République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université HASSIBA BENBOUALI de CHLEF

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : Génie Mécanique

Option: Energétique.

Par

NEDJARI BENCHERKI

ETUDE DES CARACTERISTIQUES MECANIQUES ET RHEOLOGIQUES D'UN FLUIDE NON-NEWTONIEN (APPLICATION AU PETROLE BRUT).

Soutenu le : 08/01/2015 devant le jury composé de:

- Pr. HAMOU ZAHLOUL / U.H.B.C Président

- Pr. YOUCEFI ABD EL KADER / U.ST.O Examinateur

- Pr. LOUKARFI EL ARBI / U.H.B.C Examinateur

- Dr. MERIAM-BENZIANE MADJID. M.C.A. / U.H.B.C Encadreur

- Pr. BETTAHAR AHMED U.H.B.C Co-encadreur

Année universitaire: 2013/2014

Remerciements

Mes premiers remerciements personnels sont adressés à mes encadreurs de thèse, M. le Pr. BETTAHAR AHMED et M. le Dr. MERIEM-BENZIANE MADJID pour leurs soutiens, leurs aides et surtout leurs patiences.

Je tiens également à exprimer ma gratitude envers les autres professeurs et docteurs du département de mécanique, à l'université de CHLEF et les membres de l'administration pour la facilité des tâches administratives.

Je tiens à remercier M. le président de jury d'avoir accepté de présider mon modeste travail.

Je tiens évidemment à exprimer mes remerciements aux membres de la commission de jury d'avoir accepté de juger mon travail.

Je remercie tout particulièrement avec une grande émotion ma mère et ma petite famille, sans qui après ALLAH, rien n'aurait été possible dans ma vie et dans mes études.

Enfin, mes remerciements sont adressés à tous ceux qui me connaissent.

Résumé:

L'amélioration des procédés de la production du pétrole brut nécessitent des connaissances et compréhensions de leur comportement rhéologique. Les propriétés rhéologiques et dynamiques de

ce fluide ont été récemment étudiées. Ces études montrent que le comportement rhéologique du

pétrole change d'un fluide Newtonien à un fluide non-Newtonien dans des conditions bien précises,

telle que la température d'environnement.

Ce changement de comportement conduit à des perturbations pendant son pompage et son transport

dans les pipelines, à cause de l'augmentation des pertes de charges dues à la variation des

contraintes surtout au niveau de la paroi.

L'objectif de ce travail était l'utilisation de plusieurs modèles numériques tels que ceux qui tiennent

compte les paramètres mécaniques comme le modèle de Bingham, le modèle d'Ostwald et celui de

Herschel Bulkley, pour calculer les caractéristiques rhéologiques qui sont la contrainte et le taux du

cisaillement, dans différentes températures; des modèles qui tiennent compte la structure et la

concentration comme le modèle de Cross, de Quemada et celui de Krieger et Dougherty pour

étudier ce fluide considéré comme une émulsion, et un modèle résultant de la théorie des réseaux

qui est le modèle de Phan Thien Tanner modifié (MPTT) et qui prend en considération les

changements microscopiques produit par l'écoulement, afin de faire le choix sur le mieux adapté.

Les résultats trouvés, après l'application de chaque modèle sur différents types de pétrole brut, ont

montré que pour les modèles qui tiennent compte les paramètres mécaniques, chaque modèle trouve

son application sur un type précis du pétrole pour une température bien déterminée, mais ce modèle

devient plus valable si la température change. Par contre, le modèle de MPTT reflète la réalité

physique pour le pétrole qui a un comportement non-Newtonien.

Mots clés: fluide non-newtonien, modèle rhéologique, contrainte pariétale, émulsion.

Page 2

Abstract:

Improved methods for the production of crude oil requires knowledge and understanding of their rheological behavior. The rheological and dynamic properties of this fluid were recently studied. These studies show that the rheological behavior of oil changes from Newtonian fluid to a non-Newtonian fluid under specific circumstances, such as the environmental temperature.

This change in behavior leads to disturbances during its pumping and transportation in pipelines because of increased pressure loss caused by the variation of the stresses especially at the wall.

The objective of this work was the use of several numerical models such as those that take into account the mechanical parameters such as the Bingham model, the model of Ostwald and that of Herschel Bulkley, to calculate the rheological characteristics are coercion and the shear rate, in different temperatures; models that take into account the structure and concentration as the model of Cross, Quemada and that of Krieger and Dougherty to study the fluid considered an emulsion, and a model arising from network theory which is the model of Phan Thien Tanner changed (MPTT) and takes into account the microscopic changes produced by the flow, in order to choose the best suited.

The results found after the application of each model on different types of crude oil, have shown that for models that take into account the mechanical parameters, each model has its application on a specific type of oil for a fixed temperature, but model becomes void if the temperature changes. By against the model MPTT reflects physical reality for the oil that has a non-Newtonian behavior.

Keywords: non-Newtonian fluid, rheological model, wall stress, emulsion.

ملخص:

يتطلب تحسين طرق إنتاج البترول الخام معرفة و فهم دقيق لخصائصه. إن الدراسات الحديثة للخصائص الديناميكية و تلك المتعلقة بلزوجته أثبتت أن البترول يتحول من مائع نيوتوني إلى مائع غير نيوتوني خاصة بفعل الحرارة.

يؤدي هذا التحول إلى اضطرابات أثناء القيام بعملية ضخه و نقله في الأنابيب، بسبب ضياع الضغط الناتج عن زيادة الإجهادات خاصة على مستوى الجدار الداخلي للأنبوب.

الهدف من هذا العمل هو استخدام عدة نماذج رقمية من اجل إيجاد قيم اللزوجة و الإجهادات الناتجة عنها لغرض تجريبها و مقارنتها مع التجارب، كتلك التي تأخذ بالحسبان الخصائص الميكانيكية، و تلك التي تعتمد على بنية و تركيز البترول الذي يعتبر كسائل مستحلب، و نموذج منبثق عن نظرية الشبكات و الذي يأخذ بعين الاعتبار التغييرات الميكروسكوبية الناتجة عن التدفق.

إن النتائج المتحصل عليها بعد تطبيق هذه النماذج الرقمية على أنواع مختلفة من البترول الخام، تظهر أن كل نوع من البترول يخضع لنموذج معين إذا ما قارناه بنتائج التجربة، كما يؤدي تغير درجة حرارة البترول إلى تغير ملحوظ في خصائصه و بالتالي يتغير معه النموذج الرقمي الذي كان يمثله، غير أن النموذج الذي يأخذ بعين الاعتبار التغييرات الميكروسكوبية الناتجة عن التدفق يعكس الحقيقة الفيزيائية لسلوك البترول الخام الغير النيوتوني.

الكلمات المفتاحية: مائع غير نيوتوني، نموذج رقمي، الإجهاد على مستوى الجدار، سائل مستحلب.

Table des matières

Remerciements	1
Résumé	2
Abstract	3
ملخص	4
Nomenclatures	9
Liste des figures	11
Liste des tableaux	14
Introduction générale	15
I- Etude bibliographique	18
I-1- Introduction	19
I-2- Relation contrainte-déformation	19
La viscosité	20
Mesure de la viscosité	21
Les modèles rhéologiques	23
La viscoélasticité	25
Lois piézoviscosité	28
I-8- Thermoviscosité	29
I-9- Expériences et équations rhéologiques pour quelques fluides et matériaux	31
I-9-1- Le pétrole brut	31
I-9-2- Les boues résiduaires	32
I-9-3- Les coulis de glace	34
I-9-4- Les particules rigides	34
I-9-5- Les gels colloïdaux	35
I-10- Recommandations	35
II- Généralités sur la rhéologie des fluides non-Newtoniens	36
II-1- Introduction	37
II-2- Définition d'un fluide	37
II-3- Définition de la rhéologie	37
II-4- Elasticité, plasticité et caractères solide et liquide	38
II-4-1- Calcul de la viscosité	38

II-4-1-2 Viscosités utilisées dans l'étude des solutions	40
-1- Viscosité relative	40
-2- Viscosité spécifique	41
-3- Viscosité réduite	41
-4- Viscosité intrinsèque	41
II-4-1-3- Les méthodes de mesure de la viscosité	41
a) Viscosimètre capillaire	41
b) Viscosimètre à chute de bille et à bille roulante	42
c) Viscosimètres rotatifs	43
II-5- Les Rhéogrammes	45
II-6- Notions de rhéologie des fluides newtoniens et des fluides non-newtoniens	45
II-6-1- Les fluides newtoniens	46
II-6-2- Les fluides non newtoniens	46
II-6-3- Les fluides à contrainte critique	47
II-6-4- Fluides sans contrainte critique	47
II-6-5- Modèles mathématiques pour les fluides non-newtoniens	49
II-6-5-1- Les modèles à deux paramètres	49
II-6-5-2- Modèles à trois paramètres	50
II-6-5-3- Modèle d'Ellis	50
II-5-5-4- Le modèle de Williamson	50
II-6-6- Les fluides rhéoépaississants ou dilatants	51
II-6-7- Les fluides plastiques	51
II-6-8- Les fluides viscoélastiques	52
II-6- La thixotropie	54
II-7-1- Exemple le phénomène d'hystérésis	54
II-7-2- Fonctions fluage et relaxation	55
III- Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut	57
III-1- Introduction	58
III-2- Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut de la Mer du Nord	59
III-3- Modèle de Herschel-Bulkley	61
III-3-1- Calcul des caractéristiques rhéologiques du pétrole brut	61
III-3-1-1- La méthode des moindres carrés	61
III-3-1-2- Application de la méthode des moindres carrés à notre problème	61

III-4- Modèle de BINGHAM	63
III-5- Modèle d'OSTWALD	64
III6- Etude rhéologique de pétrole Brut de l'Afrique du Nord Type II	65
III-7- Modélisation du pétrole brut de l'Afrique du Nord	66
III-8- Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut de l'Algérie	69
III-9- déduction	72
III-10- Rhéologie des émulsions	73
III-10-1- Modèle de Cross	75
III-10-2- Modèle de Krieger et Dougherty	75
III-10-3- Modèle de Quemada	75
III-10-4- Interprétation du résultat	78
VI- Calcul des caractéristiques dynamiques de l'écoulement	79
VI-1- Cas d'un fluide newtonien	80
VI-1-1- Profile de pression	81
VI-1-2- Profil de vitesse	81
VI-1-3- Calcul de la contrainte pariétale	82
IV-1-4- Calcul du taux de cisaillement	83
IV-1-5- Calcul du débit	83
IV-1-6- calcul de la contrainte de cisaillement $ au$	83
IV-1-7- Calcul de la vitesse moyenne $u_{\rm m}$	84
IV-1-8- Calcul de coefficient du frottement f	84
IV-2- Cas d'un fluide non-newtonien	84
IV-2-1- Calcul de la contrainte à la paroi	85
IV-2-2- Application de la loi de Herschel-Bulkley	85
IV-2-3- Calcul de la vitesse moyenne	86
IV-2-4- Calcul du coefficient de frottement f	87
IV-2-5- Calcul de la vitesse de l'écoulement	87
IV-2-6- Application numérique	88
IV-2-6-1- Calcul de la contrainte pariétale	88
IV-2-6-2- Calcul de la perte de charge	88
IV-3- Application de la loi de BINGHAM	88
IV-3-1- Calcul de la vitesse moyenne	88
IV-3-2- Calcul de la vitesse de l'écoulement	89

IV-3-3- Calcul de coefficient de frottement f	89
IV-4- modèle de Phan-Thien et Tanner	89
IV-4-1- Application du modèle dans le calcul de la contrainte de cisaillement et la contrainte	à la
paroi	90
IV-4-1-1- Calcul de la contrainte de cisaillement	90
IV-4-1-2- Calcul de la contrainte à la paroi	96
IV-4-1-3- Interprétations des résultats	96
IV-5- Conclusion	96
Conclusion générale et perspectives	97
Perspectives	98
Annexes	100
Références bibliographiques	103

Nomenclatures des symboles

Symboles latins	Désignations	Unité
P	Pression	Pa (N/m ²)
Q	Débit volumique	m ³ /s
R	Rayon	m
M	Moment angulaire	N.m
r	Variable rayon	m
K	Constante de Boltzmen	Sans unité
k	Coefficient de consistance	Pa.s ⁿ
n	Indice de comportement	Sans unité
h	Hauteur effective de cisaillement	m
D	Tenseur taux de déformation macroscopique	s ⁻¹
L	Tenseur gradient de vitesse de l'écoulement local	s ⁻¹
С	Concentration en soluté	Mole/m ³
R_e	Nombre de Reynolds	Sans unité
R_{ec}	Nombre de Reynolds critique	Sans unité
S	Section de la conduite	m ²
t	Temps d'écoulement	S
T	Température	°C
$rac{\Delta P}{\Delta L}$	Gradient de pression (perte de charge)	Pa/m
Δp	Variation de presion	Pa
U_{max}	Vitesse maximale du fluide	m/s
U_m	Vitesse moyenne du fluide	m/s
и	Vitesse locale du fluide	m/s
x, y, z	Variables d'espace	m
n'	Puissance déterminée par Cross d'une manière empirique comme égale à 2/3.	Sans unité
f	Coefficient de frottement	

Symboles grecs	Désignations	Unité
η	Viscosité dynamique	Pa.s
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
${\cal E}$	Déformation due au cisaillement	Sans unité
$\dot{\mathcal{E}}$	Taux de cisaillement	s ⁻¹
$\eta_{\scriptscriptstyle O}$	Viscosité dynamique initiale	Pa.s
η_{∞}	Viscosité dynamique limite	Pa.s
η_{app}	Viscosité apparente	Pa.s
$\eta_{\scriptscriptstyle m}$	Viscosité du fluide selon la loi de Krieger & Dougherty	Pa.s
τ	Contrainte de cisaillement	Pa (N/m ²)
$ au_p$	Contrainte tangentielle à la paroi	Pa (N/m ²)
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
ζ	Paramètre définissant le taux de glissement	Sans unité
ς	Tenseur gradient de vitesse de l'écoulement local	s ⁻¹
$ au_{ij}$	Contraintes de cisaillement	Pa (N/m ²)
$\eta_{_{sp}}$	Viscosité dynamique spécifique	Pa.s
η_0	Viscosité dynamique de cisaillement de taux zéro du pétrole brut	Pa.s
$ au_c$	Contrainte de cisaillement critique	Pa (N/m ²)
λ	Temps de relaxation du fluide	S
$\lambda_{i,0}$	Temps de relaxation du pétrole brut	S
$\eta_{\scriptscriptstyle \infty}$	La viscosité du pétrole brut pour un taux limite du cisaillement	Pa.s
$G_{i,0}$	Module de cisaillement du pétrole brut	Pa (N/m²)
$\eta_{ m rel}$	Viscosité dynamique relative	Pa.s
α	Angle du cône	Rad
η_p	Viscosité dynamique du solvant	Pa.s
[η]	Viscosité dynamique intrinsèque	Pa.s
$\eta_{_{red}}$	Viscosité réduite	Pa.s
ω	Vitesse angulaire	Rad/s
$ au_e$	Contrainte caractéristique d'Eyring	Pa (N/m²)
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{c}}$	Taux de cisaillement critique	s ⁻¹

Liste des figures

Figure I.01: Comparaison entre le profil de vitesse pour un fluide Newtonien et un fluide non-	-
Newtonien	25
Figure II.01: Déformation d'un élément fluide	37
Figure II.02 : Écoulement d'un fluide avec gradient de vitesse transversal	39
Figure II.03 : Viscosimètres en U ou de type Ostwald	42
Figure II.04 : Viscosimètre d'Hoeppler	43
Figure II.05 : Rhéomètre de Couette	44
Figure II.06 : Géométrie cône-plan	45
Figure II.07 : Rhéogrammes des fluides newtoniens	46
Figure II.08: Rhéogrammes caractéristiques des fluides présentant un seuil d'écoulement	47
Figure II.09 : Rhéogrammes caractérisant les fluides ne présentant pas de seuil d'écoulement	48
Figure II.10: Modèle à deux paramètres (modèle d'Ostwald)	49
Figure II.11: Champ d'application du modèle à trois paramètres	50
Figure II.12: Rhéogrammes caractéristiques des fluides rhéoépaississants	51
Figure II.13 : Comportement élastique et visqueux d'un échantillon viscoélastique	52
Photo II.1 : Montée d'un fluide viscoélastique le long d'une tige en rotation	53
Photo II.2 : Gonflement en sortie de filière	53
Photo II.3: Ecoulement dans une contraction avec recirculations (de haut en bas)	53
Photo II.4: Rupture de jets de fluide Newtonien et non-Newtonien	54
Figure II.14: Phénomène d'hystérésis	55
Figure II.15: L'influence du temps de repos sur la structure de certains corps	55
Figure II.16: Fonction fluage	56
Figure II.17: Fonction relaxation	56
Figure III.1 : Evolution de la contrainte de cisaillement fonction du taux de cisaillement	60
Figure III.2 : Rhéogramme de pétrole brut selon le modèle de Herschel	63
Figure III.3 : Rhéogramme du pétrole brut selon le modèle de Bingham	64
Figure III.4: Rhéogramme du pétrole brut selon le modèle d'Ostwald	64
Figure III.5 : Comparaison des modèles avec le rhéogramme de l'expérience	65
Figure.III.6 : Evolution expérimentale de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse	e de
cisaillement du pétrole brut de l'Afrique du Nord de type I	66
Figure III.7 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des t	rois
modèles avec l'expérience, à T=15,56°C	67

Figure III.8 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des tr	ois
modèles avec l'expérience, à T=18,33°C	68
Figure III.9 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des tr	ois
modèles avec l'expérience, à T =21,11°C	68
Figure III.10 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des t	trois
modèles avec l'expérience, à T =23,89°C	68
Figure III.11 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles a	vec
l'expérience, à T=10°C	70
Figure III.12 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles a	vec
1'expérience, à T =12.5°C	71
Figure III.13 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles a	vec
1'expérience, à T =15°C	71
Figure III.14 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles a	vec
l'expérience, à T =17.5°C	72
Figure III.15 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles a	vec
1'expérience, à T =20°C	72
Figure III.16: Représentation simplifiée du comportement rhéologique des émulsions	74
Figure III.17 : Evolution de la viscosité apparente en fonction du taux de cisaillement pour le	
pétrole brut de la Mer du Nord (Comparaison des trois modèles avec les données	1
expérimentales)	78
Figure IV.1 : Section de la conduite cylindrique	81
Figure IV.2 : Modélisation de la section de la conduite	82
Figure IV.4 : Variation de la vitesse moyenne en fonction de la contrainte pariétale	87
Figure IV.5 : Profil de vitesse d'un écoulement selon le modèle de Hershel Bulkley	88
Figure IV.6 : Profil de vitesse d'un écoulement selon le modèle de Bingham	89
Figure IV.7 : Profil de la contrainte de cisaillement τ_{rr} en fonction du rayon	93
Figure IV.8 : Profil de la contrainte de cisaillement τ_{zz} en fonction du rayon	93
Figure IV.9 : Profil de la contrainte de cisaillement $ au_{rz}$ en fonction du rayon	93
Figure IV.10 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon $r = 0.1$ m	94
Figure IV.11 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon $r=0.15$ m	94
Figure IV.12 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon $r=0.2$ m	95
Figure IV.13: Contrainte de cisaillement (τ_{rr}) en fonction du temps pour un rayon $r = 0.3$ m	95

Figure IV.14 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz})	en fonction du temps pour un rayon $r = 0.5 \text{ m}$	95
Figure IV.15 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz})	en fonction du temps pour un rayon $r = 0.6 \text{ m}$	96

Liste des tableaux

Tableau II.01 : Valeurs de la viscosité dynamique et de la viscosité cinématique de quelques fluides	40
Tableau II.02: Modèles rhéologiques décrivant l'écoulement des fluides à contrainte critique	47
Tableau II.03 : Modèles rhéologiques pour les fluides ne présentant pas de contrainte critique	48
Tableau III.1 : Valeurs de la viscosité et du taux de cisaillement	59
Tableau III.2 : Valeurs de la viscosité et de la contrainte de cisaillement	60
Tableau III.3 : Valeurs de la contrainte de cisaillement et du taux de cisaillement	60
Tableau III.4: Valeurs de la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement pour différen	tes
températures du pétrole brut d'Afrique du Nord de Type I	65
Tableau III.5 : Paramètres rhéologiques de Modèle de Herschel-Bulkley, du pétrole brut de	
l'Afrique du Nord de type I, pour différentes températures	66
Tableau III.6: Paramètres rhéologiques de Modèle de Bingham du pétrole brut de l'Afrique du	l
Nord de type I, pour différentes températures	67
Tableau III.7 : Paramètres rhéologiques de Modèle d'Ostwald du pétrole brut de l'Afrique du	
Nord de type I, pour différentes températures	67
Tableau III.8 : Valeurs de la contrainte de cisaillement et du taux de cisaillement pour différen	ites
températures du pétrole brut de l'Algérie	69
Tableau III.9 : Paramètres rhéologiques de Modèle de Modèle de Herschel-Bulkley du pétrole	
brut de l'Algérie, pour différentes températures	69
Tableau III.10 : Paramètres rhéologiques de Modèle de Bingham du pétrole brut de l'Algérie	
pour différentes températures	70
Tableau III.11 : Paramètres rhéologiques de Modèle de d'Ostwald du pétrole brut de l'Algérie	
pour différentes températures	70
Tableau III.12: Points expérimentaux de la viscosité, vitesse de cisaillement et de la contrainte	de
cisaillement	76
Tableau III.13: Valeurs des paramètres rhéologiques du pétrole brut	77
Tableau III.14 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Cross	77
Tableau III.15 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Quemada	77
Tableau III.16 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Krieger et Dougherty	77

Etude des caractéristiques mécaniques et rhéologiques d'un fluide non	า-
newtonien (application au pétrole brut).	

Introduction générale

Introduction générale:

Les études de l'effet de la viscosité et les pertes de charges lors de déplacement des fluides réels font l'objet de plusieurs recherches ces dernières années, à cause de leurs intérêts et l'extensivité de leurs emplois et leurs applications potentiels. L'étude du comportement de cette catégorie de fluide pendant son écoulement présente plusieurs difficultés en raison de la complexité de ses propriétés mécaniques surtout en ce qui concerne l'étude des déformations engendrées par les contraintes de cisaillement et leurs l'influence sur l'écoulement lui-même.

Une grande partie de fluides complexes sont employés dans certains procédés de production industrielle : fabrication des produits alimentaires et pharmaceutiques, élaboration de produits cosmétiques, production des ingrédients ou encore extraction et transport du pétrole.

La compréhension des propriétés de l'écoulement de ces fluides reste la meilleure possibilité qui permettrait l'amélioration de ces procédés.

Le pétrole brut est l'un des produits les plus employés comme énergie, il représente le cœur de l'industrie actuelle.

La production réussie et efficace de ce fluide nécessite la connaissance et la compréhension de leur comportement rhéologique. Les propriétés rhéologiques des différentes sortes de pétrole brut ont été récemment étudiées. Ces études affirment l'existence d'un comportement non- newtonien pour certains bruts. Les recherches faites sur le pétrole d'Afrique du Nord ont démontré qu'à des températures de surface basses (inférieure à 10° C), le pompage du pétrole brut commence à précipiter. Cela est dû à la modification des caractéristiques de transport du pétrole d'un fluide newtonien à un fluide non-newtonien.

Le présent travail porte principalement sur l'étude numérique des modèles macroscopiques d'un fluide non-newtonien, le pétrole brut. Il s'agit d'étudier des systèmes d'équations aux dérivées partielles (au niveau macroscopique). Ces systèmes ont été assez récemment introduits pour construire des lois de comportement à partir des modèles microscopiques décrivant l'évolution des microstructures (les molécules) de fluide.

Pour mener à bien notre travail, on a divisé ce mémoire en quatre chapitres.

Le premier chapitre est une synthèse bibliographique consacrée à la mécanique des fluides. En préambule de ce chapitre, nous rappelons quelques généralités sur les différentes propriétés et

grandeurs, les aspects théoriques et pratiques répondant aux problématiques. Ensuite, nous passerons en revue quelques travaux antérieurs sur le comportement rhéologiques des différents produits et matériaux.

Le deuxième chapitre est consacré au rappel de notions importantes concernant la rhéologie, les modèles existants et les propriétés rhéologiques des fluides non-newtoniens.

Le troisième chapitre consiste à étudier le pétrole brut. Cette étude commence par un calcul de ses caractéristiques rhéologiques en appliquant trois modèles rhéologiques. Ensuite, on va montrer l'influence de la température sur ces caractéristiques, puis on passera à l'étude des émulsions en utilisant différents modèles qui tiennent compte de la viscosité et du taux de cisaillement.

Le quatrième et le dernier chapitre sera divisée en deux parties :

La première partie est consacrée au calcul des caractéristiques dynamiques telles que les vitesses et le débit, par des méthodes analytiques. On se basera aussi sur le calcul de la contrainte pariétale par l'application du modèle de Herschel-Bulkley et la détermination de la vitesse de l'écoulement.

La deuxième partie est réservée à une étude macroscopique du pétrole brut par l'application d'un modèle qui s'écrit sous forme d'une équation aux dérivées partielles, c'est le modèle de Phan-Thien Tanner modifié, où on va calculer une deuxième fois la contrainte qui règne à la paroi.

Pour terminer ce chapitre, on va faire une comparaison graphique entre le modèle de MPTT et la formule analytique concernant la détermination de cette contrainte.

Enfin, pour clore notre travail, on fera une interprétation des résultats trouvés, en évoquant les difficultés rencontrées à cause de la complexité du problème et les recommandations et les perspectives qui feront l'objet de la continuité de ce travail à l'avenir.

I-1- Introduction:

En 1929 une nouvelle appellation était créée par le physicien Cook Bingham (1878-1945) aux États-Unis concernant une science qui avait un essor remarquable à cette époque. Cette science est la rhéologie. L'apparition de la rhéologie est liée à l'épanouissement des polymères et l'invention des premiers rhéomètres [1].

Etudier le comportement mécanique des fluides en écoulement est l'objet de la rhéologie. La forme finale de cette caractérisation recherchée est toujours une relation mathématique entre les contraintes et les déformations du fluide étudié, cette relation est appelée **loi de comportement**. Le domaine de la rhéologie est plus vaste et regroupe non seulement l'étude des fluides, mais il s'intéresse à tous les matériaux qui, tout dépend de l'échelle de temps, s'écoulent.

Pour ces matériaux, l'écoulement a toujours lieu mais l'échelle du temps diffère d'un matériau à un autre. Par exemple, l'échelle de temps de l'écoulement d'un fleuve est la seconde, celle d'un glacier l'année, et celle d'une plaque tectonique, le million d'années.

Après cet exemple, on peut constater que les fluides sont des matériaux qui s'écoulent avec des échelles de temps très faibles.

La loi de comportement destinée à l'étude de la majorité des fluides communément utilisés, est une relation mathématique claire et simple entre les contraintes de cisaillements et les vitesses de déformation.

I-2- Relation contrainte-déformation :

La naissance de la première relation entre la déformation et la contrainte en élasticité revient à la fin de 17*eme* siècle en Europe et précisément en Angleterre et en France, cette relation était découverte par Mariotte et Hooke.

La découverte de la loi entre l'allongement et la force appliquée sur un ressort a été faite par Hooke vers les années 1660. Cette loi est restée sans application sur différents problèmes liés à la flexion des poutres, évoqués par Galilée, jusqu'à la publication de la même loi faite par Mariotte quelques années après. Le travail de Mariotte sur les poutres en flexion montre qu'il y a une différence entre les fibres allongées et les fibres comprimées.

En 1807, Young (1773-1829) était le premier qui a introduit la notion de module d'élasticité en écrivant une relation entre la contrainte et l'élasticité, sous la forme suivante :

$$\gamma(t) = \frac{\sigma(t)}{G}$$
, avec G est le module de cisaillement,

I-3- La viscosité:

La viscosité est la résistance d'un fluide aux forces qui tendent à lui faire s'écouler. Cette caractéristique sensible aux facteurs extérieurs tels que la pression et la température peut être influencée par les interactions moléculaires des matériaux.

Le comportement des fluides Newtoniens varie d'une façon remarquable en fonction de la pression, ce qui était constaté par Cameron en 1966 qui a remarqué que les huiles restent Newtoniennes jusqu'à 1GPa, ce qui est dit pour la pression, reste toujours vrai en parlant de l'influence de la température. En 1990, Jean Frêne a remarqué que la viscosité des liquides est inversement proportionnelle à la température, celle de l'eau par exemple décroît de 2,5% par degré au voisinage de 20° C et pour certaines huiles, cette décroissance peut atteindre 10 à 20% par degré.

En 1732, un appareil était inventé pour mesurer la vitesse des fluides dans les conduites cylindriques. Cet appareil porte le nom de son inventeur Henri de Pitot qui l'a décrit dans une note à l'Académie des Sciences comme suit : "une machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes et le sillage des vaisseaux". Il est actuellement connu sous le nom de **tube de Pitot**.

Dans la même période de dix huitième siècle (En 1738), le principe de conservation de l'énergie était décrit par Daniel Bernoulli dans sa revue "Hydrodynamique", ou "Mémoire sur les forces et les mouvements des fluides".

Newton, au XIII^{ème} siècle, appliqua les lois fondamentales de la dynamique sur les particules de fluides. Il a imaginé une structure granulée pour représenter le fluide afin que l'analogie avec les particules solides soit complète [2].

L'établissement des équations de mouvement d'un fluide non visqueux était en 1750 fondé par le fluidicien Leonard Euler qui en déduit la fameuse loi dite "loi de Bernoulli".

Euler, à partir de la théorie de Newton, a introduit aussi une nouvelle notion et un nouvel concept qui est le concept de "particule fluide", qui signifié petit élément de volume utilisé pour décrire le champ de vitesse.

Ces équations différentielles qui portent son nom régissent la dynamique des fluides

En XIV^{ème} siècle et précisément en 1822 et en se basant sur les idées de Newton sur le frottement visqueux, Claude Navier, introduit la viscosité dans les équations de mouvement. Quelques années plus tard en 1845, G. G. Stokes a réécrit les mêmes équations mais sous une forme différente.

L'application de ces équations générales reste limitée aux fluides Newtoniens pour lesquels les contraintes sont proportionnelles aux déformations.

Ce siècle a vu tout d'abord l'introduction de la théorie de Prandlt de la couche limite en 1904. Il a mis en évidence le fait que les effets de la viscosité liés à la présence de gradient de vitesses importantes sont localisés dans une couche mince voisine de la paroi que l'on appelle la couche limite.

La viscosité absolue ou la viscosité dynamique η (de cisaillement), mesurée en (pascal x seconde) (Pa.s) ou en poise (Po) en référence à poiseuille, reste le paramètre le plus pertinent pour caractériser un fluide. Dans le système SI, la grandeur est mesurée en (Kg/m.s) et en Algérie, on utilise souvent le poiseuille (Pl), dans le système d'unités CGS, l'unité légale est la poise et dans le système ASTM, on parle de centipoise (C_p).

Dans la mécanique des fluides, il est assez courant d'utiliser la viscosité cinématique proposée par Maxwell et qui est définie par :

 $v = \eta / \rho$, avec ρ est la masse volumique du fluide étudié.

L'unité légale de la viscosité cinématique est le (m²/s), mais, dans le système d'unités CGS, on utilise le stokes (St) proposé par Jackob en référence à G.G.Stockes pour ses travaux dans le domaine de la mécanique des fluides. Dans le début du vingtième siècle, la poise et le stockes étaient les unités les plus utilisées au niveau international. Le principe de caractérisation de la viscosité cinématique est basé sur l'application de la loi de poiseuille donnant la relation entre le débit volumique d'un fluide Newtonien s'écoulant en régime laminaire dans un tube capillaire calibré et sa perte de charge linéaire. La viscosité cinématique est donc mesurée à partir de l'écoulement d'un certain volume de fluide dans un tube capillaire conformément à la loi de Poiseuille.

En 1900, Maurice Couette a construit son premier viscosimètre formé de deux cylindres coaxiaux, séparés par un fluide, l'un tourne par rapport à l'autre qui est fixe. Cette nouvelle construction a permis d'effectuer les premières mesures précises de viscosité.

I-4- Mesure de la viscosité :

Les méthodes de mesure de la viscosité, à pression et à température constantes, dépendent de plusieurs paramètres :

• Type de viscosité à mesurer,

- Précision requise.
- Nature absolue ou relative de la mesure,
- Nécessité ou non d'avoir une mesure normalisée,
- Coût de la mesure en investissement et en fonctionnement,
- Domaine de gradient de vitesse (ou de contrainte de cisaillement) dans lequel la mesure doit être effectuée.

Par la suite, on ne s'intéressera qu'à la viscosité dynamique car elle interviendra dans les équations de mouvement.

Plusieurs chercheurs ont passé beaucoup de leurs temps pour trouver des méthodes simples et efficaces qui leur permettent de mesurer la viscosité dynamique de différents fluides. La majorité de ces méthodes sont présentées un article d'une revue publiée en 2001, dont l'auteur Vargas a présenté ces méthodes en décrivant quelques appareils commerciaux de mesure avec avantages et inconvénients. On y trouvera aussi des viscosimètres utilisés pour la mesure de viscosité de quelques fluides à hautes températures. Selon ce même auteur, le viscosimètre de Couette à cylindres coaxiaux, pour lequel seul le cylindre externe était mobile, est le plus flexible car il permet de mesurer η sur une plage allant de 10^2 à 10^{13} (Pa.s) pour une température allant de l'ambiante à 1600° C. La valeur de la viscosité mesurée par ce dispositif est donnée par SCHELBY [3]:

$$\eta = \frac{M}{4.\pi.L.\omega} \left(\frac{1}{r_e^2} - \frac{1}{r_i^2} \right) \dots I.01$$

Où M est le couple (en N.m), ω est la vitesse angulaire (en rad.s⁻¹), r_i et r_e désignent respectivement les rayons interne et externe (en m) de l'entrefer entre deux cylindres coaxiaux dont la partie qui les sépare est remplie du fluide étudié.

Ce type de viscosimètre a deux modes de fonctionnement possibles :

- On mesure le couple visqueux d'un cylindre en imposant une vitesse de rotation constante à l'autre cylindre ;
- L'un des cylindres peut être mis en mouvement sous l'action d'un couple constant où l'on mesure sa vitesse de rotation.

Grâce aux mesures expérimentales, diverses lois de comportement ont pu être établies.

Dans ce qui suit, on fait le point sur les modèles rhéologiques utilisés communément.

I-5- Les Modèles rhéologiques [3]:

Isaac Newton est l'un des premiers physiciens qui a fourni en 1687 une théorie du frottement visqueux dans les fluides. Ses expériences sur ce type de fluide l'ont conduit à une conclusion sur l'origine de la viscosité. Il a déduit en effet que les forces de résistance au déplacement du fluide ont lieu au sein du fluide lui même. Cette idée ne sera reprise qu'après plus d'un siècle.

Newton a été le premier qui a proposé une formule mathématique liant la viscosité dynamique à la contrainte de frottement sous forme d'un rapport, d'où le troisième composant est la vitesse de déformation (ou taux de cisaillement ou gradient de vitesse), c.a.d :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\tau}{\eta}$$
 I.02

La relation I.02 est valable si et seulement si les efforts intérieurs sont représentés par un tenseur de contraintes symétriques, s'exprimant par une fonction linéaire et isotrope du tenseur des taux de déformations et cela pour un milieu homogène, ce qui est confirmé par Piau en 1979. La dépendance vis-à-vis de la température et de la pression (qui doit être faible) est prise en compte dans la viscosité.

Cependant, dans les expériences qui servent à mesurer la viscosité, la plupart des fluides usuels présentent un comportement non linéaire dont on ne peut pas appliquer cette relation. C'est le cas des fluides non-Newtoniens où la tangente est variable.

D'après Midoux et pour un fluide non-Newtonien, cette loi exprime la viscosité de cisaillement apparente.

Comme pour le cas d'un fluide Newtonien, plusieurs facteurs peuvent intervenir sur la mesure de la viscosité et influencer sa valeur, telles que la température, la pression, la composition chimique du fluide, même si elle agit faiblement et surtout la contrainte de cisaillement.

La viscosité des fluides Newtoniens change beaucoup pour de forts taux de déformation, cette hypothèse confirmée par plusieurs chercheurs tels que Gecim en 1980, rend sa détermination par les lois cités précédemment erronées. Dans ce qui va suivre, on va aborder succinctement ce type de fluide.

On peut classer les fluides en 3 catégories, en se référant à la vitesse de cisaillement :

• Les **fluides** rhéofluidifiants ou pseudoplastiques ou l'on observe une relation inversement proportionnelle entre la viscosité et la vitesse de cisaillement, la première décroît de façon monotone lorsque la vitesse augmente. Plusieurs équations ont été

proposées pour décrire un tel comportement rhéologique parmi lesquels les modèles d'Ostwald-de Waele, de Prandtl-Eyring, de Powell-Eyring ou de Williamson.

- Les fluides **plastiques**, caractérisés par une contrainte de cisaillement seuil où l'écoulement sera possible si les forces appliquées sont supérieures à cette contrainte, sinon on n'a pas un déplacement de fluide. Ce type de fluide obéit à la loi de Bingham.
- Les fluides **dilatants** ou **rhéoépaississants** qui, à contrario des fluides rhéofluidifiants, la relation est proportionnelle entre la viscosité et la vitesse de cisaillement.

Les modèles décrivant le comportement non-Newtoniens des différents fluides sont nombreux dans la littérature. Un fluide peut par exemple obéir à la loi de puissance proposée à l'origine par Ostwald et de Waele. Cette loi s'écrit comme suit :

$$\tau = k.\dot{\varepsilon}^n$$

C'est une loi sans contrainte seuil, où k est la consistance du fluide et n est l'indice de comportement traduisant l'imperfection visqueuse.

Dans le cas d'un écoulement laminaire en conduite cylindrique d'un fluide non Newtonien très visqueux ayant un caractère rhéofluidifiants, Scirocco et al en 1984 ont remarqué que les profils de vitesse pour un fluide Newtonien sont paraboliques avec un maximum égal à deux fois la vitesse moyenne et pour le fluide rhéofluidifiant, le caractère rhéofluidifiant conduit à une augmentation de la vitesse près de la paroi et à un aplatissement de la zone centrale.

Pour les fluides non-Newtoniens avec une contrainte seuil, Varadis et al en 1993, ont remarqué que l'augmentation du nombre de Bingham donc de la contrainte seuil, conduit à l'augmentation de la zone non cisaillée et à la diminution de la vitesse maximale.

La figure I.01 représente le profil de vitesse d'un fluide Newtonien avec celui d'un fluide non-Newtonien.

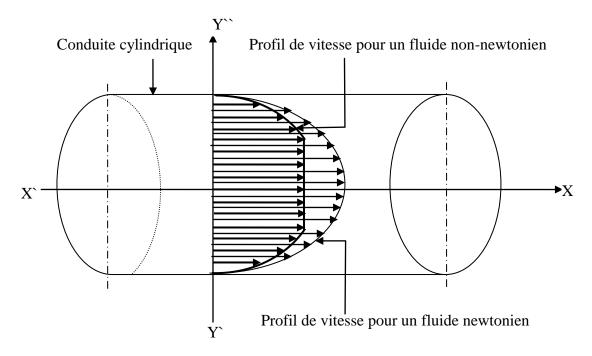


Figure I.01 : Comparaison entre les profils de vitesses pour un fluide Newtonien et un fluide non-Newtonien.

I-6- La viscoélasticité [3]:

Lorsqu'un fluide initialement Newtonien subit de forts taux de cisaillement, le modèle Newtonien n'est plus adapté. Pour confirmer cette idée, Eyring en 1936 a proposé un modèle qui tient compte de ce changement de comportement dit abusivement modèle de Ree-Eyring qui permet au fluide de rester dans le comportement Newtonien pour les faibles vitesses de déformation et s'éloigner de ce comportement et d'exprimer la contrainte de cisaillement pour de fortes vitesses de déformation comme suit :

$$\tau = \tau_e \arcsin h \frac{\dot{\varepsilon}\eta}{\tau_e}$$
 I.04

Où τ_e est la contrainte de réponse limite Newtonienne dite contrainte caractéristique d'Eyring. Pour de faibles contraintes de cisaillement, plus petites que τ_e , ou lorsque τ_e tend vers l'infini, cette relation constitutive tend vers celle d'un fluide Newtonien. Pour de fortes vitesses de déformation, on a $\tau \approx \tau_e \ln(\frac{\dot{\varepsilon}\eta}{\tau_e})$ I.05

Si on prend en compte l'influence de la pression, Tevaarwerk (en 1975) et Johnson (en 1977) ont, pour des temps de sollicitation extrêmement courts, adopté le modèle viscoélastique non-linéaire de Maxwell suivant :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\tau}{G} + \frac{\tau}{\tau_e} + \frac{\tau_r}{\eta} F\left(\frac{\tau_e}{\tau_r}\right)$$
 I.06

Dans cette relation, G est le module d'élasticité transversale, τ_e est la contrainte équivalente définie par le critère de Von Mises, τ_r est une contrainte de référence caractéristique et F est une fonction qui peut revêtir plusieurs formes.

Ce modèle se traduit par deux équations, dans le cas du cisaillement continu où seules les contraintes τ_{xy} et τ_{yz} sont prises en compte [4],

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{G} \frac{d\tau_{xy}}{dt} \frac{\tau_{xy}}{\eta} \\ \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{G} \frac{d\tau_{yz}}{dt} \frac{\tau_{yz}}{\eta} \end{cases}$$
I.07

Les expressions les plus simples d'un comportement viscoélastique non linéaire sont de type de Maxwell non linéaires :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{G} \frac{d\tau_{xy}}{dt} \tau_{xy} \frac{F(\tau_e)}{\tau_e} \\ \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{G} \frac{d\tau_{yz}}{dt} \tau_{yz} \frac{F(\tau_e)}{\tau_e} \end{cases}$$
 I.08

Le terme $\frac{F(\tau_e)}{\tau_e}$ peut prendre plusieurs formes proposées dans la littérature, on peut citer, à titre d'exemple les formes suivantes [03] :

$$F(x) = \begin{cases} \sinh(x) & \text{Eyring (1936)} \\ -\ln\frac{1}{1-|x|} & \text{Bair et Winer (1979)} \\ -\frac{x}{|x|} \arg\tanh(x) & \text{Cecim et Winer (1980)} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-|x|^2}} & \text{Lee et Hamrock (1990)} \\ \frac{x}{\left(1-|x|^n\right)^{1/n}} & \text{Elsharkawy et Hamrock (1991)} \\ 1 & \text{pour un fluide newtonien} \end{cases}$$

Dans le modèle d'Eyring, la contrainte de référence τ_r est égale à la contrainte de seuil τ_c alors qu'elle est égale à la contrainte limite τ_l dans les autres cas. Par ailleurs, la viscosité η , le module de cisaillement G et les contraintes τ_c et τ_l peuvent toutes être fonctions de la température et de la pression uniquement.

La contrainte de cisaillement limite a pris plusieurs formes, on peut parler par exemple sur la proposition faite par Smith en 1960 pour un fluide Newtonien, qui tient en compte le caractère plastique, la contrainte de cisaillement sera écrite selon Smith comme suit [3] :

$$\tau = \begin{cases} \eta \dot{\varepsilon} & \text{si} \quad \eta \dot{\varepsilon} \le 0 \\ \tau_{l} & \text{si} \quad \eta \dot{\varepsilon} > 0 \end{cases}$$
 I.10

Dans la même voie, Wong et al et à partir des résultats expérimentaux en 1992, ont proposé une forme qui a une allure linéaire, pour exprimer la dépendance de la contrainte limite τ_l , pour des faibles temps de relaxation, la relation s'écrit :

$$\tau_{l} = \tau_{l0} + m.P$$
 I.11

Où P est la pression en MPa, τ_{10} est la contrainte limite à la pression atmosphérique et m est un coefficient dépendant du fluide.

Si on est devant une pression qui dépasse 1 GPa, le terme τ_{l0} devient négligeable devant le terme (m.P), comme le cas des contacts élastohydrodynamiques (en lubrification). Cette remarque constatée par Hôglund en 1999 va nous conduire à écrire l'équation I.11 comme suit :

$$\tau_i \approx m.P$$
.

On conclut alors que pour les fortes pressions, le coefficient m est approché par le coefficient de frottement μ .

Parmi les formules qui tiennent en compte de l'effet de la pression, on trouve celle de Bezot et al., publiée en 1988, ayant une forme quadratique, $\tau_l = c_0 + c_1 p + c_2 p^2$, où c_0 , c_1 et c_2 sont des constantes.

En 1992, et après plusieurs expériences, Bair a remarqué, que la température joue un rôle important surtout pour des taux de déformation élevés, il a donc proposé une relation donnant approximativement la contrainte limite valable sur un petit intervalle de pressions supérieures à l'ambiante, elle s'écrit comme suit [3] :

$$\tau_{I} = (0.095 - 0.00035T)P$$
 I.12

I-7- Lois de piézoviscosité [3] :

Plusieurs recherches ont été effectuées pour décrire et calculer avec précision la viscosité des fluides, et voir comment elle varie en fonction des différents paramètres tels que la pression. Parmi ces recherches on site à titre d'exemple celles de :

• Barus réalise en 1893, une loi très simple mais qui n'est valable que pour des pressions inférieures à 100 MPa pour divers types de fluides :

$$\eta(P) = \eta_0 \exp\left[\alpha(P - P_0)\right]$$
 I.13

Où η_0 est la viscosité du fluide à la pression de référence P_0 à température ambiante et α est le coefficient de piézoviscosité vallant habituellement de $(1 \text{ à } 2).10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$.

Pour les fluides qui sont soumis à des pressions extrêmement élevées, on utilise celle Roelands proposé en 1963 qui s'écrit [3]:

$$\eta(P) = \eta_0 \exp\left[\ln \frac{\eta_0}{\eta_r} \left(\left(1 + \frac{P - P_0}{P_r}\right)^z - 1\right) \right]$$
 I.14

Où P_r est une constante du modèle valant 196,2 MPa, η_r est la viscosité de référence telle que $\ln \eta_r = -9,668$ et z est l'index de piézoviscosité dont la valeur est donnée en remarquant l'égalité

des pentes en P = P₀ entre cette loi et celle de Barus. On établit ainsi :
$$z = (\alpha P_r) / \ln \left(\frac{\eta_0}{\eta_r} \right)$$

Chu et Cameron en 1962 ont proposé une autre loi valable pour les hautes pressions de l'ordre du GPa et tient compte de la structure moléculaire du fluide à étudier, cette loi prend la forme suivante [3]:

$$\eta(P) = \eta_0 (1 + CP)^n \tag{I.15}$$

Où C et n sont des constantes inhérentes au fluide considéré et sont fonction de sa structure moléculaire et de ses caractéristiques physiques, de sa rigidité ainsi que de sa relation viscosité-température.

On voit clairement que cette relation ne prend pas en compte l'influence de la température sur la viscosité du fluide. C'est une raison parmi plusieurs pour qu'elle reste inacceptable par plusieurs chercheurs juste après quelques années de son apparition, malgré qu'elle est en bonne concordance avec la réalité pour les fluides soumis à des hautes pressions.

I-8- Thermoviscosité [3]:

A la fin du vingtième siècle et précisément en 1985, Harris a remarqué que, pour de faibles taux de cisaillement, l'augmentation de la pression statique engendre une diminution de la viscosité apparente. Ainsi, pour un volume donné, l'augmentation de la température provoque une diminution de la viscosité apparente. Dix ans après, le même résultat est obtenu après les recherches de Hanselmann et Windhab.

Cette déduction confirme la loi d'Arrhenius découverte en 1887, qui montre que la dépendance de la viscosité dynamique vis-à-vis de la température est décrite par la formule suivante :

$$\eta(T) = k \exp \frac{E_{\eta}}{RT}$$

Où k est un facteur pré exponentiel inhérent à la viscosité caractérisant le fluide, E_{η} est l'énergie d'activation thermique viscosimétrique, R est la constante molaire des gaz et T est la température absolue thermodynamique (en° K).

D'après Vergne (1985), cette relation ne traduit pas la réalité pour des températures proches de la température ambiante.

Les physiciens préfèrent utiliser la loi de Reynolds proposée en 1884 qui est une loi simple et manipulable du point de vue mathématique, et donne souvent de bons résultats, mais selon Brunetter (2001), elle n'est pas vérifiée expérimentalement sur de grands intervalles de température. Cette loi a la forme suivante [3] :

$$\eta(T) = \eta_0 \exp\left[-\beta(T - T_0)\right]$$
 I.17

Où η_0 est la viscosité du fluide à la température de référence T_0 à la pression atmosphérique et β est le coefficient de thermoviscosité.

Partons des idées de Vogel, Cameron montre en 1966 que la relation de Reynolds peut être considérée comme une limite de celle de Vogel. En effet, en écrivant celle de Vogel sous la

forme:
$$\eta = k \exp[b/(T+\theta)],$$

Cameron aboutit à : $\eta = R.\exp(-\alpha t)$ pour $t/\theta <<1$

où:
$$R = k \cdot \exp(b/\theta)$$
 et $\alpha = b/\theta^2$.

Pour les huiles, une autre loi est fréquemment utilisée parce qu'elle décrit correctement le comportement tnermovisqueux de la majorité des fluides. C'est celle de Walther, qui s'exprime [3]:

$$\eta(T) = \eta_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^m$$
 I.18

Où m dépend du fluide considéré. Elle est communément utilisée sous la forme dite loi Walther-A.S.T.M qui est :

$$\log \log(\nu(T) + a) = -m \log(T) + n$$
 I.19

Où ν est la viscosité cinématique du fluide (ici en cSt), a est une constante comprise entre 0,6 et 0,95 (usuellement prise à 0,8), m et n sont des constantes empirique et T est la température (en ° K).

En plus de sa formule qui donne la viscosité en fonction de la pression (équation I.14), Roelands a décrit une autre loi similaire à la précédente (I.14) mais sous une forme thermovisqueuse applicable surtout dans le domaine de la mécanique du contact. Cette loi est très appréciée par les tribologues pour sa précision et s'écrit [3]:

$$\eta(T) = \eta_0 \exp \left[\ln \frac{\eta_0}{\eta_r} \left(\left(\frac{T_0 - T_r}{T - T_r} \right)^{S_0} - 1 \right) \right]$$
 I.20

Où T_r est la température de référence fixée à -135° C et S_0 est l'index de thermoviscosité dont la valeur est donnée en remarquant l'égalité des pentes en $T = T_0$ pour ces deux lois.

On écrit :
$$S_0 = \beta (T_0 - T_r) / \ln(\eta_0 / \eta_r).$$

Ce qui permet d'établir une autre loi, celle introduite par Williams, Landel et Ferry en 1955 dite loi WLF, elle s'écrit :

$$\log \frac{\eta(T)}{\eta_s} = \frac{-C_1(T - T_s)}{C_2 + (T - T_s)}$$
I.21

Où η_s est la viscosité à la température de référence T_s .

I-9- Expériences et équations rhéologiques pour quelques fluides et matériaux :

Différentes expériences sont faites et différentes équations rhéologiques sont proposées pour décrire les résultats expérimentaux sur les fluides non Newtoniens, on peut citer à titre d'exemple :

- La loi de puissance pour les fluides pseudo-plastiques (Thondavadi et Lemlich, 1988; Za de Ra et Marsden, 1967; David et Marsden, 1969; Patton et al, 1983; Sanghani et Ikoku, 1983; Enzendorfer et autres., 1995);
- La loi de Bingham pour les fluides Plastiques (Khan et al 1988);
- La loi de Herschel-Bulkley (Calvert et Nezhati en 1986; Burley et Shakarin en 1992; Harris en 1985).

Voici quelques études et recherches sur plusieurs fluides et matériaux.

I-9-1- Le pétrole brut [5] :

En 1998, Saeed M. Al-Zahrani et Tariq F. Al-Fariss ont proposé un modèle pour décrire la viscosité du pétrole brut de la région du Golf et précisément l'Arabie Saoudite, en fonction du taux de cisaillement, la température et la concentration en cire. Il s'adapte au fluide Newtonien ainsi qu'au fluide non-Newtonien, avec une erreur de 2.5 %. Ce modèle s'écrit :

$$\eta = \frac{B_1}{\tau} \left[\left(\frac{\tau + A_1}{A_1} \right)^n - 1 \right]^{(1/n)} e^{(C/T + D*W)}$$
I.22

Avec : η est la viscosité dynamique, ε est la contrainte de cisaillement, T est la température et W est le pourcentage de la cire.

A, B, C et D sont des constantes à déterminer par l'analyse de régression non linéaire.

Pour réduire les pertes de charges lors du transport du pétrole, A. Bensakhria1, Y. Peysson et G. Antonini ont proposé une technique de lubrification pariétale basée sur l'injection d'un fluide à faible viscosité susceptible de former une couche pariétale entre la paroi de la conduite et l'huile

visqueuse formant le noyau de l'écoulement. Ils sont arrivés à minimiser les pertes jusqu'à 90 % [6].

I.M. EL-GAMAL and E.A.M. GAD ont étudié le comportement rhéologique du brut paraffinique d'Umbarka à basse température en tenant compte de l'influence d'un additif pour l'amélioration des caractéristiques d'écoulement et en utilisant les modèles rhéologiques tels que les modèles d'écoulement plastique de Bingham, Casson et Herschel-Bulkley.

Ils ont remarqué que le modèle de Casson est le mieux adapté pour ce type de pétrole [7].

I-9-2- Les boues résiduaires [8]:

Les travaux effectués sur les boues résiduaires qui sont récents et qui ont pour but l'optimisation de la réalisation de installations de pompage ou bien les procédés de traitement, montrent que ces dernières ont un comportement non-Newtonien surtout si ces boues sont épaisses, son déplacement n'aura lieu sauf par application d'une force extérieure, et elles retrouvent leurs structures initiales après un temps de repos suffisant. On peut déduire que les boues résiduaires sont des fluides non-Newtoniens, à seuil et souvent thixotrope, (Campbell et Crescuollo (1982); Colin et al en 1976). Pour décrire leur comportement plusieurs modèles ont été proposés. Les plus courants sont de trois types :

- Ostwald pseudo-plastique (Hatfield, 1938; Behn, 1962; Valioulis, 1980). Le modèle de Ostwald, (1925),
- Bingham plastique (Babbit en 1939; Geinopolos et Katz en 1964, Frost et Owens en 1982, Spinosa et al en 1989, Battistoni en 1997. Le modèle de Bingham (1922), possède une contrainte seuil en dessous de laquelle il se comporte comme un solide indéformable,

$$\dot{\varepsilon} = 0 \quad \text{si} \quad |\tau| \le \tau_0
\tau = \left(\frac{\tau_0}{|\dot{\varepsilon}|} + \eta\right) \dot{\varepsilon} \quad \text{si} \quad |\tau| > \tau_0$$
I.23

Herschel-Bulkley (Johnson, 1961; Mulbarger et al.(1981), le modèle de Herschel-Bulkley (1926), a été proposé pour rendre compte de la nature non linéaire de la loi de comportement au-delà du seuil, tout en conservant le comportement rigide du modèle de Bingham, sous le seuil :

$$\dot{\varepsilon} = 0 \quad \text{si} \quad |\tau| \le \tau_0$$

$$\tau = \left(\frac{\tau_0}{|\dot{\varepsilon}|} + k |\dot{\varepsilon}^{n-1}|\right) \dot{\varepsilon} \quad \text{si} \quad |\tau| > \tau_0$$
I.24

Ce comportement rigide sous le seuil est évidemment une simplification assez grossière de toutes les connaissances recueillies sur ces matériaux. Aussi, Oldroyd (1947), a été le premier à proposer un modèle 3D combinant le critère de Von Mises (1913), relatif au seuil, le comportement élastique linéaire de Hooke, et les équations de Navier-Stokes pour un fluide Newtonien au-delà du seuil. En cisaillement simple, ce modèle s'écrit :

$$\tau = \mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad |\tau| \le \tau_0$$

$$\tau = \left(\frac{\tau_0}{\dot{\varepsilon}} + \eta\right) \cdot \dot{\varepsilon} \quad \text{si} \quad |\tau| > \tau_0$$
I.25

Où G est le module élastique d'un matériau sous le seuil.

La différence par rapport au fluide de Bingham est que l'on remplace la rigidité absolue sous le seuil par un comportement, plus vraisemblable, d'un solide élastique.

Oldroyd a ultérieurement modifié cette formulation (1949), et a introduit une viscosité variable au-delà du seuil, fonction des trois invariants du tenseur des taux de déformation,

$$\tau = \mathbf{G}.\boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{si} \quad |\tau| \le \tau_0$$

$$\tau = \left(\frac{\tau_0}{|\dot{\varepsilon}|} + \mathbf{k} |\dot{\varepsilon}^{n-1}|\right) \dot{\varepsilon} \quad \text{si} \quad |\tau| > \tau_0$$
I.26

Concernant les boues pâteuses, les résultats publiés par Koenig et Bari en 2000, proviennent de tests empiriques tels que le pénétromètre. Ils ont montré que des mesures de rhéomètrie peuvent être menées sur des boues pâteuses et ont confirmé aussi que les modèles de Ostwald et de Herschel-Bulkley peuvent représenter le comportement rhéologique d'une même boue, mais sur une gamme différente de gradient de vitesse de cisaillement.

Spinosa et Lotito (2003) proposent pour des suspensions synthétiques une valeur de contrainte critique $\tau_c = 30 \text{ Pa}$.

Forster (2002) considère que la valeur de τ_c est négligeable pour des boues activées qui ont une concentration en solide $< 9^{-11}$ g.l⁻¹.

Sozanski et al. (1997) suggèrent pour des boues activées floculées, l'utilisation du modèle de Bingham pour des concentrations en solide > 20 g.L⁻¹ [8].

I-9-3- Les coulis de glace [9] :

En 1984, Graham et Steel ont étudié l'écoulement des particules sphériques d'un coulis de glace ayant la même masse volumique que le fluide porteur. Ils ont observé la formation des agrégats qui se font et se défont sous l'effet des forces de cisaillement, autrement dit, l'augmentation du taux de cisaillement casse les agrégats et réduit le nombre de particules qui les forment. La formation de ces agrégats a un lien direct avec la viscosité apparente de la suspension.

Les résultats de cette expérience sont en accord avec ceux de Thomas (1965) et avec les mesures de Gadala-Maria et Acrivos en 1980.

Certains auteurs, comme Leigthon (1985), Acrivos (1994) et Yamagishi (1996) ont étudié la rhéologie pour des suspensions soumises aux forces de flottabilité, ils ont constaté qu'il existait un taux de cisaillement seuil au-dessus duquel la viscosité de la suspension est indépendante de la contrainte de cisaillement (comportement Newtonien), et en dessous duquel la viscosité augmente.

En 1998, Ben Lakhdar a mené une étude sur la rhéologie des coulis de glace, il a trouvé que, pour des fractions massiques supérieures à 6% et des vitesses de cisaillements allant de 20 à 30 s⁻¹, le fluide suit une loi de comportement de type loi de puissance d'Ostwald.

I-9-4- Les particules rigides [10]:

L'étude de comportement des particules rigides ayant une forme non-sphériques dans un fluide non-Newtonien a été bien expliquée par Chhabra (1986,1993), Chhabra et Uhlherr (1989), ainsi que par Walters et Tanner (1992).

Le travail de Brookes et Withmore (1968) consiste à déterminer le seuil de contrainte de suspensions d'argile en mesurant les contraintes résiduelles sur des particules en forme de cylindres et sur des disques. Ils ont supposé que le déplacement de ces particules se fait sans cisaillement avec la partie du fluide qu'il les entoure. Cette expérience n'a pas donné un bon résultat à cause de cette supposition.

Les recherches de Pazwash et Robertson en 1975 ont montré, après quelques mesures de la force de friction pour des disques dans des suspensions de boues viscoplastiques, que la déviation de la force de friction par rapport à la courbe standard Newtonienne devait être seulement une fonction du nombre de Bingham. Ce qui n'était pas le cas pour les particules de gravier, après les expériences de Torrest en 1983, ce dernier a conclu que ses particules suivaient la loi de Stokes.

Récemment en 1989, REYNOLDS, P.A. et T.E.R. JONES, dans leur article intitulé `An experimental study of the settling velocities of single particles in non-Newtonian fluids` ont présenté des résultats expérimentaux sur des sphères, des disques et des pièces de marbre dans différentes solutions polymériques, ils conclurent que l'utilisation du diamètre de sphère équivalent était adéquate pour représenter toutes les vitesses mesurées, mais aucune forme générale d'équation n'a été présentée pour la force de friction.

Dans le même contexte, on trouve le travail de Unikrishnan et Chhabra en 1991 sur les effets de parois sur la vitesse, pour des cylindres se déplaçant dans des fluides Newtoniens et pseudoplastiques.

I-9-5- Les gels colloïdaux [11]:

Pour étudier les effets des forces qui existent entre les particules de gels colloïdes sur l'élasticité des dispersions, les chercheurs ont appliqué les concepts développés par De Gennes en 1980 pour la formation de gel de polymères.

Brown et Ball en 1987 ont développé une théorie pour expliquer les propriétés élastiques des gels colloïdaux à partir de leur structure, tandis que Vreeker et coll en 1992 ont parlé d'une dépendance entre les propriétés macroscopiques de ces gels et leurs structures microscopiques.

D'autres chercheurs ont montré que pour de nombreuses suspensions agrégées, la variation des paramètres rhéologiques est fonction de la concentration volumique des particules.

I-10- Recommandations:

La connaissance du comportement rhéologique des différents matériaux, des paramètres et des facteurs qui peuvent changer ce comportement dans les différentes conditions, constitue un objectif primordial chez les chercheurs. Néanmoins, l'aboutissement à des résultats qui reflètent la réalité n'est pas toujours réalisable. Parmi les axes qui doivent être élucidés, on cite à titre d'exemple :

- L'effet de la déformation sur la vitesse d'écoulement, surtout pour les fluides non-Newtoniens qui se déplacent à une grande vitesse,
- L'étude du comportement d'un fluide subissant un changement d'état physique pendant son écoulement,
- L'influence de l'état de surface de la structure dans laquelle le fluide s'écoule sur son comportement rhéologique.

Chapitre II: Généralités sur la rhéologie des fluides non-Newtoniens.

II-1- Introduction:

Pendant le déplacement d'un fluide, chaque élément de son volume subit des changements de forme, de position et d'orientation. Parmi les composantes de base du mouvement de cet élément on trouve la déformation angulaire soit elle ou linéaire (figure II.1).

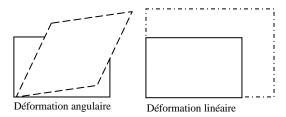


Figure II.01: Déformation d'un élément fluide.

Les contraintes normales et les contraintes tangentielles sont le résultat de cette déformation. Les contraintes normales correspondent aux efforts de pression et les contraintes tangentielles, qui sont dues au caractère visqueux du fluide, effectueront un travail qui sera dissipé en chaleur comme le frottement. À l'équilibre, le fluide se déforme tant que les forces extérieures (contraintes tangentielles) sont toujours appliquées. Dans ce cas, c'est la vitesse de déformation du fluide qui dépend de ces contraintes tangentielles plutôt que la déformation elle-même.

II-2- Définition d'un fluide: un fluide est un corps physique sans rigidité dont une des principales propriétés est de subir de grandes déformations non-élastiques sous l'action de forces extérieures faibles. Cette propriété que l'on appelle fluidité, est due à une grande mobilité des particules fluides [12].

II-3- Définition de la rhéologie :

La science qui étudie les matériaux et les fluides en écoulement est appelée rhéologie. Elle fait partie de la physique et est destinée à l'étude du changement de la forme et de l'écoulement d'une matière et à éclairer tout ce qui a trait à la plasticité, à l'élasticité, à la viscosité et à la fluidité.

Comme la plupart des nouvelles sciences, la rhéologie ne cesse pas à se développer ces dernières années : les physiciens fournissent un effort considérable pour étudier les relations entre contraintes et déformations au sein des matériaux. Citons par exemple les avancées notables dans le domaine des polymères, des peintures, des produits alimentaires et cosmétiques, ...etc.

De manière générale, la connaissance de la loi de comportement d'un matériau en écoulement est essentielle car c'est elle qui permet d'aboutir d'une part à des modèles mathématiques, numériques et empiriques, et d'autre part à des prédictions qui peuvent servir à la reproduction des écoulements à échelle réduite (maquette).

II-4- Elasticité, plasticité et caractères solide et liquide [1] :

Les caractères liquide et visqueux sont toujours associés aux fluides et les caractères solide et élastique, aux matériaux solides. Pratiquement, lorsqu'on essaye de déformer un matériau, certaines des propriétés listées précédemment se manifestent à des temps courts, d'autres à des temps longs.

Les caractères liquide et solide sont des propriétés aux temps longs :

- si après la déformation, le matériau résiste encore, c'est un solide ;
- s'il finit par s'écouler, c'est un liquide.

Par contre, les caractères élastique et visqueux se manifestent aux temps courts :

- si la déformation du matériau suit la force appliquée, le matériau est élastique ;
- si c'est le taux de déformation qui suit la force ou les contraintes, alors le matériau est visqueux.

Les caractères liquide et solide, visqueux et élastique sont localisables pour de faibles contraintes appliquées. Si l'on applique une forte force sur un matériau qui semblait solide, il peut s'écouler (la boue et le béton par exemple). Il révèle alors un caractère plastique. La plasticité est donc caractérisée par un seuil de contrainte (appelé seuil de plasticité) au-delà duquel le matériau s'écoule. Alors la plasticité se manifeste aux fortes contraintes. Habituellement, on parle de solide plastique lorsque le seuil de plasticité est plutôt élevé, et on parle de fluide à seuil lorsque le seuil de plasticité est plutôt bas. La différence entre ces deux notions n'est pas fondamentale.

II-4-1- Calcul de la viscosité :

Considérons deux plans parallèles de même surface "A" d'un fluide. Ces plans sont séparés par une distance "dx" et se déplacent dans la même direction à des vitesses différentes " V_1 " et " V_2 ". La force "F" nécessaire pour maintenir cette différence de vitesse, est proportionnelle à la différence des vitesses dans le liquide, c'est-à-dire au gradient de vitesse $\frac{dV}{dx}$.

On considère 2 couches contiguës A et B en mouvement plan parallèle (figure II.02).

La couche A va plus vite que la couche B et elle tend à accélérer la couche B qui elle-même au contraire tend à retarder la couche A. Ces 2 couches exercent ainsi l'une sur l'autre une force de frottement F dont la valeur par unité de surface de contact dépend du gradient de

vitesse
$$\frac{dV}{dx}$$
.

En général, la contrainte τ s'exprime en fonction de la force F sous la forme [05] :

$$\tau = \frac{F}{S} = f\left(\frac{dV}{dx}\right) = a\left(\frac{dV}{dx}\right) + b\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + c\left(\frac{dV}{dx}\right)^3 + \dots$$
 II.01

Avec a, b, c,.. sont des coefficients spécifiques pour chaque fluide.

D'après l'expérience, les propriétés de plusieurs fluides sont bien représentées par un seul terme de ce développement qui est le premier terme, où le coefficient "a" est appelé coefficient de viscosité ou encore "viscosité dynamique" notée habituellement η . On écrit :

$$b\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)^2 + c\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)^3 + \dots \approx 0$$
 II.02

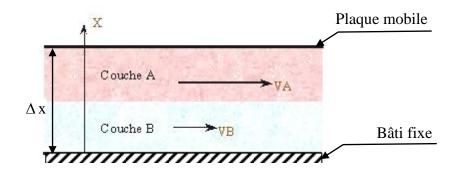


Figure II.02 : Écoulement d'un fluide avec gradient de vitesse transversal.

On définit alors la viscosité cinématique ν d'un fluide, connaissant sa masse volumique ρ , par

le rapport [13]:
$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

La viscosité cinématique est déterminée pour les liquides, en mesurant la durée d'écoulement d'un volume connu de liquide à une température donnée, à travers un appareil comportant un orifice de dimensions normalisées (tube capillaire). Pour les gaz réels, la viscosité dynamique est presque indépendante de la pression et augmente avec la température T. Quant au cas des liquides, leurs viscosités dynamiques augmentent avec la pression suivant une loi pratiquement exponentielle, mais diminuent rapidement quand la température T augmente. Le tableau II.1 représente les valeurs de la viscosité dynamique et celle cinématique de quelques fluides et matériaux.

Produits	Viscosité dynamique en	Viscosité cinématique en
	Pa .s	m ² .s ⁻¹
H2	8,9.10 ⁻⁶	105.10 ⁻⁶
CO2	14,8.10 ⁻⁶	8,04.10 ⁻⁶
N2	17,5.10 ⁻⁶	15,2.10 ⁻⁶
air	18,5.10 ⁻⁶	15,6.10 ⁻⁶
hexane	0.3. 10 ⁻³	0,46.10 ⁻⁶
aniline	0,47.10 ⁻³	0,46.10 ⁻⁶
toluène	0,59.10 ⁻³	0,681.10 ⁻⁶
benzène	0,652.10 ⁻³	0,741.10 ⁻⁶
eau	1,005.10 ⁻³	1,007.10 ⁻⁶
Eau à 0°C	1,788. 10 ⁻³	1,788. 10 ⁻⁶
mercure	1,554.10 ⁻³	$0,1147.10^{-6}$
lait	2,0.10 ⁻³	1,93.10 ⁻⁶
sang de l'homme à 37°C	4,0.10 ⁻³	/
huile d'olive	84.10 ⁻³	91,5.10 ⁻⁶
glycérol	1.49	1182.10 ⁻⁶
miel (liq. après agitation)	6	4280.10 ⁻⁶
gels /crèmes	1 à 100	/
vernis /peintures	10 à 1000	/
résines/goudron/bitume	100 à 100 000	/
éthanol	1,20.10 ⁻³	1,51.10 ⁻⁶

Tableau II.01 : Valeurs de la viscosité dynamiques et de viscosité cinématique de quelques fluides [14].

II-4-1-1- Viscosités utilisées dans l'étude des solutions [1] :

-1- Viscosité relative :

C'est le rapport de la viscosité dynamique de la solution et sur celle du solvant.

$$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_s}$$
, où η_s est la viscosité dynamique du solvant et η celle de la solution.

-2- Viscosité spécifique :

C'est l'augmentation relative de la viscosité à cause du soluté, elle dépend de la concentration du soluté.

$$\eta_{sp} = \frac{\eta - \eta_s}{\eta_s} = \eta_{rel} - 1$$

-3- Viscosité réduite :

 $\eta_{red} = \eta_{sp} / C$, avec C est la concentration en soluté.

-4- Viscosité intrinsèque :

C'est une caractéristique de la nature de la solution

$$[\eta] = \lim_{s \to \infty} \left[\frac{\eta_{sp}}{c} \right]$$
 lorsque $c \to 0$

La connaissance de la viscosité intrinsèque est très importante surtout pour les suspensions et les émulsions, elle peut nous renseigner sur la forme des particules. Par exemple, pour des particules sphériques, on trouve :

 $[\eta_{red}] = 2.5 / \rho$ (ρ masse volumique)], la relation est autre pour une suspension de particules ellipsoïdales ou en bâtonnets.

Pour les solutions de macromolécules, la viscosité intrinsèque permet de déterminer la masse molaire moyenne.

II-4-1-2- Les méthodes de mesure de la viscosité :

La mesure de la viscosité se fait à l'aide des appareils appelés viscosimètres.

Les viscosimètres peuvent être classés en trois catégories suivant que leur principe repose :

- a) Sur la détermination de la vitesse d'écoulement du liquide à analyser à travers un capillaire (viscosimètre capillaire).
- b) Sur la détermination de la vitesse de chute d'une bille dans le liquide à analyser (viscosimètre à chute de bille).
- c) Sur l'examen du comportement de la substance placée entre 2 cylindres dont l'un est en rotation par rapport à l'autre (viscosimètre rotatif de COUETTE).

a) Viscosimètre capillaire [15]:

Ce type de viscosimètre est utilisé seulement pour la mesure de la viscosité des liquides newtoniens. Le principe de la mesure est le suivant :

Le liquide dont on veut mesurer sa viscosité s'écoule à l'intérieur d'un tube cylindrique de faible section capillaire sous l'effet de la pesanteur pendant une durée bien déterminée t.

En utilisant la loi de Poiseuille, on démontre que la valeur de la viscosité est proportionnelle au temps d'écoulement d'un volume donné de liquide (contenu initialement dans le réservoir N_1N_2) à travers le tube capillaire. La constante de proportionnalité étant une constante de l'appareil qui est déterminée par étalonnage.

La formule qui détermine la valeur de la viscosité est : η =k.p.t.

avec k : constante de l'appareil, ρ : masse volumique du fluide et t : temps d'écoulement.

La figure II.03 représente un viscosimètre de type capillaire.

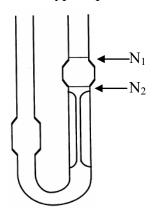


Figure II.03: Viscosimètres en U ou de type Ostwald.

La principale limitation de ces appareils provient du fait que leur utilisation est strictement limitée aux liquides newtoniens. En effet, comme le cisaillement est hétérogène à l'intérieur du tube, il est impossible d'appliquer la loi de Poiseuille à un liquide non newtonien, si bien que la distribution des vitesses de cisaillement est inconnue.

b) Viscosimètre à chute de bille et à bille roulante [16]:

Une bille sphérique, de rayon r, se déplace lentement sous l'action de la pesanteur dans un liquide newtonien. Il peut s'agir :

- d'une chute de bille verticale sans contact avec les parois du viscosimètre (viscosimètre à chute de bille),
- d'une chute guidée dans un tube incliné, la bille roulant sur la paroi cylindrique du tube (viscosimètre à bille roulante ou viscosimètre d'Hoeppler).

Sous l'effet des forces qui lui sont appliquées, la bille atteint rapidement une vitesse limite. Le calcul de la viscosité est effectué à partir de la mesure du temps de chute de cette bille.

La figure II.04 représente le viscosimètre Hoeppler.

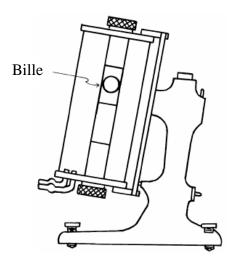


Figure II.04 : Viscosimètre d'Hoeppler.

Il faut noter que le viscosimètre à chute libre est rarement utilisé en raison de l'instabilité de la trajectoire verticale.

c) Viscosimètres rotatifs [17]:

Contrairement aux viscosimètres précédents, les appareils à mobile tournant permettent de faire varier le taux de cisaillement et ainsi, d'étudier les systèmes newtoniens et non newtoniens. Le principe des viscosimètres rotatifs consiste à réaliser le cisaillement entre une surface solide immobile et une autre en rotation. Les viscosimètres rotatifs permettent de tracer des rhéogrammes sur une gamme de contraintes ou de vitesses de cisaillement étendue. La gamme de viscosités mesurables est très large. On rencontre deux modes de pilotage différents :

- le pilotage en vitesse de rotation (déformation imposée): On impose une vitesse angulaire de rotation et on mesure alors le couple (force) résistant correspondant (sur le stator ou sur le rotor).
- le pilotage en couple de rotation (contrainte imposée) : On applique un couple moteur au rotor et on mesure la vitesse de rotation correspondante.

* Rhéomètre de Couette ou Cylindres coaxiaux [16]:

La contrainte (au) et la vitesse de cisaillement ($\dot{\varepsilon}$) sont données par les relations suivantes :

$$\tau = A.M$$
 et $\dot{\varepsilon} = B\omega$II.04

Où M et le moment angulaire (N.m),

 ω = vitesse angulaire (radian/s),

A et B = constantes de l'appareil dépendant de la géométrie de cisaillement.

La viscosité dynamique (η) est donnée par la relation :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\varepsilon}} = \frac{\left(\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r_c^2}\right)}{4\pi h} \frac{M}{\omega} \qquad II.05$$

Où h est la hauteur du cylindre interne, comme il est illustré sur la figure II. 05.

r_b est r_c sont respectivement les rayons des cylindres interne et externe.

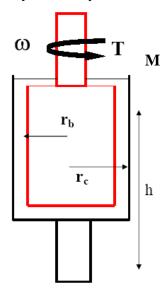


Figure II.05 : Rhéomètre de Couette.

* Rhéomètre cône-plan [18]:

Elle est constituée d'un cône et d'une surface plane, normale à l'axe du cône.

L'échantillon est placé entre ces deux éléments dont la séparation est de l'ordre de micromètre au centre du cône. Cette géométrie est donnée sur la figure II. 06.

On peut rencontrer des configurations pour lesquelles le cône joue le rôle de rotor ou de stator. Pour maintenir une vitesse de cisaillement constante dans l'échontillon, il faut que l'angle α entre le plan et le cône doit être très petit (α < 4 degrés).

La viscosité est donnée par la relation :

$$\eta = \frac{3.\alpha.M}{2.\pi.r^3.\omega}$$
 II.06

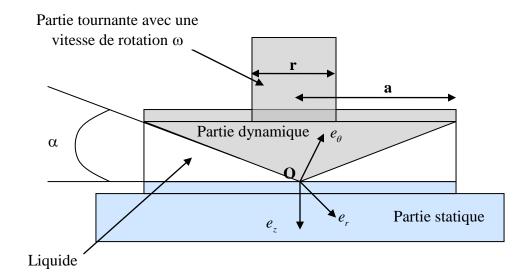


Figure II.06: Rhéomètre cône-plan.

L'intérêt principal de cette géométrie, par rapport à la précédente, tient du fait qu'elle peut être montée sur une platine de microscope, en vue d'effectuer des observations de la structure microscopique du fluide en écoulement.

II-5- Les Rhéogrammes [19]:

Un rhéogramme est une courbe qui représente et caractérise les propriétés de l'écoulement d'un matériau. En appliquant différentes contraintes, ou différents taux de cisaillement à un échantillon, durant un certain temps jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit trouvé, on déterminera sa viscosité. Les rhéogrammes les plus fréquemment utilisés sont la contrainte de cisaillement τ et la viscosité dynamique η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\varepsilon}$.

Aussi, l'étude de η en fonction du temps t, pour τ ou $\dot{\varepsilon}$ imposées de façon constante, permet de savoir si un état stationnaire est atteint dans le cas où la viscosité n'évolue pas pendant la durée de l'expérience, ou du moins après un certain temps, correspondant alors à l'établissement d'un régime stationnaire.

II-6- Notions de rhéologie des fluides newtoniens et des fluides non-newtoniens :

Les liquides les plus simples que nous connaissons ont une viscosité indépendante du cisaillement, ce sont en général les fluides newtoniens. Ainsi, l'eau possède une viscosité constante quel que soit le cisaillement (η =1MPas).

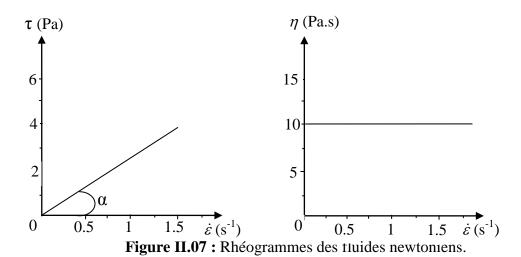
Pour ce qui est des mousses, de la boue, du pétrole, ou encore du dentifrice, leurs réactions à l'écoulement dépendent de la vitesse (ou de la contrainte) à laquelle ils sont sollicités ; ce sont des fluides non newtoniens. Il n'existe pas pour ces fluides de relation linéaire entre la vitesse de déformation et la contrainte appliquée.

Un couplage entre l'écoulement et l'organisation des éléments constitutifs de ces fluides semble être la cause de comportements rhéologiques spécifiques. Ces liquides sont dits « rhéo-fluidifiants », si la viscosité diminue avec le taux de cisaillement, et « rhéo-épaississants », si elle augmente avec le taux de cisaillement. Ils sont « thixotropes », si leur viscosité diminue avec le temps de cisaillement, ou « anti- thixotropes », si leur viscosité augmente avec le temps de cisaillement.

Ces liquides possèdent des propriétés viscoélastiques : lorsqu'ils sont sollicités, ils exhibent une réponse « élastique », c'est-à-dire qu'au lieu d'observer uniquement une dissipation visqueuse de l'énergie, on observe une dissipation élastique : l'échantillon relaxe partiellement vers à sa position d'équilibre d'avant la déformation.

II-6-1- Les fluides newtoniens [1]:

Leur viscosité ne dépend pas du cisaillement appliqué, les rhéogrammes $\tau(\dot{\epsilon})$ et $\eta(\dot{\epsilon})$ sont représentés sur la figure II.07 :



Pour un fluide newtonien, on parle de viscosité absolue. Une seule mesure est suffisante pour décrire l'écoulement à T et P fixées. L'utilisation d'un rhéomètre pour l'étude de tels fluides ne s'avère nécessaire que pour vérifier le caractère newtonien du fluide. L'utilisation de viscosimètres suffira pour étudier le comportement de la viscosité vis à vis de la température, de la pression ou de la concentration (avec un solvant newtonien).

II-6-2- Les fluides non newtoniens :

Les fluides non newtoniens sont en fait bien plus nombreux que ceux newtoniens. Ce sont par exemple, les mousses, le béton, les produits pharmaceutiques et cosmétiques, certains lubrifiants, certains produits alimentaires ou encore les polymères fondus (plastiques).

II-6-3- Les fluides à contrainte critique [12]:

Cette catégorie de fluides est appelée aussi fluide à seuil ou fluide plastique. Le déplacement de ce type de fluide aura lieu après l'application d'une contrainte de cisaillement minimale. Un rhéogramme qui représente cette catégorie est sur la figure II. 08

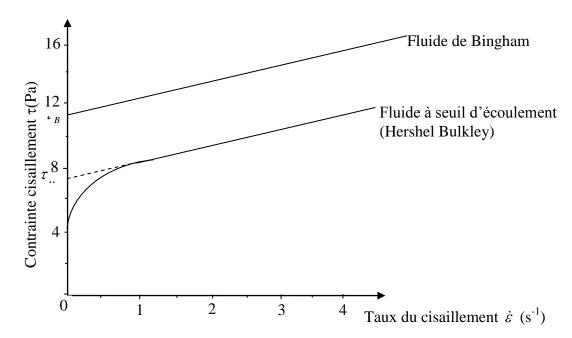


Figure II.08: Rhéogrammes caractéristiques des fluides présentant un seuil d'écoulement.

Le tableau II.02 représente les modèles rhéologiques utilisés pour décrire cette catégorie [20].

Modèle	Loi rhéologique
Bingham	$\tau = \tau_{\rm B} + \eta_{\rm B} \dot{\varepsilon}$
Herschel-Bulkley	$ au = au_{ m H} + extstyle \eta_{ m H} \dot{oldsymbol{arepsilon}}^n$
Casson général	$\tau^{n} = \tau_{C}^{n} + \left(\eta_{C}\dot{\varepsilon}\right)^{n}$
Casson	$\sqrt{ au} = \sqrt{ au_{ m C}} + \sqrt{\left(\eta_{ m C}\dot{m{arepsilon}} ight)}$

Tableau II.02: Modèles rhéologiques décrivant l'écoulement des fluides à contrainte critique.

II-6-4- Fluides sans contrainte critique :

La figure II. 09 représente les courbes d'écoulement des trois principales catégories de fluides sans contrainte critique : les fluides pseudoplastiques (ou rhéofluidifiants), les fluides Newtoniens et les fluides dilatants (ou rhéoépaississants).

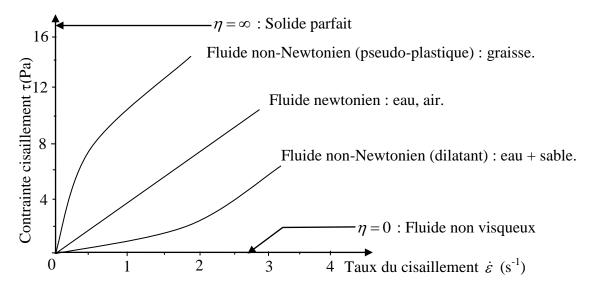


Figure II.09: Rhéogrammes caractérisant les fluides ne présentant pas de seuil d'écoulement [4].

Les principales lois rhéologiques décrivant le comportement de tels fluides sont présentées dans le tableau ci-dessous [21] :

Modèle	Loi rhéologique
Ostwald de Waele	$\tau = k.\dot{\varepsilon}^n$
Ellis	$\tau = \frac{\eta_0 \dot{\varepsilon}}{1 + \left(\tau + \tau_{1/2}\right)^{n-1}}$
Sisko	$\tau = \eta_0 \dot{\varepsilon} + k \dot{\varepsilon}^n$
Reiner Phillipoff	$\tau = \left[\eta_{\infty} + \left(\frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{1 + \left(\frac{\tau_S}{\tau} \right)^2} \right) \right] \dot{\varepsilon}$
Prandtl-Eyring	$\tau = \tau_0.\mathrm{sh}^{-1}(\tau_0.\dot{\varepsilon})$
Carreau	$\tau = \left[\eta_{\infty} + (\eta_{0} - \eta_{\infty}) \times (1 + (\lambda \cdot \dot{\varepsilon})^{2})^{(n-1)/2}\right] \dot{\varepsilon}$
Cross	$ au = \left[\eta_{\infty} + \left(\frac{\eta_0 - \eta_{\infty}}{\left(1 + \varepsilon t_1 \right)^P} \right) \right] \dot{\varepsilon}$

Tableau II.03: Modèles rhéologiques pour les fluides ne présentant pas de contrainte critique [21].

Parmi ces modèles d'écoulement, la loi d'Ostwald de Waele est la plus utilisée. Dans ce modèle, k est appelé consistance du fluide et n l'indice d'écoulement. L'écart à l'unité de la valeur n $(0 \le n \le 1)$, traduit les imperfections visqueuses du fluide (écart par rapport au fluide newtonien). Parmi les fluides présentant un comportement pseudoplastique (fluides rhéofluidifiants), on compte les suspensions de particules asymétriques, les ciments, les colles et certaines peintures...etc.

II-6-5- Modèles mathématiques pour les fluides non-newtoniens :

Les fluides non-newtoniens n'ont pas généralement des modèles purement analytiques qui peuvent prévoir avec précision leurs comportements rhéologiques, c'est pour cette raison qu'on est dans l'obligation d'utiliser des modèles inspirés de l'expérience. On trouve dans la littérature plusieurs modèles proposés par plusieurs auteurs tels que :

II-6-5-1- Les modèles à deux paramètres [1] :

Ils utilisent l'équation d'Ostwald ou loi de puissance (1925) $\rightarrow \tau = k.\dot{\varepsilon}^n$

Cette équation est utilisée fréquemment sous sa forme logarithmique qui s'écrit :

$$\log \tau = \log k + n \log \dot{\varepsilon}$$
 II.07

La figure II. 10 illustre la courbe de cette relation caractérisant le modèle à deux paramètres.

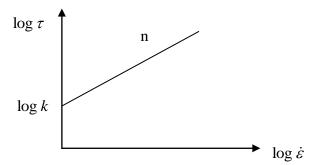


Figure II.10: Modèle à deux paramètres (modèle d'Ostwald).

Dans le modèle d'Ostwald, la viscosité dynamique s'exprime par :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\varepsilon}} = k.\dot{\varepsilon}^{\text{n-1}}$$

Les limites de ce type de loi interviennent quand le matériau présente des régions de comportement newtonien, l'une à faible vitesse de cisaillement et l'autre à forte vitesse de cisaillement.

II-6-5-2- Modèles à trois paramètres [1]:

C'est une loi qui termine celle d'Ostwald. Pour les faibles vitesses de cisaillement, on doit utiliser une loi de Newton.

$$\begin{cases} \tau = \eta_0.\dot{\varepsilon} & \text{pour } \dot{\varepsilon} < \dot{\varepsilon}_0 \\ \tau = k.\dot{\varepsilon}^n & \text{pour } \dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_0 \end{cases} . \text{II.08}$$

Où η_0 et $\dot{\varepsilon}_0$ sont respectivement la viscosité et le taux de cisaillement de la première région newtonienne et avec une condition de raccordement pour $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$.

La figure II.11 représente le champ d'application du modèle à trois paramètres.

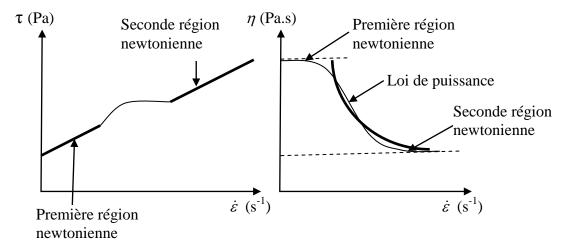


Figure II.11 : Champ d'application du modèle de trois paramètres.

II-6-5-2-1- Modèle d'Ellis [1]: Ce modèle prend une forme implicite par rapport aux modèles à deux paramètres, il a l'expression suivante :

$$\tau = \frac{\eta_0 \dot{\varepsilon}}{1 + \left(\tau + \tau_{1/2}\right)^{\alpha - 1}} \dots II.09$$

Avec trois paramètres à déterminer :

 η_0 qui est la viscosité de la première région newtonienne,

 $\alpha > 1$ traduit l'écart avec le comportement newtonien,

$$\tau_{1/2}$$
 est la contrainte pour laquelle $\eta = \frac{\eta_0}{2}$

II-6-5-2-2- Le modèle de Williamson [1]:

La contrainte est considérée comme la somme de deux termes. Le premier traduit l'écoulement par rupture de liaisons ; le second, la contrainte visqueuse habituelle :

$$\tau = \frac{A\dot{\varepsilon}}{\left(B + \dot{\varepsilon}\right)} + \eta_{\infty}\dot{\varepsilon} \qquad II.10$$

Avec η_{∞} est la viscosité de la deuxième région newtonienne

Il existe d'autres modèles tels que le modèle de Shangraw qui est un modèle à trois paramètres et le modèle de Cross qui est un modèle à quatre paramètres ... etc.

II-6-6- Les fluides rhéoépaississants ou dilatants [20]:

Les fluides dilatants obéissent également à une loi de puissance d'Ostwald mais avec n > 1, la vitesse de cisaillement croit avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement. Cette catégorie de fluide est plus rare et correspond essentiellement à des suspensions dont la teneur en solide ϕ_s est importante ($\phi_s > 50\%$). Ce type de comportement peut avoir pour origine une transition ordre - désordre entre les particules constitutives du fluide. Pour les faibles vitesses de cisaillement, les particules sont globalement alignées alors que pour les valeurs de cisaillement élevées, elles sont dispersées aléatoirement, ce qui induit une augmentation de viscosité.

Les rhéogrammes qui présentent ce type des fluides ont généralement l'allure suivante (figure II.12) :

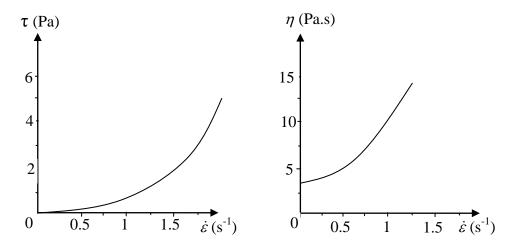


Figure II.12: Rhéogrammes caractéristiques des fluides rhéoépaississants.

II-6-7- Les fluides plastiques [20]:

Dans ce type de fluide, l'écoulement aura lieu si et seulement si il subit une force extérieure suffisante appelée contrainte seuil. Le seuil d'écoulement correspond à l'énergie nécessaire pour séparer les molécules contenues dans le fluide. Au-delà, l'écoulement s'effectue sous l'effet de la contrainte effective $(\tau-\tau_c)$.

On peut distinguer deux types de fluides plastiques, le premier est le fluide plastique idéal ou fluide de Bingham, qui a un comportement newtonien au-delà du seuil.

Sa forme mathématique est : $\tau = \tau_c + \eta_p \dot{\varepsilon}$, avec η_p est la viscosité plastique.

Le deuxième est le fluide plastique non idéal comme celui de Casson, qui possède un comportement fluidifiant et il est plus répandu que celui de Bingham, la relation utilisée pour

ce type de fluide est :
$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{\eta_p \cdot \varepsilon}$$
 .

II-6-8- Les fluides viscoélastiques [21]:

Les matériaux viscoélastiques sont des matériaux qui possèdent des propriétés à la fois élastiques (temps courts, disons inférieur au temps caractéristique du matériau λ) et visqueuses (temps longs, supérieur à λ).

Pour mieux comprendre le comportement de ces fluides, on va citer l'exemple d'une boule construite en pâte à modeler jetée sur un mur, elle rebondit (temps court), alors que si on la pose sur un coin de table, elle finit par s'écouler (temps longs) (figure II.13).

Le temps qui prend un matériau élastique pour devenu visqueux s'appelle le temps caractéristique du matériau, on le désigne par la lettre λ .



Figure II.13: Comportement élastique et visqueux d'un échantillon viscoélastique [21].

Ces matériaux peuvent être regroupés en 3 grandes classes :

- Les polymères, solutions de polymères, mélanges de polymères, caoutchouc
- Les suspensions de particules (microniques ou colloïdales), de gouttelettes (fluides immiscibles)
- Les autres fluides complexes (émulsions, gels, mousses, pâtes, etc.)

Un aspect très important concerne la viscosité de ces fluides ou matériaux est variable et qui dépend en général du gradient de vitesse ($\dot{\epsilon}$).

D'autres aspects de matériaux viscoélastiques sont liés à des effets que l'on rencontre dans des écoulements particuliers.ces effets sont dû à la présence de contraintes normales.

Par exemple, un fluide Newtonien entraîné par une tige tournante possède une surface libre plane, alors qu'un fluide viscoélastique monte le long de la tige, d'autant plus que la vitesse est grande (photo II.1). C'est l'effet **Weissenberg**.

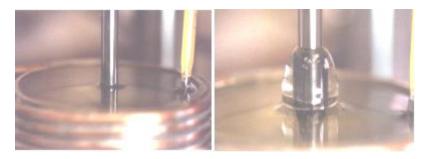


Photo II.1: Montée d'un fluide viscoélastique le long d'une tige en rotation [21].

Autre phénomène observé : le gonflement à la sortie de la filière représenté sur la photo II.2.

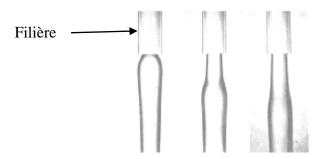


Photo II.2: Gonflement en sortie de filière : A une vitesse critique V_{cr} en sortie, le gonflement est différé [21].

On peut constater d'autres aspects de ces fluides tels que la présence de recirculations dans des écoulements, par exemple dans le cas d'un écoulement de polymères dans une contraction (Photo II.3). Notons que la taille des recirculations augmente avec le débit, ou la vitesse d'écoulement, car les effets élastiques se trouvent renforcés à cause du nombre de Deborah ($De = \frac{\lambda}{t_{exp}}$), qui contrôle ces effets. λ désigne un temps caractéristique du matériau, et t_{exp} est

un temps relevant de l'expérience, avec $t_{\text{exp}} = \frac{L}{V}$, où V et L sont respectivement une vitesse et une longueur caractéristiques.

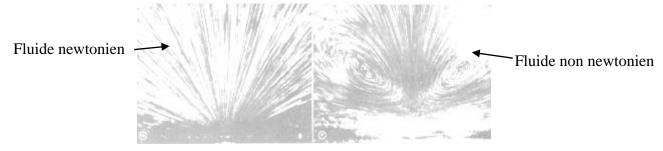


Photo II.3: Ecoulement dans une contraction avec recirculations (de haut en bas) [21]. Enfin, signalons aussi que les phénomènes de rupture de jet (dû à l'instabilité de Rayleigh-Taylor) peuvent être modifiés par la présence de polymères, comme l'illustre la Photo II.4.

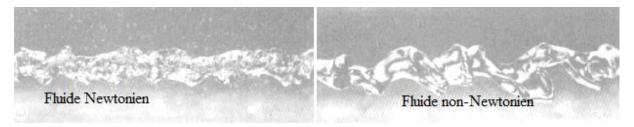


Photo II.4: Rupture de jets de fluide Newtonien et non-Newtonien [21].

- En résumé, les fluides viscoélastiques donnent naissance aux phénomènes suivants, simultanés ou non :
 - Echelle(s) de temps caractéristique : si $t_{exp} \le \lambda$, le comportement est élastique, si $t_{exp} \ge \lambda$, le comportement est celui d'un fluide visqueux
 - Viscosité variable avec le taux de cisaillement $\dot{\varepsilon}$
 - Différences de contraintes normales non nulles, générant des effets inattendus
 - Présence de recirculations supplémentaires dans les écoulements
 - Conditions aux surfaces particulières (rupture de jets, tensions de surface, adhésion)

II-7- La thixotropie [22]:

On dit que ce matériau est thixotrope si sa viscosité apparente décroit lorsqu'il est soumis à une contrainte constante et revient à sa structure initiale après cessation de la contrainte et un temps de repos suffisant.

Après cette définition on constate que le comportement de certains fluides dépend aussi bien de la vitesse de cisaillement que de la durée du cisaillement. Dans ces conditions, la viscosité apparente n'est plus constante pour une valeur donnée de la contrainte de cisaillement (ou vitesse de cisaillement) mais dépend également du temps. Ainsi, l'écoulement d'un matériau peut être facilité par l'agitation préalable. Le mode expérimental choisi pour déterminer le caractère thixotrope, consiste le plus souvent à réaliser les procédés suivants :

- Procéder par valeurs croissantes de τ et de $\dot{\varepsilon}$,
- Procéder par valeurs décroissantes de τ et de $\dot{\varepsilon}$.

Le cisaillement provoque une déstructuration qui conduit à l'obtention des rhéogrammes différents pour la montée et la descente en cisaillement. Ce caractère peut être associé à la réversibilité de la déstructuration. En effet, après un temps de repos suffisant, le matériau doit retrouver sa structure initiale.

II-7-1- Exemple : le phénomène d'hystérésis [14] :

On trace un rhéogramme $\tau=f$ ($\dot{\epsilon}$) en faisant croître puis décroître régulièrement $\dot{\epsilon}$, afin de revenir à la valeur initiale. On réalise ce que l'on appelle une "charge" puis une "décharge".

Si on applique des valeurs de vitesse de cisaillement assez fortes pendant assez longtemps, on obtient la figure II.14:

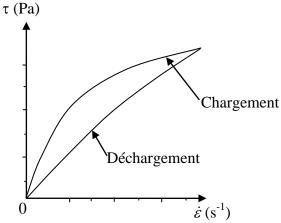
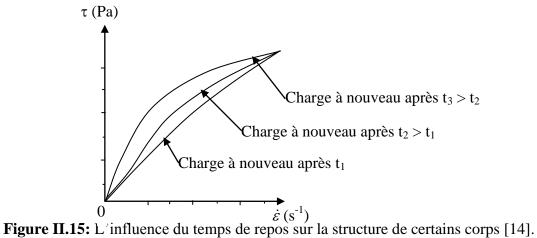


Figure II.14: Phénomène d'hystérésis [14].

La structure a été modifiée durablement lors de la charge et le comportement du produit est affecté (rhéogramme de décharge différent, liquide globalement moins visqueux).

Pour certains corps, si après ce cycle de chargement et de déchargement, on laisse au repos le fluide pendant un temps assez long, la structure se réorganise et si on recommence le chargement, on obtient le premier rhéogramme à nouveau.

Le comportement rhéologique du produit sera le même qu'avant toute charge, si le temps de repos est supérieur ou égal à t₃ (figureII.15).



Le comportement thixotrope concerne les corps fluidifiants et les corps plastiques (plus rarement les épaississants). Pour les corps plastiques, on peut avoir ou non au cours de la modification de structure, un changement de contrainte seuil.

II-7-2- Fonctions fluage et relaxation [20]:

Les fonctions fluage et relaxation sont les fonctions essentielles en viscoélasticité linéaire. Elles sont définies de la façon suivante : Lorsqu' on applique sur un matériau quelconque une contrainte constante d'amplitude unité au temps t=0, il résulte une déformation appelée fonction fluage f(t) (figure II.16). Le contraire est appelé fonction relaxation g(t) (figure II.17).

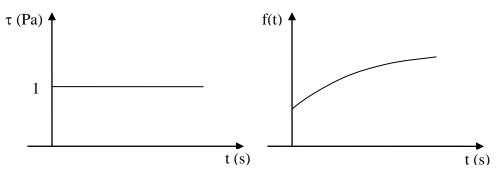


Figure II.16: Fonction fluage [20].

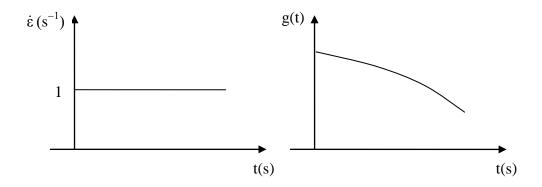


Figure II.17: Fonction relaxation [20].

Les fonctions fluage ou relaxation d'un matériau permettent de déterminer toutes les propriétés viscoélastiques du matériau.

Chapitre III:

Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut.

III-1- Introduction:

Le transport du pétrole brut exige des connaissances approfondies de ses paramètres rhéologiques qui seront ensuite prises en considération dans les calculs des installations de pompage, surtout si sa température est inférieure à 10°C, où il présente un comportement non newtonien.

Dès 1906, Einstein établit une expression de la viscosité en fonction de la fraction volumique pour des suspensions très diluées de sphères dures. Ces particules ont un potentiel d'interaction infini à la surface de la particule et nul à des distances supérieures à son rayon. Einstein dans son expression a négligé les effets hydrodynamiques des particules voisines, contrairement à Batchelor qui en 1977, a ajouté une dépendance quadratique de la fraction volumique à la relation d'Einstein pour tenir compte de ces effets. Cet effet d'encombrement de particules est également pris en compte par l'expression développée par Krieger et Dougherty (1959) basée sur l'équation de Mooney (1951). La viscosité relative η_r qui est également exprimée en fonction de la fraction volumique ϕ , est donnée par la relation suivante [23]:

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_m} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-p} \tag{III.1}$$

Où η_m est la viscosité du milieu suspendant et $p = [\eta] \phi_m$, avec ϕ_m est la fraction volumique maximale d'empilement et $[\eta]$ est la viscosité intrinsèque.

La valeur de ϕ_m varie dans le cas d'une suspension monodispersée de particules sphériques, de 0,52 pour un arrangement cubique à 0,72 pour un arrangement hexagonal compact. **de Kruif (1985)** et **Krieger (1976)** ont montré expérimentalement que ϕ_m varie de 0,63 pour les basses vitesses à 0,71 pour les hautes vitesses de cisaillement.

Le comportement rhéologique de suspensions de sphères dures est donc uniquement contrôlé par les interactions hydrodynamiques et les forces browniennes. Les propriétés rhéologiques peuvent donc être exprimées en fonction du nombre de **Péclet** généralisé :

 τ étant la contrainte tangentielle, a le rayon des particules, k la constante de Boltzmann et T la température. **Krieger** (1976) propose donc une relation semi-empirique basée sur l'équation de **Cross-Williamson** pour décrire la dépendance de la viscosité relative en fonction du nombre de **Péclet** généralisé:

$$\eta_r = \eta_{r0} + \frac{\eta_{r\infty} - \eta_{r0}}{1 - hPe}$$
 III.3

Où η_{r0} et $\eta_{r\infty}$ sont les viscosités relatives aux plateaux newtoniens à basses et hautes vitesses de cisaillement respectivement et b une constante empirique. La viscosité relative exprimée par cette relation est donc indépendante à la fois de la taille des particules et de la nature du milieu suspendant. **Krieger** (1976) vérifie expérimentalement cette relation avec des suspensions de Iatex (copolymère styrène butadiène) dans différents milieux.

III-2- Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut de la Mer du Nord :

Les caractéristiques rhéologiques du pétrole brut différent d'un gisement à un autre, mais le caractère visqueux est leur point commun. Dans la première partie de ce travail, on se basera sur des résultats expérimentaux qui donnent le rhéogramme du pétrole brut de la Mer du Nord [24], ces résultats seront ensuite une base de calcul pour la détermination des caractéristiques rhéologiques de ce pétrole par l'utilisation des différentes méthodes.

La température du milieu influe d'une façon remarquable sur la viscosité des fluides, ce qui va changer toutes les propriétés rhéologiques liées à cette grandeur physique (voir le premier chapitre). Comme le pétrole est un liquide, sa viscosité est inversement proportionnelle à la température. On va appliquer trois lois classiques à deux ou trois paramètres utilisées pour modéliser le pétrole qui est considéré comme un fluide visqueux pour déterminer ses caractéristiques rhéologiques, à une température donnée.

Les expériences, qui ont été faites par Barry E.G. en 1971 sur le pétrole à l'aide d'un rhéomètre et dans différentes températures, sont représentées par un rhéogramme qui donne l'évolution de la viscosité dynamique (η) en fonction du taux de cisaillement $(\dot{\varepsilon})$ et un autre rhéogramme qui donne l'évolution de cette viscosité en fonction de la contrainte de cisaillement (τ) [25].

D'après ces deux rhéogrammes et par projection sur les axes, on peut sortir les valeurs de ces trois paramètres à une température bien déterminée qui est dans notre cas égale à 30°C. Les valeurs de la viscosité dynamique (η) en fonction du taux de cisaillement $(\dot{\varepsilon})$ et en fonction de la contrainte de cisaillement (τ) sont représentées dans les tableaux III.1 et III.2.

η	0,075	0,06	0,05	0,046	0,044	0,043	0,042	0,040	0,039	0,038
Ė	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Tableau III.1 : Valeurs de la viscosité et du taux de cisaillement.

η	0,075	0,06	0,05	0,046	0,044	0,043	0,042	0,040	0,039	0,038
τ	5,6	8	9,8	11,5	13,1	14,7	16	17,4	18,7	20

Tableau III.2 : Valeurs de la viscosité et de la contrainte de cisaillement.

A partir de ces deux tableaux, on peut réécrire les valeurs de la contrainte de cisaillement (τ) en fonction du taux de cisaillement $(\dot{\varepsilon})$ qui sont sur le tableau III.3:

τ	5,6	8	9,8	11,5	13,1	14,7	16	17,4	18,7	20
Ė	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Tableau III.3: Valeurs de la contrainte de cisaillement et du taux de cisaillement.

A partir de ce dernier tableau, on peut tracer la courbe de contrainte en fonction du taux de cisaillement qui est illustrée ci-après (figure III.1).

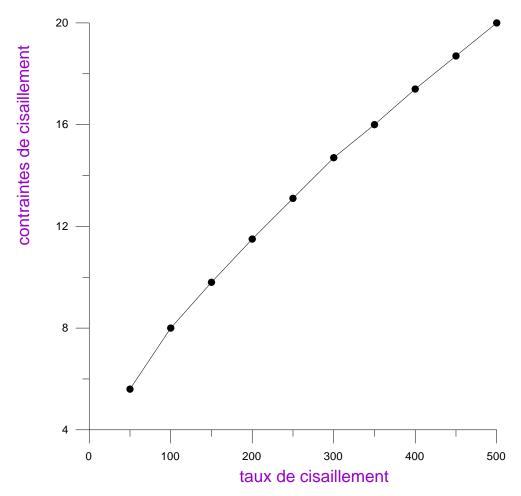


Figure III.1 : l'évolution de la contrainte de cisaillement fonction du taux de cisaillement.

D'après le rhéogramme III.3, on peut remarquer que ce type de pétrole obéit à une loi puissance avec un indice de comportement inférieur à 1. On conclut que ce pétrole est un fluide non-newtonien, de type rhéofluidifiant ou pseudo-plastique. Cette conclusion nous permet de déterminer ces caractéristiques rhéologiques qui sont :

- La contrainte seuil τ_c ,
- La consistance k,
- L'indice de comportement n.

III-3- Modèle de Herschel-Bulkley:

Le modèle de Herschel-Bulkley est le modèle qui permet de décrire la plupart des fluides qui ont une allure semblable à la courbe représentée sur la figure III.1, cette loi s'écrite comme suit :

$$\tau = \tau_c + k\dot{\varepsilon}^n$$
 III.4

III-3-1- Calcul des caractéristiques rhéologiques du pétrole brut :

Pour calculer les caractéristiques rhéologiques de ce fluide, on va appliquer une méthode très utilisée par les expérimentateurs. Cette méthode sert à modéliser les résultats expérimentaux et les rendre sous des formes mathématiques pour qu'on puisse les manipuler et les contrôler. Cette méthode s'appelle le lissage qui est dans notre cas, non linéaire.

II-3-1-1- La méthode des moindres carrés :

Le lissage est parmi quelques techniques qui permettent de traiter des données obtenues par des mesures expérimentales y_i d'une grandeur y en différents points de mesure d'une variable indépendante x_i , i = 1, 2, ...

Parfois, on peut supposer une dépendance fonctionnelle entre x et y (une loi) qui contient des paramètres inconnus, et on aimerait estimer ces paramètres en utilisant les données mesurées. On cherche les valeurs des paramètres qui minimisent la différence entre la fonction présumée et les points mesurés. La méthode la plus utilisée pour traiter ce problème est celle des moindres carrés.

III-3-1-2- Application de la méthode des moindres carrés à notre problème :

Pour notre cas, cette méthode peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S = \sum_{i=1}^{m} \left[\tau_i - (\tau(\dot{\varepsilon})) \right]^2 \implies \sum_{i=1}^{m} \left[\tau_i - (\tau_c + k.\dot{\varepsilon}^n) \right]^2$$
 III.5

Où S est une quantité qui doit être minimale et m est le nombre d'expériences, égal à 10.

Dans ce cas, on cherche n, k et τ_c de telle sorte que S soit minimal. Ainsi, S est minimal si et seulement si ces dérivées partielles par rapport à n, k et τ_c sont nulles.

Chapitre III : Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut.

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial n} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial k} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \tau_c} = 0 \end{cases}$$
III.6

Pour simplifier le calcul, on va suivre le processus suivant :

- On sait d'avance que le pétrole brut est un fluide rhéofluidifiant (n < 1),
- On va donner à n différentes valeurs comprises entre 0 et 1,
- Pour chaque valeur de n, on calcule les dérivées partielles par rapport à k et τ_c ,
- On résout le système d'équations pour trouver les valeurs de k et de τ_c ,
- Pour chaque valeur de n, on calcule la quantité S,
- La valeur de n qui correspond à une valeur de S nulle ou proche de zéro (0) sera la valeur recherchée.

Apres le calcul, on peut tirer les valeurs de n, k et τ_c qui correspondent à S minimale.

Ces valeurs sont :

S= -0.00549
$$n = 0.765$$
 $k = 0.15$ $\tau_c = 2.88$

Le modèle de Herschel-Bulkley, pour le pétrole brut, s'écrit alors :

$$\tau = 2.88 + 0.15 \dot{\varepsilon}^{0.765}$$
 III.7

Le rhéogramme qui représente ce modèle est le suivant (figure III.2).

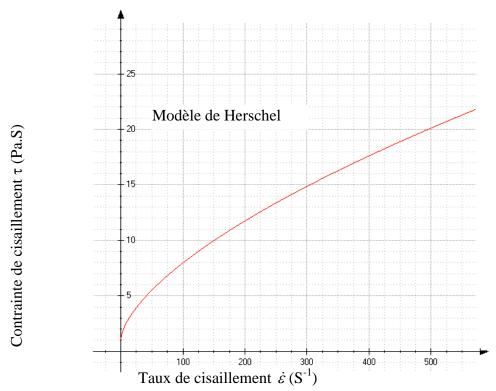


Figure III.2 : Rhéogramme de pétrole brut selon le modèle de Herschel.

III-4- Modèle de BINGHAM:

Dans partir de l'équation (III.4) on affecte à l'indice de comportement n l'unité (n = 1), on va tomber sur le modèle de BINGHAM qui s'écrit comme suit :

$$\tau = \tau_c + k\dot{\varepsilon}$$
 III.8

En appliquant la même méthode précédente (méthode des moindres carrés) mais cette fois avec deux variables seulement, on obtient les valeurs suivantes (sachant n=1 à l'avance) :

$$k = 0.031$$
 $\tau_c = 4.88$

Le modèle de BINGHAM, pour le pétrole brut, s'écrit alors :

$$\tau = 4.88 + 0.031\dot{\varepsilon}$$
 III.9

Le rhéogramme qui le représente est sur la figure III.3:

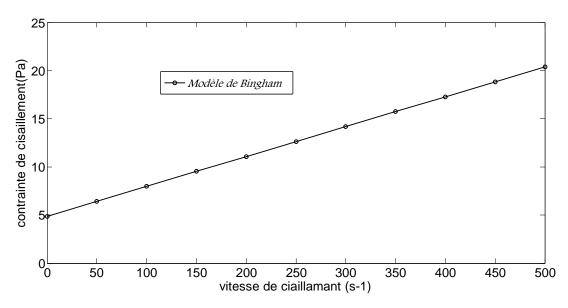


Figure III.3 : Rhéogramme du pétrole brut selon le modèle de Bingham.

III-5- Modèle d'OSTWALD:

Restant dans le même contexte, à partir de la même équation (III.2) avec une contrainte seuil égale à zéro ($\tau_c = 0$), on va se retrouver devant le modèle de BINGHAM qui s'écrit comme suit :

$$\tau = k \dot{\varepsilon}^n$$

L'application de la même méthode des moindres carrés va nous donner les valeurs des deux variables k et n:

$$k = 0.64$$
 $n = 0.555$

Le modèle d'OSTWALD, pour ce type de pétrole brut, s'écrit alors :

$$\tau = 0.64.\dot{\mathcal{E}}^{0.555}$$
 III.10

Son rhéogramme est illustré sur la figure III.4.

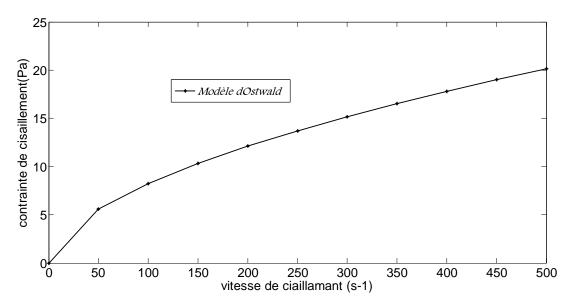


Figure III.4: Rhéogramme du pétrole brut selon le modèle d'Ostwald.

La figure III.5 représente les quatre rhéogrammes ensemble, elle montre bien la conformité de deux rhéogrammes (l'expérimental et celui de Herschel-Bulkley) :

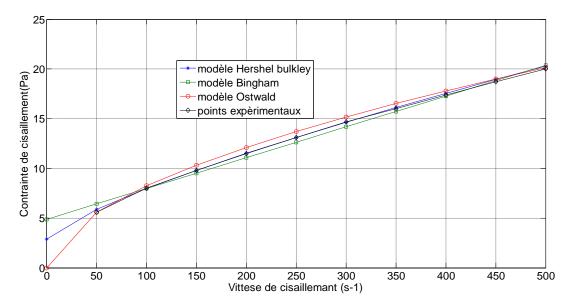


Figure III.5 : comparaison des modèles avec le rhéogramme de l'expérience.

III-6- Etude rhéologique du pétrole brut de l'Afrique du Nord :

Dans ce qui va suivre, on va prendre en considération l'influence de la température sur les paramètres rhéologiques qui sont la contrainte et la vitesse de cisaillement et cela d'après les résultats obtenus par **Barry G.E** [25].

Température	Contraintes de cisaillement (Pa)	9,7	11	14	17,2	20	23	26,7	32,5	34,5	36,5
15,56°C	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	2	9	27	48	73	100	136	200	225	240
Température	Contraintes de cisaillement (Pa)	2,3	3,5	5,5	7,2	9,5	12	14,7	19,7	21,2	21,6
18,33°C	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	2	10	25	42	70,5	100	134	200	225	233
Température	Contraintes de cisaillement (Pa)	1,2	2, 5	3,8	5,3	6,6	8,1	9,7	10,8	11,6	12
21,11°C	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	10	25	43,5	73	100	138,5	175	200	225	237,5
Température	Contraintes de cisaillement (Pa)	0,6	0,7	1	1,5	2,5	3,5	4,7	6,2	7	7,4
23,88°C	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	2	10	25	43,5	73	100	141	200	225	242

Tableau III.4 : Valeurs de la contrainte de cisaillement et du taux de cisaillement pour différentes températures du pétrole brut de l'Afrique du Nord de Type I [25].

Le rhéogramme de ce type de pétrole est figuré sur la figure III.6.

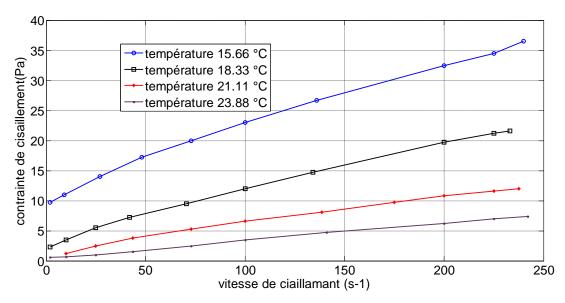


Figure.III.6 : Evolution expérimentale de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement du pétrole brut de l'Afrique du Nord de type I [25].

III-7- Modélisation du pétrole brut de l'Afrique du Nord:

Pour déterminer les caractéristiques rhéologiques du pétrole brut de l'Afrique du Nord on va appliquer la même méthode de résolution et suivre les même démarche, mais pour différentes températures. Cela nous permet de :

- Montrer l'influence de la température sur le comportement rhéologique du pétrole,
- Voir si le modèle choisi pour une température quelconque reste valable pour les autres températures.

En se basant sur les résultats expérimentaux de **Barry G.E.[25]**, illustré dans la figure III.8, nous obtiendrons les résultats suivants:

• Modèle de Herschel-Bulkley :

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_{cH})	Indice de comportement (n)	Le modèle
(15,56°C)	0,447	8,82	0,75	$8,82+0,447.\dot{\varepsilon}^{0.75}$
(18,33°C)	0.448	1,14	0,70	$1,14+0.448. \ \dot{\varepsilon}^{0.7}$
(21,11°C)	0,18	0,38	0,76	$0,38+0,18. \ \dot{\varepsilon}^{0.76}$
(23.89°C)	0.033	0,383	0,98	$0,383+0,033. \ \dot{\varepsilon}^{0.98}$

Tableau III.5 : Paramètres rhéologiques de Modèle de Herschel-Bulkley, du pétrole brut de l'Afrique du Nord de type I, pour différentes températures.

• Modèle de Bingham :

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_{cB})	Indice de comportement (n)	Le modèle
(15,56°C)	0,108	11,055		11,055+0,108. <i>ἐ</i>
(18,33°C)	0,0814	3,233	1	3,233+0,0814. $\dot{\varepsilon}$
(21,11°C)	0,046	1,536	1	1,536+0,046. <i>ċ</i>
(23.89°C)	0,029	0,41		$0,459+0,0458. \ \dot{\varepsilon}$

Tableau III.6 : Paramètres rhéologiques de Modèle de Bingham du pétrole brut de l'Afrique du Nord de type I, pour différentes températures.

• Modèle d'Ostwald:

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_o)	Indice de comportement (n)	Le modèle
(15,56°C)	3.082		0.435	$3.082.\dot{\varepsilon}^{0.435}$
(18,33°C)	0.805	0	0.6	$0.805. \ \dot{\varepsilon}^{0.6}$
(21,11°C)	0.232	Ü	0.72	$0.232. \ \dot{\varepsilon}^{0.72}$
(23.89°C)	0.072		0.84	$0.072. \ \dot{\varepsilon}^{0.84}$

Tableau III.7 : Paramètres rhéologiques de Modèle d'Ostwald du pétrole brut de l'Afrique du Nord de type I, pour différentes températures.

Les figures III.7, III.8, III.9 et III.10 représentent les rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des trois modèles et ceux de l'expérience, dans les différentes températures.

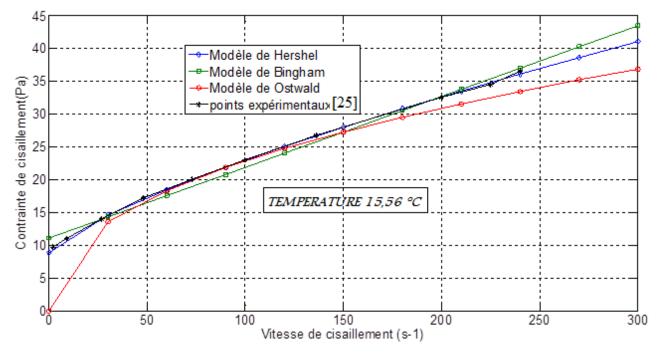


Figure III.7 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des trois modèles avec l'expérience, à T=15,56°C.

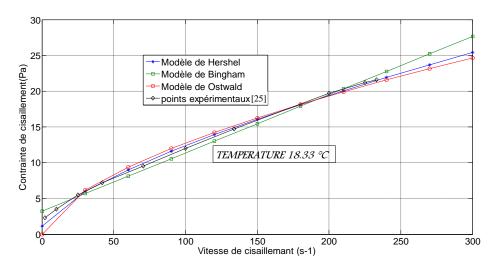


Figure III.8 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des trois modèles avec l'expérience, à T=18,33°C.

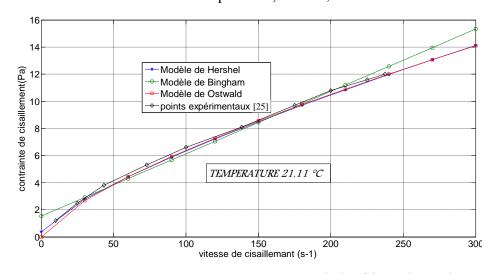


Figure III.9 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des trois modèles avec l'expérience, à T =21,11°C.

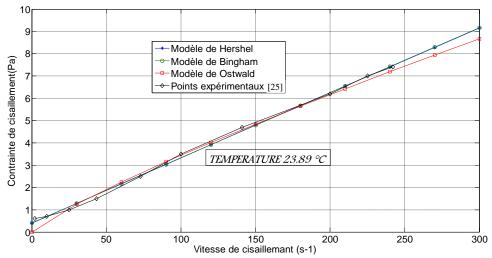


Figure III.10: Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Afrique du nord type I des trois modèles avec l'expérience, à T =23,89°C.

III-8- Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut de l'Algérie [26] :

On va appliquer la même méthode en se référant aux points expérimentaux présentés dans le tableau III.8.

T°(°C)	Valeur de la contrainte et le t	aux de	cisailleı	ment				
	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.04	0.11	0.224	0.38	0.42	0.46	0.49
10	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	7.89	25.26	48.94	80.52	86.84	97.87	104.21
10	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.54	0.58	0.61	0.67	0.71	0.75	
	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	112.1	120	127.89	135.79	143.68	151.58	
	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.04	0.11	0.215	0.37	0.4	0.44	0.48
10.5	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	7.89	25.26	48.94	80.52	86.84	97.87	104.21
12.5	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.52	0.56	0.6	0.65	0.69	0.7	
	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	112.1	120	127.89	135.79	143.68	151.58	
	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.04	0.11	0.2	0.36	86.84	97.87	104.21
1.5	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	7.89	25.26	48.94	80.52	0.4	0.44	0.47
15	Contraintes de cisaillement (Pa)	112.1	120	127.89	135.79	143.68	151.58	
	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	0.51	0.55	0.59	0.64	0.68	0.72	
	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.032	0.102	0.208	0.352	0.384	0.424	0.448
17.5	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	7.89	25.26	48.94	80.52	86.84	97.87	104.21
17.5	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.496	0.536	0.576	0.624	0.659	0.68	
	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	112.1	120	127.89	135.79	143.68	151.58	
	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.032	0.102	0.208	0.352	0.384	0.424	0.44
20	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	7.89	25.26	48.94	80.52	86.84	97.87	104.21
20	Contraintes de cisaillement (Pa)	0.488	0.528	0.56	0.608	0.643	0.674	
	Vitesse de cisaillement (s ⁻¹)	112.1	120	127.89	135.79	143.68	151.58	

Tableau III.8 : Valeurs de la contrainte de cisaillement et du taux de cisaillement pour différentes températures du pétrole brut de l'Algérie [26].

Après le calcul, on obtient les valeurs des paramètres de chaque modèle comme suit :

• Modèle de Herschel-Bulkley:

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_{HB})	Indice de comportement (n)	Le modèle
10 °C	0.0066	-0.073	0.96	$0.0066.\dot{\varepsilon}^{0.96}$
12.5 °C	0.0092	-0.011	0.9	$0.0092.\dot{arepsilon}^{0.9}$
15 °C	0.01	-0.12	0.88	$0.01.\dot{\mathcal{E}}^{0.88}$
17.5 °C	0.0092	-0.11	0.89	$0.0092.\dot{arepsilon}^{0.89}$
20 °C	0.0069	-0.066	0.93	$0.0069.\dot{\varepsilon}^{0.93}$

Tableau III.9 : Paramètres rhéologiques du Modèle de Herschel-Bulkley pour le pétrole brut de l'Algérie, pour différentes températures.

• Modèle de BINGHAM:

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_B)	Indice de comportement (n)	Le modèle
10 °C	0.0052	-0.048		$0.0052.\dot{\varepsilon}$
12.5 °C	0.0051	-0.046		$0.0051.$ $\dot{\varepsilon}$
15 °C	0.005	-0.041	1	$0.005. \ \dot{\varepsilon}$
17.5 °C	0.0048	-0.042		$0.0048.\ \dot{\varepsilon}$
20 °C	0.0046	-0.026		$0.0046.\ \dot{\varepsilon}$

Tableau III.10 : Paramètres rhéologiques du Modèle de Bingham pour le pétrole brut de l'Algérie, pour différentes températures.

• Modèle d'OSTWALD:

Température (T)	Coefficient de consistance (K)	$\begin{array}{cc} \textbf{Contrainte} & \textbf{de} \\ \textbf{seuil} \left(\right. \boldsymbol{\tau_{OS}} \right) \end{array}$	Indice de comportement (n)	Le modèle
10 °C	0.003		1.09	$0.003.\dot{\varepsilon}^{1.09}$
12.5 °C	0.003		1.09	$0.003. \ \dot{\varepsilon}^{1.09}$
15 °C	0.003	0	1.1	$0.003. \ \dot{\varepsilon}^{1.1}$
17.5 °C	0.003		1.08	$0.003. \ \dot{\varepsilon}^{1.08}$
20 °C	0.003		1.05	$0.003. \ \dot{\varepsilon}^{1.05}$

Tableau III.11 : Paramètres rhéologiques du Modèle de d'Ostwald pour le pétrole brut de l'Algérie pour différentes températures.

On va présenter les trois modèles pour les comparer avec l'expérience sur les figures III.11; III. 12; III. 13; III. 14 et III.15.

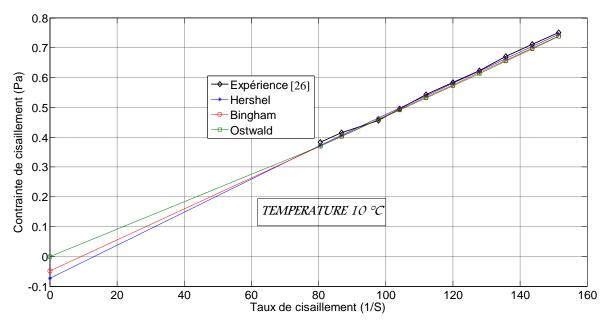


Figure III.11 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles avec l'expérience, à $T = 10^{\circ}C$

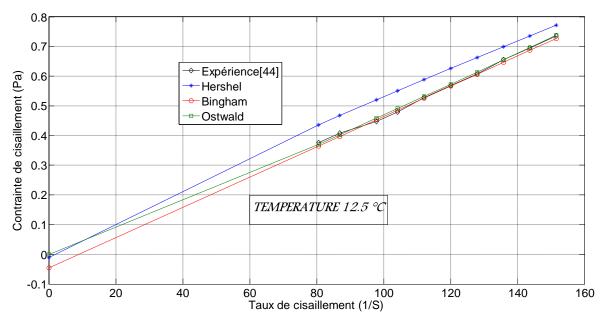


Figure III.12 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles avec l'expérience, à T =12.5°C.

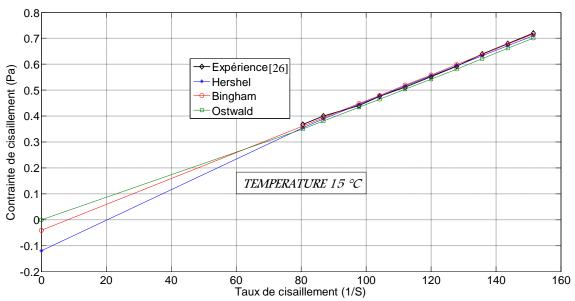


Figure III.13 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles avec l'expérience, à T =15°C.

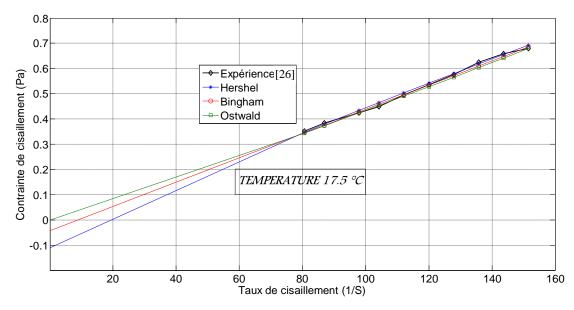


Figure III.14 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles avec L'expérience, à T =17.5°C.

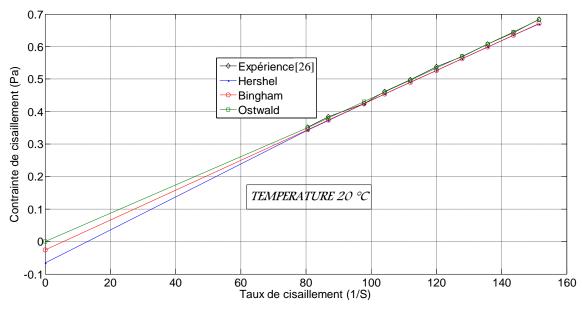


Figure III.15 : Comparaison des rhéogrammes du pétrole brut de l'Algérie des trois modèles avec l'expérience, à T = 20°C.

III-9- Déduction :

D'après les rhéogrammes III.7; III.8; III.9; III.10; III.11; III.12; III.13; III.14; III.15, on peut déduire que :

Le modèle de Herschel-Bulkley est le mieux adapté pour le pétrole de l'Afrique du Nord type I et celui de l'Algérie, pour les petites températures, en le comparant avec les résultats obtenus de l'expérience. Lorsque la température devient importante, le modèle de Bingham et celui d'Ostwald présente une bonne concordance avec les points expérimentaux surtout pour les fortes vitesses de cisaillements.

Chapitre III : Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut.

Le signe moins (-) qui apparaît devant les valeurs de la contrainte seuil dans les tableaux III.9 et 10 a une seule signification physique qui est l'inexistence de la contrainte seuil pour ce type du pétrole.

En ce qui concerne les trois paramètres des modèles utilisés, on voit clairement que l'indice de comportement et la contrainte seuil sont inversement proportionnels à la température, par contre, l'augmentation de la température engendre une augmentation du coefficient de consistance.

III-10- Rhéologie des émulsions [27] :

Une émulsion est l'existence d'une phase liquide sous forme des petites gouttelettes dans un autre liquide immiscible. Le mélange obtenu est constitué d'une pseudo-phase unique composée de gouttes (phase dispersée) mélangées dans une matrice liquide (phase continue). On distingue principalement deux grands types d'émulsions :

- 1) les émulsions E/H correspondantes à la dispersion de gouttes d'eau dans une matrice huileuse,
 - 2) les émulsions H/E où des gouttes d'huile sont dispersées dans de l'eau.

La description du comportement rhéologique des émulsions peut se faire selon différentes lois. Elle se fait selon la concentration en volume de la phase dispersée [28]. Nous distinguons alors deux cas :

- ❖ Pour des concentrations faibles (C<30%), le comportement est pratiquement newtonien et la viscosité devient constante et de variation linéaire.
- ❖ Pour des concentrations élevées, le comportement sera non-newtonien. Sa viscosité apparente est fonction du taux de cisaillement.

Trois domaines existent lorsque le comportement est non-newtonien : deux extrêmes, l'un à très faible et l'autre à très fort taux de cisaillement, avec des viscosités constantes η_0 et η_∞ et, entre les deux, une zone de comportement rhéofluidifiant où la viscosité diminue progressivement de η_0 à η_∞ .

La figure (III.16) montre ce type de comportement pour certaines suspensions solide/liquide et solutions de polymères à poids moléculaire élevé.

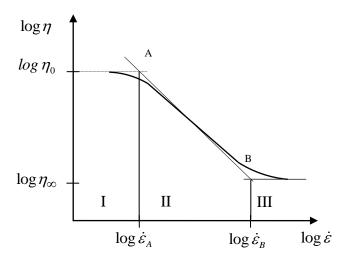


Figure III.16: Représentation simplifiée du comportement rhéologique des émulsions [28].

On définit donc trois domaines :

La zone I : correspond à $\log \dot{\varepsilon} \langle \log \dot{\varepsilon}_A$, les effets de cisaillement sont négligeables par rapport à ceux induits par le mouvement d'agitation des particules.

La zone II : Pour $\dot{\varepsilon} \rangle \dot{\varepsilon}_{\scriptscriptstyle B}$, le cisaillement est le phénomène déterminant.

La zone III: pour $\log \dot{\varepsilon}_A < \log \dot{\varepsilon} < \log \dot{\varepsilon}_B$ les effets du cisaillement et d'agitation sont comparables.

Dans la zone intermédiaire, $\log \dot{\varepsilon}_A < \log \dot{\varepsilon} < \log \dot{\varepsilon}_B$, la variation de η en fonction de $\dot{\varepsilon}$ peut être mise sous la forme :

Cette forme est tout à fait similaire à celle d'un fluide dont le comportement évolue en loi de puissance,

$$\eta = k \ \dot{\varepsilon}^{n-1} \qquad \qquad \text{III.12}$$
 avec $n = m+1$ et $k = \frac{\eta_{\infty}}{\dot{\varepsilon}_{R}^{m}} \qquad \qquad \text{III.13}$

Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire le comportement rhéologique du pétrole brut qui est considéré comme une émulsion eau dans huile (E/H). Parmi lesquels, on va en citer trois qui

tiennent compte de la viscosité à faible et fort taux de cisaillement, un taux ou une contrainte de cisaillement critique et un indice de puissance :

III-10-1- Modèle de Cross (1965) [29]:

Pour de faibles contraintes de cisaillement, on observe un comportement Newtonien avec un plateau de viscosité appelée viscosité à cisaillement nul désignée par η_0 (Pa.s). Aux cisaillements élevés, un deuxième plateau apparaît où la viscosité est appelée viscosité à cisaillement infini, désignée par η_{∞} (Pa.s). Ces paramètres donnent le modèle de Cross qui s'écrit :

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \left[\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_C}\right]^{n'}} \qquad III.14$$

 $\dot{\mathcal{E}}_c$ est appelé taux de cisaillement critique représentant la contribution relative du mouvement Brownien et du cisaillement au processus de floculation. La puissance n' a été déterminée par Cross d'une manière empirique comme égale à 2/3 (0,67) [28].

III-10-2- Modèle de Krieger et Dougherty :

Ils considèrent une suspension de sphères rigides mono dispersées (début) dans un milieu continu de viscosité η_F . Lorsque la contrainte de cisaillement τ existe, elle provoque l'écoulement de la suspension avec un taux de cisaillement $\dot{\mathcal{E}}$.

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{\tau}{\tau_c}}$$
 III.15

Cette relation peut être généralisée, en introduisant une dépendance non linéaire des taux de dissociation, sous la forme :

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^m} \qquad III.16$$

Où m est un exposant qui dépend des propriétés des particules en suspension.

III-10-3- Modèle de Quemada [29]:

Quemada (1977) a utilisé une équation cinétique pour décrire la viscosité des suspensions concentrées. Il a développé une relation similaire à celle établie par **Krieger** et **Dougherty** en appliquant le principe de l'énergie dissipée minimum:

où K est une variable structurelle dépendant de la concentration en volume ϕ telle que $K = K(\phi)$, η_F est la viscosité du milieu suspendant.

Dans une première approximation, Quemada étend la relation (III.17) au domaine non newtonien en supposant que $K = K(\varphi, \dot{\varepsilon})$ rend compte de tous les effets non newtoniens. Après quelques manipulations, on arrive à la formule générale de Quemada :

$$\frac{K - K_{\infty}}{K_0 - K_{\infty}} = \frac{1}{1 + \left[\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_c}\right]^p} \dots III.18$$

où K_{∞} est la viscosité intrinsèque de suspensions lorsque le taux de cisaillement $\dot{\varepsilon}$ tend vers 0, K_0 est la viscosité intrinsèque de suspensions lorsque le taux de cisaillement $\dot{\varepsilon}$ tend vers ∞ , $\dot{\varepsilon}_c$ est le taux de cisaillement critique dans le cas du modèle de Quemada, p est le paramètre caractéristique du fluide étudié représentant le degré de défloculation engendré par le cisaillement et dépendant du degré de polydispersité.

Pour choisir le bon modèle, on va l'utiliser sur le pétrole brut de la Mer du Nord (Tableau III.12).

Viscosité (Pa.s)	Vitesse de cisaillement (1/s)	Contrainte de cisaillement (Pa)
0,1250	16,5	1,66
0,1125	22,5	1,8750
0,1	26	2,1875
0,0875	35	2,5
0,075	50	3,1
0,06875	68,75	3,75
0,0625	91, 5	4,6
0,05625	125	5,6
0,05	225	8,75
0,04687	325	11,9

Tableau III.12 : Points expérimentaux de la viscosité, vitesse de cisaillement et de la contrainte de cisaillement [24].

Chapitre III : Caractéristiques rhéologiques du pétrole brut.

Les caractéristiques rhéologiques du pétrole brut étudié sont :

concentration de volume du	Viscosité initiale	Viscosité limite
pétrole brut Mer du Nord	(η_0)	$(\eta_{\scriptscriptstyle \infty})$
44%	0,14375	0,040625

Tableau III.13: Valeurs des paramètres rhéologiques du pétrole brut [28].

D'après les valeurs contenues dans le tableau (III.13), on peut trouver les valeurs des paramètres rhéologiques pour les trois modèles donnés dans les tableaux (III.14), (III.15) et (III.16).

Vitesse de cisaillement		Modèle de C	Cross	
< ε <	η_0	$\eta_{\scriptscriptstyle \infty}$	$\dot{\mathcal{E}}_c$	n
0,1375 et 0,04167	0,3373	0,03276	5,4235	0,776

Tableau III.14 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Cross.

Vitesse de cisaillement		M	odèle de (Quemada		
< <i>ἐ</i> <	η_0	$\eta_{\scriptscriptstyle \infty}$	K_0	K_{∞}	$\dot{\mathcal{E}}_c$	p
0,1375 et 0,04167	0,337	0,037	-2	-15	54,29	0,73

Tableau III.15 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Quemada.

Vitesse de cisaillement	Modè	le de Krieg	ger et Dough	erty
< ἐ <	η_0	$\eta_{\scriptscriptstyle \infty}$	$ au_c$	m
0,1375 et 0,04167	0,337	0,03271	0,901	1,141

Tableau III.16 : Valeurs des paramètres rhéologiques pour le modèle de Krieger et Dougherty.

La figure III.17 représente l'évolution de la viscosité apparente en fonction du taux de cisaillement pour les trois modèles et l'expérience.

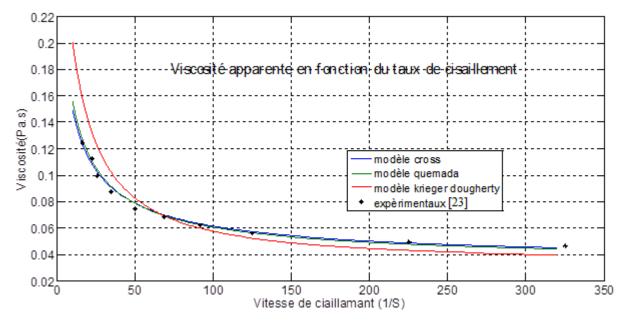


Figure III.17 : Evolution de la viscosité apparente en fonction du taux de cisaillement pour le pétrole brut de la Mer du Nord (Comparaison des trois modèles avec les données expérimentales [24]).

III-10-4- Interprétation du résultat :

On peut remarquer, à partir de la figure III.17, que les modèles de Cross et de Quemada, qui donnent la viscosité en fonction du taux de cisaillement, sont en bonne concordance avec les points expérimentaux par rapport au modèle de Krieger et Dougherty, et pour une grande marge de vitesse de cisaillement.

Chapitre IV: Calcul des caractéristiques dynamiques de l'écoulement du pétrole brut.

IV-1- Cas d'un fluide newtonien :

Pour l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien, lorsque celui-ci sera établi dans une conduite cylindrique supposée infiniment longue (figure IV.1), la vitesse n'a qu'une composante axiale. Il est intéressant de travailler en coordonnées cylindriques (r, θ et z). Le système (IV.1) rassemblant l'équation de continuité et les équations de Navier est donné :

$$\begin{split} \frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial r} - \rho g \frac{\partial h}{\partial r} + \\ \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u_r}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right) \end{split} IV.1 \\ \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \rho g \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \\ \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g \frac{\partial h}{\partial z} + \\ \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u_z}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \end{split}$$

Étant donné que $u_r = u_\theta = 0$ alors tous les termes relatifs à ces deux composants disparaissent. Aussi les termes $\frac{\partial h}{\partial r}, \frac{\partial h}{\partial \theta}$ et $\frac{\partial h}{\partial z}$ sont nuls puisque la conduite est horizontale (h = cste). Enfin, la symétrie

axial de l'écoulement impose $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$. Finalement, le système se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \\ -\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \end{cases}$$

$$[V.2]$$

$$\rho \cdot u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right)$$

L'équation de continuité (première équation de (IV.2) montre que u_Z ne dépend pas de z, ce qui permet de simplifier la dernière équation. Il vient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}_{z}}{\partial z} = 0\\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial r} = 0\\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \theta} = 0\\ \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} = \mu \cdot \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \mathbf{u}_{z}}{\partial r}\right)\right) \end{cases}$$

$$\mathbf{IV.3}$$

Figure IV.1: Section de la conduite cylindrique.

IV-1-1- Profile de pression :

Le système (IV.3) montre que la pression P ne dépend que de Z, $(\frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{\partial P}{\partial r} = 0)$ et que la vitesse axiale u de l'écoulement ne dépend que de r $(\frac{\partial u_r}{\partial z} = 0)$. La dernière équation est donc du type f(Z) = g(r), et ceci quels que soient z et r.

La seule possibilité est que ces deux fonctions soient égales à une même constante. Par conséquent, on peut écrire :

 $\frac{\partial P}{\partial z} = A$, après intégration entre la section d'entrée et la section de sortie du tronçon de conduite considéré, on a :

$$P = \frac{P_S - P_E}{L} \cdot z + P_E = P_E - \frac{(P_E - P_S)}{L} \cdot z$$

$$P = P_E - \frac{\Delta P}{L} \cdot z$$
IV.4

Avec L est la longueur du tronçon, P_E est la pression à l'entrée, P_S est la pression à la sortie et $\Delta P = P_E - P_S$ est la perte de charge du tronçon.

IV-1-2- Profil de vitesse:

Comme A = $-\Delta P/L$, la dernière équation du système (IV.3) devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial u_z}{\partial r}) = -\frac{r}{\mu}\frac{\Delta P}{L}$$
 IV.5

Après l'intégration de cette équation, on obtient :

$$r\frac{\partial u_z}{\partial r} = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta P}{L}\frac{r^2}{2} + c \implies \frac{\partial u_z}{\partial r} = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta P}{L}\frac{r}{2} + \frac{c}{r}$$
 IV.6

D'où:

$$u_z = -\frac{\Delta P}{L} \frac{r^2}{4u} + c.\ln(r) + c'$$
 IV.7

Les deux constantes c et c' sont déterminées par les conditions aux limites, telles que :

- En paroi ($r = R_{conduite}$), u = 0 (condition d'adhérence à la paroi),
- En r = 0, la IV tesse u doit rester finie.

La deuxième condition impose c = 0 et la première donne c'

$$0 = -\frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu} + c' \Rightarrow c' = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu},$$
 IV.8

et l'on déduit l'expression de u en fonction de r :

$$u(r) = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R_{\text{conduite}}^2 - r^2}{4\mu} = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R_{\text{conduite}}^2}{4\mu} (1 - \epsilon^2)$$
IV.9

$$u(r) = U_{max} \cdot (1 - \varepsilon^2)$$
 IV.10

Avec:
$$\varepsilon = r/R$$
 et $U_{max} = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R_{conduite}^2}{4\mu}$ IV.11

IV-1-3- Calcul de la contrainte pariétale:

Restant dans le même régime, le bilan des quantités de mouvement dans la direction z sur le conduit est nul (première équation du système IV.1).

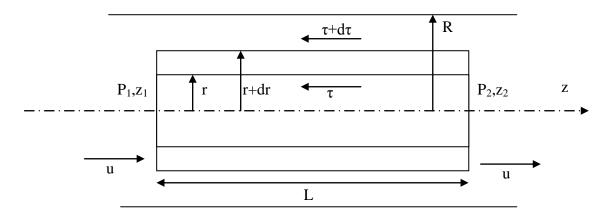


Figure IV.2 : Modélisation de la section de la conduite.

Ce bilan permet d'établir la relation générale :

$$\frac{\tau}{\tau_P} = \frac{r}{R}$$
 IV.12

IV-1-4- Calcul du taux de cisaillement $\dot{\epsilon}$:

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{du}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R_{\text{conduite}}^2 - r^2}{4\mu} \right)$$

$$= -\left[\frac{d}{dr} \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R_{\text{conduite}}^2}{4\mu} - \frac{d}{dr} \cdot \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{r^2}{4\mu} \right] = \frac{\Delta P}{2L} \cdot \frac{r}{\mu}$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta P}{2L} \cdot \frac{r}{\mu}$$
IV.13

On sait que pour un fluide newtonien la contrainte de cisaillement s'exprime :

 $\tau = \mu . \dot{\varepsilon}$, l'équation IV.13 s'écrit alors :

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\Delta P}{I}$$
 IV.14

On a aussi :
$$\frac{\tau}{\tau_p} = \frac{r}{R} \Rightarrow \tau_p = \frac{R}{2} \frac{\Delta P}{L}$$
 IV.15

IV-1-5- Calcul du débit : On peut calculer le débit volumique si on connaît la vitesse et le rayon de la conduite :

$$Q = \int_{0}^{2\pi} \theta d\theta \int_{0}^{R} rudr = 2\pi \frac{\Delta P}{L} \int_{0}^{R} r. \frac{R_{\text{conduite}}^{2} - r^{2}}{4\mu} dr$$

$$Q = \frac{\pi \cdot \Delta P}{2\mu \cdot L} \int_{0}^{R} (R^{2} - r^{2}) \cdot rdr = \frac{\pi \cdot \Delta P}{2\mu \cdot L} \left[R^{2} \int_{0}^{R} rdr - \int_{0}^{R} r^{3} dr \right]$$

$$Q = \frac{\pi}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} R^{4}$$
IV.16

IV-1-6- Calcul de la contrainte de cisaillement τ :

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{du}{dr} \Longrightarrow -du = \int \dot{\varepsilon} dr$$

On a aussi:

$$u = -\dot{\varepsilon}.r + c$$

La constante c est déterminée par la condition aux limites suivante :

• En $r = R_{conduite}$, u = 0 (condition d'adhérence à la paroi),

On trouve alors: $c = \dot{\varepsilon}.R$,

Enfin:
$$u(\dot{\varepsilon}) = \dot{\varepsilon}(R-r)$$

$$Q = \int_{0}^{R} 2\pi r u dr = 2\pi \int_{0}^{R} r \dot{\varepsilon} (R - r) dr$$

$$IV.17$$

$$Q = \frac{\pi}{3} \dot{\varepsilon} R^3$$

L'équation IV.17 donne la relation entre le débit et le taux de cisaillement.

A partir de l'équation IV.16, on peut écrire :

$$\frac{R}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{3} \dot{\varepsilon} \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{3R}{8\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

Sachant que pour un fluide newtonien on a :
$$\dot{\varepsilon} \cdot \mu = \frac{3R}{8} \frac{\Delta P}{L} = \tau$$
 IV.18

Qui est la formule de la contrainte de cisaillement.

On se basant sur l'équation IV.15, et selon l'équation IV.18, on peut déduire l'expression de la contrainte pariétale en fonction de la contrainte de cisaillement, comme suit :

$$\tau_p = \frac{4}{3}\tau$$
 IV.19

IV-1-7- Calcul de la vitesse moyenne u_m : l'expression de la vitesse moyenne sera déduite à partir de la relation du débit.

$$u_{m} = \frac{Q}{\pi R^{2}} = \frac{\frac{\pi}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} R^{4}}{\pi R^{2}}$$

$$IV.20$$

$$u_{m} = \frac{\Delta P}{8\mu L} R^{2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{4\mu L} R^{2} \Rightarrow u_{m} = \frac{1}{2} u_{\text{max}}$$

IV-1-8- Calcul de coefficient du frottement f:

On a:
$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = f \frac{\rho u_m^2}{R} \Rightarrow f = \frac{\Delta P}{\Delta L} \cdot \frac{R}{\rho u_m^2}$$
 IV.21

Mais:
$$u_m = \frac{\Delta P}{8\mu L} R^2$$

Alors:
$$f = \frac{64}{\rho} \cdot \frac{\Delta L}{\Delta P} \cdot \frac{\mu^2}{R^3}$$

Ou bien :
$$f = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta L} \cdot \frac{\pi^2 R^5}{Q^2}$$
 IV.22

IV-2- Cas d'un fluide non-newtonien :

Aboutir à une solution analytique dans le calcul des caractéristiques dynamiques d'un écoulement n'est pas toujours réalisable lorsque le fluide à étudier est un fluide non-newtonien, comme le cas du pétrole brut dans des conditions bien déterminées. Il faut penser alors à l'utilisation des méthodes numériques ou bien des modèles inspirés de l'expérience pour trouver des solutions approchées avec des erreurs acceptables pour résoudre de tels problèmes.

Dans ce qui va suivre, on va passer par les mêmes étapes précédentes pour trouver les mêmes caractéristiques (la contrainte pariétale, la vitesse moyenne, le coefficient du frottement et la vitesse de l'écoulement), en utilisant des modèles qui prennent en compte le caractère non-newtonien en l'occurrence le modèle de Herschel-Bulckley et celui de Bingham.

IV-2-1- Calcul de la contrainte à la paroi :

On se place toujours dans le cadre d'un écoulement laminaire en conduite cylindrique. Les hypothèses suivantes sont toujours vérifiées :

- Il y a adhérence sur les parois de la conduite.
- La vitesse de cisaillement en un point dépend seulement de la contrainte tangentielle en ce point, c'est-à-dire que l'écoulement est géré par une relation du type $\dot{\varepsilon} = f(\tau)$

En utilisant le modèle de Herschel-Bulckley, on peut déduire la relation qui existe entre le taux de cisaillement et la contrainte de cisaillement comme suit :

$$\tau = \tau_c + K\dot{\varepsilon}^n \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \left(\frac{\tau - \tau_c}{K}\right)^{\frac{1}{n}}$$
 IV.23

On cherche à partir de l'équation IV.23, une relation fonctionnelle entre le débit et la contrainte à la paroi. On a la formule qui donne le débit traversant la conduite :

$$Q = \int_{0}^{2\pi} \theta \int_{0}^{R} r \cdot u(r) \cdot dr \cdot d\theta = \pi \int_{0}^{R} 2r \cdot u(r) \cdot dr \Rightarrow Q = \pi \left[r^{2} u(r) \right]_{0}^{R} - \pi \int_{0}^{R} r^{2} \frac{du(r)}{dr} dr$$

$$IV.24$$

$$\frac{\tau}{\tau_{p}} = \frac{r}{R} \Rightarrow d\tau = dr \\
\varepsilon = -\frac{du}{dr}$$

$$\Rightarrow Q = \pi \int_{\tau_{c}}^{\tau_{p}} \left(\frac{\tau}{\tau_{p}}R\right)^{2} \varepsilon \left(\frac{R}{\tau_{p}}d\tau\right)$$
IV.25

On obtient alors la relation de **Rabinowitsch-Mooney** [31]:

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_P^3} \int_{\tau_c}^{\tau_P} \tau^2 \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau$$
 IV.26

D'après l'équation IV.26, on peut constater qu'il y a une relation entre le débit volumique et la contrainte à la paroi, ce qui va nous permettre d'aboutir à une expression qui donne l'une en fonction de l'autre seulement par intégration ou par dérivation.

IV-2-2- Application de la loi de Herschel-Bulkley:

Connaissant la contrainte à la paroi τ_p , on peut calculer le débit volumique du pétrole brut, en utilisant la loi de Herschel-Bulkley qui s'écrit :

$$\tau = \tau_c + k\dot{\varepsilon}^n$$
 IV.27

C'est une loi de puissance à une contrainte de seuil à partir de laquelle le fluide n'est plus cisaillé et se déplace en bloc. n est l'indice de comportement qui caractérise l'imperfection visqueuse de fluide et k est le coefficient de consistance de l'écoulement. Ces deux paramètres sont déjà calculés (l'équation III.7) Pour le pétrole brut, ils ont les valeurs suivantes :

$$n=0,765$$
, $k=0,15$ Pa.s.

On remplace $\dot{\varepsilon}$ par son expression (IV.23) dans l'équation (IV.26), on aboutit à :

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_{\tau_c}^{\tau_p} \tau^2 \cdot \left(\frac{\tau - \tau_c}{K}\right)^{\frac{1}{n}} d\tau$$
 IV.29

Posons: $\tau_m = \tau - \tau_c \Longrightarrow \tau = \tau_m + \tau_c$ et $d\tau = d\tau_m$

Après développement, on trouve :

$$Q = \frac{\pi R^{3}}{\tau_{p}^{3}.K^{\frac{1}{n}}} \left[\frac{n}{3n+1} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{3n+1}{n}} + \frac{2n\tau_{c}}{2n+1} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{2n+1}{n}} + \frac{n}{n+1}.\tau_{c}^{2} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$
 IV.30

L'équation IV.30 nous permet aussi de calculer la contrainte à la paroi τ_p si on a le débit volumique du pétrole et les autres paramètres tels que :

- * Le rayon de la conduite R,
- * L'indice de comportement n (dans notre cas n=0,765),
- * La consistance K (dans notre cas K = 0.15 Pa.s),
- * La contrainte seuil τ_c (dans notre cas τ_c =2.88).

On peut calculer aussi $\frac{\Delta P}{L}$, à partir de l'équation IV.15 :

$$\frac{\Delta P}{I} = \frac{2\tau_P}{R}$$
 IV.31

IV-2-3- Calcul de la vitesse moyenne : à partir de l'équation du débit IV.30, on peut calculer la vitesse moyenne de l'écoulement comme suit :

$$u_{m} = \frac{Q}{\pi R^{2}} = \frac{R}{\tau_{n}^{3}.K^{\frac{1}{n}}} \left[\frac{n}{3n+1} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{3n+1}{n}} + \frac{2n\tau_{c}}{2n+1} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{2n+1}{n}} + \frac{n}{2n+1}.\tau_{c}^{2} \left(\tau_{p} - \tau_{c}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

La figure IV.4 représente la variation de la vitesse moyenne en fonction de la contrainte pariétale.

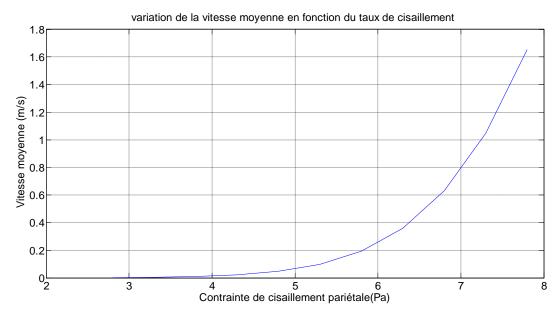


Figure IV.4 : Variation de la vitesse moyenne en fonction de la contrainte pariétale.

D'après la figure IV.4, on peut remarquer que l'augmentation de la vitesse moyenne conduit à une augmentation de la contrainte pariétale.

IV-2-4- Calcul du coefficient de frottement f: Le coefficient de frottement f est établi à partir de la mesure de la perte de charge et est défini par [26]:

$$f = \frac{\Delta P}{\Delta L} \frac{R}{\rho u_m^2}$$

$$f = \frac{\Delta P}{\Delta L} \frac{1}{\rho(\frac{R}{\tau^{-6} \cdot K^{\frac{2}{n}}} \left[\frac{n}{3n+1} (\tau_p - \tau_c)^{\frac{3n+1}{n}} + \frac{2n\tau_c}{2n+1} (\tau_p - \tau_c)^{\frac{2n+1}{n}} + \frac{n}{2n+1} \cdot \tau_c^2 (\tau_p - \tau_c)^{\frac{n+1}{n}} \right]^2}$$
IV.32

IV-2-5- Calcul de la vitesse d'écoulement :

On peut trouver, pour le modèle de Herschel-Bulkley, la relation qui donne le profil de vitesse en fonction du rayon de la conduite, en suivant les étapes suivantes :

A partir des équations (IV.12) et (IV.14), On déduit :

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\Delta P}{L}$$

Par ailleurs, on sait que:

$$\begin{cases} \tau = \tau_c + k.\dot{\varepsilon}^n \\ \dot{\varepsilon} = -\frac{du}{dr} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta P}{2L}.r = \tau_c + k.(-\frac{du}{dr})^n \\ \frac{\Delta P}{2Lk}.r - \frac{\tau_c}{k} = (-\frac{du}{dr})^n \Rightarrow (\frac{\Delta P}{2Lk}.r - \frac{\tau_c}{k})^{\frac{1}{n}} = (-\frac{du}{dr})^n \end{cases}$$

Après intégration de l'équation ci-dessus par rapport à r, on va trouver l'expression suivante :

$$U(r) = \frac{n}{n+1} \left[\left(\frac{\Delta P}{2Lk} R - \frac{\tau c}{k} \right)^{\frac{n+1}{n}} + \left(\frac{\tau c}{k} - \frac{\Delta P}{2Lk} r \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

avec $U(r \rightarrow R)=0$

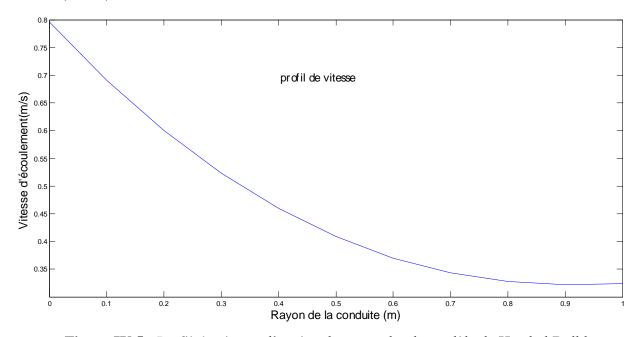


Figure IV.5 : Profil de vitesse d'un écoulement selon le modèle de Hershel Bulkley.

IV-2-6- Application numérique :

IV-2-6-1- Calcul de la contrainte pariétale :

A partir de l'équation IV.30, et connaissant les valeurs suivantes :

- La densité du pétrole brut de ZAREZATAINE est : 0.811,
- Le débit volumique du pétrole au repos Q = 20 l/min,
- Le rayon de la conduite R = 0.1 m,

On trouve : $\tau_p = 0.73 \text{ Pa}$.

IV-2-6-2- Calcul de la perte de charge :

D'après IV.31 on obtient : $\frac{\Delta P}{I}$ = 14.6 Pa/m

IV-3- Application de la loi de BINGHAM [31]: On va suivre presque les mêmes étapes précédentes pour appliquer la loi de BINGHAM, on aboutira à l'expression de débit volumique :

$$Q = \frac{\pi R^3}{K} \left[\left(\frac{\tau_p}{4} - \frac{\tau_c}{3} \right) + \frac{1}{\tau_p^3} \left(\frac{\tau_c^4}{12} \right) \right]$$
III.31

IV-3-1- Calcul de la vitesse moyenne : Procédons de la même manière pour ce modèle, on trouve :

$$u_{m} = \frac{Q}{\pi R^{2}} = \frac{R}{K} \left[\left(\frac{\tau_{p}}{4} - \frac{\tau_{c}}{3} \right) + \frac{1}{\tau_{p}^{3}} \left(\frac{\tau_{c}^{4}}{12} \right) \right]$$
 III.32

IV-3-2- Calcul de la vitesse d'écoulement : Suivant les mêmes démarches précédentes, on trouve, pour le modèle de BINGHAM, la formule qui donne le profil de vitesse (figure IV.6) en fonction du rayon de la conduite, soit :

$$U(r) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\Delta P}{2Lk} R - \frac{\tau c}{k} \right)^2 + \left(\frac{\tau c}{k} - \frac{\Delta P}{2Lk} r \right)^2 \right]$$

avec $U(r \rightarrow R)=0$

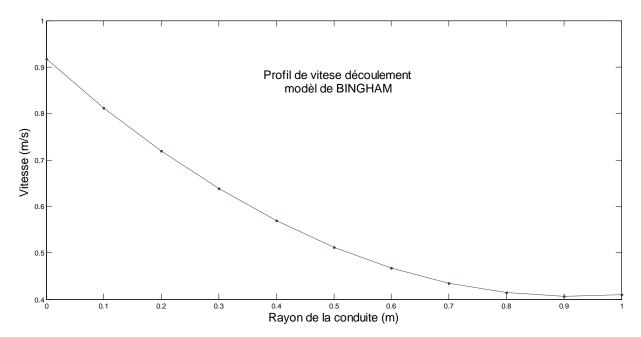


Figure IV.6 : Profil de vitesse d'un écoulement selon le modèle de Bingham.

IV-3-3- Calcul du coefficient de frottement f:

$$f = \frac{\Delta P}{\Delta L} \cdot \frac{1}{\rho \frac{R}{K^2} \left[\left(\frac{\tau_p}{4} - \frac{\tau_c}{3} \right) + \frac{1}{\tau_p^3} \left(\frac{\tau_c^4}{12} \right) \right]^2}$$
III.33

IV-4- Modèle de Phan-Thien et Tanner [13]:

C'est un modèle résultant de la théorie des réseaux, sa forme générale est la suivante :

$$\lambda \left(\frac{\partial \tau_{P}}{\partial t} + u.\nabla \tau_{P} - \nabla u \tau_{P} - \tau_{P} (\nabla u)^{T} \right) + Z(tr(\tau_{P}))\tau_{P} + \frac{\zeta}{2}\lambda(\dot{\varepsilon}\tau_{P} + \tau_{P}\dot{\varepsilon}) = \eta_{P}\dot{\varepsilon}$$
 III.34

Avec deux choix possibles pour la fonction Z:

$$Z(tr(\tau_{_{\mathrm{P}}})) = \begin{vmatrix} 1 + \epsilon \lambda \frac{tr(\tau_{_{\mathrm{P}}})}{\eta_{_{\mathrm{P}}}} \\ \exp(\epsilon \lambda \frac{tr(\tau_{_{\mathrm{P}}})}{\eta_{_{\mathrm{P}}}}) \end{vmatrix}$$

L'avantage de ce modèle est qu'il prend en considération les changements microscopiques produit par l'écoulement.

IV-4-1- Application du modèle dans le calcul de la contrainte de cisaillement et la contrainte à la paroi [31]:

IV-4-1-1- Calcul de la contrainte de cisaillement :

Plusieurs formes et modifications ont été apportées au modèle de Phan-Thien et Tanner pour étudier les fluides non-newtoniens, parmi ces modèles, on va utiliser celle proposée par Amblard A. et Bousaid B.[32] qui s'écrit sous la forme :

$$\lambda_{i,0} \frac{D\tau_{ij}}{Dt} + \sigma_i \left(tr\tau_{ij} \right) \tau_{ij} = 2\eta_m D$$
 III.35

L'équation III.35 est l'équation constitutive du modèle de Phan-Thien et Tanner Modifié (MPTT).

avec :
$$\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} (\tau_{ij}) - \varsigma.(\tau_{ij}) - (\tau_{ij}).\varsigma^t$$
 est la dérivée particulaire le la contrainte de cisaillement, $\varsigma = (L \ \xi.D)$,

D: Tenseur de déformation macroscopique,

L : Tenseur gradient de vitesse de l'écoulement global,

$$i = 1$$
 , 3 et $j = 1$, 3,

 $\eta_{\scriptscriptstyle m}$: viscosité du fluide selon la loi de Krieger et Dougherty,

 $\lambda_{i,0}$: Temps de relaxation du fluide à l'équilibre.

Pour aboutir à l'équation de la contrainte à la paroi, il faut réécrire la formule qui donne le profil de vitesse. Dans notre étude, on va choisir celle proposée par Krieger et Dougherty qui, après les modifications apportées par Merième Ben-ziane, s'écrit comme suit [31] :

$$u_{m}(r) = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{4\eta_{\infty}} \left(R^{2} - r^{2}\right) + \left[\frac{a^{\frac{1}{3}}A}{2\eta_{\infty}} - \frac{|\tau_{c}|}{\eta_{\infty}}\right] \left(r - R\right) + \left[\frac{|\tau_{c}|A}{\eta_{\infty}} - \frac{a^{\frac{1}{3}}A^{2}}{2\eta_{\infty}}\right] \ln \left[\frac{r + A}{A + R}\right]$$

Avec:
$$A = \frac{2\eta_0 |\tau_c|}{a \eta_\infty}$$

$$a = \frac{\Delta P}{I}$$
: la perte de pression.

A partir de ce profil, en se basant sur le modèle MPTT, on peut calculer L, ς et D.

♣ Calcul du tenseur gradient de vitesse de l'écoulement global L : Ce tenseur s'écrit :

$$L_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$(i, j): 1 \rightarrow 3$$

Chapitre IV : Calcul des caractéristiques dynamiques de l'écoulement du pétrole brut.

En coordonnées cylindriques et par projection sur les axes, on trouve :

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{\partial u_r}{\partial \theta} & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{\partial u_z}{\partial \theta} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \Rightarrow L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ F & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(IV.36)

Avec
$$F = \frac{-\frac{a r}{2} \left[\left(\frac{a r}{2} \right) + \left(\tau_c \right) \right]}{\left[\left(\tau_c \right) \eta_0 + \eta_\infty \left(\frac{a r}{2} \right) \right]}$$

♣ Calcul du tenseur de déformation macroscopique D : Il est donné par la relation suivante :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Rightarrow D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial \theta} & \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} & \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} & \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Alors:
$$D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & F \\ 0 & 0 & 0 \\ F & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (IV.37)

 \blacksquare Calcul du tenseur gradient de vitesse de l'écoulement local ς : on a :

$$\varsigma = (L \ \xi.D) \Rightarrow \varsigma = \begin{bmatrix}
0 & 0 & -\frac{\zeta}{2}F \\
0 & 0 & 0 \\
F\left(1 - \frac{\zeta}{2}\right) & 0 & 0
\end{bmatrix}$$
(IV.38)

 \bot Calcul de la somme $\varsigma(\tau_i) + (\tau_i) \cdot \varsigma^t$:

On a:

$$\tau_{i} = \begin{bmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \tau_{\theta \theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{rr} & 0 & \tau_{rz} \\ 0 & \tau_{\theta \theta} & 0 \\ \tau_{zr} & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix} \tag{IV.39}$$

$$\varsigma(\tau_{i}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\zeta}{2}F \\ 0 & 0 & 0 \\ -F\left(\frac{\zeta}{2}-1\right) & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tau_{rr} & 0 & \tau_{rz} \\ 0 & \tau_{\theta\theta} & 0 \\ \tau_{rz} & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \varsigma(\tau_{i}) = \begin{vmatrix} -\frac{\zeta}{2}F & \tau_{zr} & 0 & -\frac{\zeta}{2}F & \tau_{zz} \\ 0 & 0 & 0 \\ -F\left(\frac{\zeta}{2}-1\right) & \tau_{rr} & 0 & -F\left(\frac{\zeta}{2}-1\right) & \tau_{rz} \end{vmatrix}$$
 (IV.40)

$$\Rightarrow (\tau_{i})\zeta^{t} = \begin{bmatrix} -\frac{\zeta}{2}F & \tau_{zr} & 0 & -F\left(\frac{\zeta}{2}-1\right) & \tau_{rr} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\zeta}{2}F & \tau_{zz} & 0 & -F\left(\frac{\zeta}{2}-1\right) & \tau_{rz} \end{bmatrix}$$
(IV.41)

Enfin:

$$\varsigma.(\tau_{i}) + (\tau_{i})\varsigma^{t} = \begin{bmatrix}
-\zeta F \, \tau_{zr} & 0 & -F\left(\frac{\zeta}{2}\tau_{zz} + \left(\frac{\zeta}{2} - 1\right)\tau_{rr}\right) \\
0 & 0 & 0 \\
-F\left(\frac{\zeta}{2}\tau_{zz} + \left(\frac{\zeta}{2} - 1\right)\tau_{rr}\right) & 0 & -2F\left(\frac{\zeta}{2} - 1\right)\tau_{rz}
\end{bmatrix} \tag{IV. 42}$$

Par projection sur les trois axes, le modèle MPTT prend la forme suivante :

$$\begin{cases}
sur(rr) \Rightarrow \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial t} = -\frac{\sigma_{i}}{\lambda_{i,0}} \tau_{rr} - F \zeta . \tau_{rz} \\
sur(rz) \Rightarrow \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} = -\frac{\sigma_{i}}{\lambda_{i,0}} \tau_{rz} - F \left[\xi . \tau_{zz} + (\xi - 2) . \tau_{rr} \right] + 2 \frac{\eta_{m}}{\lambda_{i,0}} F \\
sur(zz) \Rightarrow \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = -\frac{\sigma_{i}}{\lambda_{i,0}} . \tau_{zz} - F (\xi - 2) \tau_{rz}
\end{cases}$$
(IV.43)

Avec
$$\sigma_i = exp\left(\in \frac{tr(\tau_i)}{G_{i,0}} \right)$$

- La condition initiale étant $\tau_{ii}(t=0)=0$.
- $G_{i,0}$ est le module de cisaillement du pétrole brut, $G_{i,0} = 100$.
- R est le rayon de la conduite = 0.5 m.

Le système d'équation(IV.43) est un système d'équations différentielles à dérivées partielles, avec une seule variable qui est la contrainte de cisaillement. On peut le résoudre en utilisant un programme sur le langage MATLAB. Le programme donne l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du rayon et en fonction du temps de la conduite.

Les figures IV.7, IV.8 et IV. 9 donnent le profil de la contrainte de cisaillement en fonction du rayon suivant les trois axes

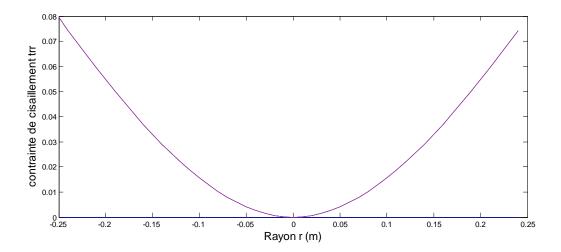


Figure IV.7 : Profil de la contrainte de cisaillement τ_{rr} en fonction du rayon.

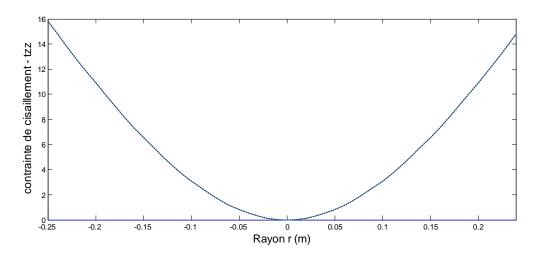


Figure IV.8 : Profil de la contrainte de cisaillement τ_{zz} en fonction du rayon.

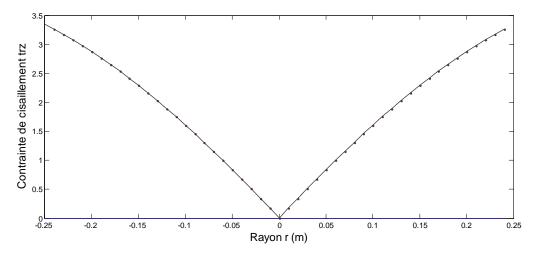


Figure IV.9 : Profil de la contrainte de cisaillement τ_{rz} en fonction du rayon.

Pour voir l'évolution de la contrainte en fonction du rayon, on va changer le rayon et faire le calcul de la contrainte après chaque changement.

Les résultats sont sur les figures IV.10 à IV.15.

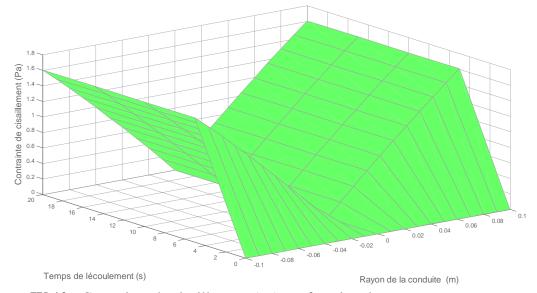


Figure IV.10 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r = 0.1 m.

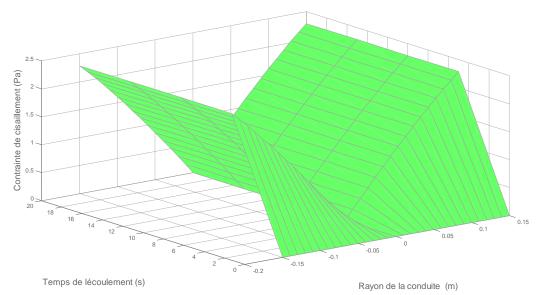


Figure IV.11 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r = 0.15 m.

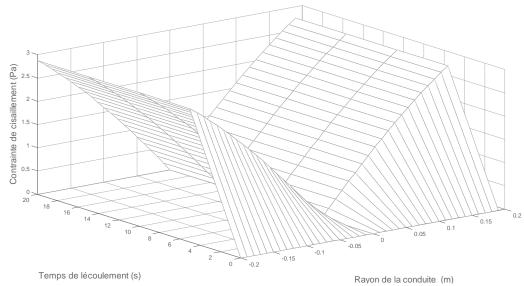


Figure IV.12 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r=0.2 m.

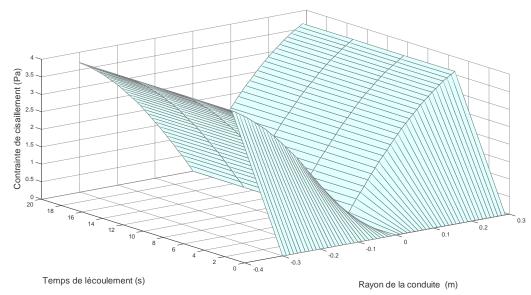


Figure IV.13 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r=0.3 m.

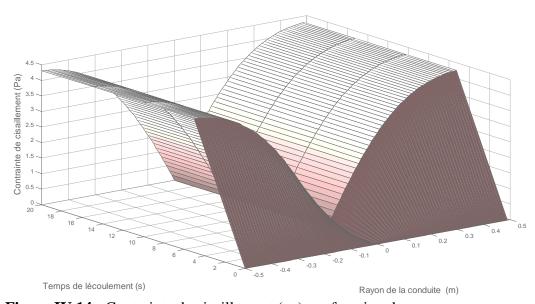


Figure IV.14 : Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r=0.5 m.

Chapitre IV : Calcul des caractéristiques dynamiques de l'écoulement du pétrole brut.

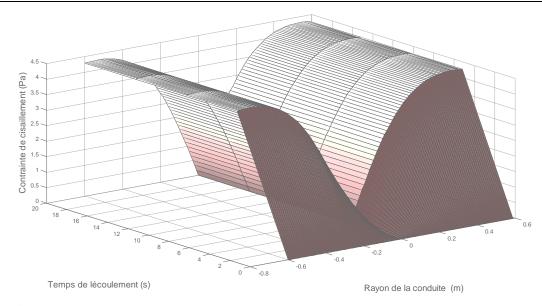


Figure IV.15 :: Contrainte de cisaillement (τ_{rz}) en fonction du temps pour un rayon r = 0.6 m.

IV-4-1-2- Interprétations des résultats :

Les figures IV.8 et IV.9 montrent que la contrainte de cisaillement agit au sens inverse de l'écoulement, c'est à dire suivant l'axe (zz) est plus grandes que celles agissants suivant les autres axes,

On remarque aussi, d'après les figures IV.10, IV.11, IV.12, IV.13, IV.14 et IV.15, que la contrainte de cisaillement change d'une manière proportionnelle avec le rayon de la conduite. Cette proportionnalité est due au changement du débit volumique qui traverse la conduite. La symétrie de la conception de la conduite impose une même valeur de la contrainte de cisaillement du centre jusqu'à la paroi, mais elle est maximale au niveau de la paroi à cause du contact direct qui existe entre le fluide et la paroi.

IV-5- Conclusion:

L'utilisation du modèle de Phan-Thien et de Tanner modifié reste parmi les meilleurs choix surtout pour les fluides non-newtonien, parce qu'il tient compte des paramètres micromacroscopiques.

Conclusion générale et perspectives.

Conclusion générale et perspectives.

Ce mémoire nous à permis de bien comprendre le comportement rhéologique d'un type de fluide très fréquent dans l'industrie de nos jours, il s'agit du fluide non-newtonien et précisément le pétrole brut qui constitue le cœur de cette industrie.

L'objectif de ce travail était de trouver les modèles numériiques ou empiriques qui existent dans la littérature, afin de bien modéliser le comportement rhéologique du pétrole brut.

On a pu appliquer quelques modèles qui reflètent le comportement de ce dernier, tels que le modèle de Hershel Bulkley, le modèle de Bingham et celui d'Ostwald qui tiennent compte les paramètres mécaniques ; le modèle de Cross, le modèle de Krieger et Dougherty et le modèle de Quemada qui tiennent compte de la structure et la concentration en volume de la phase dispersée pour bien étudier les émulsions contenants dans le pétrole brut ; enfin, une étude de ce fluide en utilisant le modèle de Phan-Thien et Tanner modifié qui fait partie des modèles microscopiques.

Le résultat obtenu grâce à l'application de ces modèles est en bonne concordance avec ceux de l'expérience.

La complexité majeure de ce genre d'études réside essentiellement dans la multitude des fluides non-newtoniens qui existent sous plusieurs formes, du point de vue structurel et dimensionnel. Cette différence microscopique et macroscopique nous oblige de recourir chaque fois à l'expérience en vue de sa validation.

Il est élucidé que quelque soit la méthode employée pour calculer les caractéristiques d'un écoulement de fluide, la connaissance partielle ou complète de la loi de comportement est au cœur de la modélisation du phénomène.

Les résultats expérimentaux servent de bases de données pour valider un ou plusieurs modèles de la littérature. L'inexistence de laboratoires ou la difficulté d'accès à ces laboratoires constitue un obstacle pour élaborer ce genre de travail et pour proposer de nouveaux modèles et de nouvelles lois qui permettent de décrire le comportement du pétrole brut sur des gammes de taux de cisaillement plus étendues, et qui tiennent compte de la température et de la pression.

Perspectives:

Le domaine de la rhéologie des matériaux est très vaste, il reste plusieurs points à éclairer notamment ceux qui concernent les fluides à comportement non-newtonien.

Cette étude peut être une base pour d'autres chercheurs qui souhaitent traiter les problèmes suivants :

Conclusion générale et perspectives.

- Le transfert de masse et l'influence des particules loin de la paroi sur celles qui sont en contact avec elle, dans les études des émulsions.
- Le comportement rhéologique des fluides lors du passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulence.
- L'élaboration d'un code de calcul valable pour plusieurs types de pétrole brut, qui prend en considération l'influence de la température et de la pression sur le comportement rhéologique du pétrole brut.

Annexes

Annexes

Annexe n° 01: Le programme qui calcul les caractéristiques rhéologiques du pétrole brut. Language: FORTRAN 90.

01- Pour HERSCHEL BULCKLEY

dimension t(10),ep(10)	write(*,*)'la somme de tau',s,'la
real a,b,c,m,s,t,ep,con,tc	somme de tau au carré',h
m=1	write(*,*)'la somme de
n=10	epsilon puissance m',g
t(1)=5.6	write(*,*)'la somme de
t(2)=8	tau*epsilon puissance m',f
t(3)=9.8	write(*,*)'la somme de
t(4)=11.5	epsilon puissance 2m',l
t(5)=13.1	con=(f-(s*g)/10)/((1)-
t(6)=14.7	((g**2)/10))
t(7)=16	write(*,*)'**pour une valeur
t(8)=17.4	de m =',m
t(9)=18.7	write(*,*)'**la consistance k
t(10)=20	=',con
do i=1,10	tc=(s-(con*g))/10
ep(i)=i*50	write(*,*)'**la contrainte
write(*,*)ep(i)	seuil tc=',tc
enddo	A=0
s=0	b=0
h=0	do i=1,n
g=0	a = a + (tc*s + con*f)/10
f=0	b=b+((n*tc**2)+(con**2)*1
1=0	+(2*tc*con*g))/10
do i=1,n	enddo
s=s+(t(i))	c = (2*a)-(b+h)
h=h+(t(i))**2	write(*,*)'**a=',a,'**b=',b,'*
g=g+(ep(i))**m	*la différence c=',c
f=f+(t(i))*(ep(i))**m	stop
l=l+(ep(i))**(2*m)	end
enddo	

Annexes

02- Pour BINGHAM

dimension t(10),ep(10) real a,b,c,m,s,t,ep,con,tc m=1 n=10 t(1)=5.6 t(2)=8 t(3)=9.8 t(4)=11.5 t(5)=13.1 t(6)=14.7 t(7)=16 t(8)=17.4 t(9)=18.7 t(10)=20 do i=1,10 ep(i)=i*50 m*ite(*,*)* la somme de tau au carré',h write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',g write(*,*)* la somme de tau au carré',h write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',g write(*,*)* la somme de tau au carré',h write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',g write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',f write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',g write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',f write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',f write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',f write(*,*)* la somme de epsilon puissance m',g write(*,*)* la somme de tau au carré',h write(*,*)* la somme de
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
n=10 t(1)=5.6 write(*,*)'la somme de t(2)=8 t(3)=9.8 write(*,*)'la somme de t(4)=11.5 t(5)=13.1 t(6)=14.7 t(7)=16 t(8)=17.4 t(9)=18.7 t(10)=20 do i=1,10 epsilon puissance m',g write(*,*)'la somme de epsilon puissance 2m',l con=(f-(s*g)/10)/((l)- ((g**2)/10)) write(*,*)'**pour une valeu de m = ',m write(*,*)'**la consistance =',con tc=(s-(con*g))/10 write(*,*)'**la contrainte seuil tc=',tc enddo s=0 h=0 do i=1,n
$ t(1)=5.6 & write(*,*)'la somme de \\ t(2)=8 & tau*epsilon puissance m',f \\ write(*,*)'la somme de \\ t(3)=9.8 & write(*,*)'la somme de \\ t(4)=11.5 & epsilon puissance 2m',l \\ t(5)=13.1 & con=(f-(s*g)/10)/((l)-(g**2)/10)) \\ t(6)=14.7 & ((g**2)/10)) & write(*,*)'**pour une valeu \\ t(8)=17.4 & de m=',m \\ t(9)=18.7 & write(*,*)'**la consistance \\ t(10)=20 & =',con \\ do i=1,10 & write(*,*)'**la contrainte \\ write(*,*)ep(i) & seuil tc=',tc \\ write(*,*)ep(i) & seuil tc=',tc \\ enddo & s=0 & b=0 \\ h=0 & do i=1,n \\ \end{cases} $
t(2)=8 $tau*epsilon puissance m',f$ $t(3)=9.8$ $write(*,*)'la somme de$ $t(4)=11.5$ $epsilon puissance 2m',l$ $t(5)=13.1$ $con=(f-(s*g)/10)/((1)-(g*2)/10))$ $t(7)=16$ $write(*,*)'**pour une valeut t(8)=17.4 de m=',m t(9)=18.7 write(*,*)'**la consistance t(10)=20 tc=(s-(con*g))/10 do i=1,10 write(*,*)'**la contrainte write(*,*)ep(i) seuil tc=',tc a=0 b=0 b=0 do i=1,n $
$t(3)=9.8 & write(*,*)'la somme de \\ t(4)=11.5 & epsilon puissance 2m',l \\ t(5)=13.1 & con=(f-(s*g)/10)/((l)-t(6)=14.7) & write(*,*)'**pour une valeu \\ t(8)=17.4 & de m=',m \\ t(9)=18.7 & write(*,*)'**la consistance \\ t(10)=20 & =',con \\ do i=1,10 & tc=(s-(con*g))/10 \\ ep(i)=i*50 & write(*,*)'**la contrainte \\ write(*,*)ep(i) & seuil tc=',tc \\ enddo & s=0 \\ h=0 & do i=1,n \\ \end{cases}$
$t(4)=11.5 \qquad epsilon puissance 2m',1 \\ t(5)=13.1 \qquad con=(f-(s*g)/10)/((1)-t(6)=14.7 \qquad ((g**2)/10)) \\ t(7)=16 \qquad write(*,*)'**pour une valeu to t(8)=17.4 \qquad de m=',m \\ t(9)=18.7 \qquad write(*,*)'**la consistance t(10)=20 \qquad =',con \\ do i=1,10 \qquad tc=(s-(con*g))/10 \\ ep(i)=i*50 \qquad write(*,*)'**la contrainte write(*,*)'ep(i) \qquad seuil tc=',tc \\ enddo \\ s=0 \qquad b=0 \\ h=0 \qquad do i=1,n$
$t(5)=13.1 \\ t(6)=14.7 \\ t(7)=16 \\ t(8)=17.4 \\ t(9)=18.7 \\ t(10)=20 \\ do i=1,10 \\ ep(i)=i*50 \\ write(*,*)ep(i) \\ enddo \\ s=0 \\ h=0 \\ con=(f-(s*g)/10)/((l)-(g**2)/10)) \\ write(*,*)'**pour une valeu \\ de m =',m \\ write(*,*)'**la consistance \\ =',con \\ tc=(s-(con*g))/10 \\ write(*,*)'**la contrainte \\ seuil tc=',tc \\ A=0 \\ b=0 \\ do i=1,n \\ do i=1,n \\$
t(6)=14.7 $t(7)=16$ $write(*,*)'**pour une valeus t(8)=17.4$ $t(9)=18.7$ $write(*,*)'**la consistance t(10)=20 tc=(s-(con*g))/10 tc=(s-(con*$
$t(7)=16 \qquad \qquad \text{write}(*,*)'**pour une valeus to test test$
$\begin{array}{lll} t(8) \! = \! 17.4 & \text{de m =',m} \\ t(9) \! = \! 18.7 & \text{write}(*,*)'** \text{la consistance} \\ t(10) \! = \! 20 & \text{=',con} \\ \text{do i=1,10} & \text{tc=}(\text{s-}(\text{con*g}))/10 \\ \text{ep}(i) \! = \! i \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \! \!$
t(9)=18.7
t(10)=20 =',con $do i=1,10$ $tc=(s-(con*g))/10$ $ep(i)=i*50$ $write(*,*)'**la contrainte$ $write(*,*)ep(i)$ $seuil tc=',tc$ $enddo$ $A=0$ $s=0$ $b=0$ $h=0$ $do i=1,n$
ep(i)=i*50 $\text{write}(*,*)^{\text{!**la contrainte}}$ write(*,*)ep(i) seuil tc=',tc enddo A=0 s=0 b=0 h=0 do i=1,n
ep(i)=1-30 write(*,*)ep(i) enddo s=0 h=0 seuil tc=',tc A=0 b=0 do i=1,n
enddo $A=0$ s=0 $b=0h=0$ do $i=1,n$
enddo $A=0$ $s=0$ $b=0$ $do i=1,n$
h=0 do $i=1,n$
11-0
/ · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
g=0 $a = a + (tc*s + con*f)/10$
b=b+((n*tc**2)+(con**2)*
l=0 +(2*tc*con*g))/10
do i=1,n enddo
s=s+(t(i)) $c=(2*a)-(b+h)$
h=h+(t(i))**2 write(*,*)'**a=',a,'**b=',b,'*
g=g+(ep(i))**m *la différence c=',c
f=f+(t(i))*(ep(i))**m stop
l=l+(ep(i))**(2*m) end
enddo

Références bibliographiques

- [1] Rhéologie et formulation, L'encyclopédie libre,
- Site Internet: wikipedia.org/wiki/Rhéologie.
- [2] Merzak Damou, Mécanique des fluides, l'office des publications universitaires à Alger (1996).
- [3] Helenon Fabrice, Modélisation de l'interface lopin/outils mord des procédés de matriçage, INSA LYON (2003).
- [4] Jean Louis Fanchon, Guide de mécanique. Sciences et technologies industrielles (2001).
- [5] Saeed M. Al-Zahrani et Tariq F. Al-Fariss, A general model for the viscosity of waxy oils, Chemical Engineering and Processing (1998), 37 433-437.
- Chemical Engineering Department, King Saud University, Riyadh 11421, Saudi Arabia.
- [6] A. Bensakhria1, Y. Peysson2 et G. Antonini, Experimental Study of the Pipeline Lubrication for Heavy Oil Transport. Oil & Gas Science and Technology Rev. IFP (2004), Vol. 59, No. 5, pp. 523-533.
- [7] I.M. EL-GAMAL and E.A.M. GAD, Low temperature rheological behavior of Umbarka waxy crude and influence of flow improver, Institut Français du Pétrole (1997).
- [8] Jean-Christophe BAUDEZ, Rhéologie et physico-chimie des boues résiduaires pâteuses pour l'étude du stockage et de l'épandage, l'Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts (2001).
- [9] Demasles Hélène, Etude de transfert de chaleur d'un fluide frigoporteur diphasique à changement de phase liquide-solide dans un échan, INSA CEN- Lyon, France (2003).
- [10] Denis Rodrigué, Dynamique de particules en milieu non newtonien, Sherbrooke (Québec), Canada (1996).
- [11] Sébastien Teychené, Maîtrise du polymorphisme dans les procèdes de cristallisation de produits d'intérêts pharmaceutiques : Application a la cristallisation de l'Eflucimibe, l'Institut National Polytechnique de Toulouse (2004)
- [12] Pr.Walter H GRAF en collaboration avec M.S.ALTINAKAR, Hydrodynamique, Ecole Polytechnique Fédérale de LAUSANNE (1991).
- **13] -** Tony LELIEVRE, Modèles multi-échelles pour les fluides viscoélastiques, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (2004).
- [14] Rhéologie, Site Internet: www.educnet.education.fr/rnchimie
- [15] Philippe Coussot ; Jean Louis Grossiord, Comprendre la rhéologie. De la circulation du sang à la prise du béton, Edition EDP Sciences 221p (2001).
- [16] Suzanne Giasson, la rhéologie, Université de Montréal (2003).
- [17] Vincent Labiausse, Rhéologie non linéaire des mousses aqueuses, de l'Université de Marne-la-Vallée (2004).
- [18] Challot Pierre, The second normal stress difference for some mobile elastic liquids, Rapport de stage d'option scientifique, University of Wales, Aberystwyth. SY 23 3BZ (2002). Royaume-Uni

- [19] Aurélien Leon, Rhéologie des fluides complexes. Transitions de texture et de phases induites par le cisaillement : phases lamellaires et éponges de surfactant, l'Université Pierre et Marie Curie -PARIS VI (2001).
- [20] Elisabeth Guazzelli, Rhéologie des fluides complexes, université de Provence-polythèque, Marseille (2001)
- [21] -Claude Verdier, Cours de viscoélasticité, CNRS Université Joseph Fourier (Grenoble I) (2002).
- [22] G. Couarraze et J. L. Grossiord, Initiation à la rhéologie, technique et documentation. Université de Lavoisier, Paris XI (1991).
- [23] Florence Yziquel, Etude du comportement rhéologique de suspensions colloïdales, Université de Montréal (1998)
- [24] KANE. M, DJABOUROV. M. Rheology and structure of waxy crude oils in quiescent and under shearing conditions, Article de Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes, France (2004).
- [25] Barry, E. G, Pumping Non-Newtonian Waxy Crude Oils. J. Inst. Pet. (1971).
- [26] Madjid Meriem-Benziane; Benyebka Bou-Saïd, Determination of friction factor of Algerian crude oil during flow in pipe-lines (2013).
- [27] Lionel Flesinski, Étude de la stabilité des émulsions et de la rhéologie interfaciale des systèmes pétrole brut/eau : influence des asphaltènes et des acides naphténiques, Académie de Bordeaux, France (2011).
- [28] Makria A. Comportement rhéologique des émulsions concentrées de pétrole brut lourd dans l'eau, Rapport de recherche, Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées, No.194, (1984)
- [29] Kaouther Ben Azouz Ahmed, Relations entre propriétés rhéologiques et structure microscopique de dispersions de particules d'argile dans des solutions de polymères, Université de Haute Alsace (2010).
- [30] Sébastien PONCET, Initiation à la rhéologie, Groupe MECAFLU-GTE-2A sur l'ENT, IUT Génie Thermique et Energie Marseille (2013).
- [31] Madjid MERIEM BEN-ZIANE, Étude des effets non-newtoniens du pétrole brut sur l'interaction fluide paroi en régime instationnaire, Université HASSIBA BEN BOUALI de Chlef (2008)
- [32] Amblard A., Bousaïd B. Modelling of the blood flow in an aorta: an attempt. The MPTT and Modified MPTT models. Tribology and Interface Engineering Series 2005, Vol. 48, pp. 381-387.