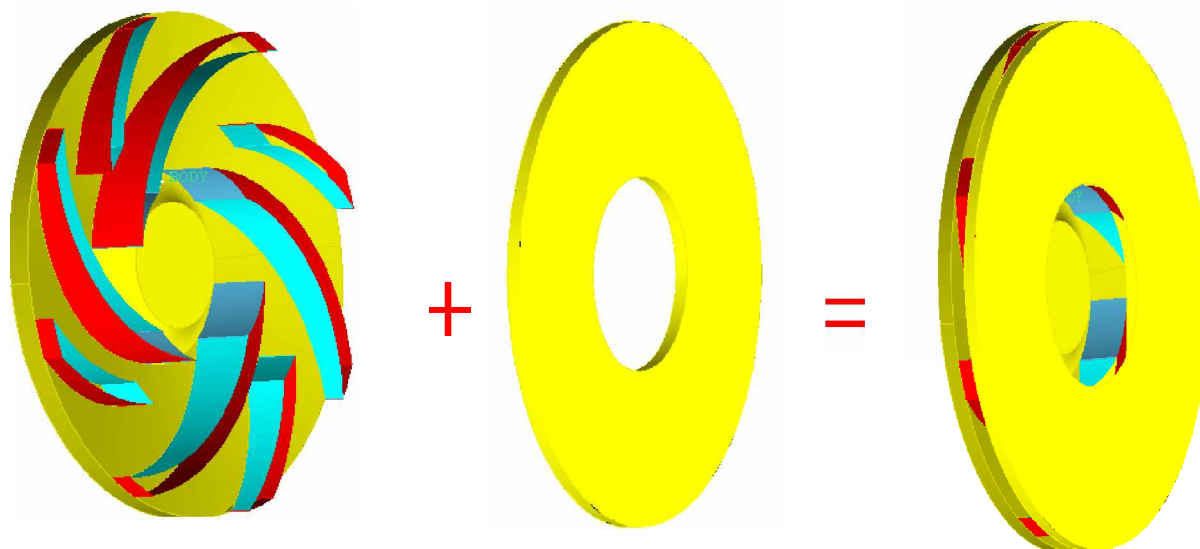


Figure 5.5- Vue 3D roue + couvert de la roue

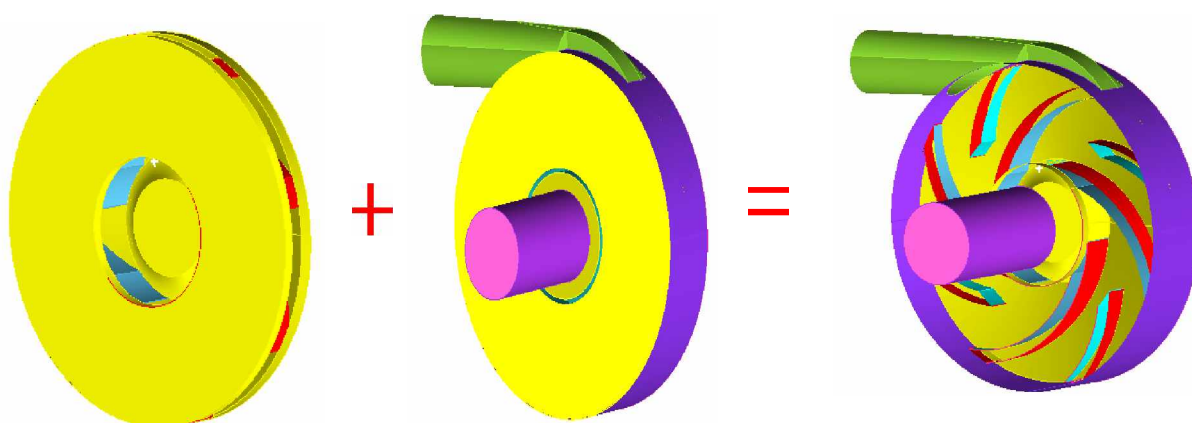


Figure 5.6- Vue 3D de la pompe TE47 (roue + volute)

## 6. Résultats et discussions

### 6.1. Introduction

Dans ce chapitre, on présente des résultats de la simulation numérique effectuée grâce au logiciel de calcul ANSYS CFX. Les simulations évoquées déterminent la performance de la pompe TE 47 présenté au chapitre 5. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux du chapitre 2, cette comparaison montre le lien étroit entre la simulation numérique et l'expérience. La seconde partie de cette étude permet d'offrir une image virtuelle de cet écoulement de fluide tout au long de son passage à l'intérieur de la roue et la volute, permettant ainsi l'étude et la compréhension des phénomènes complexes.

### 6.2. Pompe TE47

Sur la figure 6.1, on présente une vue tridimensionnelle d'une pompe centrifuge de type TE47, ayant une vitesse spécifique ( $nsq$ ) égale à 24,43 et un débit nominal 1.52 (l/s) à la vitesse de rotation 3000 (tr/mn). Cette pompe représente un cas adapté pour tester la méthode 3D décrite dans le paragraphe (3.6).

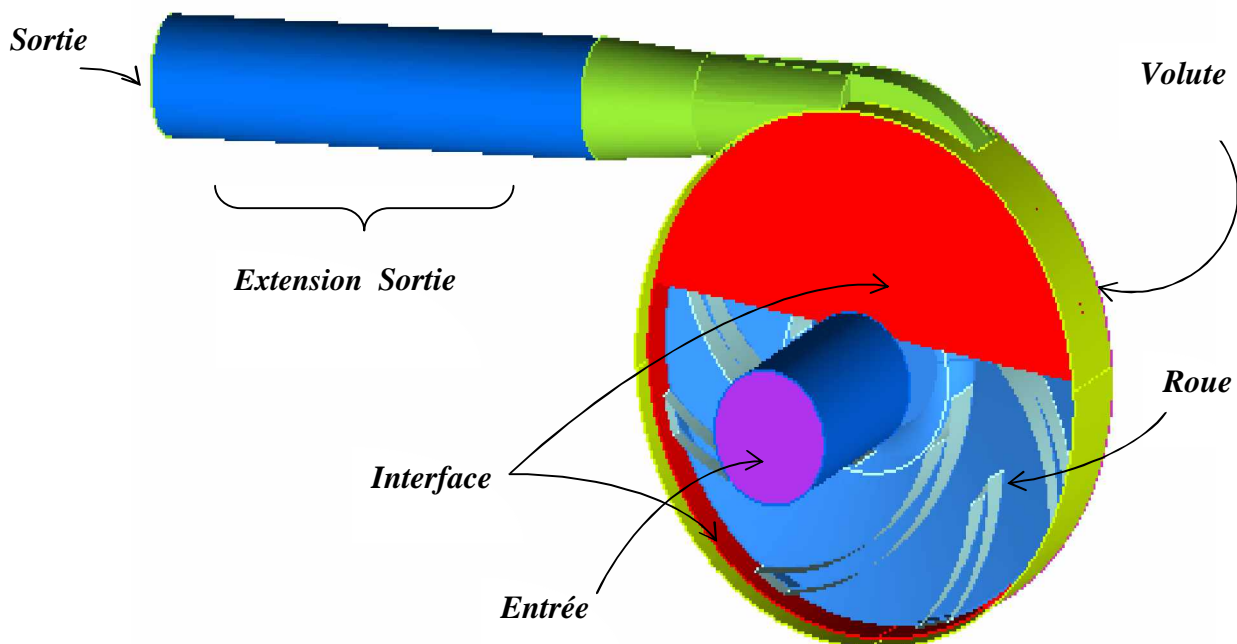


Figure 6.1- Définition du domaine de calcul de la Pompe TE4

### 6.3 Définition physique du domaine de calcul

#### 6.3.1 Couplage (interface)

L'étape suivante est la génération du maillage de la pompe correspond à l'accouplement des deux composants. Ce couplage est réalisé également sous module CFX Pre. Il est présenté sur la figure 6.1, où on remarque l'interface entre la roue et la volute qui est la conséquence du changement du repère de référence (repère mobile pour la roue et repère fixe pour la volute), l'interaction roue-volute peut être prise en compte selon trois approches différentes :

- a- Interface STAGE
- b- Interface FROZEN-ROTOR
- c- Interface INSTATIONNAIRE.

##### **a- Interface STAGE. Calcul Stationnaire**

Dans ce type de connexion, les canaux inter aubages sont résolus simultanément, en effectuant une moyenne circonférentielle au niveau de l'interface. Ce modèle permet d'obtenir une solution stationnaire pour chaque composante de la machine, sans prendre en compte les effets produits par le positionnement relatif entre les composantes.

##### **b- Interface Frozen-Rotor. Calcul pseudo-instationnaire**

Dans cette approche, le positionnement relatif entre les composants tournant et fixe est pris en compte. Le calcul est effectué à une position relative donnée. On fait ensuite varier pas à pas cette position pour un calcul pseudo-instationnaire.

##### **c- Interface Instationnaire (Sliding). Calcul Instationnaire**

C'est l'interface utilisée pour une véritable prédiction instationnaire de l'interaction entre le rotor et le stator. Dans cette approche, la position de l'interface est actualisée pour chaque pas de temps : la position relative de chaque maillage change.

Le principal inconvénient de cette méthode concerne les ressources informatiques. Son application prend un temps de simulation très élevé et nécessite de grands espaces en mémoire pour le stockage des résultats générés.

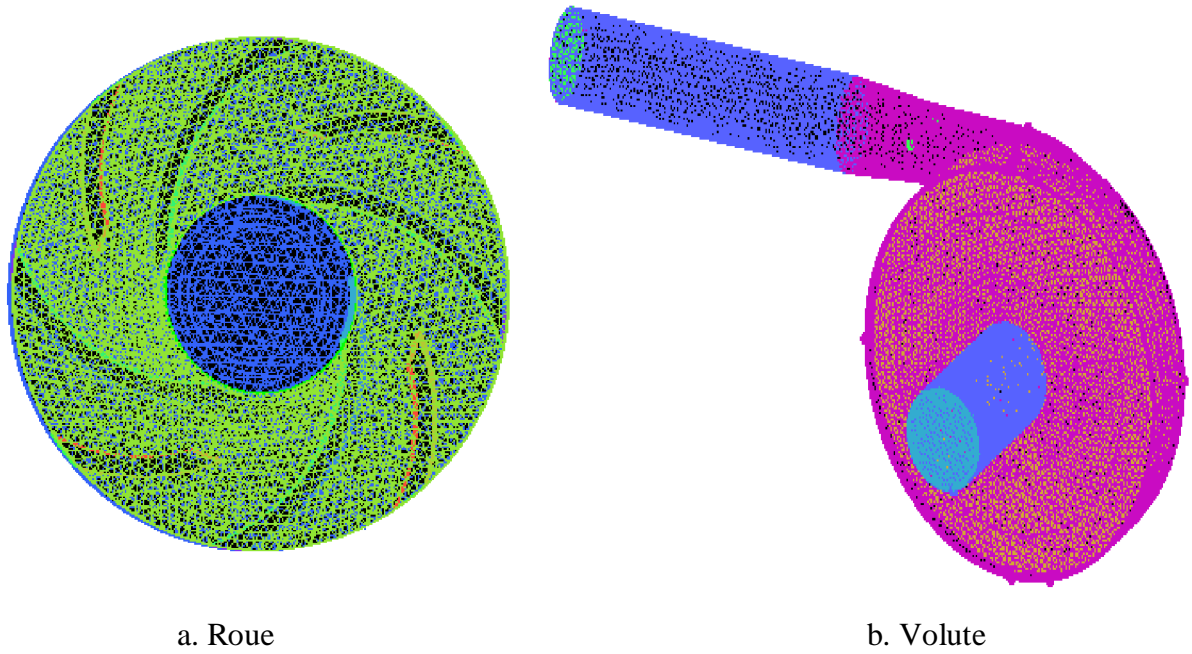
### 6.3 .2 Domaine de calcul

Le domaine de calcul est défini à l'aide du module CFX-Pre du code de calcul ANSYS CFX; tout d'abord on définit le fluide qui est un fluide incompressible (eau) ; le régime est stationnaire, le modèle de turbulence est celui de  $RNG k - \epsilon$ , interface de type Frozen-Rotor a été choisie [21], il reste à déterminer les conditions aux limites à chaque section entourant le domaine de calcul. Ainsi, pour toutes les simulations, les conditions aux limites sont les suivantes :

- Ø L'entrée : pression totale (1atm), le régime est subsonique,
- Ø La sortie : le régime est subsonique et le débit massique est imposé,
- Ø Les parois : lisses et adiabatiques,
- Ø Pour le Solver : on définit un schéma de diffusion de haute précision et un résidu moyen de fin d'itération de  $10^{-4}$ . La méthode des volumes finis, combinée à un algorithme de couplage Pression-Vitesse est utilisée comme méthode numérique pour la résolution des équations moyennées de Reynolds.

### 6.4 Validation de maillage

La présentation des résultats commence par la discussion de l'influence du maillage sur les résultats obtenus (figure 6.3). A cet effet, on présente la variation de hauteur pour les trois maillages utilisés, afin de montrer l'influence du raffinement de ce dernier sur les résultats. Plus la taille de la maille est petite, plus le temps de calcul est long, il y a un moment où le gain en précision n'est plus appréciable par rapport au temps de calcul. Il faut aussi prendre garde à ce que la taille de la maille ne soit pas inférieure à la taille de la sous-couche visqueuse qui est de l'ordre de quelques  $\mu\text{m}$ . Pour la suite, on considèrera un maillage de 452053 éléments qui correspond le mieux pour un équilibre entre la précision et le temps de calcul par rapport à d'autre maillage (344030,724846).



a. Roue

b. Volute

Figure 6.2- Maillage de calcul pour a. 222789 et b. 229264 éléments.

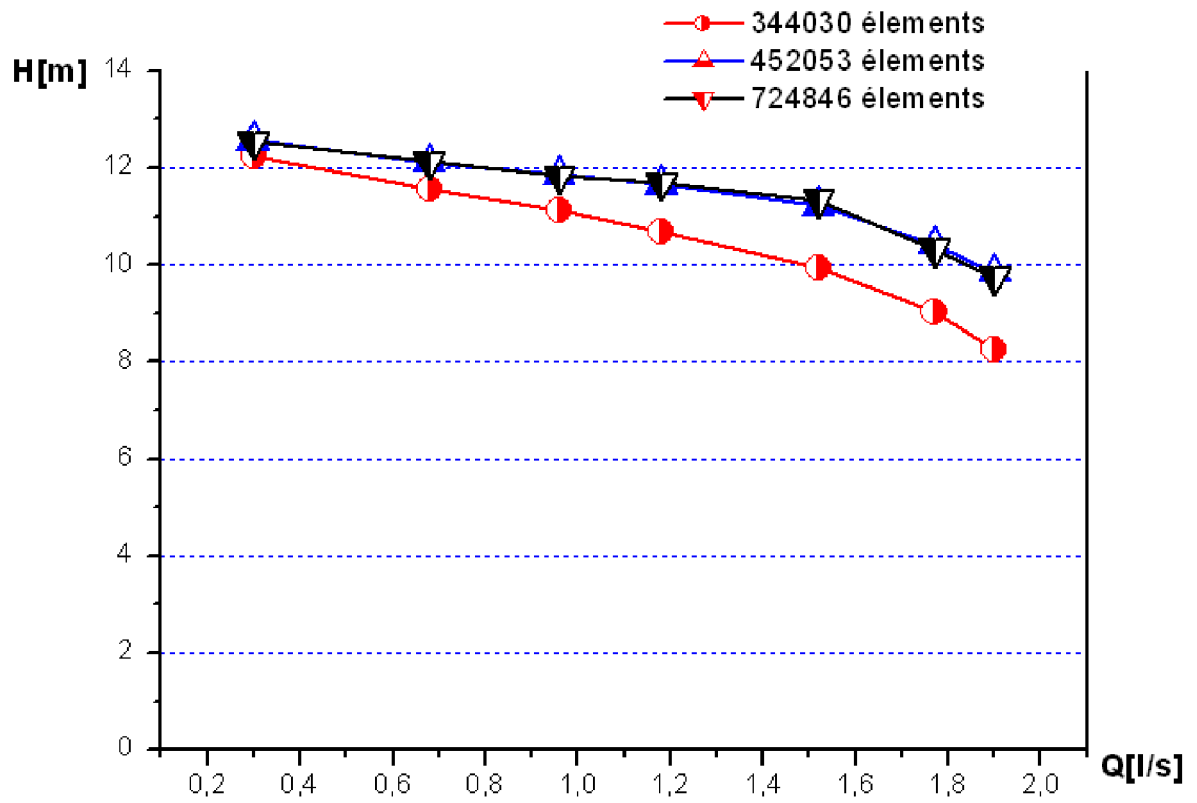


Figure 6.3- Influence de la taille de maillage. Courbes hauteur-débit.

## 6.5 Evaluation des modèles de turbulence

En principe, les équations de Navier-Stokes décrivent le comportement de tous les types d'écoulements, qu'ils soient laminaires ou turbulents. Déjà discutée dans le chapitre 3, la simulation directe de toutes les échelles de turbulence ne représente pas, de nos jours, une solution envisageable. C'est ainsi que le concept d'équations moyennées a été introduit, permettant de décrire l'écoulement moyen sans avoir besoin de résoudre les fluctuations turbulentes. Toutes les échelles de turbulence sont modélisées. Cette approche introduit des termes supplémentaires (contraintes de Reynolds) qui sont à l'origine du problème d'indétermination : le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations disponibles. La fermeture du système est atteinte en introduisant les équations additionnelles qui modélisent la turbulence : l'énergie cinétique ou le taux de dissipation turbulente. Ces variables constitueront le lien entre les variables moyennées et les contraintes de Reynolds. En conséquence, tout calcul de simulation numérique demande d'effectuer le choix du modèle de turbulence. Parmi les modèles de turbulence testés, disponibles sur ANSYS CFX sont :

- Modèle k- $\epsilon$  (standard),
- Modèle k- $\omega$  (standard),
- Modèle RNG k- $\epsilon$ .

L'étude a été réalisée sur la pompe TE47 en utilisant le maillage à 452053, pour un résidu inférieur ou égal à  $10^{-4}$ . Les conditions aux limites sont les suivantes :

Condition à l'entrée : pression totale atmosphérique,

Condition à la sortie : débit massique nominal (1,52 kg/s).

En prenant comme référence la valeur de la hauteur obtenue à partir des mesures expérimentales  $H=11,15\text{m}$ , on présente sur la figure 6.4 l'écart relatif obtenu par les trois modèles de turbulence. Cet écart n'excède pas 4.69%, validant ainsi le comportement des modèles du point de vue des performances globales.

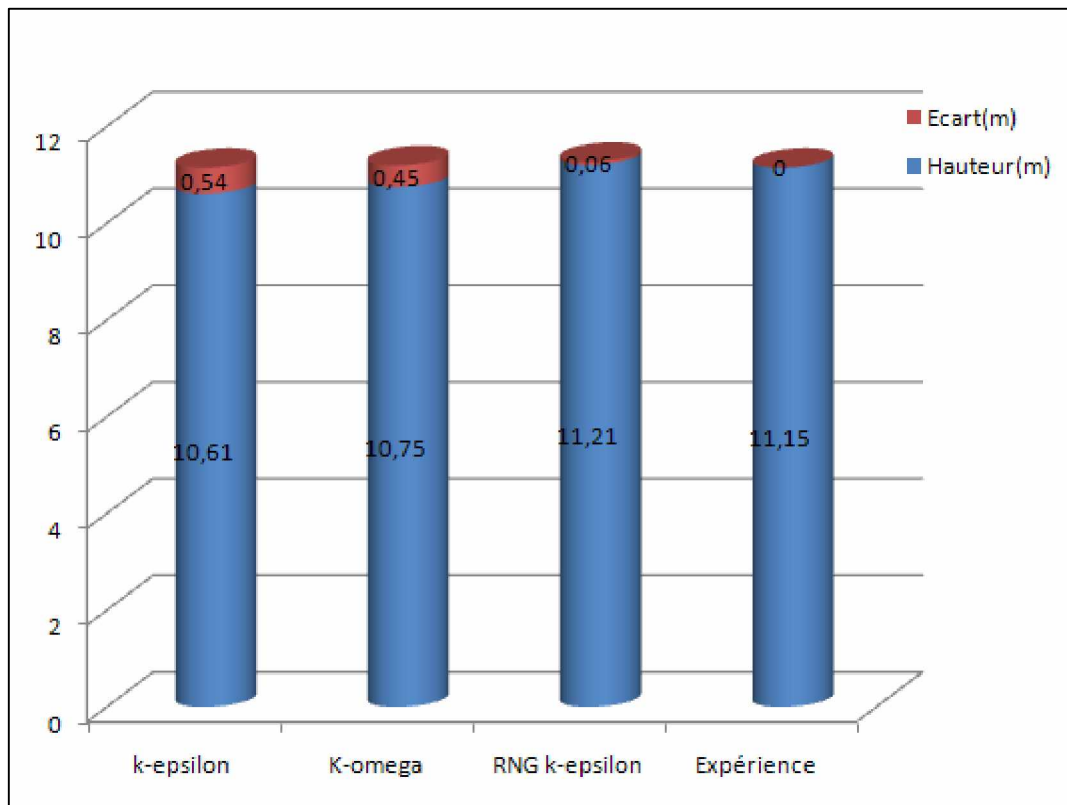


Figure 6.4- Influence du modèle de turbulence sur la hauteur de la pompe TE47.

Les résultats obtenus avec le modèle *RNG k-epsilon* sont plus proche aux valeurs expérimentales par rapport aux modèles standard (*k-epsilon* et *k-oméga*) on conclut que le modèle *RNG k-epsilon* présente une meilleure compréhension de l'écoulement à l'intérieur de la machine, est parfaitement adapté à la modélisation de la turbulence dans les turbomachines.

## 6.6 Exploitation des résultats

Les Figures 6.5 et 6.6, présentent les caractéristiques hauteur-débit obtenues à partir de logiciel ANSYS CFX et sur la même figure on présente également les valeurs expérimentales, les résultats obtenus sont très satisfaisants malgré l'écart moyen entre les deux courbes expérimentales et numériques.



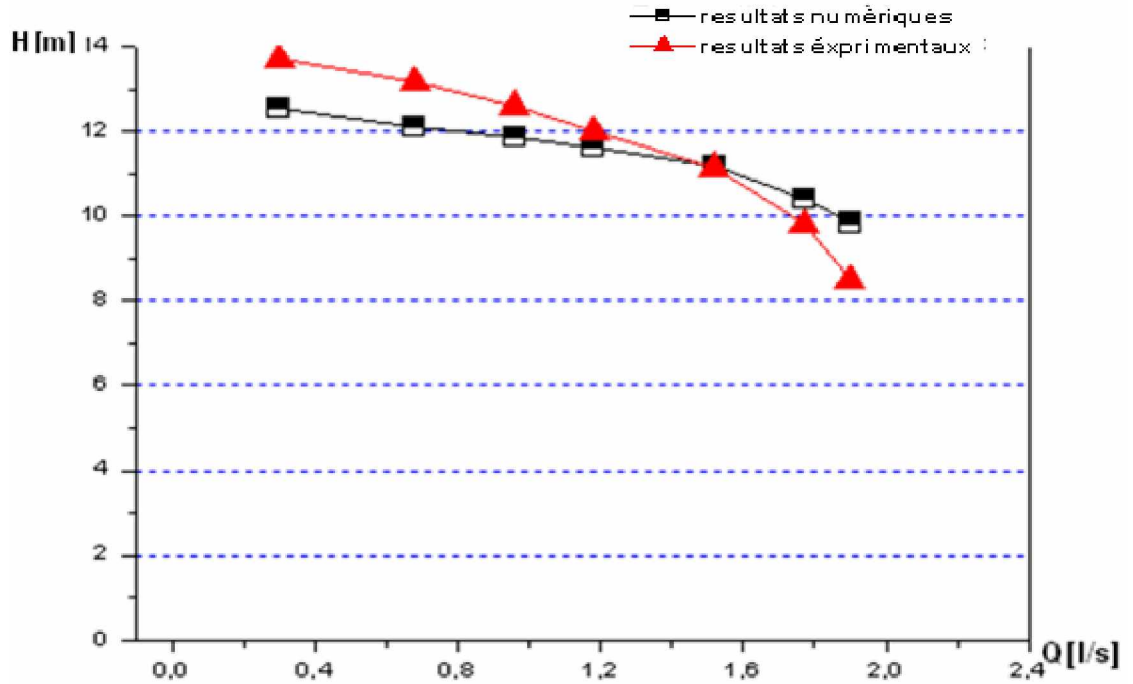


Figure 6.5- Caractéristiques hauteur-débit PompeTE47 pour  $n_1 = 3000$ (tr /mn). Résultats Comparatifs entre la simulation et expérimental.

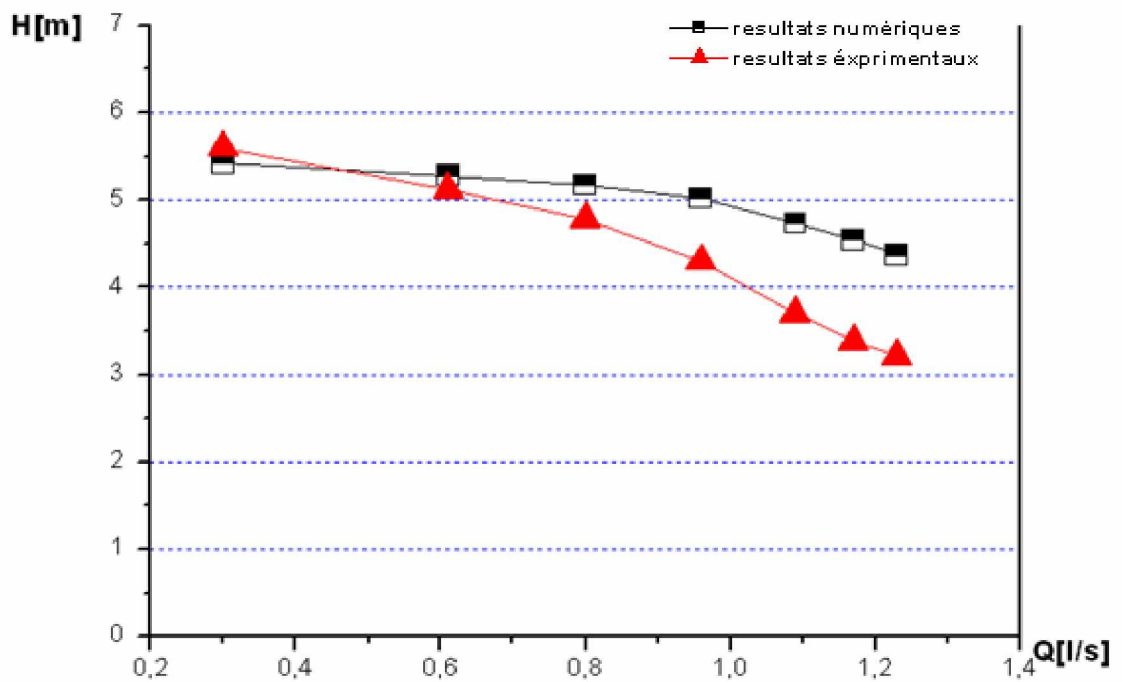


Figure 6.6- Caractéristiques hauteur-débit PompeTE47 pour  $n_2 = 2000$ (tr /mn). Résultats Comparatifs entre la simulation et expérimental.

Dans la première configuration, la vitesse de rotation est à 3000 (*tr/mn*), les résultats du calcul numérique sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux, l'allure parabolique de  $H(Q)$  est sensiblement la même. Dans la deuxième la vitesse de rotation est à 2000 (*tr/mn*) on constate les mêmes remarques que précédemment, en ce qui concerne l'allure entre les deux courbes. Par ailleurs, les deux configurations montrent que le domaine de calcul 3D de la pompe TE47 est capable d'exprimer la variation de la hauteur en fonction de la vitesse de rotation.

Il en résulte de cette comparaison, au débit nominal ( $Q=1.52$  l/s) que la hauteur d'élévation estimée par ANSYS CFX est plus proche que la valeur expérimentale, l'écart est de 0,53%, sachant que la validité de la plus part des codes de calcul sont vérifiés pour un débit nominal, par contre au débit maximal ( $Q = 1.9$  l/s) et au débit réduit ( $Q=0.3$  l/s) on constate qu'il y a une différence plus significative, l'écart moyen est de 8,24 %. Contrairement aux mesures les pertes dues aux frottements à l'intérieur de la machine sont grandes au débit maximal et qui devraient se réduire à faible débit, confirme les résultats proches enregistrés à ( $Q=0.3$  l/s). Or, le calcul numérique de la simulation peut être sensible à l'écart de la géométrie, l'origine de recirculation de l'écoulement, à l'interface utilisé. Il peut dépendre aussi, des conditions aux limites, conditions initiales, modèles de turbulence et du maillage adopté.

## 6.7 Analyse des écoulements internes

L'observation de façon expérimentale des écoulements internes peut être envisagée aujourd'hui mais les coûts et la mise au point de ces outils n'est pas rentable au stade de la conception et de l'optimisation des machines. Un des avantages de la simulation des écoulements, est d'offrir une image virtuelle de cet écoulement de fluide tout au long de son passage à l'intérieur de la machine, permettant ainsi l'étude et la compréhension des phénomènes complexes.

Dans le cas d'une pompe centrifuge à volute, sur un plan perpendiculaire à l'axe de rotation qui coupe la roue au milieu du bord de fuite (figure 6.7), nous présentons le champ d'écoulement en trois points de fonctionnement : débit nominal ( $Q=1.52$  l/s), débit maximal ( $1.9$  l/s) et débit réduit à ( $Q=0.68$ ) pour la pompe TE47.

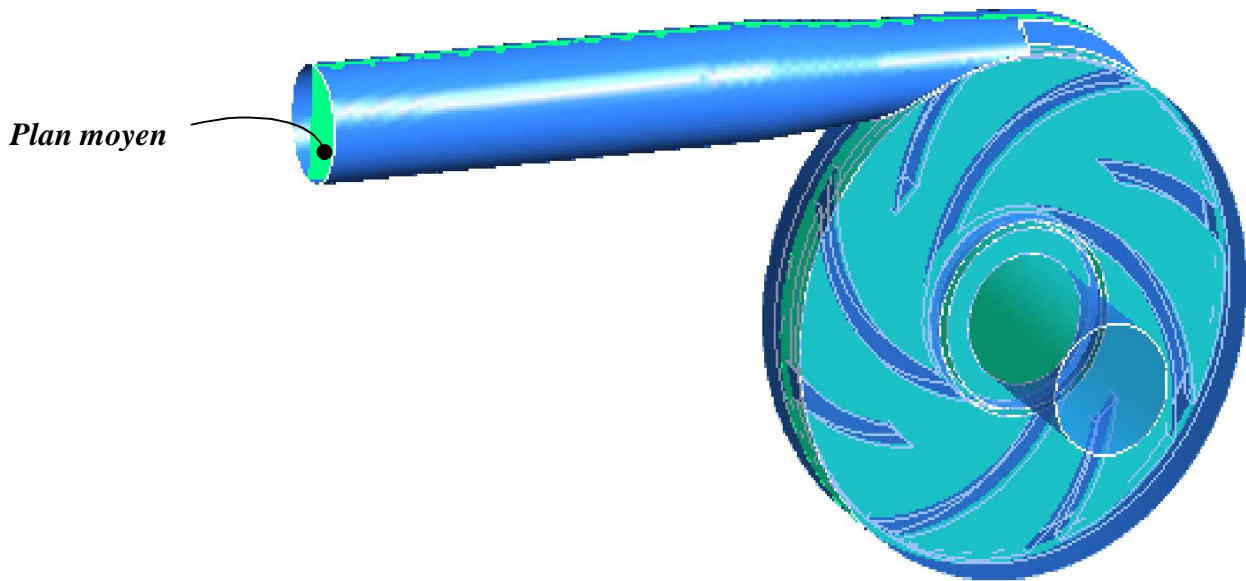
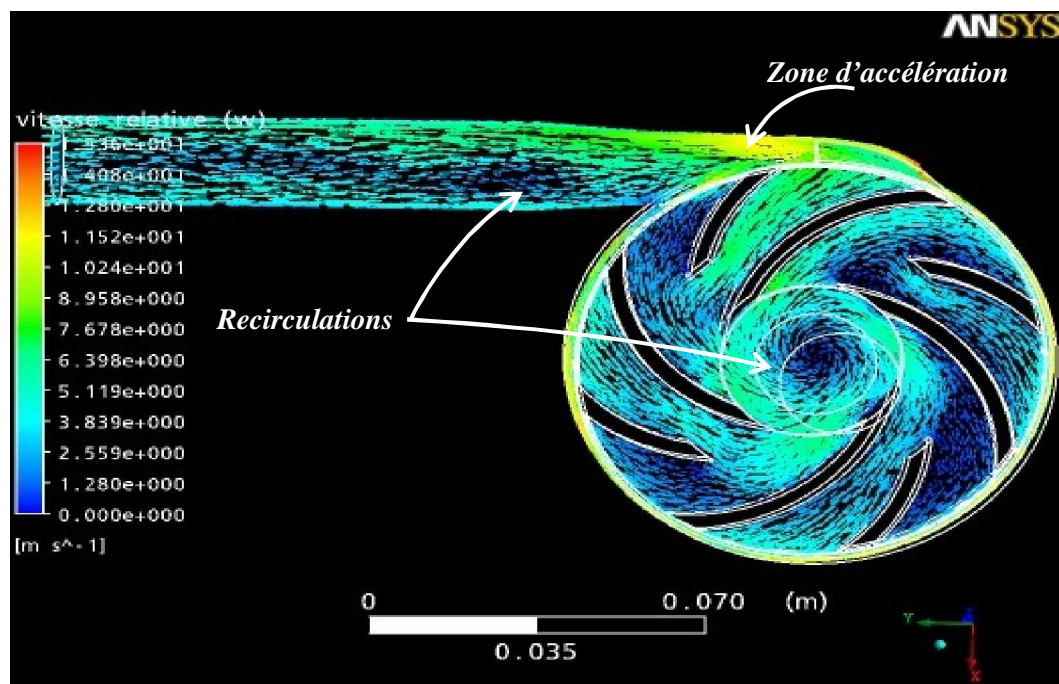


Figure 6.7- Plan moyen d'étude. Pompe TE47

### 6.7.1 Champ de vitesse dans la pompe

Les figures 6.8.a, b, et c on présente les camps de vecteurs vitesses relatives dans la roue et vitesses absolues dans la volute, pour les trois points de fonctionnement. Des vitesses uniformes dans la roue sont observées quelle que soit le débit. De même, bien que la volute présente un bon guidage de l'écoulement, on remarque l'apparition d'une forte zone de recirculation au niveau du divergeant de sortie. Ce comportement est observé pour le débit nominal et pour le débit partiel.

Figure 6.8.a- Vecteurs vitesse pompe TE47 ( $Q_n = 1,52l/s$ ).

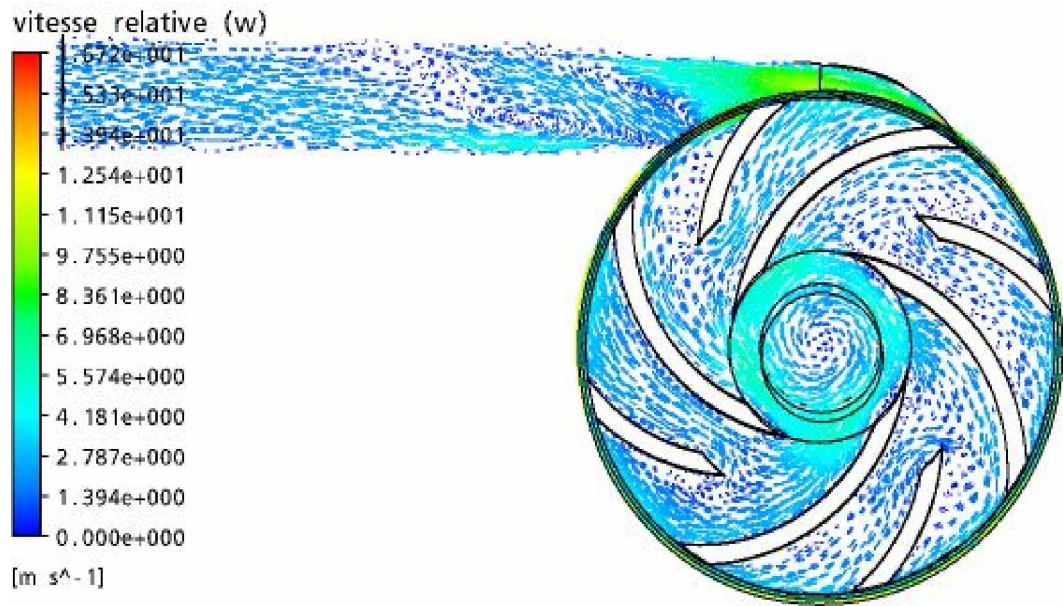


Figure 6.8.b- Vecteurs vitesse pompe TE47 ( $Q=0$ , 68l/s)

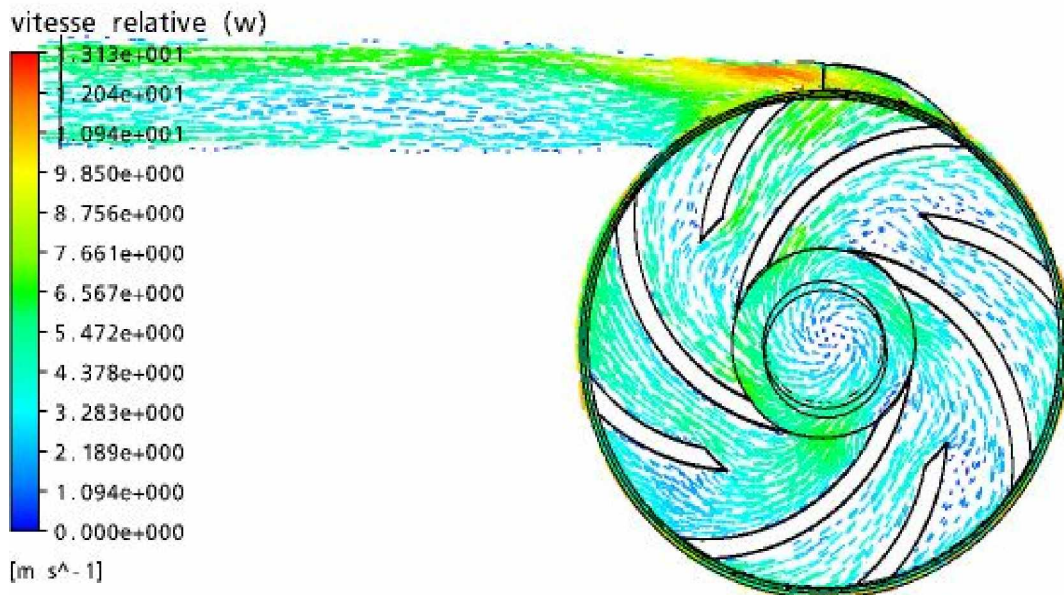


Figure 6.8.c- Vecteurs vitesse pompe TE47 (et  $Q=1,9$ l/s)

-Avec la représentation des lignes iso-vitesse (figures 6.9a, b et c), cette différence de comportement est mieux perçue.

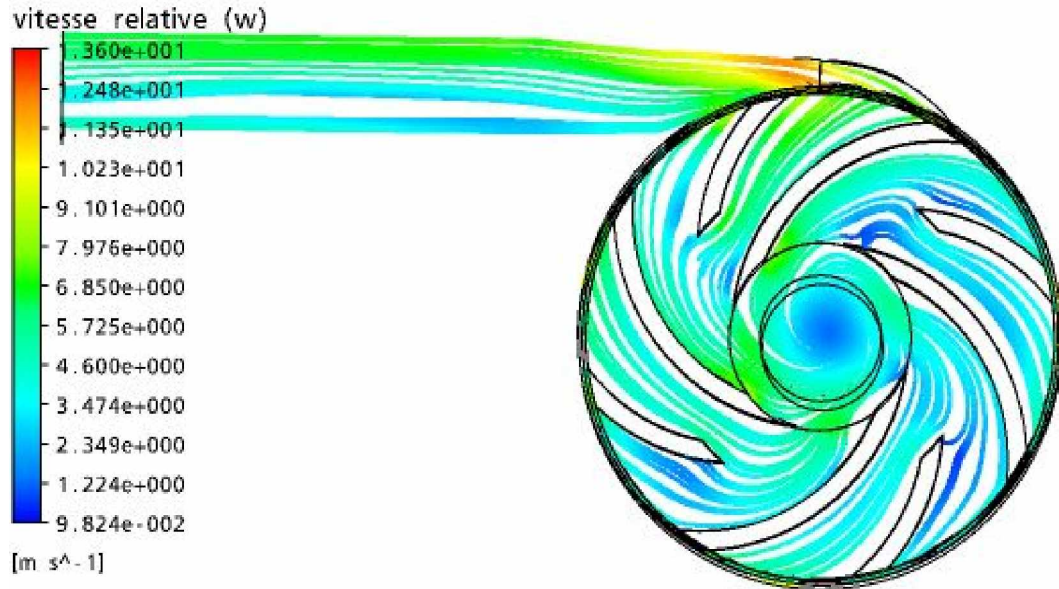


Figure 6.9.a- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q=1,9\text{l/s}$ ).

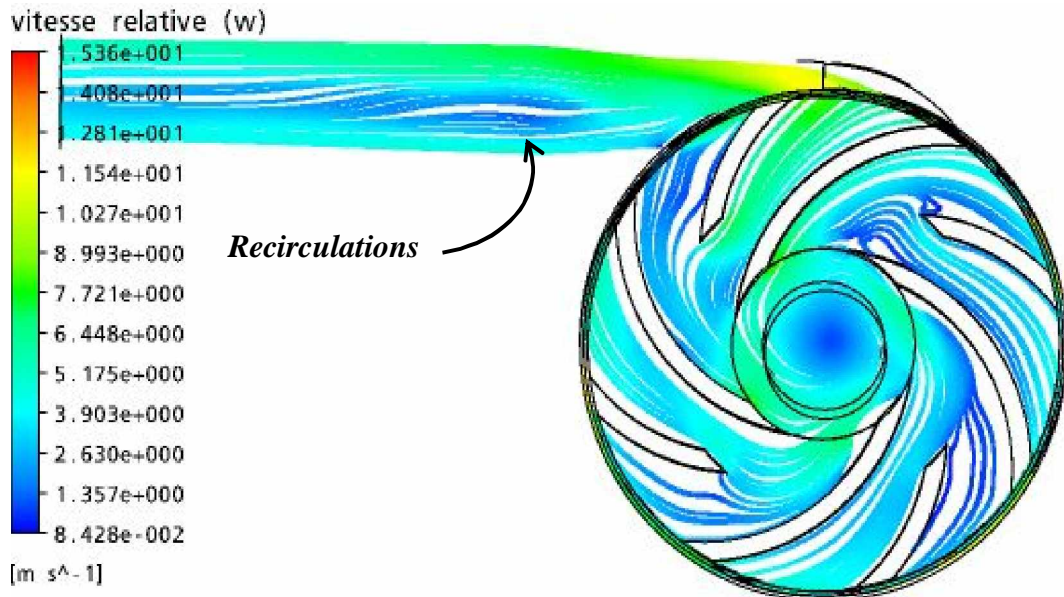


Figure 6.9.b- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q_n=1,52\text{l/s}$ ).

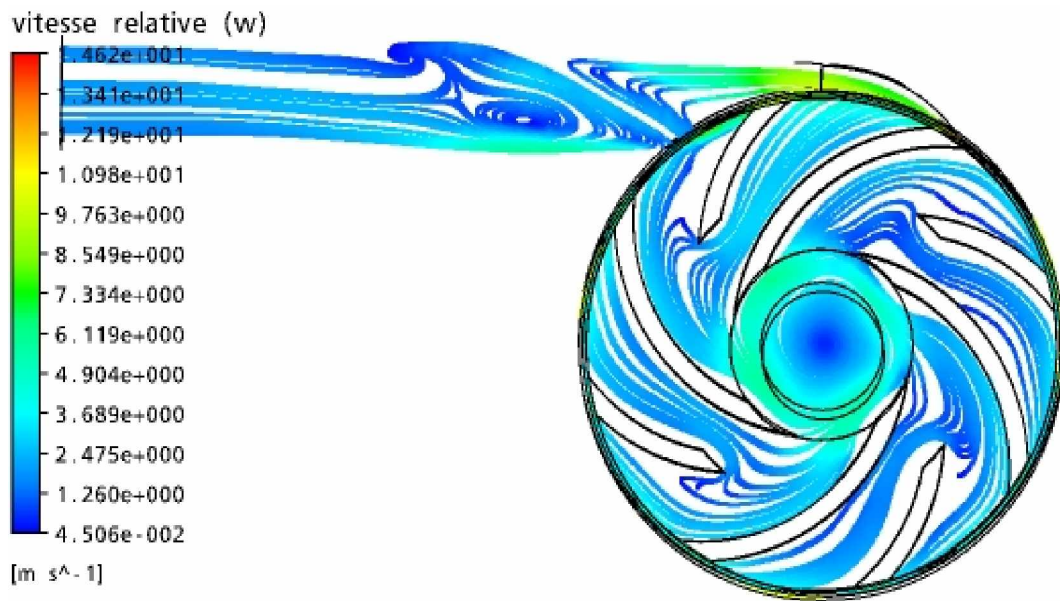


Figure 6.9.c- Iso-vitesse pompe TE47 ( $Q=0.68l/s$ ).

### 6.7.1.1 Evolution en fonction du débit

Les champs de vitesse relative illustrée dans les figures ci-dessus, montrent l'évolution de la structure de l'écoulement aux différents points de fonctionnement. La vitesse relative est présentée comme contour d'iso-vitesse sur un plans moyen (plan XY,  $z = 0.01m$ ). L'examen des résultats au débit maximal ( $Q=1.9 l/s$ ) et au débit nominal montre que le fluide est mieux canalisé dans la roue et la volute. Par contre, des variations plus importantes sont observer au débit partiel ( $Q=0,68 l/s$ ) où la structure de l'écoulement devient chaotique et forme deux fortes zones de recirculation à l'entrée et à la sortie de la pompe.

#### 6.7.1.1.2 Evolution en fonction de vitesse de rotation

Le fait remarquable de ces deux configurations simulés pour ( $n_1=3000 tr/mn$  et  $n_2=2000 tr/mn$ ) avec le même débit  $Q= 0,68 l/s$ , on remarque que l'écoulement dans la roue est plus prononcée à la vitesse de rotation  $n_1$  par rapport à la vitesse de rotation  $n_2$ . Il faut noter que la vitesse de déplacement du fluide est du même ordre de grandeur que la vitesse de rotation de la roue (figure 6.10).

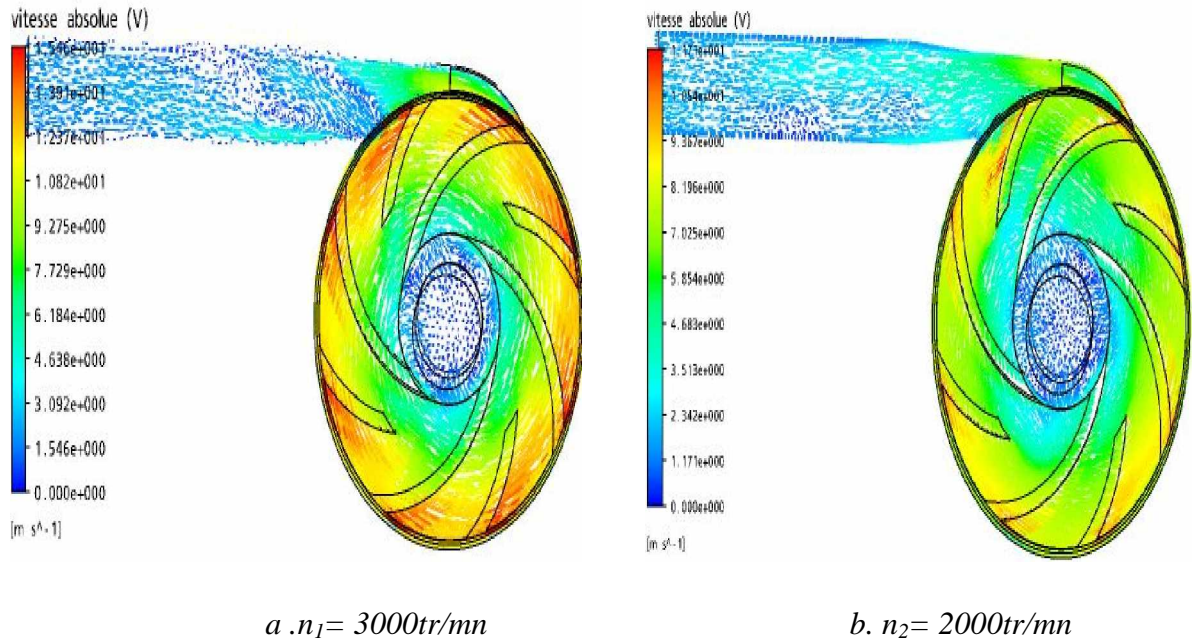


Figure 6.10- Vecteurs vitesses absolues à deux vitesses de rotation pour  $n_1$  et  $n_2$ .

### 6.7.2 Evolution de pressions statique dans la pompe

Les figures 6.11a,b et c, montre la distribution de pression statique dans le plan d'étude. La distribution de pression relativement uniforme est obtenue autour de la roue, par contre l'interaction entre la roue et la volute est mise en évidence par une distribution de pression non-uniforme à la sortie du divergent de la volute. Les figures montrent aussi, l'influence du débit sur la cinématique générale de l'écoulement.

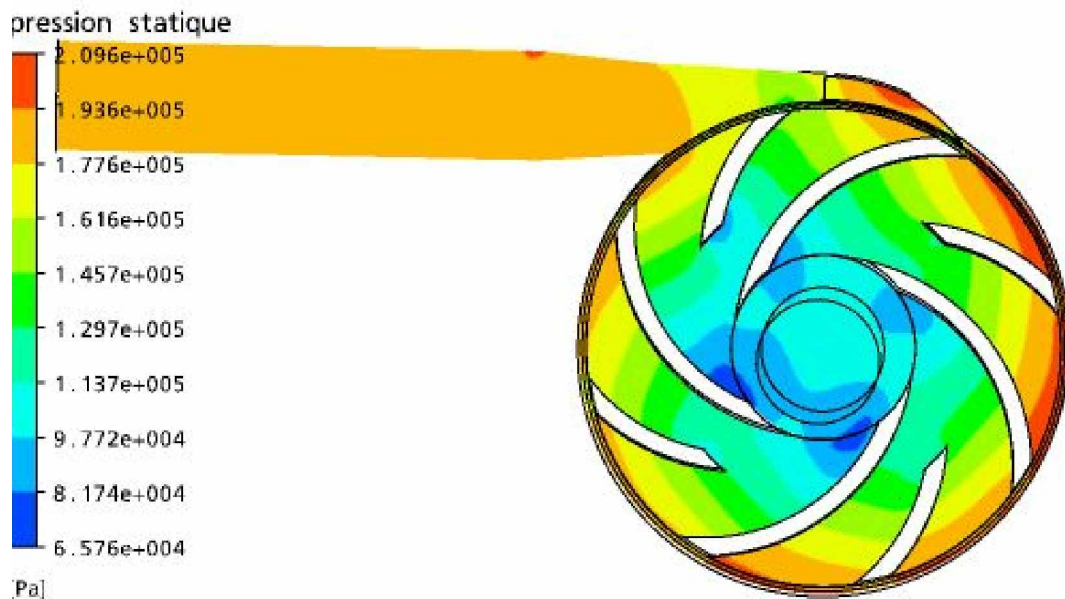


Figure 6.11.a- Pression statique pompe TE47 ( $Q = 1,9 \text{l/s}$ )

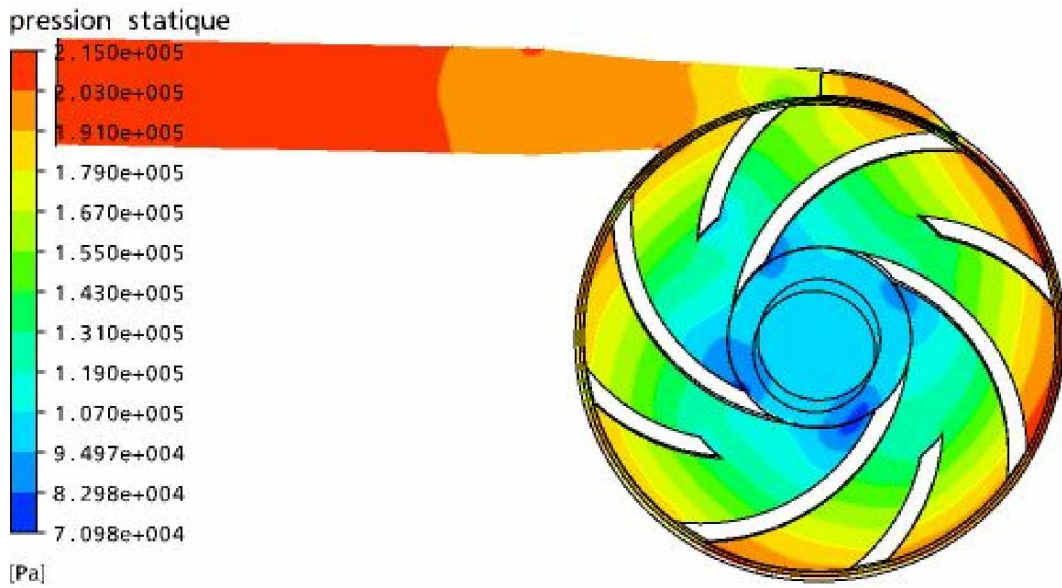


Figure 6.11.b- *Pression statique pompe TE47 ( $Q_n = 1,52l/s$ )*

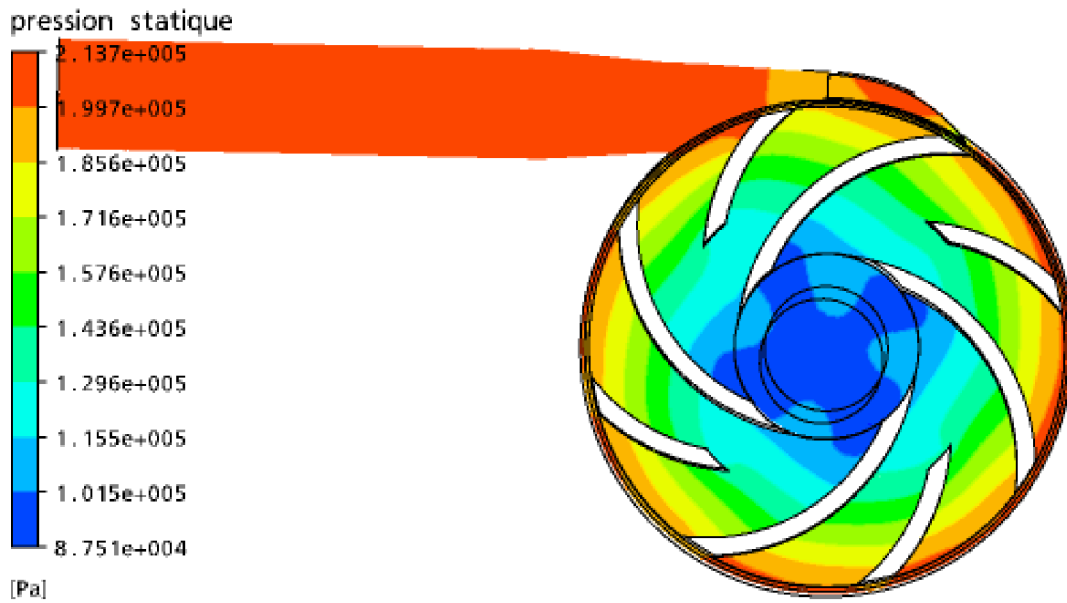


Figure 6.11.c- *Pression statique pompe TE47 ( $Q = 0, 68l/s$ )*



## 6. 8 Conclusion

Nous avons étudié dans cette partie, les performances de la pompe TE 47. Les résultats obtenus à travers la simulation numérique nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Les courbes numériques et expérimentales de hauteur montrent une allure très satisfaisante selon la littérature des turbomachines, typique d'une pompe bien dimensionnée.
- En outre nous avons remarqué que le code de calcul utilisé CFX, peut être considéré comme un véritable laboratoire virtuel utilisé pour analyser les écoulements internes et l'étude les performances des pompes centrifuges. Cependant la validation expérimentale reste l'élément indispensable pour tester nos modèles numériques utilisés et la fiabilité des conditions aux limites choisies.

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire, porte sur l'étude des écoulements internes dans une pompe centrifuge de type TE47, comme il montre l'intérêt d'utiliser des codes de calcul pour évaluer les performances globales et permet d'avoir un aspect critique sur la structure de l'écoulement de la machine.

Nous avons mené en premier lieu une synthèse bibliographique très utile à la compréhension de la théorie de l'écoulement dans les turbomachines.

En seconde lieu, l'étude expérimentale a permis d'obtenir les courbes caractéristiques de performance de la pompe TE47 ( $H(Q)$ ,  $Ph(Q)$ ,  $Pm(Q)$  et  $\eta(Q)$ ) pour deux vitesses de rotations ( $n_1=3000$ tr/mn et  $n_2=2000$  tr/mn).

En troisième lieu, l'évolution qu'a subi la démarche de modélisation des turbomachines au cours du temps, permet de développer le projet de dimensionnement sous différentes méthodes. La méthode unidimensionnelle nous donne une idée de la machine et son comportement, la méthode quasi-tridimensionnelle décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels, l'une aube à aube et autre méridien, enfin la méthode tridimensionnel, en généralisant la résolution des équations de Navier-Stokes, nous permet de simuler le comportement complexe d'un écoulement réel et visqueux.

En dernier lieu, l'étude de la simulation des écoulements tridimensionnels turbulents dans la pompe, avec le logiciel de CFD dans son niveau le plus élevé, nous ont permis de définir le caractère 3D. La viscosité de l'écoulement, apportant au développeur des informations très précises sur le comportement du fluide à l'intérieur de la machine. D'où on a tiré les conclusions suivantes :

- Au débit nominal la valeur numérique de la hauteur d'élévation très proche que la valeur expérimentale, l'écart est de 0,53 %, sachant que la validité de la plus part des codes des calculs est vérifiée pour des débits nominaux, par contre au débit maximal ( $Q = 1.9$  l/s) et au débit réduit ( $Q=0.3$  l/s) on constate que il y a une différence plus significative de l'écart moyen, 8,24%. Contrairement aux valeurs numériques, les pertes dues aux frottements à l'intérieure de la machine sont plus grandes au débit maximal et diminuent à faible débit, ce qui confirme qu'au débit ( $Q=0.3$  l/s), les courbes se rapprochent.

- Les courbes numériques et expérimentales de la hauteur de la pompe montrent une allure très satisfaisante d'une pompe typique bien dimensionnée.
- Les deux configurations de la vitesse de rotation ( $n_1$  et  $n_2$ ), montrent que la hauteur de la pompe augmente en fonction de la vitesse de rotation et du débit réduit, en rappelons que cette remarque est observée lors de l'étude expérimentale.
- L'analyse des champs de vitesse relative et pression statique aux différents débits montre une capacité de la simulation numérique à prévoir l'organisation de l'écoulement. Les résultats au débit maximal ( $Q=1.9$  l/s) et au débit nominal ( $Q=1.52$  l/s) montre que le fluide est mieux canalisé dans la roue et la volute, par contre, des variations plus importantes sont observé au débit partiel ( $Q=0,68$  l/s) où la structure de l'écoulement devient chaotique et forme deux fortes zones de recirculation à l'entrée et à la sortie de la pompe. Cette recirculation due aux forces centrifuges liées à la courbure des aubes et à la rotation est très difficile à prendre en considération.

Dans l'ensemble, les résultats des simulations peuvent fournir des renseignements nécessaires pour la mise en place ou l'amélioration des géométries pour la conception, l'analyse et l'optimisation des performances des turbomachines à fluide incompressible.

En perspective et afin d'améliorer notre travail, nous souhaiterions inclure une étude de l'influence de la géométrie de l'aubage et des vitesses de rotation sur les caractéristique de la pompe centrifuge TE47.

**Références bibliographiques**

- [1] **Lemasson G.**, Les machines transformatrices d'énergie, Tome 2, Delagrave,1982.
- [2] **Adamt T.**, Les Turbopompes, Eyrolles,Paris,1976.
- [3] **Gilbert R.**, Technique de l'ingénieur : mécanique et chaleur, B4-B 470, 1992.
- [4] **Meiczylaw S.**, Pompy, Edition Warszawa,1985.
- [5] **Enganda A.**, Eray historical development of the centrifugal impeller. International Gas et Turbine & Aeroengine& exhibition.jun 2-5 Stockholm Sweden,1998.
- [6] **Comlet R.**, Mécanique expérimentale des fluide, Tome1, Masson,1982.
- [7] **Comlet R.**, Mécanique expérimentale des fluide, Tome1, Masson,1982.
- [8] **Wu C.H.**, A general theory of three dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachine in radial, axial and mixed flow types," NACA TN 2604,1952.
- [9] **Lewis R. I.**, Turbomachinery Performance Analysis, ARNOLD, Great Britain,1996.
- [10] **Luu T.S., Viney L.B.**, Inverse problem using S2-S1 approach for th of turbomachines with splitter blades,Revue Française de Mécanique, , France,1992.
- [11] **Lewis R. I.**, "Developments of actuator disc theory for compressible flow through turbomachines," International Journal of Mech. Sci., Vol. 37, N° 10, 1995.
- [11] **Wislicenus G. F.**, Fluid Mechanics of Turbomachinery, Dover, New York,1965.
- [12] **Noguera R.**, Contribution à la maîtrise du dimensionnement des turbomachines axiales.Etude des débits partiels et de la cavitation, Th. d'Etat. Paris-VI,1987.
- [13] **Belamri T.**, Analyse aube à aube de l'écoulement instationnaire multigrilles par la méthode des singularités - Application aux turbomachines à fluide incompressible. Th. Méc., ENSAM – Paris,1998.
- [14] **Katsanis T.**, Computing program for calculating velocities and streamlines on a blade - to-blade surface of a turbomachine, NASA, Technical note, TN-4525, 1968.
- [15] **Scholz N.**, Aerodynamik der Schaufelgitter, Band I, Vrelag G. Braun, Karlsruhe (traduit par A. Klein, AGARDograph No. AG 220, 1977),1965.
- [16] **Gostelow J.P.**, Turbomachines with splitter blades, Revue Française de Mécanique, n°.3, France, 1984.
- [17] **Versteeg H., Malalaskara W.**, An introduction to Computational fluid dynamics.The finite volume méthode,Longman Scientific&Technical,New York,1995.
- [18] **Abidat M., Chen H., Baines N. C and Firth M.R.**, Design of a Highly Loaded Mixed Flow Turbine Proc, I Mech, E Journ. Power and Energy, 1992, Vol 206, 1992.

- [19] **Hamel M.**, Etude des performances d'une volute de turbine radiale ou semi axiale. Thèse de magistère USTO, Oran 2005.
- [20] **Toufik T.**, Etude de l'influence de la géométrie de l'aubage et de vitesse de rotation de la roue sur les caractéristiques d'une pompe centrifuge. Thèse de magistère U. H. B.C, 2000.
- [21] **Miguel A.**, Méthodologie et optimisation dans la conception et l'analyse des performances des turbomachines à fluide incompressible. Thèse de doctorat ENSAM, Paris ,1999.
- [22] **Akhrasa A R.**, Etude de l'interaction roue-diffuseur dans une pompe centrifuge. Thèse de doctorat INSAlyon,2002.
- [23] **Documentations CFX. 10/** (1) Solver Theory / (2) Turbulence And Near Wall Theory.
- [24] **Bulletin technique**, Bancs d'essais de pompe centrifuge TE47/83, Deltalab 38340 voreppe/France,1985.

## **SIMULATION NUMERIQUE DE L'ÉCOULEMENT INTERNE DANS UNE POMPE CENTRIFUGE AVEC LE CFX**

**Résumé:** La simulation numérique tend à prendre de plus en plus d'importance dans le développement des projets scientifiques actuels étant moins onéreuse et plus flexible. Cette étude comporte l'analyse bibliographique des travaux antérieurs, l'étude expérimentale sur les caractéristiques des performances d'une pompe centrifuge de type TE47, la mise en œuvre des équations modélisant les écoulements internes en turbomachines, la résolution numérique de ces équations par la méthode des volumes finis, l'application de logiciel ANSYS ICEM pour tracer et mailler la pompe TE47, l'étude tridimensionnelle de l'ensemble roue-volute à l'aide de logiciels ANSYS CFX et enfin comparaison aux résultats expérimentaux. La simulation répond aux problèmes de tracé (design) des machines et aux soucis des constructeurs de disposer de méthodes rapides, fiables et suffisamment précises.

Ce travail a atteint l'objectif de montrer le lien étroit entre les études expérimentale et numérique, analyser les champs des écoulements internes en turbomachines, servir de base pour améliorer les géométries et l'optimisation des performances des turbomachines à fluide incompressible et avoir une nouvelle vision sur les pompes.

**Mots-clés :** Simulation numérique, logiciel ICEM, logiciel CFX, écoulements incompressible, pompe centrifuge TE47.

## **NUMERICAL SIMULATION OF THE INTERNAL FLOW IN A CENTRIFUGAL PUMP WITH CFX**

**Abstract:** Numerical simulation tends to take more and more importance in the development of the current scientific projects is less expensive and more flexible. This study comprises the bibliographical analysis of former work, the study experimental on the characteristics of the performances of a pump centrifuges of type TE47, the implementation of the equations modelling the internal flows out of turbomachines, the numerical solution of these equations by the method of finite volume, the application of ANSYS ICEM software to draw and the mesh pompe TE47, the three-dimensional study of group impeller-volute pump with the aid of software ANSYS CFX and finally compared in experimental results. Simulations responds to the problems of design in the pump industry, the main difficulty of manufacturers is to have fast, reliable and accurate methods.

This work has achieved the goal of showing the link between the numerical and experimental study, analyze the fields of internal flows turbomachines, serve as a basis for improving the geometry and performance optimization of turbomachinery fluid and incompressible to have a new vision on pumps.

**Keywords:** Numerical simulation, software ICEM, software CFX, incompressible flow, centrifugal pump TE47