

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة حسيبة بن بوعلي - الشلف
Université Hassiba Ben Bouali -CHLEF-
كلية التكنولوجيا
Faculté de technologie
قسم الكهرياء التقنية
Département d'Electrotechnique



MEMOIRE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MAGISTER
EN GENIE ELECTRIQUE

Option : Entraînement des systèmes électriques

Présenté par : KHATI Azzedine
Ingénieur d'état en électrotechnique

Thème

Commande de Moteur Electrique en Vue d'une Application Robotique

Jury :

<i>Pr. BELMADANI .B</i>	<i>Professeur à l'UHBC</i>	<i>Président</i>
<i>Pr. TADJINE .M</i>	<i>Professeur à l'ENP</i>	<i>Encadreur</i>
<i>Pr. BOUCHRIT .M.S</i>	<i>Professeur à l'ENP</i>	<i>Examineur</i>
<i>Dr. TALEB .R</i>	<i>Maitre de conférence à l'UHBC</i>	<i>Examineur</i>
<i>Dr. ZEGGAOUI .M</i>	<i>Maitre de conférence à l'UHBC</i>	<i>Examineur</i>

Dédicaces

A l'esprit de ma très chère grand-mère « rahímaña ALLAH »

A mes très chers parents

A ma très chère sœur

A mon très cher fils "Amír Abdelmalík"

Je dédie ce mémoire

Remerciements

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur TADJINE M, professeur au département génie électrique de ENP. Je le remercie très sincèrement pour son soutien ainsi que la confiance qu'il a manifesté à mon égard, et pour la patience inouïe qu'il m'a témoignée tout au long de l'élaboration de ce travail, ses conseils judicieux, sa disponibilité et ses encouragements m'ont beaucoup aidé pour l'aboutissement de ces travaux.

Je remercie très sincèrement Monsieur BELMADANI B, Professeur au département d'électrotechnique de l'université Hassiba Benbouali de Chlef, d'avoir accepté de me fait le grand honneur de présider le jury d'examen de ma thèse.

Mes vifs remerciements vont aussi à monsieur BOUCHERIT M.S, professeur au département génie électrique de ENP, pour avoir accepté d'examiner ce travail en me faisant l'honneur de participer à ce jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur TALEB R, Maître de Conférences au département d'électronique de l'université Hassiba Benbouali de Chlef, d'avoir accepté d'examiner mon mémoire avec attention.

Je remercie Monsieur ZEGGAOUI M, Maître de Conférences au département d'électronique de l'université Hassiba Benbouali de Chlef, de m'avoir honoré par sa présence.

Je tiens à remercier tous administrateurs et enseignants du département d'électrotechniques, notamment le chef département Monsieur ALOUACHE H, pour son soutien et ses encouragements pendant toute la période d'études de magistère.

Enfin dans le souci de n'oublier personne, que tous ceux qui m'ont aidée, de près ou de loï,-parmi eux Monsieur HADHRI M-, que se soit par leur amitié, leurs conseils ou leur soutien moral et matériel trouvent dans ces quelques aimables et sincères mots l'expression de ma profonde gratitude.

ملخص

في مجال الروبوتات، المحركات الكهربائية هي المحركات المفضلة، وهذا راجع إلى مرونتها و أدائها، في هذا العمل نركز على دراسة عدد معين من المحركات الكهربائية المدرجة ضمن سلسلة روبوتية. هذه الدراسة مخصصة لمحرك التيار المستمر و المحرك اللاتزامني داخل روبوت معالج (ذراع آلي) ذو درجتين للحرية. حيث وبعد نمذجة المجموعة المتكونة من الروبوت مع الآلات الكهربائية وإنشاء خوارزميات التحكم، نقوم بتمثيل التحكم الخاص بالروبوت. وبعد الحصول على نتائج التمثيلية نقوم بمقارنة طفيفة بين قدرة ومثانة مختلف قوانين الرقابة المقترحة.

كلمات البحث: الذراع الآلي، درجة الحرية، محرك التيار المستمر، المحرك اللاتزامني، خوارزمية التحكم، التحكم بانزلاق الوضع، التحكم الشعاعي، التحكم المنفصل اللاخطي، تحكم باكستيبينغ، نظرية يابونوف.

Résumé

Dans le domaine de la robotique, les moteurs électriques sont les actionneurs privilégiés. Ceci est dû à leur flexibilité et de leur rendement. Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude d'un certain nombre de moteurs électriques insérés dans une chaîne robotisée. L'étude sera faite notamment pour le moteur DC et le moteur asynchrone dans un robot manipulateur à deux degrés de liberté. Ainsi, après une modélisation de l'ensemble robot doté des machines, et l'élaboration des algorithmes de commande, nous simulons la commande de ce robot. Après avoir obtenus les résultats de simulation, on fait une petite comparaison entre les capacités et la robustesse des différentes lois de commande proposées.

Mots clés: robotique, bras manipulateur, moteur DC, moteur asynchrone, degrés de liberté, algorithmes de commande, commande par mode glissant, commande vectorielle, commande découplées non linéaire, commande Backstepping, théorie de Lyapunov.

Abstract

In the Field of robotic, electric motors are privileged actuators, this is due to their flexibility and their performance made, In this work, we are interested in the study of a number of electric motors inserted into a robotic chain, The study will be made especially for the DC motor and asynchronous motor in a manipulator robot with two degrees of freedom. Thus, after a modeling of the whole robot with machine, and the development of control algorithms, we simulate the control of the robot. After obtaining the simulation results, we do a little comparison between the capabilities and robustness of differential control laws proposed.

Keywords: robotic, DC motor, asynchronous motor, degrees of freedom, control algorithms, sliding mode control, Vector control, Nonlinear decoupled control, Backstepping control, Lyapunov .

TABLE DE MATIERE

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre 1 : Modélisation de robot manipulateur et de ses actionneurs électrique

I.1. Modélisation de robot manipulateur	5
I.1.1. Introduction.....	5
I.1.2. Structure mécanique et géométrique des robots	5
I.1.2.1. Structure mécanique.....	5
I.1.2.2. Structure géométrique	6
I.1.3. Modèle géométrique.....	8
I.1.3.1. Modèle géométrique direct	8
I.1.3.2. Modèle géométrique inverse.....	8
I.1.4. Modèle cinématique	9
I.1.4.1. Modèle cinématique direct.....	9
I.1.4.2. Modèle cinématique inverse	9
I.1.4.2.1. Méthodes d'optimisation cinématique	9
I.1.4.2.2. Méthodes d'optimisation dynamique	10
I.1.5. Modèle dynamique	11
I.1.5.1. Modèle dynamique inverse	11
I.1.5.1.1. Formalisme de Lagrange.....	11
I.1.5.1.2. Formalisme de Newton-Euler	13
I.1.5.2. Modèle dynamique direct	15
I.1.5.3. Comparaison entre les deux formalismes.....	15
I.1.6. Paramétrisation du modèle dynamique.....	16
I.1.7. Application au robot PUMA à 2ddl.....	16
I.1.8. Résultat de simulation	16
I.2. Modélisation de moteur à courant continu	17
I.2.1. Introduction.....	17
I.2.2. Equations de la machine à courant continu	18
I.2.3. Transformées de Laplace.....	19
I.2.4. Résultat de simulation	20
I.3. Modélisation de moteur asynchrone	21

I.3.1.	Introduction.....	21
I.3.2.	Hypothèses simplificatrices.....	21
I.3.3.	Conventions	21
I.3.4.	Modèle triphasé de la machine asynchrone	22
I.3.4.1.	Equations électriques de la machine asynchrone	22
I.3.4.2.	Equations mécaniques de la machine asynchrone.....	23
I.3.5.	Transformation de Park	23
I.3.6.	Modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park	25
I.3.7.	Modèle d'état de MAS	26
I.3.8.	Résultat de simulation.....	26
I.4.	Conclusion	28

Chapitre2 : Commande par modes glissants de machine à courant continu

II.1.	Introduction.....	29
II.2.	Théorie de la commande par modes glissants	30
II.2.1.	Systèmes à structure variable.....	30
II.2.2.	Conception de la commande par modes glissants	31
II.2.2.1.	Choix de la surface de glissement.....	31
II.2.2.2.	Conditions de convergence et d'existence	32
II.2.2.3.	Détermination de la loi de commande.....	33
II.2.2.4.	Élimination du phénomène de Chattering par la fonction de saturation	36
II.3.	Application de la commande par modes glissants à la MCC	38
II.3.1.	Rappel du modèle de la MCC.....	38
II.3.2.	Stratégie de réglage	38
II.3.2.1.	Surface de régulation de couple	38
II.3.3.	Résultat de simulation	40
II.4.	Conclusion	41

Chapitre3 : Commande vectorielle de la machine asynchrone

III.1.	Introduction.....	42
III.2.	Théorie de la commande vectorielle de la MAS.....	43
III.2.1.	Modèle de la machine asynchrone	43

III.2.2.	Principe de la commande vectorielle	Error! Bookmark not defined.	43
III.2.3	Orientation du flux rotorique		44
III.2.4	Méthode de la commande par flux orienté		45
III.2.5	Méthode directe avec alimentation en tension.....		45
III.3.	Mise en œuvre de la commande vectorielle de la MAS		47
III.3.1.	Calcul des correcteurs.....		47
III.3.1.1.	Correcteur du courant I_{qs}		47
III.3.1.2.	Correcteur du couran I_{ds}		48
III.3.1.3.	Correcteur du flux Φ_r		48
III.3.2.	Résultats de simulation et interprétations		49
III.4.	Conclusion	Error! Bookmark not defined.	50

Chapitre4 : Commande du robot pour les différents algorithmes

IV.1.	Introduction.....		51
IV.2.	Equation du mouvement.....		5252
IV.3.	Commande par découplage non linéaire		5353
IV.3.1.	Principe de la commande		5353
IV.3.2.	Cas ou le mouvement est complètement spécifier.....		5454
IV.3.3.	Cas ou seul la position finale est spécifiée		55
IV.3.4.	Commande dynamique prédictive		5656
IV.3.5.	Calcule pratique des lois de commande par découplage non linéaire		5656
IV.4.	Génération de mouvement		57
IV.4.1.	Génération de mouvement dans l'espace articulaire.....		5858
IV.4.2.	Trajectoire dans l'espace de configuration		5959
IV.4.3.	Trajectoires polynomiales.....		5959
IV.5.	Application de la commande non linéaire découplée au robot manipulateur.....		62
IV.5.1.	Cas de moteur asynchrone		62
IV.5.1.1.	Résultats de simulation.....		6262
IV.5.2.	Cas de moteur à courant continu		66
IV.5.2.1.	Résultat de simulation		6767
IV.6.	Méthodes de Lyapunov.....		69
IV.6.1.	Première méthode de Lyapunov		70
IV.6.2.	Deuxième méthode de Lyapunov.....		70

IV.7.	Commande par Backstepping	72
IV.7.1.	Design d'une loi de commande par Backstepping.....	.73
IV.7.1.1.	Exemple d'un système du deuxième ordre.....	7373
IV.7.1.2	Description de la procédure	7373
IV.7.2.	Commande Backstepping d'un bras manipulateur à 2DDL	76
IV.7.2.1.	Représentation d'état.....	7676
IV.7.2.2.	Description de la méthode.....	.77
IV.7.3.	Cas de moteur asynchrone	7878
IV.7.4.	Résultats de simulation79
IV.7.5.	Cas de moteur à courant continu82
IV.7.6.	Résultat de simulation.....	.82
IV.8.	Conclusion.....	85

Chapitre5 : Etude comparative & Teste de robustesse

V.1.	Test de Robustesse.....	Error! Bookmark not defined. 86
V.2.	Résultats de simulation.....	87
V.3.	Conclusion	Error! Bookmark not defined. 102

Conclusion générale.....	103
---------------------------------	------------

Principales notations

q : Vecteur des variables articulaires (position articulaire de robot manipulateur)

X : Vecteur des variables opérationnelles (position opérationnelle de robot)

R^n : Vecteur de n variables

R^m : Vecteur de m variables

$R^{m \times n}$: Matrice

\dot{X} : Vecteur des vitesses opérationnelles

\dot{q} : Vecteur des vitesses articulaires

\ddot{q} : Vecteur des accélérations articulaires

J : Matrice jacobéenne

Q : L'énergie du système

J^+ : Matrice pseudo-inverse généralisée de J

ω_s : Facteur de stabilisation

L : Lagrangien

K : Energie cinétique du système

V : Energie potentielle du système

m_i : masse du corps i de la chaîne cinématique

r^i : Vecteur du centre d'inertie du corps i

R_i : Repère i

mr^i : Premier moment du corps i autour de O_i

O_i : L'axe de repère i

I_i^i : Tenseur d'inertie du corps i en O_i

I_{ixx}^i : Moment d'inertie

I_{ixy}^i : Produit d'inertie

\hat{S}_i^i : Position du centre de masse du corps i exprimée dans R_i

H_i : Matrice des pseudo-inerties du corps i

\tilde{g} : Vecteur des accélérations de la gravité exprimé dans R_0 .

Γ : Vecteur des couples appliqués au robot

$A(q)$: Matrice d'inertie du manipulateur, symétrique et régulière

$C(q, \dot{q})\dot{q}$: Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges

$G(q)$: Vecteur des actions de la gravité

${}^i\omega_i$: Vitesse du repère R_i exprimées dans R_i

${}^i\ddot{p}_i$: Accélération du repère R_i exprimées dans R_i

if_i : Force appliqué au centre de masse du corps i

in_i : Moment appliqué au centre de masse du corps i

k_{fvi} : Coefficient de frottements visqueux

k_{fci} : Coefficient de Coulomb

τ_f : Frottements aux niveaux des articulations

R_a : La résistance de l'induit

L_a : L'inductance de l'induit

e_m : Force électromotrice

ω : Vitesse angulaire

I_a : Courant traversant le circuit d'induit

T_{em} : Couple électromagnétique développé par MCC

Φ_f : Flux magnétique d'excitation

U_a : Tension aux bornes de l'induit

J_m : Inertie de moteur

B_m : Coefficient de frottement visqueux
 T_r : Couple résistant
 T_f : Couple de frottement de coulomb
 θ_s : Angle électrique statorique
 θ_r : Angle électrique rotorique
 V_s : Tensions des trois phases statoriques
 R_s : Resistances statoriques
 R_r : Resistances rotorique
 I_s : Courants statoriques
 I_r : Courant rotorique
 φ_s : Flux statorique
 φ_r : Flux rotorique
 L_{ss} : Inductance statorique
 L_s, L_r : Inductances cycliques statorique et rotorique
 L_{rr} : Inductance rotorique
 M_{sr} : L'inductance mutuelle
 M : Inductance cyclique stator-rotor
 C_{em} : Couple électromagnétique développé par MAS
 C_r : Couple résistant
 k_f : Coefficient de frottement visqueux
 Ω : Vitesse angulaire
 V_{sd}, V_{rd} : Tensions stator et rotor selon les axes d
 V_{sq}, V_{rq} : Tensions stator et rotor selon les axes q
 ω_g : vitesse de glissement
 σ : Coefficient de dispersion de Blondel
 I_{ds} : Courant statorique dans l'axe direct
 I_{qs} : Courant statorique dans l'axe en quadrature
 φ_{dr} : Flux rotorique dans l'axe direct
 φ_{qr} : Flux rotorique dans l'axe en quadrature
 S : Surface de glissement
 e : Ecart entre variables
 λ_x : Vecteur interprète la bande passante
 V : Fonction de Lyapunov
 u_n : Commande discrète
 U_{eq} : Commande équivalente
 \dot{I}_a^* : Référence de courant d'induit
 K_p : Coefficient proportionnel
 K_i : Coefficient integral
 q^d : Position désirées
 \dot{q}^d : Vitesse désirées
 \ddot{q}^d : Accélération désirées
 ξ_j : amortissement de la dynamique désirée du robot
 ω_j : pulsation de la dynamique désirée du robot
 t_0 : Temps initiale
 t_f : Temps

Introduction générale

L'industrie moderne a besoin de plus en plus de système d'entraînement à vitesse variable dont le domaine d'utilisation ne cesse pas de s'accroître, et exige toujours de meilleures performances.

L'objectif de l'automatique moderne est l'élaboration de lois de commande simples et performantes pour conférer aux systèmes physiques des propriétés qu'il n'avait pas naturellement ou renforcer des propriétés qui existaient déjà. L'automatisation est un besoin qui se généralise dans tous les secteurs de l'industrie moderne. C'est en effet, la solution qui permet de contrôler un processus industriel ou un système physique avec très haute performances et une dépense minimale d'énergie et de manière première.

Un robot est un dispositif mécanique articulé capable d'imiter certaines fonctions humaines telles que la manipulation d'objets ou la locomotion, dans le but de se substituer à l'homme pour réaliser de certaines tâches matérielles. Cette réalisation est plus en moins autonome selon les facultés de perception de l'environnement dont est doté le robot. La robotique est l'ensemble des activités de construction et de mise en œuvre des robots.

Par extension et abus de langage on qualifie quelquefois de « système robotisé » tout dispositif « automatisé ». On peut dire aussi que tout dispositif pour « faire quelque chose » comporte une partie « opérationnelle » ou « opérative » qui réalise la tâche et une partie « décisionnelle » ou « commande » qui contrôle la partie opérationnelle. Ce qui fait une des différences entre la robotique et l'automatisation en général est justement la partie opérationnelle qui est, dans le cas de la robotique, un système mécanique articulé. Cependant, les concepts généraux de l'automatisation s'appliquent également en robotique [LAL&ZEG94].

Dans ce domaine (la robotique), les moteurs électriques sont les actionneurs privilégiés. Ceci est dû à leur flexibilité et de leur rendement.

Les moteurs classiques ont une vitesse de régime élevée par rapport à celle nécessaire au niveau d'une articulation pivot, le moteur sera donc suivi d'un réducteur d'un rapport de l'ordre de 100, ce qui permet également d'avoir une amplification du couple moteur à peu près dans le même rapport. Le motoréducteur peut être installé à l'extérieur ou à l'intérieur de la structure mécanique au niveau de l'articulation ou à proximité ou même déporté sur un autre segment du robot que celui qui porte l'articulation à mouvoir.

La machine à courant continu a fourni le premier actionneur électrique performant pour la variation de vitesse. Ce type de d'actionneur a occupé et occupe encore une place privilégiée dans la réalisation des asservissements destinés à l'usage industriel. Ceci est essentiellement dû à la simplicité des lois de contrôle du moteur à courant continu à excitation séparée, grâce au découplage naturel qui existe entre le flux et le couple, où le courant d'induit n'agit que sur le couple et le courant inducteur agit sur le flux.

En effet la présence de collecteur mécanique pose de nombreux problèmes. Les machines à courant continu ne peuvent être utilisées dans le domaine de grande puissance ou vitesse, ni en milieu corrosifs ou explosifs (étincelles).

Face à ces limitations, la machine asynchrone est l'objet de nombreuses études depuis longtemps. Elle présente l'avantage d'être robuste, peu coûteuse et de construction simple. Malheureusement elle présente un inconvénient majeur, sa structure dynamique est fortement non linéaire et les variables internes de la machine tels que le couple électromagnétique et le flux sont fortement couplées, ce qui complique la commande de la machine.

L'évolution de la théorie des systèmes de commande a donné naissance à une multitude de techniques qui assure l'asservissement des systèmes mécaniques ou électriques, à savoir la commande par mode de glissement, la commande par réseaux de neurones, la commande basée sur la passivité, la logique floue, etc....

En effet la commande vectorielle permet d'envisager un découplage entre le couple et le

flux de la machine asynchrone et d'aboutir à un contrôle comparable à celui des machines à courant continu à excitation séparée. Cette méthode de commande a été réalisée dans les années 70 par *HASS* et *BLASCHKE*.

La technique de commande à structure variable (CSV) par mode glissant de l'anglais *Sliding Mode Control*, est très connue par sa robustesse envers les incertitudes internes (variations des paramètres de système), et externes (perturbation), et aux phénomènes ayant été omis dans la modélisation, toute en ayant une très bonne réponse dynamique.

Dans ce présent travail de magister, qui porte essentiellement sur la commande de machine électrique en vue de l'application robotique, dont on s'intéresse à l'étude de certains moteurs électriques insérés dans une chaîne robotisée en appliquant les techniques de commande citées précédemment.

On commence par une présentation des différents modèles utilisés pour décrire le mouvement des articulations d'un bras manipulateur, où les formalismes de Lagrange-Euler (E-L) et de Newton-Euler nous permettent d'établir le modèle dynamique du robot. Nous poursuivrons ensuite par la modélisation et l'analyse de comportement du moteur à courant continu, nous présentons donc les deux schémas bloc, tension-vitesse et tension-courant du moteur. Ensuite, on présentera le modèle mathématique de la machine asynchrone qui est un système à six équations différentielles, dont la résolution est difficile même avec l'utilisation de l'outil informatique, ce qui nous oblige d'utiliser la transformation de Park afin de détourner cette difficulté.

Dans le chapitre suivant, on traite la technique de commande à structure variable (mode de glissant), cette commande se synthétise en deux étapes. Tout d'abord on détermine une sortie fictive $S(x)$ appelée surface de glissement, sur laquelle les objectifs de contrôle sont réalisés. Ensuite on calcule la loi de commande afin de ramener la trajectoire d'état à cette sortie et de la maintenir sur cette surface tout le temps, la commande obtenue étant discontinue. On terminera cette section par l'application de cette commande à la machine à courant continu.

La commande vectorielle du moteur asynchrone sera développée au troisième chapitre. Ensuite, pour la commande du robot manipulateur, nous allons synthétiser différentes lois de commande. Ainsi nous appliquons au robot les techniques de commande suivantes :

- la commande par découplage non linéaire est aussi connu sous le nom de *commande dynamique* (ou "couple calculé", *computed torque* dans la littérature anglo-saxonne). Elle consiste à transformer par retour d'états le problème de commande d'un système non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire, où elle exige le calcul de modèle dynamique en ligne et la connaissance de valeurs numériques des paramètres inertiels et de frottements.
- la commande du Backstepping. Dont l'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que sa dérivée soit toujours négative. La théorie de Lyapunov est utilisée pour prouver la stabilité asymptotique du système en boucle fermée.

Pour les deux techniques de commande, on va insérer dans le robot en premier cas des moteurs à courant continu contrôlés en mode de glissement, puis nous les remplaçons dans la deuxième étape par des moteurs asynchrones contrôlés par la commande vectorielle afin de simuler la commande du bras manipulateur pour les différents algorithmes.

Enfin, On termine par une étude comparative et tests de robustesse.

Modélisation de robot manipulateur et de ses actionneurs électriques

I.1. Modélisation de robot manipulateur

I.1.1. Introduction

Pour développer une stratégie de commande performante pour un robot, il est impératif de connaître la cinématique et la dynamique du manipulateur considéré. Pour cela on est souvent amené à décrire les différentes relations mathématiques qui permettent de définir les mouvements de ce dernier dans l'espace.

Dans la pratique courante de robotique, la description du mouvement d'un robot manipulateur dans l'espace est réalisée en fonction du modèle géométrique, cinématique et dynamique.

Dans le présent chapitre, on présentera quelques définitions concernant ces modèles ainsi que la façon de leurs obtentions.

I.1.2. Structure mécanique et géométrique des robots

I.1.2.1. Structure mécanique

La structure mécanique du robot manipulateur peut être divisée en deux parties distinctes comme le montre la figure 1.1:

➤ **Organe terminal** : les tâches qui sont dévolues aux robots sont très variées. Pour chaque opération ou travail spécifique, l'organe terminal prend un aspect particulier.

➤ **Élément porteur** : il est composé d'un ensemble de corps souples ou rigides liés par des articulations, servant à déplacer l'organe terminal d'une configuration à une autre.

Avant de décrire les relations géométriques entre les différents corps du robot, on définit les notions suivantes [AZ009] :

- **Degré de liberté** : nombre de paramètres utilisés pour spécifier la configuration d'un élément de la chaîne cinématique par rapport à un autre.
- **Degré de mobilité** : toute articulation est caractérisée par son degré de mobilité m , c'est-à-dire le nombre de degrés de liberté entre deux corps successifs de la chaîne cinématique ($0 \leq m \leq 6$).
- **Espace articulaire** : représente l'état des corps composant le robot en fonction des variables articulaires, sa dimension n est égale au nombre de degrés de liberté du robot.
- **Espace opérationnel** : décrit la position et l'orientation de l'organe terminal du robot par rapport à un repère de référence, sa dimension $m \leq 6$.

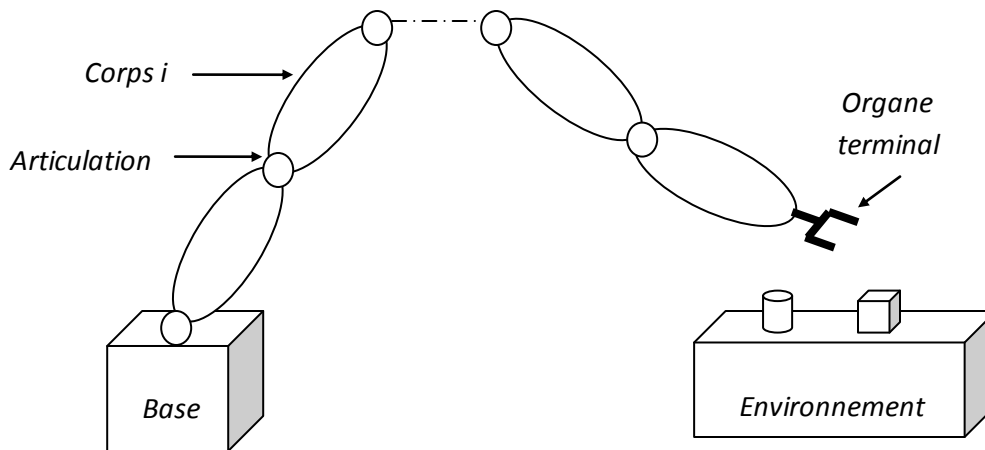


Figure 1.1. Robot à chaîne ouverte simple

1.1.2.2. Structure géométrique

Parmi les diverses méthodes utilisées pour déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère de référence, la plus répandue est celle de Denavit-Hartenberg (figure 1.2).

Pour exprimer le passage du repère R_{i-1} au repère R_i , on définit les paramètres géométriques suivants :

- Translation selon X_{i-1} d'une distance a_i .
- Rotation autour de X_{i-1} d'un angle α_i .
- Translation selon Z_i d'une distance d_i .
- Rotation autour de Z_i d'un angle $\bar{\omega}_i$.

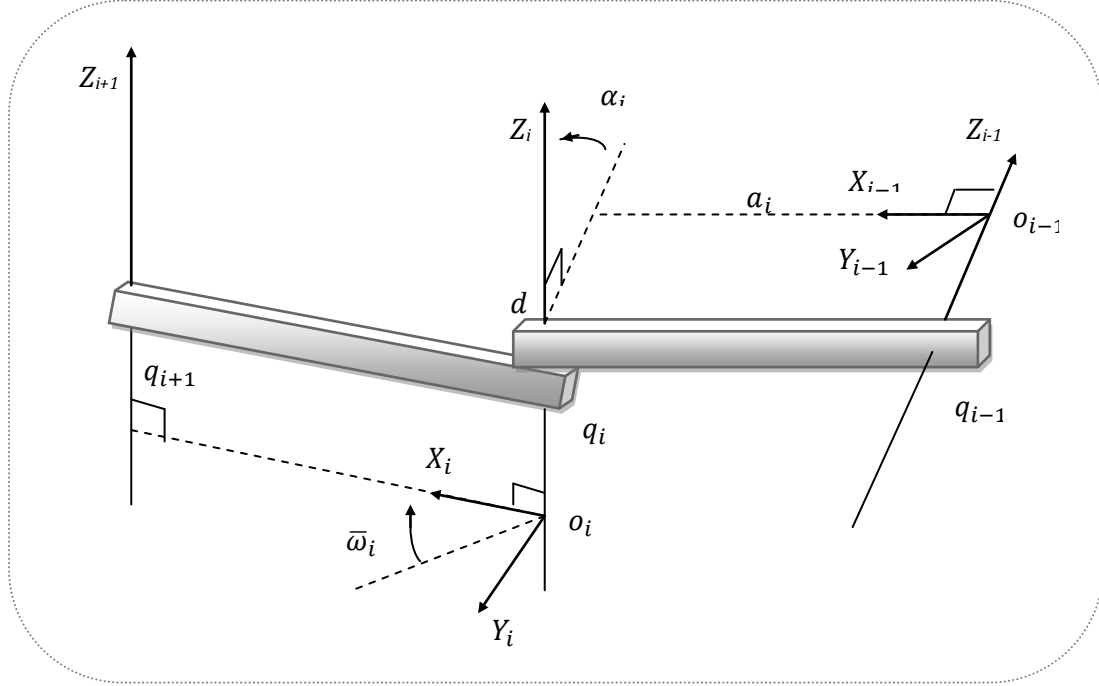


Figure 1.2. Représentation de Denavit-Hartenberg

La matrice de transformation homogène est donnée comme suit :

$${}^{i-1}T_i = \text{Trans}(X_{i-1}, a_{i-1}) \text{Rot}(X_{i-1}, \alpha_{i-1}) \text{Trans}(Z_i, d_i) \text{Rot}(Z_i, \bar{\omega}_i)$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & s\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 & 0 \\ c\bar{\omega}_i & c\bar{\omega}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 & d_{i-1} \\ c\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & s\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1} & -c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}A & {}^{i-1}P \\ 0_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Avec :

$${}^{i-1}A = \begin{bmatrix} c\bar{\omega}_i & -s\bar{\omega}_i & 0 \\ c\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & -s\alpha_{i-1} \\ s\alpha_{i-1}s\bar{\omega}_i & s\alpha_{i-1}c\bar{\omega}_i & c\alpha_{i-1} \end{bmatrix}, \quad {}^{i-1}P = \begin{bmatrix} d_{i-1} \\ -s\alpha_{i-1}d_i \\ -c\alpha_{i-1}d_i \end{bmatrix}$$

Si on désigne par: 0_nT la matrice de transformation reliant le repère R_n au repère R_0 alors :

$${}^0_nT = {}^0_1T {}^1_2T \dots {}^{n-1}_nT \quad (1.3)$$

I.1.3. Modèle géométrique

I.1.3.1. Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal du manipulateur par rapport à un repère de référence en fonction des variables articulaires, le modèle s'écrit :

$$X = f(q) \quad (1.4)$$

Où

$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in R^n$: Vecteur des variables articulaires.

$X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \in R^m$: Vecteur des variables opérationnelles, $m \leq n$.

Par exemple, si le manipulateur se déplace dans l'espace on pose $m=6$ (3 coordonnées pour la position et 3 coordonnées pour la rotation). S'il se déplace dans un plan on pose $m=2$ et si en plus on est concerné par la rotation on pose $m=3$.

La position de l'organe terminal peut être définie par des coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Le choix d'une structure particulière est guidé par les caractéristiques du robot, ainsi que par celle de la tâche à réaliser.

I.1.3.2. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer le vecteur des variables articulaires à partir du vecteur de coordonnées opérationnelles, le modèle s'écrit :

$$q = f^{-1}(X) \quad (1.5)$$

Parmi les méthodes utilisées pour déterminer le modèle géométrique inverse on cite :

➤ **Les méthodes géométriques** : permettent de déterminer le vecteur q par utilisation des transformations géométriques en prenant avantage de la structure particulière du manipulateur considéré.

➤ **Les méthodes algébriques** : permettent de déterminer le vecteur q en effectuant des transformations algébriques sur l'équation (1.4). Parmi les méthodes utilisées on cite la méthode de Paul [WIS 99] qui consiste à multiplier successivement les deux membres du modèle géométrique direct par les matrices homogènes ${}^{i-1}_i T$ avec ($i=1, \dots, n-1$) permettant ainsi d'isoler et d'identifier les variables articulaires l'une après l'autre.

Lors de la résolution du problème géométrique inverse on rencontre pratiquement les situations suivantes :

- ◆ Solutions en nombre fini, lorsqu'elles peuvent être calculées sans ambiguïté.
- ◆ Aucune solution possible lorsque la position désirée ne peut être atteinte par le manipulateur.
- ◆ Plusieurs solutions possibles lorsque le manipulateur est redondant ou lorsqu'il

passer par une configuration singulière.

I.1.4. Modèle cinématique

I.1.4.1. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction de la vitesse des variables articulaires.

Le modèle est décrit par l'équation :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (1.6)$$

Où $J(q) \in R^{m \times n}$ est la matrice jacobéenne.

L'une des méthodes utilisées pour le calcul de la matrice jacobéenne est la dérivation du modèle géométrique direct :

$$J(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

I.1.4.2. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer la vitesse des variables articulaires en fonction de la vitesse des variables opérationnelles. Pour les manipulateurs non redondants ($n=m$), le modèle s'écrit :

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (1.8)$$

La solution de l'équation (1.8) existe si J est de rang plein, cela est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour les manipulateurs redondants, le modèle cinématique inverse admet plusieurs solutions possibles. Le choix d'une parmi plusieurs est guidé par l'optimisation d'une fonction objective. Les méthodes employées pour résoudre un tel problème peuvent être classées en deux groupes [AZO09].

- Méthodes d'optimisation cinématique.
- Méthodes d'optimisation dynamique.

I.1.4.2.1. Méthodes d'optimisation cinématique

Ces méthodes ne prennent en considération que la cinématique du robot manipulateur. Par exemple, d'après Whitney, le problème consiste à :

$$\text{Minimiser : } Q = \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{q} \quad (1.9)$$

$$\text{Soumis à : } \dot{X} = J(q)\dot{q}$$

Avec Q est l'énergie du système.

La solution générale du problème de minimisation est donnée par :

$$\dot{q} = J^+(q)\dot{X} = J^T(JJ^T)\dot{X} \quad (1.10)$$

$J^+ \in R^{m \times n}$ est la matrice pseudo-inverse généralisée de J .

La solution de (1.9) est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour éliminer cet inconvénient une méthode dite (RSI : Robust Singular Inverse) basée sur la méthode des moindres carrés amortis a été développée, qui permet de franchir les positions singulières avec une trajectoire continue. Le problème est formulé de la manière suivante :

$$\text{Minimiser : } Q = \frac{1}{2}(J\dot{q} - \dot{X})^T (J\dot{q} - \dot{X}) + \frac{1}{2}\dot{q}^T \alpha I \dot{q} \quad (1.11)$$

Avec $I \in R^{n \times n}$ est une matrice identité.

La solution est donnée par l'équation :

$$\dot{q} = J^T (JJ^T + \omega_s I)^{-1} \dot{X} \quad (1.12)$$

Le facteur : ω_s est dit facteur de stabilisation.

I.1.4.2.2. Méthodes d'optimisation dynamique

Ces méthodes prennent en considération la dynamique du manipulateur pour résoudre le problème de redondance. Deux types de critères sont utilisés ; l'optimisation des couples et l'optimisation de l'énergie.

- **Optimisation des couples :** Le problème est formulé de la manière suivante :

$$\text{Minimiser : } Q = \frac{1}{2} \left[\Gamma - \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{2} \right]^T P \left[\Gamma - \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{2} \right] \quad (1.13)$$

Soumis à : $\dot{X} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q}$

Et $P = \text{diag} \left[\frac{1}{(\Gamma_i^+ - \Gamma_i^-)^2} \right]$ est une matrice de pondération.

$(\Gamma_i^+ - \Gamma_i^-)$: représentent respectivement les limites supérieure et inférieure du couple Γ_i transmis à l'articulation i . L'objectif consiste à placer Γ proche de $\frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{2}$ en minimisant Q .

La solution est donnée comme suit :

$$\dot{q}_{opt} = E(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) + C \quad (1.14)$$

$$E = (M^T P M)^{-1} P^T [J(M^T P M)^{-1} J^T]^{-1} \quad (1.15)$$

$$C = (EJ - I)M^{-1} \left[N\dot{q} + G - \frac{\Gamma^+ - \Gamma^-}{2} \right]$$

- **Optimisation de l'énergie :** La fonction objective à minimiser utilise la matrice d'inertie du robot. Le problème consiste donc à :

$$\text{Minimiser : } Q = \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} \quad (1.16)$$

Soumis à : $\dot{X} = J(q)\dot{q}$

La solution du problème précédent est définie par :

$$\begin{aligned}\dot{q} &= J_M^+ \dot{X} \\ \ddot{q} &= J_M^+ (\ddot{X} - \dot{J} \dot{q})\end{aligned}\quad (1.17)$$

Avec

$J_M^+ = M^{-1} J^T (J M^{-1} J^T)^{-1}$: est la matrice pseudo-inverse pondérée de l'inertie.

I.1.5. Modèle dynamique

I.1.5.1. Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations. Les formalismes les plus utilisés pour le calcul du modèle dynamique inverse sont :

- Formalisme de Lagrange.
- Formalisme de Newton-Euler.

I.1.5.1.1. Formalisme de Lagrange

Les équations de Lagrange opèrent à partir de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'un système. Le Lagrangien L s'écrit :

$$L = K - V \quad (1.18)$$

Où : K et V représentent respectivement les énergies cinétique et potentielle du système.

Les équations de Lagrange sont définies par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \Gamma_i \quad (1.19)$$

Pour le calcul du modèle dynamique d'une chaîne cinématique (figure 1.3), on définit les paramètres suivants pour chaque corps i de la chaîne cinématique :

m_i : masse du corps i de la chaîne cinématique.

$r^i = (r_x^i, r_y^i, r_z^i)^T$: Vecteur du centre d'inertie du corps i exprimé dans le repère R_i .

$mr^i = (mr_x^i, mr_y^i, mr_z^i)^T$: Premier moment du corps i autour de O_i , exprimé dans R_i .

$$I_i^i = \begin{bmatrix} I_{ixx}^i & -I_{ixy}^i & -I_{ixz}^i \\ -I_{iyx}^i & I_{iyy}^i & -I_{iyz}^i \\ -I_{izx}^i & -I_{izy}^i & I_{izz}^i \end{bmatrix} : \text{Tenseur d'inertie du corps } i \text{ en } O_i, \text{ exprimé dans } R_i$$

Où :

$$I_{ixx}^i = \int (r_y^i{}^2 + r_z^i{}^2) dm_i : \text{Moment d'inertie.}$$

$$I_{ixy}^i = \int r_x^i r_y^i dm_i : \text{Produit d'inertie.}$$

$S_i^i = (S_{ix}^i, S_{iy}^i, S_{iz}^i)^T$: Position du centre de masse du corps i exprimée dans R_i .

$$H_i = r^i r^i{}^T dm_i : \text{Matrice des pseudo-inerties du corps } i.$$

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{ixy} & I_{ixz} & m_i \mathcal{S}_{ix} \\ I_{ixy} & \frac{I_{ixx} - I_{iyy} + I_{izz}}{2} & I_{iyz} & m_i \mathcal{S}_{iy} \\ I_{ixy} & I_{iyz} & \frac{I_{ixx} + I_{iyy} - I_{izz}}{2} & m_i \mathcal{S}_{iz} \\ m_i \mathcal{S}_{ix} & m_i \mathcal{S}_{iy} & m_i \mathcal{S}_{iz} & m_i \end{bmatrix}$$

La définition reste la même pour les autres éléments du tenseur.

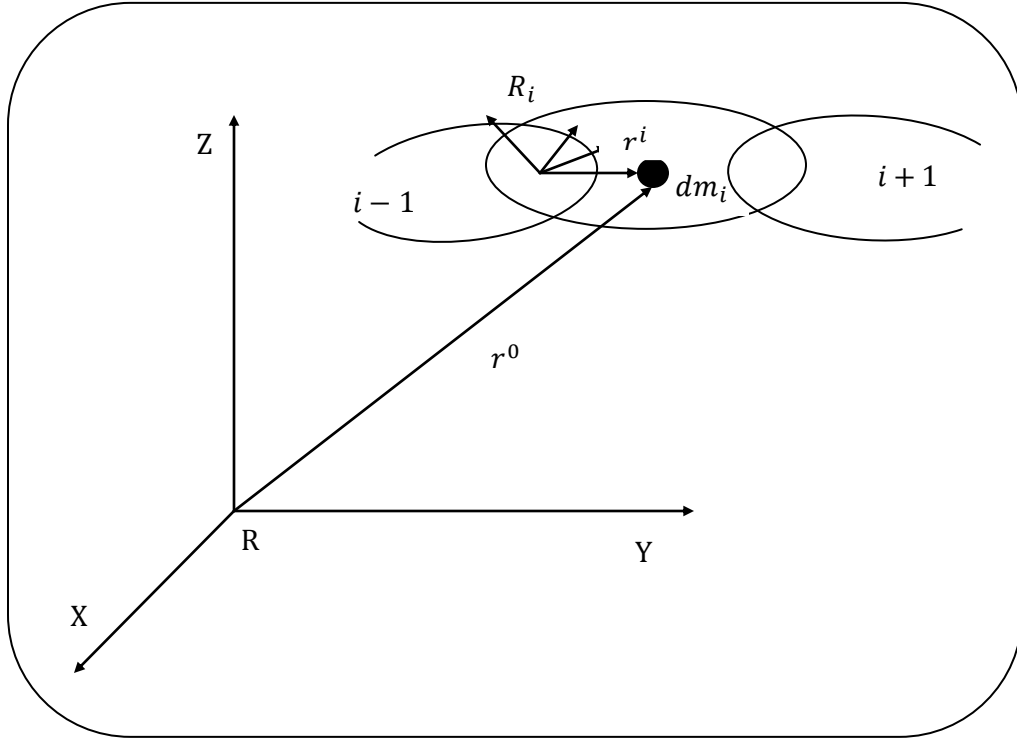


Figure 1.3. Représentation d'un point r^i de la chaîne cinématique

L'énergie cinétique du corps i est donnée par :

$$K_i = \int_{corps\ i} \frac{1}{2} {}^0\dot{r}^T {}^0\dot{r} dm \quad (1.20)$$

$$K_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i tr \left(\frac{\partial {}^0T_i}{\partial q_j} H_i \frac{\partial {}^0T_i^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (1.21)$$

tr : signifie trace de la matrice ; elle est égale à la somme des éléments de la diagonale.

L'énergie de potentiel du corps i est donnée par :

$$V_i = -m_i \tilde{g}^T {}^0T_i^i \hat{S}_i \quad (1.22)$$

$\tilde{g} = [\tilde{g}_x, \tilde{g}_y, \tilde{g}_z, 0]^T$: Vecteur des accélérations de la gravité exprimé dans R_0 .

Le Lagrangien pour l'ensemble des corps du manipulateur est :

$$L = \sum_{i=1}^n (K_i - V_i) \quad (1.23)$$

Par substitution de (1.23) dans (1.19) on obtient :

$$\Gamma = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k \text{tr} \left(\frac{\partial {}^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial {}^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j + \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k \text{tr} \left(\frac{\partial^2 {}^0 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial {}^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m - \sum_{j=1}^n m_j \tilde{g}^T \frac{\partial {}^0 T_j}{\partial q_i} {}^j \hat{S}_j \quad (1.24)$$

Le modèle obtenu peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1.25)$$

où :

$$A_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{tr} \left(\frac{\partial {}^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial {}^0 T_k^T}{\partial q_i} \right)$$

$$C(q, \dot{q}) = \sum_{j=i}^n \sum_{m=1}^n \sum_{k=\max(j,i,m)}^k \text{tr} \left(\frac{\partial^2 {}^0 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial {}^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m \quad (1.26)$$

$$G(q) = \sum_{j=1}^n m_j \tilde{g}^T \frac{\partial {}^0 T_j}{\partial q_i} {}^j \hat{S}_j$$

$A(q) \in R^{n \times n}$: Matrice d'inertie du manipulateur, symétrique et régulière.

$C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$: Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges.

$G(q) \in R^n$: Vecteur des actions de la gravité.

I.1.5.1.2. Formalisme de Newton-Euler

Le formalisme de Newton-Euler est basé sur les théorèmes généraux de la mécanique. Il ne nécessite pas le calcul extrinsèque des coefficients dynamiques du robot. Le modèle est obtenu par double récurrence.

- Récurrence de la base du robot vers l'organe terminal pour le calcul des vitesses et accélérations des corps puis du tenseur dynamique :

$${}^i \omega_i = \begin{cases} {}^{i-1} A_i^{T i-1} \omega_{i-1} + e_z \dot{q}_i & \text{si } Ro \\ {}^{i-1} A_i^{T i-1} \omega_{i-1} & \text{si } Pr \end{cases} \quad (1.27)$$

$${}^i \dot{\omega}_i = \begin{cases} {}^{i-1} A_i^{T i-1} \dot{\omega}_{i-1} + e_z \ddot{q}_i + ({}^{i-1} A_i^{T i-1} \omega_{i-1}) \otimes e_z \dot{q}_i & \text{si } Ro \\ {}^{i-1} A_i^{T i-1} \dot{\omega}_{i-1} & \text{si } Pr \end{cases} \quad (1.28)$$

$$\ddot{p}_i = \begin{cases} {}^{i-1} A_i^T [{}^{i-1} \ddot{p}_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} \otimes {}^{i-1} \hat{p}_i + {}^{i-1} \omega_{i-1} \otimes ({}^{i-1} \omega_{i-1} \otimes {}^{i-1} \hat{p}_i)] & \text{si } Ro \\ {}^{i-1} A_i^T [{}^{i-1} \ddot{p}_{i-1} + {}^{i-1} \dot{\omega}_{i-1} \otimes {}^{i-1} \hat{p}_i + {}^{i-1} \omega_{i-1} \otimes ({}^{i-1} \omega_{i-1} \otimes {}^{i-1} \hat{p}_i)] + \\ 2({}^{i-1} A_i^{T i-1} \omega_{i-1}) \otimes (e_z \dot{q}_i) + e_z \ddot{q}_i & \text{si } Pr \end{cases} \quad (1.29)$$

$${}^i \ddot{s}_i = {}^i \ddot{p}_i + {}^i \dot{\omega}_i \otimes {}^i \hat{s}_i + {}^i \omega_i \otimes ({}^i \omega_i \otimes {}^i \hat{s}_i) \quad (1.30)$$

$${}^i \hat{f}_i = m_i {}^i \ddot{s}_i \quad (1.31)$$

$${}^i \hat{n}_i = {}^i I_i {}^i \omega_i + {}^i \omega_i \otimes ({}^i I_i {}^i \omega_i) \quad (1.32)$$

➤ Récurrence de l'organe terminal vers la base pour le calcul des couples actionneurs :

$${}^i f_i = {}^i A_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} + {}^i \hat{f}_i \quad (1.33)$$

$${}^i n_i = {}^i A_{i+1} {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i \hat{n}_i + {}^i \hat{s}_i \otimes {}^i f_i + {}^i \hat{P}_{i+1} \otimes ({}^i A_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1}) \quad (1.34)$$

$$\Gamma_i = \begin{cases} e_z^T {}^i n_i & \text{si } Ro \\ e_z^T {}^i f_i & \text{si } Pr \end{cases} \quad (1.35)$$

avec :

$$e_z = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (1.36)$$

Ro : rotation rotoïde.

Pr : rotation prismatique.

${}^i \omega_i$ et ${}^i \ddot{P}_i$: vitesse et accélération du repère *Ri* exprimées dans *Ri*.

${}^i f_i$ et ${}^i n_i$: force et moment appliqués au centre de masse du corps *i*.

$$\text{et } \omega \otimes = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Si aucune force et aucun moment n'est exercé sur le manipulateur on prend comme condition terminale :

$$\begin{cases} {}^{i+1} f_{i+1} = 0 \\ {}^{i+1} n_{i+1} = 0 \end{cases} \quad (1.37)$$

et les conditions initiales :

$${}^0 \ddot{P}_0 = -[\tilde{g}_x \ \tilde{g}_y \ \tilde{g}_z]^T \quad (1.38)$$

$$\begin{cases} {}^0 \omega_0 = 0 \\ {}^i \dot{\omega}_i = 0 \end{cases} \quad (1.39)$$

S'il est nécessaire de considérer les frottements aux niveaux des articulations on ajoute un terme τ_f aux équations (1.24) ou (1.35). On obtient alors :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f \quad (1.40)$$

$$\Gamma_i = \begin{cases} e_z^T {}^i n_i + \tau_{fi} & \text{si } Ro \\ e_z^T {}^i f_i + \tau_{fi} & \text{si } Pr \end{cases} \quad (1.41)$$

Différents modèles mathématiques peuvent être utilisés pour exprimer τ_f . Pour une modélisation simple, on choisit :

$$\tau_{fi} = k_{fvi} \dot{q}_i + k_{fci} \text{sign}(\dot{q}_i) \quad (1.42)$$

Où : k_{fvi} et k_{fci} sont respectivement le coefficient de frottements visqueux et de Coulomb.

$$\text{sign}(\dot{q}_i) = \begin{cases} -1 & \text{si } \dot{q}_i < 0 \\ 0 & \text{si } \dot{q}_i = 0 \\ 1 & \text{si } \dot{q}_i > 0 \end{cases} \quad (1.43)$$

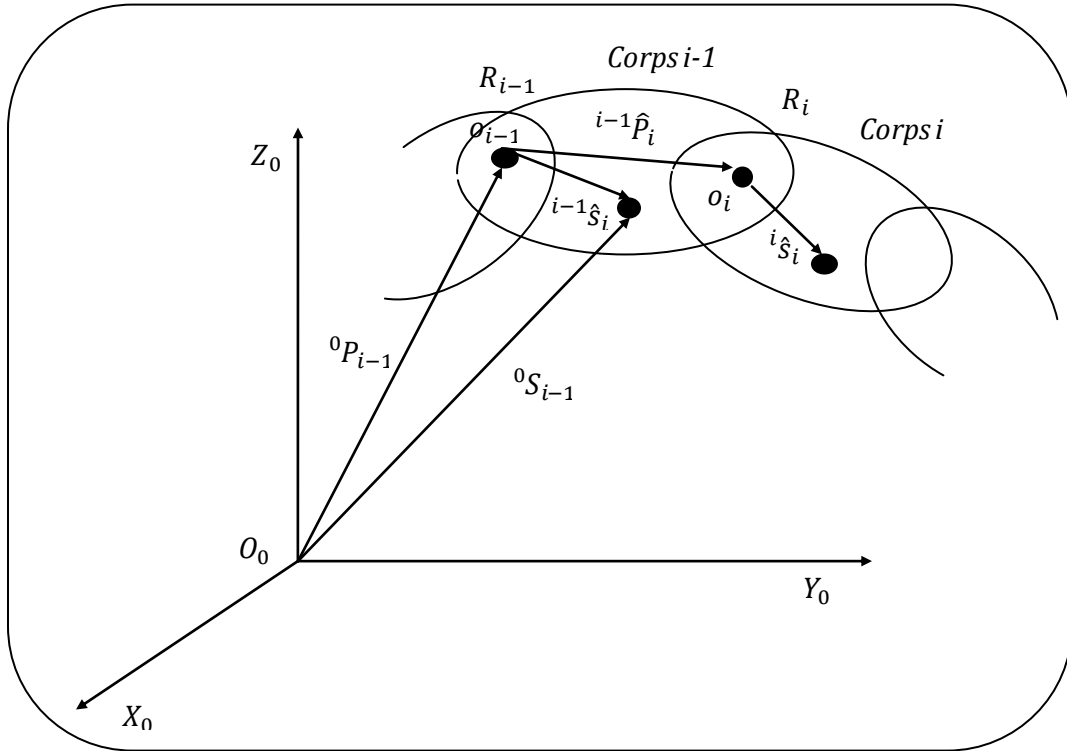


Figure 1.4. Formalisme de Newton-Euler

I.1.5.2. Modèle dynamique direct

Le modèle dynamique direct exprime la position, la vitesse et l'accélération des articulations en fonction du couple appliqué [AZO09]. Il est obtenu par inversion du modèle précédant, il s'écrit :

$$\ddot{q} = A^{-1}(q)(\Gamma - C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - \tau_f) \quad (1.44)$$

I.1.5.3. Comparaison entre les deux formalismes

Le formalisme de Lagrange est le plus adapté pour le calcul du modèle dynamique direct, il est souvent employé pour la modélisation et la simulation du système.

Par contre le formalisme de Newton-Euler est utilisé pour la commande en temps réel car il offre une réduction considérable dans le temps de calcul du modèle dynamique inverse comme le montre le tableau 1.1 [AZO09].

Formalisme	Multiplication	Addition
Lagrange	$32\frac{1}{2}n^4 + 86\frac{5}{12}n^3 + 171\frac{1}{4}n^2 + 53\frac{1}{3}n - 128$	$25n^4 + 66\frac{1}{3}n^3 + 129\frac{1}{2}n^2 + 42\frac{1}{3}n - 96$
Newton-Euler	$150n - 48$	$131n - 48$

Tableau 1.1. Nombre d'opérations effectuées par chaque formalisme

I.1.6. Paramétrisation du modèle dynamique

A chaque corps du robot manipulateur est associé un vecteur $\xi \in R^{10n}$ dit vecteur des paramètres inertiels [AZO09].

$$\xi_i = [m_i, m\hat{s}_{ix}, m\hat{s}_{iy}, m\hat{s}_{iz}, I_{ixx}, I_{iyy}, I_{izz}, I_{ixy}, I_{iyz}, I_{ixz}] \quad (1.45)$$

L'implantation d'une loi de commande dynamique nécessite la connaissance au préalable de ces paramètres. Ces derniers étant très difficiles à mesurer, alors recourir à une méthode d'identification s'avère la meilleure solution.

En général, le modèle dynamique peut s'écrire comme le produit d'une matrice triangulaire supérieure W et d'un vecteur θ ; vecteur global des paramètres inertiels de dimension $10.n$ regroupant les paramètres de chaque corps i .

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}^T & W_{12}^T & \dots & W_{1n}^T \\ 0 & W_{22}^T & \dots & W_{2n}^T \\ \vdots & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & W_{nn}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

ou d'une manière compacte :

$$\Gamma = W(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (1.47)$$

$w \in R^{10 \times 10n}$: est une matrice dépendant des positions, vitesses et accélérations angulaires q, \dot{q} et \ddot{q} .

I.1.7. Application au robot PUMA à 2ddl

Considérons un robot manipulateur à deux degrés de libertés présenté dans la figure 1.5. Le modèle dynamique peut être décrit par l'équation (1.25), avec les éléments de $A(q)$, $C(q, \dot{q})$, et $G(q)$ donnés dans Annexe1[FAR 08].

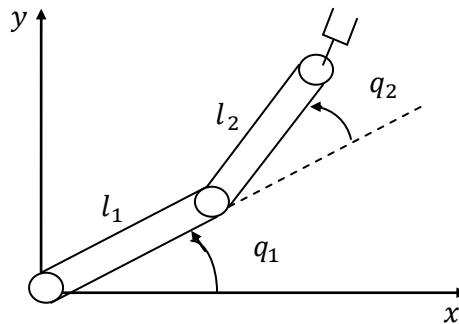


Figure 1.5. Présentation de robot a deux degré de liberté

I.1.8. Résultat de simulation

L'évolution du robot en position, vitesse et accélération, est simulée en utilisant le modèle de connaissance établi par le formalisme de L-E.

Les réponses de robot pour une entrée échelon, sur un horizon de temps suffisant sont consignées sur la figure 1.6.

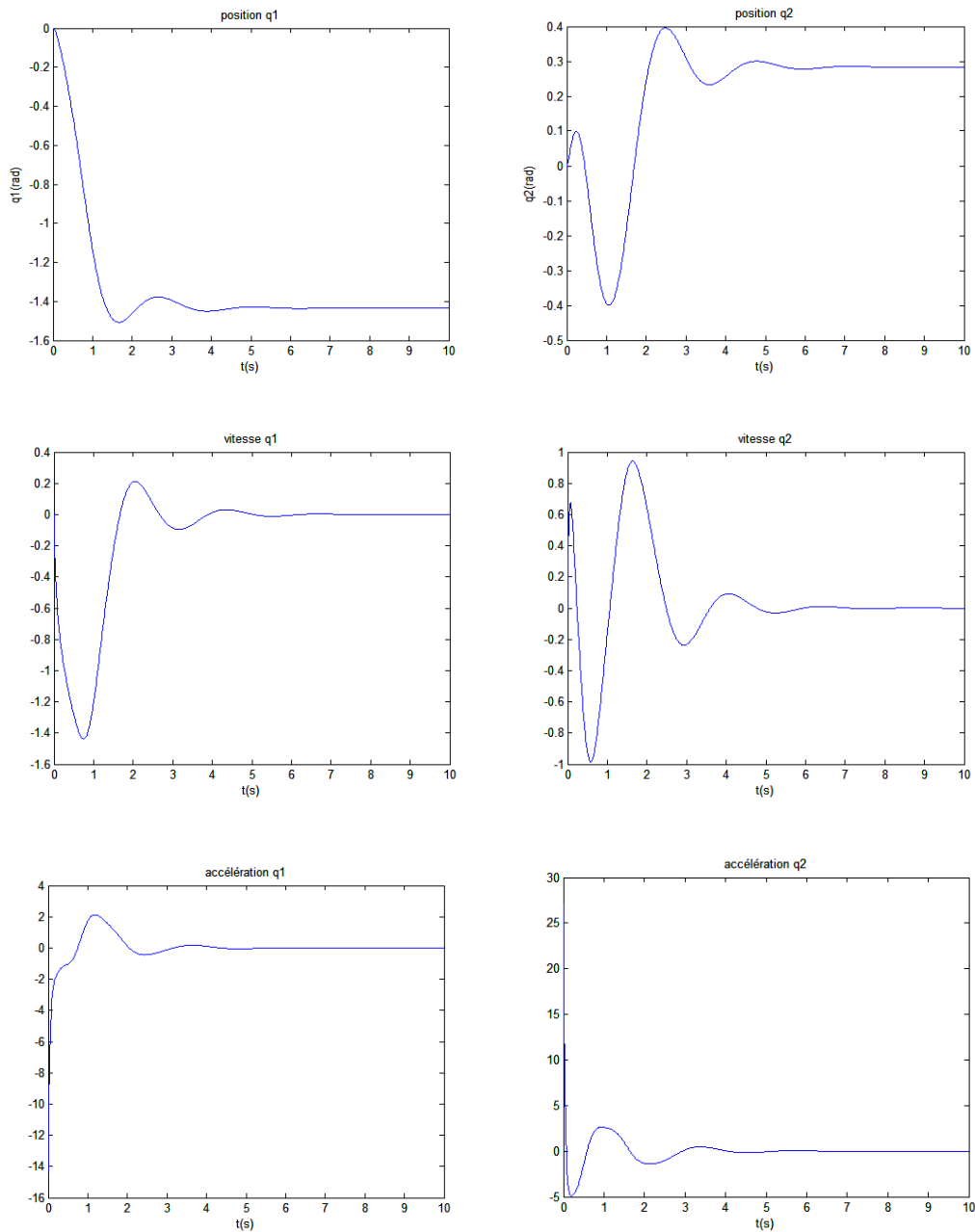


Figure 1.6. Réponse en boucle ouverte de robot 2ddl en position, vitesse et accélération

I.2. Modélisation de moteur à courant continu

I.2.1. Introduction

La machine à courant continu peut être modélisée par le biais d'équations électrique, électromécanique et mécanique.

Ces trois groupes d'équations nous permettront de mieux appréhender la machine à courant continu dans son fonctionnement réel.

Du côté électrique nous pouvons dire que la machine à courant continu se définit par un circuit d'induit et un circuit inducteur ; l'induit de la MCC peut être vu comme une

résistance R_a et une inductance L_a en série avec une source de tension commandée $e_m(t)$ proportionnelle à la vitesse $\omega(t)$.

Du côté mécanique, nous représentons la machine à courant continu par l'inertie de l'induit augmentée de celui de la charge entraînée.

I.2.2. Equations de la machine à courant continu

Notons d'abord que dans notre modélisation nous allons utiliser le moteur à courant continu afin d'établir les équations et ce qui s'en suit. Du fait que, par des changements de connexions entre l'induit et l'inducteur on aboutit aux autres types de MCC (par rapport à l'excitation) et que les MCC sont réversibles, nous pourrions donc obtenir les autres modèles moyennant des modifications à partir du premier.

Le schéma technologique d'une MCC est représenté sur la figure suivante :

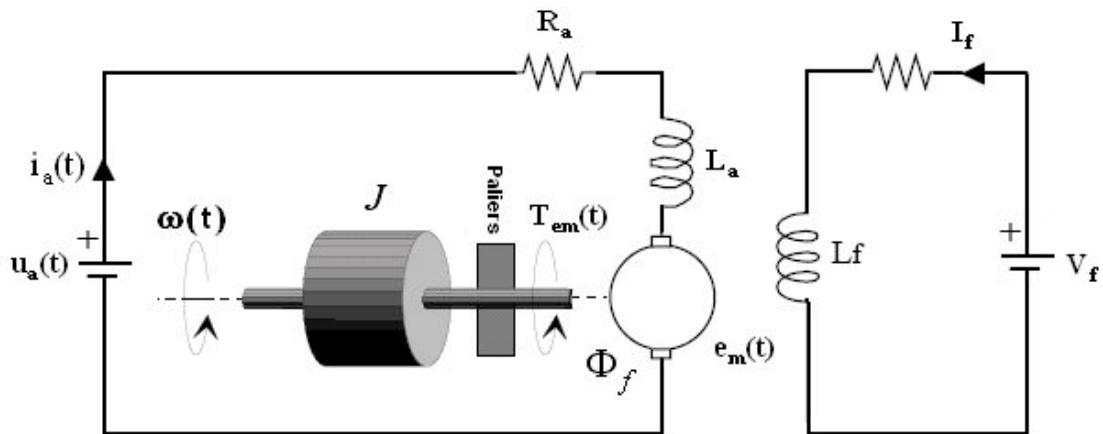


Figure 1.7. Schéma d'un entraînement avec une MCC à excitation indépendante

Les signaux y intervenant sont les suivants :

- La tension aux bornes de l'induit $U_a(t)$ (l'indice 'a' correspond à Anker, c'est-à-dire induit en langue allemande) ;

➤ Le circuit électrique de l'induit, faisant apparaître :

- La résistance de l'induit R_a ;
- L'inductance de l'induit L_a ;
- Une tension $e_m(t)$ appelée f.é.m. (force électromotrice), proportionnelle à la vitesse angulaire $\omega(t)$;
- Le courant traversant le circuit d'induit $I_a(t)$;
- Le couple électromagnétique instantané $T_{em}(t)$ produit ;
- L'inducteur, fixé au stator, créant un flux magnétique d'excitation Φ_f ;
- La charge mécanique, dépendante de l'application (inertie J , frottement visqueux, élasticité de la transmission, etc.) ;

➤ **Equations électriques**

Prenant en compte la résistance R_a et l'inductance L_a du circuit d'induit, du collecteur, des balais et des connexions, et en les supposant toutes deux constantes (pas de variation due à l'échauffement ni à la saturation magnétique), l'équation de tension induite s'écrit :

$$U_a(t) = R_a I_a(t) + \frac{d\Psi}{dt} = R_a I_a(t) + \frac{d(N\Phi_f)}{dt} \quad (1.48)$$

$$U_a(t) = R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a}{dt} + e_m(t) \quad (1.49)$$

➤ **Equations électromécaniques**

La tension induite $e_m(t)$, appelée FEM ("force électromotrice" dans l'optique de l'exploitation en générateur) est proportionnelle à la vitesse angulaire $\omega(t)$ et au flux inducteur $\Phi_f(t)$.

$$e_m(t) = k\Phi_f(t)\omega(t) \quad (1.50)$$

k est une constante dépendant de la construction de la machine. La première équation montre que $e_m(t)$ s'oppose à $U_a(t)$, c'est à dire que le moteur réagit en créant une FEM $e_m(t)$ tendant à équilibrer à $U_a(t)$. Cet effet correspondra à une contre-réaction bien visible dans le schéma fonctionnel du moteur.

Le couple électromagnétique $T_{em}(t)$ développé a pour expression :

$$T_{em}(t) = k\Phi_f(t)I_a(t) \quad (1.51)$$

➤ **Equation mécanique**

Le moteur en rotation est décrit par l'équation (de la dynamique) d'équilibre suivante :

$$J_t \frac{d\omega}{dt} = T_{em}(t) - B_m\omega(t) - T_r(t) - T_f(t) \quad (1.52)$$

Où

J_t : Inertie totale entraînée (moteur J_m et charge J_{ch}).

B_m : Coefficient de frottement visqueux.

T_r : Couple résistant.

T_f : Couple de frottement de coulomb.

Voilà en somme les équations régissant le fonctionnement du moteur. Mais pour mieux les exploiter, nous allons utiliser leurs transformées de Laplace.

I.2.3. Transformées de Laplace

Les transformées de Laplace des équations de MCC sont les suivantes :

$$U_a - E_m = R_a I_a + sL_a I_a \quad (1.53)$$

$$E_m = k\Phi_f(t)\Omega \quad (1.54)$$

$$T_{em} = k\Phi_f I_a \quad (1.55)$$

$$sJ_t\Omega = T_{em} - B_m\Omega - T_r - T_f \quad (1.56)$$

Les transformées de Laplace obtenues nous permettent de modéliser le moteur sous forme de schéma bloc ou schéma fonctionnel. Ces schémas présentent les fonctions de transfert suivant les paramètres d'entrée et de sortie considérés.

- Si on considère comme grandeur d'entrée la tension appliquée aux bornes de l'induit et comme grandeur de sortie la vitesse du moteur, nous obtenons le schéma bloc tension – vitesse. Ce dernier nous permet de voir l'évolution de la vitesse avec la tension.

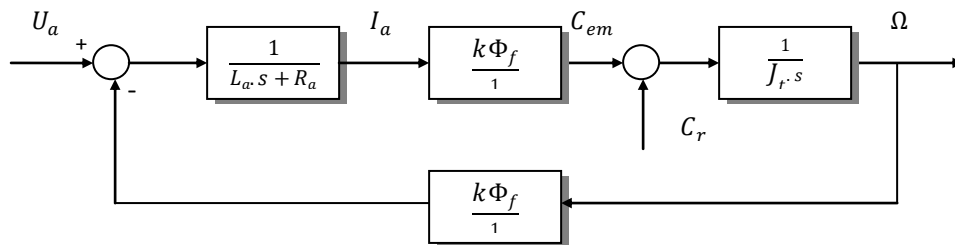


Figure 1.8. Schéma bloc tension-vitesse du moteur à courant continu

- Si le courant à la sortie et gardée toujours la tension à l'entrée, on a :

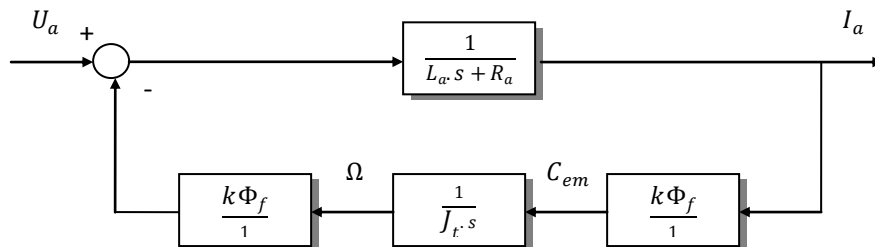


Figure 1.9. Schéma bloc tension-courant du moteur à courant continu

I.2.4. Résultat de simulation

Les paramètres de la machine a courant continu sont donnés dans Annex1.

On applique une tension continu de 100 Volts a l'entrée du système, a l'instant $t=2s$ nous appliquons une charge de couple $Tr=20Nm$. Puits on inverse le sens de courant d'alimentation a l'instant $t=5s$.

La figure 1.10 nous donne les réponses en courant d'induit, vitesse de rotation et le couple électromagnétique.

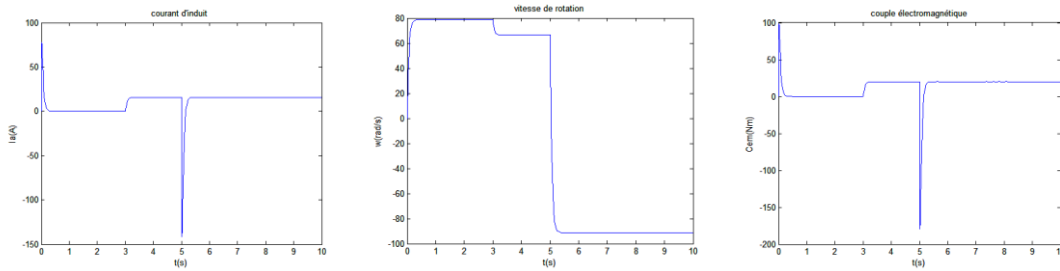


Figure 1.10. Courant d'induit, vitesse et couple de MCC

I.3. Modélisation de moteur asynchrone

I.3.1. Introduction

La machine asynchrone est caractérisée par sa robustesse et sa simplicité de construction, seulement elle présente un système dynamique non linéaire, c'est-à-dire un système d'équation très complexe à étudier et exige un calcul matriciel. Par conséquent, sa commande nécessite la disponibilité d'un modèle représentant fidèlement son comportement au niveau de ses modes électriques, électromagnétiques et mécanique.

La progression technologique de la microélectronique et l'électronique de puissance a rendu possible l'implémentation des commandes performantes de cette machine faisant d'elle un concurrent redoutable dans les secteurs de la vitesse variable et le contrôle rapide du couple [BAZ 09].

La machine asynchrone se compose :

- D'un primaire, généralement le stator fixe, portant un bobinage le plus souvent triphasé, logé dans des encoches régulièrement réparties sur la face interne du stator et relié à la source d'alimentation.
- D'un secondaire, généralement le rotor mobile autour de l'axe de symétrie de la machine, qui peut être soit bobiné et fermé sur lui-même, soit à cage d'écureuil.

I.3.2. Hypothèses simplificatrices

Afin de faciliter l'étude de la machine asynchrone et la mise en équation, les hypothèses généralement admises sont :

- Le bobinage est réparti de manière à donner une f.m.m. sinusoïdale s'il est alimenté par des courants sinusoïdaux.
- Régime non saturé, le phénomène d'hystérésis et les courants de Foucault en plus l'effet de peau sont négligés.
- Le régime homopolaire est nul.

I.3.3. Conventions

La machine est représentée par trois phases statoriques A_s , B_s , C_s et trois phases rotoriques A_r , B_r , C_r (Figure 1.11).

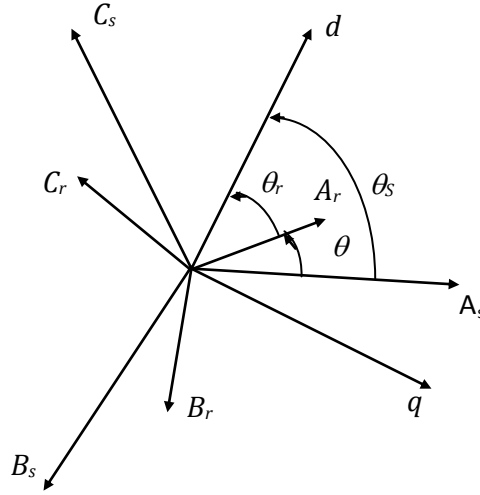


Figure 1.11. Représentation des axes de la machine

θ_s : angle électrique stator/référentiel (d,q).

$$\theta_r = \theta_s - \theta \quad (1.57)$$

$$\omega = p\Omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.58)$$

I.3.4. Modèle triphasé de la machine asynchrone

En prenant en considération les hypothèses citées précédemment, les équations qui décrivent le fonctionnement de la machine sont :

- ♦ Equations électriques
- ♦ Equations mécaniques

I.3.4.1. Equations électriques de la machine asynchrone

Les équations des tensions des trois phases statoriques, et rotoriques s'écrivent :

$$\begin{aligned} (V_s) &= R_s(I_s) + \frac{d}{dt}(\varphi_s) \\ 0 &= R_r(I_r) + \frac{d}{dt}(\varphi_r) \end{aligned} \quad (1.59)$$

Les flux sont donnés par :

$$\begin{aligned} (\varphi_s) &= (L_{ss})(I_s) + (M_{sr})(I_r) \\ (\varphi_r) &= (L_{rr})(I_r) + (M_{rs})(I_s) \end{aligned} \quad (1.60)$$

$$(V_s) = \begin{pmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{pmatrix}; \quad (I_s) = \begin{pmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{pmatrix}; \quad (I_r) = \begin{pmatrix} I_{ar} \\ I_{br} \\ I_{cr} \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

$$(L_{ss}) = \begin{pmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{pmatrix}; \quad (L_{rr}) = \begin{pmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{pmatrix} \quad (1.62)$$

L'inductance mutuelle (matrice de couplage stator-rotor) s'écrit :

$$(M_{sr}) = L_m \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

Où

$$(M_{sr}) = (M_{rs})^T$$

En remplaçant (1.60) dans (1.59) on obtient :

$$\begin{aligned} (V_s) &= R_s(I_s) + \frac{d}{dt}((L_{ss})(I_s)) + \frac{d}{dt}((M_{sr})(I_r)) \\ (0) &= R_r(I_r) + \frac{d}{dt}((L_{rr})(I_r)) + \frac{d}{dt}((M_{rs})(I_s)) \end{aligned} \quad (1.64)$$

I.3.4.2. Equations mécaniques de la machine asynchrone

Le couple électromagnétique développé s'écrit :

$$C_{em} = p(I_s)^T \frac{d}{d\theta} (M_{sr})(I_r) \quad (1.65)$$

$$J \frac{d}{dt} \Omega = C_{em} - C_r - k_f \Omega \quad (1.66)$$

La résolution analytique dans ce repère est très difficile, car le système d'équations est à coefficients variables en fonction de θ (angle de rotation de la machine).

I.3.5. Transformation de Park

La transformation de Park consiste à transformer les enroulements statoriques et rotoriques en enroulements orthogonaux équivalents. La transformation des grandeurs physiques est effectuée à l'aide de la matrice $P(\theta)$ dite matrice de Park, qui est donnée comme suit :

$$P(\theta) = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \\ K_0 & K_0 & K_0 \end{pmatrix} \quad (1.67)$$

avec : n_1, n_2 : nombres fictifs de spires.

Dans une première détermination des coefficients n_1/n_2 et K_0 , I_0 est identifié à la composante homopolaire lorsque les courants $i_{A,B,C}$ sont sinusoïdaux :

$$I_0 = \frac{(i_A + i_B + i_C)}{3} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) K_0 (i_A + i_B + i_C) \quad (1.68)$$

Lorsque les courants sinusoïdaux triphasés sont équilibrés, $i_{A,B,C}$ et $i_{d,q}$ sont les projections sur les axes des phases du même vecteur tournant \vec{I} de module I .

$$\begin{cases} i_A = I \cos(\omega t) \\ i_B = I \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ i_C = I \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{cases} \quad (1.69)$$

$$\begin{cases} I_d = I \cos(\omega t - \theta) \\ I_q = I \sin(\omega t + \theta) \end{cases} \quad (1.70)$$

Par transformation triphasée/diphassée on tire:

$$I_d = (3n_1/2n_2) I \cos(\omega t - \theta) \quad (1.71)$$

Par identification on déduit :

$$(n_1/n_2) = 2/3 ; K_0 = 1/2 \quad (1.72)$$

Et à la fin on trouve :

$$P(\theta) = (2/3) \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

La seconde détermination des coefficients repose sur l'invariance de la puissance instantanée dans les deux systèmes de représentation, ce qui, de toute évidence, conduit à leur équivalence physique.

$$P_e = v_A i_A + v_B i_B + v_C i_C = v_d i_d + v_q i_q \quad (1.74)$$

A partir de cette relation on démontre que la matrice de passage $[P]$ doit être orthogonale $[P]^t = [P]^{-1}$ tel que $[P]$ s'écrit :

$$P(\theta) = \sqrt{(2/3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.75)$$

$$P^{-1}(\theta) = \sqrt{(2/3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.76)$$

I.3.6. Modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park

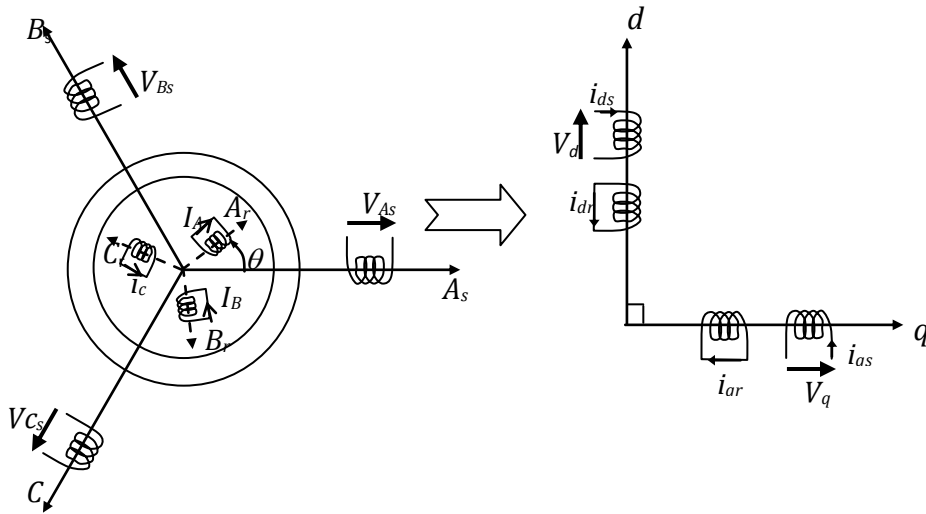


Figure 1.12. Modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park.

Cette modélisation consiste à utiliser le vecteur flux exprimé en composantes de Park des grandeurs du moteur du stator et du rotor.

Après transformation de Park, le flux devient le vecteur.

$$[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \\ \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} \quad (1.77)$$

On utilise les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} - \omega_s \varphi_{sq} \\ V_{qs} = R_s i_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} - \omega_s \varphi_{sd} \\ V_{rd} = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} - (\omega_s - \omega_r) \varphi_{rq} \\ V_{qr} = R_r i_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} + (\omega_s - \omega_r) \varphi_{rd} \end{cases} \quad (1.78)$$

V_{sd} et V_{rd} sont les tensions stator et rotor selon les axes d.

V_{sq} et V_{rq} sont les tensions stator et rotor selon les axes q.

R_s et R_r sont les résistances stator et rotor. La vitesse angulaire du rotor est Ω , et on note :

$$\omega = p \Omega \text{ et } \omega_r = \omega_s - \omega$$

On donne d'autre part l'équation des flux :

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \varphi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \varphi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \varphi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{cases} \quad (1.79)$$

Avec : $L_s = l_s - M_s$: inductance cyclique statorique ;

$L_r = l_r - M_r$: inductance cyclique rotorique ;

et $M = 3/2 M_{sr}$: inductance cyclique stator-rotor.

$$C_{em} = p(\varphi_{sd} i_{sq} - \varphi_{sq} i_{sd}) \quad (1.80)$$

I.3.7. Modèle d'état de MAS

Choisissons de fixer le repère (dq) au champ tournant. L'avantage d'utiliser ce référentiel, est d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent. Il est alors aisé d'en faire la régulation [BAZ 09].

Le modèle de la machine dans le repère (dq) lié au champ tournant pour un vecteur d'état $[x] = [I_{ds} \ I_{qs} \ \varphi_{dr} \ \varphi_{qr}]^t$ et de tension de commande $[V] = [V_{ds} \ V_{qs}]$ est donné sous forme condensé tel que :

$$\frac{d}{dt}[X] = [A][X] + [B][U] \quad (1.81)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_{ds} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{ds} + \omega_s \sigma L_s I_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_{qr} + V_{ds} \right] \\ \frac{d}{dt} I_{qs} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{qs} - \omega_s \sigma L_s I_{ds} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_{qr} - \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_{dr} + V_{qs} \right] \\ \frac{d}{dt} \varphi_{dr} = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{dr} + \omega_g \varphi_{qr} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qr} = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{qs} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{qr} + \omega_g \varphi_{dr} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (1.82)$$

Avec :

$$\omega_g = \omega_s - \omega ; \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad \text{et} \quad R_{sr} = \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right)$$

I.3.8. Résultat de simulation

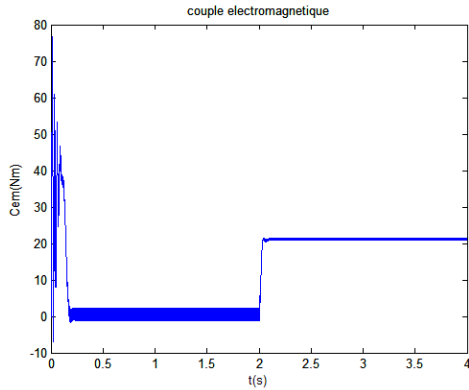
Le but de cette simulation est de valider le modèle adopté de la machine asynchrone, et d'analyser le comportement lorsque la machine est alimentée directement par le réseau standard.

Lors du démarrage de la machine, on peut constater un fort appel du courant statorique, et la montée en vitesse est quasi linéaire, le régime permanent est atteint au bout de 0.2s.

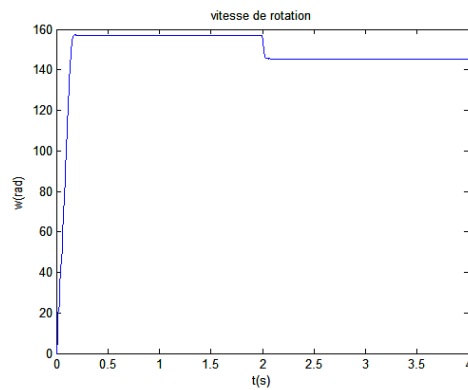
Lors de l'application d'un couple de charge de 20 Nm à $t = 2s$, une diminution permanente de la vitesse apparaît, ceci est dû au fait qu'il n'y pas de régulation. On note aussi une augmentation des courants statoriques, ceci répercute sur le couple

électromagnétique qui augmente afin de compenser le couple de charge et les pertes de frottement.

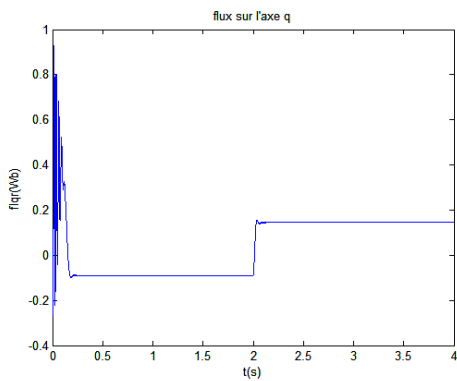
De même pour les flux rotoriques, on constate une diminution à l' instant de l'application de la charge, chose qui explique le couplage naturel existant entre le flux et le couple (figure 1.13)



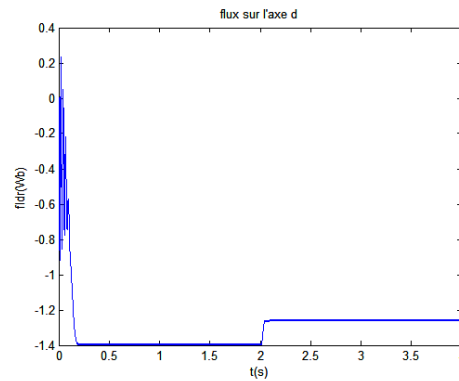
a) couple électromagnétique



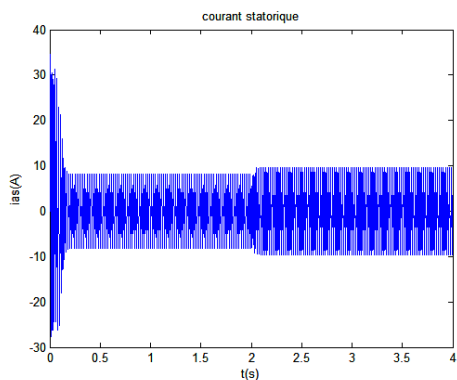
b) vitesse de rotation



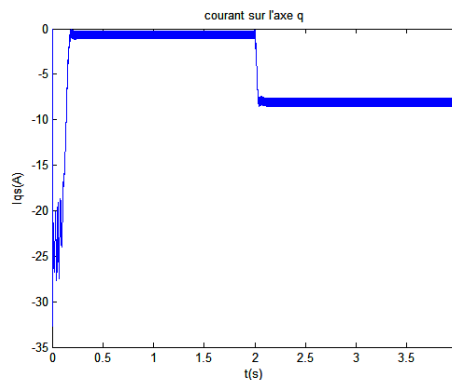
c) flux selon l'axe d



d) flux selon l'axe q



e) courant statorique



f) courant statorique selon l'axe q

Figure 1.13. Simulation de la machine asynchrone alimentée en tension avec application d'une charge de $C_r = 20\text{Nm}$ à l'instant $t=2\text{s}$

I.4. Conclusion

Dans ce chapitre, on a commencé par la modélisation de robot manipulateur, nous avons exposé les différents modèles utilisés pour décrire les mouvements des articulations d'un manipulateur. Nous avons montré que le choix du modèle géométrique est fait selon le type de la tâche à réaliser ainsi que l'architecture du manipulateur, et le calcul du modèle cinématique inverse pour les manipulateurs redondants est réalisé en définissant un objectif secondaire en plus de l'objectif principal, afin de choisir une solution parmi plusieurs. Cet objectif consiste à optimiser une fonction de nature cinématique ou dynamique.

Le calcul du modèle dynamique peut être effectué soit par la méthode de Newton-Euler ou par celle de Lagrange. La première nécessite moins de calcul, elle est destinée pour des applications en temps réel. Tandis que la deuxième s'avère intéressante pour la simulation.

En suite, dans la deuxième étape nous avons présenté le modèle de la machine a courant continu, notamment les équations électriques, électromagnétiques et mécaniques. La simplicité des lois de contrôle de cette machine est due grâce au découplage naturel qui existe entre le flux et le couple, où le courant d'induit n'agit que sur le couple et le courant inducteur agit sur le flux.

Puis, dans l'étape suivante, il a été présenté la machine asynchrone, sa description, sa modélisation vectorielle et sa représentation par un modèle d'état.

Le modèle mathématique de la machine asynchrone triphasé dont la complexité a été réduit par certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Cela nous a permis d'établir un modèle de Park qui réduit le système d'état électrique de la machine de six à quatre équations.

La machine seule ne répond pas toujours aux exigences des systèmes d'entraînements à vitesse variable. Afin d'avoir de hautes performances dans le régime dynamique, on a recours aux techniques de commande, telle que la commande par mode de glissant et la commande vectorielle qui seront l'objet des chapitres suivants.

Commande par modes glissants de machine à courant continu

II.1. Introduction

Dans le domaine de commande des machines électriques, les travaux de recherche s'orientent de plus en plus vers l'application des techniques de commande modernes. Ces techniques évoluent d'une façon vertigineuse avec l'évolution des calculateurs numériques et de l'électronique de puissance. Parmi ces commandes, il y a la commande par modes glissants. L'intérêt de cette commande est dû essentiellement à la disponibilité des interrupteurs à fréquence de commande élevée et les microprocesseurs de plus en plus performants.

Le mode glissant est un mode de fonctionnement particulier des systèmes à structures variables. La théorie de ces systèmes a été étudiée et développée en union soviétique, tout d'abord par le professeur Emélyanov. Ce n'est qu'à partir des années 80 que la commande par modes glissants est devenue intéressante et attractive grâce aux progrès réalisés par le professeur Utkin. Elle est considérée comme une des approches les plus simples pour la commande des systèmes non-linéaires et les systèmes ayant un modèle imprécis, c'est à dire s'il présente des imprécisions dans ses paramètres ou dynamiques non-modélisées, et soumis à des perturbations externes entachant son fonctionnement.

Dans ce chapitre, on présente le concept général de la commande à structures variables dont le changement de la structure se fait par commutation au niveau de l'organe de commande, et l'application de cette commande sur la machine à courant continu. En premier lieu, nous introduisons les notions générales de la commande par modes glissants. Ensuite nous présentons l'application de cette technique à la MCC.

II.2. Théorie de la commande par modes glissants

II.2.1. Systèmes à structure variable

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant le fonctionnement. Il est caractérisé par un choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Ce choix permet de commuter à tout instant entre chaque structure, afin de combiner les propriétés utiles de chacune de ces structures. De plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans les structures utilisées.

Dans les systèmes à structures variables avec modes glissants, la trajectoire d'état est amenée vers une surface (hyperplan). Puis, à l'aide de loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est dite surface de glissement et le mouvement le long de la quelle se produit, est dite mouvement de glissement.

La trajectoire dans le plan de phase (exemple système d'ordre deux) est constituée de trois parties distinctes (figure 2.1) ;

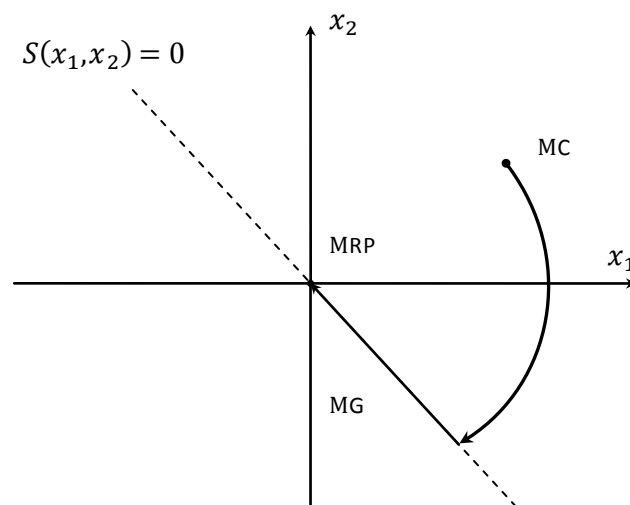


Figure 2.1. Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

- Le mode de convergence (MC) : durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quelle point initiale dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation $S(x_1, x_2) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- Le mode glissant (MG): durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine de plan de phase. La dynamique dans ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x_1, x_2)$.

- Le mode de régime permanent (MRP): il est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase). Il est caractérisé par la qualité et la performance de commande.

II.2.2. Conception de la commande par modes glissants

Les avantages de la commande par modes glissants sont importants et multiples, comme la haute précision, la bonne stabilité, l'invariance et la robustesse. Ceux-ci lui permettent d'être particulièrement adaptée pour les systèmes ayant un modèle imprécis.

Souvent, il est préférable de spécifier la dynamique du système durant le mode de convergence. Dans ces cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: une partie continue qui présente la dynamique du système durant le mode glissant et l'autre discontinue et concerne la dynamique du système durant le mode de convergence. Cette deuxième est importante dans la commande par modes glissants, car elle a pour rôle d'éliminer les effets d'imprécision et perturbations sur le modèle.

La conception de cette commande peut être divisée en trois étapes principales très dépendantes:

- 1- Le choix de la surface;
- 2- L'établissement de condition d'existence;
- 3- Détermination de la loi de commande ;

II.2.2.1. Choix de la surface de glissement

Le choix de surface de glissement concerne le nombre et la forme nécessaire. Ces deux facteurs sont en fonction de l'application et de l'objectif désiré.

Pour un système défini par l'équation (2.1), le vecteur de la surface est de même dimension que le vecteur de commande u .

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (2.1)$$

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que l'erreur sur la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine de plan de phase. Ainsi, la surface représente le comportement dynamique désiré. Nous trouvons dans la littérature de différentes définitions de surface, dont chacune donne de meilleures performances pour certaines utilisations. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à une surface de la forme linéaire.

La forme générale non-linéaire est en fonction de l'erreur sur la variable à régler x . Elle est donnée par :

$$S(x, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (2.2)$$

Avec :

$e(x)$: L'écart sur les variables à régler ($e(x) = x^* - x$)

λ_x : Vecteur constante positive qui interprète la bande passante du contrôle désiré ;

r : Degré relatif, égale au nombre de fois qu'il fait dériver la sortie pour faire apparaître la commande, c'est-à-dire:

Pour $r = 1 \Rightarrow S(x, t) = e(x)$

Pour $r = 2 \Rightarrow S(x, t) = \lambda_x e(x) + \dot{e}(x)$

Pour $r = 3 \Rightarrow S(x, t) = \lambda_x^2 e(x) + 2\lambda_x \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$

La stratégie de commande consiste à garantir que les trajectoires du système déplacent vers la surface de glissement $S(x, t) = 0$. Cette dernière et avec une condition initiale $S(x, t) = 0$ devient une équation différentielle homogène, possède une solution $e(x) = 0$, pour un choix convenable du paramètre λ_x . Ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire, ce qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart, tout en respectant la condition de convergence.

II.2.2.2. Conditions de convergence et d'existence

Les conditions de convergence et d'existence sont les critères qui garantissent les trajectoires du système vers la surface de glissement $S(x, t) = 0$, et d'y rester indépendamment à la perturbation. Il y a deux considérations correspondantes au mode de convergence de l'état du système:

a. Fonction directe de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée par Utkin et Emélyanov. Elle consiste à donner à la surface une trajectoire de convergence vers zéro. Elle est donnée par :

$$\dot{S}(x, t) > 0 \text{ et } S(x, t) < 0 \quad (2.3)$$

$$\dot{S}(x, t) < 0 \text{ et } S(x, t) > 0 \quad (2.4)$$

Nous pouvons reformuler les équations (2.3) et (2.4):

$$S(x, t) \cdot \dot{S}(x, t) < 0 \quad (2.5)$$

Dans cette condition, il faut introduire pour $S(x, t)$ et sa dérivée $\dot{S}(x, t)$, les valeurs justes à gauche et à droite de la droite de commutation.

b. Fonction de Lyapunov

Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive $V(x, t) > 0$ pour les variables d'état du système, et de choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction (i.e. $\dot{V}(x, t) < 0$). Cette fonction est, généralement, utilisée pour garantir la stabilité des systèmes non-linéaires.

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$V(x, t) = \frac{1}{2} S^2(x, t) \quad (2.6)$$

et sa dérivée définit par :

$$\dot{V}(x, t) = S(x, t) \cdot \dot{S}(x, t) \quad (2.7)$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si :

$$S(x, t) \cdot \dot{S}(x, t) < 0 \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) signifie que le carré de la distance vers la surface mesuré par $S^2(x, t)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface dans les deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal où la fréquence de commutation est infinie.

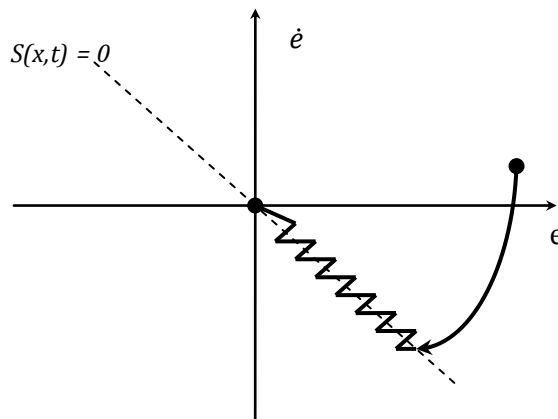


Figure 2.2. Vecteur d'état de l'erreur dans le mode glissant

II.2.2.3. Détermination de la loi de commande

Lorsque le régime de glissement est atteint, la dynamique est indépendante de la loi de commande qui a pour but de garder les conditions de glissement (l'attractivité de la surface). Cependant, la surface peut être déterminée indépendamment de la commande, en se basant sur le système et les performances désirées. Il s'agit donc de

trouver une commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface de glissement et puis vers son point d'équilibre.

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette constante discontinue est indispensable, elle n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue peut en effet amener à réduire autant qu'on veut l'amplitude de la partie discontinue.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par modes glissants se compose de deux parties, une partie de linéarisation exacte (u_{eq}) et l'autre de stabilisation (u_n).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (2.9)$$

La grandeur u_{eq} correspond donc à la commande équivalente proposée par FILIPOV. Elle sert à maintenir l'écart sur la surface de glissement $S(x, t) = 0$. La commande équivalente est déduite en connaissant que la dérivée de la surface est nulle ($\dot{S}(x, t) = 0$). Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle de signal de commande appliqué sur le système à commandé. Elle peut être interprétée autrement comme une valeur moyenne (figure 2.3) que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} .

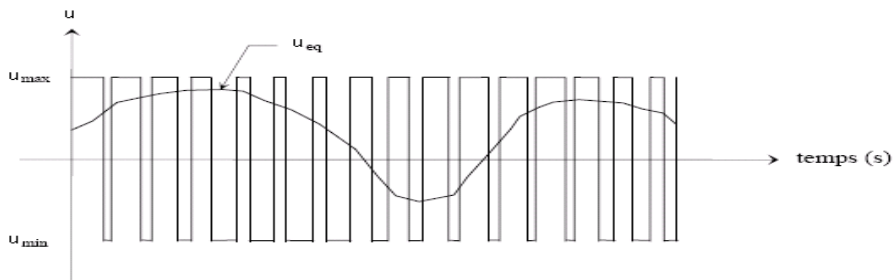


Figure 2.3. La valeur continue u_{eq} prise par la commande lors des commutations entre u_{max} et u_{min}

La commande discrète u_n est déterminée pour vérifier la condition de convergence, en dépit de l'imprécision sur les paramètres et le modèle. Pour mettre en évidence le développement, nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation (2.1). Il s'agit de trouver l'expression analogique de la commande u .

La dérivée de la surface est :

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (2.10)$$

Par substitution, nous trouvons l'expression suivante :

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t} [f(x, t) + g(x, t)u_{eq}] + \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)u_n \quad (2.11)$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, par conséquent sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles.

$$\begin{cases} u_n = 0 \\ \dot{S}(x, t) = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

D'où, nous déduisons l'expression de la commande équivalente:

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) \quad (2.13)$$

Afin que la commande équivalente existe, la surface doit remplir la condition suivante :

$$\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \neq 0 \quad (2.14)$$

Durant le mode de convergence, en remplaçant la commande équivalente par son expression (2.13) dans l'équation (2.11), nous trouvons la nouvelle expression de la dérivée de la surface.

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)u_n \quad (2.15)$$

Le problème revient à trouver u_n tel que :

$$S(x, t) \cdot \dot{S}(x, t) = S(x, t) \cdot \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)u_n < 0 \quad (2.16)$$

Afin de satisfaire cette condition, nous choisissons le signe de u_n opposé du signe de $S(x, t) \cdot \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$; la forme la plus simple que peut prendre la commande discrète est :

$$u_n = k \cdot \text{sign}(S(x, t)) \quad (2.17)$$

Où $\text{sign}(S(x, t))$ est la fonction représentée sur la figure 2.4 et définie par :

$$\text{sign}(S(x, t)) = \begin{cases} -1 & \text{si } S(x, t) < 0 \\ 1 & \text{si } S(x, t) > 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Le signe de k est choisi l'opposé du signe de $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$. Le temps de réponse est d'autant plus petit que le gain k est plus grand.

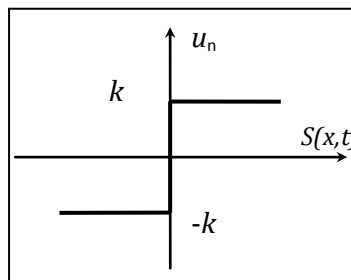


Figure 2.4. Représentation de la commande en utilisant la fonction «sign».

L'utilisation de la forme "*sign*" signifie que la commande u_n commute entre deux valeurs $\pm k$ avec une fréquence théoriquement infinie. Ce que cause un phénomène dit « *chattering* ».

II.2.2.4. Élimination du phénomène de Chattering par la fonction de saturation

Dans la pratique, un régime glissant idéal n'existe pas étant donné que cela imposerait que la commande puisse commuter avec une fréquence théoriquement infinie. Ceci est impossible à réaliser : d'une part, du fait de la présence d'un temps de retard pour le calcul de la commande ou la présence de petites constantes de temps au niveau des actionneurs, et d'autre part, du fait des limites technologiques et physiques (limite de la fréquence de commutation des interrupteurs). Par conséquent, des oscillations à hautes fréquences se produisent. Dans ce mode, la trajectoire d'état n'évolue plus exactement le long de la surface, mais elle tend à osciller au voisinage de celle-ci. En effet, c'est le caractère discontinu de la commande qui engendre ce comportement dynamique particulier au voisinage de la surface qui est communément appelé *Broutement* ou *Chattering* en Anglais.

Ce phénomène est néfaste pour le bon fonctionnement du système, car il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences. Ces composantes peuvent détériorer le système en excitant les dynamiques négligées lors de la modélisation, ou encore endommager les actionneurs par des sollicitations trop fréquentes. Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses études ont été effectuées. L'une d'entre elles consiste à remplacer la fonction *sign* par une approximation continue dans un voisinage de la surface. Il s'agit donc d'encadrer la surface par une bande avec un ou deux seuils. Le choix des seuils est directement lié à la précision en boucle fermée (figure 2.5).

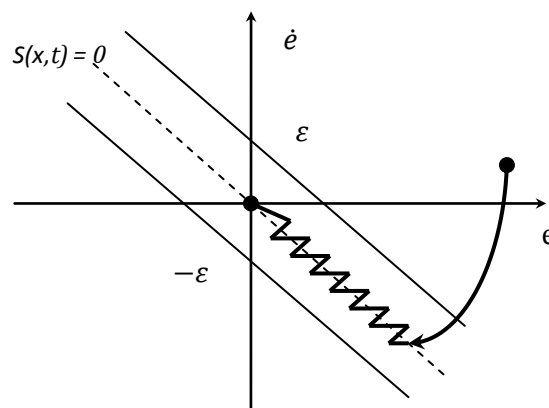


Figure 2.5. Mode glissant avec une couche limite

Parmi les méthodes qui réduisent l'effet de la fonction *sign* dans une bande autour de la surface, nous trouvons la fonction saturation (*sat*) adéquate pour filtrer les hautes fréquences. Cette fonction est caractérisée par un ou deux seuils. Pour diminuer progressivement la valeur de u_n en fonction de l'approche de l'état vers la surface dans la région qui encadre cette dernière, la commande varie entre les deux valeurs limites $\pm k$. Alors la commande u_n s'écrit :

$$u_n = k \cdot \text{sat}(S(x, t)) \quad (2.19)$$

Où *sat* est la fonction de saturation, dite commande douce à un seul seuil (figure 2.6) et elle est définie par :

$$\text{sat}(S(x, t)) = \begin{cases} S(x, t) & \text{si } |S(x, t)| < \varepsilon \\ \text{sign}(S(x, t)) & \text{si } |S(x, t)| > \varepsilon \end{cases} \quad (2.20)$$

Avec ε : paramètre de valeur petite et positive.

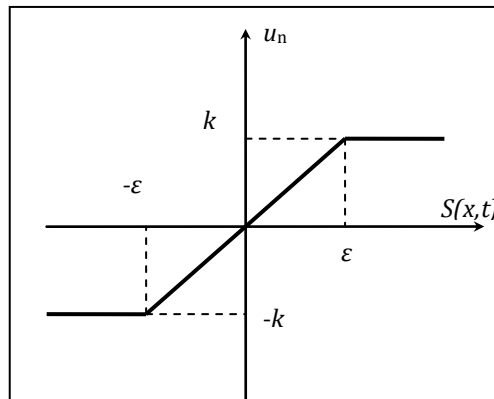


Figure 2.6. Représentation de la commande douce à un seul seuil «sat».

Il existe une autre fonction pour résoudre le problème de la fonction *sign*, cette fonction est tangente hyperbolique «tanh» (figure 2.7).

La commande u_n s'écrit comme suit :

$$u_n = k \cdot \tanh(S(x; t)) \quad (2.21)$$

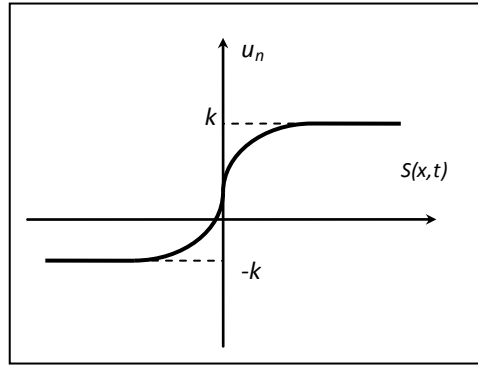


Figure 2.7 . Représentation de la commande en utilisant la fonction « tanh »

II.3. Application de la commande par modes glissants à la MCC

II.3.1. Rappel du modèle de la MCC

Le modèle mathématique de la machine à courant continu est :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega - C_r \\ \frac{dI_a}{dt} = \frac{1}{L_a} U_a - \frac{R_a}{L_a} I_a - \frac{1}{L_a} e_m \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec :

$$\begin{aligned} C_{em} &= k I_a \\ e_m &= k \omega \end{aligned}$$

Où U_a, I_a, L_a, R_a désignent respectivement la tension, le courant, l'inductance et résistance d'induit, ω et C_{em} désignent respectivement la vitesse de l'arbre de moteur et le couple électromagnétique instantané produit, e_m appelée f.é.m (force électromotrice), proportionnelle à la vitesse angulaire, C_r couple résistant et k, J désignent respectivement la constante du couple, l'inertie totale ramenée à l'arbre moteur.

II.3.2. Stratégie de réglage

II.3.2.1. Surface de régulation de couple

La synthèse de commande exploite la technique de modes glissants. Cette dernière nécessite le choix des surfaces qui assurent les objectifs de commande. Comme la poursuite de couple de moteur est imposée par la commande I_a et du fait que la surface $S(I_a)$ soit de degré d'ordre 1, par conséquent l'erreur de réglage est choisie comme surface :

$$S(I_a) = I_a^* - I_a \quad (2.23)$$

Il faut rendre la surface $S(I_a)$ attractive et invariante en imposant à $S(I_a)$ la dynamique suivante :

$$\dot{S}(I_a) = \dot{I}_a^* - \dot{I}_a = 0 \quad (3.24)$$

Où \dot{I}_a^* désigne la dérivée temporelle de la référence de courant d'induit.

Ainsi la surface $S(I_a)$ converge asymptotiquement vers zéro, si le courant I_a converge vers sa référence I_a^* .

La dérivée temporelle de la surface $S(I_a)$ est donnée par :

$$\dot{S}(I_a) = \dot{I}_a^* - \frac{1}{L_a} U_a + \frac{R_a}{L_a} I_a + \frac{1}{L_a} k\omega \quad (3.25)$$

En introduisant la commande équivalente $U_a = U_{aeq} + U_{an}$ on aura:

$$\dot{S}(I_a) = \dot{I}_a^* - \frac{1}{L_a} (U_{aeq} + U_{an}) + \frac{R_a}{L_a} I_a + \frac{k}{L_a} \omega \quad (2.26)$$

Pendant la phase de glissement et au régime permanent $S(I_a) = 0$, donc $\dot{S}(I_a) = 0$ et $U_{an} = 0$. D'où l'on tire l'expression de U_{aeq} :

$$U_{aeq} = L_a \dot{I}_a^* + R_a I_a + k\omega \quad (2.27)$$

L'action de la commande discontinue U_{an} est définie durant la phase d'atteinte, et doit comme mentionner précédemment satisfaire la condition $S\dot{S} < 0$, Soit, en restituant (2.27) dans (2.26) il résultera :

$$\dot{S}(I_a) = -\frac{1}{L_a} U_{an} \quad (2.28)$$

La fonction relais de base est choisie en premier lieu pour U_{an} , elle est déjà définie dans (2.17). Avec dans ce cas $k=k_u$.

$$U_{an} = k_a \text{sign}(S(I_a)) \quad (2.29)$$

N.B : Un limiteur de courant est jugé utile afin de prévoir tout dépassement possible du courant I_a .

La loi de commande ou alors la sortie du régulateur de vitesse sera donc :

$$U_a^* = L_a \dot{I}_a^* + R_a I_a + k\omega + k_a \text{sign}(S(I_a)) \quad (2.30)$$

Pour le choix de coefficient de régulateur, le coefficient k_a est choisi de façons à assurer la rapidité du système à régler.

Après la détermination des lois de commande nous obtenons le schéma ci-dessous, décrivant l'asservissement du couple de moteur.

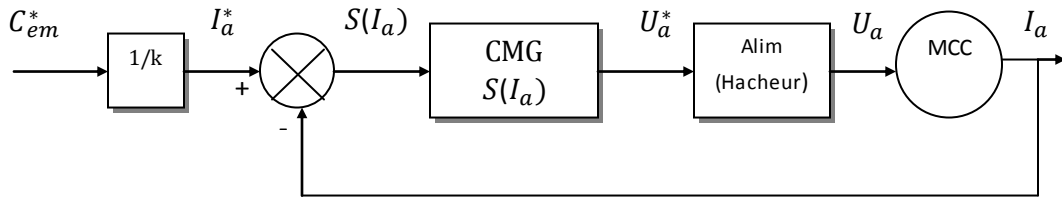


Figure 2.8. Schéma bloc de la commande par modes glissants pour une MCC

II.3.3. Résultat de simulation

Pour évaluer les performances du réglage par modes glissants, nous avons simulé le modèle de la figure 2.8, avec l'application d'un couple de référence varié entre 0 et -10 Nm, et en utilisant la fonction «sign».

Ce mode a été simulé avec un pas de calcul de $dt=10^{-3}s$, en utilisant la méthode de RK de 4^{ème} ordre, le temps de simulation est 10s. Dont les paramètres de la machine à courant continu sont mentionnés dans l'annexe 2.

Pour une fonction «sign» les résultats sont donnés sur la figure 2.9. On remarque une réponse rapide et sans dépassement, résultat qui confirme le bon fonctionnement du réglage par modes glissants sur la surface $S(I_a)$. On peut voir que le couple suit sa référence avec une erreur strictement nulle. Et ce résultat montre aussi que le courant d'induit agit sur le couple électromagnétique. Notons que la fonction «sign» est facilement réalisable, et son exploitation dans la loi de commande assure la robustesse du système.

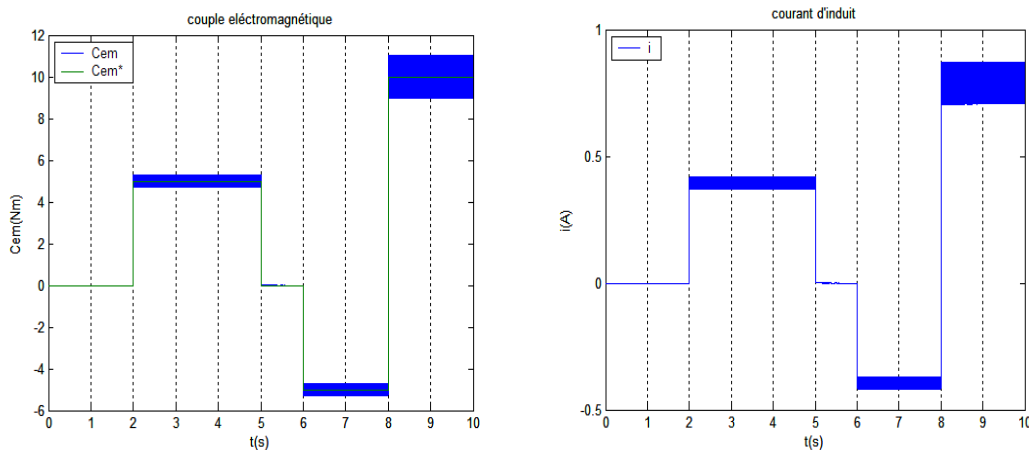


Figure 2.9. Réglage de couple par CMG d'une MCC en utilisant la fonction «sign»

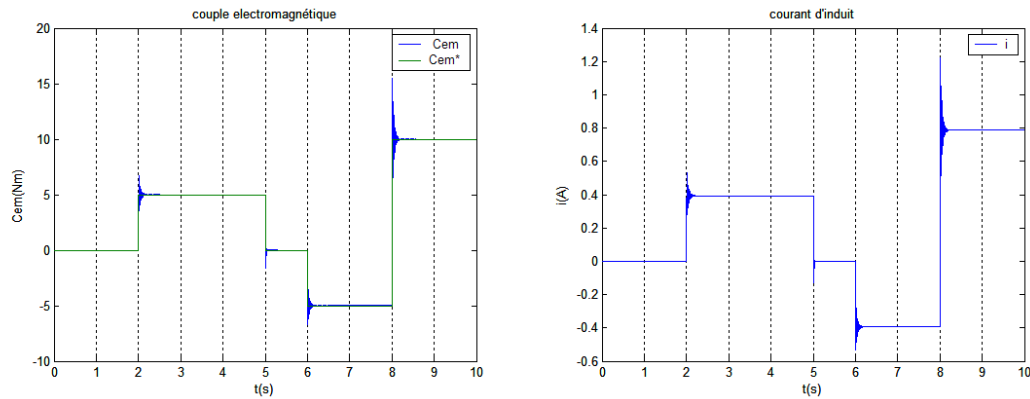


Figure 2.10. teste de robustesse de la commande par mode glissant de MCC en variant La résistance d'induit et l'inductance jusqu'a 50% de ses valeurs

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la commande par modes glissants. Ce choix a été justifié par la simplicité de la conception de cette commande. Pour améliorer davantage les performances de cette commande, nous avons proposé la technique de contrôle associé à un régulateur de courant d'induit.

L'introduction de la commande par modes glissants a permis de compenser de façon remarquable les perturbations et les variations causées par les paramètres de la machine. Elle a permis d'obtenir un temps de réponse très réduit et de meilleures performances dynamiques.

Les résultats de simulation obtenus ont montré de bonnes performances dynamiques et une grande capacité de poursuite de la consigne et la robustesse aux variations des paramètres de la machine.

Commande vectorielle de la machine asynchrone

III.1. Introduction

Dans une machine à courant continu à excitation séparée, le vecteur de la F.M.M de l'induit forme un angle droit avec le vecteur du flux inducteur. Cet angle reste droit quelque soit la charge et la vitesse de rotation. Le couple est donc proportionnel au flux inducteur et au courant d'induit. Ainsi, si nous maintenons le flux inducteur constant (comme dans le cas d'une machine à courant continu à excitation constante), le couple est directement proportionnel au courant d'induit. Ceci justifie les bonnes performances dynamiques de la machine à courant continu.

Dans une machine asynchrone, l'angle entre le champ tournant statorique et le champ tournant rotorique varie en fonction de la charge et de la vitesse de glissement, ce qui provoque des interactions complexes et des réponses oscillatoires. *Blaschke* et *Hasse* ont proposé une méthode, dite « commande vectorielle », permettant d'obtenir une situation équivalente à celle de la machine à courant continu. Le vecteur courant statorique est décomposé en deux composantes, l'une contrôle le flux et l'autre contrôle le couple.

Dans ce chapitre nous présenterons la commande vectorielle d'une machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension commandé par la technique de modulation de largeur d'impulsion sinus-triangle. Nous étudierons tout d'abord le principe d'orientation du flux rotorique. Ensuite, nous présenterons la méthode utilisée pour réaliser la commande vectorielle, à savoir ; la commande vectorielle directe.

III.2. Théorie de la commande vectorielle de la MAS

III.2.1. Modèle de la machine asynchrone

La théorie avancée de la machine asynchrone est basée sur la transformation de Park qui rapporte les équations électriques statoriques et rotoriques à des axes électriquement perpendiculaires appelées (d) pour l'axe direct, et (q) pour l'axe en quadrature. Par raison de simplicité, nous considérons une machine asynchrone triphasée bobinée et un système d'axe (d, q) tournant à la vitesse de synchronisme.

Nous considérons comme variables d'état les courants statoriques (i_{sd} , i_{sq}), les flux rotoriques (φ_{rd} , φ_{rq}) et la vitesse électrique de rotation ω . Le modèle de la machine dans le repère (d, q) tournant à la vitesse de synchronisme ω_s est donné par :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_{ds} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{ds} + \omega_s \sigma L_s I_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_{qr} + V_{ds} \right] \\ \frac{d}{dt} I_{qs} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{qs} - \omega_s \sigma L_s I_{ds} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_{qr} - \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_{dr} + V_{qs} \right] \\ \frac{d}{dt} \varphi_{dr} = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{dr} + \omega_g \varphi_{qr} \\ \frac{d}{dt} \varphi_{qr} = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{qs} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{qr} + \omega_g \varphi_{dr} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec $\omega_g = \omega_s - \omega$; $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ et $R_{sr} = \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right)$

Et $C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{rd} i_{sq} - \varphi_{rq} i_{sd})$ (3.2)

III.2.2. Principe de la commande vectorielle

Comparaison avec une machine à CC.

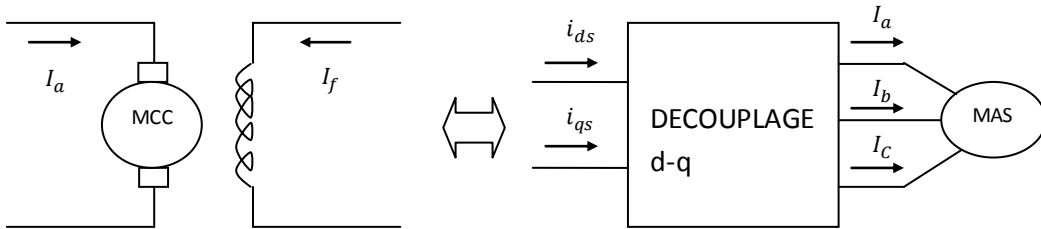


Figure 3.1. Principe de la commande vectorielle

Couple électromagnétique de la machine à courant continu : $C_{em} = k\Phi_f I_a$
 $\Phi_f = k_f I_f$

Couple électromagnétique de la machine asynchrone : $C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{rd} i_{sq} - \varphi_{rq} i_{sd})$

Dans la littérature, nous trouvons plusieurs types d'orientation, à savoir l'orientation du flux rotorique, l'orientation du flux statorique et l'orientation du flux d'entrefer. Dans notre travail, nous nous intéressons à l'orientation du flux rotorique vue qu'elle est la plus facile à mettre en œuvre par rapport aux autres.

III. 2.3 Orientation du flux rotorique

Le principe d'orientation consiste à aligner le flux rotorique sur l'axe direct du repère de Park. Il est illustré par la figure 3.2.

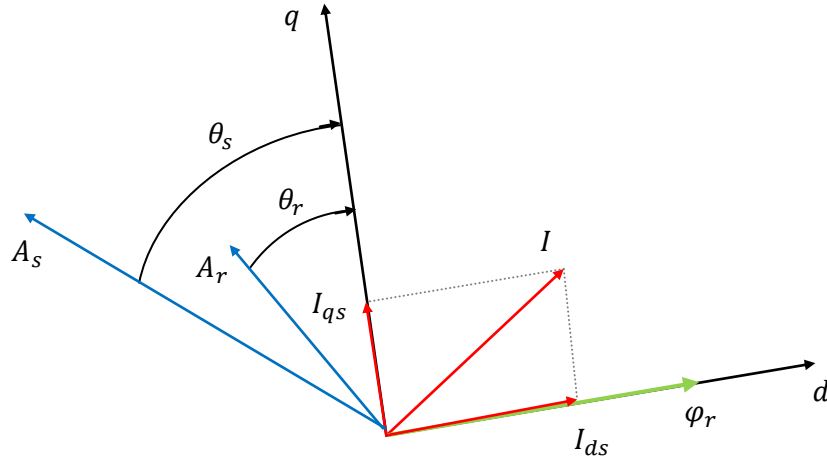


Figure 3.2. Principe d'orientation du flux rotorique

Ainsi, nous obtenons :

$$\varphi_r = \varphi_{rd} \quad , \quad \varphi_{rq} = 0 \quad (3.3)$$

Le modèle découplé devient :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_{ds} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{ds} + \omega_s \sigma L_s I_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_r + V_{ds} \right] \\ \frac{d}{dt} I_{qs} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[-R_{sr} I_{qs} - \omega_s \sigma L_s I_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \omega \varphi_r + V_{qs} \right] \\ \frac{d}{dt} \varphi_r = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_r \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (3.4)$$

Et l'expression du couple devient :

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_{rd} i_{sq} \quad (3.5)$$

Avec

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_r = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_r \\ \omega_g = \frac{L_m R_r}{L_r} \frac{I_{qs}}{\varphi_r} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (3.6)$$

D'après les équations (3.6), nous constatons qu'il est possible d'agir indépendamment sur le flux rotorique et le couple électromagnétique par l'intermédiaire des composantes des courants statoriques I_{sd} et I_{sq} respectivement. Le courant I_{sd} sert à réguler le flux φ_r à sa valeur de référence φ_r^* . Ensuite, si $\varphi_r = \varphi_r^*$, le couple électromagnétique C_{em} prend une forme similaire à celle de la machine à courant continu, et sera contrôlé proportionnellement par le courant I_{sq} .

III.2.4. Méthodes de commande par flux orienté

La commande par flux orienté est une technique associée au système d'entraînement formé par une machine asynchrone chargée et alimentée par un convertisseur statique. La commande de la machine asynchrone nécessite une connaissance de la position exacte du flux à orienter à tout instant et la faire coïncider avec l'axe direct « d » tournant à la vitesse du champ tournant.

Suivant l'approche utilisée pour avoir une orientation de champ, deux principales méthodes de la commande vectorielle peuvent être distinguées, à savoir :

- *Une commande indirecte* : La phase du flux rotorique est estimée à partir d'une relation donnant la vitesse du glissement ;
- *Une commande directe* : La phase du flux rotorique est mesurée par un capteur physique, ou estimée en utilisant un modèle dynamique ;

Dans notre travail, nous nous intéressons à la méthode directe.

III.2.5. Méthode directe avec alimentation en tension

Cette méthode de commande nécessite une bonne connaissance du module du flux et de sa phase et celles-ci doivent être vérifiées quel que soit le régime de fonctionnement.

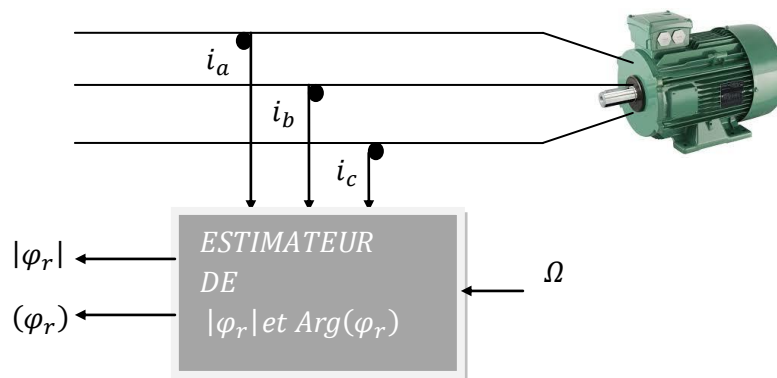


Figure 3.3. Méthode d'estimation du module et l'argument du flux

La reconstitution du flux à partir des courants statoriques dans un référentiel stationnaire est déduite des équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \varphi_r = \frac{L_m R_r}{L_r} I_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_r \\ \omega_g = \omega_s - \omega_m = \frac{L_m R_r I_{qs}}{L_r \varphi_r} \\ C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_r i_{sq} \\ \theta_s = \int \omega_s dt \end{cases} \quad (3.7)$$

Le schéma bloc de l'estimateur du flux et du couple est donné par la figure suivante :

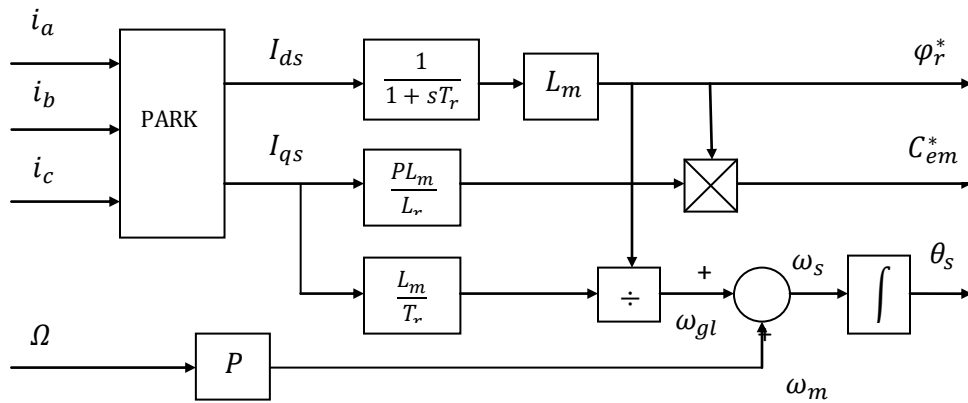


Figure 3.4. Estimateur du flux et du couple

Le schéma global de la commande vectorielle avec orientation du flux rotorique en utilisant un estimateur du flux rotorique est donné par la figure.

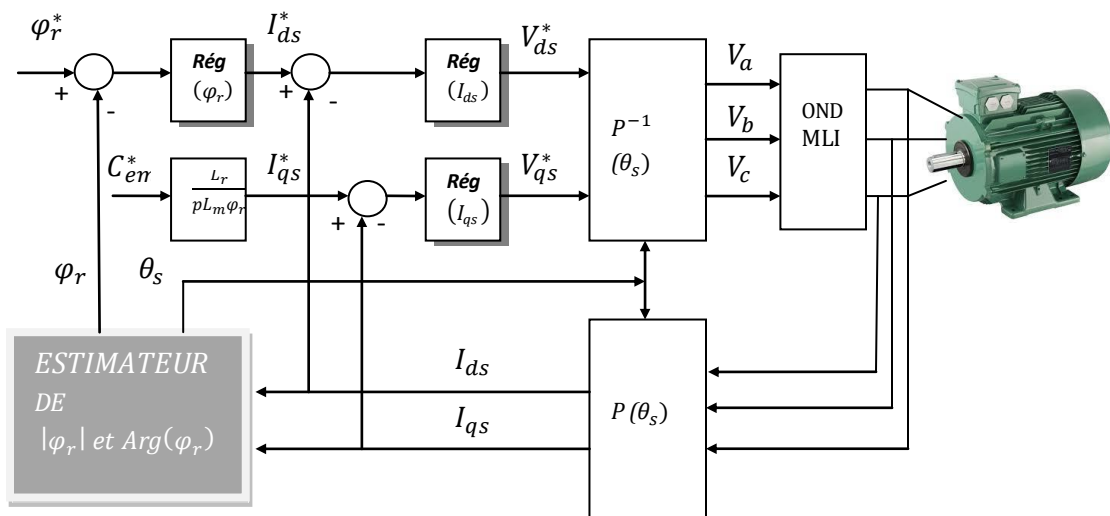


Figure 3.5. Schéma synoptique de la commande directe par orientation du flux rotorique utilisant un estimateur du flux

III.3. Mise en œuvre de la commande vectorielle de la MAS

III.3.1. Calcul des correcteurs

Pour le système de réglage, nous choisissons d'utiliser des correcteurs de type Proportionnel-Intégral (PI), étant donné qu'ils sont simples à mettre en œuvre. Ce type de correcteur assure une erreur statique nulle grâce à l'action d'intégration, tandis que la rapidité de réponse est établie par l'action proportionnelle. Le calcul des correcteurs est effectué à l'aide du principe d'imposition des pôles.

III.3.1.1. Correcteur du courant I_{qs}

Le correcteur du courant en quadrature fournit la tension V_{qs}^* nécessaire au maintien du couple à sa valeur de référence.

La boucle de régulation du courant I_{qs} est représentée par la figure 3.6.

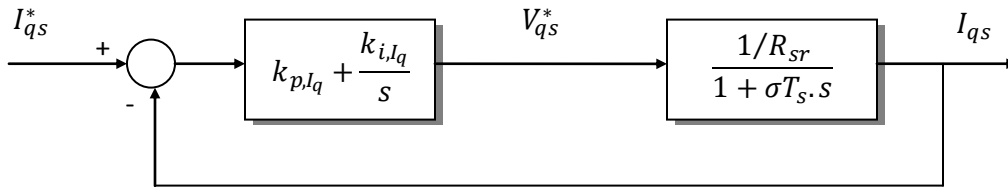


Figure 3.6. Schéma bloc de régulation du courant I_{sq}

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée comme suit :

$$\frac{I_{qs}}{I_{qs}^*} = \frac{\frac{1}{\sigma T_s R_{sr}} (k_{p,Iq} \cdot s + k_{i,Iq})}{s^2 + s \left(\frac{1 + k_{p,Iq}/R_{sr}}{\sigma T_s} \right) + \frac{k_{i,Iq}}{\sigma T_s R_{sr}}} \quad (3.8)$$

Le dimensionnement du correcteur est fait à l'aide du principe l'imposition des pôles.

Comme le polynôme caractéristique de l'équation (3.8) est du deuxième ordre, nous imposons deux pôles à partie réelle négative. Pour avoir plus de souplesse dans le choix des dynamiques de régulation, le dénominateur de fonction de transfert correspondantes est de la forme :

$$D(s) = s^2 + 2 \xi \omega_0 s + \omega_0^2 \quad (3.9)$$

Ainsi, nous obtenons les paramètres du correcteur, en fonction de l'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_0 .

Par identification entre les équations (3.8) et (3.9), nous obtenons les paramètres suivants du correcteur PI :

k_{p,I_q}	k_{i,I_q}
$(2\xi\omega_0\sigma T_S - 1)R_{sr}$	$\omega_0^2\sigma T_S R_{sr}$

Tableau 3.1. Paramètres du correcteur du courant d'axe en quadrature

III.3.1.2. Correcteur du courant I_{ds}

Le correcteur du courant direct fournit la tension V_{ds}^* nécessaire au maintien du flux à sa valeur de référence.

Les mêmes calculs effectués pour le correcteur du courant I_{qs} sont appliqués à ce correcteur. Les paramètres du correcteur sont donc les mêmes. Ils sont donnés par :

k_{p,I_d}	k_{i,I_d}
$(2\xi\omega_0\sigma T_S - 1)R_{sr}$	$\omega_0^2\sigma T_S R_{sr}$

Tableau 3.2. Paramètres du correcteur du courant d'axe direct

III.3.1.3. Correcteur du flux φ_r

La boucle externe est consacrée à la régulation du flux rotorique (la grandeur ayant la dynamique la plus lente). Pour avoir un bon fonctionnement de la machine, le flux doit être maintenu constant à sa valeur nominale. D'après l'équation (3.6), nous avons :

$$\frac{\varphi_r}{I_{ds}} = \frac{L_m}{1 + T_r \cdot s} \quad (3.10)$$

Comme la dynamique du courant est plus rapide que la dynamique du flux, le courant I_{ds} est supposé déjà arriver à sa valeur de référence I_{ds}^* ($\frac{I_{ds}}{I_{ds}^*} = 1$). D'où le schéma bloc de régulation du flux rotorique.

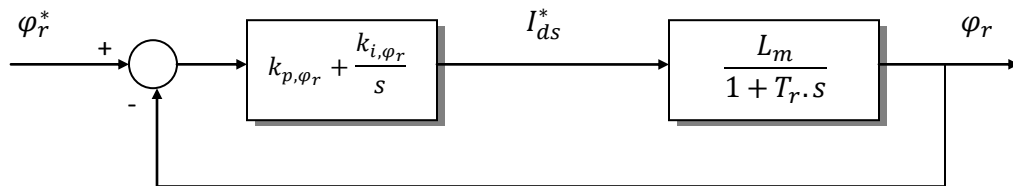


Figure 3.7. Schéma bloc de régulation du flux φ_r .

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\frac{\varphi_r}{\varphi_r^*} = \frac{\frac{L_m}{T_r}(k_{p,\varphi_r} s + k_{i,\varphi_r})}{s^2 + s\left(\frac{1+k_{p,\varphi_r} L_m}{T_r}\right) + \frac{k_{i,\varphi_r} L_m}{T_r}} \quad (3.11)$$

De la même manière, pour dimensionner le correcteur, nous faisons appel au principe d'imposition des pôles. Les paramètres du correcteur seront :

k_{p,φ_r}	k_{i,φ_r}
$(2\xi\omega_0 T_r - 1)/L_m$	$\omega_0^2 T_r/L_m$

Tableau 3.3. Paramètres du correcteur du flux rotorique.

III.3.2. Résultats de simulation et interprétations

Les simulations présentées dans cette section sont effectuées sur une machine asynchrone triphasée alimentée en tension, dont les paramètres sont mentionnés dans l'annexe. Les paramètres des correcteurs PI utilisés aux schémas de principe des figures 3.6 et 3.7 sont résumés dans le tableau suivant :

Boucle de régulation	Choix des pôles		Paramètres du correcteur PI	
Courants I_{ds} , I_{qs}	ω_0	ξ	k_p	k_i
	250	1.25	14.566	1941.6
Flux φ_r	ω_0	ξ	k_p	k_i
	50	1.25	31.013	697.78

Tableau 3.4. Paramètres des correcteurs PI de la commande vectorielle.

Afin de montrer la qualité du découplage entre le flux rotorique φ_r et le couple électromagnétique C_{em} , nous avons illustré, dans la figure 3.8 les réponses des flux φ_{dr} et φ_{qr} , le couple C_{em} et les courants I_{ds} et I_{qs} . Nous remarquons que le flux rotorique est réglé à sa valeur de référence (valeur nominale). Le couple suit sa valeur de référence, et il reste proportionnel au courant I_{qs} .

Ces résultats montrent que la méthode adoptée est un outil efficace pour la réalisation de la commande du couple de la machine asynchrone.

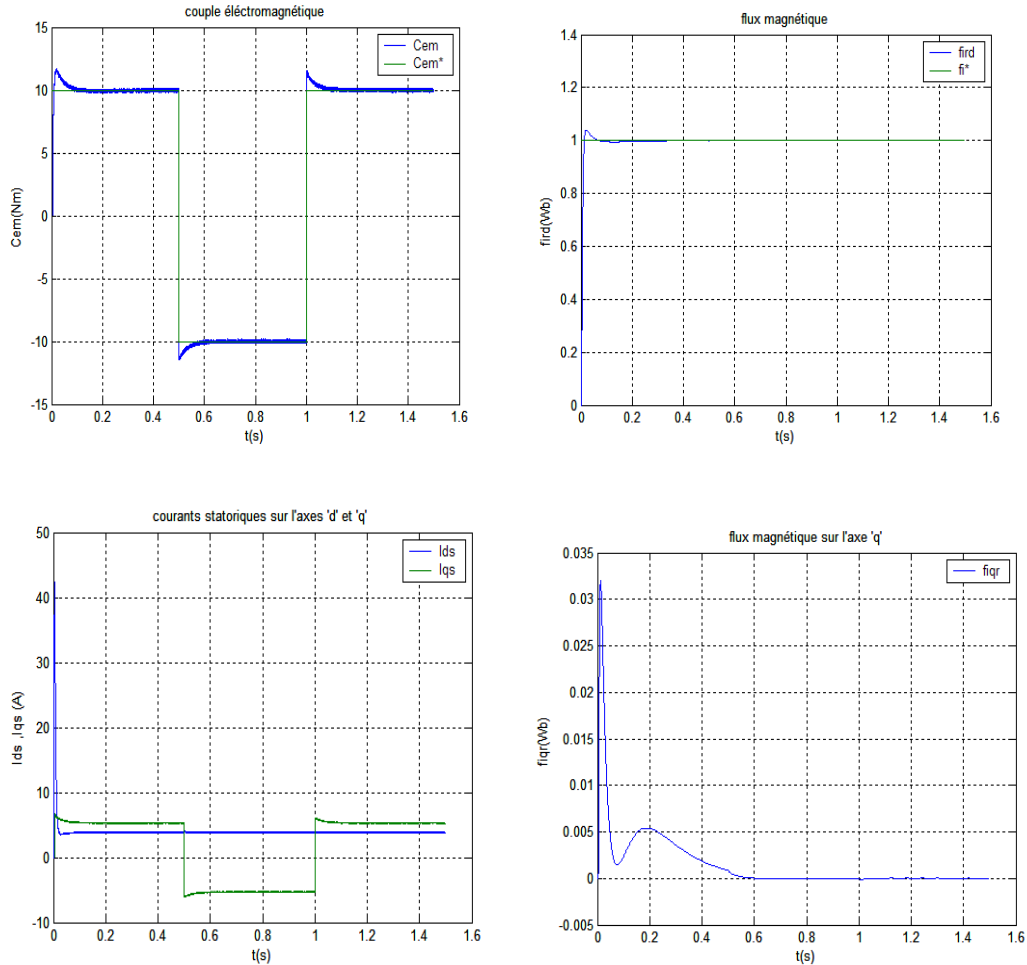


Figure 3. 8. Orientation du flux rotorique par la méthode directe

III.4. Conclusion :

Dans ce travail, nous avons montré que l'application de la méthode de flux orienté (la commande vectorielle) permet de découpler l'aimantation de la machine asynchrone et son couple électromagnétique à flux constant. En effet, la commande vectorielle nous a permis de rendre le comportement dynamique de la machine asynchrone similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée.

La détermination de la position et l'amplitude du flux rotorique doit être effectué soit par l'estimation du flux rotorique, soit par l'aide de mesurer le flux magnétisant dans la machine asynchrone à l'aide d'un bobinage supplémentaire ou d'un capteur à effet Hall précédemment placé sous les dents du stator. Ainsi l'orientation du flux rotorique repose essentiellement sur la connaissance exacte du modèle et des paramètres électriques de la machine.

Commande du robot pour les différents algorithmes

IV.1. Introduction

La commande des robots manipulateurs constitue à l'heure actuelle l'une des préoccupations majeures et des axes de recherche privilégiée dans le domaine de l'automatique. En effet, la majorité des tâches confiées aux robots sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides. Durant ces trois dernières décennies et afin d'améliorer les performances des manipulateurs, des recherches avancées ont permis de faire émerger de nouvelles techniques de commande appliquées aux robots manipulateurs. Comme résultat de ces activités de recherche, une variété de méthodes de commande des robots manipulateurs ont été proposées [WIS 99], telles que :

- la commande classique de type PID ;
- la commande par découplage non linéaire ;
- la commande passive ;
- la commande fondée sur une fonction de Lyapunov ;
- la commande adaptative ;
- la commande robuste à structure variable (mode glissant) ;

Il n'est pas possible, de traiter en détail l'ensemble de ces approches. Dans ce travail, on insiste sur la commande par découplage non linéaire, méthode qui considérée comme la solution théorique idéale pour la commande des robots manipulateurs [WIS 99], dans laquelle l'objectif de poursuite de trajectoires est accompli par linéarisation par bouclage de la dynamique non linéaire du robot. On présentera ensuite la méthode de commande fondée sur une fonction de Lyapunov et la commande par Backstepping).

IV.2. Equation du mouvement

Afin de bien appréhender la problématique de la commande des robots manipulateurs, il est utile de rappeler les équations du modèle dynamique du robot dont la forme générale pour un robot à n degrés de liberté est la suivante :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q) \quad (4.1)$$

ou, sous une forme plus compacte :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (4.2)$$

ou encore, le modèle ayant une forme linéaire par rapport aux paramètres dynamiques :

$$\Gamma = \Phi(q, \dot{q}, \ddot{q}) \chi \quad (4.3)$$

On rappelle que Γ est le vecteur ($nx1$) des couples articulaires, $A(q)$ est la matrice (nxn) d'inertie du robot, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ est le vecteur ($nx1$) représentant les forces centrifuges et les forces de Coriolis, $Q(q)$ est le vecteur regroupant les force de gravite et de frottements, χ représente le vecteur des paramètres dynamiques (paramètres inertiels et paramètres de frottements).

Le couple transmis à l'articulation j par un moteur a courant continu ou moteur asynchrone commandé en courant, en supposant que les organes de transmission ne comportent ni jeux ni élasticité, s'exprime par :

$$\Gamma_j = N_j K_{aj} K_{Tj} u_j \quad (4.4)$$

$$\Gamma_j = G_{Tj} u_j \quad (4.5)$$

où G_{Tj} est la constante de la chaine d'actionnement j , u_j est la consigne envoyée a la chaine d'actionnement, N_j est le rapport du réduction, K_{aj} est le gain de l'amplification, K_{Tj} est la constante de couple de moteur électrique.

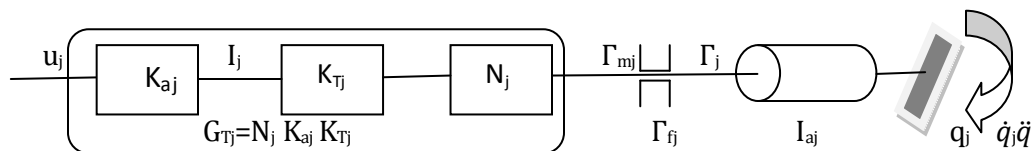


Figure 4.1. Schéma de la chaîne d'actionnement

La synthèse de la commande consiste à calculer Γ_j , puis à calculer le signal u_j permettant de suivre la consigne désirée.

IV.3. Commande par découplage non linéaire

Lorsque l'application exige des évolutions rapides du robot et une grande précision dynamique, il est nécessaire de concevoir un système de commande plus sophistiqué qui prenne en compte tout ou partie des forces d'interaction dynamiques. L'utilisation de la commande par découplage non linéaire constitue une bonne approche dans ce sens. Ce type de commande est aussi connu sous le nom de *commande dynamique* (ou "couple calculé", *computed torque* dans la littérature anglo-saxonne) parce qu'il est fondé sur l'utilisation du modèle dynamique. Théoriquement il assure le découplage et la linéarisation des équations du modèle, ayant pour effet une réponse uniforme quelle que soit la configuration du robot [WIS 99].

La mise en œuvre de cette méthode exige le calcul de modèle dynamique en ligne et la connaissance de valeurs numériques des paramètres inertiels et de frottements. Le problème de calcul en ligne est en effet résolu pratiquement grâce à la méthode de modélisation que nous avons présentées au premier chapitre et grâce aux évolutions technologiques en micro-informatique.

La commande par découplage non linéaire consiste à transformer par retour d'états le problème de commande d'un système non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire. Dans le cas général, le problème de la linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire n'est pas facile à résoudre. Cependant dans le cas des robots manipulateurs rigides, l'élaboration d'une loi de commande qui linéarise et découple les équations est simplifiée par le fait que le nombre d'actionneurs est égal au nombre de variables articuleuses et que le modèle dont on dispose est un modèle inverse qui exprime l'entrée Γ du système en fonction de vecteur d'état (q, \dot{q}) et de (\ddot{q}) .

IV.3.1. Principe de la commande

Soit \hat{A} et \hat{H} les estimations respectives de A et H . on suppose que les positions et vitesses articulaires sont mesurables et que les mesures ne sont pas bruitées. Partant de l'équation [4.2], si l'on choisit une commande $w(t)$ telle que :

$$\Gamma = \hat{A}(q) w(t) + \hat{H}(q, \dot{q}) \quad (4.6)$$

Alors, dans le cas idéal où le modèle est supposé parfait, le système est régi par l'équation :

$$\ddot{q} = w(t) \quad (4.7)$$

$w(t)$ peut être considéré comme un nouveau vecteur de commande. On se ramène donc à un problème de commande de n systèmes linéaires, invariants, découplés et du second ordre (double intégrateurs). Plusieurs choix peuvent être envisagés pour $w(t)$. Nous

études notamment, le cas où le mouvement désiré est complètement spécifié et le cas où seulement la position finale est donnée.

IV.3.2. Cas où le mouvement est complètement spécifié

On désigne respectivement par $\ddot{q}^d(t)$, $\dot{q}^d(t)$ et $q^d(t)$ l'accélération, la vitesse et la position désirées dans l'espace articulaire. Si l'on calcule selon la relation suivante :

$$w(t) = \ddot{q}^d + K_v(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_p(q^d - q) \quad (4.8)$$

où K_v et K_p sont des matrices diagonales définies positives de dimension $(n \times n)$, alors, d'après l'équation (4.7), la réponse du système en boucle fermée est décrite par l'équation linéaire découplée suivante :

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.9)$$

où $e = q^d - q$

La solution de l'équation de l'erreur $e(t)$ est globalement exponentiellement stable. Les gains K_{pj} et K_{vj} sont choisis pour imposer à l'erreur de l'axe j la dynamique désirée d'amortissement ξ_j et de pulsation ω_j quelle que soit la configuration du robot :

$$\begin{cases} K_{pj} = \omega_j^2 \\ K_{vj} = 2 \xi_j \omega_j \end{cases} \quad (4.10)$$

En générale, on choisit un amortissement égal à 1 pour avoir une réponse sans dépassement, le schéma-bloc de cette loi de commande est représenté sur la figure 4.2. Le signal de commande aux actionneurs comporte trois parties : la première compense les couples et forces de Coriolis, centrifuge, de gravite et de frottements, la deuxième est une correction de position et de vitesse à gains variables représentée respectivement par $\hat{A}K_p$ et $\hat{A}K_v$, tandis que la troisième constitue une anticipation des forces d'accélération désirées $\hat{A}\ddot{q}^d$.

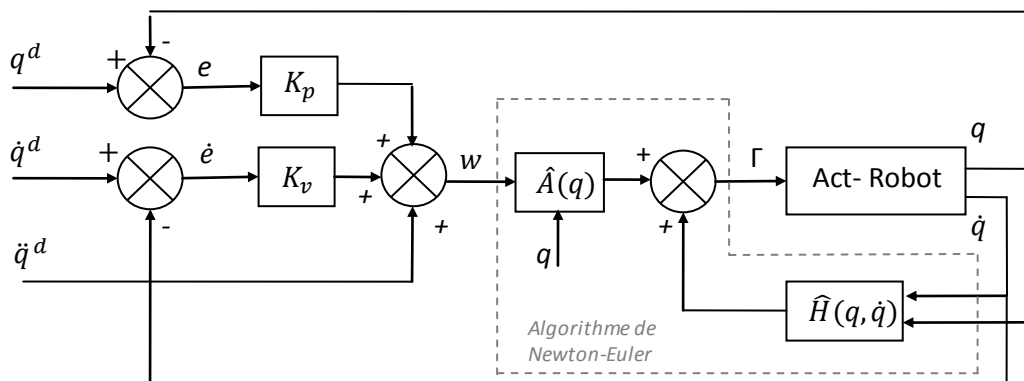


Figure 4.2. Loi de commande pour un mouvement complètement spécifié

Lorsqu'il y a des erreurs de modélisation, l'équation de la boucle fermée correspondant à la figure 4.2 est obtenue en utilisant les relations (4.6) et (4.2) :

$$\hat{A} (\ddot{q}^d + K_v \dot{e} + K_p e) + \hat{H} = A\ddot{q} + H \quad (4.11)$$

Et on en déduit que :

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = \hat{A}^{-1} [(A - \hat{A})\ddot{q} + H - \hat{H}] \quad (4.12)$$

On remarque avec la relation (4.12) que les erreurs de modélisation constituent une excitation pour l'équation de l'erreur. Il en résulte que lorsque ces erreurs sont importantes, il faut augmenter d'autant les gains de position et de vitesse, mais ces valeurs sont limitées par la stabilité du système. Pour que le système soit stable, on montre en particulier que la matrice \hat{A} doit être définie positive (inversible). On montre aussi que les erreurs e et \dot{e} diminuent lorsque les gains augmentent.

IV.3.3. Cas où seule la position finale est spécifiée

Dans ce cas, le but à atteindre est la position q^d . Un choix possible pour $w(t)$ est de prendre (figure 4.3) :

$$w(t) = K_p (q^d - q) - K_v \dot{q} \quad (4.13)$$

A partir des équations (4.7) et (4.13), si la modélisation est parfaite et pour des erreurs initiales nulles, on déduit l'équation de la boucle fermée du système :

$$\ddot{q} + K_v \dot{q} + K_p q = K_p q^d \quad (4.14)$$

qui est une équation linéaire découplée du deuxième ordre dont la solution $q(t)$ est globalement exponentiellement stable. K_p et K_v sont choisis pour imposer la dynamique désirée à $q(t)$.

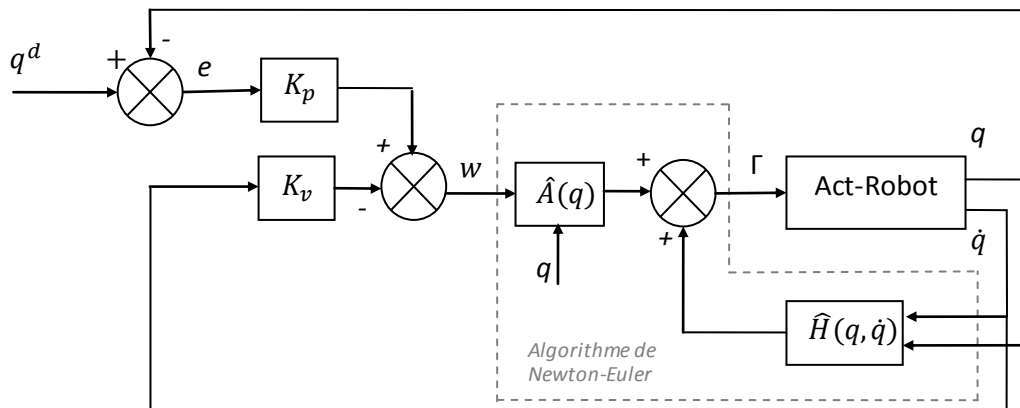


Figure 4.3. Découplage non linéaire où seule la position finale est spécifiée

IV.3.4. Commande dynamique prédictive

Un autre schéma de commande peut être établi en utilisant une commande dynamique prédictive dans la quelle le calcul de \hat{A} et de \hat{H} se fait non pas en fonction des valeurs courantes de q et de \dot{q} , mais plutôt en fonction des variables du mouvement désiré q^d et \dot{q}^d [WIS 99]. Dans ce cas, la loi de commande a pour expression :

$$\Gamma = \hat{A}(q^d) w(t) + \hat{H}(q^d, \dot{q}^d) \quad (4.15)$$

le terme $w(t)$ étant celui de l'équation (4.8).

La figure 4.4 présente le schéma-bloc de cette loi. Si le suivi est correct, on peut supposer que $\hat{A}(q) = \hat{A}(q^d)$ et que $\hat{H}(q, \dot{q}) = \hat{H}(q^d, \dot{q}^d)$. En l'absence d'erreurs de modélisation et pour des erreurs initiales nulles, la loi de commande (4.15) linéaire et découple les équations du système comme dans le cas précédent. L'avantage essentiel de cette loi est que le calcul de $\hat{A}(q^d)$ et $\hat{H}(q^d, \dot{q}^d)$ n'est pas contaminé par le bruit de mesure.

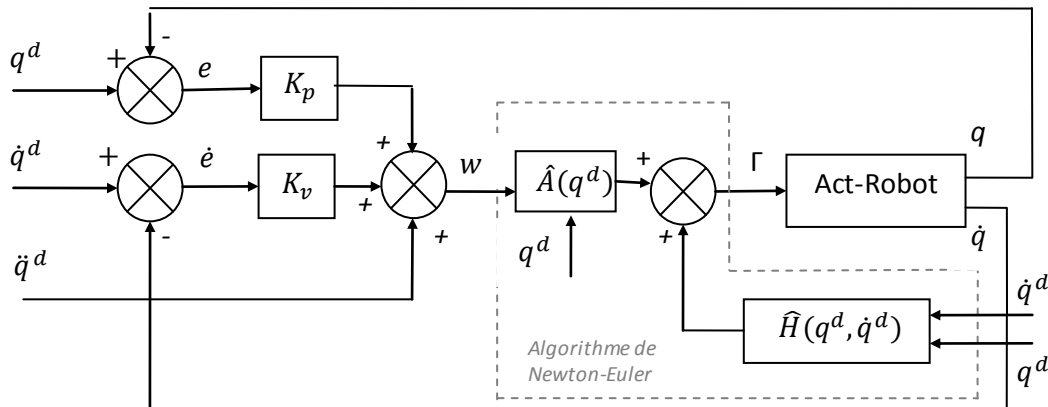


Figure 4.4. Commande dynamique prédictive

IV.3.5. Calcul pratique des lois de commande par découplage non linéaire

Les lois de commande représentées par les relations (4.6) et (4.15) peuvent être calculées par l'algorithme de calcul du modèle dynamique inverse de Newton-Euler sans nécessiter la connaissance explicite des éléments de A et H . Cet algorithme fournit les valeurs des couples moteurs en fonction des positions, vitesses et accélérations articulaires. En comparant les relations (4.2) et (4.6). On conclut que :

- le calcul des lois de commande qui correspondent à l'équation (4.6) (figure 4.2 et 4.3) peut être réalisé par l'algorithme de Newton-Euler en utilisant comme arguments d'entrée :

- la position articulaire égale à la position articulaire courante q ;
 - la vitesse articulaire égale à la vitesse articulaire courante \dot{q} ;
 - l'accélération articulaire égale à $w(t)$;
- le calcul de la loi de commande prédictive de l'équation (4.15) peut être réalisé en choisissant comme arguments :
- la position articulaire égale à la position articulaire désirée q^d ;
 - la vitesse articulaire égale à la vitesse articulaire désirée \dot{q}^d ;
 - l'accélération articulaire égale à $w(t)$;

Le coût en calcul de la commande par découplage non linéaire dans l'espace articulaire est donc quasiment égal au nombre d'opérations nécessaire pour établir le modèle dynamique. Ainsi, pour réaliser cette commande, on doit essentiellement disposer d'un algorithme de calcul du modèle dynamique performant, problème considéré comme résolu. On commence à trouver sur certaines baies de commande une implémentation partielle de la commande par découplage non linéaire.

IV.4. Génération de mouvement

La tâche d'un robot est généralement définie en termes de suivie de trajectoires. Nous devons donc être capable de définir de telles trajectoires.

La génération de mouvement désigne la fonction de calcul des consignes articulaires du robot destinées à réaliser une tâche interprétée sous forme de position successives de l'outil du robot et de contraintes cinématique ou dynamique. Cette fonction est centrale au sein du contrôleur du robot, dans le sens où elle fait la transition entre le niveau informatique d'interprétation-exécution du programme de la tâche et le niveau de commande proprement dit, comme l'illustre le schéma simplifié de contrôleur du robot de la figure 4.5 [WIS 02].



Figure 4.5. Place de la fonction génération de mouvement au sein du contrôleur de robot manipulateur

IV.4.1. Génération de mouvement dans l'espace articulaire

La génération de mouvement dans l'espace articulaire applique à chaque articulation du robot une loi de mouvement dont les contraintes sont définies dans l'espace articulaire. Dans le cas le plus fréquent où la durée du mouvement n'est pas imposée, chaque articulation a une durée propre de mouvement déduite de la satisfaction des contraintes cinématique ou dynamique, il est alors nécessaires, dans une seconde étape, de synchroniser l'ensemble des articulations sur la plus lente, appelée articulation maître. A l'issue de leur synchronisation, les mouvements recalculés sont directement les consignes de commande, comme l'illustre la figure 4.6.

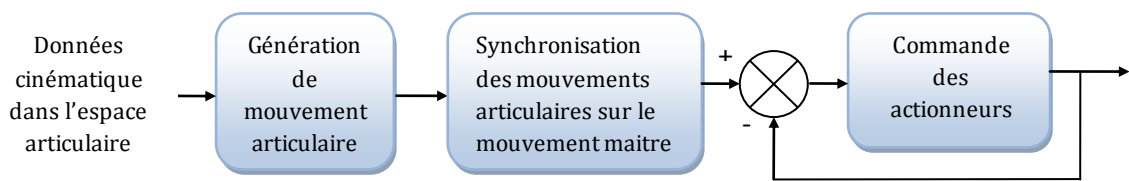


Figure 4.6. Organisation fonctionnelle classique de la génération de mouvement dans l'espace articulaire

La génération de mouvement dans l'espace articulaire présente plusieurs avantages [WIS 99]:

- Elle nécessite moins de calcul en ligne, puisqu'il n'y a pas d'appel au modèle géométrique ou cinématique inverse ;
- Le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières ;
- Les contraintes de vitesses et de couples maximaux sont directement déduites des limites physiques des actionneurs.

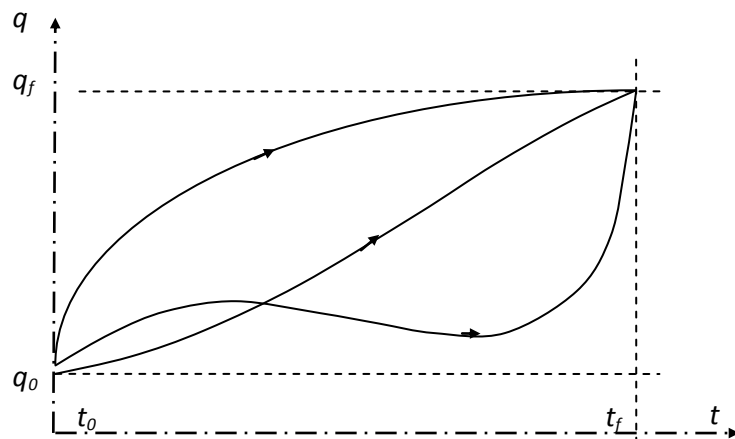


Figure 4.7. Exemple de trajectoires dans l'espace de configuration

IV.4.2. Trajectoire dans l'espace de configuration

Considérons que le chemin de configuration soit défini en les variables articulaires $q(t)$. Nous supposons connaître la configuration initiale $q(t_0) = q_0$. Nous supposons devoir atteindre la configuration q_f à l'instant t_f . Plusieurs solutions sont possibles (figure 4.7).

IV.4.3. Trajectoires polynomiales

En l'absence de toute autre considération, nous pouvons choisir le polynôme de degrés minimum qui répond à la question. Soit donc les deux conditions aux limites :

$$\begin{cases} q(t_0) = q_0 \\ q(t_f) = q_f \end{cases} \quad (4.15)$$

Ayant deux conditions, nous pouvons nous contenter d'un polynôme du premier degré de la forme :

$$q(t) = q_0 + a_1(t - t_0) \quad (4.16)$$

Le vecteur $a_1 \in \mathbb{R}^N$ s'identifie aisément en exprimant $q(t)$ en $(t = t_f)$:

$$q_f = q_0 + a_1(t_f - t_0) \quad (4.17)$$

d'où :

$$a_1 = \frac{q_f - q_0}{t_f - t_0} \quad (4.18)$$

et

$$q(t) = q_0 + \frac{q_f - q_0}{t_f - t_0} (t - t_0) \quad (4.19)$$

ou encore, de manière plus symétrique :

$$q(t) = \frac{(t_f - t)q_0 + (t - t_0)q_f}{t_f - t_0} \quad (4.20)$$

Cette trajectoire présente des discontinuités de vitesse en échelon en ses extrémités, ce qui entraîne des variations d'accélération (qui l'on appelle encore chocs) en impulsions de Dirac (figure 4.8). Pour éviter ces désagréments, nous pouvons imposer deux conditions supplémentaires (figure 4.9) :

$$\begin{cases} \dot{q}(t_0) = \dot{q}_0 \\ \dot{q}(t_f) = \dot{q}_f \end{cases} \quad (4.21)$$

Pour pouvoir remplir ces quatre conditions, nous devons avoir recours à un polynôme du troisième degré :

$$q(t) = q_0 + \dot{q}_0(t - t_0) + a_2 \frac{(t - t_0)^2}{2} + a_3 \frac{(t - t_0)^3}{3!} \quad (4.22)$$

En dérivons cette expression par rapport au temps t , nous trouvons :

$$\dot{q}(t) = \dot{q}_0 + \dot{a}_2(t - t_0) + a_3 \frac{(t - t_0)^2}{2} \quad (4.23)$$

Les vecteurs a_2 et a_3 s'identifient aisément en exprimant $q(t)$ et $\dot{q}(t)$ en $(t = t_f)$:

$$\begin{cases} q_f = q_0 + \dot{q}_0(t_f - t_0) + a_2 \frac{(t_f - t_0)^2}{2} + a_3 \frac{(t_f - t_0)^3}{3!} \\ \dot{q}_f = \dot{q}_0 + \dot{a}_2(t_f - t_0) + a_3 \frac{(t_f - t_0)^2}{2} \end{cases} \quad (4.24)$$

d'où

$$\begin{pmatrix} \frac{(t_f - t_0)^1}{1!} & \frac{(t_f - t_0)^2}{2!} \\ \frac{(t_f - t_0)^2}{2!} & \frac{(t_f - t_0)^3}{3!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\dot{q}_f - \dot{q}_0) \\ (q_f - q_0) - \dot{q}_0(t_f - t_0) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

ou encore, introduisant la notation $\Delta x = (x_f - x_0)$:

$$\begin{pmatrix} \frac{(\Delta t)^1}{1!} & \frac{(\Delta t)^2}{2!} \\ \frac{(\Delta t)^2}{2!} & \frac{(\Delta t)^3}{3!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \dot{q} \\ \Delta q - \dot{q}_0 \Delta t \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

le déterminant e la matrice de ce système vaut :

$$\det = -\frac{(\Delta t)^4}{12} \quad (4.27)$$

d'où la solution

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = -\frac{12}{(\Delta t)^4} \begin{pmatrix} \frac{(\Delta t)^3}{3!} & -\frac{(\Delta t)^2}{2!} \\ -\frac{(\Delta t)^2}{2!} & \frac{(\Delta t)^1}{1!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{q} \\ \Delta q - \dot{q}_0 \Delta t \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Semblablement, si nous n'autorisons aucune discontinuité d'accélération, nous devons prendre un poly nome de cinquième ordre (figure 4.10) :

$$q(t) = q_0 + \dot{q}_0(t - t_0) + \ddot{q}_0 \frac{(t - t_0)^2}{2} + a_3 \frac{(t - t_0)^3}{3!} + a_4 \frac{(t - t_0)^4}{4!} + a_5 \frac{(t - t_0)^5}{5!} \quad (4.29)$$

où les conditions terminales fournissent les vecteurs a_3, a_4 et a_5 .

Ceux-ci doivent vérifier :

$$\begin{pmatrix} \frac{(\Delta t)^1}{1!} & \frac{(\Delta t)^2}{2!} & \frac{(\Delta t)^3}{3!} \\ \frac{(\Delta t)^2}{2!} & \frac{(\Delta t)^3}{3!} & \frac{(\Delta t)^4}{4!} \\ \frac{(\Delta t)^3}{3!} & \frac{(\Delta t)^4}{4!} & \frac{(\Delta t)^5}{5!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \ddot{q} \\ \Delta \dot{q} - \ddot{q}_0 \Delta t \\ \Delta q - \dot{q}_0 \Delta t - \ddot{q}_0 \frac{(\Delta t)^2}{2} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

d'où nous pouvons tirer facilement une récurrence pour les degrés supérieurs des polynôme d'interpolation.

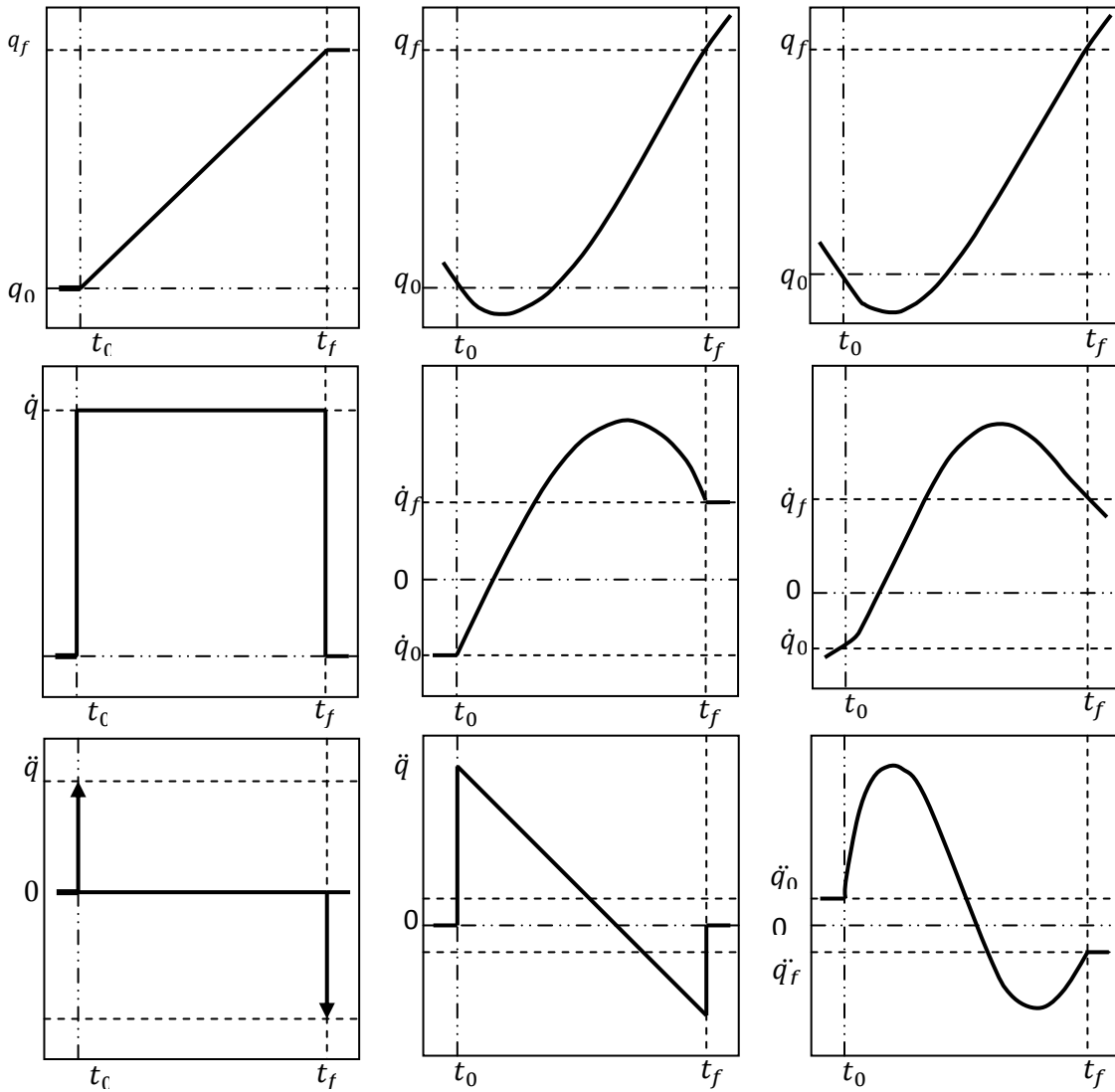


Figure 4.8. trajectoire linéaire

Figure 4.9. trajectoire cubique

Figure 4.10. trajectoire de 5^{ème} degré

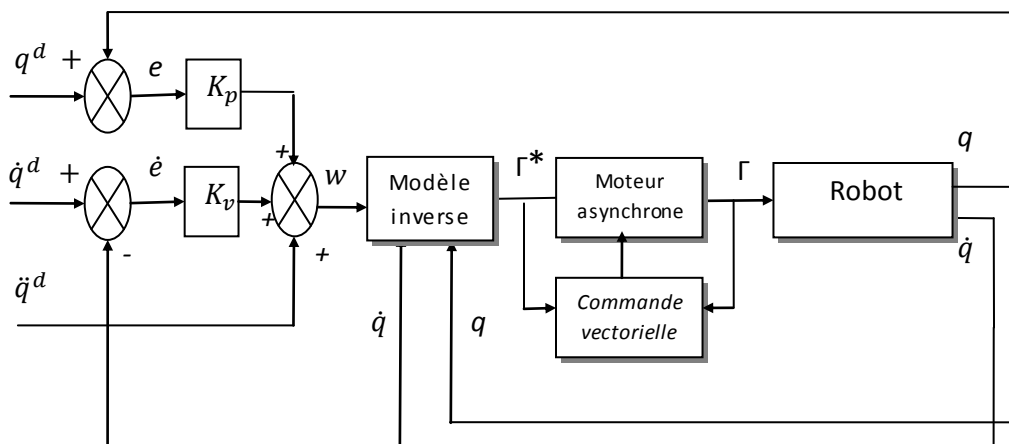


Figure 4.11. Schéma de la commande de robot doté de moteur asynchrone

IV.5. Application de la commande non linéaire découplée au robot manipulateur

Nous allons appliquer les lois de commande non linéaire découplée au modèle de robot PUMA 2ddl (à deux degrés de liberté)(figure 4.12).

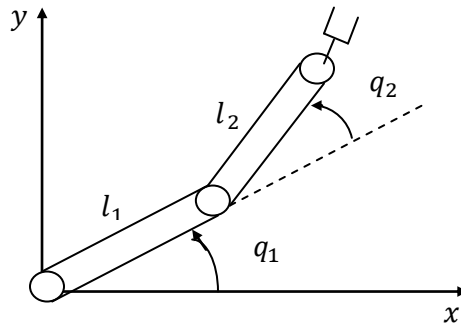


Figure 4.12. Présentation de robot a deux degré de liberté

Dans la première partie, les actionneurs du robot sont des moteurs asynchrones commandés par méthode de commande vectorielle, puis dans la deuxième étape de simulation, on fait remplacer les moteurs asynchrones par des moteurs à courant continu commandés en mode de glissant.

IV.5.1. Cas de moteur asynchrone

L'utilisation des moteurs asynchrones comme des actionneurs de robot se fait dont les consignes de commande (couple désiré) sont calculées a partir de modèle inverse de robot (figure 4.11). La commande vectorielle des moteurs doit être effectuée en cascade avec celle du système.

IV.5.1.1. Résultats de simulation

La mise sous forme d'état des équations différentielles non linéaires trouvées, nous permettent d'utiliser la méthode de Range-Kutta d'ordre quatre sous les conditions initial nulle.

La mise sous forme matricielle du modèle du robot donne le système suivant [BAL 07] :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}l^2(m_1 + 4m_2 + 3m_2 \cos(q_2)) \\ \beta = m_2l^2(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cos(q_2)) \\ \gamma = \frac{1}{3}m_2l^2 \end{cases} \quad (4.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = -m_2 l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) (\frac{1}{2} \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ f_2 = \frac{1}{2} m_2 \sin(q_2) l^2 \dot{q}_1^2 \\ g_1 = \frac{1}{2} m_1 g l \cos(q_1) + m_2 g l (\frac{1}{2} \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1)) \\ g_2 = \frac{1}{2} m_2 g l \cos(q_1 + q_2) \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Où : b_1 et b_2 sont des termes de frottement visqueux. Nous déterminons alors la forme d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\left[\frac{(k_1 u_1 - f_1 - g_1 - b_1 \dot{q}_1)}{\alpha} + (-k_2 u_2 + f_2 + g_2 + b_2 \dot{q}_2) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma}\right)} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\left[\frac{(k_2 u_2 - f_2 - g_2 - b_2 \dot{q}_2)}{\gamma} + (-k_1 u_1 + f_1 + g_1 + b_1 \dot{q}_1) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha \gamma}\right)} \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Les valeurs numériques des différents paramètres du robot sont :

$l_1 = l_2 = l = 1m$; Longueurs des deux liaisons.

$m_1 = m_2 = 10 kg$; Masses des deux liaisons.

$b_1 = 75 N/rd/s$, $b_2 = 10 N/rd/s$; Frottement visqueux des actionneurs.

$g = 9.81 ms^{-2}$; Constante de gravité.

Les trajectoires désirées sont choisies comme suit :

$$q_{d1}(t) = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \left(2\pi \frac{t}{4} - \sin\left(2\pi \frac{t}{4}\right) \right)$$

$$q_{d2}(t) = +\frac{1}{4} \left(2\pi \frac{t}{4} - \sin\left(2\pi \frac{t}{4}\right) \right)$$

Ce mode (robot-moteur) a été simulé avec un pas de calcul de 10^{-4} , en utilisant la méthode de RK de 4^{ème} ordre, le temps de simulation est 4s.

L'étude nous montrera la puissance et la capacité de l'algorithme de commande qui donne une bonne poursuite de trajectoire, tous les résultats sont présentés sur les figures 4.13, 4.14 et 4.15, tel que la position, vitesse et l'accélération de robot, et aussi les couples des moteurs, et l'erreur de poursuite de trajectoire. La figure 4.16 représente les performances des deux moteurs asynchrones.

On peut voir que la trajectoire réelle suit la trajectoire désirée sans erreur (figure 4.13). On peut voir aussi la figure 4.14 où l'erreur de poursuite de trajectoire est nulle. Les commandes qui sont des couples de moteurs transmises au robot sont aussi présentées sur la figure 4.15. On remarque que les couples démarrent un peu fort, puis après 0.15s dans la première articulation, et 0.1s dans la deuxième articulation prennent sa valeur nécessaire pour que le robot suit sa trajectoire. La simulation doit

être effectuée avec un outil très puissant à cause de deux algorithmes exécutés en cascade (commande vectorielle et de couple calculé).

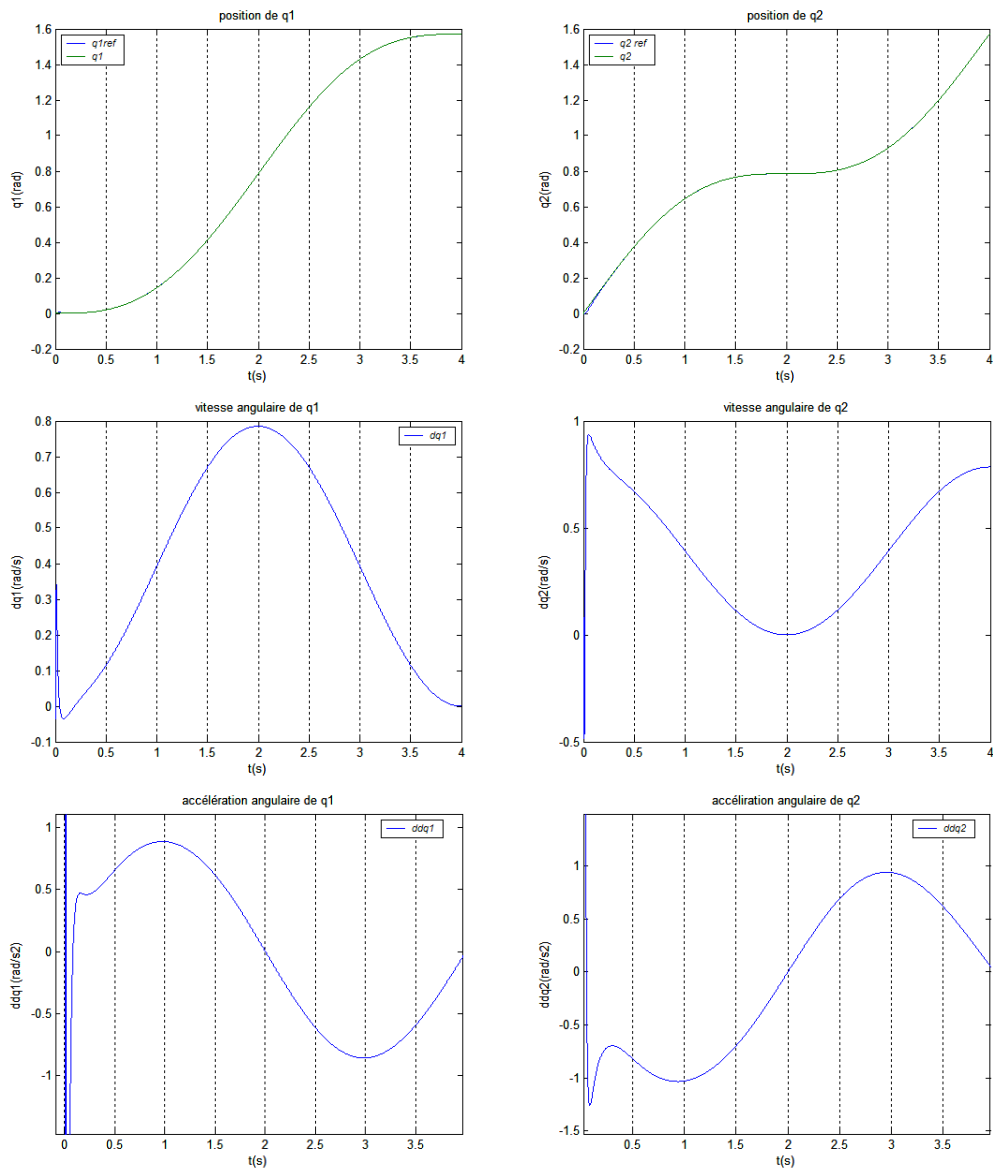


Figure 4.13. Trajectoires réelles et désirées, vitesses et accélérations des articulations q_1 et q_2

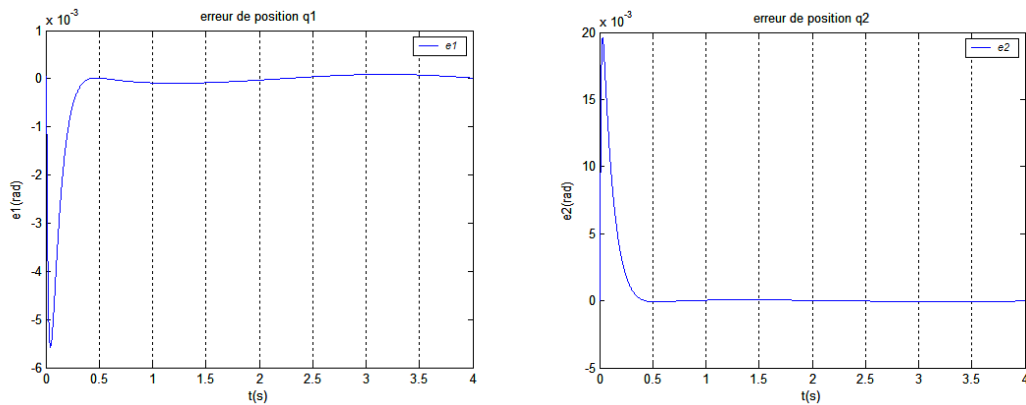


Figure 4.14. Erreurs de poursuite des trajectoires

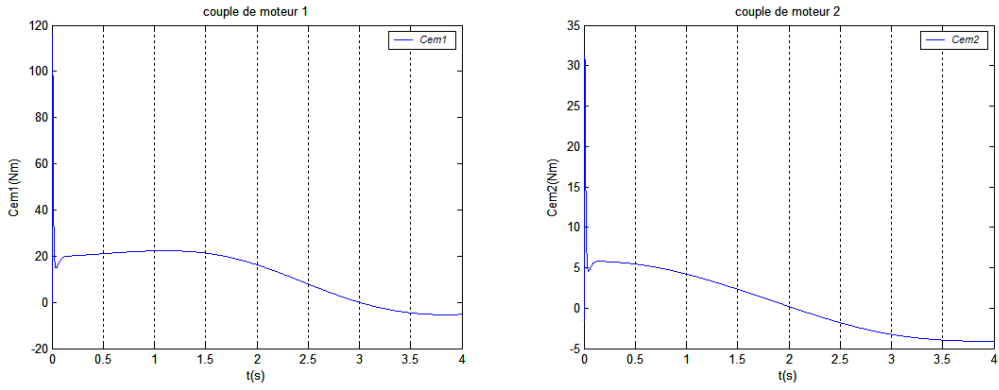


Figure 4.15. Couple de moteur de 1^{ère} et de 2^{ème} articulation

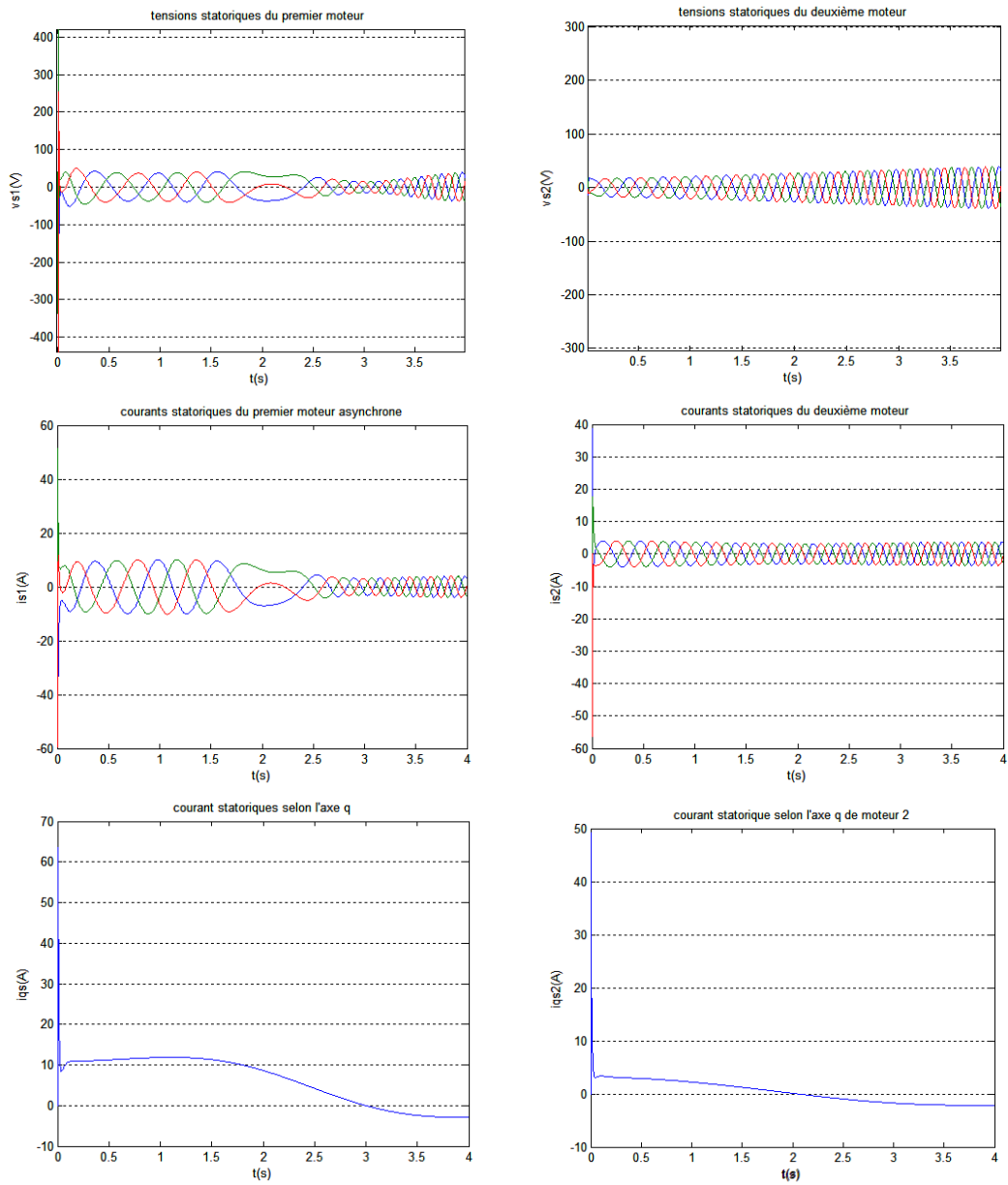


Figure 4.16 : tensions statoriques, courant statoriques et courants en quadrature des moteurs asynchrones (commande de couple calculé de robot doté des MAS)

Nous présentons la simulation du modèle de commande de robot puma 2ddl doté des moteurs asynchrones.

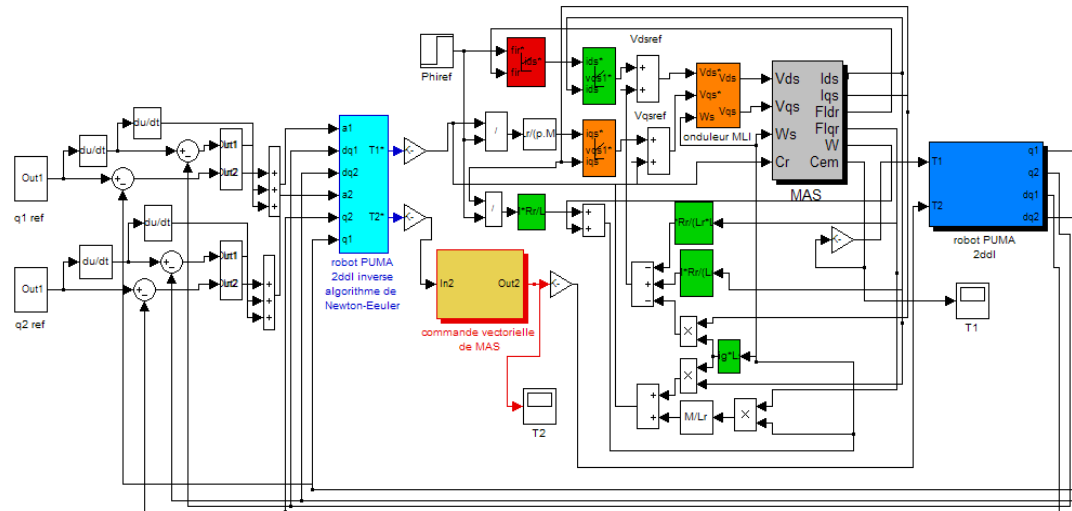


Figure 4.17. Schémas de commande de robot-moteur asynchrone par simulink matlab

IV.5.2. Cas de moteur à courant continu

Dans cette partie on va remplacer le moteur asynchrone par un moteur à courant continu commandé en mode glissant, les commandes de moteur sont fournis a partir de modèle inverse de robot, le système est présenté sur le schéma de la figure 4.18.

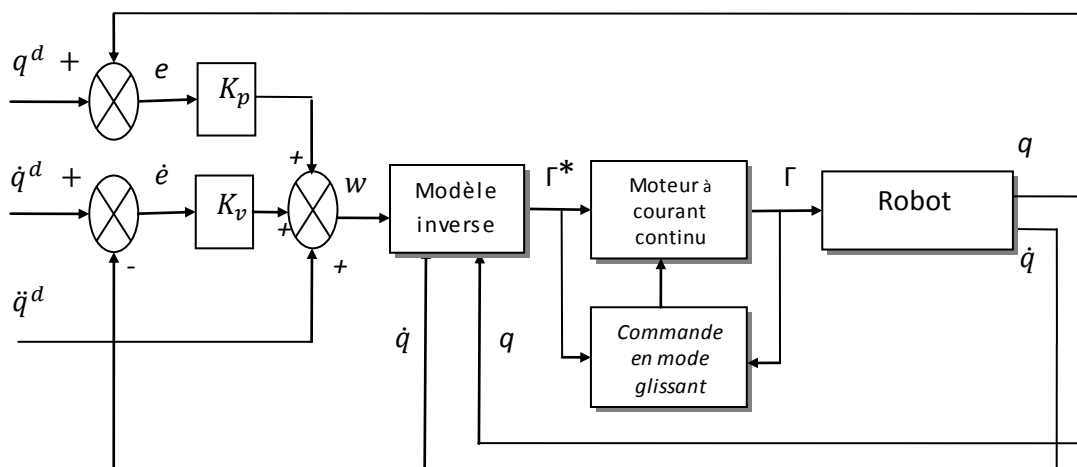


Figure 4.18. Schéma de la commande de robot doté de moteur à courant continu

IV.5.2.1. Résultat de simulation

Considérons un robot manipulateur à deux degrés de liberté (figure 4.12), ayant les masses m_1 et m_2 , les longueurs l_1 et l_2 , et les angles q_1 et q_2 . Le modèle dynamique de robot peut être décrit par (4.1).

Les trajectoires désirées sont choisies comme suit :

$$q_{d1}(t) = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\left(2\pi\frac{t}{4} - \sin\left(2\pi\frac{t}{4}\right)\right)$$

$$q_{d2}(t) = +\frac{1}{4}\left(2\pi\frac{t}{4} - \sin\left(2\pi\frac{t}{4}\right)\right)$$

En appliquant les lois de commandes (4.6) et (4.7) avec la commande par mode glissant du moteur à courant continu, Ce mode de système a été simulé avec un pas de calcul de $dt=10^{-3}s$, en utilisant la méthode de RK de 4^{ème} ordre, le temps de simulation est 4s. Les résultats de simulation donnant les trajectoires réelles et désirées et les commandes (couple de moteur) pour chaque articulation sont montrés dans la figure 4.19. On peut voir que la trajectoire réelle suit la trajectoire désirée avec erreur parfaitement nulle comme montré la figure 4.20, on remarque qu'après 0.25s les couples dans les deux articulations prennent ses valeurs nécessaires pour que le robot suit sa trajectoire.

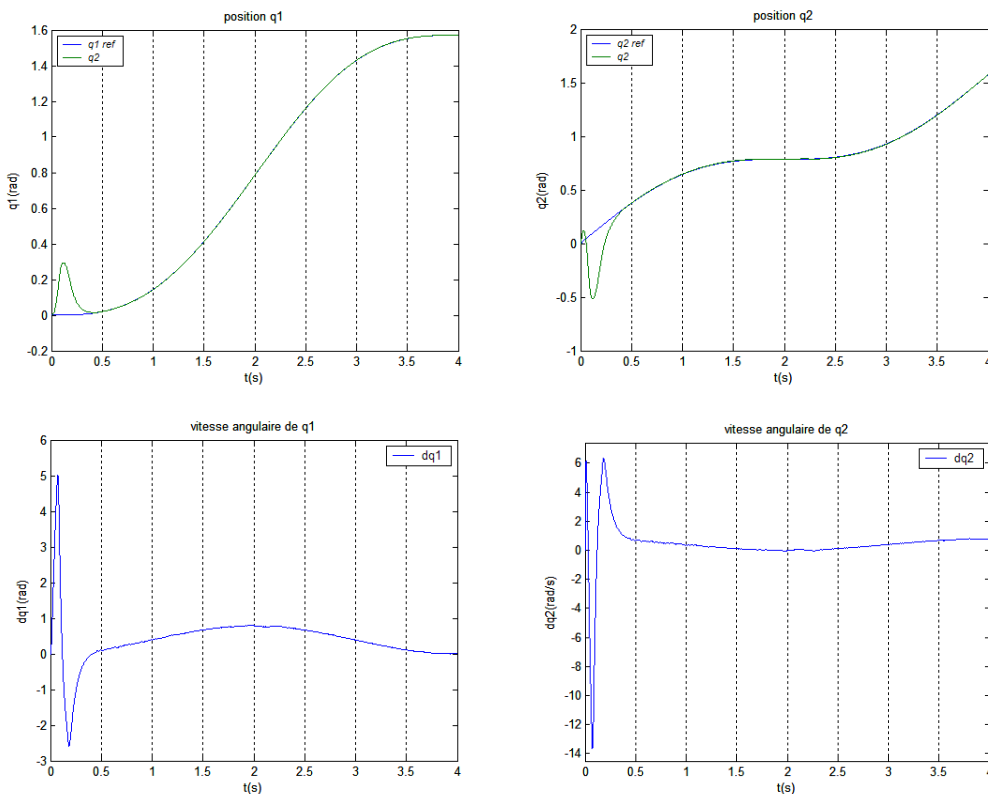


Figure 4.19a. Trajectoires réelles et désirées, et vitesses des articulations q_1 et q_2

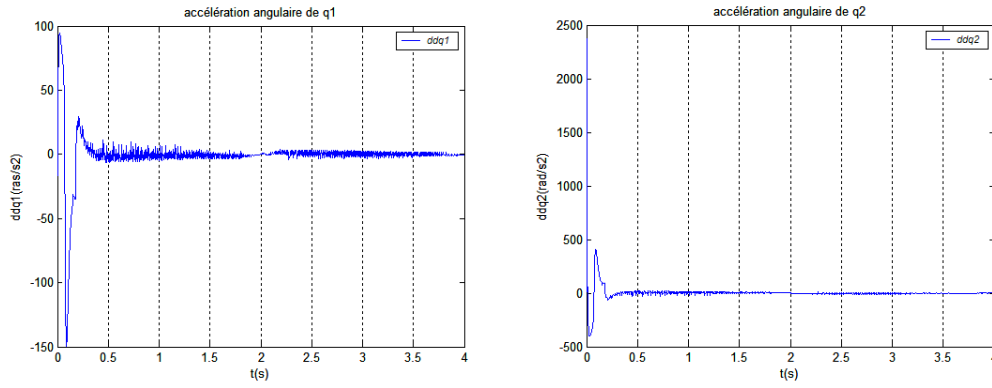


Figure 4.19b. Accélérations des articulations q_1 et q_2

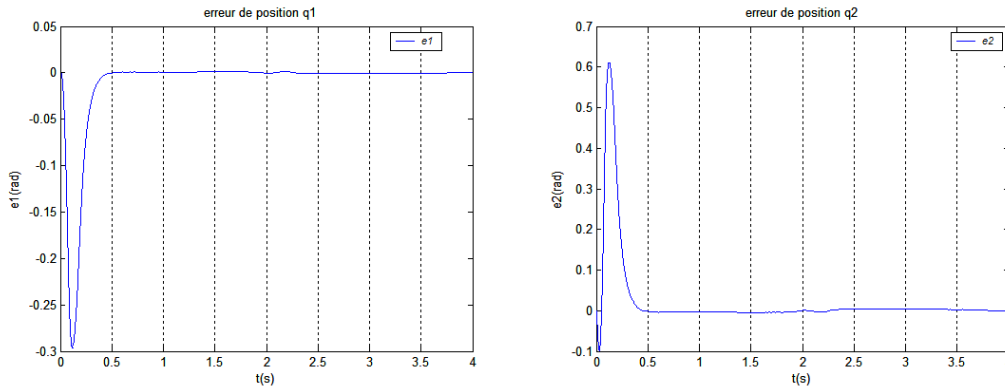


Figure 4.20. Erreurs de poursuite des trajectoires

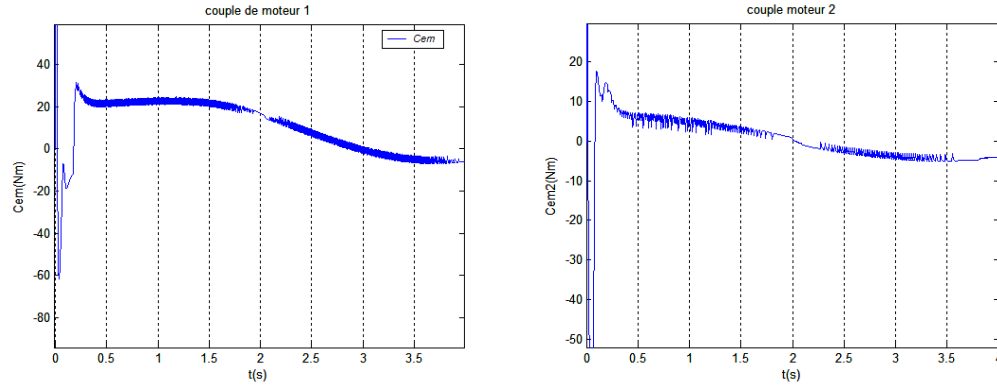


Figure 4.21 Couple de moteur de 1^{ère} et de 2^{ème} articulation

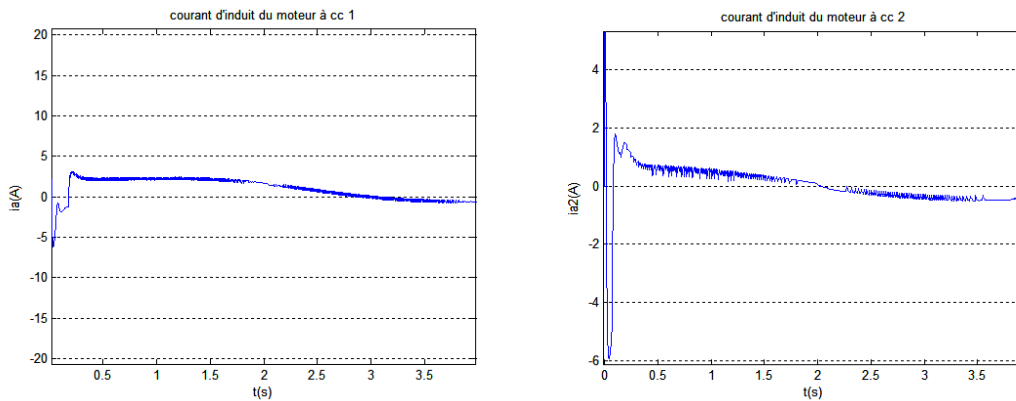


Figure 4.22 : courant d'induit agissant linéairement sur le couple du moteur à cc

NB: on remarque que quelque soit le moteur utilisé comme actionneur dans le robot, les valeurs des couples nécessaires pour que les articulations du robot prennent ses trajectoires désirés sont semblables.

Nous présentons la simulation du modèle de commande de robot puma 2ddl doté des moteurs à courant continu.

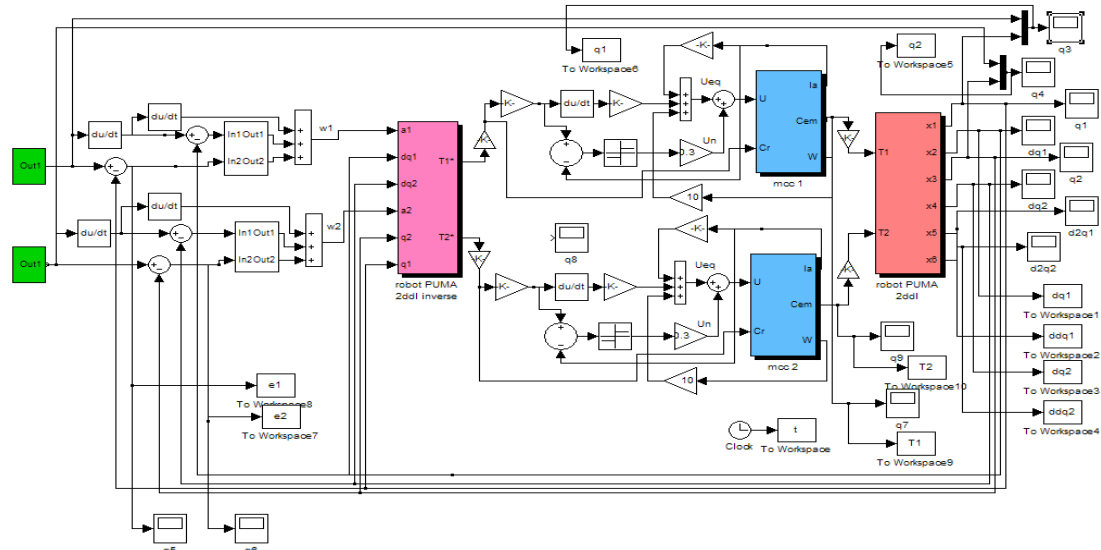


Figure 4.23. Schémas de commande de robot-moteur à courant continu par simulink matlab

IV.6. Méthodes de Lyapunov

La plupart des systèmes physiques (procédés) qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non-linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés.

Les faibles non-linéarités dans un système à commander sont, la plupart du temps, traitées comme des perturbations affectant un modèle linéaire du système. Toutes les théories, qui ont été développées depuis plusieurs années et qui sont bien connues des systèmes linéaires sont utilisées. Malheureusement, ces non-linéarités ne peuvent pas toujours être mises de côté et il faut alors utiliser d'autres méthodes.

Il y a deux approches possibles pour la commande d'un système non linéaire. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques des modèles linéaires. Cette linéarisation est réalisée, moyennant des approximations ou des transformations géométriques dans l'espace de phase. Le système linéarisé est ensuite traité avec la théorie des systèmes linéaires.

La deuxième approche consiste à trouver une fonction de commande de Lyapunov garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. De telles

fonctions peuvent être très difficiles à trouver pour un système non linéaire d'ordre élevé. C'est là qu'entre en jeu la technique du Backstepping qui permet de réduire cette complexité. Toutefois, avant d'introduire le Backstepping, les deux méthodes d'analyse des systèmes non linéaires, fournies par Lyapunov, vont être brièvement décrites. Une attention particulière sera portée sur la deuxième méthode de Lyapunov qui fournit un outil très puissant pour tester et trouver des conditions suffisantes à la stabilité des systèmes dynamiques, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant.

IV.6.1. Première méthode de Lyapunov

Le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de première méthode, permet de se prononcer sur la linéarisation d'une dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode apporte une validité théorique à la technique de linéarisation. Elle mentionne que si le système linéarisé est asymptotiquement stable, alors il y a stabilité asymptotique. Dans le cas où le système linéarisé est instable, il y a instabilité. Par contre si celui-ci est stable sans pour autant l'être asymptotiquement, alors il est impossible de se prononcer sur la stabilité.

Ce théorème est d'une importance limitée, car il ne permet d'étudier que la stabilité d'un point singulier (stabilité locale) et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale). De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non linéaires (organe avec zone morte, plus ou moins, ...).

IV.6.2. Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Dans un système conservatif, l'énergie reste constante ; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, le système est instable.

L'idée de cette méthode est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. Il suffit simplement d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système (figures 4.24). Les théorèmes suivants, qui permettent de se prononcer sur la stabilité (ou instabilité) d'un système, sont fournis par Lyapunov.

Théorème II.1 (Stabilité asymptotique)

S'il est possible de trouver une fonction $V(x)$ de signe défini (avec $V(0) = 0$), dans un domaine D comprenant la position d'équilibre et dont la dérivée totale par rapport au temps \dot{V} soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.

Théorème II.2 (Instabilité)

S'il est possible de trouver une fonction V dont la dérivée est de signe défini dans un domaine D comprenant l'origine et que V soit :

- *définie de même signe que \dot{V} , ou*
- *indéfinie en signe l'équilibre est instable*

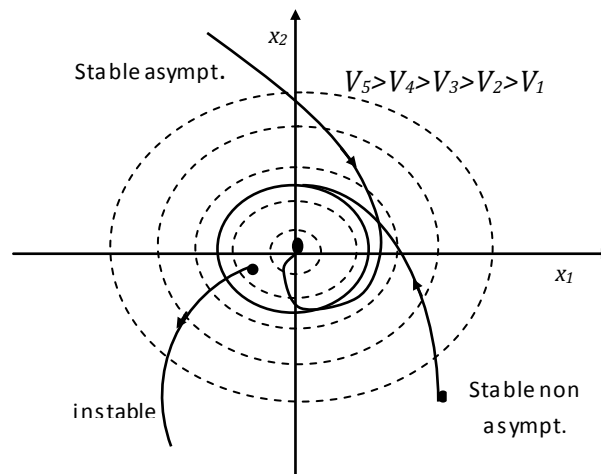


Figure. 4.24: Contours à énergie constante dans le plan de phase

Théorème II.3 (Stabilité simple)

S'il est possible de trouver une fonction V de signe défini dans un domaine D et dont la dérivée totale \dot{V} soit semi-définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre est (simplement) stable dans ce domaine (c'est-à-dire stable non asymptotiquement, (figure 4.24)).

Contrairement à la première méthode, la deuxième méthode donne plus d'informations au niveau de la stabilité. Elle a l'avantage de ne pas se limiter à la prédiction des points d'équilibre, mais bien d'une région d'attraction autour de ces points d'équilibre.

Ces théorèmes présentent une condition suffisante à la stabilité. Pour l'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état x , la méthode directe de Lyapunov consiste alors, à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini qui se prête à l'application de l'un des théorèmes cités précédemment. Il n'y a aucune méthode qui permet de trouver directement une fonction de Lyapunov pour

un système donné. Néanmoins, il existe des approches qui conduisent, en général, à des résultats acceptables. Voici quelques exemples de fonction de Lyapunov :

- Fonction quadratique

$$V(t) = x^T P x \quad (4.34)$$

Où P est une matrice symétrique définie positive

- Fonction quadratique plus intégrale (Lur'e)

$$V(t) = x^T P x + \int_0^2 \varphi(u) du \quad (4.35)$$

Avec φ assujettie à certaines contraintes.

IV.7. Commande par Backstepping

Le Backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al et inspiré par les travaux de Feurer et Morse d'une part et Tsinias et Kokotovii et Sussmann d'autre part. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que sa dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. À chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

Contrairement à la plupart des autres méthodes, le Backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non-linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta + \psi_1(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{R-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \theta + \psi_1(x_1, \dots, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \theta + \psi_1(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (4.36)$$

où θ est le vecteur de paramètres constants. Les ψ_1 et les φ_1 sont des fonctions non linéaires connues, avec $\varphi(0) = 0$ et $\psi_n(x) \neq 0, \forall x \in R^n$. De plus, le Backstepping permet de garder les non-linéarités utiles.

IV.7.1. Design d'une loi de commande par Backstepping

L'idée principale du « Backstepping » peut être démontrée par l'exemple donné.

IV.7.1.1. Exemple d'un système du deuxième ordre

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{x}_1 = \psi(x_1) + x_2 \quad (4.37a)$$

$$\dot{x}_2 = u \quad (4.37b)$$

$$y = x_1 \quad (4.37)$$

Où x_1, x_2, y et $u \in \mathbb{R}$; la seconde équation représente un intégrateur pur. Voir (figure4.25).

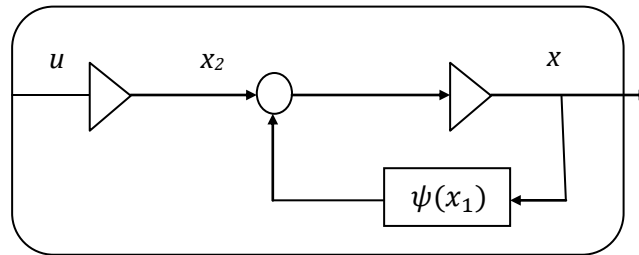


Figure 4.25. Système non linéaire du deuxième ordre avec une seule fonction non linéaire

Le but de la commande du système non linéaire (figure 4.25) est la régulation de $y(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. Le seul point d'équilibre avec $y = 0$ est $(x_1, x_2) = (0, -f(0))$.

L'objectif de la conception est de rendre le point d'équilibre globalement asymptotiquement (exponentiellement) stable GAS (GES). Puisque le système non linéaire (4.37) est constitué de deux états x_1 et x_2 , alors il y aura une méthode de conception récursive à deux étapes. On traite donc (4.37a) et (4.37b) comme deux sous-systèmes en cascade; chacun avec une seule entrée et une seule sortie. On commence la conception avec le système x_1 et on continue avec x_2 .

IV.7.1.2 Description de la procédure

➤ Etape 1

Pour le sous-système (4.37a), on choisit x_2 comme une entrée de commande virtuelle ou fictive, rappelons que l'objectif de la commande est de réguler la sortie $y = x_1$ à 0. D'où la première variable du Backstepping est choisie comme :

$$z_1 = x_1 \quad (4.38)$$

La commande virtuelle est alors définie comme :

$$z_2 = x_2 + \alpha_1 \quad (4.39)$$

où

α_1 : est la fonction stabilisante.

z_2 : est la nouvelle variable d'état.

D'où le sous-système (4.37a) devient :

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 + \psi_1 \quad (4.40)$$

La nouvelle variable d'état z_2 ne serait pas utilisée dans la première étape, mais sa présence est nécessaire puisqu'on a besoin de z_2 pour lier le nouveau sous-système en z_1 au prochain sous-système ou sous-système en z_2 qui serait considéré dans l'étape suivante. En plus, les coordonnées de conception ont changé de $(x_1, x_2) = (z_1, z_2)$.

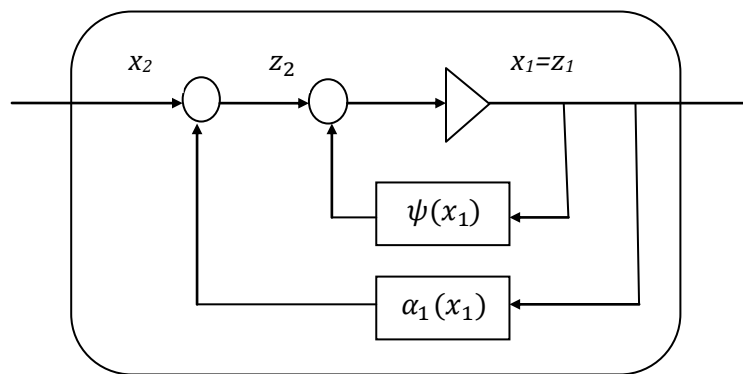


Figure 4.26. Stabilisation du premier sous-système

Maintenant, l'attention est tournée vers la fonction stabilisante α_1 qui produira la contre réaction nécessaire pour le nouveau sous-système. Prenons la fonction stabilisante α_1 comme :

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \psi(x_1) \text{ avec } \alpha_1 = \alpha(x_1) \quad (4.41)$$

Celle-ci donne

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2 \quad (4.42)$$

La fonction de Lyapunov choisie pour le premier sous-système est :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (4.43)$$

Alors

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (4.44)$$

Où $k_1 > 0$, est le gain de la contre réaction. D'où le nouveau sous-système est stabilisé.

Notons que α_1 a été choisie de manière à éliminer la non linéarité ψ et d'avoir $\dot{V}_1 < 0$, le terme $z_1 z_2$ de \dot{V}_1 sera éliminé dans l'étape suivante. Maintenant, on passe au deuxième sous-système.

➤ Etape 2

Les dynamiques du nouveau sous-système sont calculées en prenant la dérivée de l'équation (4.39) :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \dot{\alpha}_1 \quad (4.45)$$

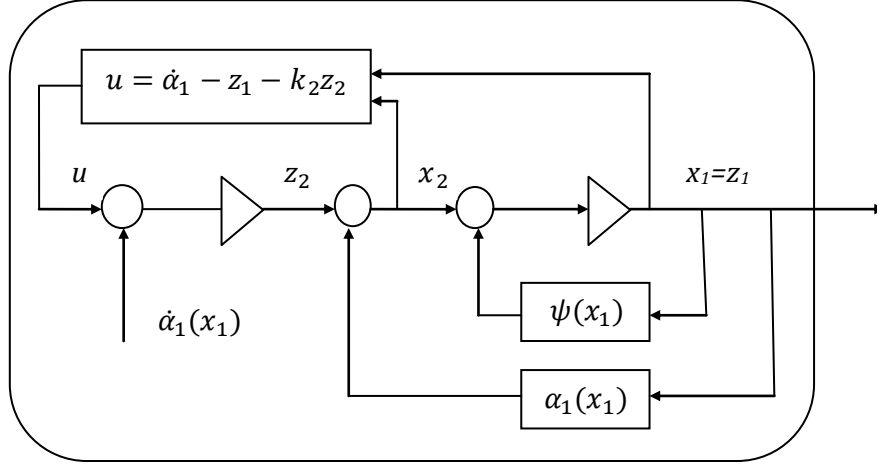


Figure 4.27. Stabilisation du deuxième sous-système

Prenons la fonction de Lyapunov du deuxième sous-système comme :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4.46)$$

Alors

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 + z_2(u - \dot{\alpha}_1 + \dot{z}_1) \quad (4.47)$$

Puisque le système original est décrit par deux états seulement, l'entrée de commande apparaît dans la deuxième étape. D'où le choix de la commande :

$$u = \dot{\alpha}_1 - z_1 - k_2 z_2 \quad (4.48)$$

Avec $k_2 > 0$, donne

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 < 0, \forall z_2 \neq 0, \forall z_1 \neq 0 \quad (4.49)$$

Ce qui signifie que l'équilibre $z = 0$ est GAS.

En réalisant la loi de commande (4.48), il est important d'éviter les expressions contenant les dérivées des états. Pour cet exemple, on a seulement $\dot{\alpha}_1$ qui doit être évaluée. Il est important d'observer que la dérivée par rapport au temps de α_1 sera implantée analytiquement sans différentielle ; c'est la première caractéristique du «Backstepping».

$$\dot{\alpha}_1 = -\frac{\partial \psi(x_1)}{\partial x_1} \dot{x}_1 - k_1 \dot{x}_1 = -\left(\frac{\partial \psi(x_1)}{\partial x_1} + k_1\right)(\psi(x_1) + x_2) \quad (4.50)$$

D'où l'expression finale de la loi de commande est :

$$u = -\left(\frac{\partial \psi(x_1)}{\partial x_1} + k_1\right)(\psi(x_1) + x_2) - x_1 - k_2(x_2 + \psi(x_1) + k_1 x_1) \quad (4.51)$$

La transformation des coordonnées via « Backstepping » est donnée par la forme :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 - f(x_1) - k_1 x_1 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

La transformation inverse est :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 - f(z_1) - k_1 z_1 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

Le système en boucle fermée est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

On remarque que la matrice d'état du système peut être décomposée en deux matrices ; matrice diagonale et matrice antisymétrique.

IV.7.2. Commande Backstepping d'un bras manipulateur à 2DDL

Rappelons que les équations du modèle dynamique du robot manipulateur à 2ddl sont écrites dans équation (4.1) comme suit :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q)$$

où

$q(2 \times 1)$: Vecteur de position articulaire

$\Gamma(2 \times 1)$: Vecteur de couple d'entrée

$A(q)(2 \times 2)$: Matrice d'inertie

$C(q, \dot{q})(2 \times 2)$: Matrice de centrifuge et Coriolis

$Q(q)(2 \times 1)$: Vecteur de gravité

Il est bon de connaître que la matrice d'inertie $A(q)$ est symétrique, définie positive ; et $A(q)^{-1}$ uniformément lié en fonction de q .

Dans la suite, nous noterons :

$q_d(2 \times 1)$: vecteur de position articulaire désirée.

IV.7.2.1. Représentation d'état

Les équations de la dynamique (4.1) peuvent s'écrire en utilisant le changement de variable ci-dessous :

$$\begin{cases} q = x_1 \\ \dot{q} = x_2 \end{cases} \quad (4.55)$$

Avec

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \text{ et } \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Alors, de (4.1) et (4.55) la représentation d'état suivante est obtenue :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{q} = A(q)^{-1}[\Gamma - C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)] \end{cases} \quad (4.56)$$

La représentation (4.56) est sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \beta u + \psi(x_1, x_2)^T \theta \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.57)$$

avec :

$$\beta = A(q)^{-1}$$

$$u = \Gamma$$

$$\psi(x_1, x_2)^T \theta = -A(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)]$$

$$\psi(x_1, x_2)^T = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 \\ \psi_3 & \psi_4 \end{bmatrix}$$

$$\theta = \frac{1}{\det A(q)} \begin{bmatrix} m_2^2 \\ m_1 m_2 \end{bmatrix}$$

IV.7.2.2. Description de la méthode

Dans ce qui suit, on tient compte de $\hat{\theta}$ qui est l'estimation du paramètre inconnu θ . Le changement de variable adopté est décrit par les expressions suivantes :

$$z_1 = x_1 - q_d \quad (4.58)$$

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{q}_d \quad (4.59)$$

Soit la fonction stabilisante α_1 :

$$\alpha_1(x_1) = -c_1 z_1 \quad (4.60)$$

avec :

c_1 : Constante réelle positive dite « gain de la contre réaction ».

Alors le système peut être formulé en utilisant les nouvelles variables z_1 et z_2 :

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 \quad (4.61)$$

$$\dot{z}_2 = u + A(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)] - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial q_d} \dot{q}_d - \ddot{q}_d \quad (4.62)$$

Pour le système d'équations (4.61) et (4.62), on va concevoir une loi de commande $u = \alpha_2(x_1, x_2)$. Afin de rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov définie négative.

Cet objectif peut être complété par une simple fonction de Lyapunov définie positive :

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4.63)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov sera, donc :

$$\dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (4.64)$$

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 + z_2 (u + z_1 + A(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)] - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial q_d} \dot{q}_d - \ddot{q}_d) \quad (4.65)$$

Pour atteindre la négativité de \dot{V} , le long de la trajectoire, on va choisir la commande u comme suit :

$$u = -c_2 z_2 + z_2 - A(q)^{-1} [C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)] - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial q_d} \dot{q}_d - \ddot{q}_d \quad (4.66)$$

avec:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} = -c_1$$

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial q_d} = c_1$$

L'expression de la fonction stabilisante $\alpha_2(x_1, x_2)$ s'écrit comme suit :

$$\alpha_2(x_1, x_2) = -c_2 z_2 + z_2 - A(q)^{-1} [C(q, \dot{q})\dot{q} - Q(q)] - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial q_d} \dot{q}_d \quad (4.67)$$

Alors :

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \quad (4.68)$$

avec :

c_2 : constante réelle positive

Ce qui signifie que l'équilibre est globalement asymptotiquement stable. Alors le système en boucle fermé résultant est linéaire stable. On décrit le système sous sa forme matricielle par :

$$\dot{Z} = AZ \quad (4.69)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 \\ -1 & -c_2 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix}$$

IV.7.3. Cas de moteur asynchrone

L'utilisation des moteurs asynchrones comme des actionneurs de robot se fait dont les consignes de commande (couple désiré) sont calculées à partir de modèle de la commande de Backstepping de robot (figure 4.28). La commande vectorielle des moteurs asynchrones doit être effectuée en cascade avec celle du système.

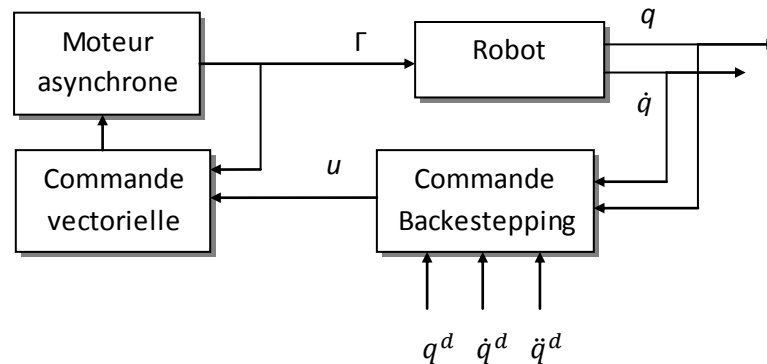


Figure 4.28. Schémas de commande de Backstepping de robot doté des moteurs asynchrones

IV.7.4. Résultats de simulation

Les valeurs numériques des différents paramètres du robot sont :

$l_1 = l_2 = l = 1m$; Longueurs des deux liaisons.

$m_1 = m_2 = 10 kg$; Masses des deux liaisons.

$b_1 = 75 N/rd/s$, $b_2 = 10 N/rd/s$; Frottement visqueux des actionneurs.

$g = 9.81 ms^{-2}$; Constante de gravité.

$C_{11}=15$, $c_{12}= 30$, $c_{21}= 15$, $c_{22}= 30$.

Les trajectoires désirées sont choisies comme suit :

$$q_{d1}(t) = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\left(2\pi\frac{t}{4} - \sin\left(2\pi\frac{t}{4}\right)\right)$$

$$q_{d2}(t) = +\frac{1}{4}\left(2\pi\frac{t}{4} - \sin\left(2\pi\frac{t}{4}\right)\right)$$

Ce mode (robot-moteur) a été simulé avec un pas de calcul de 10^{-4} , en utilisant la méthode de RK de 4^{ème} ordre, le temps de simulation est 4s.

L'étude nous montrera la puissance et la capacité de l'algorithme de commande qui donne une bonne poursuite de trajectoire, tous les résultats sont présentés sur les figures 4.28 ; 4.29 ; 4.30, tel que la position, vitesse et l'accélération de robot, et aussi le couple de moteur et l'erreur de poursuite de trajectoire.

Le suivi de la trajectoire désirée est réalisé dès qu'on fait l'exécution du programme avec une erreur presque nulle après 0.3 secondes. Concernent le couple d'entrée, la valeur de la commande d'entrée est très satisfaisante. Malheureusement, cette commande est valable sauf pour les systèmes connus avec précision.

Outre, les performances de la machine asynchrone sont schématisées sur les figures 4.32, 4.33.

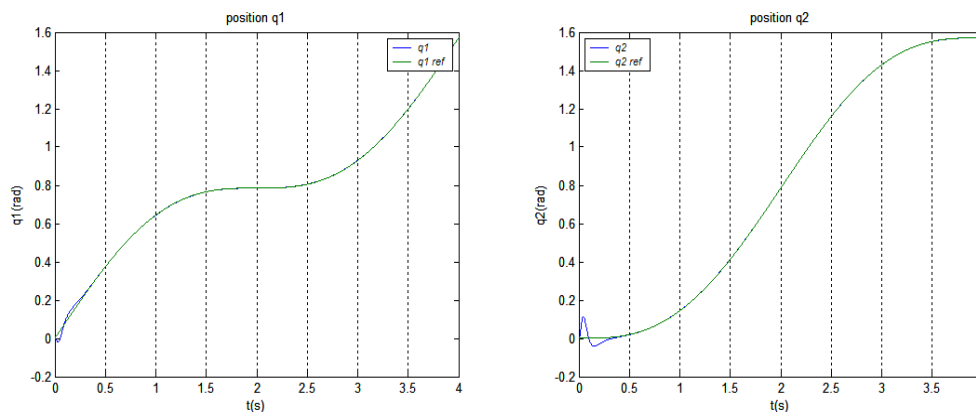


Figure 4.29. Trajectoires réelles et désirées q_1 et q_2

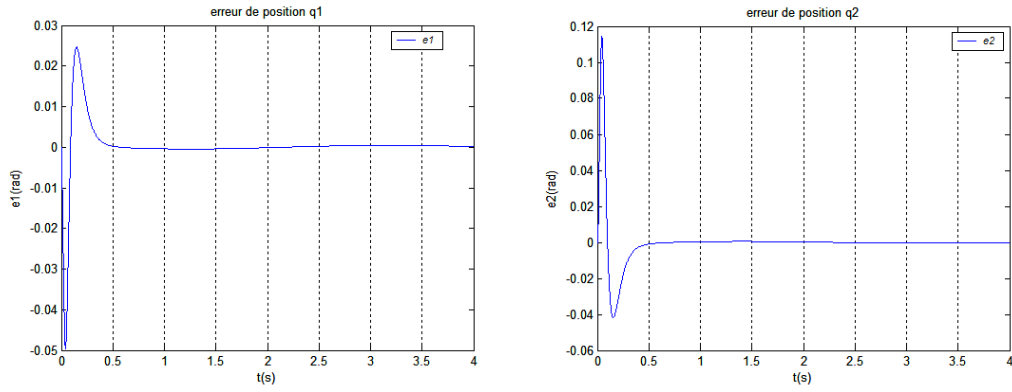


Figure 4.30. Erreur de poursuite de trajectoire

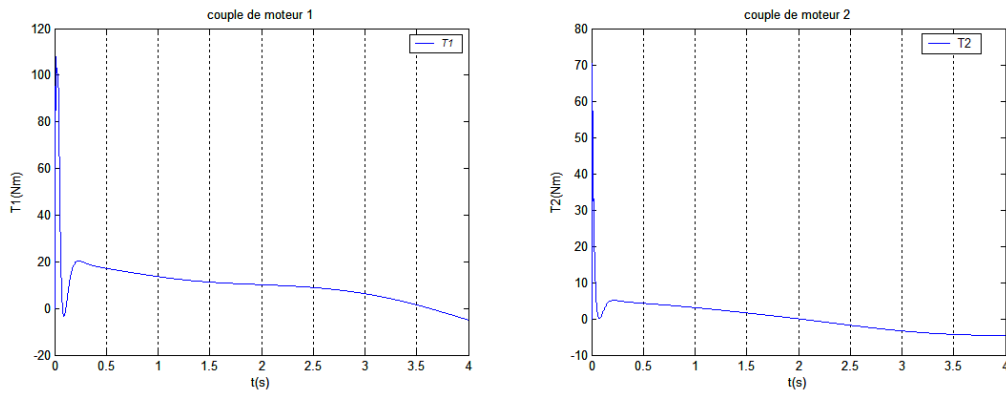


Figure 4.31. Couple de moteur transmis au robot de 1^{ère} et 2^{ème} articulation

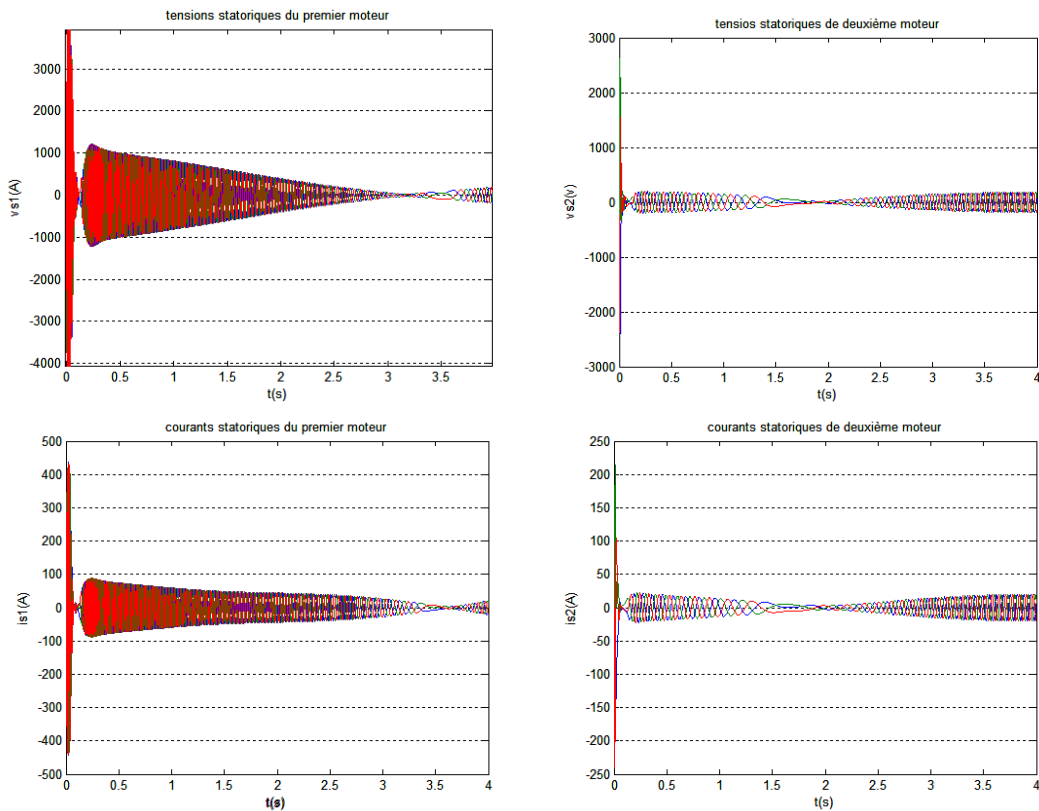


Figure 4.32 : Performances des moteurs asynchrones à savoir les tensions statoriques, les courants statoriques

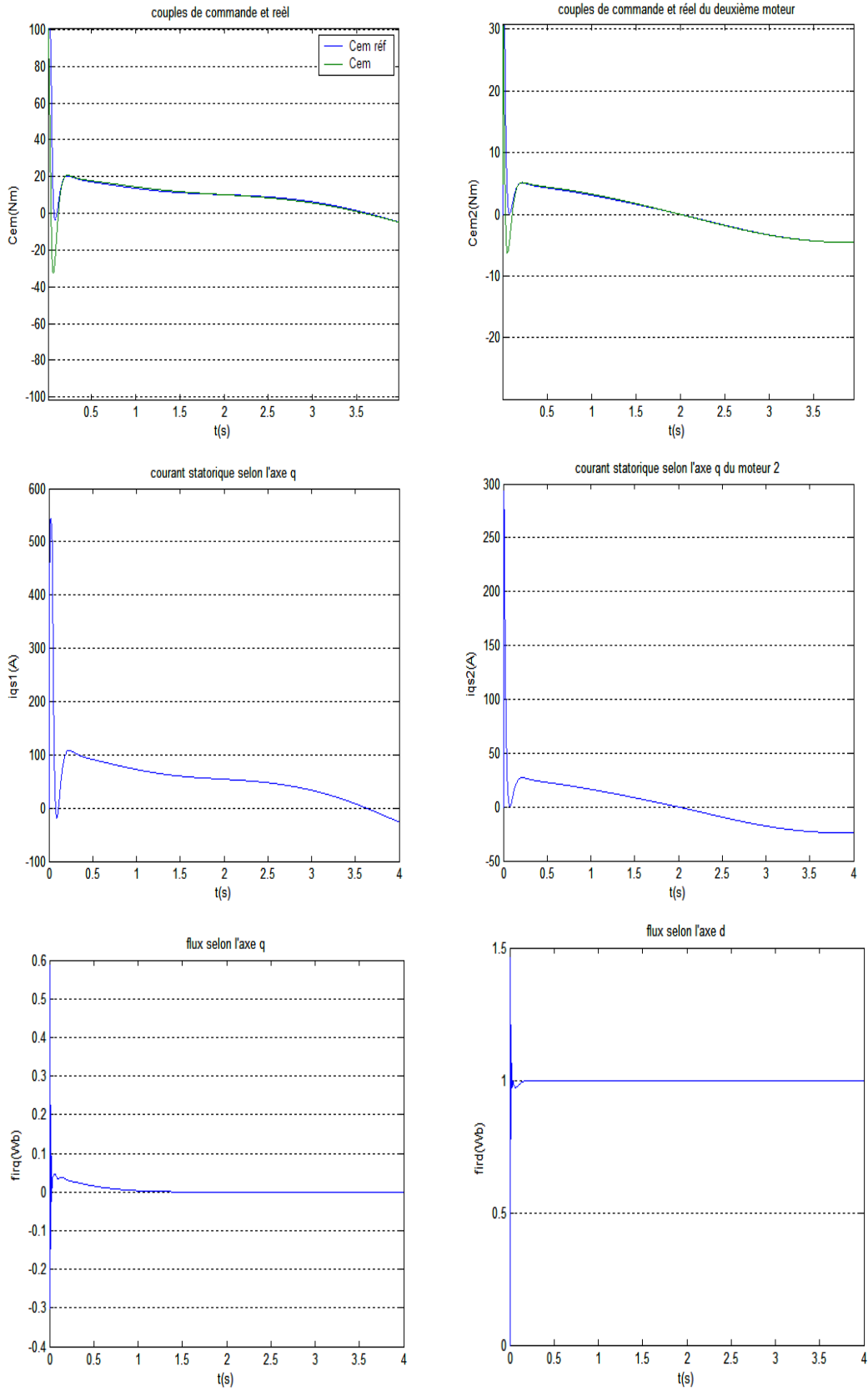


Figure 4.33 : couples fournis par la commande Backstepping et ceux fournis par les moteurs, les courants statoriques en quadrature et les flux selon les axes d et q

IV.7.5. Cas de moteur à courant continu

Dans cette partie on fait remplacer le moteur asynchrone par un moteur à courant continu commandé en mode glissant, les commandes de moteur sont fournissent a partir de modèle de la commande de Backstepping de robot, le système est présenté sur le schéma de la figure 4.34.

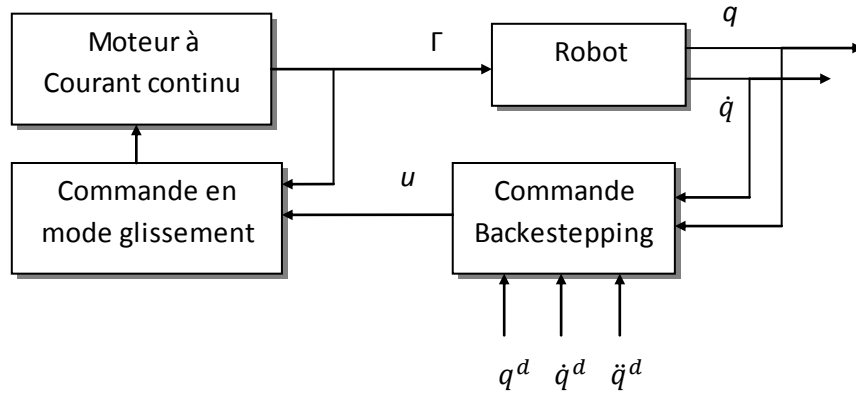


Figure 4.34. Schémas de commande de Backstepping de robot doté des moteurs à courant continu

IV.7.6. Résultat de simulation

Les valeurs numériques des différents paramètres du robot sont :

$l_1 = l_2 = l = 1m$; Longueurs des deux liaisons.

$m_1 = m_2 = 10 kg$; Masses des deux liaisons.

$b_1 = 75 N/rd/s$, $b_2 = 10 N/rd/s$; Frottement visqueux des actionneurs.

$g = 9.81 ms^{-2}$; Constante de gravité.

$C_{11}=15$, $C_{12}= 30$, $C_{21}= 15$, $C_{22}= 30$.

Les trajectoires désirées sont choisies comme suit :

$$q_{d1}(t) = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}(2\pi\frac{t}{4} - \sin(2\pi\frac{t}{4}))$$

$$q_{d2}(t) = +\frac{1}{4}(2\pi\frac{t}{4} - \sin(2\pi\frac{t}{4}))$$

Dans cette partie nous allons appliquer les lois de commande de Backstepping au robot manipulateur puma 2ddl, avec la même trajectoire désirée choisie, on simule le système en utilisant la méthode de RK de 4^{ème} ordre, le temps de simulation est 4s, le pas de calcul est de 10^{-3} . On peut voir le robot suit la trajectoire désirée et on constate qu'au bout d'un instant de 0.5s, l'erreur de poursuite de trajectoire est pratiquement nulle. On constate aussi que les valeurs des couples des moteurs sont très satisfaisantes.

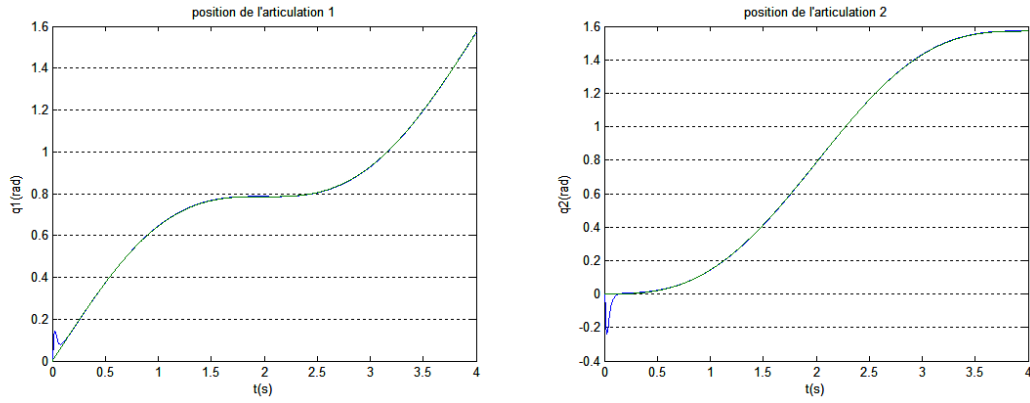


Figure 4.35. Trajectoires réelles et désirées q_1 et q_2

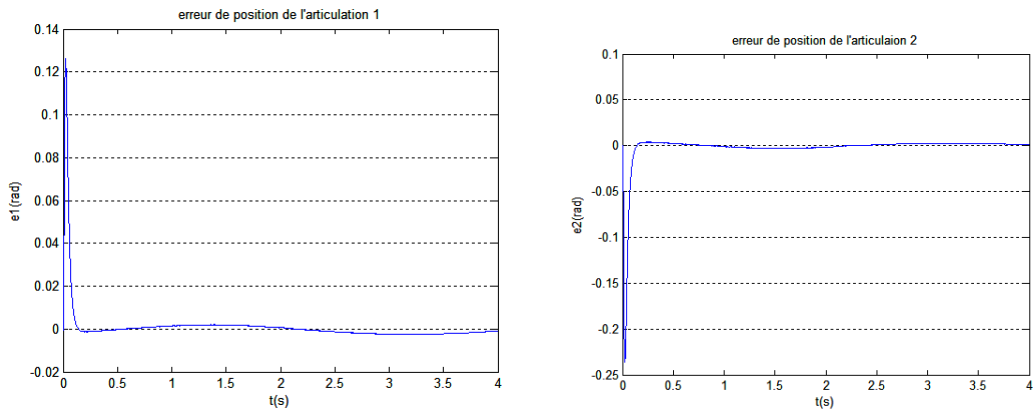


Figure 4.36. Erreur de poursuite de trajectoire

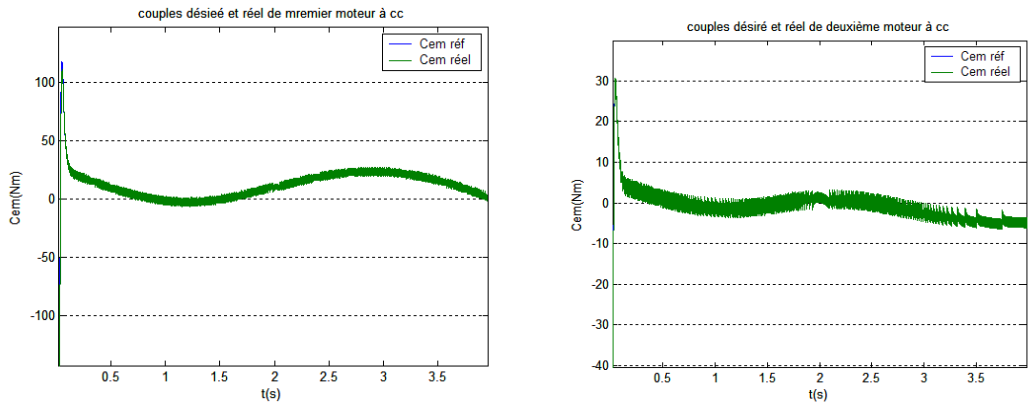


Figure 4.37. Couple de moteur transmis au robot de 1^{ère} et 2^{ème} articulation

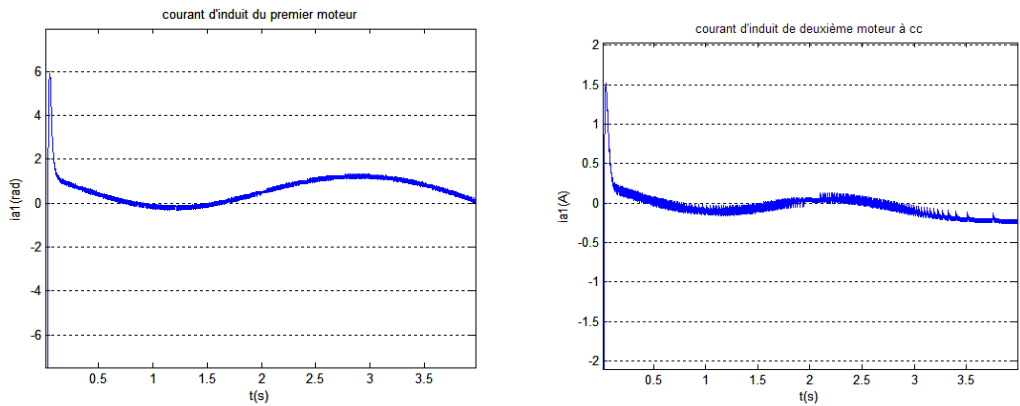


Figure 4.38 : les courants d'induit (commande Backstepping du robot)

Nous présentons la simulation du modèle de commande de Backstepping de robot puma 2ddl doté des moteurs asynchrones, et celle de moteurs à courant continu.

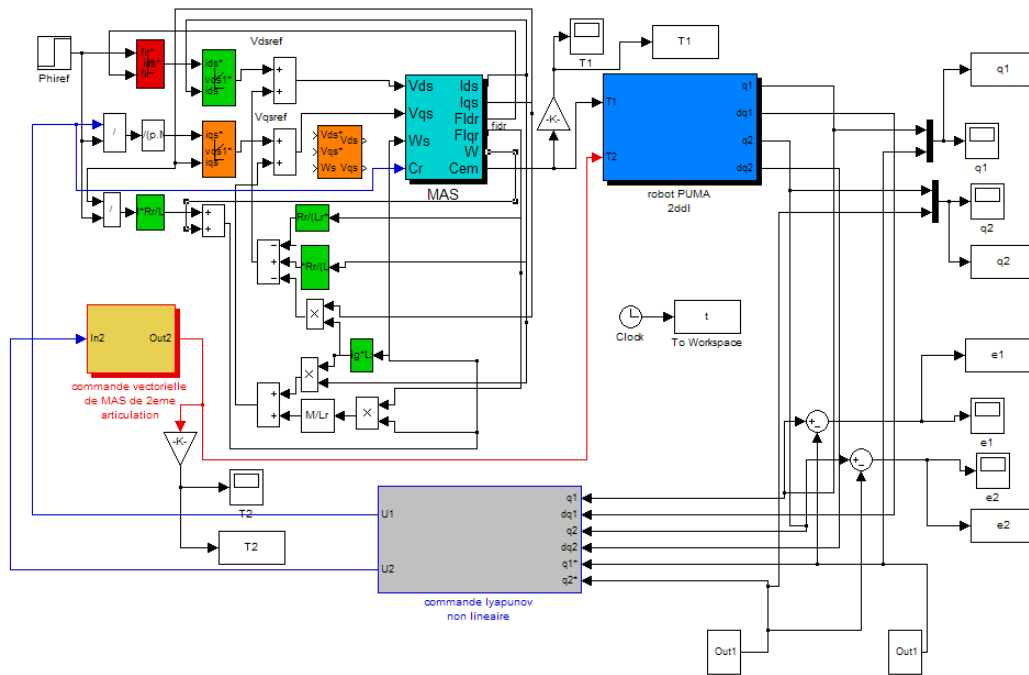


Figure 4.39. Schémas de commande de Backstepping de robot-moteur asynchrone par simulink matlab

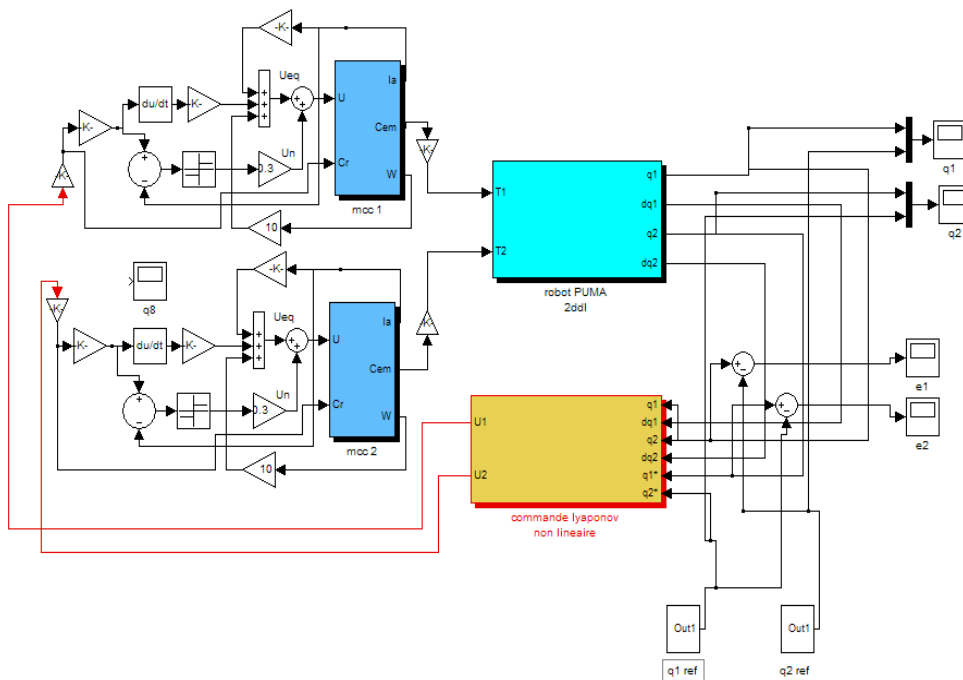


Figure 4.405. Schémas de commande de Backstepping de robot-moteur DC par simulink matlab

IV.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné quelques méthodes de commande des robots manipulateurs, et un petit rappel sur le modèle dynamique de ce type de robot afin d'appliquer la commande par découplage non linéaire, dans laquelle l'objectif de poursuite de trajectoires est accompli par linéarisation par bouclage de la dynamique non linéaire du robot, ce type de commande est aussi connu sous le nom de commande dynamique ou "couple calculé".

Ensuite, nous avons donné une description de la technique du « Backstepping ». Cette procédure permet d'obtenir de façon constructive une loi de commande qui assure la stabilité du système en boucle fermée via une fonction de Lyapunov.

Pour valider ces technique nous l'avons appliquée sur un robot à deux degré de Liberté doté des moteurs électriques, qui montrent ses efficacités, les résultats obtenus sont encourageants, les erreurs de suivi sont acceptables.

La génération de mouvement désigne la fonction de calcule des consignes articulaires du robot destinées à réaliser une tache interprétée sous forme de position successives de l'outil du robot et de contraintes cinématique ou dynamique.

L'utilisation des moteurs asynchrones avec la commande vectorielle, et moteurs à courant continu avec la commande en mode glissant, comme des actionneurs de robot nous donne une bonne poursuite de trajectoire, puisqu'ils fournissent des couples satisfaisants et nécessaires au robot afin de suivre la trajectoire désirée.

Etude comparative & Teste de robustesse

Nous avons vus dans les chapitres précédents différentes techniques de commande de moteurs électriques insérés dans une chaîne robotique, à savoir le moteur asynchrone commandé par commande vectorielle, et le moteur à courant continu commandé par mode de glissement. Et que ces algorithmes sont mis en cascade avec celle de la commande du robot. Et nous avons vu que les résultats de simulation sont acceptables.

V.1. Test de Robustesse

Afin d'avoir une meilleure appréciation des résultats obtenus à travers les systèmes étudiés (moteur asynchrone & moteur à courant continu) dans un bras manipulateur à deux degrés de liberté, il est nécessaire d'effectuer une comparaison des caractéristiques statiques et dynamiques des quatre techniques de commande dans les mêmes conditions de fonctionnement (référence, charges perturbatrice, ...etc.) et dans la même configuration de simulation (durée de simulation, ...etc.).

Dans cette partie on présentera les avantages et les inconvénients de chaque type de commande, la meilleure commande sera celle qui répond mieux aux exigences, à savoir :

- ❖ Meilleures performances statiques et dynamiques;
- ❖ Meilleures poursuites des consignes de contrôle;
- ❖ Meilleures rejets de perturbations;

- ❖ Insensibilité aux variations des paramètres électriques et mécaniques.

Nous considérons des variations paramétrique allant jusqu'à 50% pour les masses de liaisons du robot, 100% pour résistance statorique et rotorique des machines et le moment d'inertie ainsi qu'une augmentation jusqu'à 50% pour l'inductance statorique,

On note que le test de robustesse et la comparaison des quatre méthodes de commande s'effectuent à l'aide de l'écart normalisé de position [BEL08] :

$$E_N(\%) = \frac{y(\text{idéale}) - y(\text{réelle})}{y^*} \times 100 \quad (5.1)$$

Tels que :

y (*idéale*): la réponse d'un système dans ces conditions idéals;

y (*réelle*): la réponse d'un système lorsqu'il est affecté par des perturbations interne (variations paramétriques) ou externes;

y^* : la dynamique désirée.

V.2. Résultats de simulation

La figure 5.1 représente le test de robustesse en présentant l'écart normalisé de positions $q1$ et $q2$, les positions $q1$ et $q2$, les couples $Cem1$ et $Cem2$, et bien sur les erreurs $e1$ et $e2$ des positions $q1$ et $q2$ respectivement, en vue d'une augmentation de 20% des masse de liaison de robot $m1$ et $m2$. La commande appliquée au robot est la commande de couple calculé (commande découplée non linéaire), et les moteurs utilisés sont asynchrones.

Dans la figure 5.2, on peut voir les repenses de l'écart normalisé de positions, couples, erreurs de positions, et positions des deux articulations du robot avec la commande de couple calculé en utilisant des actionneurs moteurs a courant continu, après avoir augmenter les masses de liaisons de robot de 20%.

On fait la même chose en appliquant la commande de Backstepping (méthode de Lyapunov) au robot à deux degrés de liberté, on considère une augmentation des masses des liaisons de bras manipulateur de 20%, la figure 5.3 représente les performances de robot doté des machines asynchrone. Alors les repenses en écart normalisé, erreurs, couples et positions pour robot doté des machines a courant continu sont schématisés sur la figure 5.4.

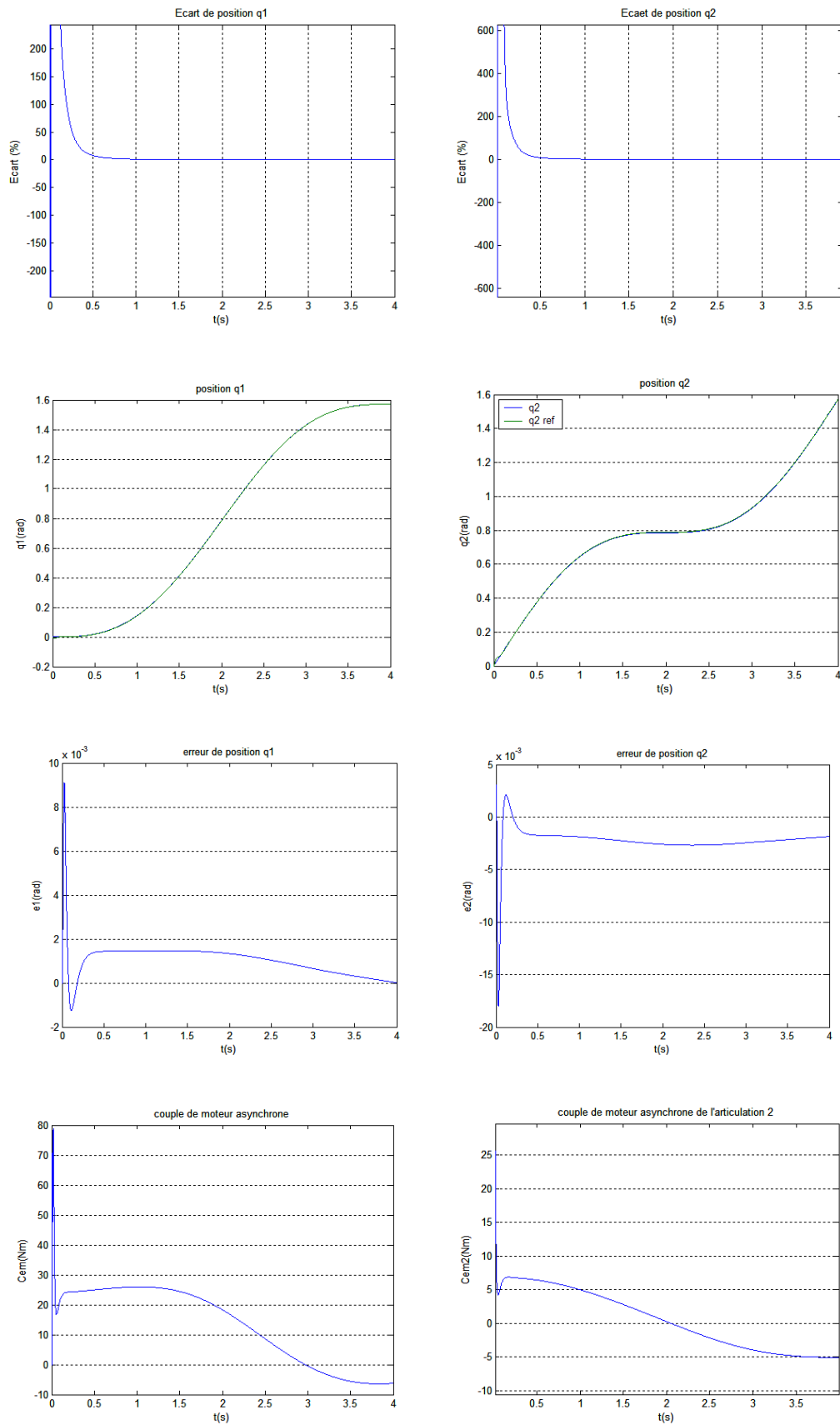


Figure 5.1. Reponses de positions, de couples, l'écart normalisé et l'erreur de positions de la commande de couple calculé de robot doté des MAS

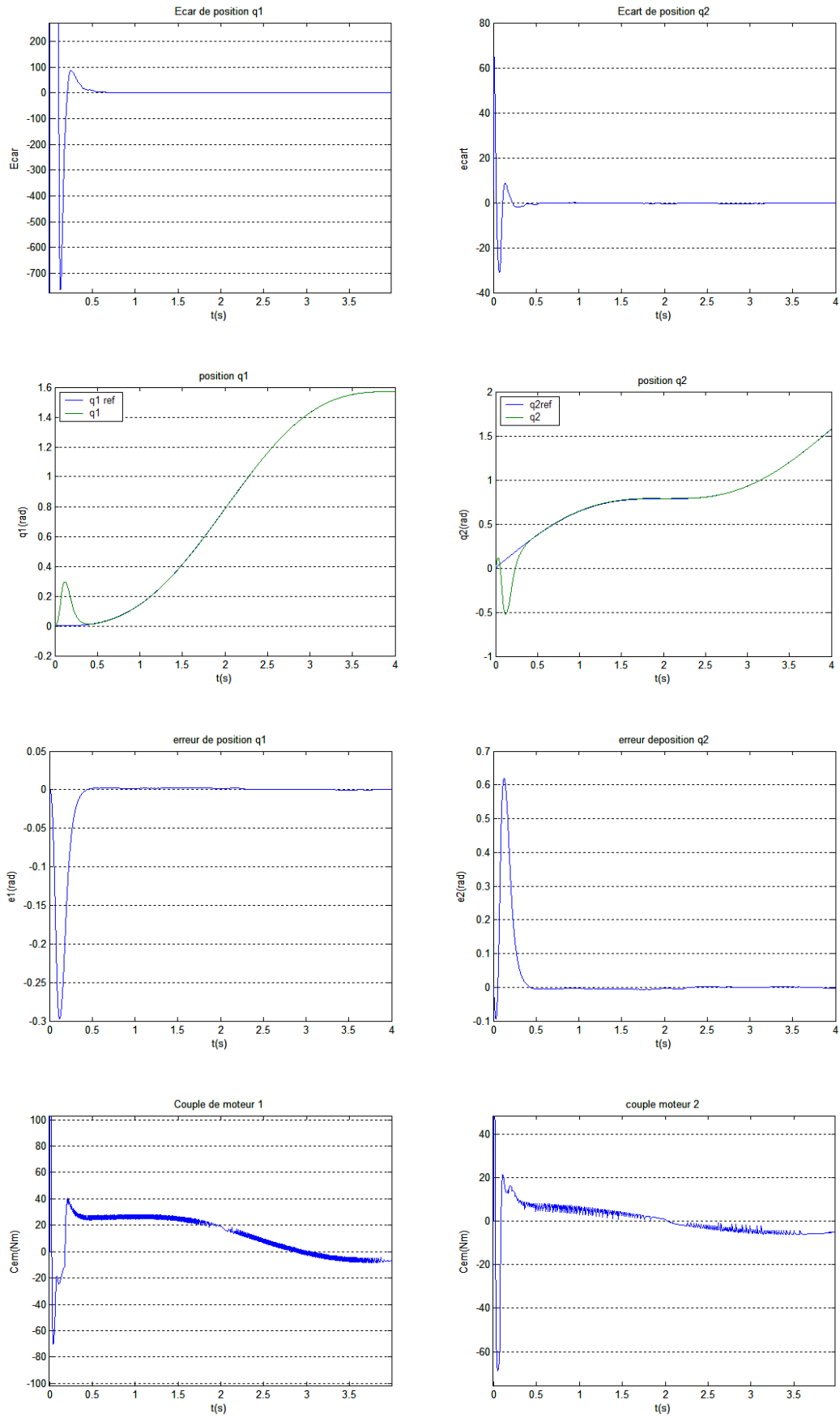


Figure 5.2. Repenses de positions, de couples, l'écart normalisé et l'erreur de positions de la commande de couple calculé de robot doté des MCC

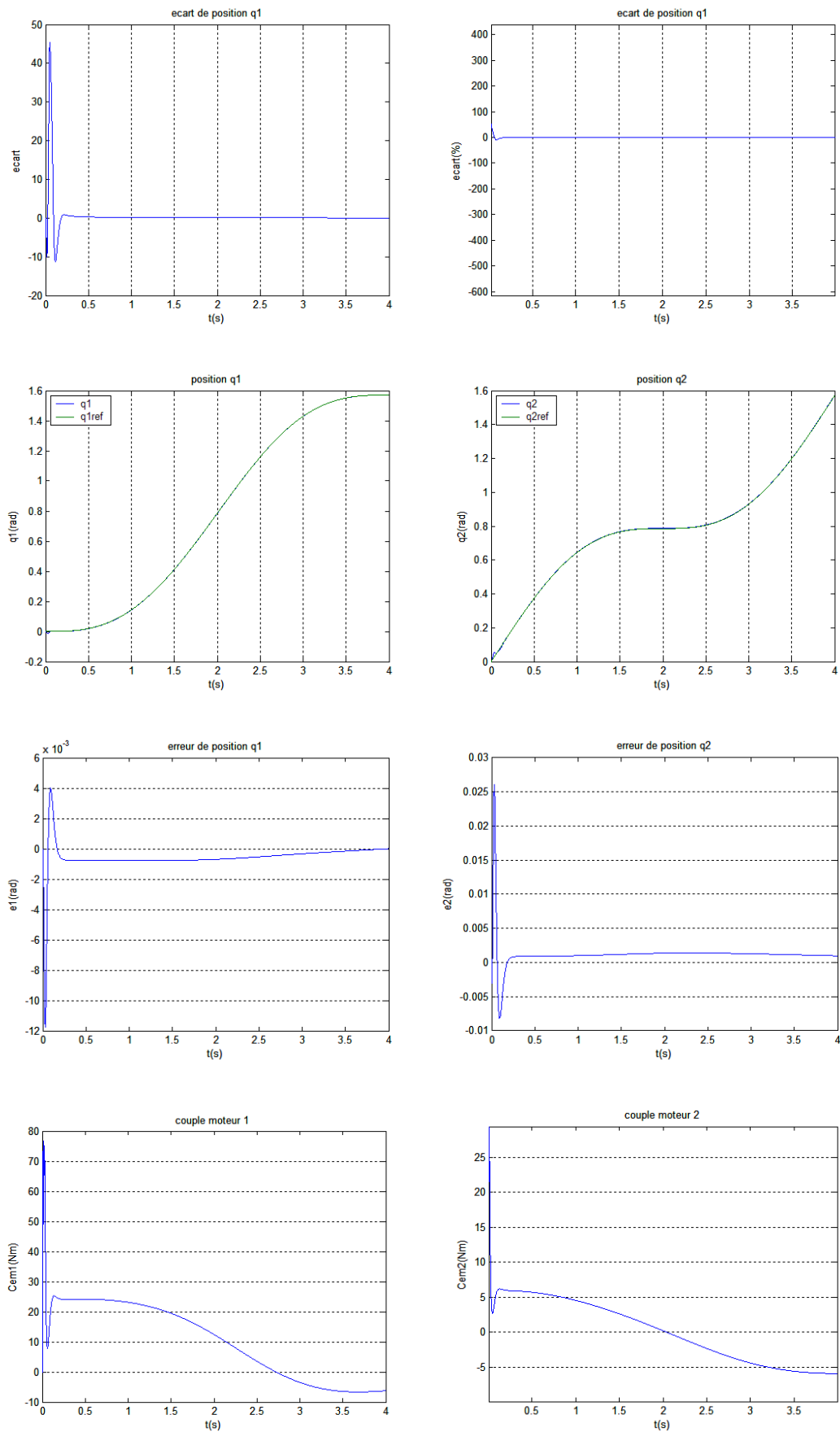


Figure 5.3. Repenses de positions, de couples, l'écart normalisé et l'erreur de positions de la commande de Backstepping appliquée au robot doté des MAS

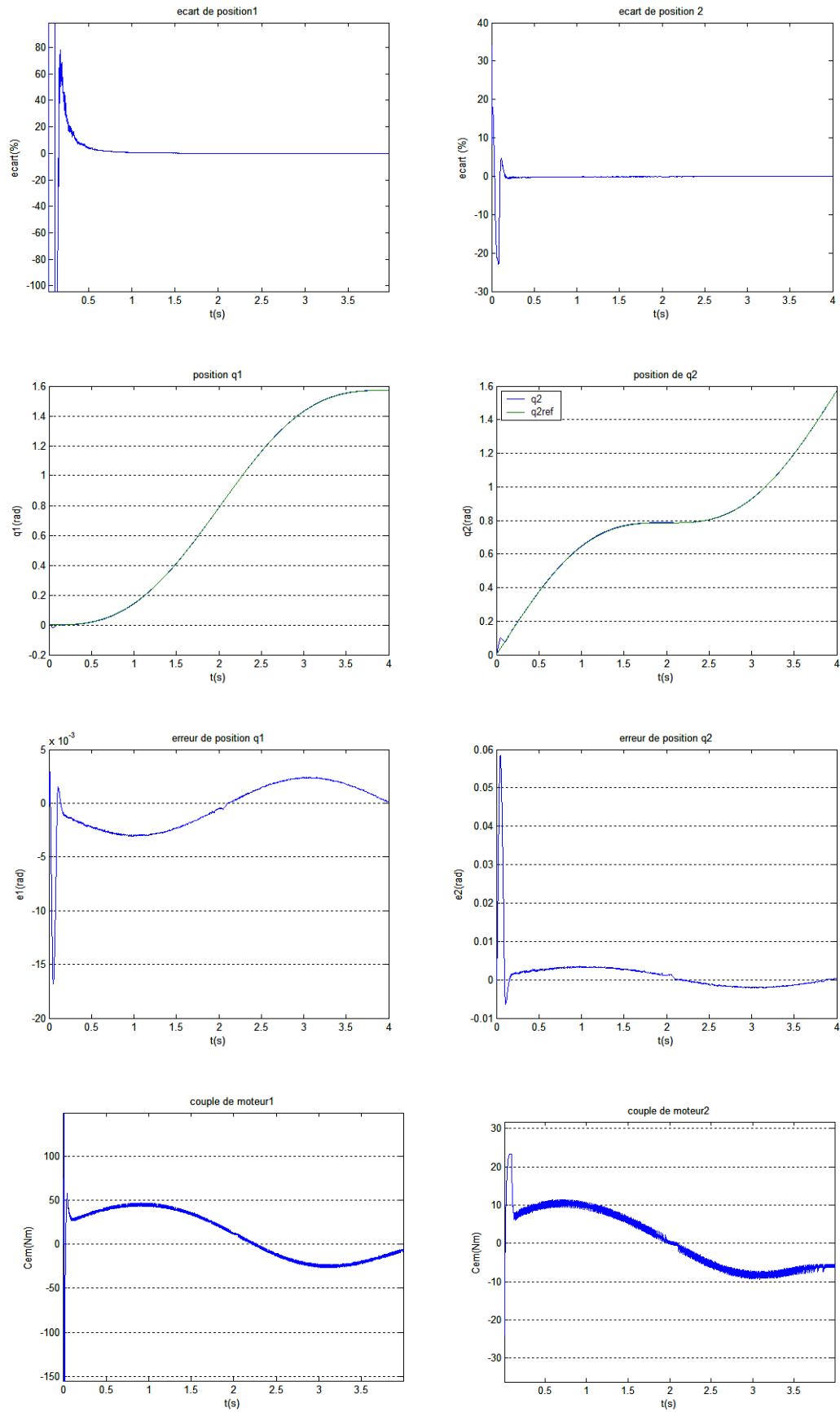


Figure 5.4. Reponses de positions, de couples, l'écart normalisé et l'erreur de positions de la commande de Backstepping appliquée au robot doté des MCC

Maintenant on va augmenter les paramètres du robot et des moteurs asynchrones jusqu'aux 50%. Les figures ci-dessous représentent les réponses $q1$ et $q2$, les couples $Cem1$ et $Cem2$, et les réponses de tensions statoriques, courants statoriques, courants en quadrature et les flux direct et en quadrature des moteurs asynchrones.

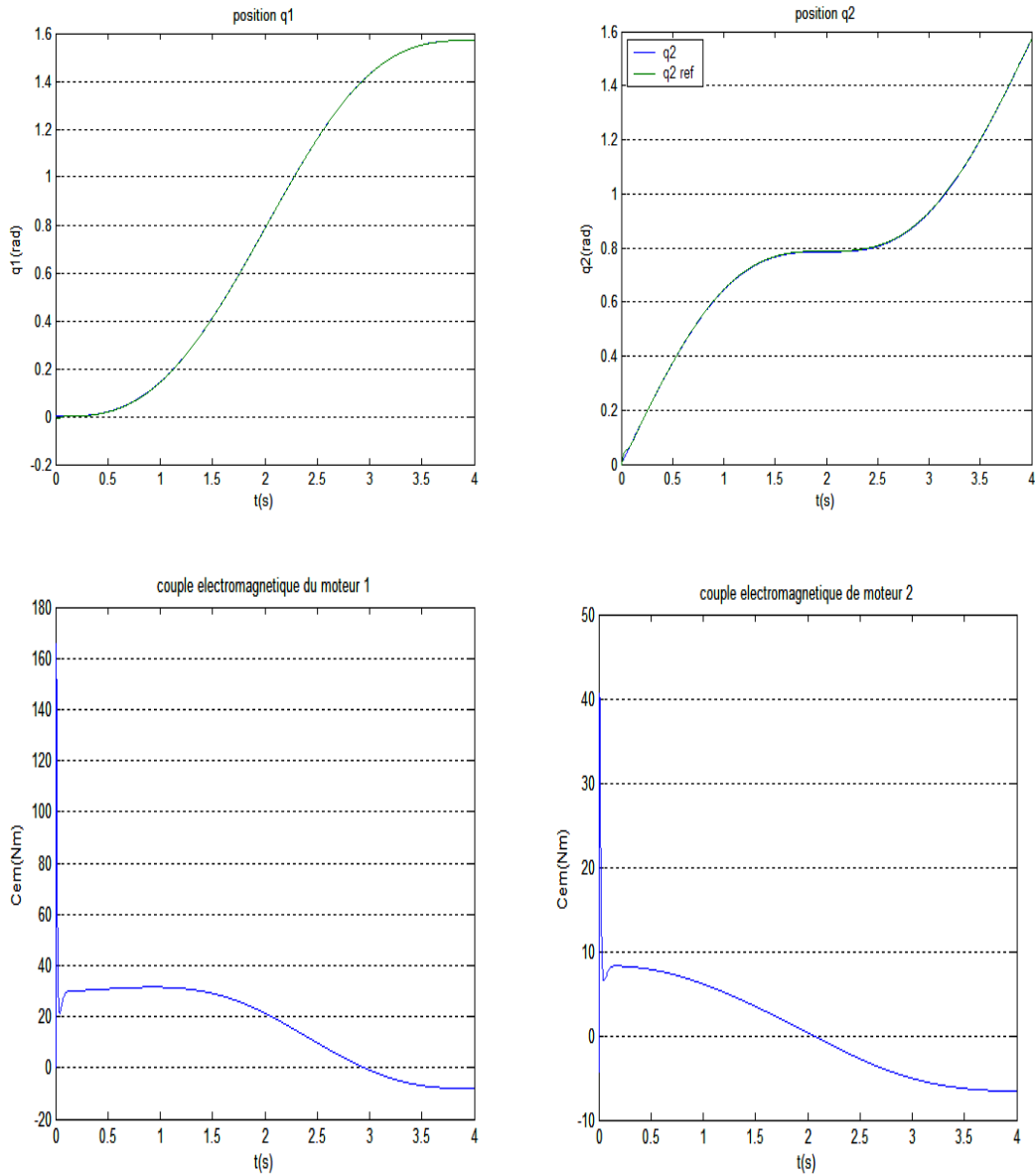


Figure 5.5. Les réponses $q1$ et $q2$, les couples $Cem1$ et $Cem2$ des moteurs asynchrones après une augmentation de 50% des masses des liaisons, résistances statoriques et rotorique, moment d'inertie et de l'inductance statorique dans un robot commandé par la commande de couple calculé

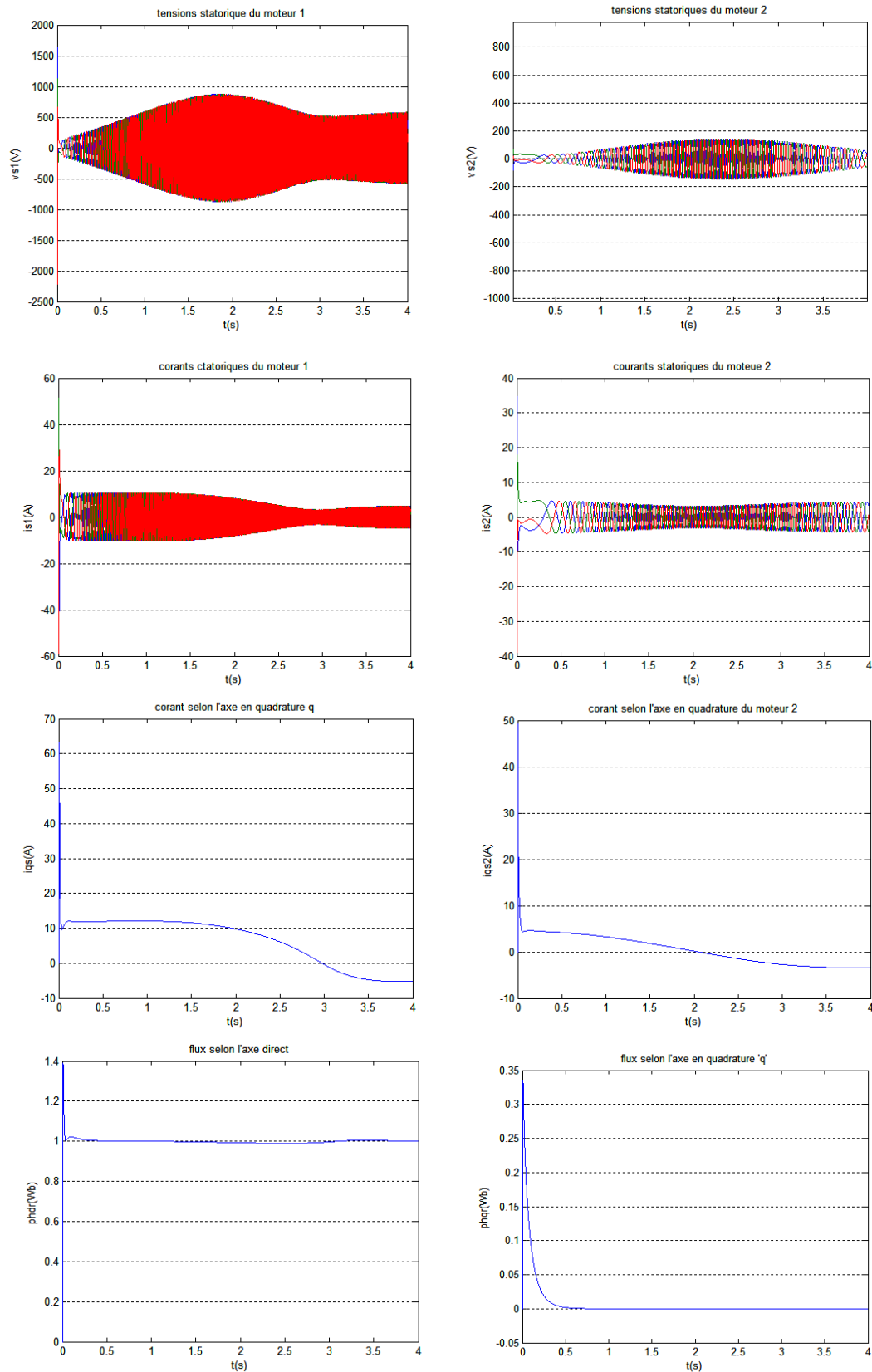


Figure 5.6. tensions statoriques, courants statoriques, courants en quadrature et les flux direct et en quadrature des moteurs asynchrones (commande de couple calculé de robot doté des MAS) après une augmentation de 50% des masses des liaisons, résistances statoriques et rotorique, moment d'inertie et de l'inductance statorique

Malheureusement, l'augmentation de 50% des résistances d'induit de moteurs à courant continu ne donne pas des résultats satisfaisants et il fait des détériorations des trajectoires du robot. Après plusieurs essais d'élévations des résistances d'induit, on a remarqué que le maximum augmentation qui peut être s'effectué sans faire l'écart entre la trajectoire désirée et réelle est 10% de la résistance d'induit, la figure 5.7 représente les réponses en position réelle et désirée, couples des moteurs et courants d'induit des moteurs pour une augmentation 10% des résistances d'induit, 50% de moment d'inertie et 50% l'inductance d'induit dans un robot commandé par la commande de couple calculé.

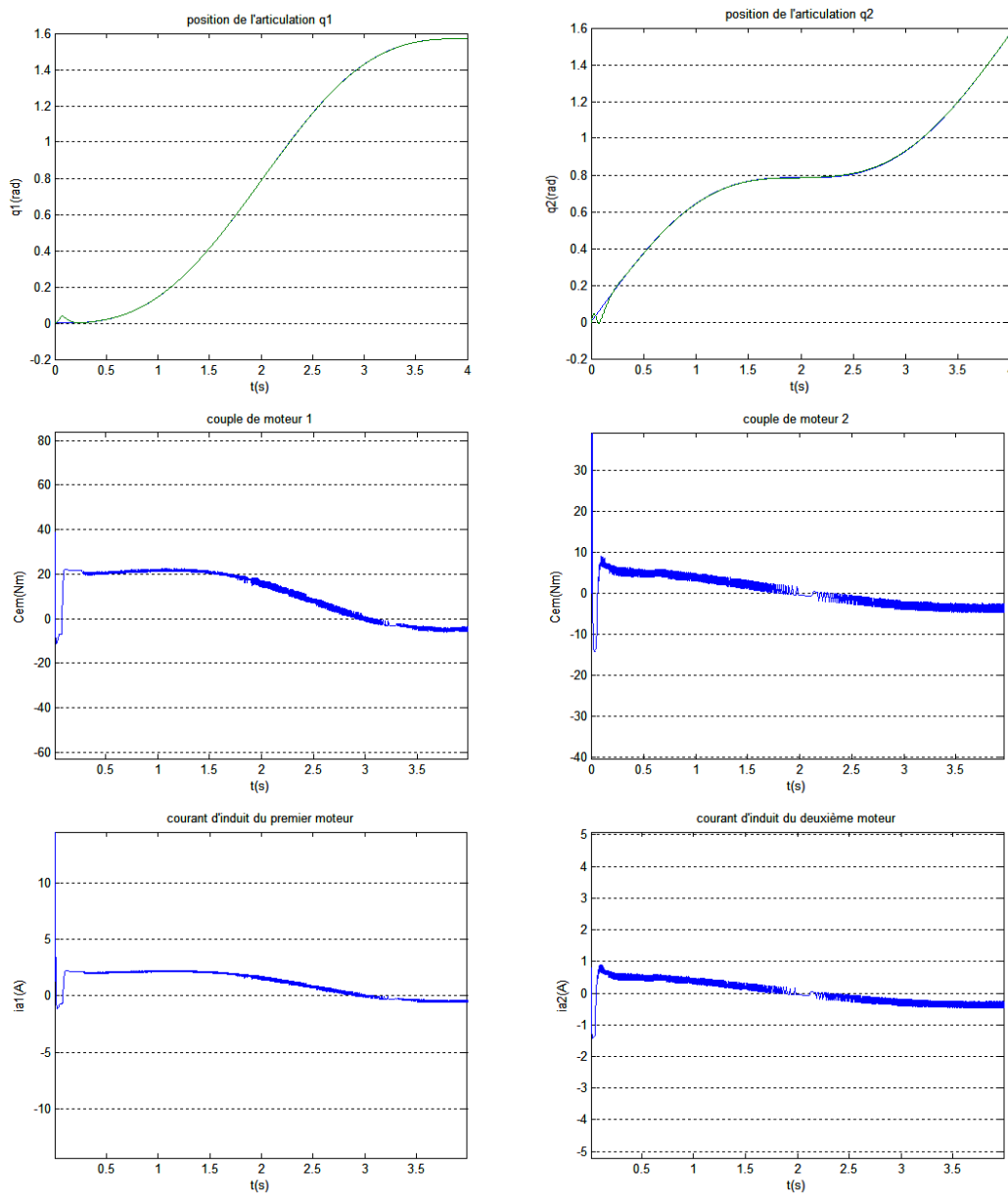


Figure 5.7. position réelle et désirée, couples des moteurs et courants d'induit des moteurs après une augmentation 10% des résistances d'induit, 50% de moment d'inertie et 50% l'inductance d'induit (commande de couple calculé de robot doté des MCC)

Dans ce qui suite, nous effectuons le teste de robustesse en augmentant 50% des masses des liaisons du robot (commande Backstepping), figures suivants.

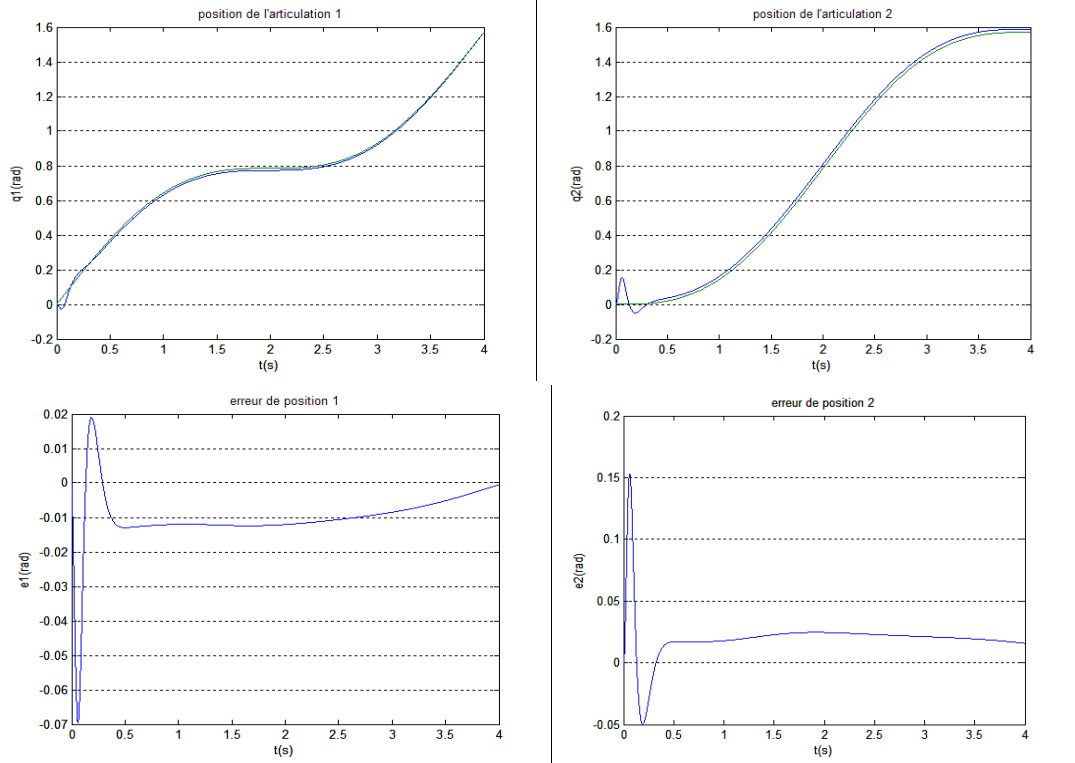


Figure 5.8. positions et erreurs des positions après une augmentation de 50% des masses des liaisons du robot (commande Backstepping de robot doté des MAS)

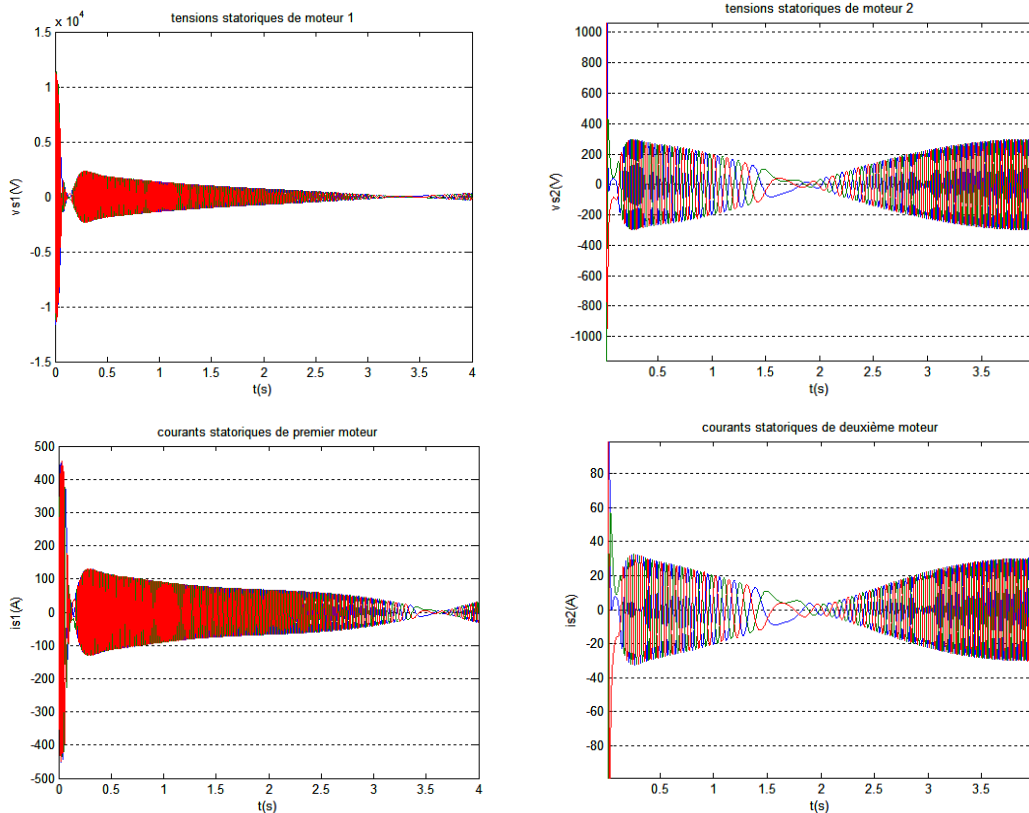


Figure 5.9. Performances des moteurs asynchrones à savoir les tensions statoriques, les courants statoriques après une augmentation de 50% des masses des liaisons du robot (commande Backstepping de robot doté des MAS)

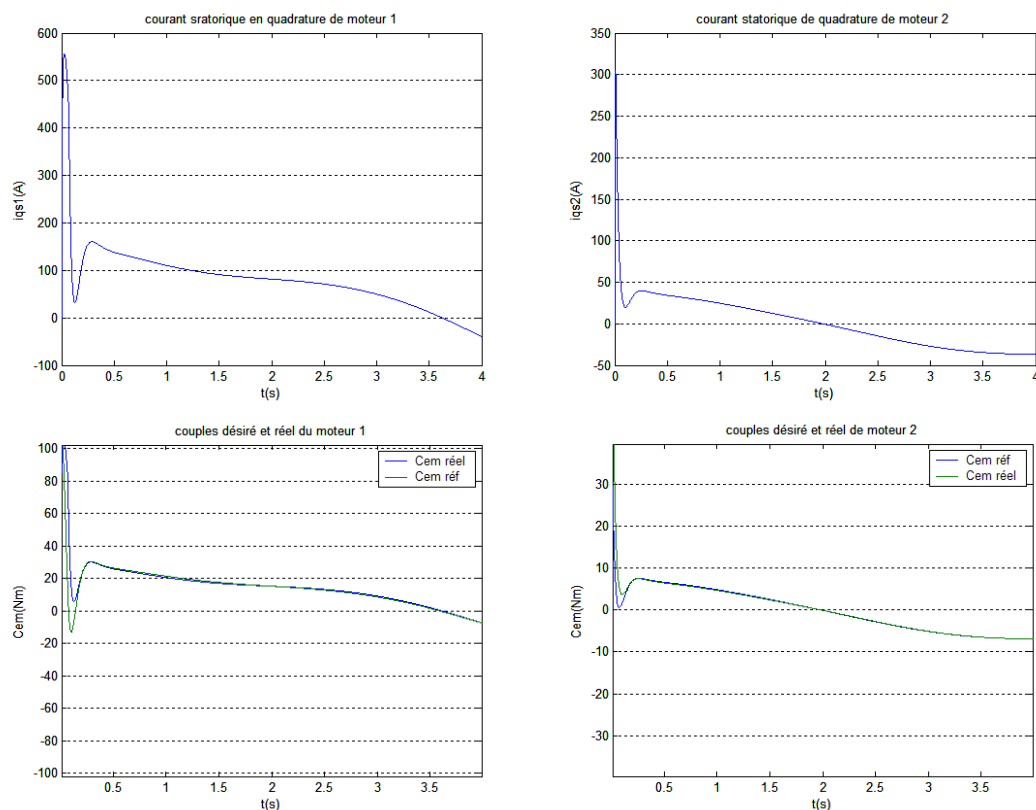


Figure 5.10. Performances des moteurs asynchrones à savoir couples fournis par la commande Backstepping et couples fournis par les moteurs, courants statoriques en quadrature agissant sur le couple et après une augmentation de 50% des masses des liaisons du robot

Les schémas suivants représentent les positions et performances des moteurs asynchrones après une augmentation de 50% de résistances statoriques, inductances rotoriques et statoriques, et moment d'inertie.

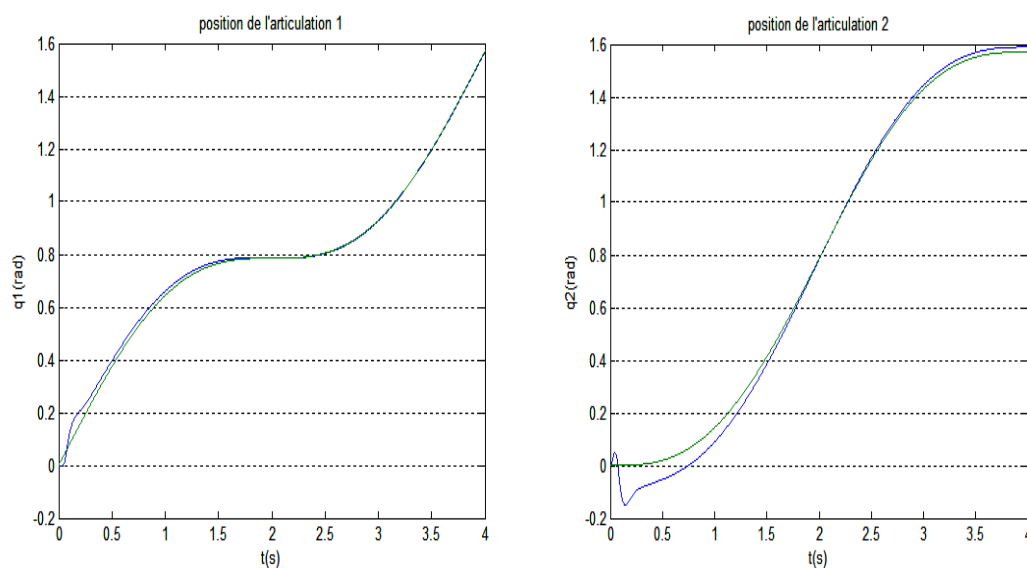


Figure 5.11: positions de robot après une augmentation de 50% de résistances statoriques, inductances rotoriques et statoriques, et moment d'inertie

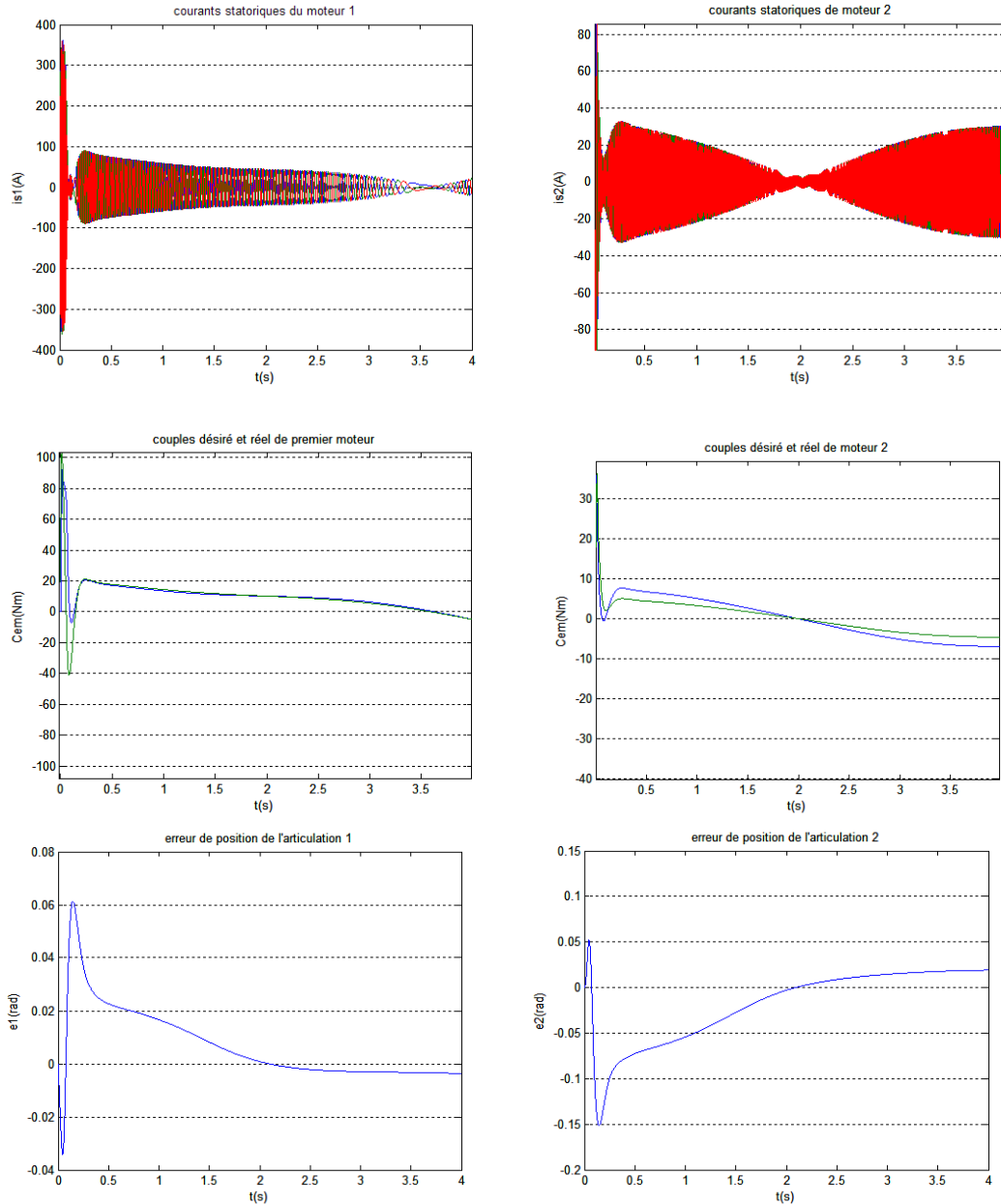


Figure 5.12 Performances des moteurs asynchrones à savoir les courants statoriques, couples fournis par la commande Backstepping et couples fournis par les moteurs, et les erreurs des positions après une augmentation de 50% de résistances statoriques, inductances rotoriques et statoriques, et moment d'inertie

Nous effectuons maintenant le teste de robustesse de commande Backstepping de robot à 2ddl doté des moteurs à courant continu commandés par la commande en mode glissant en augmentant 50% des masses des liaisons du robot et 50% des paramètres du moteur tels que la résistance d'induit, l'inductance d'induit et moment d'inertie. La figure 5.13 représente les résultats de ce teste.

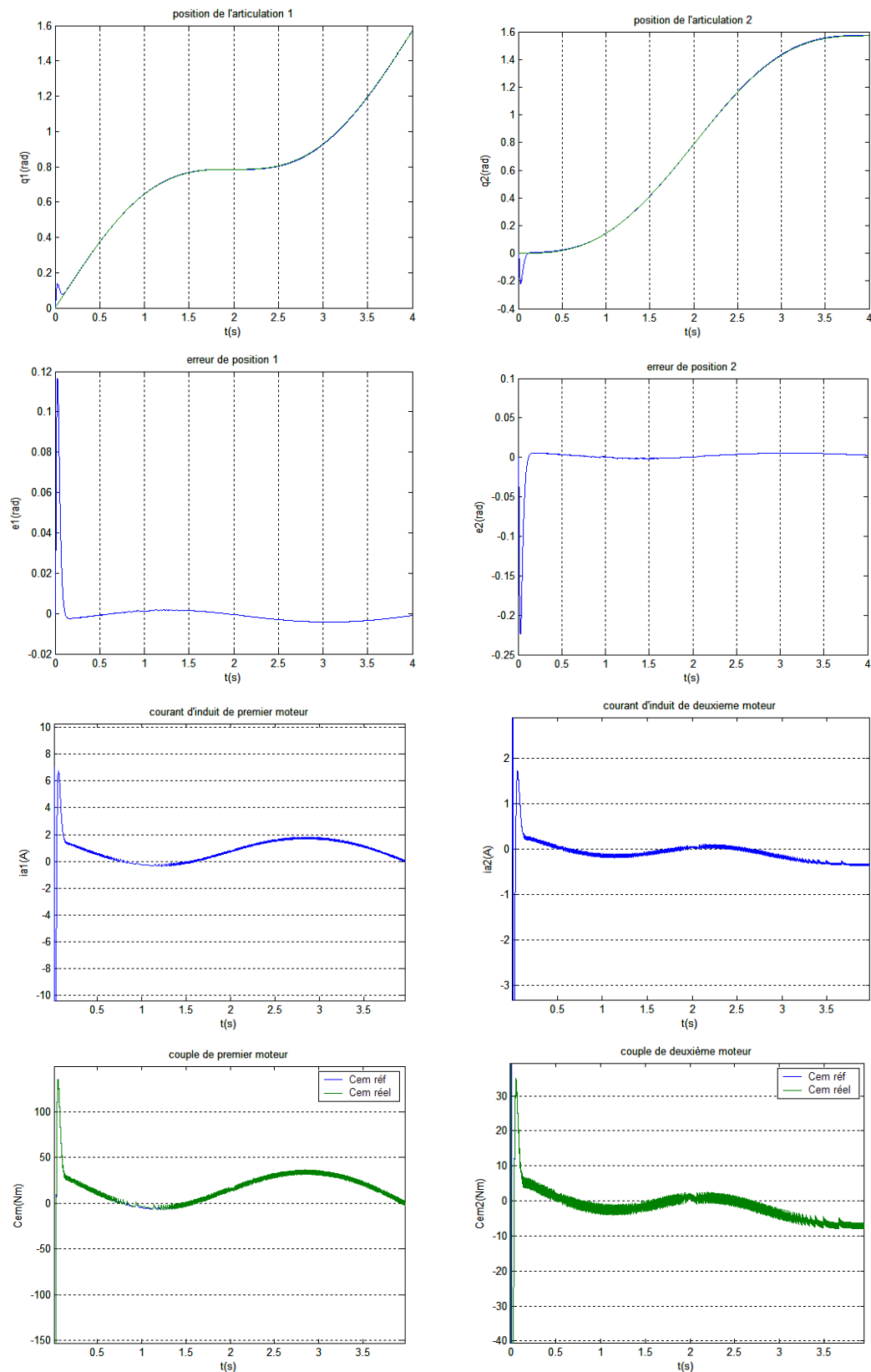


Figure 5.13. performance des moteurs à cc a savoir les couples, les courants d'induit et les erreurs de position (commande Backstepping du robot) après l'augmentation de 50% des masses de liaisons du robot, et 50% des paramètres du moteur tels que la résistance d'induit, l'inductance d'induit et moment d'inertie

D'après les résultats obtenus, on constate que les commandes appliquées sont robustes et confirment bien ces performances dynamiques. On peut remarquer aussi que le couple électromagnétique des moteurs électriques augmente afin de compenser les variations des masses de robot.

Maintenant, nous allons comparer entre la commande non linéaire découplée et la commande de Backstepping pour même type de moteur inséré dans un robot.

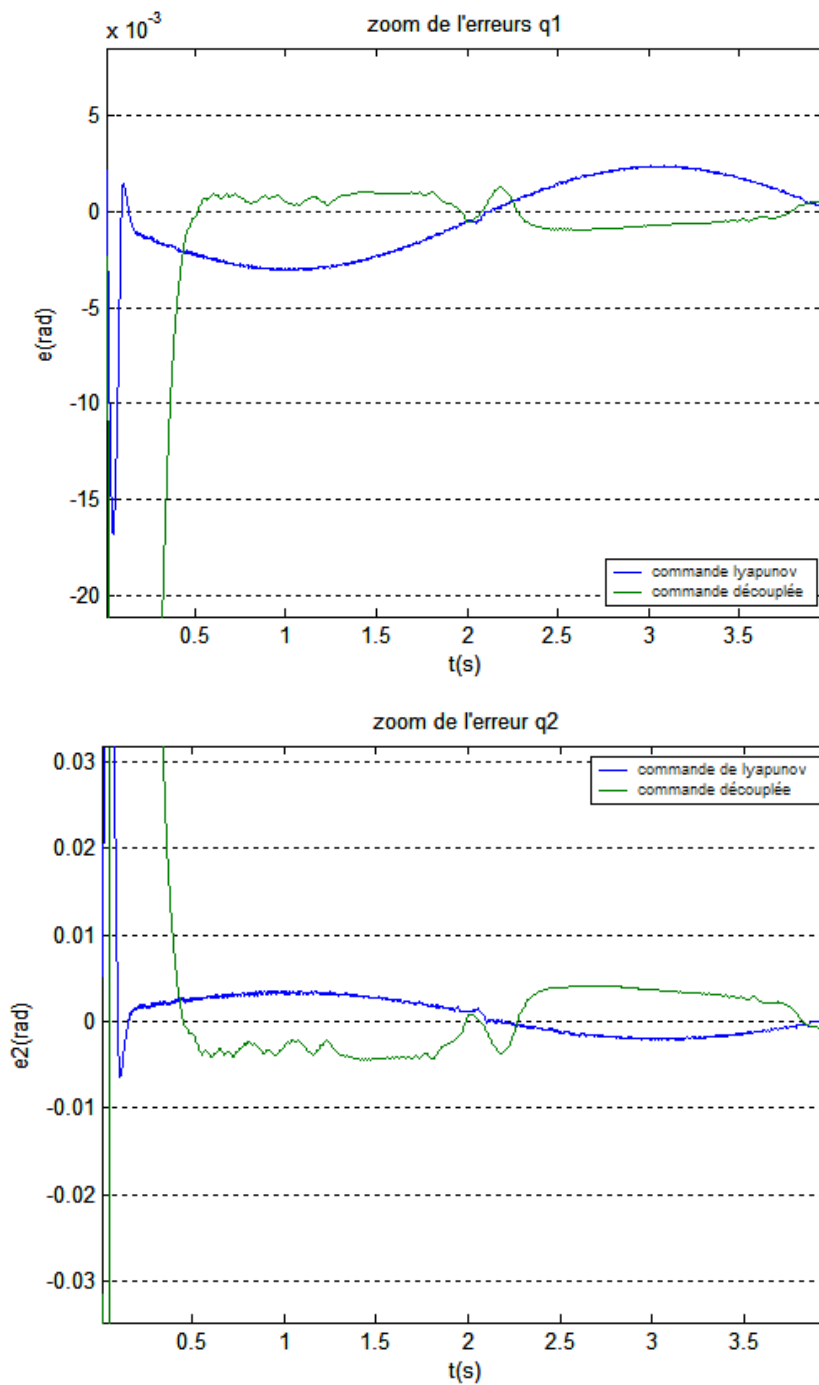


Figure 5.14. Comparaison entre l'influence de commande découplée et de Backstepping pour MCC

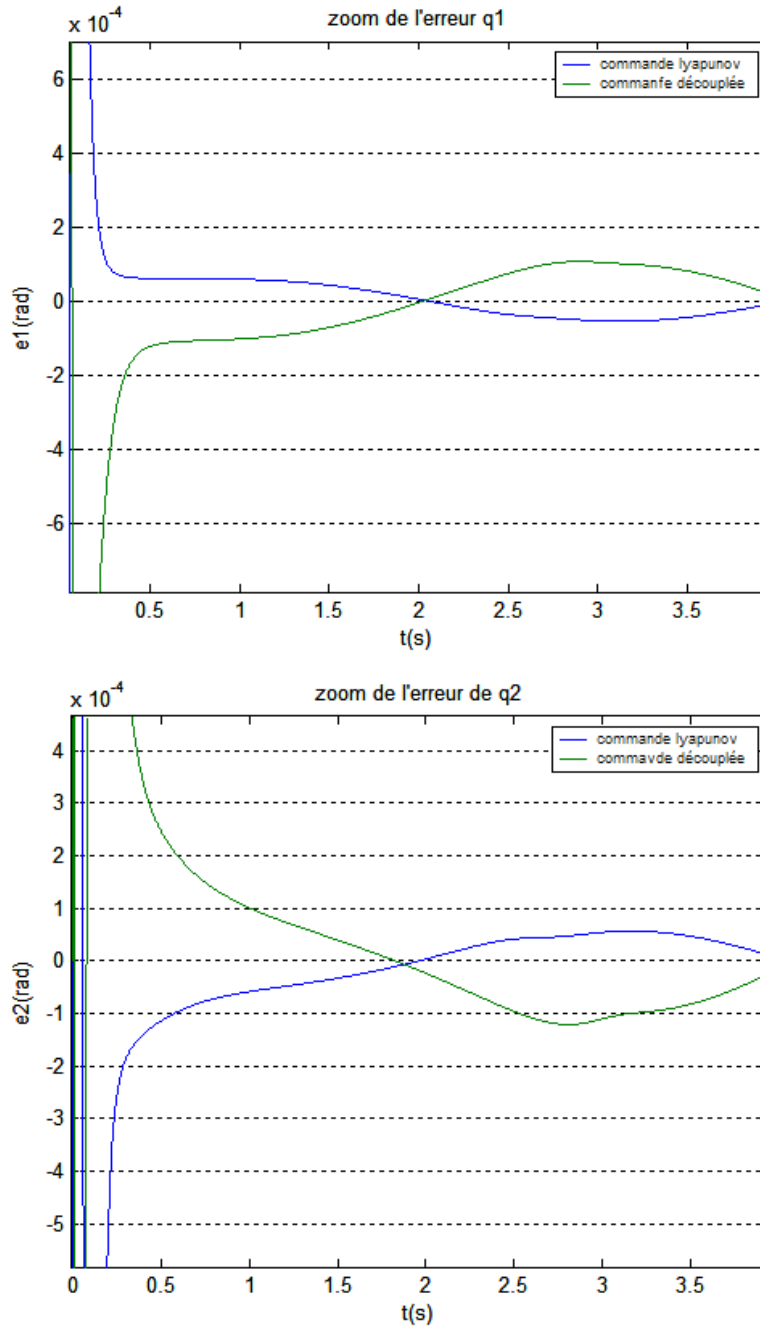


Figure 5.15. Comparaison entre l'influence commande découplée et de Backstepping pour MAS

On peut constater que les deux commandes sont robustes pour les deux machines selon les figures 5.14 et 5.15. La différence n'est pas importante, mais nous considérons selon ces résultats, la commande de Backstepping est plus performante et plus robuste vis-à-vis des incertitudes des paramètres intrinsèques et des perturbations extérieurs du robot.

Dans ce qui suite, on compare entre l'influence de variations des paramètres mécaniques au robot doté des MCC, et au celui qui doté des MAS.

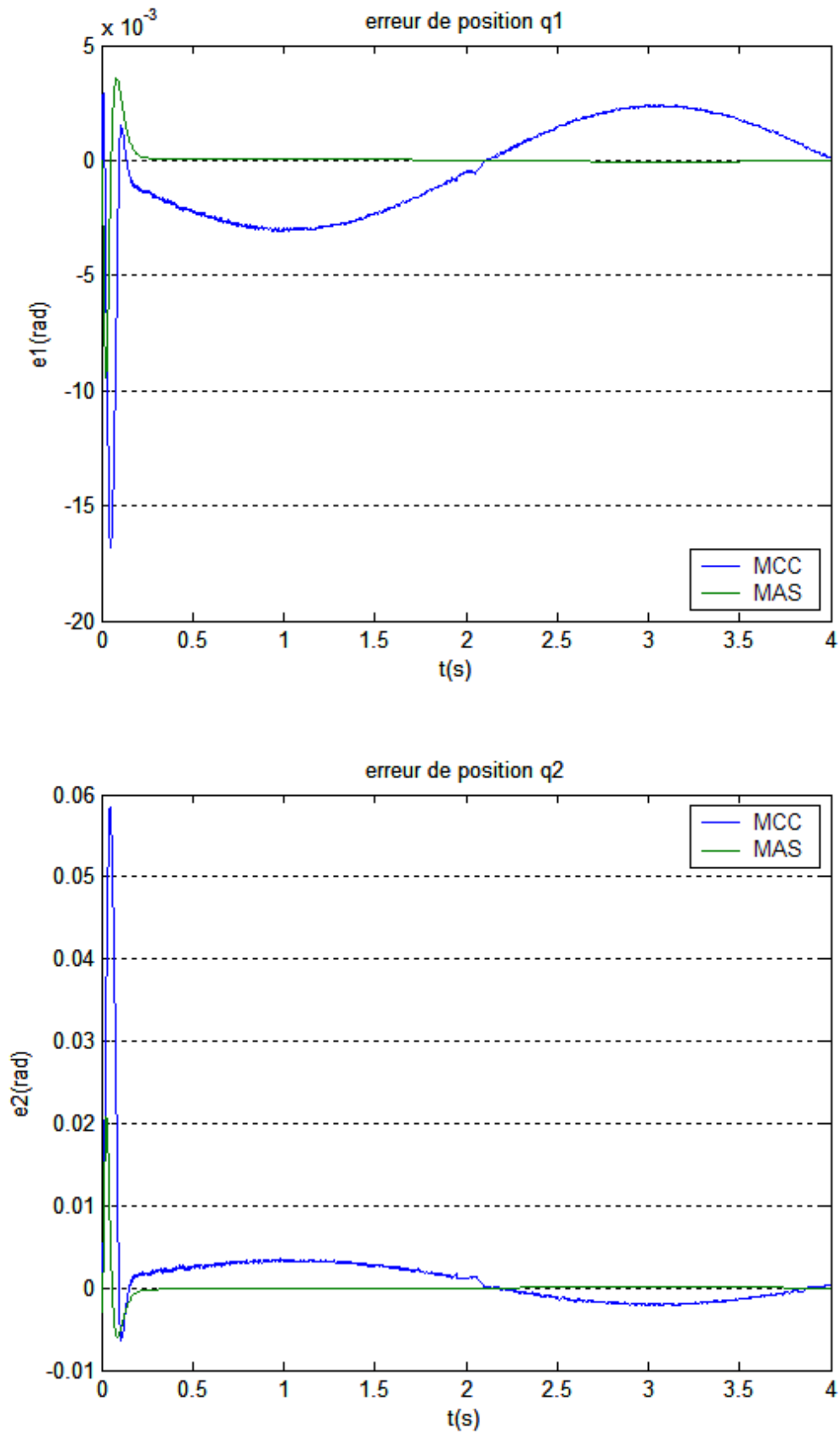


Figure 5.16. Schémas d'erreur de position du robot commandé par commande de Backstepping doté des machines électriques (MCC&MAS)

La figure 5.16 montre cette différence, pour la commande de Backstepping du robot. On remarque : l'erreur est rejetée complètement dans le cas où on utilise les moteurs asynchrones. En outre, le temps de réponse est acceptable dans les deux cas.

V.3. Conclusion

L'objectif de ces essais de simulation est de voir la robustesse des commandes utilisées face aux perturbations paramétriques. Dans la pratique les paramètres d'un robot peuvent changer, citant l'exemple de l'augmentation de la masse du robot suite aux dépôts de grasses qui s'entassent petit à petit au fil de temps, ou la diminution de la masse suite à l'érosion [BAL07].

Les résultats de simulation illustrés par les figures 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, montrent le comportement de la commande découplée non linéaire et la commande de Backstepping face à cette perturbation paramétrique. En observant ces résultats, nous remarquons, la variation de la masse du robot rien ne s'est produit, que ce soit au niveau de la sortie ou de la commande. On constate aussi une légère augmentation du couple électromagnétique des moteurs afin de compenser la variation de la masse.

Nous avons vu que le teste de comparaison entre les machines électriques insérées dans le bras manipulateurs s'effectué en comparant l'erreur de position du robot obtenue après une augmentation de 20% de les masses se liaison du bras.

Les figures 5.14, 5.15, 5.16 montrent la capacité des commandes appliquées (erreur presque nulle), avec avantage pour la commande de Backstepping du robot doté des machines asynchrones.

Nous avons remarqué aussi qu'au début de simulation, les erreurs de position existes et après quelque milliseconde ils deviennent nulles, ça du au régime transitoire des moteurs.

Conclusion générale

La robotique peut être définie comme l'ensemble des techniques et études tendant à concevoir des systèmes mécaniques, électriques, informatiques ou mixtes, capables de se substituer à l'homme dans ses fonctions motrices, sensorielles et intellectuelles.

Le système mécanique articulé est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action (le terme "manipulateur" exclut implicitement les robots mobiles autonomes). Son rôle est d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées articulations. Sa motorisation est réalisée par des actionneurs pneumatiques ou hydrauliques et souvent électriques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés.

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse concernent le développement des lois des commandes linéaires et non linéaires. Nous nous sommes intéressés particulièrement à la synthèse de cette technique pour la commande en poursuite de trajectoire de robot manipulateur exécutant des tâches sous l'effet des perturbations externe.

Une recherche bibliographique a été faite dont le but de donner les principaux schémas des actionneurs électriques et leurs commandes, ainsi le robot a deux degrés de liberté avec ses commandes non linéaires.

Les machines à courant continu sont peu à peu remplacées par les machines asynchrones dans certains processus, pourtant leur étude s'avère nécessaire car elles sont toujours utilisées dans plusieurs domaines où elles sont les mieux adaptées. Nous avons développé un algorithme de commande par mode glissant pour la commande de

machine à courant continu. Les résultats de simulation obtenus ont montré de bonnes performances dynamiques et une grande capacité de poursuite de consigne, et une robustesse aux variations des paramètres de moteur et de robot.

En outre, le positionnement des machines asynchrones est rendu aujourd'hui possible en lui appliquant des techniques d'orientation du champ. Ces techniques permettent d'obtenir un modèle dynamique découplé semblable au modèle de la machine à courant continu. Nous avons montré que la commande vectorielle de la machine asynchrone est un outil efficace pour l'asservissement du couple de la machine, où le couple suit sa valeur de référence.

La commande de la plupart des robots industriels actuels soit encore conçue à partir des théories de l'automatique linéaire, des méthodes plus avancées, tenant compte du caractère non linéaire des structures articulées, doivent être envisagées pour les applications exigeant de grandes performances dynamiques (temps de cycle, précision dynamique...). Pour cette raison, nous avons au cours de ce travail donné le principe de deux méthodes répondant à ces critères : la commande par découplage non linéaire ou commande dynamique, la commande de Backstepping. La mise en œuvre de ces méthodes faisant appel au calcul en ligne du modèle dynamique utilise avantageusement les solutions proposées pour le calcul dynamique inverse. Dans toutes les lois de commande étudiées, nous avons considéré que les positions et vitesse articulaires sont disponibles. En générale, les robots sont équipés de capteur de haute précision pour la mesure des variables articulaires. Les généralistes tachymétriques utilisées pour la mesure des vitesses articulaires fournissent des signaux entachés d'un bruit de mesure souvent considérable, la solution la plus simple pour résoudre ce problème consiste à obtenir le signal de vitesse par une différentiation numérique du signal de position. D'autres techniques plus sophistiquées consistent à construire un observateur qui estime la vitesse en fonction de couples appliqués aux actionneurs et les positions articulaires.

Pour valider ces technique de commande nous l'avons appliquée sur un robot à deux degré de Liberté doté des moteurs électriques où on trouve deux commandes appliquées en cascade, cette méthode montre ses efficacités, les résultats obtenus sont encourageants avec des erreurs de suivi de consigne de trajectoire nulles.

Les méthodes appliquées montrent ses capacités et sa robustesse lors de la variation des paramètres des moteurs et les masses des liaisons de robot manipulateur.

Annexe 1

Modèle dynamique d'un bras manipulateur rigide à deux degré de liberté.

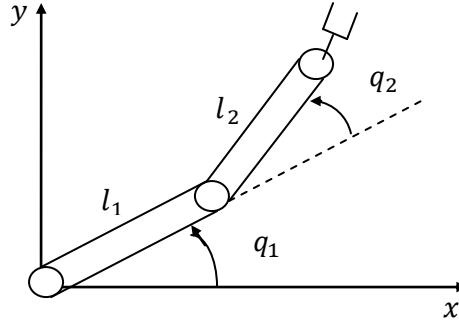


Figure A1. Présentation de robot a deux degré de liberté

Le modèle dynamique de ce robot est donné par l'équation matricielle suivante :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

où

$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ Vecteur des variables articulaires généralisées

$\Gamma = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$ Vecteur des couples généralisés

Matrice d'inertie :

$$A(q) = \begin{pmatrix} m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 c_2 + (m_1 + m_2) l_1^2 & m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 c_2 \\ m_2 l_1 l_2 c_2 & m_2 l_2^2 \end{pmatrix}$$

Matrice de Coriolis et de centrifuge

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} -2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_2 & -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vecteur des forces de gravité

$$G(q) = \begin{pmatrix} m_2 l_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_1 \\ m_2 l_2 g c_{12} \end{pmatrix}$$

Avec la notation : $c_2 = \cos q_2$, $s_2 = \sin q_2$, $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$...etc.

Les paramètres du modèle sont :

$$m_1 = 10\text{kg}, m_2 = 10\text{kg}, l_1 = 1\text{m}, l_2 = 1\text{m}$$

m : Masse de liaison ; l : Longueur de liaison ;

Annexe 2

Les paramètres de moteur à courant continu

$$R_a = 1.44 \Omega ; L_a = 0.00056 \text{ H} ; J = 0.0129 \text{ kg.m}^2 ; F = 0.000072 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

Les paramètres de moteur asynchrone

$$R_s = 4.850 \Omega ; L_s = 0.274 \text{ H} ; R_r = 3.805 \Omega ; L_r = 0.274 \text{ H} ; M = 0.258 \text{ H} ; J = 0.031 \text{ kg.m}^2 ;$$

$$f_c = 0.001136 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

Bibliographie

[Wis&Eti99] Wisama K & Etienne D « Modélisation, identification et commande des robots » 2^e édition revue et augmentée. Paris, Hermès Science Publication, 1999

[Wis02] Wisama K (sous la direction de) « Commande des robots manipulateurs » Paris, Hermès Science Publication, 2002

[Ray07] Raymond H «< Automatique avancée 3 > asservissement et commande des robots ». Paris, Hermès Science Publication, 2007

[Lal&Zeg] Lallemand J-P & Zegloul S « Robotique. Aspect fondamentaux » modélisation mécanique. CAO robotique – Commande. Université de Poitiers, CNRS. Laboratoire de mécanique des solides. MASSON Paris, 1994

[Azo09] Azoui N « commande non linéaire d'un bras manipulateur » thèse de magister. Université de Batna, 2009

[Rez09] Rezgui Salah eddine « commande des machines électriques en environnement » thèse de magister. Université Mentouri de Constantine, 2009

[Baz09] Bazi Smail M « Contribution à la Commande Robuste d'une Machine Asynchrone par la Technique PSO (Particle Swarm Optimization) » thèse de magister. Université de Batna, 2009

[Sos09] Sos Alaoui Mohammed Chakib « Commande et Observateur par Modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur » thèse de doctorat national. Faculté des Sciences-Fès. Université de sidi Mohammed ben Abdellah, 2009

[Bal07] Bali Noureddine « commandes prédictive appliquées au robot PUMA et au palier magnétique actif » thèse de doctorat d'état. Laboratoire de commande de processus de l'ENP, 2007

[Bou08] Bouakrif F « commande par apprentissage itératif des robot manipulateurs » thèse de doctorat. Laboratoire de commande de processus de l'ENP, 2008

[Kha04] Khati A « commande vectorielle par réseaux de neurone de machine asynchrone alimentée par onduleur a trois niveaux » thèse de PFE, Département d'électrotechnique. Université Hassiba Benbouali, 2004

[Bel09] Belboula A « Lois de commande et d'observation par modes glissants d'une machine synchrone à aimants permanents » thèse de fin d'études PFE, Département d'électrotechnique. Université Hassiba Benbouali, 2009

[Ben09] Benmansour K « réalisation d'un banc d'essai pour la commande et l'observation des convertisseurs multicellulaires série : Approche hybride » thèse de doctorat, université de Cergy-Pontoise (spécialité Automatique) ,2009