

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Hassiba Benbouali de Chlef



Faculté de Génie Civil et d'Architecture
Département de Génie Civil

Mémoire de Magister

Spécialité: **Génie Civil**
Option: **Géomatériaux**

Présenté par

Hakima DJILALI BERKANE

Ingénieur d'Etat en Génie Civil

Sous le Thème

ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES MOUVEMENTS SISMIQUES DANS LES MILIEUX A HETEROGENEITE ALEATOIRE

Soutenu publiquement le: 24/05/2012

Devant le jury d'examen composé de:

KADRI Abdelkader	Professeur, UHB de Chlef	Président
HARICHANE Zamila	Professeur, UHB de Chlef	Encadreur
MEZOUAR Noureddine	Maitre de Recherches (A), CGS Alger	Examineur
AMMAR-BOUZID Djillali	Maitre de Conférences (A), Université de Médéa	Examineur
KOUICI Wafa	Chargée de Recherches, CGS Alger	Invitée

Dédicaces

*Je dédie ce lapidaire travail
à mes très chers parents, à mon
mari Kamal et ma chère sœur et
mes chers frères.*

Hakima

Remerciements

*J'adresse, tout d'abord, ma parfaite gratitude, grâce et remerciements à **Allah** le tout puissant qui m'a donné la force, le courage et la volonté pour réaliser ce modeste travail.*

Puis, je tiens à exprimer mes sincères et chaleureux remerciements envers mon encadreur, Madame Zamila HARCHANE, Professeur à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, pour sa patience et sa confiance. Je lui suis reconnaissante pour ses encouragements et ses précieux conseils et d'avoir assuré l'encadrement de ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Abdelkader KADRI, Professeur à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef, de m'avoir honorée de présider le jury d'examen.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Nouredine MEZOUER, Maître de Recherches (A) au Centre de Recherches Appliquées en Génie Parasismique (CGS) à Alger, et Monsieur Djillali AMMAR-BOUZID, Maître de Conférences (A) à l'Université de Médéa, d'avoir accepté d'examiner mon mémoire de Magister.

Mes remerciements vont également à Mademoiselle Wafa KOUICI, Chargée de Recherches au Centre de Recherches Appliquées en Génie Parasismique (CGS) à Alger, pour avoir accepté de faire partie du jury d'examen.

Je n'oublie pas de remercier tout le personnel du Département de Génie Civil et particulièrement le corps enseignant qui a assuré notre formation, à leur tête le Professeur Docteur Mohamed GHRICI, chef de l'option Géomatériaux.

Mes remerciements ne seront complets sont ceux adressés à tous mes miens, particulièrement mes très chers parents pour leur soutien permanent, leur confiance et leurs encouragements ainsi que mon mari Kamel pour son soutien et sa patience et ma cher sœur pour son aide et son encouragement.

ملخص

بالنسبة للمنشآت مثل المباني يمكن افتراض أن حركة الأرض منتظمة. ذلك لم يعد ممكناً بالنسبة للمنشآت الواسعة مثل الجسور، الأنفاق والسدود ذات الأبعاد الكبيرة التي تخضع لتحويلات مختلفة أثناء الزلزال. هذا العمل المقترح في هذه الأطروحة هو دراسة التباين المكاني للحركة الزلزالية، مع الأخذ بعين الاعتبار جانب العشوائية لطبقات التربة. في هذا المدخل، يتم تقييم الاستجابة الزلزالية للتربة على أساس النموذج الموحد للأبعاد لانتشار موجات القص عبر طبقات ذات خصائص عشوائية. يفترض أن خصائص التربة التي تختلف بشكل عشوائي هي معامل القص والكثافة. وقد ساعدت الأمثلة المعالجة لتسليط الضوء على أهمية الأخذ في الاعتبار الطبيعة العشوائية لطبقات التربة في تقييم استجاباتها في خضم الإثارة الزلزالية في القاعدة. من خلال النتائج يظهر أن الاضطرابات في خصائص التربة تؤثر على التماسك تشوهات على سطح الأرض.

كلمات المفاتيح: التباين المكاني، عشوائي، الاتساق، تشوه الزلزالي، حركة الحادث

Abstract

The dynamic behavior of structures such as buildings can be studied assuming the base ground motion uniform. However, this is not possible in the case of extended structures such as bridges, tunnels, pipelines and dams, which undergo differential displacements during an earthquake. The proposed work is a study of the spatial variation of seismic motion by taking into account the stochastic aspect of soil layers. In this approach, the seismic response of soil is evaluated based on one-dimensional model of shear wave propagation through layers with random parameters. The random soil characteristics are the shear modulus and the mass density. The studied examples have permit to evidence the importance of taking into account of the soil layers randomness in the evaluation of their seismic responses. The results show that disturbances in the soil properties affect coherence and surface seismic deformation.

Key-Words: Spatial variability, randomness, coherence, seismic deformation, incident motion.

Résumé

Le comportement dynamique des ouvrages tels que les bâtiments peut être étudié en supposant le mouvement imposé à leurs bases uniforme. Cependant, cela n'est plus possible dans le cas des structures étendues tels que les ponts, les tunnels, les ouvrages souterrains et les barrages qui subissent des déplacements différentiels pendant un séisme. Le travail proposé dans ce mémoire consiste en une étude de la variation spatiale du mouvement sismique en tenant compte de l'aspect stochastique des couches de sol. Dans cette approche, la réponse sismique du sol est évaluée en se basant sur le modèle unidimensionnel de propagation d'onde de cisaillement à travers des couches à paramètres aléatoires. Les caractéristiques du sol supposées varier aléatoirement sont le module de cisaillement et la masse volumique. Les exemples traités ont permis de mettre en évidence l'importance de la prise en compte du caractère aléatoire des couches de sol dans l'évaluation de leurs réponses vis-à-vis d'une excitation sismique à leur base. Il en ressort des résultats obtenus que les perturbations dans les propriétés du sol affectent la cohérence et les déformations sismiques en surface du sol.

Mots clés: Variabilité spatiale, aspect aléatoire, cohérence, déformation sismique, mouvement incident.

Tables des Matières

Chapitre 1

Introduction Générale

1.1. Introduction	02
1.2. Variation spatiale des mouvements sismiques	02
1.3. Approche des vibrations aléatoires	04
1.4. Objectifs et Organisation du mémoire	05
1.5. Organisation du mémoire	05

Chapitre 2

Etude bibliographique

2.1. Introduction	08
2.2. Milieu a hétérogénéité aléatoire	08
2.3. Variabilité spatiale du mouvement sismique	08
2.3.1. Variation spatiale du mouvement sismique	08
2.3.2. Stochasticité des caractéristiques du sol	11
2.4. Méthodes stochastique d'étude de la variabilité spatiale	11
2.4.1. Solutions analytiques	11
2.4. 2. Méthodes numériques	12
2.5. Descripteurs stochastiques	13
2.5.1. Notion de base	14
2.5.1.1. Variable aléatoire	14
2.5.1.2. Fonction de distribution	14
2.5.1.3. Fonction de densité de probabilité à un variable	14

2.5.1.4. Fonction de densité de probabilité à deux variables	15
2.5.2. Processus stochastique	17
2.5.2.1. Stationnarité et ergodicité	19
2.5.2.2. Transformée de Fourier	19
2.5.2.3. Densité spectrale de puissance	20
2.5.3. Processus stochastique Bi variée	21
2.5.3.1. Fonction de corrélation croisée	21
2.5.3.2. Densité spectrale croisé	22
2.5.4. Cohérence	24
2.5.4.1. Spectre de phase	25
2.5.4.2. Cohérence retardée	26
2.5.5. Champs aléatoires	27
2.6. Modèles paramétriques	28
2.6.1. Modèle de la densité spectrale	28
2.6.2. Modèle de la cohérence	30
2.6.2.1. Modèles empirique de la cohérence	30
2.6.2.2. Modèles semi-empiriques	34
2.6.2.3.. Modèle analytique	37
2.7. Synthèse bibliographique sur les études antérieures de la variabilité spatiale du mouvement sismique	37
2.8. Conclusion	39

Chapitre 3

formulation de la méthode de prise en compte du caractère stochastique du sol

3.1. Introduction	41
3.2. Hypothèses	42
3.2.1. Hypothèses sur les variations stochastiques	42
3.2.2. Hypothèses sur le mouvement incident	43
3.3. Formulation de l'équation du mouvement	46
3.4. Détermination des caractéristiques généralisées stochastique	50
3.4.1. Pulsation prédominante des couches	50
3.4.2. Coefficient de participation	50
3.5. Résolution de l'équation du mouvement	52
3.6. Détermination de la fonction de transfert	57
3.7. Détermination de la densité spectrale	59
3.8. Caractéristiques stochastiques du sol	63
3.9. Variabilité spatiale des mouvements sismiques	65
3.9.1. Variation spatiale du mouvement incident	65
3.9.2. Variation spatiale due au caractère stochastique des couches	66
3.10. Evaluation des déformations sismiques	68
3.11. Conclusion	71

Chapitre 4

Résultats numériques et discussion

4.1. Introduction	74
4.2. Présentation du programme	74
4.3. Objectifs	75
4.4. Effet des variations stochastiques	78
4.5. Calcul des caractéristiques stochastiques du sol	79
4.5.1. Pulsations fondamentales moyennes et coefficients de participation	79
4.5.2. Fonction de corrélation	79
4.5.3. Densité spectrale de puissance	79
4.5.3.1. Fonction de corrélation	72
4.5.3.2. Densité spectrale	73
4.6. Variation spatiale du mouvement	82
4.6.1. Variation spatiale du mouvement incident	82
4.6.2. Variation spatiale du mouvement en surface due au caractère stochastique	82
4.6.3. Variation spatiale du mouvement totale en surface	83
4.7. Déformations sismique du sol	88
4.8. Conclusion	90

Conclusions et Recommandations

1. Conclusions générales	92
2. Recommandation futures	93

Références Bibliographiques	94
-----------------------------	----

Listes des Figures

N° de la figure	Titre de la figure	Page
Fig.2.1	Propagation et dispersion des ondes sismiques	10
Fig.2.2	Exemple de variables plus ou moins corrélées	17
Fig.2.3	Modèle de Kanai-Tajimi	29
Fig.2.4	Modèle de la cohérence de Harichandran et de Vanmarcke.	32
Fig.2.5	Modèles semi-empiriques de Luco and Wong (1986)	36
Fig.2.6	Modèle semi-empirique de cohérence Zerva et Harada (1997)	36
Fig.3.1	Modèle géométrique du sol	43
Fig.3.2	Vibration d'un élément de sol du au mouvement incident.	44
Fig.3.3	Schématisation (a) du profil du sol, (b) les forces agissant sur un élément du sol	47
Fig.3.4	Subdivision de la couche de sol en colonnes verticales.	52
Fig.3.5	Définition de la fonction de réponse d'impulsion	49
Fig.3.6	Schématisation d'un système linéaire général.	50
Fig.3.7	Profil de sol représentatif d'un site	56
Fig.4.1	Exemple d'un profil de sol des sites étudiés	67
Fig.4.2	L'effet des variations stochastiques sur la densité spectrale de puissance	78
Fig.4.3	Modèle de Knai et Tajimi	

Fig.4.4	Fonctions de corrélation spatiale	80
Fig.4.5	Densités spectrales de puissance du mouvement total en surface normalisées par rapport à celle du mouvement incident	81
Fig.4.6	Modèle du Luco et Wong	82
Fig.4.7	Variation de la cohérence spatiale due à la stochasticité des couches.	84
Fig.4.8	Variation de la cohérence spatiale globale	85
Fig.4.9	Comparaison de la cohérence spatiale globale du mouvement en surface à celle du mouvement incident pour différentes distances de séparation	87
Fig.4.10	Variation des déformations sismiques	89

Liste des Tableaux

N° du tableau	Titre de tableau	Page
Tableau 4.1	Paramètres du profil de sol du site meuble.	77
Tableau 4.2	Paramètres du profil de sol du site ferme.	78
Tableau 4. 3	Paramètres du profil de sol du site rocheux.	78
Tableau 4. 4	Caractéristiques stochastiques.	79

Chapitre1

INTRODUCTION **G**ENERALE

1.1. Introduction

Lors d'un séisme, les mouvements du sol induits peuvent extrêmement varier d'un point à un autre en surface et à l'intérieur de sol, en terme d'amplitude, de durée et de contenu fréquentiel. Cette variation est connue sous le nom de la « *variabilité spatiale* » des mouvements sismiques. Cette dernière a un effet important sur les réponses des structures longues comme les pipelines, les ponts et les tunnels. En effet, ces structures s'étendant sur de longues distances parallèlement au sol, leurs supports subissent des mouvements différents lors d'un séisme. Le mouvement différentiel ou la variation spatiale peut induire des forces supplémentaires importantes dans les structures par rapport à celles obtenues s'il l'on suppose que les mouvements aux niveaux de tous les supports sont identiques.

D'autre part, l'aspect aléatoire des propriétés de sol peut avoir comme conséquence des mouvements de sol différents de ceux que l'on peut obtenir si les propriétés de sol sont supposées déterministes. La variation spatiale des propriétés de sol pourrait causer la réflexion et la réfraction de certaines formes d'onde, qui a comme conséquence différentes caractéristiques du mouvement de sol en surface libre.

On présente ici, une approche analytique pour l'étude de la variabilité spatiale du mouvement sismique en surface de sol. Dans cette approche, on tient compte de la variation spatiale du mouvement incident et de la variation aléatoire des propriétés des couches de sol constituant le milieu étudié. Ce travail est réalisé en utilisant l'approche des vibrations aléatoires stationnaires pour les systèmes à paramètres aléatoires. Des applications sont faites sur différents types de sites. Les résultats sont présentés en termes des fonctions de corrélations, des densités spectrales, des cohérences et des déformations sismiques en surface du sol.

1.2. Variation spatiale des mouvements sismiques

La variation spatiale du mouvement sismique est causée par sa propagation apparente en surface du sol et le changement dans sa forme (perte de cohérence) en différentes positions à la surface du sol. Elle est généralement obtenue de l'analyse des enregistrements de mouvements sismiques d'un même événement en plusieurs endroits à la surface du sol.

Des observations faites sur des accélérogrammes étroitement espacés, depuis la fin des années 70 ont montré que les accélérogrammes, enregistrés durant un tremblement de terre, à différents endroits sont significativement différents. Ceci a mené à une recherche considérable depuis les deux dernières décennies sur la modélisation de la variabilité spatiale du mouvement du sol et sur la détermination de son effet sur la réponse sismique [Harichandran, 1999].

Il a été montré que la variation spatiale peut être décrite par une fonction à décroissance exponentielle en termes de la distance de séparation et la fréquence. Cependant, il ne peut être établi quel est le modèle le plus approprié pour l'analyse sismique des réseaux vitaux (lifelines). D'autre part, le choix d'un modèle particulier a un effet important sur la réponse de ces structures vis-à-vis des déplacements différentiels et déformations sismiques. Ainsi, la difficulté majeure dans l'évaluation de la réponse de ces structures réside dans la sélection du modèle de variabilité spatiale pour le site étudié en l'absence d'enregistrements de mouvements sismiques. De ce fait, l'appel à une approche analytique efficace de la réponse sismique du sol en vue de l'analyse sismique de ces structures est inévitable [Zerva et Harada, 1997].

La variation spatiale des mouvements sismiques du sol dénote les différences dans les enregistrements à divers endroits sur la surface du sol. Ces dernières années, un intérêt considérable a été apporté à la modélisation de la variation spatiale des mouvements sismiques et de son influence sur la réponse des systèmes vitaux, d'autant plus qu'actuellement, les codes sismiques tentent d'incorporer ces effets. L'accent est mis par la communauté scientifique sur la modélisation de la variabilité spatiale, la simulation des accélérogrammes spatialement variables et sur l'incorporation de la variabilité spatiale dans les approches des vibrations aléatoires, et aussi pour examiner ces effets sur des systèmes vitaux et les utiliser dans la conception de ces structures. Cet effort s'est concentré aussi sur les divers aspects de la variation spatiale des mouvements sismiques du sol: l'évaluation de la variabilité spatiale à partir des données sismiques enregistrées par des réseaux denses au moyen des techniques de traitement des signaux; la présentation de modèles de cohérence qui sont largement utilisés actuellement; l'illustration des causes de la variation spatiale des mouvements et de son interprétation physique; l'évaluation des déformations sismiques en

surface du sol à partir des données d'une seule station, des enregistrements spatiaux ainsi que des méthodes analytiques; l'introduction du concept des vibrations aléatoires dans les excitations des systèmes à paramètres discrets et les structures continues sur des supports multiples. Un état d'art sur les effets de la variabilité spatiale des mouvements sismiques sur la réponse des structures longues et une brève description des codes sismiques qui incorporent la variabilité spatiale sont donnés par Zerva (2000). Nous nous concentrons ici sur la variabilité spatiale des mouvements qui sont provoqués par la propagation des ondes incidentes à travers les stratum de sol jusqu'à la surface du sol.

1.3. Approche des vibrations aléatoires

Les mouvements sismiques du sol spatialement variables appliqués aux appuis des réseaux vitaux peuvent être représentés par des champs aléatoires au moyen de l'approche des vibrations aléatoires [Lin & Zhang, 2005]. Le concept des vibrations aléatoires a été intensivement utilisé dans l'étude des effets de la perte de cohérence et la propagation apparente des mouvements sismiques sur divers réseaux vitaux [Zerva, 2000].

Pour un système soumis à une excitation sismique à moyenne nulle comme c'est le cas pour un accélérogramme, la réponse aura une moyenne nulle et pourrait être décrite, par l'approche des vibrations aléatoires, au moyen de sa densité spectrale de puissance (DSP). La DSP peut alors être utilisée pour l'évaluation de la réponse en racine moyenne carrée (root-mean-square: RMS) du système, qui fournit des informations sur sa réponse maximum. C'est l'avantage principal de l'approche des vibrations aléatoires, c-à-d une simple caractérisation stochastique de l'excitation suffit pour l'évaluation des propriétés probabilistes de la réponse maximum de la structure. Cependant, son inconvénient, résidait dans sa limitation aux problèmes linéaires. Mais l'approche est devenue plus attractive pour des applications pratiques avec l'avenue de la méthodologie de compatibilité du spectre de réponse [Preumont, 1994; Clough & Penzien, 2003; Zerva, 2000]. Dans cette méthodologie, la DSP de l'excitation est remplacée par le spectre de réponse. D'autre part, l'analyse en vibration aléatoire est étendue aux réponses non linéaires des structures multi-supports au moyen de la méthode de linéarisation équivalente (MLE) [Lutes & Sarkani, 2004 ; Zerva, 2000]. L'idée de base de la MLE est de remplacer un système d'équations non linéaires par un système à équations « statistiquement équivalentes », afin de minimiser l'erreur entre le système non linéaire et celui équivalent

linéaire, de manière statistique. En d'autres termes, la MLE permet de déterminer les coefficients d'une fonction linéaire qui approche une fonction donnée non linéaire au sens des moindres carrés.

1.4. Objectifs

Le présent travail se veut une évaluation analytique de la variation spatiale des mouvements sismiques en surface du sol. Cette étude permettra d'examiner les effets du caractère stochastique des couches de sol sur le mouvement résultant en surface. Cette approche utilise le modèle de propagation d'onde de cisaillement unidimensionnel à travers des couches à propriétés aléatoires. Le modèle est applicable pour des sites dont leurs profils sont supposés composés de couches de sol horizontales. Différents types de sites (rocheux, ferme, meuble) sont traités afin d'examiner leur contribution dans la variabilité spatiale du mouvement sismique. En l'absence de données spatialement enregistrées à un site donné, les résultats de cette approche peuvent être utilisés pour la description des mouvements spatialement variables dans l'analyse de la réponse sismique des lifelines.

1.5. Organisation du mémoire

Dans un premier chapitre intitulé *introduction générale*, on présente un bref aperçu des notions qui sont abordées dans ce mémoire telles la variabilité spatiale des mouvements sismiques, la variabilité des propriétés des sol et l'approche des vibrations aléatoires. Les objectifs y sont fixés et l'organisation du mémoire tracée.

Le *chapitre 2* est consacré aux techniques mathématiques de la modélisation de la variabilité spatiale. On a d'abord présenté l'approche classique pour l'estimation du champ aléatoire spatio-temporel des mouvements sismiques du sol à partir des données enregistrées par des réseaux denses ainsi que les descriptions temporelle et fréquentielle des processus stochastiques. Quelques modèles de la cohérence empiriques, semi-empiriques et analytiques qui sont disponibles dans la littérature sont également présentés. Ce chapitre s'achève par une synthèse de quelques travaux antérieurs sur la modélisation stochastique de la variation spatiale des mouvements sismiques.

Dans le *troisième chapitre*, on présente la formulation d'une méthode analytique pour l'évaluation de la variabilité spatiale du mouvement sismique à la surface d'un dépôt de sol. Ce dernier est représenté par une couche de sol latéralement infinie à caractéristiques aléatoires, composée de plusieurs sous-couches relativement horizontales et reposant sur un demi-espace (substratum rocheux). La réponse du système à une excitation sismique stationnaire est obtenue par celle d'un oscillateur stochastique généralisé à un degré de liberté (1 DDL) par l'approche des vibrations aléatoires.

Dans le *chapitre 4*, on présente des applications de la formulation menée dans le chapitre précédent pour trois types de sols: meuble, ferme et rocheux. Les résultats sont présentés, principalement, en termes de la densité spectrale, des cohérences partielle et globale ainsi des déformations sismiques à la surface de chacun des dépôts de sol étudiés.

Le mémoire s'achève par des conclusions générales, des recommandations et des perspectives pour des travaux de recherches futurs.

Chapitre 2

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

2.1. Introduction

La variation spatiale du mouvement sismique du sol a un effet important sur la réponse des ouvrages tels que les ponts et les pipelines car ces ouvrages s'étendant sur une grande superficie de sol, leurs supports reçoivent différents mouvements durant un séisme.

D'autre part, l'aspect aléatoire des propriétés de sol peut causer une amplification des mouvements à la surface du sol plus importante que lorsque les propriétés sont supposées déterministes [Nour, 2003].

2.2. Milieu à hétérogénéité aléatoire

La plus part des propriétés des sols sont fortement variables spatialement et sont rarement homogènes. L'hétérogénéité est généralement attribuée à deux sources principales: (1) la variabilité naturelle des dépôts de sol; (2) erreurs de mesure. La première source d'hétérogénéité est du type « aléatoire », qui représente la variation des propriétés du sol d'un point à un autre due aux différentes conditions de dépôt des sols et aux différentes histoires de chargement [Nour, 2003; Sett et Jeremi, 2006].

Dans ce sens, les propriétés des sols sont incertaines mais peuvent plus facilement être manipulées mathématiquement comme étant des variables aléatoires qu'incertaines [Sett et Jeremi, 2006]. L'autre source d'incertitudes est de type « épistémique », c-à-d elle peut être réduite en collectant plus d'informations concernant les milieux étudiés ou en améliorant les méthodes de mesure ou encore les méthodes de calcul [Baecher, 2003].

2.3. Variabilité spatiale du mouvement sismique

La variabilité spatiale des mouvements sismiques en surface de sol, incorpore la variation spatiale du mouvement incident et la variation aléatoire des propriétés des couches de sol.

2.3.1 Variation spatiale du mouvement incident

La variation spatiale des mouvements sismiques du sol désigne les différences qui peuvent être observée dans les mouvements sismiques à divers endroits sur la surface du sol. En outre

terme, elle signifie les différences dans l'amplitude et la phase des mouvements sismiques enregistrés sur la surface [Wang et al, 2008].

Physiquement la variation spatiale se traduit simplement par l'observation de déplacements différentiels non nuls en deux points plus ou moins éloignés du site étudié lors d'un tremblement de terre [Harichandran, 1999; Savin, 1999].

Les résultats des études antérieures rapportées dans la littérature indiquent que l'effet de la variation spatiale des mouvements du sol sur la réponse sismique des ponts ne peut être négligé, et peut être dans certains cas nuisible [Saxena et al., 2000].

L'incorporation de la variation spatiale des mouvements sismiques dans la conception des spectres de réponse des lifelines a également été traitée [Berrah, 1993; Zerva, 1992]. Il a été reconnu que la variation spatiale des mouvements sismiques du sol peut avoir un effet dramatique sur la réponse de structures étendues.

- **Causes de la variation spatiale**

La variation spatiale des ondes sismiques est attribuée généralement à trois origines [Harichandran, 1999; Saxena et al., 2000]

1. Le phénomène de passage d'onde traduisant le déphasage des ondes sismiques aux différents points d'appuis de la structure.
2. La perte de cohérence ou encore le changement de forme du mouvement de sol entre les appuis de l'ouvrage du fait des multiples réflexions des ondes dans un sol hétérogène et de l'étendue de la source sismique.
3. Les effets de site sous chaque appui qui amplifient différemment les sollicitations sismiques et les déphasent.

- L'incidence oblique d'ondes planes engendre un déphasage dans l'arrivée des ondes à la surface. Il en résulte donc un déplacement différentiel des points de la surface. Autrement dit, deux points distants d'une longueur finie sont animés l'un par rapport à l'autre d'un mouvement différentiel. Ce phénomène est appelé passage d'ondes "Wave Passage" [Saha et al., 2009].

- Durant leur propagation de la source vers la surface, les ondes subissent des modifications importantes en phase, en amplitude et en inclinaison. Ces modifications sont dues en majeure partie à la structure souterraine du sol et à l'étendue de la faille. En résumé, la perte d'information reliant les différentes arrivées d'ondes est nommée "effet de l'incohérence".

- Le site influe considérablement sur le mouvement sismique. En effet, les modifications des conditions locales du sol se répercutent sur les divers enregistrements tant en amplitude qu'en contenu fréquentiel.

Une illustration de la dispersion des ondes sismiques à partir d'une source étendue à travers des couches stratifiées est représentée dans la figure 2.1.

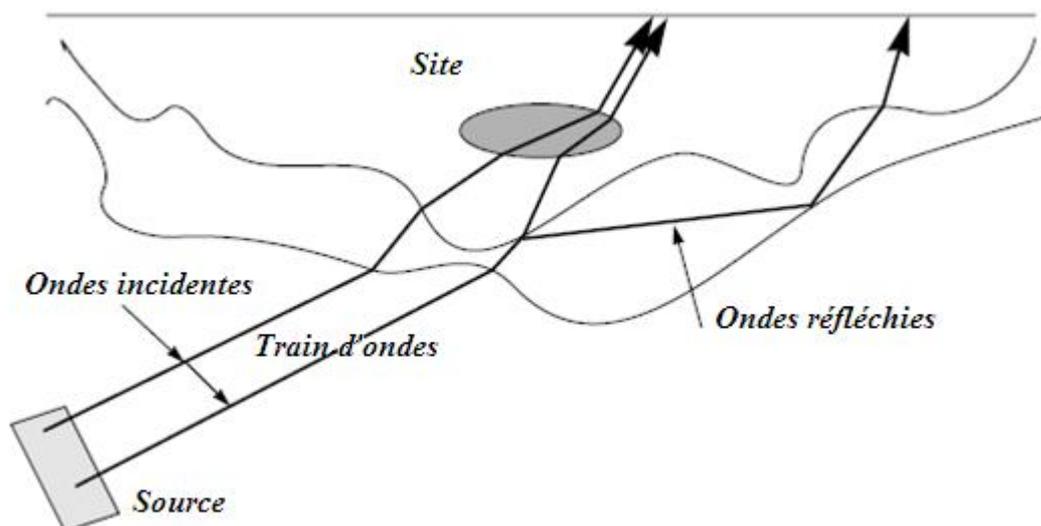


Fig.2.1. Propagation et dispersion des ondes sismiques [Harichandran, 1999].

2.3.2. Stochasticité des caractéristiques du sol

La prise en compte de la variabilité spatiale des propriétés des sols dans l'étude de leur comportement vis-à-vis des chargements statiques et dynamique n'a été mise en relatif qu'au début des années 1960 [Manolis, 2002]. Cette variabilité dans les propriétés des sols est connue sous le terme "stochasticité".

Le terme stochastique veut dire que les propriétés du sol sont incertaines, et leur variabilité spatiale est aléatoire. Dans ce contexte, le recours aux techniques probabilistes basées sur les champs aléatoires pour prédire ce comportement est inévitable.

2.4. Méthodes stochastiques de l'étude de la variabilité spatiale

La plus part des analyses menées en géotechnique sont déterministes, dans le sens où les paramètres des propriétés du sol sont pris comme une moyenne à travers une couche donnée. Les incertitudes concernant les propriétés du sol et leur variation d'un point à un autre, étaient prises en compte par un coefficient de sécurité [Nour, 2003]. L'analyse stochastique offre un excellent outil pour tenir compte de la variabilité spatiale.

Dans la présente section, nous présentons les méthodes généralement utilisées dans la prise en compte des incertitudes dans les propriétés du sol lors de l'étude de leur comportement vis-à-vis des sollicitations sismiques. Nous exposons principalement deux familles de méthodes: les méthodes analytiques et les méthodes numériques.

2.4.1. Méthodes analytiques

Dans les méthodes analytiques, la prise en compte du caractère aléatoire du sol se fait en résolvant le problème de propagation d'onde. La solution analytique la plus répandue concerne l'étude de la propagation des ondes harmoniques à partir d'une source ponctuelle à travers un sol aléatoire qui a été traitée par Karal et Keller en 1964 [Karal et Keller, 1964], où le module de cisaillement et la densité sont représentés par des perturbations autour de leurs valeurs moyennes, conformément au développement de Taylor [Riley et al., 2002]. Nous

citons dans ce cadre les travaux de Chu (1981), Hryniewicz (1984, 1988, 1989) et l'état d'art de Askar (1998).

Dans un état d'art réalisé par Manolis (2002), on y trouve les différentes méthodes qui traitent le caractère stochastique de sol ainsi que les domaines d'application. Parmi ces méthodes, on y trouve la méthode des vibrations aléatoires qui suppose que le champ incident est représenté par un train d'ondes aléatoires stationnaires se propageant à travers un milieu de sol dont les propriétés sont représentées par des champs aléatoires. Dans ce cadre, l'étude réalisée par Zerva et Harada (1997), proposant une approche analytique pour tenir compte du caractère stochastique des couches de sol sur la variation spatiale du mouvement sismique en surface, a reçu une attention considérable.

La méthode des perturbations autour des valeurs moyennes de la masse volumique et du module de cisaillement a été reprise par Sadouki (2011) et Sadouki et al. (2012), mais en présentant une étude unifiée pour l'analyse de la réponse des milieux aléatoirement inhomogènes aux excitations harmoniques en surface ou à la base. Il en sort de cette étude que la variabilité de la masse volumique peut être négligée dans l'étude de la réponse dynamique de profils de sol et seule la variabilité du module de cisaillement présente un intérêt.

2.4.2. Méthodes numériques

Les approches numériques qui ont souvent été utilisées pour les problèmes impliquant des milieux aléatoires sont basées soit sur la méthode des éléments de frontières appropriée pour les problèmes impliquant un milieu continu, ou la méthode des éléments finis pour les milieux discrets [Manolis (2002)]. Cependant, la méthode des éléments finis stochastiques [Ghanem & Spanos, 1991] est beaucoup plus sollicitée, notamment dans les problèmes liés à la mécanique des structures. L'idée principale dans cette méthode, est le développement en séries de Taylor de la matrice de rigidité autour de sa valeur moyenne déterministe. Mais le problème majeur réside dans le calcul numérique qui augmente rapidement à partir du second ordre de l'approximation.

Cependant, d'autres méthodes numériques peuvent être utilisées et ne sont pas forcément basées sur l'approche des perturbations telles que le développement en polynômes, les résidus pondérés, les polynômes chaotiques, ...

Les méthodes de Monté-Carlo ont également été largement utilisées, quelles soient combinées à la méthode des éléments finis [Nour, 2003] ou non [Chatterjee & Yu, 2006; Woolfson & Pert, 1999]. Mais elles sont numériquement coûteuses et sont préférées dans la résolution des problèmes impliquant plusieurs variables aléatoires qui sont corrélées et qui ne peuvent pas être résolues analytiquement ou bien les autres méthodes numériques ne sont pas pratiques [Manolis, 2002].

2.5. Descripteurs stochastiques

L'étude de la variation spatiale stochastique des mouvements sismiques à partir des données enregistrées considèrerait que les mouvements sont des réalisations des champs aléatoires spatio-temporels, c'est à dire, des fonctions aléatoires multidimensionnelles et multi variables. À chaque endroit, les enregistrements d'accélération dans chaque direction (E-W), (V), (N-S) sont des processus stochastiques du paramètre temps, c'est à dire, à chaque instant spécifique, l'accélération $a(\vec{r}, t)$ est la réalisation d'une variable aléatoire [Zerva, 2000].

Afin d'extraire des informations précieuses à partir des enregistrements des mouvements sismiques pendant un tremblement de terre, certaines hypothèses doivent être faites :

- (1) le champ aléatoire est supposé homogène dans l'espace,
- (2) les mouvements enregistrés aux stations du réseau sont supposés des processus aléatoires stationnaires et ergodiques.

Cependant, en absence de ces enregistrements, il est nécessaire de disposer des modèles analytiques ou empiriques fiables pour l'étude de la variation spatiale des mouvements sismiques des sols qui peuvent être utilisés dans l'étude de la résistance sismique et la conception des structures étendues [Zerva et Harada, 1997].

Le développement des modèles analytiques se fait dans le cadre d'une étude probabiliste incorporant des notions de processus stochastiques des vibrations aléatoires puisque une excitation sismique est de nature aléatoire [Lin et Zhang, 2005].

A cet effet, nous exposons ci-dessous succinctement quelques notions fondamentales de processus stochastiques.

2.5.1. Notions de base

On va entamer dans cette section des définitions de base sur des variables aléatoires, comme introduction à la description des processus aléatoires des vecteurs et des champs traités [Peebles, 1987; Lutes & Sarkani, 2004; Riley et al., 2002].

2.5.1.1. Variable aléatoire

Une variable aléatoire est utilisée pour décrire un événement dans un espace en terme quantitatif. Car une variable aléatoire continue peut prendre n'importe quelle valeur dans un ou plusieurs intervalles. Une variable aléatoire est une fonction définie sur l'ensemble des éventualités, c'est-à-dire l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire.

2.5.1.2. Fonction de distribution

La fonction de distribution est définie comme

$$f_x(x) = P(X \leq x) \quad (2.1)$$

Où x indique la valeur de la variable aléatoire X et P représente la probabilité.

2.5.1.3. Fonction de densité de probabilité à une variable

La fonction de densité de probabilité de X est définie comme

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.2)$$

- **Moment d'ordre 1 ou espérance mathématique de X**

Pour toute variable aléatoire X, la valeur moyenne est définie comme

$$\mu_X = E[X] = \bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.3)$$

On reconnaît dans cette expression la définition courante de valeur moyenne de x.

- **Moment d'ordre 2 ou variance**

La variance est le moment central second, noté σ_X^2 et prend l'expression

$$\text{Var}(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx = E(X^2) - \mu_X^2 \quad (2.4)$$

2.5.1.4. Fonction de densité de probabilité à deux variables

La fonction de répartition de probabilité commune de deux variables aléatoires X et Y est définie comme

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y), \quad (2.5)$$

et la fonction de densité de probabilité commune est définie par

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y}, \quad (2.6)$$

La corrélation entre X et Y est donnée par

$$\text{cor}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (2.7)$$

Avec

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (2.8)$$

Le coefficient de corrélation, ρ_{XY} est défini comme

$$\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.9)$$

qui prend des valeurs dans l'intervalle $[-1, 1]$. Similaires aux caractéristiques de la corrélation (Eq. 2.7), lorsque $\rho_{XY} = 1$, X et Y sont en relation linéaire, et la pente de la ligne est positive. Lorsque $\rho_{XY} = -1$, X et Y sont aussi en relation linéaire, mais la pente est maintenant négative. Comme $|\rho_{XY}|$ diminue, les valeurs des paires (X, Y) commencent « à disperser » autour de la ligne droite. $\rho_{XY} = 0$. Cela signifie que soit X ou Y ne sont pas corrélés, à savoir, les valeurs des paires (X, Y) seront réparties sur l'ensemble du plan x - y ou, au contraire, qu'il existe une relation fonctionnelle non linéaire entre les deux (Fig. 2.2).

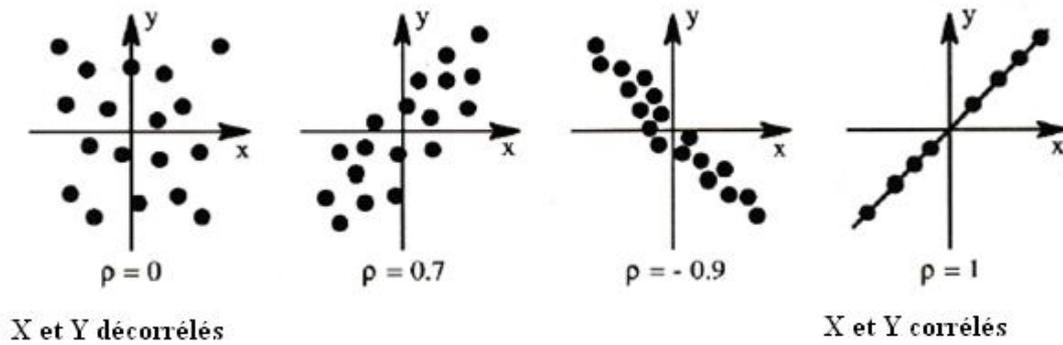


Fig.2.2- Exemple de variables plus ou moins corrélées [Barbi, 2011]

2.5.2. Processus stochastiques

2.5.2.1. Généralités

Un processus stochastique est une séquence d'un nombre infini des variables aléatoires, X_1, \dots, X_n , pour chaque temps t_1, \dots, t_n . Les propriétés statistiques d'un processus stochastique réel $X(t)$ sont complètement déterminées à partir de sa fonction de distribution de probabilité jointe de nième ordre

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = p(x(t_1) \leq x_1, \dots, x(t_n) \leq x_n) \quad (2.10)$$

Comme a été indiqué dans la section précédente, la fonction de distribution de probabilité jointe du nième ordre est une extension de l'équation (2.5). Le processus aléatoire est généralement caractérisé par ses premier et deuxième moments: la valeur moyenne du processus, définie par l'équation (2.3) qui peut s'écrire

$$\mu_x(t) = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf_X(x, t)dx \quad (2.11)$$

et la fonction d'auto-corrélation (Eq. 2.7) qui devient

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1) - x(t_2)] \quad (2.12-a)$$

ou bien

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] \quad (2.12-b)$$

avec $E[x(t_1)x(t_1)]$ est donné par l'équation (2.8) et peut prendre la forme

$$E[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_{X_1, X_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.13)$$

Pour l'évaluation des descripteurs stochastiques des mouvements sismiques du sol à chaque endroit ($\vec{r}_j = \{x_j, y_j, z_j\}, j = 1, \dots, n$) sur la surface du sol, on considère que l'enregistrement de l'accélération $a(\vec{r}_j, t)$, est un processus stochastique du temps t , c'est à dire, à chaque instant, $a(\vec{r}_j, t)$ est la réalisation d'une variable aléatoire. Comme indiqué plus tôt, le processus est généralement décrit par son premier et deuxième moment, c'est à dire, sa valeur moyenne et sa fonction d'auto-corrélation (Eqs. 2.11 et 2.12) qui prennent les formes suivantes

$$\mu_{aa}(\vec{r}_j, t) = E[a(\vec{r}_j, t)] \quad (2.14-a)$$

$$\tilde{R}_{aa}(\vec{r}_j, t_1, t_2) = E[a(\vec{r}_j, t_1)a(\vec{r}_j, t_2)] \quad (2.14-b)$$

On admet généralement la notation:

$$\mu_j(t) = \mu_{aa}(\vec{r}_j, t) \quad (2.15-a)$$

$$\tilde{R}_{jj}(t_1, t_2) = \tilde{R}_{aa}(\vec{r}_j, t_1, t_2) \quad (2.15-b)$$

2.5.2.2. Stationnarité et ergodicité

L'hypothèse de la stationnarité implique que les descripteurs stochastiques des mouvements ne dépendent pas du temps absolu, mais sont des fonctions des différences de temps (ou décalage dans le temps) seulement. Dans le sens strict, la stationnarité exige que toutes les fonctions de densité de probabilité communes du processus sont identiques si le temps est décalé par τ (positif ou négatif) c'est à dire, l'équation (2.10) s'écrit :

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) \quad (2.16)$$

Pour un processus stationnaire, la fonction d'auto corrélation de l'enregistrement de l'accélération à une station j n'est plus une fonction des deux instants t_1 et t_2 , mais du temps absolu t , et du décalage temporel $\tau = t_1 - t_2$ seulement. L'équation (2.15) devient alors

$$\tilde{R}_{jj}(t_1, t_2) = \tilde{R}_{jj}(t, t + \tau) = \tilde{R}_{jj}(\tau) \quad (2.17)$$

Un processus stationnaire est ergodique, si les moyennes prises le long de n'importe quelle réalisation du processus sont identiques aux moyennes d'ensemble, c'est à dire, l'information contenue dans chaque réalisation est suffisante pour la description complète du processus.

2.5.2.3. Transformée de Fourier

La transformée de Fourier \hat{f} est une opération qui transforme une fonction intégrable sur \mathfrak{R} en une autre fonction, décrivant le spectre fréquentiel de cette dernière. Si f est une fonction intégrable sur \mathfrak{R} , sa transformée de Fourier est

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.18)$$

La transformée de Fourier inverse devient alors :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.19)$$

On dira alors que f est dans le domaine temporel, et que \hat{f} est dans le domaine fréquentiel. En physique, la transformation de Fourier permet de déterminer le spectre d'un signal.

2.5.2.4. Densité spectrale de puissance

La fonction d'auto corrélation $R_{jj}(\tau)$, et la densité spectrale de puissance (ou le spectre de puissance), $S_{jj}(\omega)$, du processus sont les paires de la transformation de *Wiener -Khinchine* [Vanmarcke, 1983].

$$\hat{R}_{jj}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{S}_{jj}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.20)$$

Ce qui est équivalent à écrire

$$\hat{S}_{jj}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{R}_{jj}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.21)$$

La relation de *Wiener-khinchin* est le lien de base entre la description en domaine temporel de processus (fonction de corrélation) et la description en domaine fréquentiel (densité spectrale).

Alternativement, l'évaluation de la densité spectrale de puissance de l'équation (2.21) se fait dans le domaine des fréquences comme suit [Zerva, 2000]:

$$A_j(\omega) = \Lambda_j(\omega) \exp [i\Phi_j(\omega)]$$

qui dénote la transformée de Fourier, définie comme dans l'équation (2.19), de l'histoire temporelle de l'accélération $a_j(t)$. Le spectre de puissance de la série devient alors

$$\hat{S}_{jj}(\omega) = \frac{2\pi}{T} A_j^*(\omega) A_j(\omega) = \frac{2\pi}{T} \Lambda_j^2(\omega) \quad (2.22)$$

où le symbole (*) dénote le conjugué complexe. L'équation (2.22) indique que la densité spectrale de puissance est une valeur réelle.

L'estimation de l'équation (2.22) est couramment appelée périodogramme. Le périodogramme est un estimateur du spectre de puissance asymptotiquement (lorsque $T \rightarrow +\infty$). La valeur exceptée du périodogramme est effectivement la convolution du spectre réel avec la transformée de Fourier de la fenêtre temporelle utilisée pour tronquer la série en durée finie. Le périodogramme est une estimation incohérente de la densité spectrale de puissance: Sa variance à chaque fréquence est approximativement égale à la valeur du spectre réel à cette fréquence, et ne peut être réduite en augmentant la durée du segment analysé. La variance du périodogramme ne peut être réduite que par lissage dans le domaine du temps ou de la fréquence [Zerva, 2000].

2.5.3. Processus stochastiques bi-variés

2.5.3.1. Fonction de corrélation croisée

La fonction d'intercorrélation entre deux processus $a(\vec{r}_j, t_1)$ et $a(\vec{r}_k, t_2)$ qui dépend à la fois des temps t_1 et t_2 et des positions, \vec{r}_j et \vec{r}_k sur la surface du sol, est définie comme

$$\tilde{R}_{aa}(\vec{r}_j, t_1; \vec{r}_k, t_2) = E[a(\vec{r}_j, t_1) a(\vec{r}_k, t_2)] \quad (2.23)$$

Les indices j et k sont employés pour indiquer la dépendance de l'endroit, c'est-à-dire,

$$\tilde{R}_{jk}(t_1, t_2) = \tilde{R}_{aa}(\tilde{r}_j, t_1; \tilde{r}_k, t_2) \quad (2.24)$$

Autant que les processus sont conjointement stationnaires, la fonction d'interioncorrélacion (2.24) peut être réécrite comme suit

$$\tilde{R}_{jk}(t_1, t_2) = \tilde{R}_{jk}(t, t + \tau) = \tilde{R}_{jk}(\tau) \quad (2.25)$$

2.5.3.2. interdensité spectrale

L'intersensité spectrale entre les enregistrements temporels à deux stations est définie comme la transformée de Fourier (Eq. 2.19) de la fonction d'intercorrélacion, c'est-à-dire

$$\hat{S}_{jk}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{R}_{jk}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.26)$$

La transformée de Fourier inverse de l'équation (2.26) donne

$$\hat{R}_{jk}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{S}_{jk}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.27)$$

Alternativement, l'évaluation du spectre croisé de l'équation (2.26) peut se faire directement dans le domaine des fréquences comme suit:

$$A_j(\omega) = \Lambda_j(\omega) \exp[i\varphi_j(\omega)], A_k(\omega) = \Lambda_k(\omega) \exp[i\varphi_k(\omega)]$$

$A_j(\omega)$ $\Lambda_k(\omega)$ sont les transformées de Fourier des enregistrements d'accélération $a_j(t)$ et de $a_k(t)$, respectivement, selon l'équation (2.19). L'estimateur du spectre croisé de l'équation (2.26) devient

$$\begin{aligned}\hat{S}_{jk}(\omega) &= \frac{2\pi}{T} A_j^*(\omega) A_k(\omega) \\ &= \frac{2\pi}{T} \Lambda_j(\omega) \Lambda_k(\omega) \exp[i\{\phi_k(\omega) - \phi_j(\omega)\}]\end{aligned}\quad (2.28)$$

La valeur absolue de l'interdensité spectrale est

$$|\hat{S}_{jk}(\omega)| = \frac{2\pi}{T} \Lambda_j(\omega) \Lambda_k(\omega) \quad (2.29)$$

Cette dernière se nomme habituellement l'amplitude du spectre croisé, et le déphasage dans l'équation (2.28) est

$$\hat{\phi}_{jk}(\omega) = \tan^{-1} \frac{\Im[\hat{S}_{jk}(\omega)]}{\Re[\hat{S}_{jk}(\omega)]} = \phi_k(\omega) - \phi_j(\omega) \quad (2.30)$$

Dans l'équation (2.30), $\Re[S_{jk}(\omega)]$ et $\Im[S_{jk}(\omega)]$ représentent les parties réelles et imaginaires du spectre croisé, respectivement. L'inter-amplitude est contrôlée par les amplitudes de Fourier des mouvements aux deux stations.

Les propriétés statistiques de la intersensité spectrale sont semblables à celle du spectre de puissance, en particulier du fait que sa variance ne peut pas être réduite en augmentant la durée du segment analysé. Ceci suggère que les évaluations spectrales croisées doivent également être lissées.

2.5.4. Cohérence

2.5.4.1. Définition

La cohérence qui décrit la variabilité des mouvements sismique, est principalement attribuée à leur différence de phase [Abrahmson, 1992]. La cohérence spatiale de deux processus stochastiques lissés $a_j(t)$, $a_k(t)$, est paramétrisée par la fonction de cohérence et elle est définie par la relation suivante [Abrahmson, 1991; Harichandran et Vanmarecke, 1986].

$$\gamma_{jk}(\omega) = \frac{S_{jk}(\omega)}{\sqrt{S_{jj}(\omega)S_{kk}(\omega)}} \quad (2.31)$$

où $S_{jj}(\omega)$, $S_{kk}(\omega)$ et $S_{jk}(\omega)$ sont les densités spectrales et la interdensité spectrale de $a_j(t)$, $a_k(t)$ aux position j et k, respectivement. Par suite, la cohérence qui est généralement une fonction complexe peut être exprimée comme suit

$$\gamma_{jk}(\omega) = |\gamma_{jk}(\omega)| \exp[i\theta_{jk}(\omega)] \quad (2.32)$$

Le spectre de phase est donné comme

$$\theta_{jk}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\Im[S_{jk}(\omega)]}{\Re[S_{jk}(\omega)]} \right) \quad (2.33)$$

$|\bar{\gamma}_{jk}(\omega)|$ est la cohérence retardée qui indique le degré de la corrélation linéaire entre les processus aléatoires enregistrées à deux stations.

$$|\bar{\gamma}_{jk}(\omega)| = \frac{|\bar{S}_{jk}^M(\omega)|}{\sqrt{\bar{S}_{jj}^M(\omega)\bar{S}_{kk}^M(\omega)}} \quad (2.34)$$

avec $0 < \gamma_{jk}(\omega) < 1$. Sa partie réelle $\Re[\gamma_{jk}(\omega)]$, est désignée généralement sous le nom de la cohérence non retardée et le carré de la cohérence retardée est désignée comme la fonction de cohérence.

2.5.4.2. Spectre de phase

Le spectre de phase de la cohérence complexe comprend deux effets, celui de la propagation des ondes entre deux stations et celui de la variabilité de la phase aléatoire à chaque station.

- **Effet de Passage Onde**

On suppose que le mouvement sismique du sol se compose d'une forme d'onde qui se propage avec la vitesse c inchangée sur la surface du sol le long d'une ligne reliant deux stations. Le vecteur de la distance de séparation entre les stations est indiquée par $\vec{\xi}_{jk} = \vec{r}_k - \vec{r}_j$. L'expression de la cohérence analytique de l'équation (2.31) pour ce type de mouvement [Vanmarcke, 1983] est:

$$\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega) = \exp\left[-i \frac{\omega \xi_{jk}}{c}\right] : \xi_{jk} = \vec{c} \cdot \vec{\xi}_{jk} \quad (2.35)$$

Il est supposé implicitement que l'onde se propage de la station j à la station k . L'équation (2.35) implique que $|\gamma_{jk}(\xi_{jk}, \omega)| = 1$ et le terme complexe dans l'équation décrit l'effet de passage d'onde, exprimant le retard temporel dans l'arrivée des ondes qui se propagent à des stations différentes, uniquement en raison de leur propagation. Le spectre de phase de ces mouvements est alors une fonction linéaire de la fréquence. Il est exprimé par:

$$\mathcal{G}_{jk}(\xi_{jk}, \omega) = -\frac{\omega \xi_{jk}}{c} \quad (2.36)$$

2.5.4.3. Cohérence retardée

La cohérence retardée $|\gamma_{jk}(\xi, \omega)|$ est une mesure de similitude dans les mouvements sismiques, qui nous donne le degré auquel les données enregistrées aux deux stations sont reliées au moyen d'une fonction de transfert linéaire. Si un processus peut être obtenu au moyen d'une transformation linéaire d'un autre processus et en l'absence du bruit, la cohérence est égale à l'unité. Pour des processus non-corrélatifs (cas où les mesures aux points j et k sont totalement incohérents), la cohérence devient nulle.

On s'attend qu'aux basses fréquences et aux courtes distances de séparation, les mouvements soient semblables et donc théoriquement, la cohérence retardée tendra à l'unité quand la fréquence et la distance de séparation de station tendent à zéro (cas où les mesures aux points j et k sont totalement cohérents). D'autre part, à des grandes fréquences et à longues distances de séparation de station, les mouvements deviendront non-corrélatifs, et théoriquement, la cohérence retardée tendra vers zéro. La valeur de la cohérence entre ces cas extrêmes se désintègre avec la distance de séparation de station et de fréquence. Cette observation a été validée à partir des analyses des données enregistrées, et les formes fonctionnelles décrivant la cohérence retardée à n'importe quel endroit et à n'importe quel événement sont des fonctions exponentielles décroissantes avec la distance de séparation et la fréquence [Zerva, 2000].

2.5.5. Champs aléatoires

Le concept du champ aléatoire des mouvements sismiques du sol dénotera un processus multi-variable où l'information est disponible pour tous les endroits sur la surface du sol. En d'autre terme, la distance de séparation entre les stations, ξ , devient maintenant une variable continue. Les descripteurs stochastiques du champ aléatoire dans les domaines temporels et fréquentiels, c'est à dire, les fonctions de corrélation, de densités spectrales et de cohérence, deviennent alors

$$\bar{R}(\tau) = \bar{R}_{jj}(\tau) \Leftrightarrow \bar{S}(\omega) = \bar{S}_{jj}(\omega) \quad (2.37-a)$$

$$\bar{R}(\xi, \tau) = \bar{R}_{jk}(\tau) \Leftrightarrow \bar{S}(\xi, \omega) = \bar{S}_{jk}(\omega) \quad (2.37-b)$$

$$\bar{\gamma}(\xi, \omega) = \frac{\bar{S}(\xi, \omega)}{\bar{S}(\omega)} = \bar{\gamma}_{jk}(\omega) \quad (2.37-c)$$

Comprenant toutes les évaluations discrètes aux stations $j, k = 1, \dots, n$, l'enregistrement temporel à n'importe quel endroit sur la surface du sol devient alors une réalisation d'un champ aléatoire. Une fois que les estimateurs spectraux sont obtenus à partir des données sismiques, les modèles paramétriques sont adaptés aux évaluations. Ces modèles paramétriques sont des fonctions continues de ξ , et par conséquent, représentent un champ aléatoire

- **Homogénéité et isotropie**

L'homogénéité est similaire à celle de stationnarité. L'homogénéité, se réfère généralement aux variables d'espace et implique que les descripteurs stochastiques des mouvements sont des fonctions qui ne dépendent que du vecteur de distance de séparation $\vec{\xi}_{jk} = \vec{r}_k - \vec{r}_j$, mais pas de la localisation absolue des stations. De la même façon, la stationnarité qui se réfère à la variable du temps, implique la dépendance sur le décalage de temps seulement, et non pas du temps absolu. Physiquement, l'homogénéité suggère que la densité spectrale de puissance des mouvements sismiques aux différentes stations d'enregistrement ne varie pas de manière significative, c'est à dire, elle est indépendante de la station.

L'isotropie suppose que les descripteurs stochastiques des mouvements sismiques sont invariants par rotation, c'est à dire, indépendants de la direction du vecteur de la distance de séparation entre les stations. Ils sont alors des fonctions de sa valeur absolue seulement c'est-à-dire $\xi_{jk} = |\vec{\xi}_{jk}|$.

2.6. Modèles paramétriques

2.6.1. Modèle de la densité spectrale

Une fois le spectre de puissance des mouvements aux stations considérées a été évalué, une forme paramétrique est adaptée sur les estimations, généralement par un régime de régression. Les formes paramétriques les plus couramment utilisés de la densité spectrale de puissance sont, le spectre de Kanai-Tajimi [Kanai, 1957 et Tajimi, 1960], ou de son extension développée par Clough & Penzien [Clough and Penzien, 2003]. Les bases physiques du spectre de Kanai-Tajimi font qu'il passe par un processus blanc à travers un filtre du sol, l'expression de la densité spectrale de puissance des accélérations du sol est donnée par

$$S_a(\omega) = S_0 \frac{1 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \quad (2.38)$$

où S_0 est l'amplitude de l'excitation du processus blanc au substratum rocheux. ω_g et ξ_g sont la fréquence et le coefficient d'amortissement du sol, respectivement. L'inconvénient de l'équation (2.38) est que le spectre produit des variances infinies pour la vitesse et le déplacement du sol. Pour tout processus stationnaire, la densité spectrale de puissance de la vitesse $S_u(\omega)$ et du déplacement $S_d(\omega)$ sont liées à celle de l'accélération par:

$$S_v(\omega) = \frac{1}{\omega} S_a(\omega); \quad S_d(\omega) = \frac{1}{\omega^2} S_a(\omega) \quad (2.39)$$

Il apparaît des équations (2.38) et (2.39) que les spectres de vitesse et de déplacement de Kanai-Tajimi ne sont pas définis quand $\omega \rightarrow 0$. Clough et Penzien (2003) ont adopté le spectre de Kanai-Tajimi (Eq. 2.38) par un filtre supplémentaire du sol avec les paramètres ω_f et ξ_f et ont décrit le spectre de puissance des accélérations du sol comme:

$$S_a(\omega) = S_0 \frac{1 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\xi_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \times \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2\right]^2 + 4\xi_f^2 \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2} \quad (2.40)$$

Ce qui donne des variances finies pour les vitesses et les déplacements. Pour la simulation des mouvements sismiques dans des conditions de sol ferme, les paramètres du sol prennent les valeurs $\omega_g = 5\pi$ rad / sec, $\omega_f = 0.1\omega_g$, et $\xi_g = \xi_f = 0.6$ [Zerva, 2000]. Les valeurs des paramètres pour d'autres conditions de sol se trouvent, par exemple, dans [Der Kiureghian et al, 1992; Ellingwood et al, 1982].

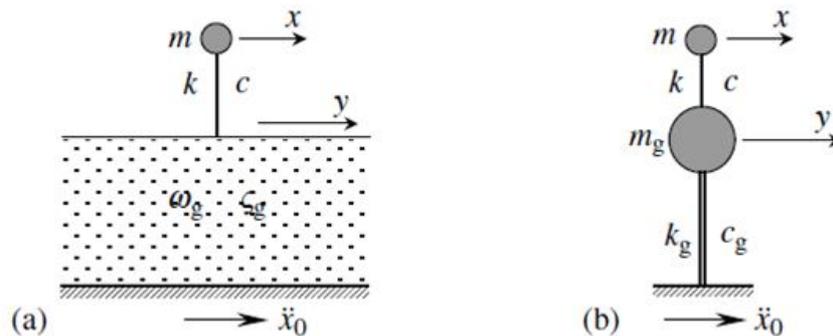


Fig.2.3- Modèle de Kanai-Tajimi [Lin et Zhang, 2005].

2.6.2. Modèles de la cohérence

On présente ci dessous des modèles empiriques, semi-empiriques et analytiques pour la variation spatiale des mouvements sismiques du sol, en terme de la cohérence.

2.6.2.1. Modèles empiriques

Il existe une multitude d'expressions de la cohérence dans la littérature, comme illustré par les exemples ci-dessous, cela en raison de

- 1) la variabilité dans les données sismiques enregistrées à différents emplacements et pendant différents événements,
- 2) les différences dans le traitement numérique des données employées par divers investigateurs,
- 3) les différentes formes fonctionnelles utilisées dans la formulation d'un modèle de régression aux données avec grande dispersion.

- **Modèle de Loh** [Loh, 1985 ; Zerva, 2000]

$$|\gamma(\omega, \xi)| = \exp[-a(\omega)|\xi|] \quad (2.41)$$

avec $a(\omega)$ est une fonction de ω déterminée à partir des données.

- **Modèle de Loh et Yeh** [Loh et Yeh, 1983]

$$|\gamma(\omega, \xi)| = \exp\left[-a \frac{\omega|\xi|}{2\pi c}\right] \quad (2.42)$$

- **Modèle de Loh et Lin** [Loh et Lin, 1990]

L'estimation de la cohérence pour la description unidimensionnelle (isotrope) peut se faire par l'une des expressions

$$|\gamma(\omega, \xi)| = \exp[-a\xi^2] \quad (2.43)$$

$$|\gamma(\omega, \xi)| = \exp\left[(-a - b\omega^2)|\xi|\right] \quad (2.44)$$

$$|\gamma(\omega, \xi)| = \exp\left[(-a - b\omega)|\xi|^c\right] \quad (2.45)$$

Mais pour la description de la cohérence multidirectionnelle, on peut utiliser:

$$|\gamma(\omega, \xi, \theta)| = \exp\left[(-a_1 - b_1\omega^2)|\xi \cos\theta|\right] \exp\left[(-a_2 - b_2\omega^2)|\xi \cos\theta|\right] \quad (2.46)$$

avec θ indique l'angle entre la direction de propagation des ondes et la station de séparation, et les autres paramètres en fonction des données de SMART-2.

- **Modèle de Harichandran et Vanmarcke** [Harichandran & Vanmarcke, 1986]

Ces auteurs ont évalué des cohérences retardées non paramétriques de quatre événements du réseau de SMART-1. Ils ont noté que l'hypothèse de l'isotropie était valable pour les données et ont présenté un modèle de cohérence de la forme:

$$|\gamma(\omega, f)| = A \exp\left(-\frac{2B\xi}{av(f)}\right) + (1-A) \exp\left(-\frac{2B\xi}{v(f)}\right) \quad (2.47)$$

avec

$$|v(f)| = k \left[1 + \left(\frac{f}{f_0} \right)^b \right]^{-1/2} \quad \text{et} \quad B = (1 - A + aA)$$

où ξ représente la distance de séparation, $A = 0.736$, $a = 0.147$, $k = 5210 \text{ m}$, $f_0 = 1.09 \text{ hz}$ et $b=2.78$, ceux qui correspondent aux données enregistrées pendant l'événement 20 de

SMART-1. La figure 2.2 présente la variation du modèle de cohérence de Harichandran et de Vanmarcke (1986) en fonction de la fréquence, pour différentes distances de séparation ξ .

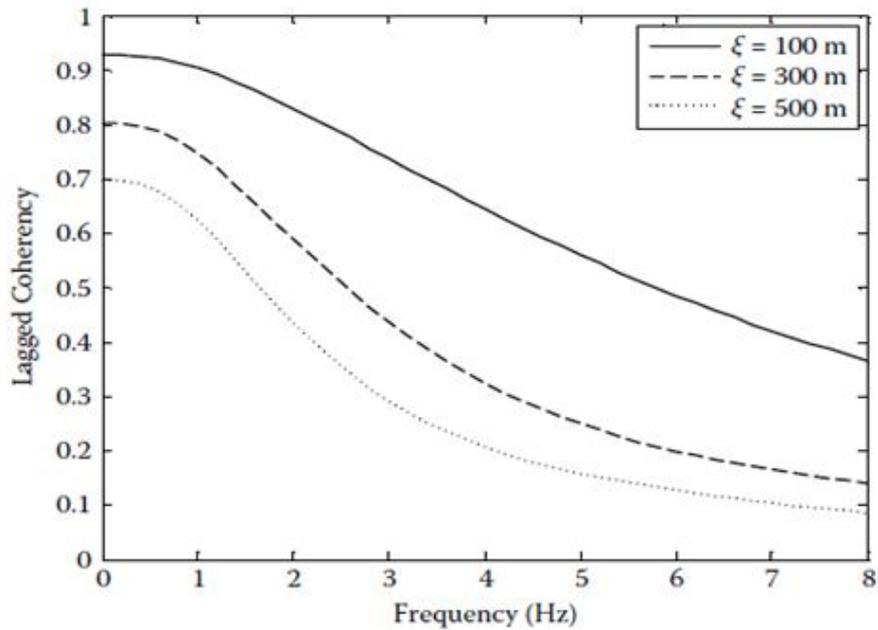


Fig. 2.4- Modèle de la cohérence de Harichandran et de Vanmarcke (1986).

- **Modèle de Harichandran** [Harichandran, 1991]

Il a présenté une deuxième expression de la cohérence pour expliquer la différence dans le comportement de la cohérence à des longues distances de séparation et à des fréquences plus hautes.

$$|\gamma(\xi, f)| = A \exp\left(-\frac{2\xi(1-A)}{ak} \left(1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^b\right)^{1/2}\right) + (1-A) \quad (2.48)$$

- **Modèle d'Abrahamson** [Abrahamson, 1990]

Basé sur l'analyse de régression non linéaire des données enregistrées pendant 15 tremblements de terre, Abrahamson a proposé la formule suivante :

$$\tanh^{-1}|\gamma(\omega, \zeta)| = (a_1 + a_2\zeta) \cdot \left\{ \exp[(b_1 + b_2\zeta) \cdot \omega] + \frac{1}{3} \omega^c \right\} + k \quad (2.49)$$

où la fonction de cohérence finale est:

$$\gamma(\omega, \zeta, \zeta_r) = \frac{|\gamma(\omega, \zeta)|}{1 + (\omega/m)^4} \left[\exp(i2\pi\omega\zeta_r s) + (\omega/m)^4 \exp(i\eta) \right] \quad (2.50)$$

avec, a_1, a_2, b_1, b_2 sont des constantes obtenues des données enregistrées aux réseaux sismiques denses.

- **Modèle Yang et Chen (2000)**

Ce modèle est obtenu à partir de 187 échantillons de cohérence par régression statistique:

$$\begin{aligned} |\rho(d, \omega)| &= |\bar{\rho}(d, \omega)| \pm \mu \sigma_\rho(d, \omega) \\ &= \left(1 + \left(a_1 d^{0,25} + a_2 (df)^{0,5} \right) \right)^{-1/2} \cdot \exp \left(\left(-\frac{1}{2} \left(a_3 d^{a_4} f^{a_5} \right)^2 \right) \right) \\ &\pm \mu (0,2 \times \sin(b_1 f + b_2) + b_3 d + b_4 f + b_5 / (3f + b_6)) \end{aligned} \quad (2.51)$$

où d est la distance entre deux stations, ω la fréquence, μ un facteur de pic et $a_1, a_2, a_3, b_1 \sim b_5$ sont des coefficients déterminés au sens des moindres carrés [Liao, 2006].

2.6.2.2. Modèles semi-empiriques

Les modèles semi-empiriques de la variation spatiale des mouvements sismiques de sol en termes de la cohérence, sont des modèles dont leur forme fonctionnelle est basée sur des

considérations analytiques mais leur évaluation de paramètre exige l'enregistrement des données.

Abrahamson (1992) a admet que la cohérence globale est le produit des effets de la source $\gamma_{source}(\omega, d)$ et l'effet de passage d'ondes $\gamma_{passage}(\omega, d)$:

$$\gamma_{totale}(\omega, d) = \gamma_{source}(\omega, d) \times \gamma_{passage}(\omega, d) \quad (2.52)$$

où

$$\gamma_{passage}(\omega, d) = \tanh([a - b \ln \xi] \exp[-c\omega] + \xi) \quad (2.53)$$

$$\gamma_{source}(\omega, d) = \tanh(e \cdot \exp[-m\omega - n\xi] + p) \quad (2.54)$$

Basé sur la théorie des processus aléatoires, Der Kiureghian (1996) a proposé un modèle de la cohérence, qui est le produit de trois termes: l'effet de passage d'onde, l'effet d'incohérence et l'effet de site, sous la forme :

$$\begin{aligned} \gamma_{kl}(\omega, d) &= \gamma_{kl}(\omega, d)^{incohérence} \times \gamma_{kl}(\omega, d)^{pertecohérence} \times \gamma_{kl}(\omega, d)^{site} \\ &= \cos[\beta(d_{kl}, \omega)] \exp\left[-\frac{1}{2}\alpha^2(d_{kl}, \omega)\right] \cdot \exp\left[i\left(\theta_{kl}\left(\omega^{passage \ d'onde} + \right)\right)\right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Cependant, le modèle de la cohérence le plus cité est celui présenté par Luco et Wong (1986), basé sur l'analyse des ondes de cisaillement qui se propageant à une distance R à travers un milieu aléatoire

$$|\gamma(\omega, \xi)| = e^{-(\eta\omega\xi/v_{rm})^2} = e^{-\alpha^2\omega^2\xi^2} \quad (2.56)$$

Avec

$$\eta = \mu \left(\frac{R}{r_0} \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\eta}{v_{rm}} \quad (2.57)$$

où v_{rm} est une estimation de la vitesse des ondes de cisaillement élastiques dans le milieu aléatoire, r_0 la longueur de l'échelle d'inhomogénéités aléatoires le long du chemin et μ^2 une mesure de la variation relative des propriétés élastiques dans le milieu. α est le paramètre de baisse de cohérence, qui contrôle la décroissance exponentielle de la fonction, de sorte que plus la valeur de α est élevée, plus la perte de cohérence est élevée lorsque la distance de séparation et la fréquence augmentent. Avec un choix approprié du paramètre de baisse de la cohérence, il a été montré que le modèle s'adapte à la variation spatiale des données enregistrées et il a été largement utilisé par les chercheurs dans l'évaluation et l'analyse de la réponse sismique des lifelines [Der Kiureghian et al., 1992; Zerva, 1994]. La figure 2.5 présente la décroissance exponentielle du modèle Luco et Wong (1986) en fonction des fréquences à différentes distances de séparation pour $\alpha = 2.5 \times 10^{-4} \text{ sec} / \text{m}$.

Zerva et Harada (1997) ont utilisé un modèle semi-empirique (Fig.2.6) pour la cohérence qui rapproche la topographie du site par une couche horizontalement étendue avec des caractéristiques aléatoires recouvrant un demi-espace (substratum rocheux). Le modèle inclut les effets du passage d'onde avec une vitesse constante en surface du sol, la perte de la cohérence due à la dispersion des ondes pendant leur propagation de la source vers le site au moyen de l'expression de Luco et Wong (eq. 2.56), et les effets de site locaux, approchés par le modèle 1-D de propagation verticale des ondes de cisaillement à travers la couche de sol. Les propriétés de la couche aléatoires sont évaluées à partir de la variation spatiale du profil de sol pour le site étudié.

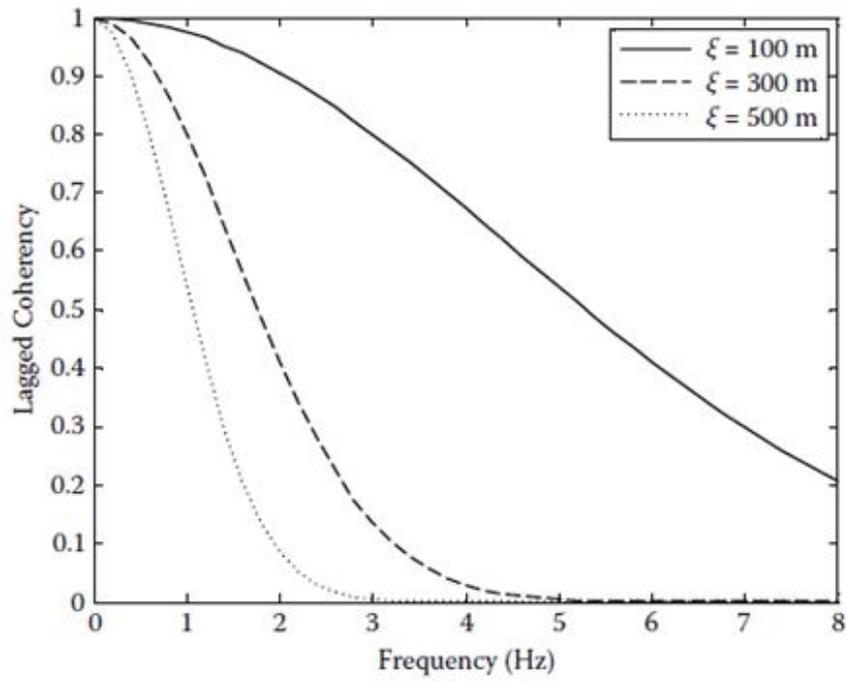


Fig. 2.5- Modèles semi-empiriques de Luco et Wong (1986).

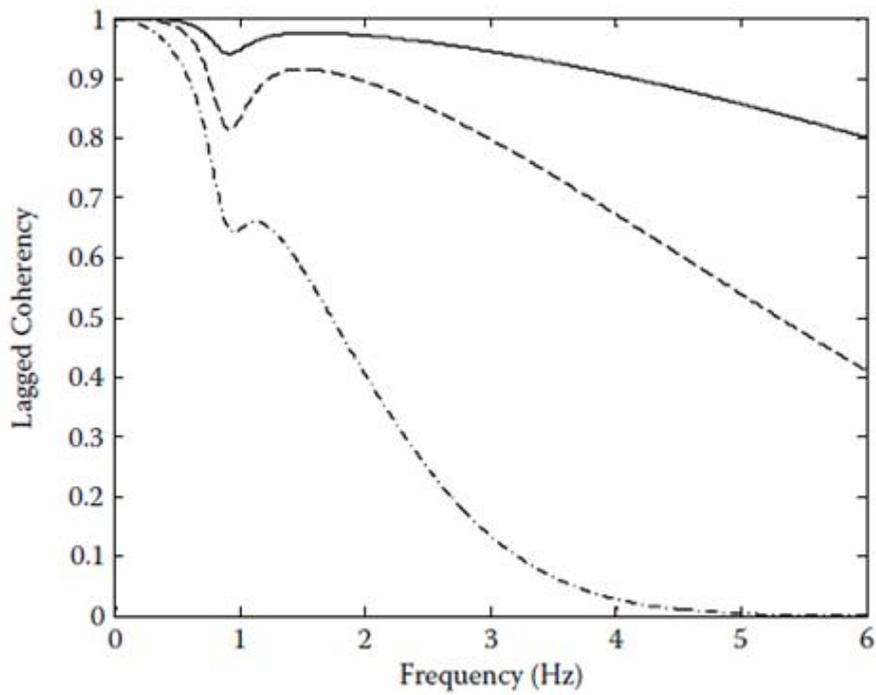


Fig. 2.6- Variation de la cohérence utilisant le modèle de Zerva et Harada (1997).

2.6.2.3.. Modèles analytiques

La modélisation analytique est utilisée soit pour interpréter physiquement certains modèles de cohérence déterminés à partir des données enregistrées ou pour fournir des moyens alternatifs pour la description de la variabilité spatiale des mouvements sismiques du sol. Cette modélisation de la cohérence est soumise à des hypothèses qui ne sont pas nécessairement simplificatrices du problème traité. Nous citons ici quelques exemples.

Kausel et Pais (1987) ont analysé la structure de la corrélation croisée du champ de mouvement du sol aléatoire en considérant l'effet des ondes de volume qui arrivent sur le site à différents d'angles d'incidence. Kanda (2000), en utilisant la modélisation par éléments finis d'un milieu stratifié avec des interfaces irrégulières et aléatoires des mouvements incidents spatialement variables, a analysé la cohérence et la variabilité d'amplitude en surface du site.

2.7. Synthèse bibliographique sur les études antérieures sur la variabilité spatiale du mouvement sismique

L'étude de la variation spatiale des mouvements sismiques du sol a débuté après l'installation des réseaux d'enregistrement des mouvements sismiques. Avant l'installation de ces réseaux, la variation spatiale des mouvements a été attribuée à la propagation apparente des formes d'onde sur la surface du sol, c'est à dire, il a été considéré, que la différence dans les mouvements entre deux stations est causés uniquement par un retard dans l'arrivée du mouvement sismique à la station la plus lointaine [Zerva, 2002]. Les données enregistrées à des réseaux sismographiques denses ont fourni des renseignements précieux sur les causes supplémentaires et des descriptions plus détaillées de la variation spatiale des mouvements.

Des observations ont montré que lors de tremblements de terre en un site donné, les mouvements enregistrés à des points distincts sont différents, dans le contenu fréquentiel et la durée (Loh et al., 1982; Harichandran et Vanmarke 1986; Abrahamson et al., 1991).

Plusieurs modèles ont été développés pour décrire la variation spatiale des mouvements sismiques à l'aide des méthodes statistiques, mathématiques ou physiques, en terme de la

fonction de cohérence. Ceux-ci peuvent être classés en trois modèles: (a) les modèles statistiques basés sur un traitement des données obtenues à partir des réseaux tels que SMART-1 [Harichandran et Vanmarke, 1986], (b) les modèles basés sur l'approche mathématique [Der Kiureghian et al. 1996] et (c) les modèles basés sur les concepts physiques [Zandagui et al., 1999 ; Zerva et Harada, 1997]. Bien que les premiers modèles ont donné une bonne idée de la variation de la fonction de cohérence, ils sont généralement spécifiques aux sites qui ont subi les événements et ne peuvent pas être étendus à d'autres sites et d'autres événements.

A fin de compléter les bases de données disponibles avec des modèles de calcul, des modèles analytiques ont été développés. Zandagui et al. (1999) ont présenté un modèle analytique pour estimer les propriétés statistiques des mouvements sismiques à n'importe quel point dans le sol sur la base des propriétés statistiques obtenues à partir des enregistrements sur la surface. L'accent a été mis sur le cas particulier des ondes SH qui se propagent dans un sol multicouche, et des ondes P stationnaires se propagent dans un demi-espace. Le modèle stochastique de déconvolution considéré est basé sur une formulation avec des matrices de la fonction de densité spectrale. Cette technique de déconvolution stochastique a été désignée comme l'approche stochastique complète de Déamplification (CSDA). Les résultats obtenus ont montré que le déplacement au niveau du sol est moins intensif que le déplacement sur la surface et que cet effet est plus prononcé pour les sols homogènes stratifiés que pour les demi-espaces. Il est constaté aussi que les ondes incidentes P présentent une plus grande cohérence que les ondes incidentes SH.

Cette dernière approche a été utilisée plus tard par Zandagui et al. (2002) pour analyser la variation spatiale du mouvement sismique induite par la propagation des ondes de volume. Les résultats obtenus ont montré que la fonction de cohérence associée à la composante horizontale présente des valeurs plus élevées que pour celle de la composante verticale et que le mouvement est plus cohérent en profondeur qu'en surface libre.

Laouami et Labbe (2001) ont proposé aussi une approche analytique pour étudier le mouvement sismique du sol en terme de la fonction de cohérence. Les résultats obtenus ont

montré que la cohérence croît avec l'augmentation de la vitesse de propagation apparente du mouvement à la surface du sol et la longueur de corrélation. D'autre part la cohérence décroît avec la diminution de la fréquence du mouvement et le paramètre d'amortissement. La comparaison de ce modèle avec celui donnant la fonction de cohérence expérimentale proposé par Abrahamson et al. (1991) a montré que le modèle proposé présente une bonne prédiction de la variabilité spatiale.

Une approche proposée par Zerva et Zhang (1997) pour examiner la variabilité spatiale, a été appliquée à deux événements enregistrés au réseau dense de SMART-I à Lotung en Taiwan. Il a été utilisé aussi pour les données de SMART-II par Liao et zerva (2006). Les résultats étaient les même, c'est-à-dire que la variabilité de la phase et l'amplitude contribuent à la variation spatiale du mouvement du sol. D'autre part la variabilité obtenue à partir des données du réseau SMART-I situé sur les dépôts de gravier fermes est plus importante que pour les données de SMART-I sur le site de sédiments profonds. Alors les conditions du sol influencent la variation spatiale des mouvements sismiques du sol [Liao et zerva, 2006].

Ghiocel et Farhang (2007) ont étudié le mouvement sismique en utilisant les modèles de cohérence de Luco et Wong (1986) et Abrahamson (2005) de l'onde plane. Les résultats ont montré que le modèle de Luco-Wong a une sensibilité plus élevée à la variation de la distance que le modèle d'Abrahamson et que les effets d'incohérence sont significatifs dans les gammes de hautes fréquences et beaucoup moins significatifs pour les réponses à basses fréquences.

2.7. Conclusion

Ce chapitre a été consacré, en premier lieu, aux technique et descripteurs stochastiques utilisés pour la modélisation de la variabilité spatiale des mouvements sismique et l'hétérogénéité du sol. Puis, des rappels sur les processus stochastiques, les modèles paramétriques de la densité spectrale et les différents modèles empiriques et semi empiriques de la cohérence ont été présentés. Le chapitre s'achève par une synthèse bibliographique où sont exposés quelques travaux de recherche sur la variabilité spatiale des mouvements sismiques.

Chapitre 3

FORMULATION DE LA METHODE DE
PRISE EN COMPTE DU CARACTERE
STOCHASTIQUE DU SOL

3.1. Introduction

La contribution de la stochasticité dans les caractéristiques des couches de sol en surface dans la variabilité spatiale des mouvements sismiques du sol et les déformations induites est étudiée.

Ce chapitre porte sur l'évaluation analytique de la variation spatiale des mouvements sismiques. Contrairement aux approches, qui considèrent les caractéristiques des couches de sol totalement déterministes pour l'étude de la réponse d'un site, la présente étude examine l'effet de la stochasticité des couches du sol sur les mouvements sismiques du sol à un point donné de la surface du sol. La contribution du site à la variation spatiale des mouvements de surface est le résultat de la propagation verticale des ondes de cisaillement à travers les couches stochastiques.

Les caractéristiques supposées stochastiques sont la masse volumique et le module de cisaillement et sont représentées par des perturbations au premier ordre autour des valeurs moyennes. Cette représentation a été intensivement utilisée en supposant la variation stochastique dépendant de la profondeur et d'une variable à la probabilité [Karal et Keller, 1964 ; Chu et al., 1981 ; Hryniewicz et Hermans, 1988; Sadouki et al., 2012].

Cependant, vu que le caractère stochastique des couches de sol est introduit ici dans le but de combler l'absence des données enregistrées spatialement en un site, les paramètres de sol sont supposés varier aléatoirement horizontalement. D'autre part, l'excitation sismique est de caractère aléatoire. A cet effet, le présent modèle est formulé dans le cadre des vibrations aléatoires.

Dans ce contexte, le modèle le plus simple est celui proposé par Harada et Shinozaki (1986) et (1987) pour l'analyse probabiliste de la variation spatiale des déplacements et déformations sismiques du sol, respectivement et repris par Zerva et Harada (1997) pour l'étude de l'effet du caractère stochastique des couches de sol sur les estimations de la cohérence et les déformations sismiques.

L'état d'art mené par Manolis (2002) a mis l'accent sur l'efficacité de ce modèle dans l'incorporation de l'hétérogénéité aléatoire de la variation spatiale des mouvements sismiques en surface de sol.

Ce même modèle est utilisé dans le présent travail pour étudier la contribution de la nature du site (meuble, ferme ou rocheux) sur la variation spatiale du mouvement sismique. Le modèle approche la topographie du site par une couche horizontale, étendue latéralement à l'infinie avec des caractéristiques aléatoires recouvrant un demi-espace (substratum rocheux). La variation spatiale du mouvement incident à l'interface du substratum rocheux de la couche comprend les effets de la perte de cohérence des mouvements à des distances de séparation croissantes et de l'effet de leur propagation dans le substratum rocheux.

3.2. Hypothèses

3.2.1. Hypothèses sur les variations stochastiques

On considère une couche de sol horizontale, étendue latéralement avec des propriétés stochastiques, surmontant un demi-espace. Cette couche peut être divisée en plusieurs sous-couches. Les coordonnées spatiales sont la profondeur de la couche z et l'étendue de la surface du sol x . L'épaisseur totale est constante et égale à H comme indiqué dans la figure 3.1. Les caractéristiques de la couche du sol sont le module de cisaillement $G(x, z)$ et la masse volumique $\rho(x, z)$ qui varient de façon aléatoire le long de la coordonnée horizontale comme suivant:

$$G(x, z) = G_z(z)[1 + f_G(x)] \quad (3.1)$$

$$\rho(x, z) = \rho_z(z)[1 + f_\rho(x)] \quad (3.2)$$

Où, $G_z(z)$ et $\rho_z(z)$ représentent les valeurs moyennes de $G(x, z)$ et $\rho(x, z)$, respectivement, et sont des fonctions déterministes de z . $f_G(x)$ et $f_\rho(x)$ représentent les champs stochastiques avec une moyenne nulle le long de la coordonnée horizontale x c'est-à-dire

$$E[f_G(x)] = 0 \text{ et } E[f_\rho(x)] = 0$$

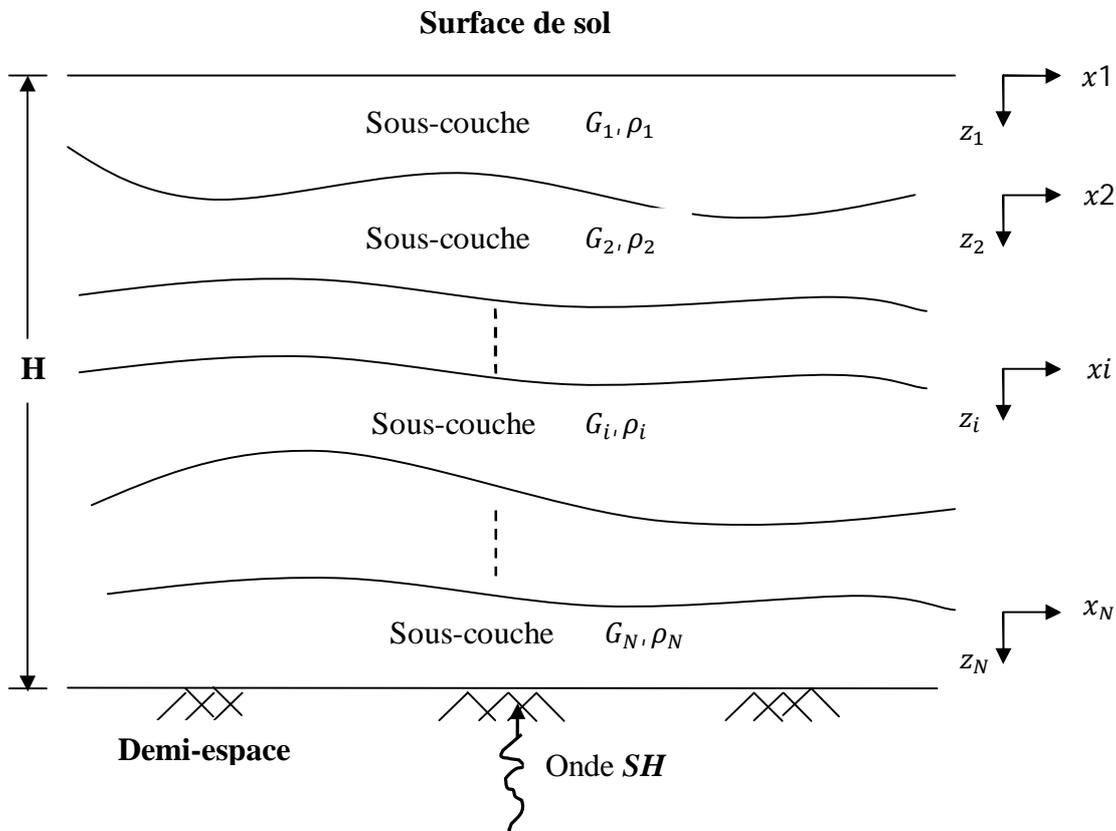
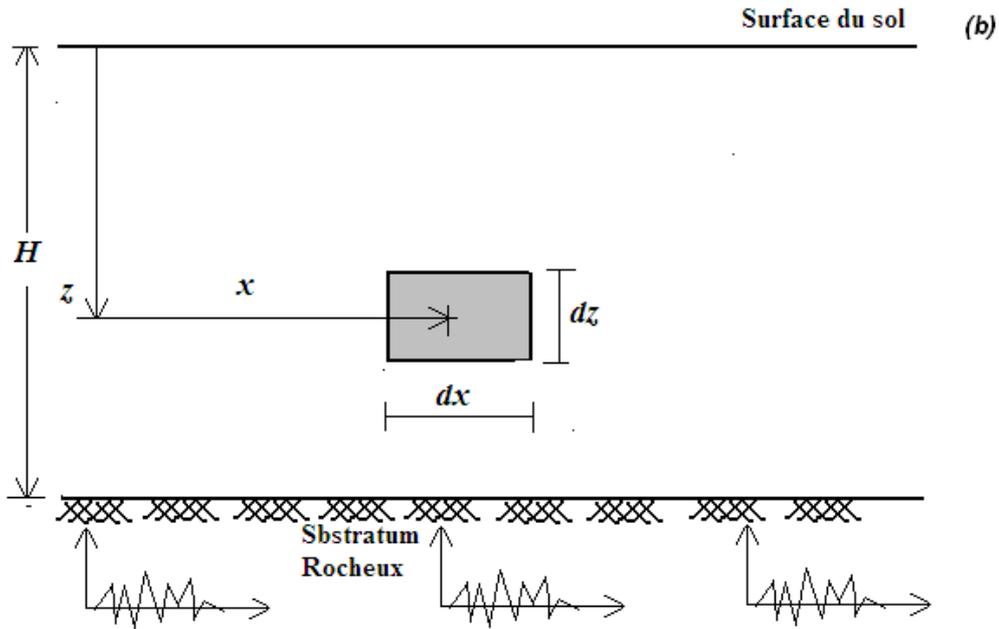


Fig.3.1- Modèle géométrique du sol.

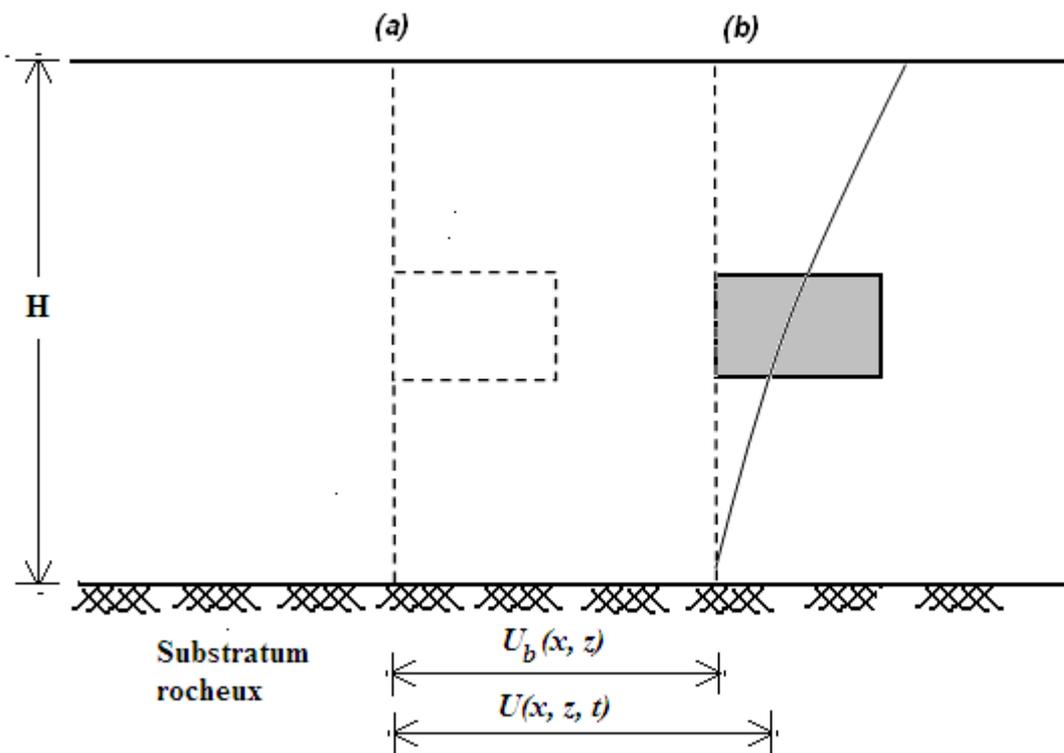
3.2.2. Hypothèses sur le mouvement incident

Le mouvement incident sismique à l'interface du substratum rocheux $u_b(x, t)$, est représenté par des ondes de cisaillement stationnaires aléatoires. La variation temporelle du déplacement à n'importe quel endroit définie par le couple (x, z) dans la couche est la superposition de la variation du déplacement incident à l'interface du substratum rocheux $u_b(x, t)$, et la variation du déplacement relatif entre le substratum rocheux et la position étudiée, $u_r(x, z, t)$ comme le montre la figure 3.2

$$u(x, z, t) = u_b(x, t) + u_r(x, z, t) \quad (3.3)$$



(a) Position d'un élément de sol dans le modèle géométrique.



(b) Champ de déplacement d'un élément de sol.

Fig.3.2- Vibration d'un élément de sol du au mouvement incident.

Les hypothèses suivantes sont adoptées dans la formulation de la réponse du profil de sol au mouvement incident aléatoire.

1- L'onde incidente SH à l'interface du substratum rocheux / couche se propage verticalement au sein des couches. Cette hypothèse simplifie les modes de propagation des ondes dans les milieux stratifiés et elle est couramment utilisée dans la considération des effets du caractère stochastique des couches sur les mouvements sismiques du sol.

2- Le déplacement relatif peut être représenté par les coordonnées généralisés [Peker, 2010 ; Glough et Penzien, 2003]:

$$u_r(x; z, t) = u^*(x, t)\Psi(z) \quad (3.4)$$

où $\psi(z)$ est une fonction de forme, qui satisfait les conditions aux limites géométriques suivantes:

$$\begin{cases} \psi(H) = 0 & \text{à l'interface substratum rocheux / couche} \\ \psi(0) = 1 & \text{en surface} \end{cases}$$

tenant compte l'équation (3.4):

$$\partial u_r = \Psi(z)\partial u^*(x, t) \quad (3.5)$$

Plusieurs fonctions de forme peuvent être utilisées [Anderson, 2002]. Nous retenons la fonction de forme proposée par Harada et Shinozuka (1987) et Zerva & Harada (1997).

$$\Psi(z) = \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \quad (3.6)$$

Ce qui correspond à la forme normalisée du premier mode d'une couche horizontale, homogène, latéralement infinie, reposant sur un substratum rocheux rigide. Cette

considération permet d'approcher la réponse de la couche par celle d'un oscillateur à un seul degré de liberté (1DDL) avec des caractéristiques aléatoires. Notons que cette simplification élimine les effets des modes plus élevés de la couche, mais capture sa réponse dominante. Il est généralement acceptable que le site répond à une fréquence dominante aux excitations sismiques [Glough et Penzien, 2003].

3.3. Formulation de l'équation du mouvement

Tenu compte des considérations ci-dessus, les forces horizontales agissant sur un élément infinitésimal du sol (Fig.3.3) dans la couche sont la force d'inertie et la force de cisaillement, équivalent à la force de rappel dans le modèle de l'oscillateur à un degré de liberté.

- **Force d'inertie**

$$\begin{aligned} F_I &= -\rho(x, z) \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} dx \quad dz \\ &= -\rho(x, z) \ddot{u}(x, z, t) dx \quad dz \end{aligned} \quad (3.7)$$

- **Force de rappel**

$$F_R = \frac{\partial}{\partial z} \left[G(x, z) \frac{\partial u_r(x, z, t)}{\partial z} \right] dx dz \quad (3.8)$$

On applique le principe des travaux virtuels, c'est-à-dire

$$\partial W = \int_0^H (F_I + F_R) \delta u_r = 0 \quad (3.9)$$

$$\partial W = \int_0^H F_I \delta u_r + \int_0^H F_R \delta u_r = 0 \quad (3.10)$$

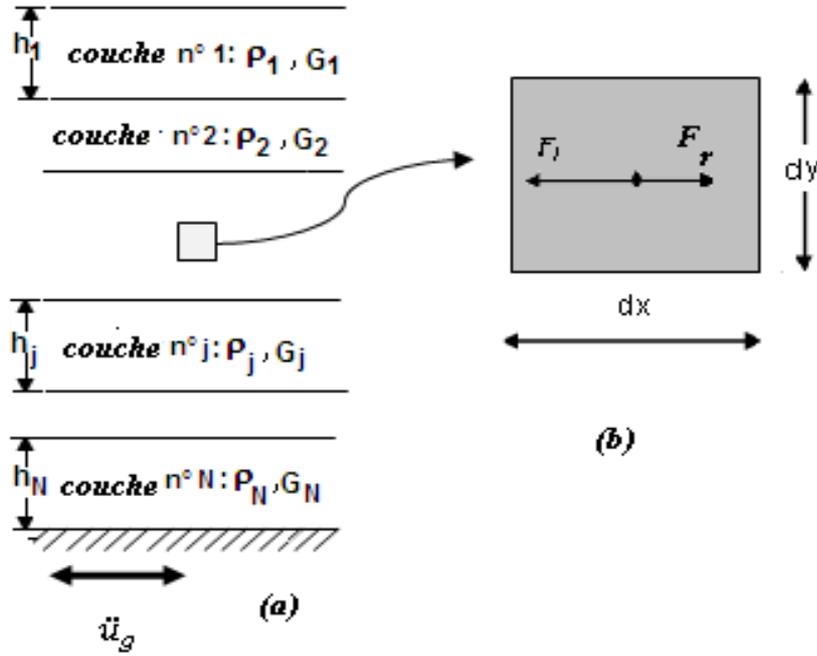


Fig.3.3- Schématisation (a) du profil du sol, (b) des forces agissant sur un élément du sol.

La première intégrale située dans le second membre de l'équation (3.10) s'écrit comme :

$$\int_0^H F_I \delta u_r = \int_0^H -\rho(x, z) \ddot{u}(x, z, t) dx dz \tag{3.11}$$

La substitution l'équation (3.3) dans l'équation (3.11) donne:

$$\int_0^H F_I \delta u_r = \int_0^H -\rho(x, z) \ddot{u}_b(x, t) \delta u_r dx dz - \int_0^H -\rho(x, z) \ddot{u}_r(x, z, t) \delta u_r dx dz \tag{3.12}$$

En utilisant l'équation (3.5) on obtient

$$\int_0^H F_I \delta u_r = -\partial u^*(x; t) dx \left[\int_0^H -\rho(x, z) \ddot{u}_b(x, t) dz \Psi(z) + \int_0^H -\rho(x, z) \ddot{u}_r(x, t) dz \Psi^2(z) \right] \tag{3.13}$$

La deuxième intégrale située dans le second membre de l'équation (3.10) s'écrit comme suivant:

$$\int_0^H F_R \delta u_r = \int_0^H \left[G(x, z) \frac{\partial u_r(x, z, t)}{\partial z} \right] dx dz \delta u_r \quad (3.14)$$

La substitution de l'équation (3.5) dans l'équation (3.14) sous la forme:

$$\int_0^H F_R \delta u_r = \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left[G(x, z) \frac{\partial u^*(x, t) \Psi(z)}{\partial z} dx dz \cdot \Psi(z) \partial u^*(x, t) \right]$$

aboutit à:

$$\int_0^H F_R \delta u_r = \partial u^*(x, t) \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left[G(x, z) u^*(x, t) \Psi(z) \Psi(z) dz \right] \quad (3.15)$$

La substitution des équations (3.12) et (3.13) dans l'équation (3.15) donne:

$$\begin{aligned} -\partial u^*(x, t) \left[\int_0^H (\rho(x, z) \psi(z)^2 dz) \ddot{u}^*(x, t) - \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} (G(x, z) \psi'(z) \psi(z) dz) u^*(x, t) \right. \\ \left. + \int_0^H \rho(x, z) \psi(z) dz \ddot{u}_b(x, t) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

L'équation (3.16) peut être écrite sous la forme:

$$\partial u^*(x, t) \left[\tilde{m} \ddot{u}^*(x, t) + \tilde{k} u^*(x, t) + \tilde{L} \ddot{u}_b(x, t) \right] = 0 \quad (3.17)$$

avec

$$\tilde{m} = -\int_0^H \rho(x, z) \Psi(z)^2 dz \quad (3.18)$$

$$\tilde{k} = \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} (x, z) \Psi'(z) \Psi(z) dz \quad (3.19)$$

$$\tilde{L} = -\int_0^H \rho(x, z) \Psi(z) dz \quad (3.20)$$

Alors, l'équation (3.17) peut être écrite comme suivant :

$$\tilde{m} \ddot{u}^*(x, t) + \tilde{k} u^*(x, t) = -\tilde{L} \ddot{u}_b(x, t) \quad (3.21)$$

Divisons l'équation (3.21) par \tilde{m} , on obtient

$$\ddot{u}^*(x, t) + [\omega^*(x)]^2 u^*(x, t) = -\beta \ddot{u}_b(x, t) \quad (3.22)$$

avec

$$\omega^*(x) = \sqrt{\frac{\tilde{K}}{\tilde{m}}} \quad (3.23)$$

et

$$\tilde{\beta} = \frac{\tilde{L}}{\tilde{m}} \quad (3.24)$$

où $\omega^*(x)$ est la pulsation fondamentale du sol et $\tilde{\beta}$ est le coefficient de participation.

3.4. Détermination des caractéristiques stochastiques généralisées

3.4.1. Pulsation prédominante des couches

Une fois que les propriétés généralisées \tilde{m} et \tilde{k} sont déterminées, le système peut être analysé. En particulier, la pulsation propre de vibration du système est donnée par l'équation (3.23). La substitution des équations (3.18) et (3.19) dans l'équation (3.22) donne:

$$\omega^*(X) = \sqrt{-\frac{\int_0^H \frac{\partial}{\partial z} G(X, Z) \Psi'(Z) \Psi(Z) dz}{\int_0^H \rho(X, Z) \Psi(Z)^2 dz}} \quad (3.25)$$

Puis en substituant les équations (3.1) et (3.2) on obtient :

$$\omega^*(X) = \sqrt{-\frac{(1 + f_G(X)) \int_0^H G_Z(Z) [\Psi'(Z)]^2 dz}{(1 + f_\rho(X)) \int_0^H \rho_Z(Z) [\Psi(Z)]^2 dz}} \quad (3.26)$$

3.4.2. Coefficient de participation

Le coefficient de participation est un paramètre dépendant des propriétés de sol. Sa valeur est obtenue de l'intégration des fonctions déterministes (Eq. 3.24).

La substitution des équations (3.18) et (3.20) dans l'équation (3.24) donne:

$$\tilde{\beta} = \frac{\int_0^H \rho(z) \Psi(z) dz}{\int_0^H \rho(z) \Psi(z)^2 dz} \quad (3.27)$$

Dans le cas où la masse de la couche du sol est constante, une estimation du facteur de participation peut être obtenue si la masse de sol est ramenée à une moyenne sur toutes les sous-couches inférieures et de l'intégration effectuée au-dessus de l'épaisseur entière de la couche, c'est-à-dire:

$$\beta = \frac{\int_0^H \Psi(z) dz}{\int_0^H \Psi(z)^2 dz} \quad (3.28)$$

Cependant, β peut être déterminé de la valeur moyenne du facteur de participation obtenue par l'application de l'équation (3.27) à chaque colonne verticale (Fig. 3.4), c'est-à-dire

$$\beta(x_n) = \frac{\int_0^H \rho(x_n, z) \Psi(z) dz}{\int_0^H \rho(x_n, z) \Psi(z)^2 dz}$$

ou encore

$$\beta(x_n) = \frac{\sum_{i=1}^M \rho_i \int_{h_i(x_n)}^{h_i(x_n)+H_i(x_n)} \Psi(z) dz}{\sum_{i=1}^M \rho_i \int_{h_i(x_n)}^{h_i(x_n)+H_i(x_n)} \Psi(z)^2 dz} \quad (3.29)$$

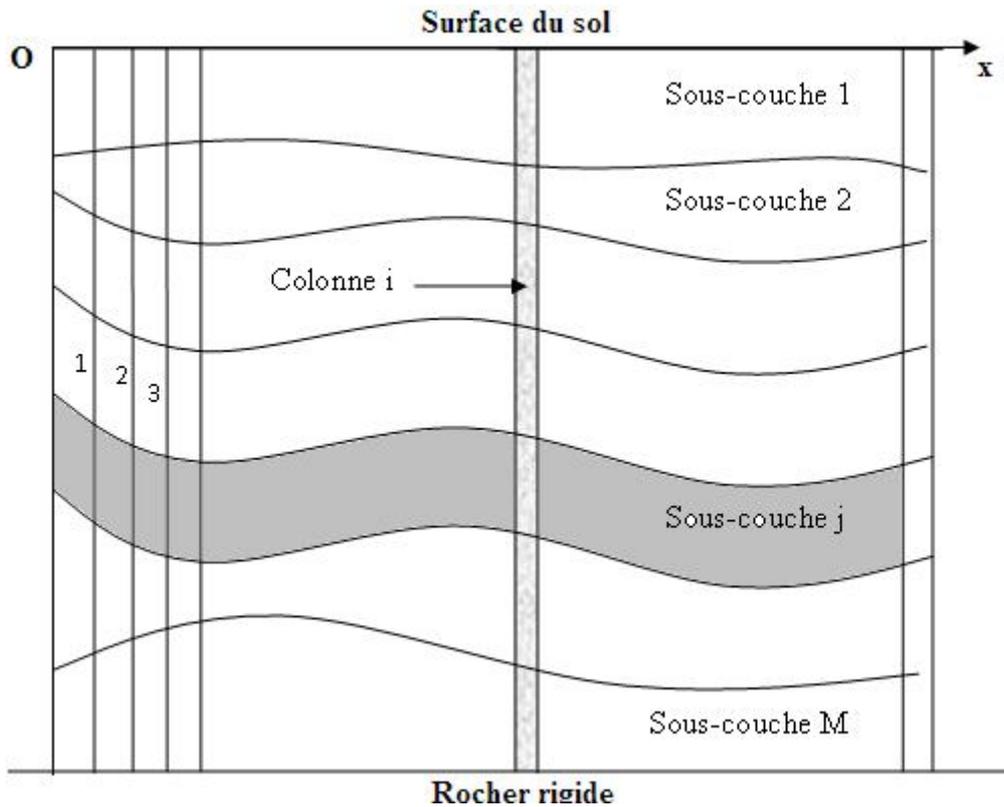


Fig.3.4- Subdivision de la couche de sol en colonnes verticales.

Dans l'équation (3.29), M est le nombre de sous-couches du sol, ρ_j est la masse de sol dans la sous-couche j , $H_i(x_n)$ est l'épaisseur de la sous-couche à la position x , $h_i(x_n) = \sum_{l=1}^{i-1} H_l(x_n)$ pour $i > 1$ et $H_1(x_n) = 0$.

3.5. Résolution de l'équation du mouvement

Soit $\xi^*(x)$ est un facteur d'amortissement équivalent approximatif. Il est introduit dans l'équation du mouvement pour tenir compte de la perte d'énergie, alors l'équation de mouvement (3.22) devient :

$$\ddot{u}^*(x,t) + 2\xi^*(x)\omega^*(x)\dot{u}^*(x,t) + [\omega^*(x)]^2 u^*(x,t) = -\beta\ddot{u}_b(x,t) \quad (3.30)$$

La pulsation prédominante $\omega^*(x)$ et le facteur d'amortissement équivalent $\xi^*(x)$ variant aléatoirement le long de x . Cette fluctuation résulte de la stochasticité dans les caractéristiques de la couche (Eqs. 3.1 et 3.2), ils peuvent alternativement, être exprimés comme:

$$\omega^*(x) = \omega_0(1 + \omega(x)) \quad (3.31)$$

$$\xi^*(x) = \xi_0(1 + \zeta(x)) \quad (3.32)$$

Dans les équations (3.31) et (3.32), ω_0 et ξ_0 sont les valeurs moyennes de $\omega^*(x)$ et $\xi^*(x)$ respectivement, et $\omega(x)$ et $\zeta(x)$ sont des champs homogènes stochastiques de moyennes nulles et écart-types correspondants $\sigma_{\omega\omega}$ et $\sigma_{\zeta\zeta}$, respectivement.

Dans les expressions (3.31) et (3.32), on peut facilement montrer que [Harada et Shinozuka, 1987] :

$$\delta_{\omega^*} = \sigma_{\omega\omega} \quad ; \quad \delta_{\xi^*} = \sigma_{\zeta\zeta} \quad (3.33)$$

avec δ_{ω^*} et δ_{ξ^*} sont les coefficients de variations de $\omega^*(x)$ et $\xi^*(x)$, respectivement.

Les relations entre la variance $\sigma_{\omega\omega}^{**}$ et $\omega(x)$ et entre la variance $\sigma_{\xi\xi}^{**}$ et $\xi(x)$ sont données, respectivement, [Hirata and Shinozuka, 1988]:

$$(\sigma_{\omega\omega}^{**})^2 = \omega_i^2(x)(\sigma_{\omega\omega})^2 \quad (3.34)$$

$$(\sigma_{\zeta\zeta}^{**})^2 = \zeta_i^2(x)(\sigma_{\zeta\zeta})^2 \quad (3.35)$$

La solution de l'équation de mouvement est obtenue, en vérifiant les conditions initiales. L'idée de la méthode du calcul opérationnel consiste à déterminer l'image de la solution $u(t)$ à partir de l'équation auxiliaire de l'équation de mouvement et déduire par la suite l'originale correspondant à l'image calculée. Désignons par [Piskounov, 1987]:

$$u^*(p) = L\{u(t)\} \quad (3.36)$$

$$F(p) = L\{-\ddot{u}_b(t)\} \quad (3.37)$$

L'équation auxiliaire de l'équation de mouvement est:

$$L\{\ddot{u}^*\} + 2\zeta^* \omega^* L\{\dot{u}^*\} + \omega^{*2} L\{u^*\} = -\beta L\{\ddot{u}_b\} \quad (3.38)$$

En remplaçant dans l'équation (3.38) les images des dérivées on obtient:

$$u^*(p) = \frac{\dot{u}_0^* + 2\zeta^* \omega^* u_0^* + p u_0^*}{p^2 + 2\zeta^* \omega^* p + \omega^{*2}} + \frac{\beta F(p)}{p^2 + 2\zeta^* \omega^* p + \omega^{*2}} \quad (3.39)$$

L'original de la première fraction située dans le second membre de cette équation est donnée par l'expression [Piskounov, 1987].

$$\begin{aligned} \frac{\dot{u}_0^* + 2\zeta^* \omega^* u_0^* + p u_0^*}{p^2 + 2\zeta^* \omega^* p + \omega^{*2}} = L \left\{ e^{-\zeta \omega t} \left(u_0^* \cos t \sqrt{\omega^{*2} - \frac{(2\zeta \omega)^2}{4}} \right) \right. \\ \left. + \frac{\dot{u}_0^* + 2\zeta^* \omega^* u_0^* - \frac{2\zeta^* \omega^* u_0^*}{2}}{\sqrt{\omega^{*2} - \frac{(2\zeta \omega)^2}{4}}} \sin \sqrt{\omega^{*2} - \frac{(2\zeta \omega)^2}{4}} \right\} \end{aligned} \quad (3.40)$$

avec $\omega_d = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$ est la fréquence amortie. L'équation (3.38) devient:

$$\frac{\dot{u}_0 + 2\zeta^* \omega^* u_0^* + p u_0^*}{p^2 + 2\zeta^* \omega^* p + \omega^{*2}} = L \left\{ e^{-\zeta \omega t} \left(u_0^* \cos(t \omega_d) + \frac{\dot{u}_0 + \zeta^* \omega^* u_0^*}{\omega_d} \sin(t \omega_d) \right) \right\} \quad (3.41)$$

Tandis que l'original de la deuxième fraction est obtenue en utilisant le théorème de convolution donné par l'équation:

$$F_1(p) F_2(p) = L \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \right\} \quad (3.42)$$

avec

$$F_1(p) = L \{ f_1(t) \} \text{ et } F_2(p) = L \{ f_2(t) \}$$

On remarque que

$$\begin{aligned} \frac{1}{p^2 + 2\zeta^* \omega^* p + \omega^{*2}} = L \left\{ \frac{e^{-\zeta \omega t} \sin \omega^*(x) t}{\omega_d \omega^*(x)} \right\} \\ \Leftrightarrow F_2(p) = L f_2(t) \end{aligned} \quad (3.43)$$

En considérant que

$$\beta L[\ddot{u}_b(x, t - \tau)] \Leftrightarrow F_1(p) = Lf_1(t)$$

en appliquant l'expression (3.42), on obtient :

$$\frac{\beta F(p)}{p^2 + 2\xi^* \omega^* p + \omega^{*2}} = \beta L \left[\frac{1}{\omega_d} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{u}_b(x, t - \tau) e^{-\xi \omega(\tau)} \sin \omega_d(\tau) d\tau \right] \quad (3.44)$$

On obtient de l'équation (3.34) en tenant compte des équations (3.40) et (3.42) :

$$u^*(x, t) = e^{-\xi \omega t} \left(u_0^* \cos \omega_d t + \frac{\dot{u}_0^* + \xi^* \omega^* u_0^*}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) - \frac{\beta}{\omega_d} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{u}_b(x; t - \tau) e^{-\xi \omega(\tau)} \sin \omega_d(\tau) d\tau \quad (3.45)$$

Lorsque $\ddot{u}_b(x, t - \tau) = 0$, c'est-à-dire nous sommes en présence d'oscillations libres, la solution donnée par le premier terme du second membre de l'équation (3.45) est semblable à la réponse d'un oscillateur libre. Par contre, si les valeurs initiales sont nulles : $u_0 = \dot{u}_0 = 0$ alors la solution est donnée par le second terme du second membre de l'équation (3.45), appelé souvent: *intégrale de Duhamel* [Kramer, 1996; Glough et Penzien, 2003; Lutes et Sarkani, 2004]

$$u^*(x, t) = -\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ddot{u}_b(x; t - \tau) e^{-\xi \omega(\tau)} \sin \omega_d(\tau) d\tau}{\omega_d(x)} \quad (3.46)$$

ou bien

$$u^*(x,t) = -\beta \int_{-\infty}^{\infty} h(x,\tau) \ddot{u}_b(x,t-\tau) d\tau \quad (3.47)$$

avec $h(x,\tau)$ est la réponse d'impulsion:

$$h(x,\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau < 0 \\ \frac{e^{-\xi\omega(\tau)} \sin \omega_d(\tau) d\tau}{\omega_d(x)} & \text{si } \tau \geq 0 \end{cases} \quad (3.48)$$

La réponse impulsive est la sortie qui est obtenue lorsque l'entrée est une impulsion $\delta(t)$, c'est à dire une variation soudaine et brève du signal et elle peut être schématisée comme le montre la figure 3.5.

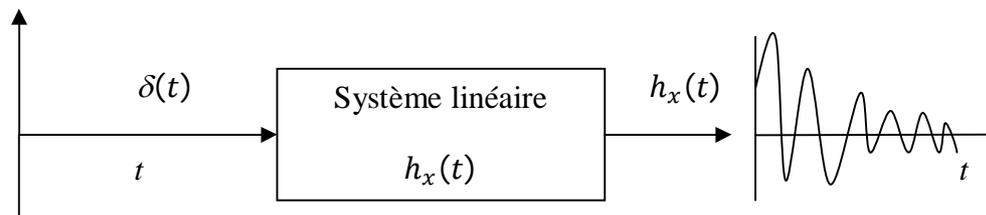


Fig.3.5- Définition de la fonction de réponse d'impulsion.

Une fois $u^*(t,x)$ est déterminé, les mouvements sismiques en surface du sol ($z=0$) peuvent être déterminés à partir de l'équation :

$$U(x,z=0;t) = u_b(x;t) + u^*(x,t)$$

3.6. Détermination de la fonction de transfert

L'évaluation de la fonction de transfert ou d'amplification d'un profil de sol représente une démarche considérable dans l'évaluation de la réponse sismique d'une couche ou d'un dépôt

de sol. Elle permet de prédire le mouvement sismique en tout point du profil de sol et particulièrement en surface libre à partir de l'excitation générée à sa base.

L'utilisation de la transformée de Fourier, permet de décrire l'entrée et la sortie d'un système linéaire invariant dans le temps comme montré dans la figure 3.6.

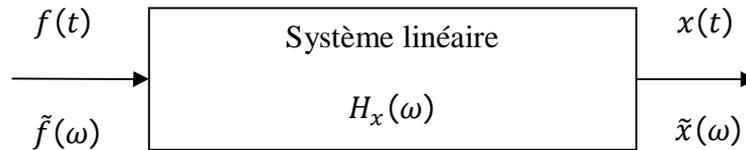


Fig.3.6- Schématisation d'un système linéaire général.

La fonction $H_x(\omega)$ dans la figure (3.6) est nommée la fonction de Transfer harmonique.

On peut obtenir la fonction de transfert en appliquant l'équation suivante selon Lutes et Sarkani (2004) :

$$H_x(\omega) = \left(\sum_{j=0}^n a_j (i\omega)^j \right)^{-1} \quad (3.49)$$

De l'équation du mouvement (3.30), on a :

$$u^*(x,t) = -\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ddot{u}_b(x,t-\tau) e^{-\xi\omega(\tau)} \sin \omega_d(\tau) d\tau}{\omega_d(x)}$$

qui est sous la forme :

$$\sum_{j=0}^n a_j \frac{d^j x^*(t)}{dt^j} = F(t) \quad (3.50)$$

En appliquant l'équation (3.49) à l'équation du mouvement (3.30) on obtient :

$$H(\omega_0, \xi_0, \omega) = \frac{1}{\omega^*(x)^2 - \omega^2 + 2i\omega^*(x)\xi^*(x)\omega} \quad (3.51)$$

En prenant les valeurs moyennes de $\omega^*(x)$ et $\xi^*(x)$, ω_0 et ξ_0 , respectivement, on obtient :

$$H(\omega_0, \xi_0, \omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega_0\xi_0\omega} \quad (3.52)$$

Cette dernière équation est connue par la fonction de transfert, avec $i = \sqrt{-1}$ est le nombre complexe.

3.7. Détermination de la fonction de densité spectrale

La fonction de transfert déterminée ci-dessus peut être utile pour étudier le comportement d'un profil de sol lorsque l'excitation à sa base est supposée harmonique (déterministe) [Sadouki et al., 2012]. Cependant, lorsque l'excitation est aléatoire comme c'est le cas d'un mouvement sismique imposé à la base d'un profil de sol, la fonction de la densité spectrale de puissance s'impose.

Pour obtenir la fonction d'interdensité spectrale du déplacement relatif entre $u^*(x, t)$ et $u^*(x + \xi, t)$, notée $S_{u^*u^*}(\xi, \omega)$, nous utilisons la relation de Wiener-Khintchine (Eq.2.21) qui peut être réécrite ici sous la forme [Harada et Shinozuka, 1987] :

$$S_{u^*u^*}(\xi, \omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega\tau} R_{u^*u^*}(\xi, \tau) \quad (3.53)$$

où $R_{u^*u^*}(\xi, \tau)$ est la fonction d'interioncorrélation de $u^*(x, t)$ [Harada et Shinozuka, 1987 ; Harada, 1984] :

$$R_{u^*u^*}(\xi, \tau) = E[u^*(x + \xi, t + \tau)u^*(x, t)] \quad (3.54)$$

Pour un système à 1 degré de liberté à paramètres aléatoires, le calcul se fait au moyen du développement de Taylor [Barnoski, 1965]. Ainsi la réponse d'impulsion $h(x, \tau)$ de l'équation (3.46) est développé en série de Taylor autour des valeurs moyennes c'est-à dire $\omega^*(x) = \omega_0$ et $\xi^*(x) = \xi_0$, pour $\tau \geq 0$ comme suit [Jeffery, 2002 ; Riley et al., 2002 ; Tang, 2007] :

$$h(x, \omega) = h(x, \tau) \Big|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} + \frac{\partial h(x, \tau)}{\partial \xi^*(x)} \Big|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} (\xi^*(x) - \xi_0) + \frac{\partial h(x, \tau)}{\partial \omega^*(x)} \Big|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} (\omega^*(x) - \omega_0) \quad (3.55)$$

avec

$$h(x, \tau) \Big|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2}} e^{-\xi_0 \omega_0 \tau} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \quad (3.56)$$

$$\left. \frac{\partial h(x, \tau)}{\partial \omega^*(x)} \right|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} (\omega^*(x) - \omega_0) = \omega^*(x) \left[\frac{-\sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \xi_0 \tau}{\omega_0} \right. \\ \left. - \omega_0 \xi_0 \tau \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right. \\ \left. + \omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right] \quad (3.57)$$

$$\left. \frac{\partial h(x, \tau)}{\partial \xi^*(x)} \right|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} (\xi^*(x) - \xi_0) = \frac{e^{-\xi_0 \omega_0 \tau \xi(x)}}{\omega_0 (\sqrt{1 - \xi_0^2})^2} \left[\frac{\xi_0^2}{\sqrt{1 - \xi_0^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) - \right. \\ \left. \xi_0 \omega_0 \tau \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) - \frac{\xi_0^2 \omega_0 \tau}{\sqrt{1 - \xi_0^2}} \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right] \quad (3.58)$$

La substitution des équations (3.54) (3.57) et (3.58) dans l'équation (3.53), nous donne :

$$h(x, \tau) \Big|_{\substack{\omega^*(x)=\omega_0 \\ \xi^*(x)=\xi_0}} = \frac{e^{-\xi_0 \omega_0 \tau \xi(x)}}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2}} \left[\sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) + \omega(x) (-\sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau)) \right. \\ \left. - \xi_0 \omega_0 \tau \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) + \omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right. \\ \left. + \xi(x) \left(\frac{\xi_0^2}{1 - \xi_0^2} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) - \xi_0 \omega_0 \tau \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\xi_0^2 \omega_0 \tau}{\sqrt{1 - \xi_0^2}} \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \tau) \right) \right] \quad (3.59)$$

Négligeons des limites de l'ordre trois et plus (c'est-à-dire $0 (\xi_0 \sigma^2_{\omega\omega})$, $0 (\xi_0 \sigma^2_{\omega\omega}), \dots$), en raison de la petitesse des valeurs de ξ_0 , $\sigma_{\omega\omega}$ et $\sigma_{\xi\xi}$ et compte tenu de l'indépendance statistique entre les caractéristiques de la couche ($\omega(x)$ et $\xi(x)$) et le mouvement incident à l'interface de la couche du substratum rocheux ($u_b(x, t)$), on peut obtenir, la densité spectrale de puissance croisée du déplacement relatif du sol (Eqs.3.54 et 3.53) comme:

$$S_{u^*u^*}(\xi, \omega) = \left[\beta^2 \omega^2 \left[|H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^2 + 4\omega_0^2 R_{\omega\omega}(\xi) |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^4 \right] \right] S_{u_b u_b}(\xi, \omega) \quad (3.60)$$

où $H(\omega_0, \xi_0, \omega)$ est la fonction de transfert donnée par l'équation (3.52). $S_{u_b u_b}(\xi, \omega)$ est l'interdensité spectrale du mouvement incident à l'interface de la couche et du substratum rocheux. $R_{\omega\omega}(\xi)$ est la fonction d'auto-corrélation de $\omega(x)$ (Eq.3.31), qui représente les fluctuations de la couche autour de sa valeur moyenne et elle est propre à chaque profil de sol de même pour β , ω_0 , ξ_0 et $\sigma_{\omega\omega}$.

L'interdensité spectrale des déplacements totaux en surface du sol est déterminée à partir des équations (3.3) et (3.60) et, encore après des manipulations algébriques longues mais simples on obtient:

$$S_{uu}(\xi, \omega) = \left[(\omega_0^4 + (2\beta + 4\xi_0^2 - 2)\omega_0^2\omega^2 + (\beta - 1)^2\omega^4) \times |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^2 + 4\beta^2\omega_0^4\omega^2 R_{\omega\omega}(\xi) \times |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^4 \right] S_{u_b u_b}(\xi, \omega) \quad (3.61)$$

La densité spectrale de puissance des mouvements correspondante est obtenue à partir de l'équation (3.61) en mettant la distance de séparation égale à zéro ($\xi = 0$), comme :

$$S_{uu}(\omega) = \left[(\omega_0^4 + (2\beta + 4\xi_0^2 - 2)\omega_0^2\omega^2 + (\beta - 1)^2\omega^4) \times |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^2 + 4\beta^2\omega_0^4\omega^2 \sigma_{\omega\omega}^2 \times |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^4 \right] S_{u_b u_b}(\omega) \quad (3.62)$$

Dans l'équation (3.62), $S_{u_b u_b}(\omega) = S_{u_b u_b}(\xi=0, \omega)$ est le spectre de puissance du mouvement incident. Il est à noter que, pour un facteur de participation égal à l'unité ($\beta = 1$, c'est à dire un

oscillateur à un seul degré de liberté) et pour des valeurs déterministes des propriétés du sol, l'équation (3.60) se réduit au spectre connu de Kanai-Tajimi [Clough et Penzien, 2003].

3.8. Caractéristiques stochastiques du sol

Pour des raisons de simplicité, il est généralement supposé que la stochasticité dans les caractéristiques du sol résulte de la variabilité dans la profondeur des sous-couches. Les caractéristiques du sol sont constantes au sein de chaque sous-couche. La section transversale est alors divisée en sections verticales (Fig.3.4). La pulsation fondamentale de la couche $\omega^*(x_n)$, $n= 1, 2, \dots, N$ peut être calculée par un l'extension de l'équation de Okamoto [Harada and Shinozuka, 1987].

$$\omega^*(x_n) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sum_{j=1}^M H_j(x_n)/V_{sj}(x_n)} \quad (3.63)$$

Dans cette expression, $H_j(x_n)$ et $V_{sj}(x_n)$ sont la profondeur et la vitesse de l'onde de cisaillement d'une sous-couche j à la position x , respectivement. La valeur moyenne et l'écart type des données de l'échantillon (Eq. 3.63) peuvent être déterminés en utilisant des techniques standard [Riley et al., 2002].

La fonction de corrélation spatiale de l'échantillon pour les pulsations $\omega(x)$ (Eq. 3.63) est calculée en interprétant chaque échantillon comme une réalisation d'un processus stochastiques en utilisant l'équation suivante [Harada et Shinozuka, 1986] :

$$\tilde{R}_{\omega\omega}(\xi_k) = \frac{1}{M-k} \sum_{n=1}^{M-k} \left[\frac{\omega^*(x_n + \xi_k) - \omega_0}{\omega_0} \right] \left[\frac{\omega^*(x_n) - \omega_0}{\omega_0} \right] \quad (3.64)$$

où M est le nombre total de colonnes verticales du sol et ξ_k est la distance de séparation entre deux positions x_n et x_{n+1} .

Afin de reproduire comportement de la variabilité spatiale analytiquement, une approximation analytique de la fonction de corrélation spatiale est nécessaire. Celle –ci peut être mise sous la forme suivante [Harada et Shinozuka, 1986] :

$$R_{\omega\omega}(\xi) = \sigma_{\omega\omega}^2 f_{\omega\omega}(\xi) \quad (3.65)$$

où $f_{\omega\omega}(\xi)$ est la fonction de corrélation spatiale normalisée. Elle doit être compatible avec la variabilité des données sur le site et satisfaire aux conditions suivantes:

- (i) elle devrait être symétrique autour de $\xi = 0$ (condition d'homogénéité),
- (ii) ses dérivées première et seconde doivent exister et assumer des valeurs finies à $\xi = 0$, de sorte que les contraintes soient évaluables. Une expression mathématique de la forme suivante [Harada et Shinozuka, 1986 ; Zerva et Harada, 1997] utilisée pour $f_{\omega\omega}(\xi)$ est :

$$f_{\omega\omega}(\xi) = \left[1 - 2(\xi / b_{\omega})^2 \right] e^{-(\xi / b_{\omega})^2} \quad (3.66)$$

La valeur de b_{ω} est déterminé de façon que $R_{\omega\omega}(\xi)$ donnée par l'équation (3.65) soit nulle pour la même valeur de la distance de séparation ξ qui produit une valeur nulle pour $\tilde{R}_{\omega\omega}(\xi)$ (Eq. 3.64).

3.9. Variabilité spatiale des mouvements sismiques

Le descripteur principal de la variabilité spatiale est la cohérence. Dans la notation actuelle, la variation spatiale des mouvements sismiques du sol peut être exprimée comme [Zerva et Harada, 1997 ; Lin & Zhang, 2005]:

$$\gamma_{SV}(\xi, \omega) = \frac{S_{**}(\xi, \omega)}{S_{**}(\xi = 0, \omega)} \quad (3.67)$$

et leur cohérence comme:

$$\gamma_{coh}(\xi, \omega) = \frac{|S_{**}(\xi, \omega)|}{S_{**}(\xi = 0, \omega)} \quad (3.68)$$

Dans laquelle (* \equiv u) pour les mouvements en surface, ou (* $\equiv u_b$) pour les mouvements incidents.

3.9.1. Variation spatiale du mouvement incident

Le mouvement incident à l'interface du substratum rocheux / couche peut être décrit par sa interdensité spectrale entre deux stations, à une distance ξ les unes des autres. De l'équation (3.67), on écrit :

$$S_{u_b u_b}(\xi, \omega) = S_{u_b u_b}(\omega) \times \gamma_{b.SV}(\xi, \omega) \quad (3.69)$$

Dans l'équation (3.69), $S_{u_b u_b}(\omega)$ est la densité spectrale de puissance du mouvement incident (du déplacement) à l'interface du substratum rocheux et la couche. Elle est supposée être la même en toutes les positions et $\gamma_{b.SV}(\xi, \omega)$ indique la variation spatiale de ce mouvement.

La variation spatiale du mouvement $\gamma_{b.SV}(\xi, \omega)$ est décomposée en un terme décrivant la perte de cohérence $\gamma_{b.coh}(\xi, \omega)$ et un terme représentant la propagation $\gamma_{b.prop}(\xi, \omega, c)$ comme [Zerva et Harada, 1997] :

$$\gamma_{b.SV}(\xi, \omega) = \gamma_{b.coh}(\xi, \omega) \times \gamma_{b.prop}(\xi, \omega, c) \quad (3.70)$$

La cohérence de mouvement incident peut être approchée par le modèle de Luco et Wong (1986) :

$$\gamma_{b.coh}(\omega) = e^{-\alpha^2 \omega^2 \xi^2} \quad (3.71)$$

La propagation apparente des mouvements est décrite dans les expressions de la variabilité spatiale (Eq1. 3.67 et 3.70) par :

$$\gamma_{b.prop}(\omega) = e^{-i\omega\xi/c} \quad (3.72)$$

Cette expression représente la fonction de corrélation dépendant de la fréquence de propagation d'une onde aléatoire unidirectionnelle avec une vitesse c constante [Vanmarcke, 1983]. c est la vitesse de propagation apparente du mouvement incident à l'interface du substratum rocheux / couche.

3.9.2. Variation spatiale due au caractère stochastique des couches de sol

De façon similaire à l'équation (3.60), l'interdensité spectrale du mouvement total en surface peut être exprimée comme suit :

$$S_{uu}(\omega) = [H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) + R_{\omega\omega}(\xi) \times H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega)] S_{u_b u_b}(\omega) e^{-\alpha^2 \omega^2 \xi^2} e^{-i\omega\xi/c} \quad (3.73)$$

où

$$H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) = \left(\omega_0^4 + (2\beta + 4\xi_0^2 - 2)\omega_0^2 \omega^2 + (\beta - 1)^2 \omega^4 \right) H(\omega_0, \xi_0, \omega) \quad (3.74)$$

$$H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) = 4\beta^2 \omega_0^2 \omega^4 |H(\omega_0, \xi_0, \omega)|^4 \quad (3.75)$$

L'équation (3.73) incorpore la contribution de la variabilité du mouvement incident et de la stochasticité de la couche de sol dans la structure de la corrélation des mouvements en surface. Afin d'analyser ces effets séparément, leurs contributions sont isolées les unes des autres.

En l'absence de la couche, la variabilité des mouvements en surface devient identique à celle du mouvement incident (Eq. 3.70). La variation de la perte de cohérence du mouvement incident est donnée par l'équation (3.71).

Afin d'isoler l'effet de la stochasticité de la couche de sol à partir de celle du mouvement incident dans la variabilité spatiale totale, on suppose que le mouvement du substratum rocheux est totalement cohérent avec $c \rightarrow \infty$ (c'est-à-dire $S_{u_b u_b}(\xi, \omega) = S_{u_b u_b}(\omega)$ dans l'équation (3.69). La contribution de la stochasticité de la couche à la variation spatiale des mouvements à une distance de séparation ξ est représentée par:

$$\gamma_{1.coh}(\xi, \omega) = \frac{[H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) + R_{\omega\omega}(\xi) \times H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega)]}{[H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) + \sigma_{\omega\omega}^2(\xi) \times H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega)]} \quad (3.76)$$

La cohérence globale (cohérence du mouvement incident et la stochasticité de la couche) dans la variation spatiale des mouvements en surface est exprimée à partir des équations (3.68), (3.71), et (3.76):

$$\gamma_{coh}(\xi, \omega) = \gamma_{b.coh}(\xi, \omega) \gamma_{1.coh}(\xi, \omega) \quad (3.77)$$

Basé sur les équations (3.67), (3.73), et (3.76), la variation spatiale des mouvements en surface devient

$$\gamma_{sv}(\xi, \omega) = \frac{[H_1(\omega_0, \xi_0, \omega) + R_{\omega\omega}(\xi) \times H_2(\omega_0, \xi_0, \omega)]}{[H_1(\omega_0, \xi_0, \omega) + \sigma_{\omega\omega}^2(\xi) \times H_2(\omega_0, \xi_0, \omega)]} \times e^{\alpha^2 \omega^2 \xi^2} e^{-i\omega\xi/c} \quad (3.78)$$

3.10. Déformations sismiques

Les déformations sismiques sont les paramètres clés dans toute analyse sismique des lifelines car elles sont indicatives de l'amplitude des déplacements différentiels.

Afin d'étudier l'effet du caractère stochastique des couches de sol sur les déformations sismique, Zerva et Harada (1997), se basant sur des études antérieures [Harada et Shinozuka, 1986; Harada et Shinozuka, 1987], ont présenté une méthodologie utilisant les données de la fonction d'intercorrélation au moyen de la relation de Wiener khintchin (Eq. 2.20) ainsi que ses variances en termes des déformations horizontales ($\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2$) et les vitesses sismiques des particules de sol (σ_{vV}^2). La fonction d'interioncorrélation et les variances $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2$ et σ_{vV}^2 sont données par les équations respectives suivantes :

$$R_{uu}(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(\xi, \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3.79)$$

$$\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2 = \left[-\frac{\partial R_{uu}(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} \right]_{\substack{\xi=0 \\ \omega=0}} \quad (3.80)$$

$$\sigma_{vV}^2 = \left[-\frac{\partial R_{uu}(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} \right]_{\substack{\xi=0 \\ \omega=0}} \quad (3.81)$$

Ayant obtenue l'interdensité spectrale du mouvement totale en surface (Eq. 3.73), la fonction de corrélation est obtenue :

$$R_{uu}(\xi, \tau = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} [H_1(\omega_0, \xi_0, \omega) + R_{\omega\omega}(\xi) \times H_2(\omega_0, \xi_0, \omega)] S_{u_b u_b}(\omega) e^{-\alpha^2 \omega^2 \xi^2} e^{-i\omega\xi/c} d\omega \quad (3.82)$$

Dans l'équation (3.82), $H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega)$ et $H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega)$ sont données par les équations (3.74) et (3.75), respectivement. Puisque la valeur et les dérivées de la fonction de corrélation spatiale $R_{\omega\omega}(\xi)$ sont nécessaires pour $\xi = 0$ dans les équations (3.78) et (3.80), l'approximation analytique (Eq. 3.65) est exigée. Ces dérivées, pour n'importe quelle expression de la fonction de corrélation supposée, prennent la forme :

$$R_{\omega\omega}(0) = \sigma_{\omega\omega}^2 \quad ; \quad R'_{\omega\omega}(0) = 0 \quad ; \quad R''_{\omega\omega}(0) = \sigma_{\omega\omega}^2 f''_{\omega\omega}(0) \quad (3.83)$$

Posons $H_1(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) = \bar{H}_1$ et $H_2(\beta, \omega_0, \xi_0, \omega) = \bar{H}_2$, la substitution des équations (3.83) dans les équations (3.80) et (3.82) donne la variance des déformations sismiques horizontales sous la forme :

$$\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\omega^2 \left(2\alpha^2 + \left(\frac{1}{c} \right)^2 \right) \left(\bar{H}_1 + \sigma_{\omega\omega}^2 \bar{H}_2 \right) - \sigma_{\omega\omega}^2 f''_{\omega\omega}(0) \bar{H}_2 \right] S_{u_b u_b}(\omega) d\omega \quad (3.86)$$

d'où

$$\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2 = \left(\omega_0^2 \left(2\alpha^2 + \left(\frac{1}{c} \right)^2 \right) \left(\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}^2}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2 - \frac{\beta^2 \sigma_{\omega\omega}^2 f''_{\omega\omega}(0)}{2\xi_0^2} (1 + 4\xi_0^2) \right) \right) \times \frac{\pi}{2\omega_0^3 \xi_0} S_{\ddot{u}_b \ddot{u}_b}(\omega_0) \quad (3.87)$$

Avec les mêmes approximations utilisées dans l'évaluation de la variance des déformations sismiques, on obtient donc la variance des vitesses sismiques sous la forme:

$$\sigma_{vv}^2 = \left(\omega_0^2 \left(\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2 \right) \right) \frac{\pi}{2\omega_0^3 \xi_0} S_{\dot{u}_b \dot{u}_b} \omega_0 \quad (3.89)$$

La division de l'équation (3.87) par (3.89), nous permet d'estimer la racine carrée moyenne (root-mean-square: RMS) des déformations sismiques du sol en termes de la RMS de la vitesse des particules de sol.

$$\frac{\sigma_{\varepsilon\varepsilon}}{\sigma_{vv}} = \sqrt{\frac{(2\alpha^2 + (1/c)^2) - \frac{\beta^3 \sigma_{\omega\omega}^2 f_{\omega\omega}''(0)}{\omega_0^2 \xi_0^2 b_\omega^2} \frac{(1 + 4\xi_0^2)}{\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2}}{(2\alpha^2 + (1/c)^2) + \frac{3\beta^3 \sigma_{\omega\omega}^2}{\omega_0^2 \xi_0^2 b_\omega^2} \frac{(1 + 4\xi_0^2)}{\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2}} \quad (3.90)$$

A partir de la fonction de corrélation spatiale normalisée (Eq. 3.66), on obtient:

$$f_{\omega\omega}''(0) = -6/b_\omega^2$$

alors l'équation (3.90) prend la forme:

$$\frac{\sigma_{\varepsilon\varepsilon}}{\sigma_{vv}} = \sqrt{\frac{(2\alpha^2 + (1/c)^2) + \frac{3\beta^3 \sigma_{\omega\omega}^2}{\omega_0^2 \xi_0^2 b_\omega^2} \frac{(1 + 4\xi_0^2)}{\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2}}{(2\alpha^2 + (1/c)^2) - \frac{3\beta^3 \sigma_{\omega\omega}^2}{\omega_0^2 \xi_0^2 b_\omega^2} \frac{(1 + 4\xi_0^2)}{\beta^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\omega\omega}}{2\xi_0^2} \right) + 4\xi_0^2}} \quad (3.91)$$

Cette équation présente la RMS des déformations sismiques ($\sigma_{\varepsilon\varepsilon}$) normalisée par la RMS de la vitesse du sol de (σ_{vv}) en fonction de la vitesse de propagation apparente des mouvements

en surface du sol. Trois variantes des déformations sismiques peuvent être analysées dans cette équation:

- La première correspond aux effets du mouvement incident, c'est-à-dire :

$$\frac{\sigma_{\varepsilon\varepsilon}}{\sigma_{vv}} = \sqrt{(2\alpha^2 + (1/c)^2)} \quad (3.92)$$

- La seconde correspond aux effets de site ($\alpha = 0$ dans l'équation 3.91).
- La troisième incorpore les contributions de la variabilité du mouvement incident et la stochasticité de la couche de sol (Eq. 3.91).

3.10. Conclusion

Un modèle analytique proposé par Harada et Shinozuka (1986,1987) et Zerva et Harada (1997) est repris dans ce chapitre. Il permet d'étudier la variation spatiale du mouvement sismique du sol en tenant en compte de l'aspect aléatoire des propriétés de sol. Pour cela, nous avons déterminé les fonctions de corrélation et de cohérence. Le modèle approche l'effet de site par une couche horizontale latéralement étendue avec des caractéristiques aléatoires recouvrant un demi-espace rigide (substratum rocheux).

La variation spatiale du mouvement incident à l'interface du substratum rocheux et la couche incorpore les effets de la perte de cohérence des mouvements à des distances de séparation croissantes et de leur propagation dans le substratum rocheux. La contribution de la stochasticité de la couche à la variation spatiale des mouvements en surface résulte de la propagation verticale des ondes de cisaillement à travers la couche stochastique.

Chapitre 4

RESULTATS NUMERIQUES
ET DISCUSSIONS

4.1. Introduction

La formulation menée dans le troisième chapitre est transcrite dans le présent chapitre en un programme numérique en langage Fortran qui permet d'étudier la fonction de corrélation, la densité spectrale, la variation de la cohérence spatiale du mouvement et la variation des déformations.

Il est supposé que la variation spatiale du mouvement incident à l'interface substratum rocheux- couche peut être décrite par sa cohérence spatiale et sa propagation apparente. La cohérence spatiale du mouvement incident est décrite par le modèle de Luco et Wong (1986). Ce modèle permet l'analyse de la propagation des ondes de cisaillement à travers les milieux aléatoires. La vitesse de propagation apparente des ondes de cisaillement le long de la couche de sol est supposée constante. Les ondes de cisaillement incidentes à l'interface du substratum rocheux/couche sont supposées se propager verticalement à travers la couche stochastique et la réponse du site est approchée par celle d'un oscillateur à un degré de liberté avec des propriétés aléatoires, comme formulée dans le chapitre précédent.

4.2. Présentation du programme

Un programme numérique est développé afin de mener des applications. Les hypothèses principales du programme sont décrites ci dessous:

- Le profil du sol est une couche étendue latéralement d'une épaisseur totale constante égale à H .
- Le profil du sol est subdivisé en plusieurs sous-couches et chaque sous couche j du profil de sol est définie par son épaisseur h_j , son module de cisaillement $G_j(x_j, z_j)$ (ou sa vitesse de propagation V_{Sj}) et sa masse volumique $\rho_j(x_j, z_j)$.
- Le module de cisaillement $G_j(x_j, z_j)$ et la masse volumique $\rho_j(x_j, z_j)$ de chaque sous couche sont considérés varier aléatoirement horizontalement.

Les différentes opérations qui peuvent être exécutées par le programme sont les suivantes:

- Lecture des propriétés du profil de sol.
- Calcul de la pulsation fondamentale du sol et le coefficient de participation, statistiquement.
- Calcul des fonctions de corrélation spatiales statistique et analytique
- Calcul de la fonction de transfert du profil de sol.
- Calcul de la densité spectrale du mouvement en surface normalisée par celle du mouvement incident.
- Calcul de la cohérence du mouvement incident en fonction de la pulsation à différentes distances de séparation.
- Calcul de la cohérence due à la stochasticité de la couche en fonction de la pulsation à différentes distances de séparation.
- Calcul de la cohérence totale en fonction de la pulsation et la distance de séparation.
- Calcul des trois catégories de déformations du sol, correspondant au mouvement incident, aux effets de site et les deux ensembles en fonction de la vitesse de propagation apparente.

4.3. Objectifs

Afin d'étudier l'effet de l'hétérogénéité aléatoire des propriétés des sols sur la variation spatiale du mouvement sismique, on a choisi trois types de dépôts de sol (meuble, ferme et rocheux), s'étendant latéralement sur une longueur L égale dans les présentes applications à 1000 m (Figures 4 .1). Pour des raisons de simplicité, on suppose que la stochasticité dans les caractéristiques du sol résulte de la variabilité dans la profondeur des sous-couches. Les caractéristiques du sol sont constantes au sein de chaque sous-couche et sont données dans les tableaux 4.1 ,4.2 et 4.3, pour sol meuble, ferme et rocheux, respectivement.

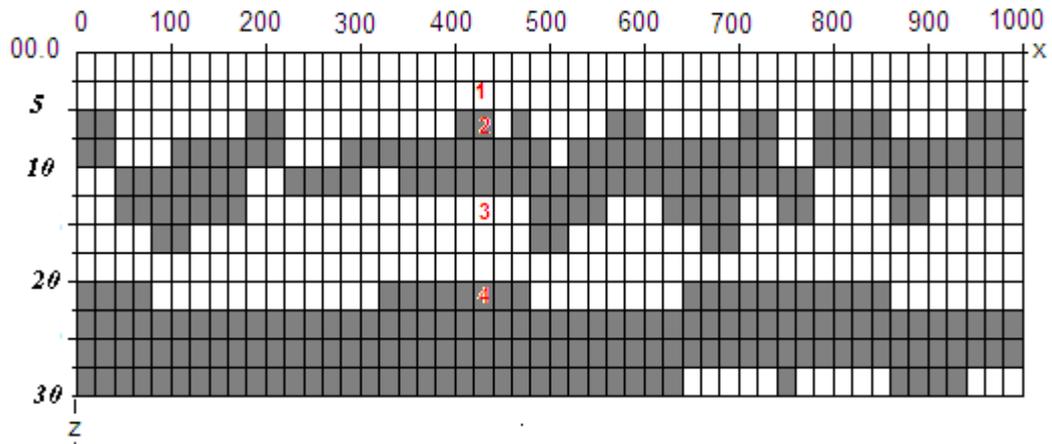


Fig. 4.1- Exemple d'un profil de sol des sites étudiés

Tableau 4.1- Paramètres du profil de sol du site meuble.

n° Couche	Profondeur z(m)	ρ (kg/m ³)	V_s (m/s)	ξ (%)
01	10.00	2000	300	7
02	25.00	2000	300	7
03	30.00	2000	350	7
Rocher	-	2500	1500	0

Tableau 4.2 - Paramètres du profil de sol du site ferme.

n° Couche	Profondeur z(m)	ρ (kg/m ³)	V_s (m/s)	ξ (%)
01	10.00	2000	400	5
02	25.00	2170	500	5
03	30.00	2100	700	5
Rocher	-	2500	1500	0

Tableau 4.3- Paramètres du profil de sol du site rocheux.

n° Couche	Profondeur z(m)	ρ (kg/m ³)	V_s (m/s)	ξ (%)
01	10.00	2600	800	2
02	25.00	2600	1000	2
03	30.00	2600	1200	2
Rocher	-	2800	1800	0

4.4. Effets des variations stochastiques

Afin de quantifier les effets de la variation stochastique seule, nous représentons dans la figure 4.2 la fonction de densité spectrale de puissance (Eq.3.62) pour des coefficients de variations (C_v) de la pulsation propre (ω_0) variant de 0 à 20%, pour un type de sol.

A partir de la figure (4.2), nous remarquons que la densité spectrale de puissance est concentrée autour de la pulsation fondamentale ($\omega_0 = 14,31\text{rad/s}$, pour le sol meuble). Sa forme ressemble à celle de Kanai et Tajimi (Fig.4.6). La figure 4.6 fait l'objet d'une validation du programme dans le cas d'un profil de sol à paramètres déterministes et pour une valeur du coefficient de participation égale à l'unité, c-à-d le cas d'un oscillateur à un degré de liberté. La densité spectrale de puissance n'est dans ce cas que le spectre de Kanai et Tajimi. La forme du spectre de Kanai et Tajimi est guidée par la valeur de l'amortissement car lorsque ce dernier est constant (Fig. 4.6-a), son amplitude est conservée mais la fréquence fondamentale est décalée, selon le type de sol. Lorsque l'amortissement diminue (Fig. 4.6-b), l'amplitude correspondante augmente avec un rétrécissement du contenu fréquentiel.

La figure 4.2 montre aussi qu'à mesure où les fluctuations sur la fréquence fondamentale augmentent, l'amplitude correspondante de la densité spectrale de puissance normalisée par

rapport à celle du mouvement incident augmente avec également un rétrécissement du contenu fréquentiel.

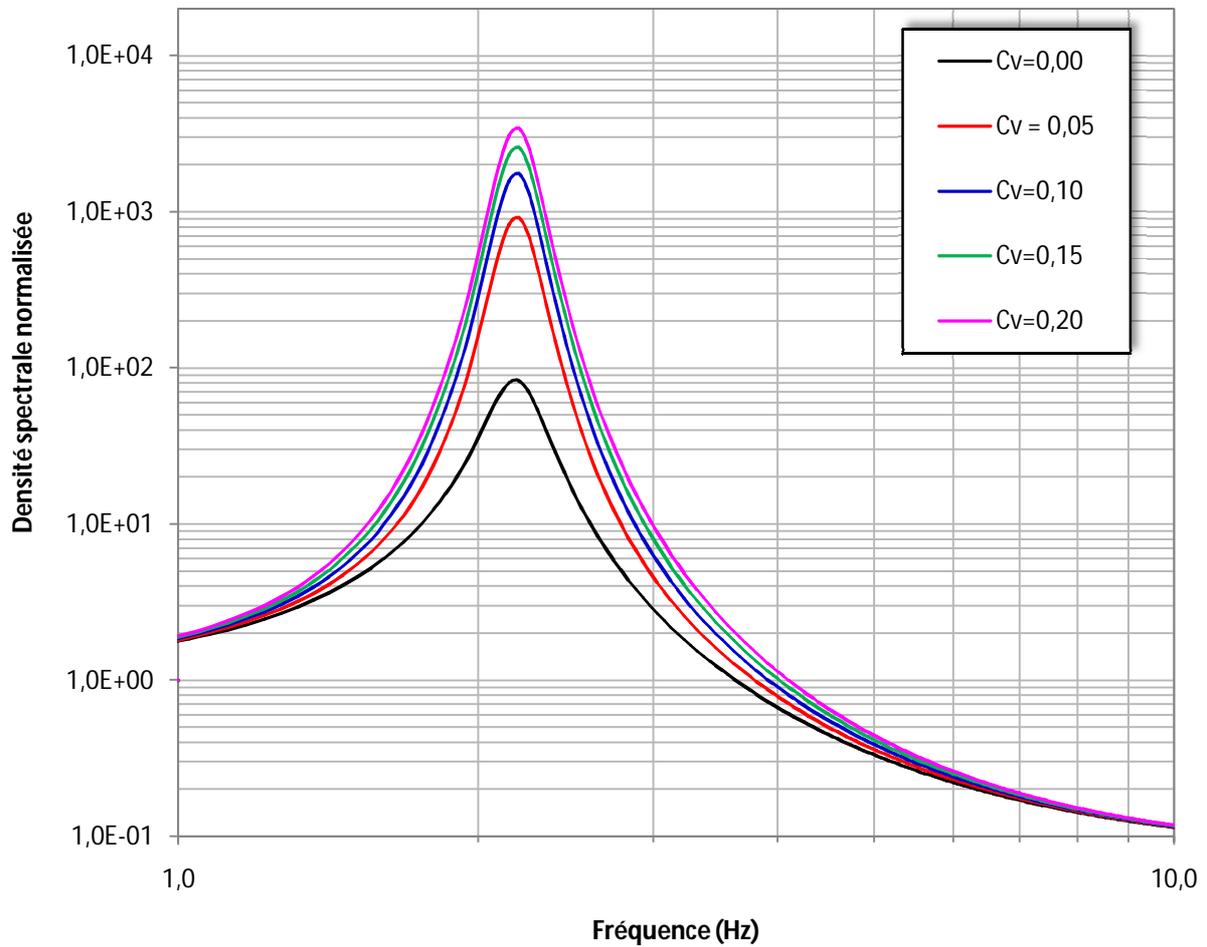
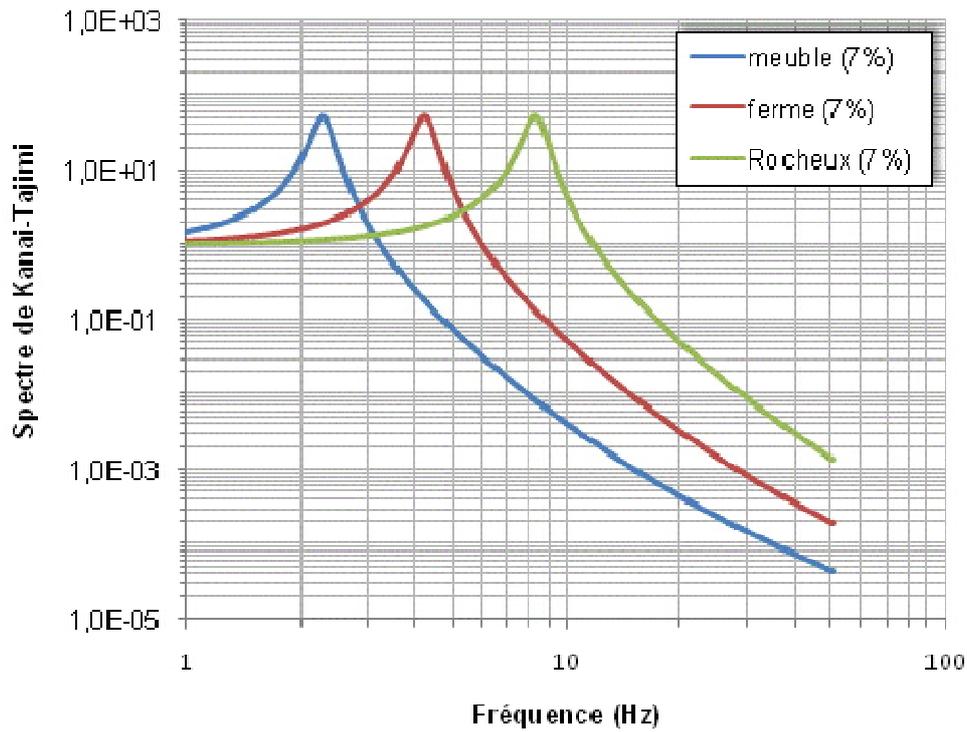
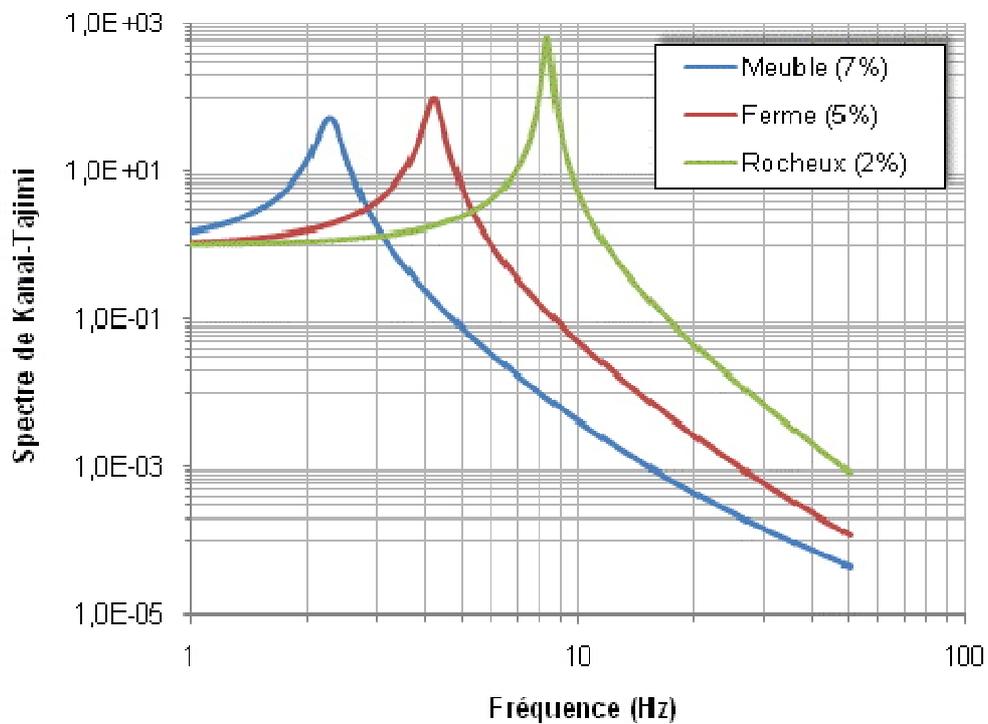


Fig.4.2. L'effet des variations stochastiques sur la densité spectrale de puissance.



(a)- Amortissement constant



(b)- Amortissement variable

Fig.4.3- Modèle de Knai et Tajimi.

4.5. Calcul des caractéristiques stochastiques du sol

4.5.1. Pulsations fondamentales moyennes et coefficients de participation

La pulsation fondamentale moyenne du profil de sol de chaque type de site est calculée statistiquement. Pour cela, on utilise l'équation (3.63) pour calculer la pulsation correspondant à chaque colonne d'abscisse x_n . Ensuite, la pulsation moyenne (ω_0) et le coefficient de variation correspondant ($\sigma_{\omega\omega}$) sont calculés et regroupés dans le tableau 4.4, pour chaque type de site.

En appliquant l'équation (3.29), nous calculons le coefficient de participation pour chaque colonne verticale. La valeur moyenne du coefficient de participation est par suite obtenue, pour chaque profil de sol des trois sites, et représenté dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4- Caractéristiques stochastiques.

Type de site	Meuble	ferme	rocheux
Pulsation fondamentale ω_0 (rad/sec)	14, 31	26,51	52, 06
Coefficient de variation $\sigma_{\omega\omega}$	0,12	0,11	0, 10
Coefficient de participation β	1,26	1,27	1,26

4.5.2. Fonctions de corrélations spatiales

La fonction de corrélation spatiale pour différentes distances de séparation correspondant au profil de sol de chacun des sites (Eq.3.64), normalisée par la variance $\sigma^2_{\omega\omega}$, ainsi que la fonction de corrélation analytique donnée par l'équation (3.65) sont tracées sur la figure 4.4.

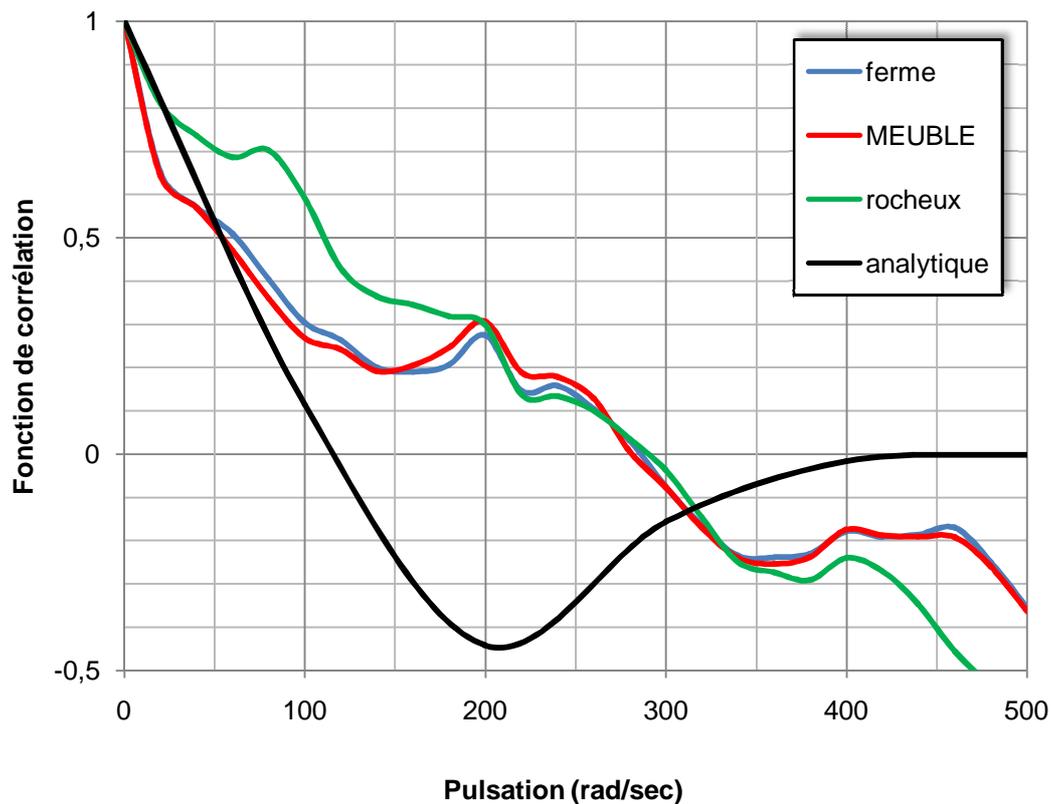


Fig.4.4- Fonctions de corrélation spatiales.

4.5.3. Densités spectrales de puissance

Afin de visualiser la variabilité spatiale sur la densité spectrale, on présente sur la figure 4.5. Les densités spectrales de puissance du mouvement total en surface, normalisées par celle du mouvement incident (Eq. 3.61) pour plusieurs distances de séparations mais pour un seul type de site (meuble).

A travers la figure 4.5, on remarque que plus la distance de séparation augmente plus l'amplitude de la densité spectrale de puissance normalisée, correspondant à la fréquence propre s'atténue. Toutefois cette atténuation est d'autant plus visible si les perturbations sont importantes (Fig. 4.1)

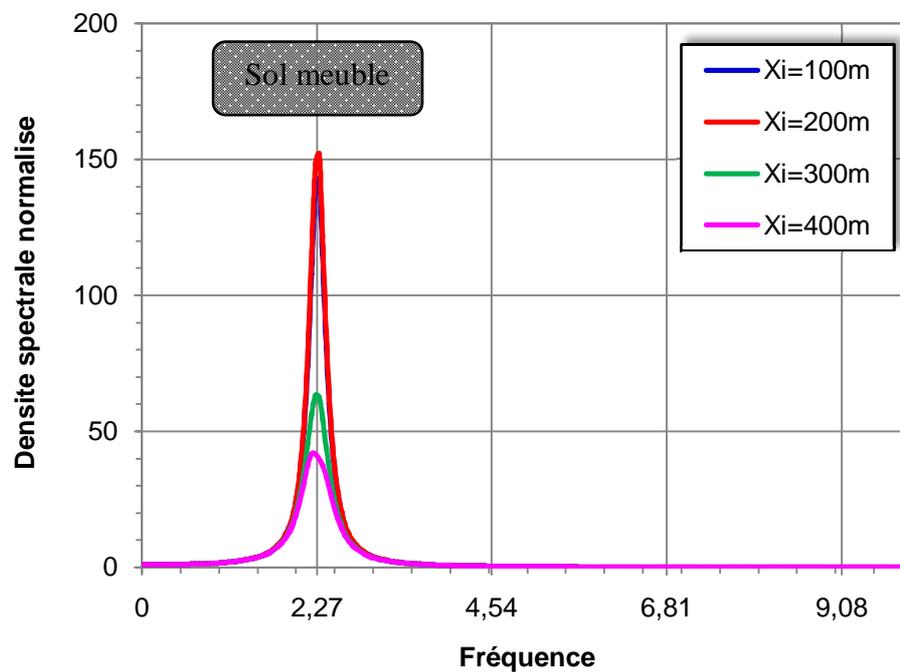


Fig.4.5- Densités spectrales de puissance du mouvement total en surface normalisées par rapport à celle du mouvement incident.

4.6. Variation spatiale du mouvement sismique

4.6.1. Variation spatiale du mouvement incident

La perte de cohérence du mouvement incident est approchée par le modèle de Luco et Wong (1986). Ainsi, la variation de la cohérence du mouvement incident aux différentes distances de séparation 40, 100, 200 et 500m est représentée sur la figure 4.6.

Il est à noter que ce modèle de la cohérence donne une valeur unité à la fréquence nulle pour toute distance de séparation et tend vers zéro lorsque la fréquence et la distance de séparation augmentent.

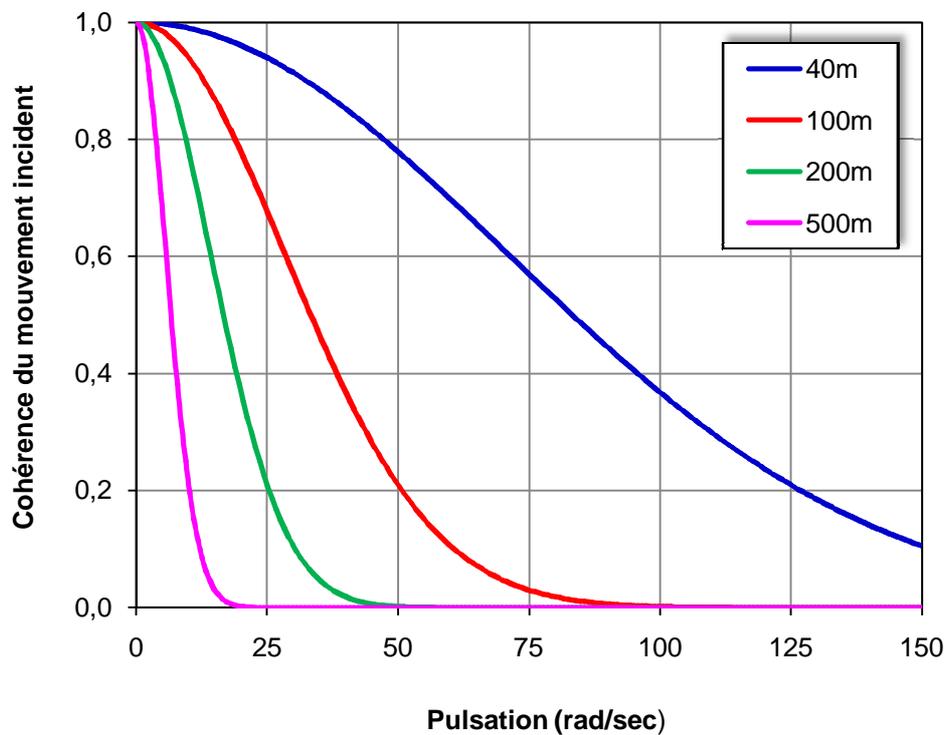


Fig.4.6- Modèle du Luco et Wong.

4.6.2. Variation spatiale du mouvement en surface due au caractère stochastique

Le modèle de la cohérence qui permet de tenir compte de la stochasticité des couches de sol donné par l'équation (3.76) est représenté sur la figure 4.7, pour les trois types de sol (meuble, ferme, rocheux).

Nous remarquons que la forme de la cohérence de ce modèle est différente de celle donnée par Luco et Wong (1986), c'est à dire ne décroît pas exponentiellement. La cohérence diminue lorsque la pulsation augmente, atteint un minima pour la pulsation fondamentale, ensuite croit jusqu'à la valeur unité pour les hautes fréquences. Les minima diminuent lorsque la distance de séparation augmente.

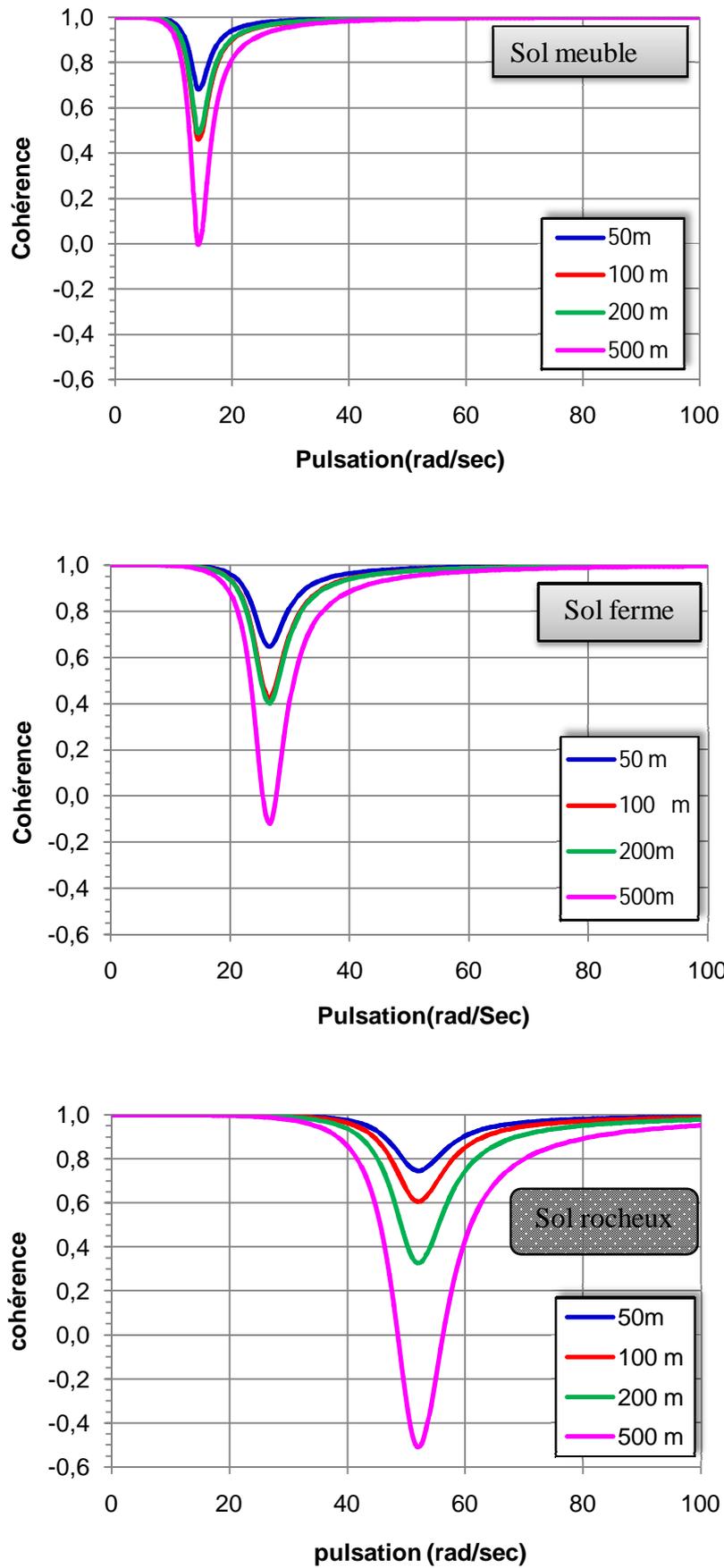


Fig.4.7- Variation spatiale de la cohérence due à la stochasticité des couches.

4.6.3. Variation spatiale du mouvement total en surface

La cohérence globale qui comporte la cohérence du mouvement incident et la cohérence due à la stochasticité des couches de sol dans la variation spatiale du mouvement total en surface exprimée par les équations (3.77) et (3.78) est représentée sur la figure 4.8, à différentes distances de séparation (40, 100, 200 et 500 m).

A partir de la figure (4.8), on constate que la cohérence diminue avec l'augmentation de la pulsation et la distance de séparation ce qui est identique à l'effet produit par le modèle de Luco et Wong (c'est à dire la perte de cohérence est due à la propagation des ondes dans le substratum rocheux). Cependant, les minimas correspondants aux fréquences fondamentales sont plus apparentes lorsque la fréquence fondamentale est faible (sol meuble et sol ferme dans la présente étude) et s'effacent de plus en plus que la distance de séparation augmente.

En conclusion, l'effet de la stochasticité des couches de sol sur la cohérence totale est plus prononcé lorsque la fréquence fondamentale est faible.

Nous comparons dans la figure 4.9, la cohérence globale du mouvement en surface à celle du mouvement incident donnée par le modèle de Luco et Wong (1986), pour différentes distances de séparations et différents types de sol.

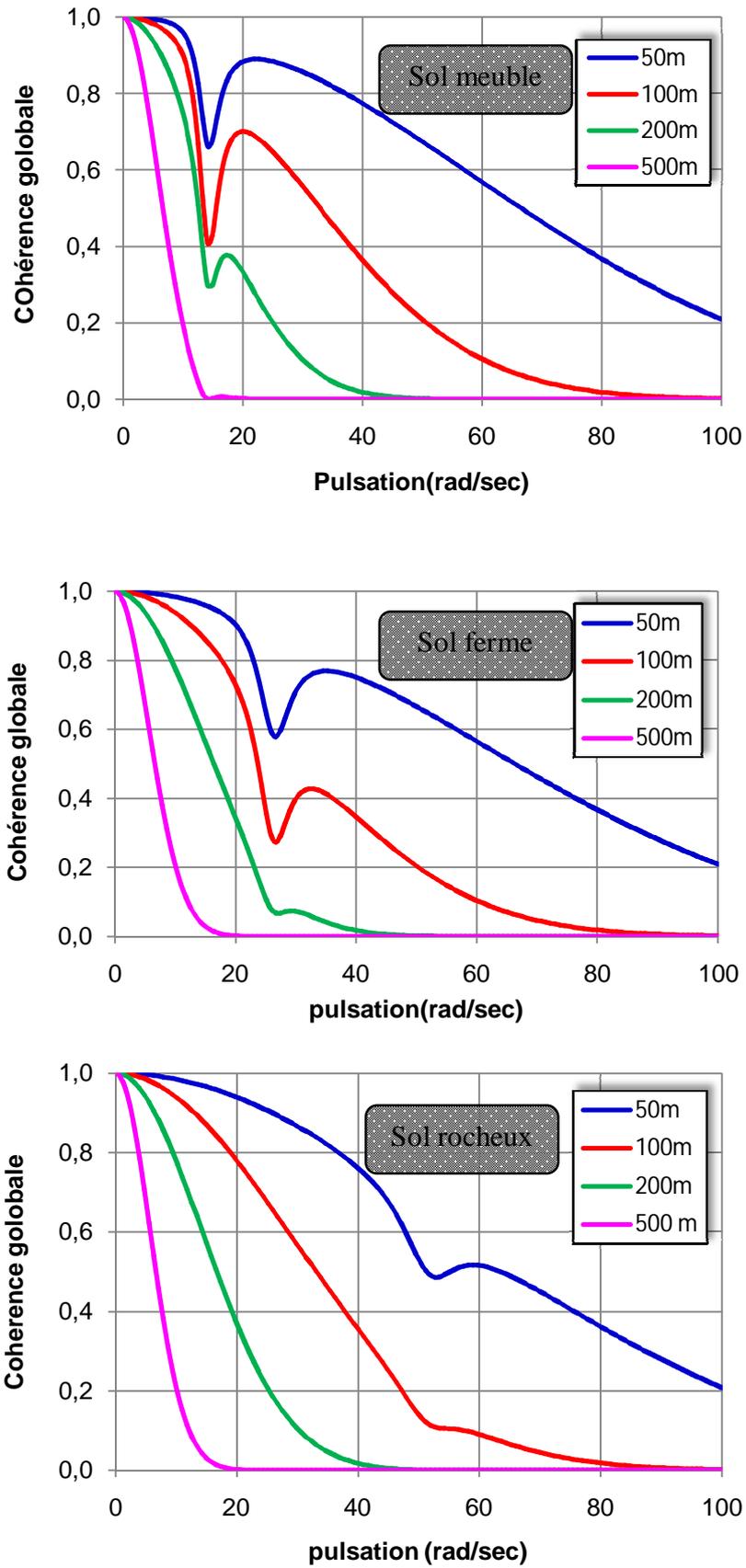
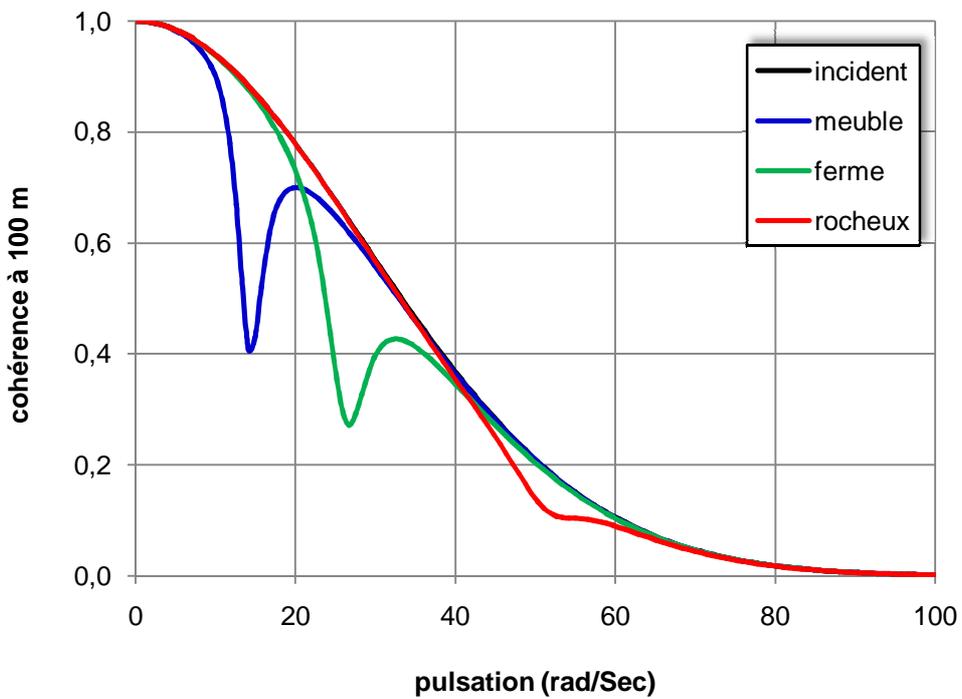
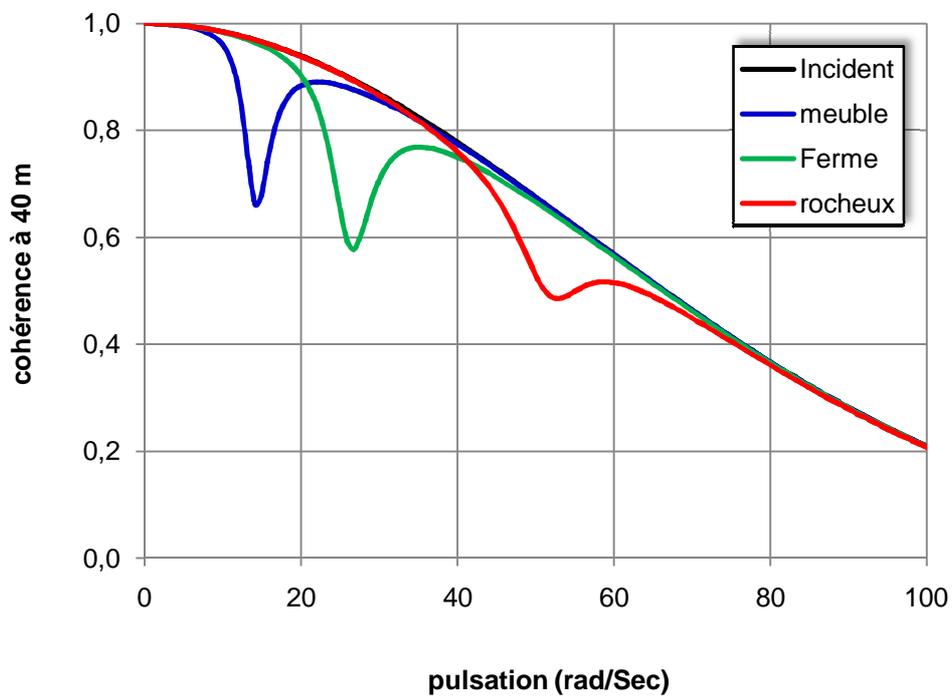


Fig.4.8- Variation de la cohérence spatiale globale.



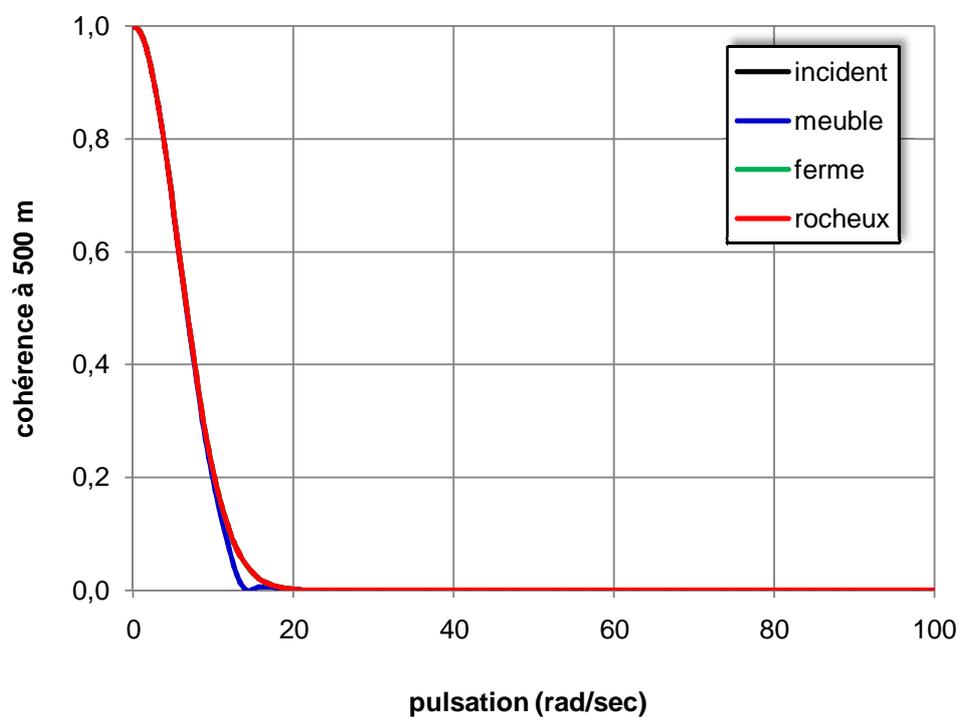
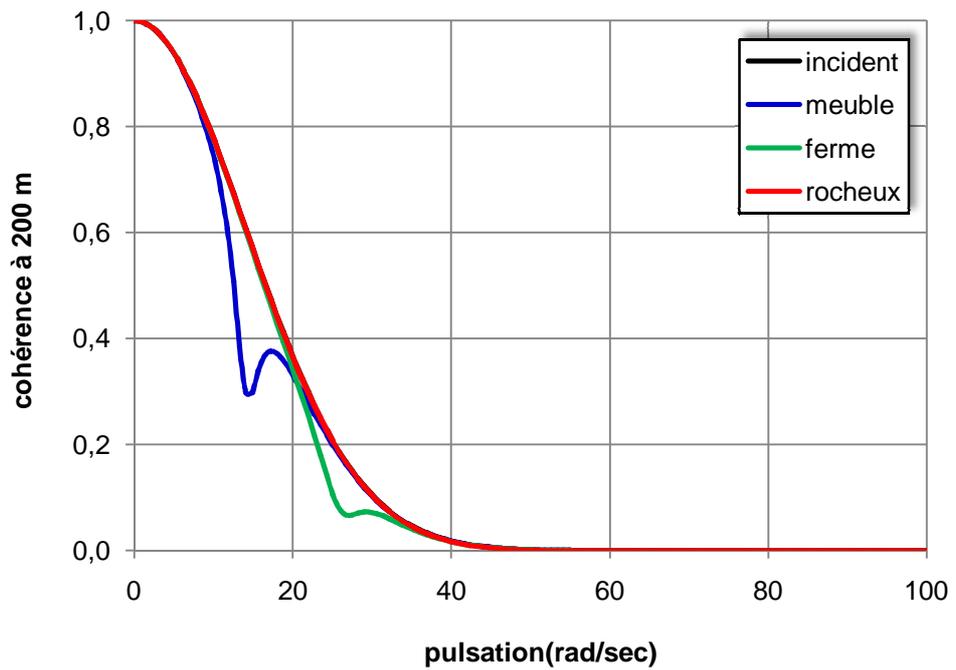


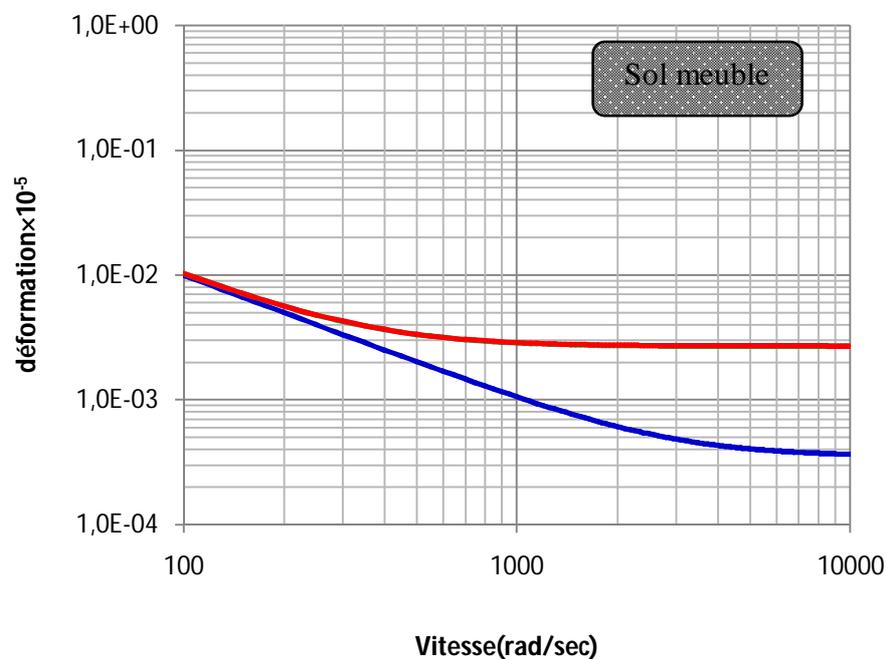
Fig.4.9- Comparaison de la cohérence spatiale globale du mouvement en surface à celle du mouvement incident pour différentes distances de séparation.

A partir de la figure (4.9), nous constatons que la cohérence globale s'atténue de plus en plus que la distance de séparation augmente et se confond avec celle du mouvement incident pour les trois types de sol.

Nous constatons, cependant, que pour les faibles distances de séparation (40 et 100 m), la variation de la cohérence avec la pulsation est plus prononcée pour le site meuble et ferme que pour site rocheux.

4.7. Déformations sismiques du sol

Les déformations sismiques du sol par rapport à la déformation de la vitesse du sol ont été données par l'équation (3.91). Trois variations des déformations sismiques sont représentées dans la figure 4.10. La première correspond aux effets du mouvement incident, la deuxième aux effets de la stochasticité des couches de sol et la dernière incorpore la variabilité du mouvement incident et la stochasticité des couches en même temps.



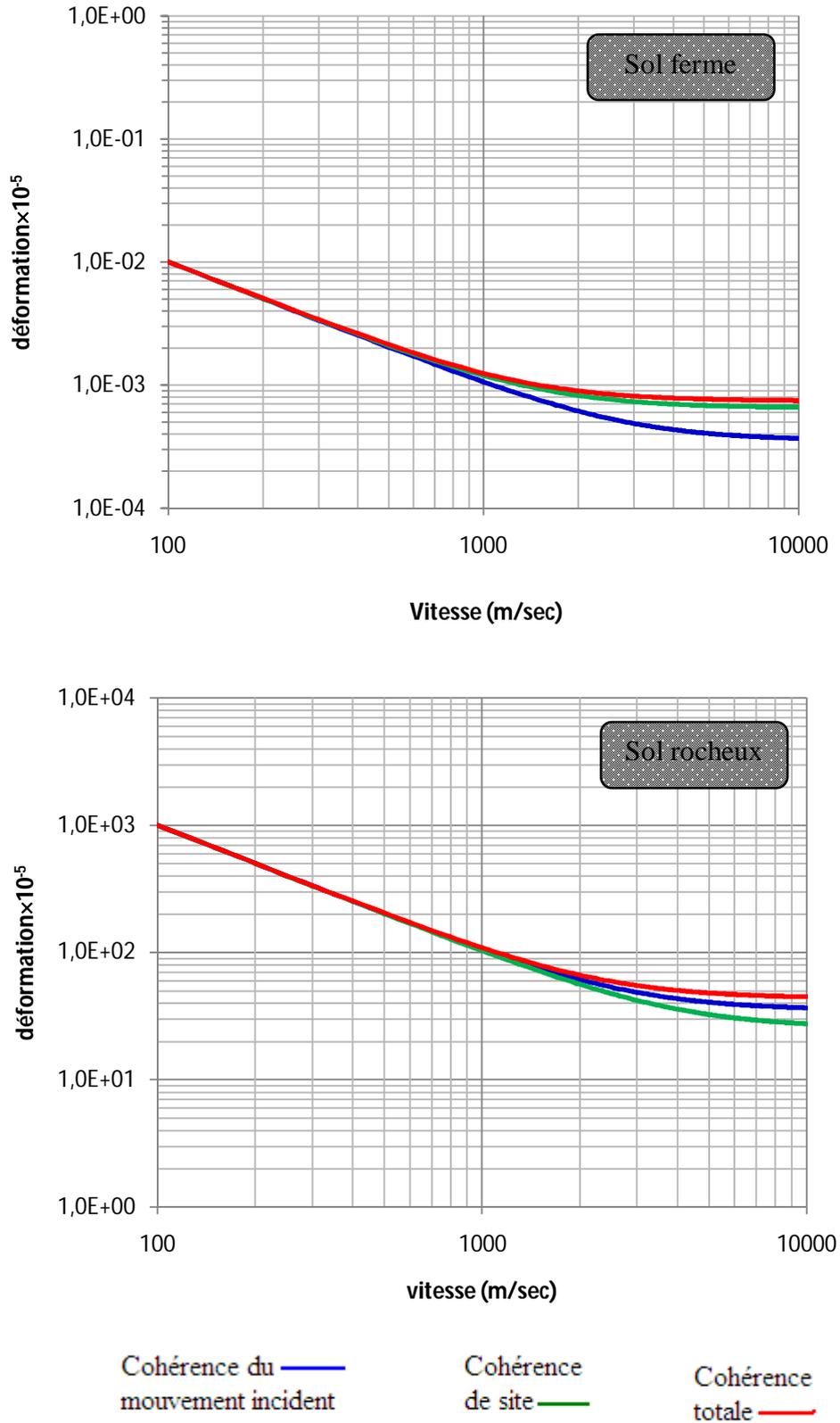


Fig.4.10- Variation des déformations sismiques.

La figure 4.10 montre que la stochasticité des couches de sol a un effet significatif. Elle contrôle les déformations sismiques pour les vitesses de propagations plus élevées pour les différents types de sol (meuble, ferme et rocheux).

4.8. Conclusion

Nous avons appliqué dans le présent chapitre le modèle formulé dans le chapitre précédent pour calculer les caractéristiques stochastiques, la cohérence et les déformations sismiques des profils de sol des sites choisis. Il ressort des résultats obtenus que :

- La forme de la variation spatiale des mouvements en surface du sol est contrôlée par celle du mouvement incident.
- La contribution de la stochasticité des couches de sol est concentrée au voisinage de la fréquence fondamentale du profil et donne un minima pour la cohérence.
- Les déformations sismiques évaluées à partir du modèle montrent que la contribution de la stochasticité des couches de sol peut être importante : c'est elle qui commande les déformations à hautes vitesses de propagation apparentes pour différents conditions de sol. De ce fait, le caractère stochastique des couches de sol ne peut pas être négligé dans l'évaluation de la variation spatiale des mouvements sismiques du sol.

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

1. Conclusions générales

L'évaluation de la réponse sismique des structures étendues, telles que les pipelines, les centrales nucléaires, les ponts, les barrages, ... nécessite des estimations pour la variabilité des mouvements sismiques du sol sur le site. Ces estimations sont difficiles à obtenir sur un site si les données sismiques ne sont pas disponibles.

Dans ces conditions, on fait appel à la dynamique des sols stochastique. Pour cela, nous avons présenté dans ce mémoire une approche analytique pour l'étude de la contribution de la variation stochastique des propriétés des couches de sol ainsi que la variation spatiale du mouvement incident sur la variabilité spatiale du mouvement sismique en surface de sol. Le modèle utilisé rapproche la topographie du site par une couche horizontale avec des caractéristiques aléatoires recouvrant un substratum rocheux. Comme il est souvent le cas dans l'estimation de la variation spatiale, seules les ondes de cisaillement ont été considérées.

Le présenté modèle intègre les facteurs de base qui contribuent à la variation spatiale des mouvements sismiques du sol. Les hypothèses faites dans la formulation de l'approche sont compatibles avec les observations à partir des données enregistrées. Il a été supposé que la variation spatiale du mouvement incident à l'interface du substratum rocheux peut être décrite par sa cohérence spatiale et sa propagation apparente. La cohérence spatiale du mouvement incident est décrite par le modèle de Luco et Wong conforme à l'hypothèse de propagation des ondes de cisaillement à travers les milieux aléatoires. Les ondes de cisaillement à l'interface substratum rocheux / couche sont supposées se propager verticalement à travers la couche stochastique et la réponse du site est approchée par celle d'un oscillateur à un degré de liberté avec des propriétés aléatoires.

L'analyse de la réponse du profil de sol est effectuée par l'intermédiaire de la formulation présentée dans ce mémoire et le programme élaboré a permis d'étudier les différentes facettes du problème. Les résultats obtenus ont montré que la forme de la cohérence globale est contrôlée par celle du mouvement incident. Egalement, l'aspect stochastique des couches de sol cause des perturbations dans le mouvement en surface provenant du rocher et affecte la cohérence et la variabilité du mouvement en surface.

A travers cette étude, nous avons pu mettre en évidence l'importance de la prise en compte de l'aspect stochastique des couches de sol et l'effet de site (meuble, ferme, rocheux) dans l'évaluation de la variabilité spatiale du mouvement sismique du sol.

En l'absence de données sismiques enregistrées spatialement sur un site, la méthodologie développée ici fournit une approximation de la variation spatiale des mouvements sismiques du sol qui incorpore l'effet de la stochasticité du profil du sol. Ces mouvements sismiques peuvent être appliqués aux supports des structures étendues selon l'une ou l'autre des méthodes généralement appliquées [Harichandran, 1999 ; Lin et Zhand, 2005].

2. Recommandations futures

Dans ce travail d'initiation à la recherche, nous n'avons étudié que les variations stochastiques sur la masse volumique et le module de cisaillement. D'autres paramètres peuvent également être étudiés.

D'autre part, si le dépôt de sol présente des irrégularités importantes, une étude telle que celle présentée ici, ne peut être convenable. A cet effet, la méthode des éléments finis ou de frontières stochastiques serait plus efficace.

Par ailleurs, l'excitation a été supposée stationnaire. L'aspect non stationnaire qui a reçu une attention considérable par les spécialistes en la matière devrait être pris en compte dans des études futures ainsi que le caractère non linéaire.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Référence Bibliographique

Abrahamson NA, Schneider JF, Stepp JC. Spatial variation of strong ground motion for use in soil-structure interaction analyses, Proc of 4th us-natl conf on earthquake engineering, palmsprings CA 1990, pp. 317–326.

Abrahamson N.A, Schneider JF, Stepp JC., Empirical spatial coherency functions for applications to soil-structure interaction analyses, earthquake spectra, 1991, Vol. 7, pp. 1–27.

Abrahamson NA. Generation of spatially incoherent strong motion time histories, Proceedings of the tenth world conference on earthquake engineering, Madrid, Spain, 1992.

Anderson JC, Chapter 4: Dynamic response of structures. in the seismic design handbook, 2nd edition, Ed. Farzad Naeim, 2002, 64p.

Askar A, Cakmak AS. Seismic waves in random media. Probabilistic Engineering Mechanics 1988;3(3):124-129.

Badaoui M. Influence de l'heterogeneite géologique et mécanique sur la réponse des sols multicouches. Phd Thèses, Ecole nationale polytechnique (Algerie), Département de Génie civil, 2008, 147p.

Baecher GB, Christian GT. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering, Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd; 2003.

Barbi M. Introduction à l'analyse spectrale, polycope de physique, Université Pierre et Marie Curie, France, 173p.

Barnoski RL. Response of elastic structures to deterministic and random excitation, 1965 , 164p.

Chu L, Askar A, Cakmak AS. Earthquake waves in a random medium. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 1981;5(1):79–96.

Clough RW and Penzien J. Dynamics of structures, Mcgrawhill, New York, 2003.

DeGroot DJ, Baecher GB. Estimating autocovariance of in-situ soil properties. *Journal of Geotechnical Engineering* 1993;119(1):147-166.

Der Kiureghian A and Neuenhofer A. Response spectrum method for multiple support seismic excitation. *Earthquake Eng. Struct. Dyn*, 1992; 21: 713–740.

Der Kiureghian A. A coherency model for spatially varying ground motions, *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* 1996 ; 25: 99-111.

Ellingwood BR and Batts ME, Characterization of earthquake forces for probability-based design of nuclear structures, Tech report BNL-NUREG-51587, NUREG/CR-2945, Dept of nuclear energy, Brookhaven national Lab, NY, 1982.

Ghanem RG, Spanos PD. *Stochastic finite elements: a spectral approach*. New York, USA: Springer-Verlag; 1991.

Ghiocel Dan M., Ostadan F., Seismic motion incoherency effects on seismic motion incoherency effects on ssi response of industrial structures ssi response of industrial structures, the 4th US-Japan workshop on soil-structure interaction, Tsukuba international center, Tokyo, march 28-30, 2007.

Harada T, Shinozuka M. stochastic analysis of spatial variability of seismic ground deformation, *Recent advances in lifeline earthquake engineering*, Elsevier, Amstardam, 1987.

Hirata K, Shinozuka M. stochastic analysis of seismic stability of earth damas, proceeding of ninth World conference on earthquake engineering august 2-9, 1988, Tokyo- Kyoto, JAPAN, Vol.6.

Harada T. Probability modeling of spatial variation of strong earthquake ground displacements, eighth world conference on earthquake engineering, july 21-28, 1984 , San Francisco California U.S.A.

Harada T, Shinozuka M. Stochastic analysis of ground reponse variability for seismic desugn of buried lifeline structures, pwe. 7th Japan earthquake engineering, symposium, Dec 1986, 595-600.

Harichandran RS, Vanmarcke EH. Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time, *Journal of engineering mechanics*, ASCE, 1986 ; 112, : 154-174, “Discussion” by M. Novak and “Closure” by Authors, *Journal of engineering mechanics*, ASCE, 1987; 113: 1267-1270.

Harichandran R. Local spatial variation of earthquake ground motion, in *Earthquake engineering and soil dynamics II recent advances in ground motion evaluation*, J.L. Von Thun editor, Geotechnical special publication No. 20, ASCE, New York, NY, 1988.

Harichandran R S. Estimating the spatial variation of earthquake ground motion from dense array recordings, *Struct. Saf.*, 10, 219–233, 1991.

Hryniewicz Z, Hermans AJ. Intensity of waves in a randomly non homogeneous Layered Medium. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1984; 12 :1-8.

Hryniewicz Z, Hermans AJ. Response of a randomly inhomogeneous layer overlying a homogeneous half-space to surface harmonic excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1988;16(5):735–44.

Hryniewicz Z, Hermans AJ. Free-field response from inclined body waves in a viscoelastic random medium. *Earthquake Engng Struct Dynam* 1989; 18:1025-40.

Isaac E., *Probabilistic theory of Structures*, 1983.

Jeffrey A. *Advanced engineering mathematics*. University of Newcastle-upon- Tyne. USA: Academic Press; 2002.

Jaksa MB, Brooker P I, Kaggwa W S. Inaccuracies associated with the current method for estimating random measurement errors, 1994.

Karal FC, Keller JB. Elastic, electromagnetic and other waves in a random medium. *Journal of Mathematical Physics* 1964;5(4):537–49..

Kanai K. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. *bull. of earthquake research inst. univ of Tokyo Japan* 1957; 35: 309–325.

Kanda K. seismic responses of structures subjected to incident incoherent waves considering a layered media with irregular interfaces. *Proceedings of the 12th world conference on earthquake engineering*, auckland, New Zealand 2000.

- Kausel E, Pais A. Stochastic deconvolution of earthquake motions, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE 1987; 113: 266-277.
- Kramer SL. *Geotechnical earthquake engineering*, Prentice hall, 1996.
- Laoumi N. Variability spatiale du mouvement sismique. Thèse of Ph.D, 1995.
- Laoumi N, Labbe P. State-of-the-art of geotechnical earthquake engineering practice, 2000; 20:1-15.
- Liao S, Zerva A. Amplitude and phase variability from analyses of spatially recorded data, *proceedings of Geo Congress 2006*, ASCE, Atlanta, Georgia, 2006.
- Liao S. Physical characterization of seismic ground motion spatial variation and conditional simulation for performance-based design. Thèse of Ph.D, 2006.
- Lin J, Zhang Y. Seismic random vibration of long-span structures. In Silva C.W. Editor. *Vibration and Shock Handbook*. Taylor & Francis, 2005, p. 30-1 – 30-41.
- Luco JE, Wong HL. Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion, *earthquake eng. struct. Dyn.* 1986; 14:891–908.
- Loh CH. Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 data, *Earthquake eng. struct. Dyn.* 1985; 13: 561–581.
- Loh CH , Yeh YT. Spatial variation and stochastic modeling of seismic differential ground movement, *earthquake eng. struct.dyn.* 1988; 16: 583–596.
- Loh C, Lin SG. Directionality and simulation in spatial variation of seismic waves. *Eng. Struct.* 1990; 12: 134–143.
- Loh CH, Penzien J, and Tsai YB. Engineering analysis of SMART-1 array accelerograms. *earthquake eng. struct. dyn.* 1982; 10:575–591.
- Lutes LD. & Sarkani S. *Random vibrations analysis of structural and mechanical systems*, 2004.
- Manolis GD. Stochastic soil dynamics, *soil dynamics and earthquake engineering* 2002 ; 22: 3-15.
- Pecker A., *Dynamique des sols*, Ed, Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 1984, 262p.
- Peebles P. Z., *Probability random variables and random signal principles*, 1987.

- Piskounov N. Calcul différentiel et intégral: tome 2. MIR Editions, 1980.
- Preumont A. Random Vibration and Spectral Analysis. Ed. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994.
- Riley KF, Hobson MP, Bence SJ. Mathematical methods for physics and engineering, 2002.
- Sadouki A. Etude des effets du caractère stochastique des couches de sol sur la réponse sismique d'un site. Mémoire de Magister, UHBC, 2011, 107p.
- Sadouki A, Harichane Z, Chehat A. Response of a randomly inhomogeneous layered media to harmonic excitations, Soil dynamics and earthquake engineering (in press).
- Saha O, Berrah MK, Hadid M, Boutaleb A. Réponse sismique déterministe et stochastique des fondations superficielles. 1st International conference on sustainable built environment infrastructures in developing countries ENSET Oran (Algeria) 2009, 8 p.
- Savin É. Influence de la variabilité spatiale en interaction sismique sol-structure. Thèse de doctorat, Ecole Centrale. Paris, France, 1999.
- Saxena V, Deodatis G, Shinozuka M. effect of spatial variation of earthquake ground motion on the nonlinear dynamic response of highway bridges 2000 Proc of 12th World Conf on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand.
- Sett K. Probabilistic elasto-plasticity and its application in finite element simulations of stochastic elastic-plastic boundary value problems. Phd thesis, University California, California, 2007.
- Tajimi H. A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake, 1960, Proc of 2nd World conf on earthquake engineering, Tokyo and Kyoto, Japan.
- Tang KT., Mathematical methods for engineers and scientists, 2007.
- Vanmarcke E. Random fields: analysis and synthesis. Cambridge, MA: MIT Press; 1983.
- Wang H., Harada T., Nonaka T., Nakamura M., Spatial variability of near field ground motions and its design implication of long extended lifeline structures nearby a fault, 2008.
- Wolf JP. Dynamic Soil-Structure Interaction, New Jersey: Prentice-Hall, 1985.
- Woolfson M.M., Pert G.J. An introduction to computer simulation, New York: Oxford University Press; 1999.

Zendagui D, Berrah MK, Kausel E. Stochastic deamplification of spatially varying seismic motions 1999;18: 409–421.

Zerva A. On the spatial variation of seismic ground motions and its effects on lifelines, Eng. struct. 1994; 16: 534–546.

Zerva A, Harada T. Effect of surface layer stochastically on seismic ground motion coherence and strain estimates, Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 1997; 16: 445-457.

Zerva A. Spatial variability of seismic motions recorded over extended ground surface areas, Wave motion in earthquake engineering, Kausel E. and Manolis G.D. (eds), Volume in the series Advances in earthquake engineering, WIT Press, 2000.

Zerva A. and Zervas V. Spatial variation of seismic ground motions: An overview, Applied Mechanics Reviews, ASME. 2002 ; 55 : 271 297.

