

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE HASSIBA BENBOUALI - CHLEF-

FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire

Présenté par : **HELAIMI M' hamed**

En vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Filière : Electrotechnique

Option: Commande des machines électriques

OPTIMISATION DES PARAMETRES D'UN REGULATEUR

PID PAR ALGORITHMÈS GENETIQUES

Application: Moteur à courant continu

Date de soutenance: 15/09/2004

Composition du jury:

Messieurs

- A. Ali BENAMARA
- M. DENAI
- A. BENDIABDELLAH
- B. MAZARI
- B. BELMADANI
- A. KANSSAB

M. Conférences / UHBB Chlef
Professeur / USTO
M. Conférences / USTO
M. Conférences / USTO
Professeur / UHBB Chlef
MACC / UHBB Chlef

Président
Examineur
Examineur
Examineur
Directeur de mémoire
Co-Directeur



REMERCIEMENT

➤ **J'exprime ma reconnaissance :**

A mes encadreurs Mr : B. BELMADANI et Mr : A. KANSSAB
Au président et les membres de jury.

A Tous les enseignants d'électrotechnique pour le savoir
Qu'ils m'ont donné durant ces années,
Ainsi qu'à tout le personnel administratif de l'ELT

➤ **Je tiens à remercier aussi**

A. Boukoftane, T. El hadj, B. Mohamed

➤ **En outre j remercie**

Les personnes qui m'ont soutenu moralement
De prés ou de loin tout au long de ce travail

Abdelghani

DÉDICACE

*Je dédie
ce présent mémoire :
A celui qui m'a appris le sens de la vie ;
A mon symbole de foi et de courage, mon chère père ;
A la personne la plus chère dans cette existence à une fortune que
m'a offert, ma chère mère ; mes frères et mes sœurs et surtout A. Bokoftane.
Mr : Bensaada Maamar*

Abdelghani

<i>Notations</i>	1
<i>Introduction générale</i>	2
Chapitre I : Modélisation du moteur à courant continu	
I-1. Introduction	7
I-2. Principes et équations de fonctionnement	7
I-2-1. Relations entre les grandeurs électriques et mécaniques	7
I-3. Cas particulier des machines à flux constant	8
I-3-1. Cas d'une machine excitée en tension (par $U(p)$)	9
I-3-2. Cas d'une machine excitée en courant	10
I-4. Fonction de transfert (Machine associée à une charge mécanique)	11
I-5. Conclusion	13
Chapitre II : Systèmes de régulation automatique	
II-1. Introduction	14
II-2. Principes de fonctionnement des systèmes de commande et de régulation	15
II-2-1. Système de régulation en boucles ouverte et fermée	15
II-3. Définition générale d'un système de régulation automatique	17
II-3-1. Composition d'un SRA	17
II-3-2. Fonction d'un SRA	17
a- Fonction de régulation	18
b- Fonction de poursuite	18
II-4. Principes et structures des systèmes de commande classique	18
II-4-1. Les systèmes de régulation automatique en cascade	19
II-4-1-1. Principe	19
II-4-1-2. Propriétés principales d'un SRA en cascade	21
II-5. Propriétés des organes de correction des systèmes de commande	21
II-5-1. Régulateurs analogiques	21
II-4-1-1. Base des lois de commande	21

a- Régulateur à action proportionnelle	23
b- Régulateur à action proportionnelle et intégrale (API)	23
c- Régulateur à actions proportionnelle et dérivée (APD)	25
d- Régulateur à actions proportionnelle, intégrale et dérivée (APID)	26
II-6. Méthode de synthèse des paramètres des régulateurs	28
II-6-1. Méthode basée sur l'optimisation d'un critère intégral quadratique	29
II-6-1-1. Relations entre les estimations intégrales et les paramètres d'ajustement du régulateur	29
a- Critère intégral linéaire	30
b- Calcul de l'intégrale de l'erreur quadratique	31
II-7. Conclusion	34
 Chapitre III : Méthodes d'optimisation classiques	
III-1. Introduction	35
III-2. Généralités	35
III-2-1. Forme mathématique générale d'un problème d'optimisation	35
III-2-2. Optimum global et optimum locaux	36
III-2-3. Conditions pour un minimum	37
III-3. Méthodes de recherche de l'optimum d'une fonction $J(X)$ de n variables	37
III-3-1. Méthode analytique	37
III-3-2. Méthode du gradient	37
a- Pas optimal	38
b- Pas de descente	38
III-3-2-1. Organigramme de la méthode du gradient	39

III-3-3. Méthode du gradient conjugué	40
III-3-3-1. Organigramme de la méthode du gradient conjugué	41
III-3-4. Méthode de Newton	42
III-3-4-1. Organigramme de la méthode de Newton	43
III-3-5. Méthode de Quasi-Newton	44
III-3-5-1. Organigramme de la méthode de Quasi-Newton	45
III-4. Formulation mathématique du problème d'optimisation	45
III-5. Application de la méthode de Quasi-newton sur le problème d'optimisation	47
III-6. Simulation	48
III-6-1. Schéma bloc du régulateur PID	48
III-6-2. Schéma bloc du moteur à courant continu	48
III-7. Conclusion	50
 <i>Chapitre IV : Les Algorithmes Génétiques</i>	
IV-1. Introduction	51
IV-2. Les Algorithmes Génétiques de Holland	52
IV-2-1. Description	52
IV-2-2. Cödage et décodage des variables	54
IV-2-3. Genèse de la population	56
IV-2-4. Evaluation	56
IV-2-5. Sélection	56
IV-2-5-1. La sélection par roue de loterie biaisée	57
IV-2-5-2. La sélection à reste stochastique	57
IV-2-6. Reproduction avec croisement et mutation	59
IV-2-6-1. L'opérateur de croisement	59
a- Croisement en un point	59
b- Croisement en deux points	60

IV-2-6-2. L'opérateur de mutation	60
IV-2-7. Intérêt de ces opérateurs	61
IV-2-8. Les paramètres de l'Algorithme Génétique	61
IV-2-8-1. Probabilité de croisement P_c	61
IV-2-8-2. Probabilité de mutation P_m	62
IV-3. Ce qui rend les Algorithmes Génétiques différente des méthodes classiques	62
IV-4. Un Algorithme Génétique simple	62
IV-5. Vers un Algorithme Génétique d'optimisation performant	68
IV-5-1. Croisement discret	68
IV-5-2. Mutation uniforme	68
IV-6. Application des AG sur le problème d'optimisation	68
IV-6-1. Méthode 1	71
IV-6-1-1. Simulation	71
a. Schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur	71
IV-6-2. Méthode 2	72
IV-6-2-1. Simulation	73
a. Schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur	73
IV-6-3. Méthode 3	74
IV-6-3-1. Simulation	75
a. Schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur	75
IV-7. Comparaison entre les AG et la méthode de Quasi-Newton	76
IV-8. Conclusion	78
<i>Conclusion générale</i>	79
<i>Bibliographie</i>	80

R : résistance de l'induit
 L : l'inductance de l'induit
 e_c : force contre électromotrice
 r : résistance du capteur de courant
 K : coefficient de vitesse
 Φ_u : le flux utile
 C : le couple d'entraînement
 Ω : vitesse de rotation du rotor
 i : courant dans l'induit
 e : force électromotrice induite
 J : le moment d'inertie
 f : coefficient de frottement
 $W_f(p)$: FTBF du moteur à courant continu
 $\varepsilon(p)$: FT de l'erreur
 K_p : coefficient de proportionnalité
 T_i : temps d'intégration
 T_d : temps de dérivation
 I_2 : critère intégral quadratique
 P_c : taux de croisement
 P_m : taux de mutation
 N : taille de la population
 $e(t)$: erreur de réglage
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$: tolérance de calcul

Introduction générale

Introduction générale

Parmi les problèmes rencontrés par le chercheur et l'ingénieur, ceux de l'optimisation occupent à notre époque une place de choix.

La méthode de base pour optimiser un dispositif est la méthode d'essai et d'erreur : il s'agit de tester un certain nombre de solutions potentielles jusqu'à l'obtention d'une solution adéquate. Les solutions inadéquates sont éliminées jusqu'à ce qu'un essai se révèle satisfaisant en donnant à un paramètre plusieurs valeurs successives. C'est également le cas quand nous faisons varier ce paramètre de façon quasi-continue à l'aide d'un ordinateur et que nous traçons la courbe correspondante.

La figure (1) présente les étapes de la méthode d'essai et d'erreur :

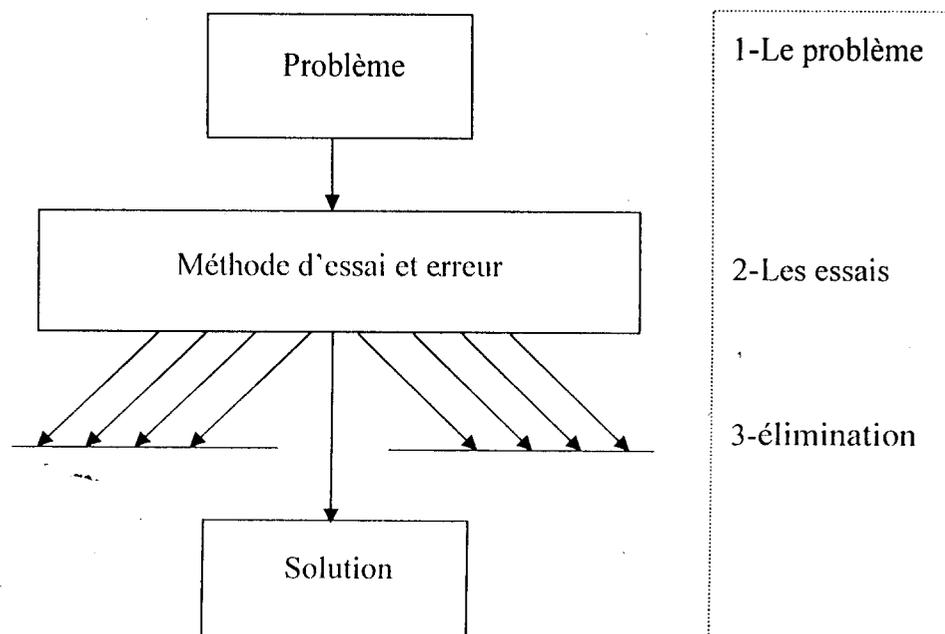


Figure.1 : La méthode d'essai et erreur

La figure (2) présente le processus d'optimisation en 03 étapes : analyse, synthèse et évaluation.

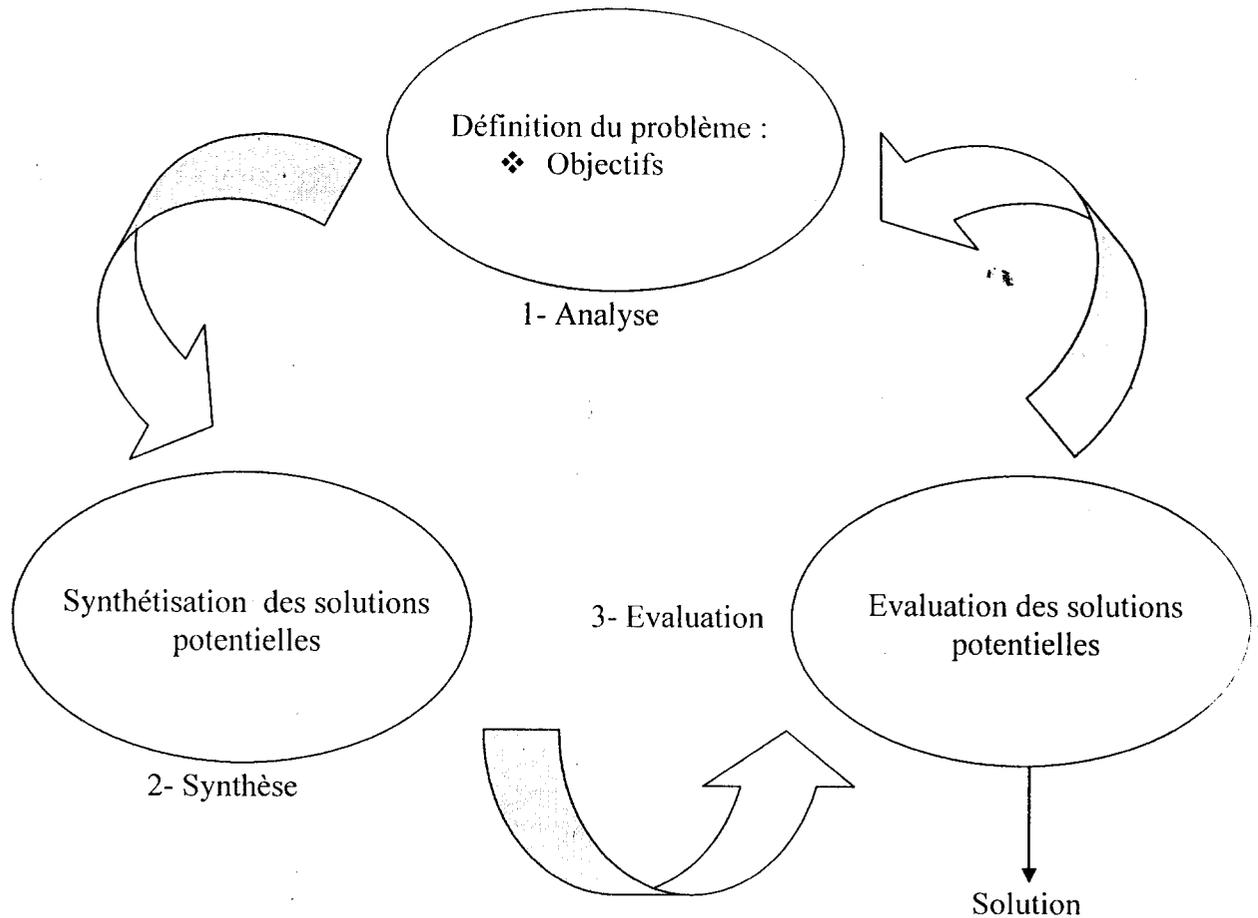


Figure.2 : Les étapes du processus d'optimisation

Tout d'abord, il convient d'analyser le problème et d'opérer un certain nombre de choix préalables :

- **Variables du problème** : quels sont les paramètres intéressants à faire varier ?

C'est à l'utilisateur de définir les variables du problème. Les variables peuvent être de nature diverses. Par exemple, pour un composant électronique il peut s'agir de ses dimensions géométriques.

Nous désignerons par $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ les n variables du problème qui peuvent être des nombres réels, complexes ou entiers. Dans ce travail, les variables utilisées sont réelles.

- **Espace de recherche** : dans quelles limites peut on faire varier ces paramètres?

Dans certains algorithmes d'optimisation, l'espace de recherche est infini. Mais dans le cas des algorithmes génétiques, il est nécessaire de définir un espace de recherche fini.

Nous désignerons par x_{imin} et x_{imax} les bornes de chaque variable x_i :

$$x_{imin} \leq x_i \leq x_{imax}$$

- **Fonctions objectives** : quels sont les objectifs à atteindre? Comment les exprimer mathématiquement?

La fonction J doit donc exprimer le plus fidèlement possible le désir de l'utilisateur sous forme mathématique. C'est une fonction des variables $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

- **Méthode d'optimisation** : quelle méthode choisir?

Une fois la fonction à optimiser définie, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé.

Après cette phase d'analyse, la méthode choisie synthétise des solutions potentielles qui sont évaluées, puis éventuellement éliminées jusqu'à l'obtention d'une solution acceptable. Si nécessaire, le problème peut être alors redéfini à partir des solutions déjà obtenues.

Il y a deux classes de méthodes d'optimisation :

- Les méthodes déterministes (gradient, Newton,....)
- Les méthodes non déterministes (Les Algorithmes Génétiques)

Les méthodes déterministes sont généralement efficaces quand l'évaluation de la fonction est très rapide, ou quand la forme de la fonction est connue à priori.

Les cas les plus complexes (temps de calcul important, nombreux optima locaux, fonctions non dérivables,...) seront souvent traités plus efficacement par les méthodes déterministes.

Les applications des Algorithmes Génétiques sont multiples : Optimisation de fonctions numériques difficiles, contrôle de systèmes industriels, apprentissage des réseaux de neurones.

Tout système de régulation automatique doit satisfaire à un ensemble d'exigences appelées qualité de régulation ou performance du système. Tel que:

- Précision
- Rapidité de réponse
- Des oscillations limitées et amorties

Pour cela, on utilise des régulateurs industriels dont les fonctions de transfert sont modifiées en fonction des exigences posées par le processus technologique.

Il est à noter que les régulateurs à actions PID sont les plus répandus dans l'industrie et sont même utilisés en doublure avec les régulateurs par logique floue. Or, dans la synthèse des régulateurs PID, le nombre d'équations est inférieur à celui des paramètres recherchés. C'est pourquoi, on a recours à l'utilisation des méthodes indirectes pour évaluer les indices de performance sans résoudre les équations différentielles.

Actuellement, il existe plusieurs méthodes de synthèse dont certaines sont précises, mais laborieuse et complexes pour le calcul manuel, par rapport à d'autres qui sont approximatives et simples à utiliser.

Parmi les méthodes d'approximation, on a la méthode basée sur la minimisation d'un critère quadratique.

La synthèse d'un système de régulation automatique consiste à trouver les paramètres d'ajustement du régulateur.

Le but de ce travail est l'utilisation d'une méthode d'optimisation non déterministe pour minimiser un critère intégral quadratique pour la synthèse des paramètres d'ajustement d'un régulateur PID.

Ce travail est composé de quatre chapitres :

Le Chapitre 1 donne la modélisation du moteur à courant continu.

Le Chapitre 2 porte sur l'étude des systèmes de régulation automatique S.R.A.

Les méthodes d'optimisation classiques sont présentées au Chapitre 3.

Le Chapitre 4 est consacré aux méthodes d'optimisation par Algorithmes Génétiques (AG).

La conclusion générale est basée sur le résultat obtenu à l'application des deux méthodes : déterministe (Quasi-Newton) et non déterministe (Les AG) sur le problème d'optimisation.

Chapitre I

Modélisation du moteur à courant continu

I-1. Introduction

La modélisation d'une machine électrique est une phase primordiale de son développement. Elle permet de guider les développements par une quantification des phénomènes. En outre, elle est d'un apport précieux en permettant, d'une part, de restituer une image de ce que l'on peut observer expérimentalement et, d'autre part, de prévoir des comportements de la machine plus variés que ceux de l'observation expérimentale [22].

Mathématiquement, les machines électriques sont représentées par des modèles entrées-sorties sous forme de fonction de transfert ou encore sous forme standard d'équations de variables d'états.

I-2. Principes et équations de fonctionnement

I-2-1. Relations entre les grandeurs électriques et mécaniques

Les grandeurs fondamentales dans le fonctionnement d'une machine à courant continu sont :

- Le flux utile Φ_u ;
- La force électromotrice induite e ;
- Le courant dans l'induit i ;
- Le couple d'entraînement C ;
- La vitesse de rotation du rotor Ω .

Le bilan énergétique impose la relation :

$$C \cdot \Omega + e \cdot i = 0 \quad (\text{I.1})$$

On démontre que la f.e.m globale est proportionnelle au produit du flux par la vitesse de rotation.

Ce qui entraîne les relations :

$$e = K \cdot \Phi_u \cdot \Omega \quad (\text{I.2})$$

$$C = -K \cdot \Phi_u \cdot i \quad (\text{I.3})$$

Remarque

Le signe « - » affecté au couple traduit l'opposition entre la f.e.m et le couple.

- ❖ Fonctionnement en générateur : $e > 0$ et $C < 0$.

La tension est électromotrice dans le sens du courant et le couple est résistant.

❖ Fonctionnement en moteur : $e < 0$ et $C > 0$

La tension est électromotrice (s'oppose au passage du courant) et le couple est moteur (dans le sens du mouvement).

I-3. Cas particulier des machines à flux constant

Si l'inducteur est un enroulement alimenté par un courant constant et si la réaction magnétique de l'induit est correctement compensée, on pourra considérer le flux utile constant :

$$K = -K' \cdot \Phi_u \quad (\text{I.4})$$

$$e_c = -e \quad (\text{I.5})$$

e_c étant une force contre électromotrice f.c.e.m.

On en déduit les relations dites « équations électromécaniques » :

$$e_c(t) = K \cdot \Omega(t) \quad (\text{I.6})$$

$$C(t) = K \cdot i(t) \quad (\text{I.7})$$

avec :

K coefficient de vitesse en V/ rad / s ou de couple exprimé en N.m/A.

Remarque

-Les proportionnalités vitesse / F.c.e.m d'une part et couple / courant d'autre part permettent de confondre les plans couple = f(vitesse) et courant = f(f.c.e.m).

Voire la figure I.1 :

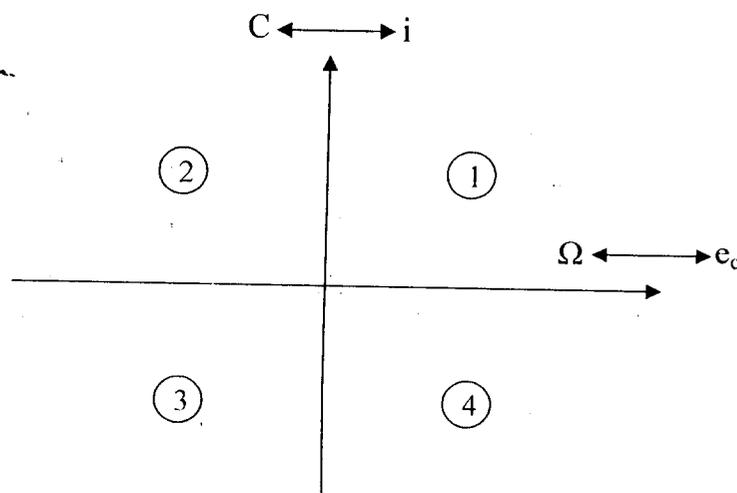


Figure.I.1 : Fonctionnement de la machine à courant continu dans les quatre quadrants

Dans les quadrants 1 et 3, la machine est motrice, elle reçoit de l'énergie électrique qu'elle transforme en énergie mécanique. Dans les deux autres quadrants, c'est l'inverse, la machine est génératrice.

D'un point de vue électrique, il faut tenir compte de la résistance des conducteurs de l'induit (notée R) et de l'effet d'inductance provoquée par leur enroulement autour du rotor.

On en déduit la maille électrique du moteur (figure I.2) [6] :

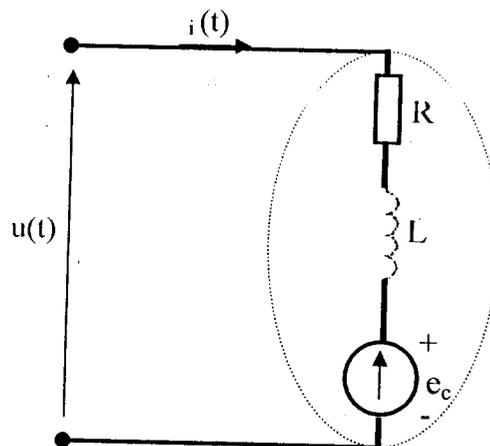


Figure.I.2 : La maille électrique du moteur à courant continu

Et l'équation de fonctionnement [21]:

$$u(t) = R \cdot i(t) + e_c(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{I.8}$$

Si on applique la transformée de Laplace aux différentes équations, on obtient :

$$\begin{array}{ll} e_c(t) = K \cdot \Omega(t) & \longleftrightarrow E_c(p) = K \cdot \Omega(p) \\ C(t) = K \cdot i(t) & \longleftrightarrow C(p) = K \cdot I(p) \\ u(t) = R \cdot i(t) + e_c(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} & \longleftrightarrow U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E_c(p) \end{array}$$

I-3-1. Cas d'une machine excitée en tension (par U(p))

Il faut éliminer l'inconnue I(p) :

$$\begin{aligned} C(p) &= K \cdot I(p) \\ C(p) &= K \cdot [U(p) - K \cdot \Omega(p)] / [R + L \cdot p] \end{aligned} \tag{I.9}$$

La figure I.3 présente le schéma bloc d'une machine à courant continu alimentée en tension :

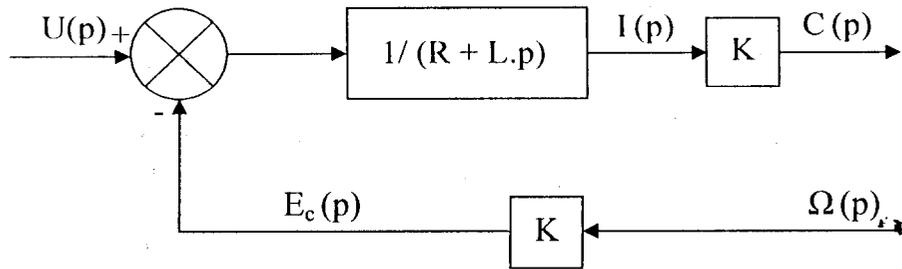


Figure.I.3 : Schéma bloc d'une machine excitée en tension

I-3-2. Cas d'une machine excitée en courant

Dans ce cas, la tension imposée aux bornes de l'induit du moteur est fonction d'une tension de commande $U_c(p)$ et d'une tension $S(p).I(p)$, image du courant dans l'induit :

$$U(p) = A(p). [U_c(p) - S(p).I(p)] \tag{I.10}$$

avec:

$A(p)$: Fonction de transfert du régulateur

$S(p)$: Fonction de transfert du capteur de courant

La figure I.4 présente le schéma bloc d'une machine à courant continu alimentée en courant :

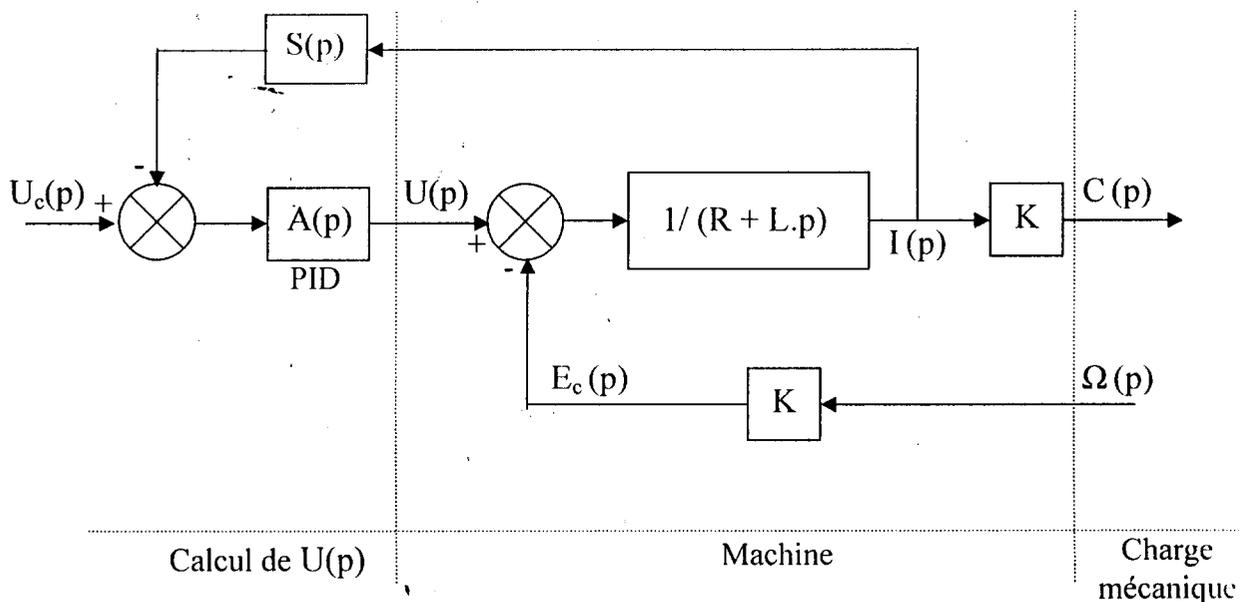


Figure.I.4 : Schéma bloc d'une machine excitée en courant

I-4. Fonction de transfert (Machine associée à une charge mécanique)

La charge mécanique est constituée d'un frottement fluide f et d'une inertie J :

$$C(p) - f \cdot \Omega(p) = J \cdot P \cdot \Omega(p)$$

$$C(p) = [f + J \cdot P] \cdot \Omega(p) \quad (\text{I.11})$$

Le système étudié conduit au schéma bloc suivant (figure I.5):

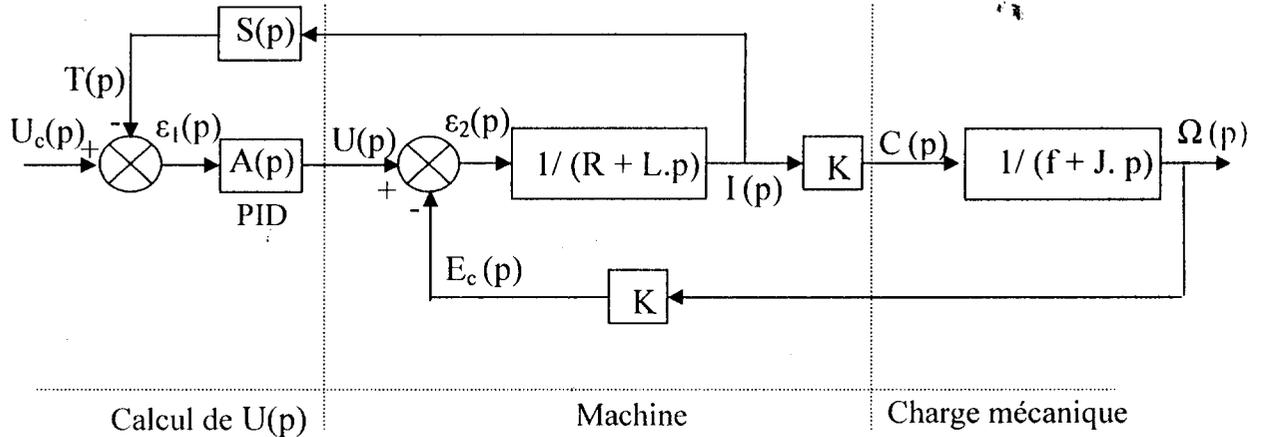


Figure.I.5 : Schéma bloc d'une machine excitée en courant associée à une charge mécanique

D'après le schéma bloc de la figure I.5, on a :

$$E_1(p) = U_c(p) - T(p) \quad \longleftrightarrow \quad U_c(p) = E_1(p) + T(p)$$

$$U(p) = A(p) \cdot E_1(p) \quad \longleftrightarrow \quad E_1(p) = U(p) / A(p)$$

$$T(p) = S(p) \cdot I(p)$$

$$E_2(p) = U(p) - E_c(p) \quad \longleftrightarrow \quad U(p) = E_2(p) + E_c(p)$$

$$I(p) = E_2(p) / [R + L \cdot p] \quad \longleftrightarrow \quad E_2(p) = [R + L \cdot p] \cdot I(p)$$

$$C(p) = K \cdot I(p) \quad \longleftrightarrow \quad I(p) = C(p) / K$$

$$E_c(p) = K \cdot \Omega(p)$$

$$\Omega(p) = C(p) / [f + J \cdot P] \quad \longleftrightarrow \quad C(p) = [f + J \cdot P] \cdot \Omega(p)$$

$$U_c(p) = E_1(p) + T(p) = U(p) / A(p) + S(p) \cdot I(p)$$

$$U_c(p) = [E_2(p) + E_c(p)] / A(p) + S(p) \cdot E_2(p) / [R + L \cdot p]$$

$$U_c(p) = \{ [(R + L \cdot p) \cdot I(p) + K \cdot \Omega(p)] / A(p) \} + \{ (R + L \cdot p) \cdot S(p) \cdot I(p) / (R + L \cdot p) \}$$

$$U_c(p) = [(R + L.p). C(p)/ K + K. \Omega(p)] / A(p) + S(p) . C(p)/ K$$

$$U_c(p) = [(R + L.p). (f + J. P) . \Omega(p) / K + K. \Omega(p)] / A(p) + S(p) . (f + J. P) . \Omega(p) / K$$

La fonction du transfert en boucle fermée du moteur à courant continu est :

$$W_F(p) = \Omega(p) / U_c(p)$$

$$W_F(p) = K. A(p) / \{K^2 + (f + J. P) . [R + L.p + S(p) . A(p)]\} \quad (I.12)$$

La fonction du transfert du correcteur d'intensité est:

$$A(p) = K_p . [1 + (1/T_i . p) + T_d . p] \quad (I.13)$$

$$S(p) = r \quad (I.14)$$

La fonction de transfert du moteur devient:

$$W_F(p) = K.K_p . [1 + (1/T_i . p) + T_d . p] / \{K^2 + (f + J. P) . [R + L.p + K_p . r . [1 + (1/T_i . p) + T_d . p]]\} \quad (I.15)$$

D'après les paramètres du moteur, la fonction de transfert en boucle fermée du système étudié est :

$$W_F(p) = \Psi(p) / \eta(p) \quad (I.16)$$

Où :

$$\Psi(p) = 50. K_p . (1 + T_i . p + T_i . T_d . p^2)$$

$$\eta(p) = 10.K_p + (205.T_i + 10.K_p.T_i + K_p).p + (70.T_i + 10.K_p.T_i.T_d + K_p.T_i).p^2 + (5 + K_p.T_d).T_i.p^3$$

Les paramètres du moteur à courant continu

$$R = 2 \text{ Ohm}$$

$$L = 0.5 \text{ Henry}$$

$$f = 0.2 \text{ N.m.s}$$

$$J = 0.02 \text{ Kg} . \text{m}^2 / \text{s}^2$$

$$r = 0.1 \text{ Ohm}$$

$$K = 0.1$$

I-5 . Conclusion

Le schéma bloc et la fonction de transfert de la machine à courant continu dépendent de la façon dont elle est alimentée.

Une alimentation en tension permet de minimiser l'influence de la constante de temps mécanique sur le comportement dynamique de l'ensemble moteur-charge.

Il faut toutefois remarquer que, dans ce cas, il intervient souvent une limitation en courant lors de variations trop importantes de la tension.

Chapitre II

Systemes de régulation automatique

II-1. Introduction

La théorie de la régulation automatique étudie le maintien constant ou le changement, d'après une loi donnée d'une certaine grandeur caractérisant un processus donné, en fonction des mesures de l'état du système à régler ou des actions de perturbations qui agissent sur ce dernier par l'intermédiaire de l'organe de réglage final.

Généralement, l'automatique se compose des théories de systèmes de régulation, de commande automatique, et les moyens techniques de construction de ces mêmes systèmes.

Donc, cette science étudie les principes de construction des systèmes automatiques et les lois régissant les processus qui s'y déroulent. En comparant ces définitions de commande et de régulation, on peut remarquer que les problèmes de régulation sont inclus dans ceux de la commande. En plus, les problèmes de commande automatique englobent les questions d'adaptation, en conformité avec le changement des paramètres du système à régler ou les actions extérieures et les questions de formation des actions de commande optimale ainsi que le choix automatique des meilleurs régimes parmi tant d'autres possibles.

L'état du système à régler est déterminé par une série de grandeurs caractérisées par l'action de l'environnement extérieur sur le système et les dispositifs de commande, ainsi que par le processus interne de ce même système. Certaines de ces grandeurs sont mesurées au cours du processus de fonctionnement des systèmes et sont appelées grandeurs contrôlables. D'autres influent sur le régime de fonctionnement du système mais ne sont pas mesurables, elles sont appelées grandeurs non contrôlables.

Les grandeurs exprimant des influences extérieures sur le système sont appelées des actions. Celles qui sont élaborées par des dispositifs de commande ou par l'opérateur sont appelées actions de commande. En revanche, celles qui agissent sur le système à régler et ne dépendent pas du système de commande sont appelées perturbations.

II-2. Principes de fonctionnement des systèmes de commande et de régulation

II-2-1. Système de régulation en boucle ouverte et fermée

Par régulation, on sous-entend sur les systèmes techniques, technologiques et leurs éléments en vue de leur donner une direction élaborée et établie à l'avance. Les installations, procédés, machines, constituent des objets (ou systèmes) à commander ou à régler. Les actions sur ces objets peuvent être manuelles ou automatiques. Si les fonctions de commande sont effectuées par l'homme (opérateur), alors la commande est manuelle. Dans ce cas, l'opérateur à l'aide des convertisseurs d'énergie (levier, contacteur, etc...) peut modifier le régime de fonctionnement de l'objet à régler. Par contre, l'accomplissement des fonctions en vue de changer l'état de l'objet à l'aide d'un dispositif et selon une loi donnée à l'avance constitue, en général, une régulation automatique [27].

D'habitude, un système de régulation automatique (SRA) des processus industriels est considéré simplement comme un ensemble de dispositifs, destinés à régler certaines grandeurs physiques telles que la température, la pression, la vitesse, etc...

L'ensemble de ces éléments de fonction pour commander chaque paramètre physique constitue ce qui est communément appelée boucle de régulation.

On distingue les systèmes de régulation en boucle ouverte (BO) et fermée (BF).

Le système en boucle fermée comprend généralement les éléments suivants :

- L'organe de mesure ;
- Les organes de réglage, d'exécution, le régulateur ;
- L'objet à régler.

Les constituants de la boucle de régulation sont parcourus par un signal d'information dans le sens du capteur de mesure, organes de régulation et système commandé.

Un système en boucle ouverte est un système de réglage où la variable d'entrée (de commande) est indépendante de la grandeur de sortie (**figure II.1**).

Au contraire, dans un système de régulation en boucle fermée, la variable de la commande dépend de la grandeur commandée (**figure II.2**). Dans ce système, la mesure des valeurs des grandeurs réglées est comparée aux valeurs des consignes (de références) pour former l'action de commande en vue de corriger les différences (ou écarts) s'il y en a.

Ces différences sont le résultat de l'action des perturbations externes et internes agissant sur les systèmes. La commande en boucle ouverte présente l'inconvénient de compenser uniquement les perturbations mesurables. C'est pourquoi, ses applications sont limitées.

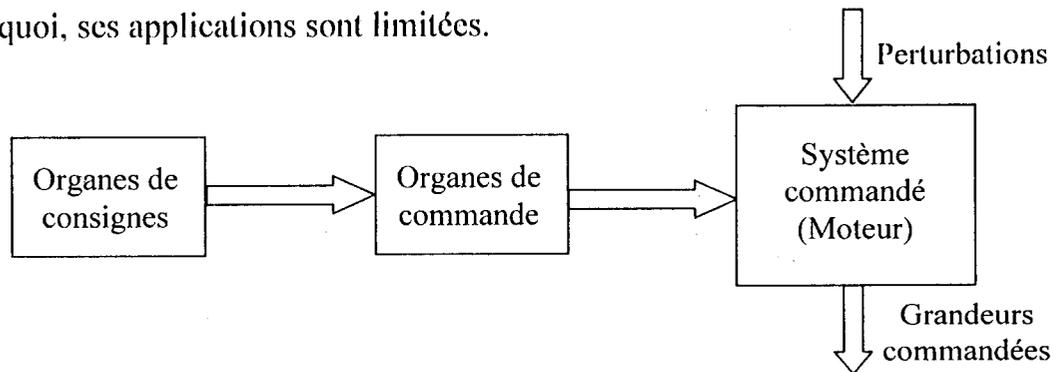


Figure II.1 : Schéma de principe d'un système de régulation en boucle ouverte

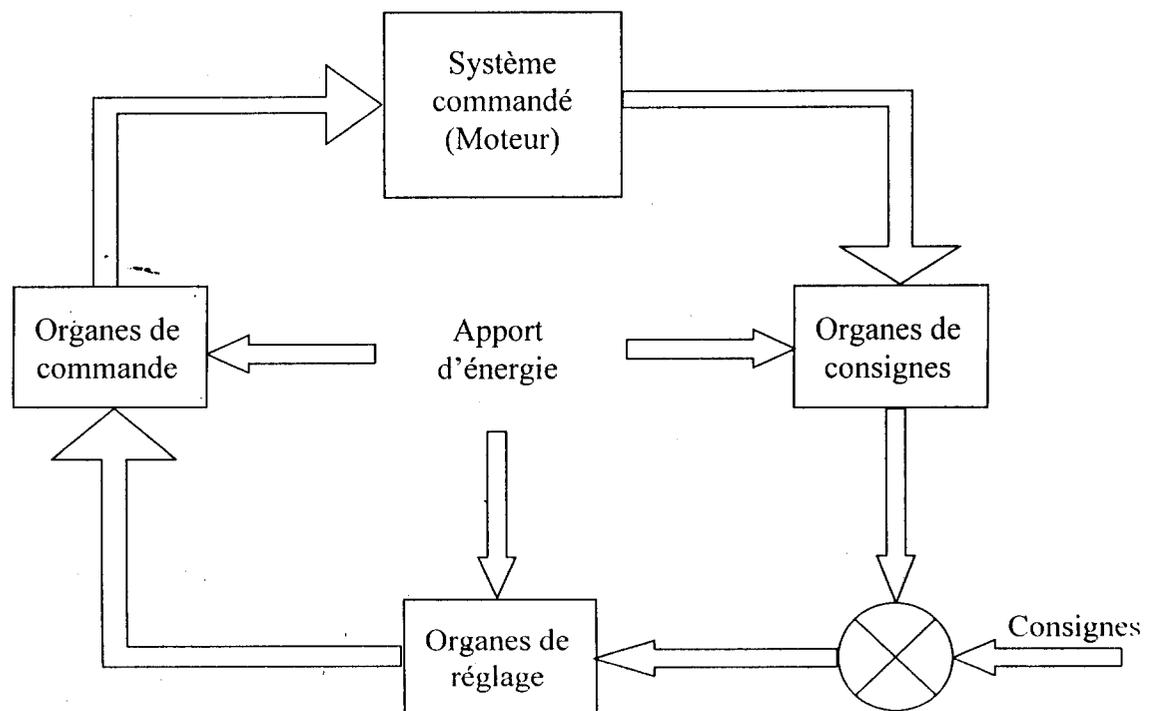


Figure II.2 : Schéma de principe d'un système de régulation en boucle fermée

II-3. Définition générale d'un système de régulation automatique (SRA)

II-3-1. Composition d'un SRA

Le SRA à une boucle se compose de deux chaînes (**figure II.3**) : d'action (ou directe) et de retour (ou de contre réaction).

Les éléments de la chaîne directe sont :

1. le système à régler (à commander) ;
2. le correcteur ;
3. le comparateur ;
4. les organes de réglage et d'affichage de consigne.

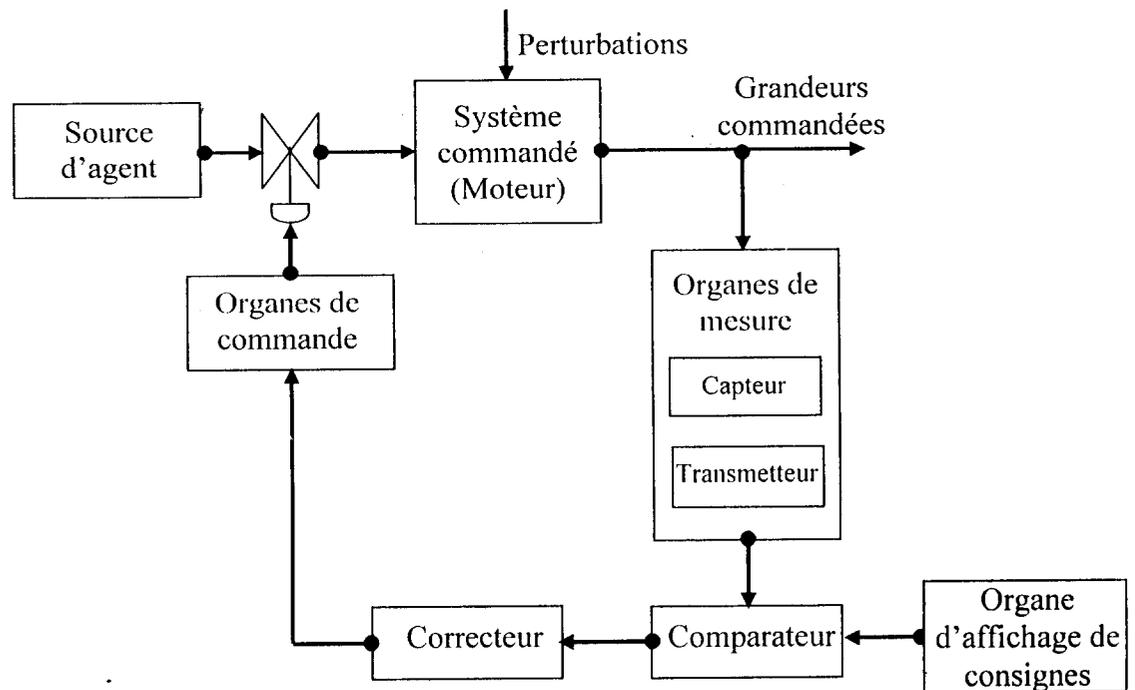


Figure. II.3 : Composition d'un SRA

Dans la chaîne de contre réaction, on trouve les organes de mesure, et parfois des correcteurs. Souvent, pour la conservation et l'amplification des signaux, on insère des transmetteurs et des amplificateurs dans la chaîne de mesure.

II-3-2. Fonction d'un SRA

On constate que le système à régler est soumis à deux catégories de signaux : principaux et secondaires. La première catégorie des signaux est fixée

par l'opérateur ; ce sont les grandeurs de consigne. La deuxième est imposée par le milieu extérieur, ce sont les perturbations. Par rapport à ces signaux, le SRA peut accomplir deux fonctions distinctes : de régulation et de suivi (ou poursuite).

a- Fonction de régulation

A l'entrée du système est appliquée une valeur de consigne constante (ou variant par paliers de réglage), alors le maintien de la grandeur de sortie à la valeur de consigne, quelles que soient les actions de perturbations, constitue l'aspect de réglage. Dans le domaine des applications, le système de réglage automatique (SRA), est destiné à maintenir les paramètres technologiques (tension, vitesse, etc...).

b- Fonction de poursuite

Dans ce système, la grandeur de consigne varie constamment avec le temps. Le but de ce SRA consiste à maintenir l'égalité entre la grandeur de consigne et la grandeur à régler malgré, les variations de la première en fonction du temps. Le fonctionnement d'un tel système a un aspect de poursuite.

II-4. Principes et structures des systèmes de commande classique

La qualité de fonctionnement des systèmes de régulation automatique est déterminée par les caractéristiques du système à régler, du régulateur, du point d'application et de la grandeur de la perturbation. Parfois, la qualité d'un système de régulation à une boucle peut être nettement améliorée en lui apportant de petites modifications telles que la diminution du temps de retard ou la constante de temps. Si, après cela, la qualité du système n'est pas améliorée, à cause des grandes variations incontrôlables de la charge, on utilise des systèmes de régulation automatique plus complexes:

- Les SRA en cascade.

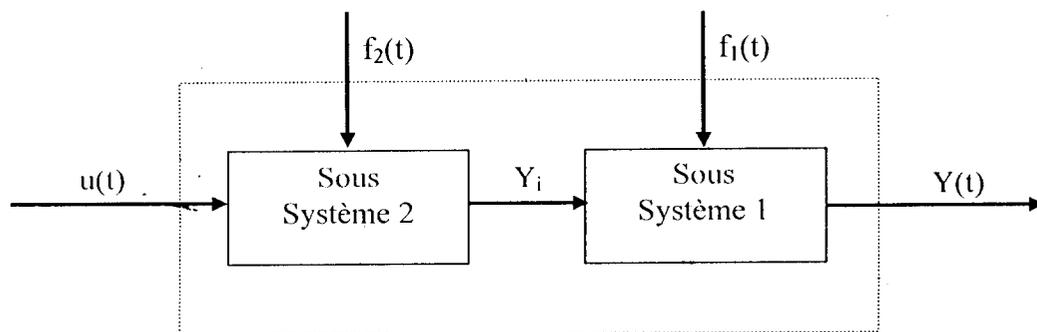
II-4-1. Les systèmes de régulation automatique en cascade

II-4-1-1. Principe

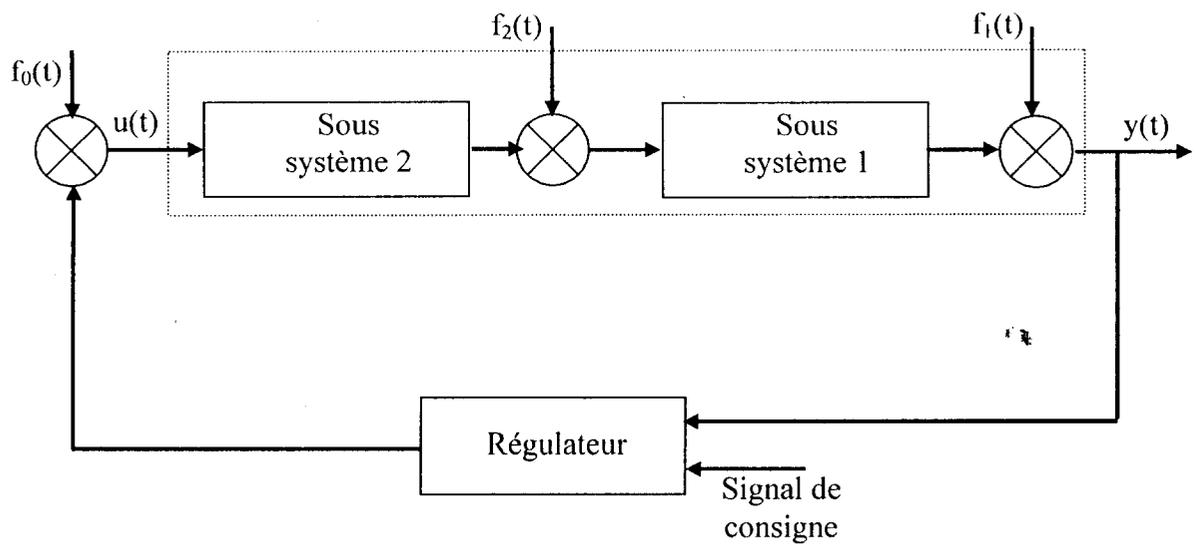
Pour un système à régler décrit par une équation différentielle d'ordre élevé, l'emploi d'une seule chaîne de régulation ne permet pas d'obtenir une meilleure qualité de régulation définie par le cahier des charges à cause de l'importance des perturbations et ce, malgré l'utilisation des régulateurs à actions PID. Si, le système à régler global peut être subdivisé en sous systèmes (fig. II.4) avec des constantes de temps importantes et différentes et la possibilité de mesurer les grandeurs intermédiaires entre les parties, on peut combiner deux ou plusieurs boucles de régulation.

En général, le SRA en cascade est composé de plusieurs boucles, chacune d'entre elles règle sa grandeur technologique. Dans l'automatisation des procédés technologiques, le plus souvent, on utilise les SRA en cascade à deux boucles : principale et secondaire.

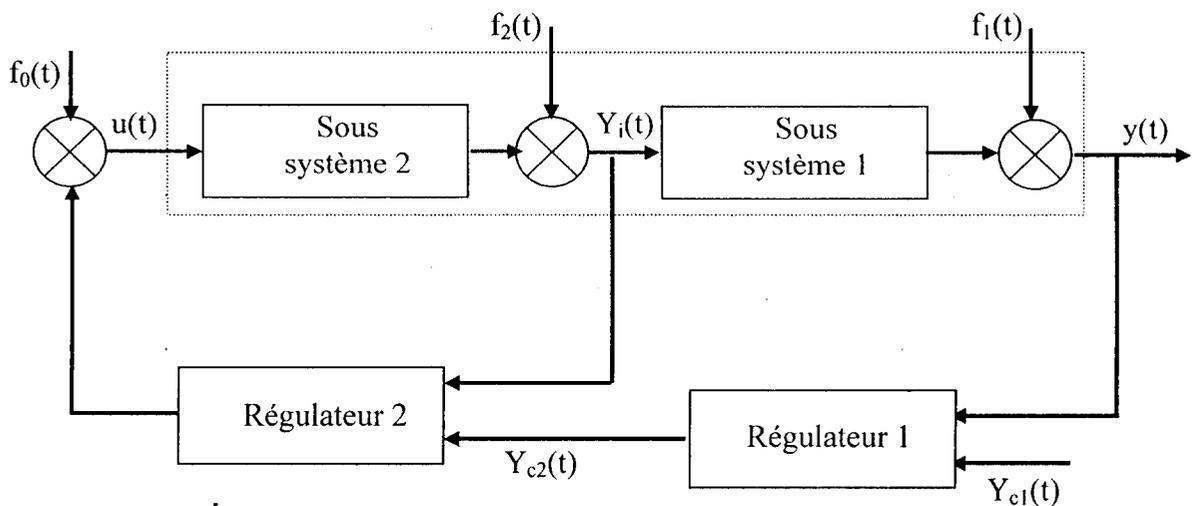
Pour un système à régler qui peut être décomposé en deux sous systèmes, le SRA en cascade est schématisé par la figure (II.4) :



-a-



-b-



-c-

Figure II.4 : Schéma de principe d'un SRA en cascade
 a-Décomposition du système en deux sous systèmes
 b-Régulation à une boucle
 c-Régulation en cascade

Dans les SRA en cascade, sur les grandeurs technologiques principale y et intermédiaire Y_i agit la grandeur de réglage u et les perturbations f_1 et f_2 . Donc, le SRA en cascade comporte au minimum deux boucles : une boucle auxiliaire et une boucle principale. La boucle auxiliaire est composée du système

à régler (canal $u-Y_i$) et du régulateur stabilisant R_2 , élaborant l'action de réglage u .

La boucle principale comprend le système à régler (canal $u-y$) et le régulateur de correction R_1 avec une consigne Y_{c2} . A l'entrée du régulateur R_1 sont appliquées la grandeur réglée principale Y et la valeur de consigne Y_{c1} . Par contre à l'entrée du régulateur R_2 sont appliqués la grandeur intermédiaire Y_i et la grandeur de sortie du régulateur principal. La grandeur de sortie Y_{c2} du régulateur R_1 est dirigée vers le régulateur R_2 pour lui servir de valeur de consigne. La boucle auxiliaire est destinée à stabiliser la grandeur secondaire Y_i . Par contre, la boucle principale est chargée de corriger la grandeur principale y à la sortie du système.

II-4-1-2. Propriétés principales d'un SRA en cascade

- Ce type de système de réglage diminue le temps de réponse car les chaînes réduisent les constantes de temps ;
- Dans ce système, l'influence des grandeurs de perturbations est compensée ou réduite par les boucles internes sans provoquer des grandes variations sur la grandeur principale de sortie ;
- La décomposition du système à régler en sous systèmes permet de réduire l'ordre des systèmes.

Ainsi, le but principal des SRA en cascade est l'amélioration de la qualité du processus de réglage en diminuant le temps et l'erreur dynamique du processus transitoire.

II-5. Propriétés des organes de correction des systèmes de commande

II-5-1. Régulateurs analogiques

a-Base des lois de commande

Pour l'obtention des performances exigées pour le système de commande, on est amené à adjoindre au système commandé des organes extérieurs appelés régulateurs [4].

Indépendamment de l'appartenance des régulateurs à une quelconque classification, la qualité du processus de régulation est assurée par ces derniers en

fonction des lois de régulation qui relient mathématiquement leurs grandeurs de sortie et d'entrée. Dans ce cas, la grandeur d'entrée du régulateur est égale à la différence entre les grandeurs de consignes et celles à régler (**fig.II.5**), désignée par $e(t)$. La grandeur de sortie du régulateur caractérise l'action de ce dernier sur l'organe de réglage final destiné à réduire $e(t)$. De manière générale, le schéma de principe d'un régulateur inséré dans une boucle de régulation est donné à la figure (**II.5**) :

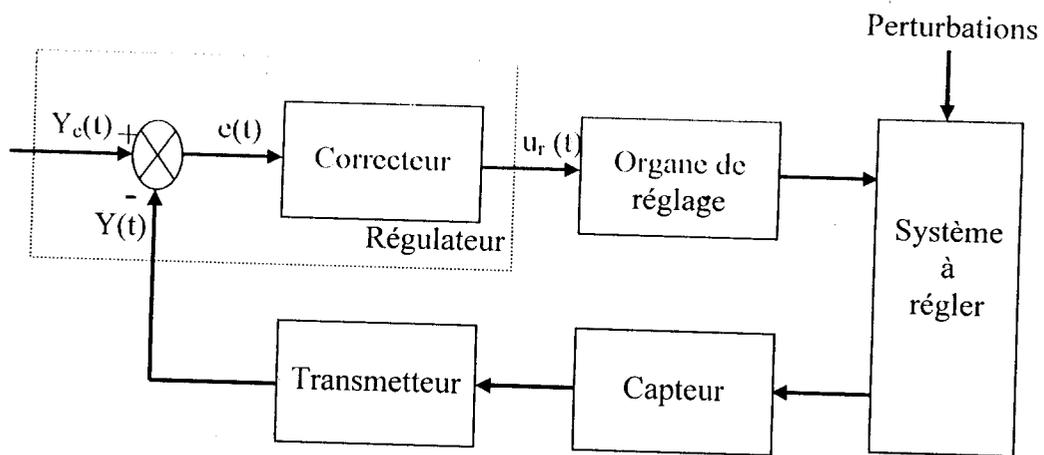


Figure.II.5 : Schéma de principe d'un régulateur inséré dans une boucle de régulation

Les lois de régulation peuvent être linéaires ou non linéaires.

Les régulateurs linéaires les plus utilisés sont régis par la loi mathématique de la forme [8] :

$$u_r(t) = K_p \cdot e(t) + (K_p / T_i) \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + K_p \cdot T_d \cdot (de(t)/dt) \quad (\text{II.1})$$

La relation mathématique (II.1) est à la base de la détermination des caractéristiques dynamiques de chaque régulateur.

Dont les actions de régulation peuvent être :

- a- Proportionnelle (AP), en mettant : $T_i \rightarrow \infty$ et $T_d \rightarrow 0$;
- b- Proportionnelle et intégrale (API) lorsque : $T_d \rightarrow 0$, c'est-à-dire une compensation par retard de phase ;

- c- Proportionnelle et dérivée avec : $T_i \rightarrow \infty$, c'est-à-dire une compensation par avance de phase ;
- d- Proportionnelle, intégrale et dérivée (APID), c'est une action par avance de phase.

a- Régulateur à action proportionnelle

la loi de régulation action proportionnelle (AP) est déterminée par l'équation suivante :

$$u_r(t) = K_p \cdot e(t)$$

où :

$e(t) = Y_c(t) - Y(t)$: erreur de correction

$Y_c(t)$: signal de consigne

$Y(t)$: grandeur à régler

K_p : gain du régulateur

La fonction de transfert du régulateur AP à la forme :

$$W_R(s) = U_r(p)/E(p) = K_p \quad (\text{II.2})$$

b- Régulateur à action proportionnelle et intégrale (API)

les actions de ce régulateur sont déterminées par la relation mathématique suivante :

$$u_r(t) = K_p \cdot e(t) + (K_p / T_i) \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt \quad (\text{II.3})$$

La fonction de transfert du régulateur s'écrit :

$$W_{PI}(p) = K_p \cdot (T_i \cdot p + 1) / T_i \cdot p \quad (\text{II.4})$$

La constante à l'unité de temps est appelée temps d'intégration.

En pratique, le régulateur idéal API est le plus utilisé, le schéma bloc de ce régulateur est donné à la figure (II.6) :

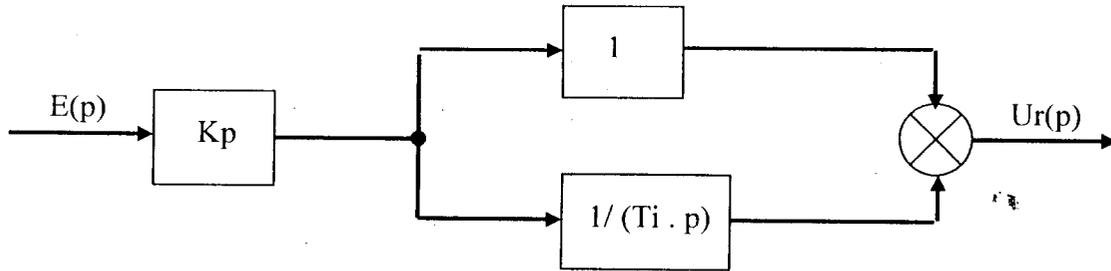


Figure II.6 : Schéma bloc du régulateur idéal

Il existe d'autres modifications du régulateur API avec la fonction de transfert suivante :

$$W_{PI}(p) = K_P + (1/T_i \cdot p) \quad (\text{II.5})$$

Le schéma bloc correspondant est représenté par la figure (II.7) :

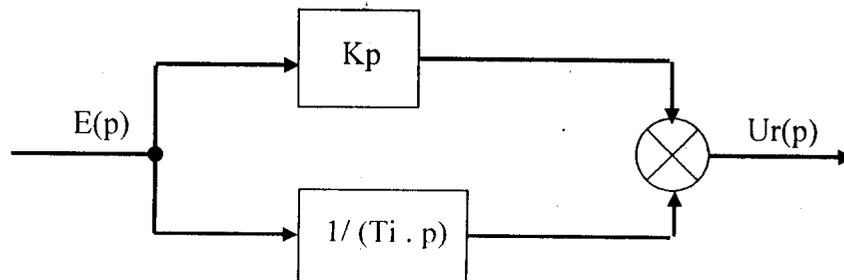


Figure II.7 : Schéma bloc du régulateur API avec la fonction de transfert (II.5)

La réponse en fréquence du régulateur API s'écrit :

$$W_{PI}(p) \Big|_{p=j\omega} = W_{PI}(j\omega) = K_P \cdot [(1+T_i \cdot \omega^2)^{1/2}] \cdot \exp(j \cdot \varphi_{PI}(\omega)) / (T_i \cdot \omega) \quad (\text{II.6})$$

avec :

$$\varphi_{PI}(\omega) = \arctg(T_i \cdot \omega) - \pi/2$$

c- Régulateur à actions proportionnelle et dérivée (APD)

Le régulateur APD exerce sur le système à régler une action proportionnelle à la grandeur de l'erreur et sa vitesse selon la formule :

$$u_r(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot T_d \cdot (de(t)/dt) \quad (\text{II.7})$$

Où: T_d constante de dérivation.

Le schéma bloc (**fig.II.8**) du régulateur décrit par (II.7) est constitué d'un amplificateur et d'un dérivateur idéal, assemblés en parallèle. La fonction de transfert de ce régulateur s'écrit :

$$W_{PD}(p) = K_p + T_d \cdot p \quad (\text{II.8})$$

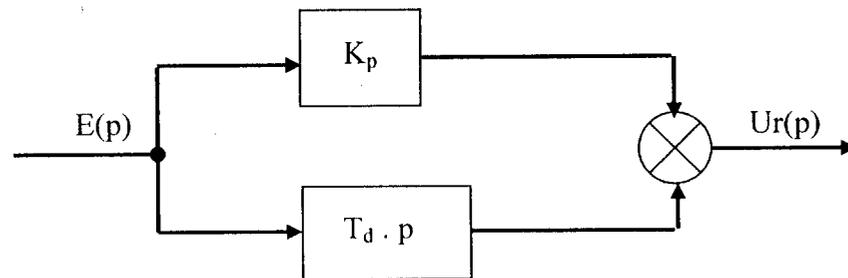


Figure II.8 : Schéma bloc du régulateur APD décrit par l'équation (II.7)

Le régulateur APD peut avoir une structure avec un gain commun à toutes les actions. Dans ce cas, la loi de régulation prend la forme :

$$u_r(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot T_d \cdot (de(t)/dt) \quad (\text{II.9})$$

et sa fonction de transfert devient:

$$W_{PD}(p) = K_p (1 + T_d \cdot p) \quad (\text{II.10})$$

Les régulateurs industriels réels ont une fonction de transfert différente de (II.8). Cela est dû au fait que physiquement, il est impossible de réaliser l'opération de dérivation. La fonction de transfert du régulateur APD réel a la forme suivante :

$$W_{PD}(p) = K_p (1 + T_d \cdot p) / (1 + T_1 \cdot p) \quad (\text{II.11})$$

où : T_1 constante de temps dont la valeur pour les régulateurs industriels est comprise dans l'intervalle $(0.1 \text{ - } 0.12) \cdot T_d$

Les réponses en fréquences des régulateurs APD sont obtenues en posant $p = j.\omega$ dans (II.10) et (II.11) :

- Pour les régulateurs APD idéal :

$$W_{PD}(j.\omega) = K_p . (1 + T_d^2 . \omega^2)^{1/2} . \exp(j.\arctg(T_d . \omega)) \quad (II.12)$$

- Pour le régulateur APD réel :

$$W_{PD}(j.\omega) = K_p . [(1 + T_d^2 . \omega^2)^{1/2} / (1 + T_i^2 . \omega^2)^{1/2}] . \exp[j.(\arctg(T_d . \omega) - \arctg(T_i . \omega))] \quad (II.13)$$

d- Régulateur à actions proportionnelle, intégrale et dérivée (APID)

Les régulateurs à actions PI et PD ont chacun un avantage. Le premier contribue à améliorer la précision du SRA, alors que le second a un effet stabilisant. Il est tout à fait naturel de songer à les utiliser simultanément pour améliorer les performances du SRA. Un tel régulateur agit sur le système avec une triple action proportionnelle, intégrale et dérivée. La loi mathématique d'un tel régulateur s'écrit :

$$u_r(t) = K_p . e(t) + (1 / T_i) . \int_0^t e(t).dt + T_d . (de(t)/dt) \quad (II.14)$$

La fonction de transfert de ce régulateur devient:

$$W_{PID}(p) = K_p + (1/T_i . p) + T_d . p \quad (II.15)$$

Et son schéma bloc est représenté par la figure (II.9) :

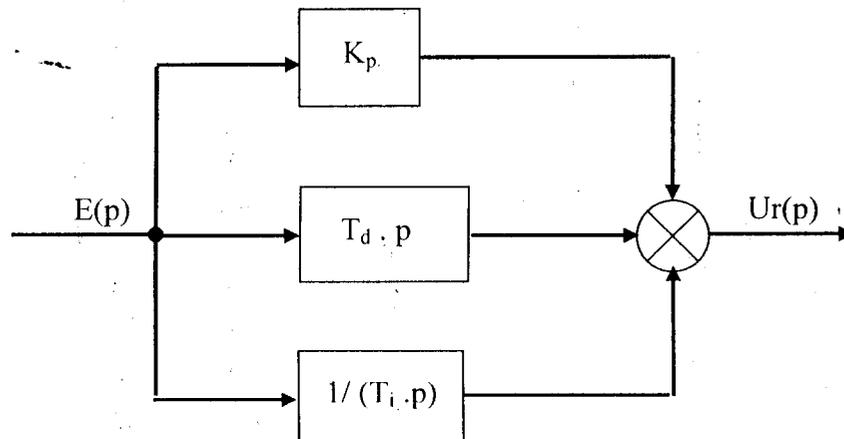


Figure II.9 : Schéma bloc du régulateur APID décrit par l'équation (II.15)

Comme pour les lois de régulation API et APD, le schéma bloc du régulateur APID peut avoir une autre configuration avec un gain commun à toutes les actions et une loi mathématique définie (II.15).

La fonction de transfert du régulateur décrit par l'équation (II.15) s'écrit :

$$W_{PI}(p) = K_p \cdot [1 + (1/T_i \cdot p) + T_d \cdot p] \quad (\text{II.16})$$

En posant $p=j\cdot\omega$ dans (II.16), on obtient la réponse en fréquence du régulateur APID :

$$W_{PID}(j\omega) = K_p \cdot \{[(1 - T_i \cdot T_d \cdot \omega^2)^2 + T_i^2 \cdot \omega^2]^{1/2} / T_i \cdot \omega\} \cdot \exp(j \cdot \varphi_{PID}(\omega)) \quad (\text{II.17})$$

$$\varphi_{PID}(\omega) = \arctg [(T_i \cdot \omega) / (1 - T_i \cdot T_d \cdot \omega^2)] - \pi/2 \quad (\text{II.18})$$

L'insertion de l'action dérivée en cascade avec le régulateur donne la fonction de transfert de la forme :

$$W_{PID}(p) = K_p \cdot [(T_i \cdot p + 1) / (T_i \cdot p)] \cdot (1 + T_d \cdot p) \quad (\text{II.19})$$

La loi de régulation contient la composante intégrale du signal d'erreur, mais aussi sa dérivée. Après développement, la fonction de transfert (II.19) devient :

$$W_{PID}(p) = K_p \cdot [T_i \cdot T_d \cdot p^2 + (T_i + T_d) \cdot p + 1] / T_i \cdot p$$

Et dont la réponse temporelle a pour expression :

$$u_r(t) = K_p \cdot [(T_i + T_d) \cdot e(t) / (T_i \cdot s) + (1 / T_i) \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + T_d \cdot (de(t)/dt)] \quad (\text{II.20})$$

L'introduction, simultanément dans la loi de régulation de la composante intégrale du signal d'erreur et sa dérivée, augmente l'ordre du système et permet d'améliorer la qualité du processus de régulation.

Il existe des formes approximatives des lois de régulation réelles ayant pour fonction de transfert :

$$W_{PID}(p) = K_p \cdot [(T_i \cdot p + 1) / (T_i \cdot p)] \cdot [(1 + T_d \cdot p) / (1 + T_1 \cdot p)] \quad (\text{II.21})$$

Donc, l'utilisation du régulateur APID permet d'améliorer la stabilité et la précision statique du SRA.

II-6. Méthode de synthèse des paramètres des régulateurs

Les facteurs qui exercent une influence sur la qualité des réponses du SRA sont [9] :

- La grandeur et le point d'application de la perturbation ;
- Les paramètres du régulateur ;
- Les paramètres du système à régler.

Parmi ces facteurs, seuls les paramètres du régulateur peuvent être modifiés (figure II.10) :

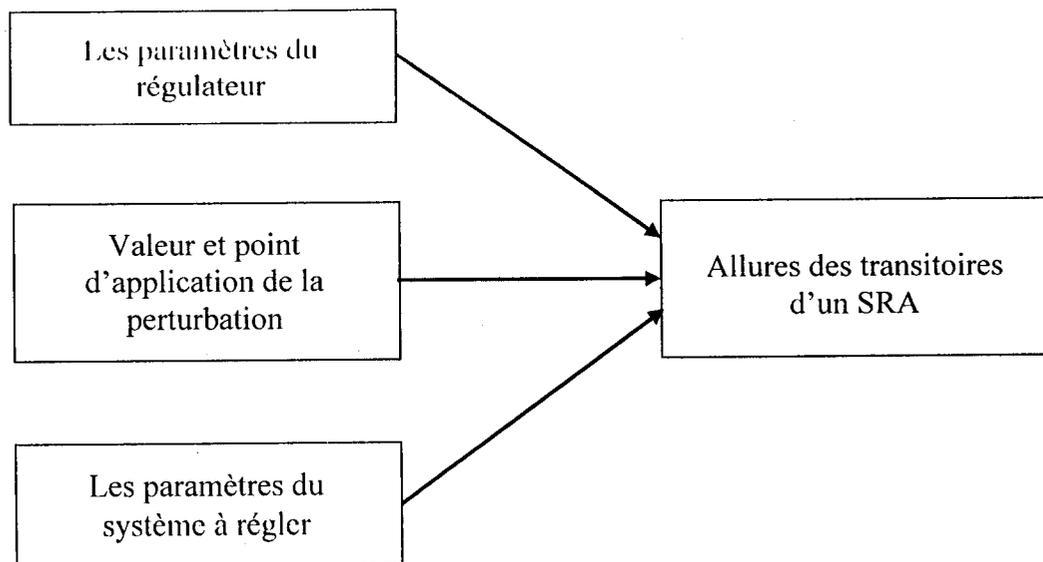


Figure II.10 : Schéma d'illustration de l'influence des différents facteurs sur l'allure des processus transitoires dans un SRA

La détermination des paramètres optimaux d'ajustement du régulateur automatique est une opération indispensable lors du calcul des SRA, puisque ces paramètres déterminent la qualité des régimes transitoire et permanent de ces systèmes.

Tout système de régulation automatique doit satisfaire à un ensemble d'exigences appelées qualité de régulation ou performances du système. Il s'agit [11] :

- de la précision ;
- de la rapidité de réponse ;
- des oscillations limitées et amorties.

D'habitude, ces performances sont calculées en faisant un compromis entre les conditions qui garantissent la stabilité et la précision en régime établi du système de façon à satisfaire les exigences de qualité, définies par le cahier des charges.

II-6-1. Méthode basée sur l'optimisation d'un critère intégral quadratique

Pour déterminer les paramètres d'ajustement du régulateur, le plus souvent, on utilise le minimum de l'estimation des intégrales linéaire et quadratique sous différentes formes [1]:

- a) Le minimum de l'estimation intégrale linéaire :

$$\text{Min}_{(K_p, T_i, T_d)} I_1 = \int_0^{\infty} e(t).dt$$

- b) Le minimum de l'estimation intégrale quadratique :

$$\text{Min}_{(K_p, T_i, T_d)} I_2 = \int_0^{\infty} e^2(t).dt$$

Où: $e(t)$ erreur de réglage

II-6-1-1. Relations entre les estimations intégrales et les paramètres d'ajustement du régulateur

Lors de la synthèse des paramètres des régulateurs, on doit satisfaire certaines exigences qui sont caractérisées par un certain nombre de grandeurs (temps de réponse, dépassement, etc...), or le nombre d'équations est inférieur au nombre de grandeurs. C'est pourquoi, on utilise les indices de qualité indirects qui permettent de déterminer la valeur des indices de qualité sans résoudre les équations différentielles. Ces indices indirects sont : les critères intégraux.

La courbe du processus transitoire permet d'avoir une estimation complète sur la qualité du processus de régulation pour un système donné. L'estimation indirecte de la qualité de régulation peut être obtenue en évaluant la surface comprise entre la courbe du processus transitoire et celle du régime permanent. Dans ce cas, le critère de l'estimation de la qualité sera l'intégrale déterminée en

fonction du temps de la fonction caractérisant la différence entre la valeur réelle et celle de la consigne du système.

Ces intégrales définies sont appelées critères intégraux. Elles permettent de donner une indication numérique sur la qualité du processus transitoire sans la calculer.

a- Critère intégral linéaire

L'estimation linéaire est la surface entre le processus idéal $h(\infty)$ et le processus réel (**figure II.11**). Elle est définie par la formule suivante :

$$I_1 = \int_0^{\infty} [h(\infty) - h(t)].dt \quad (\text{II.22})$$

$h(t)$: réponse indicielle

$h(\infty)$: valeur de $h(\infty)$ en régime permanent ($t \rightarrow \infty$)

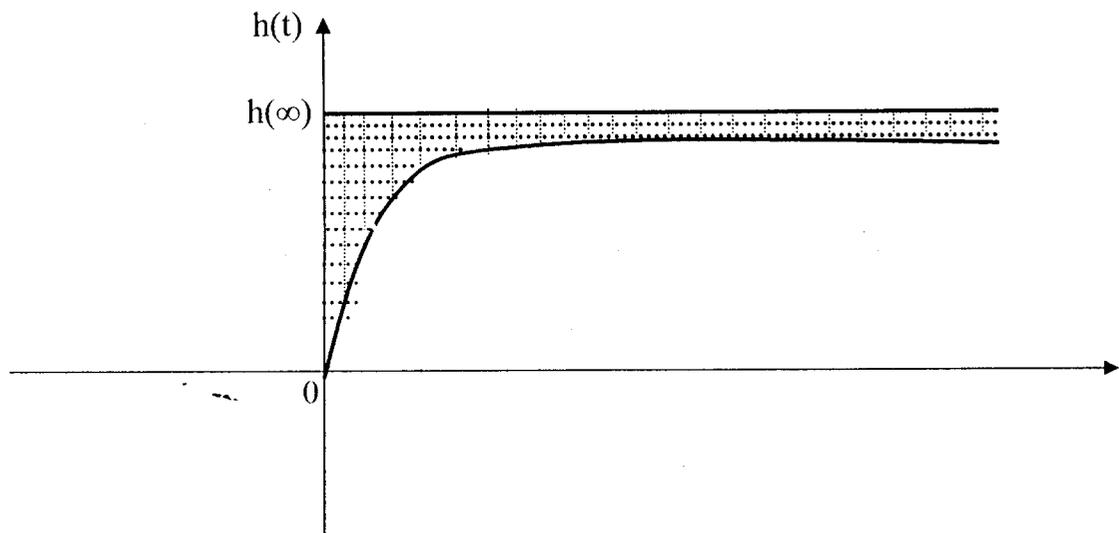


Figure II.11 : Illustration de la définition de l'estimation de l'intégrale linéaire

$$\varepsilon(t) = h(\infty) - h(t)$$

Si le SRA est stable, alors la limite de $h(t)$, lorsque t tend vers l'infini, est égale à zéro. Dans ce cas, l'intégrale (II.20) tend vers une valeur finie égale à l'aire comprise entre $h(\infty)$ et $h(t)$ (**fig.II.11**). Ce critère est utilisé pour les processus transitoires. Il est évident que la rapidité est d'autant meilleure que la

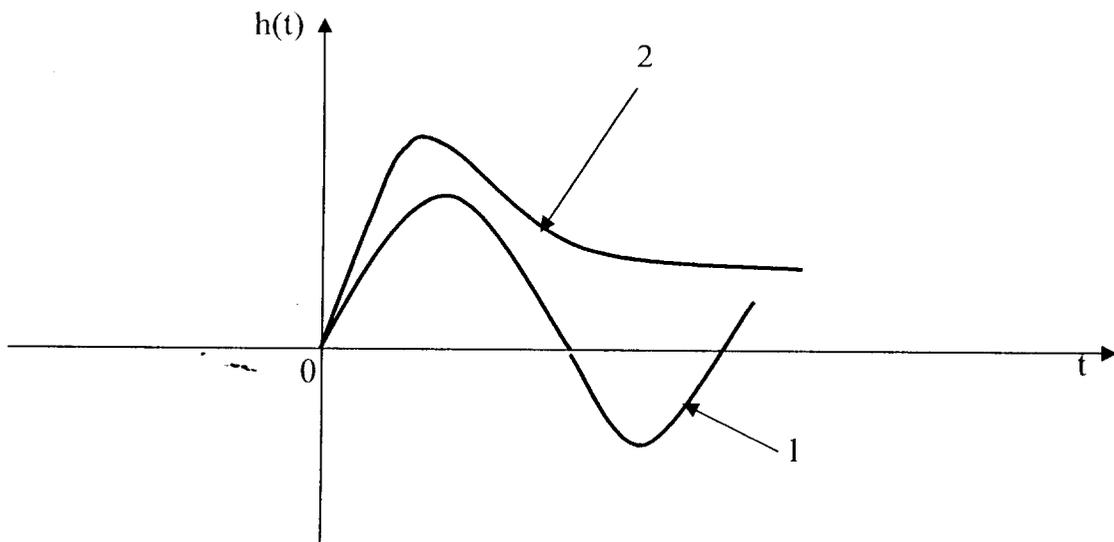
surface hachurée est petite. Par conséquent, l'intégrale (II.20) peut servir comme indice pour estimer la qualité de réglage des SRA.

En définitive, l'erreur intégrale linéaire est minimale, mais il est impossible de tirer une autre conclusion à propos des indices de qualité tels que le temps de réponse, le dépassement.

b- Calcul de l'intégrale de l'erreur quadratique

Les estimations intégrales linéaires peuvent être appliquées seulement pour les processus transitoires peu oscillatoires. De la figure (II.12), il est clair que l'intégrale (II.20) calculée pour la courbe 1 de signe variable sera sensiblement inférieure à l'intégrale calculée pour la courbe apériodique 2.

Pour cela, pour les processus transitoires, on applique les estimations intégrales pour lesquelles le changement de signe de la fonction sous l'intégrale est d'une manière ou une autre évité (fig.II.13).



*Figure II.12 : Illustration de la définition de l'estimation de l'intégrale par différentes courbes : 1-Oscillatoire
2- Apériodique*

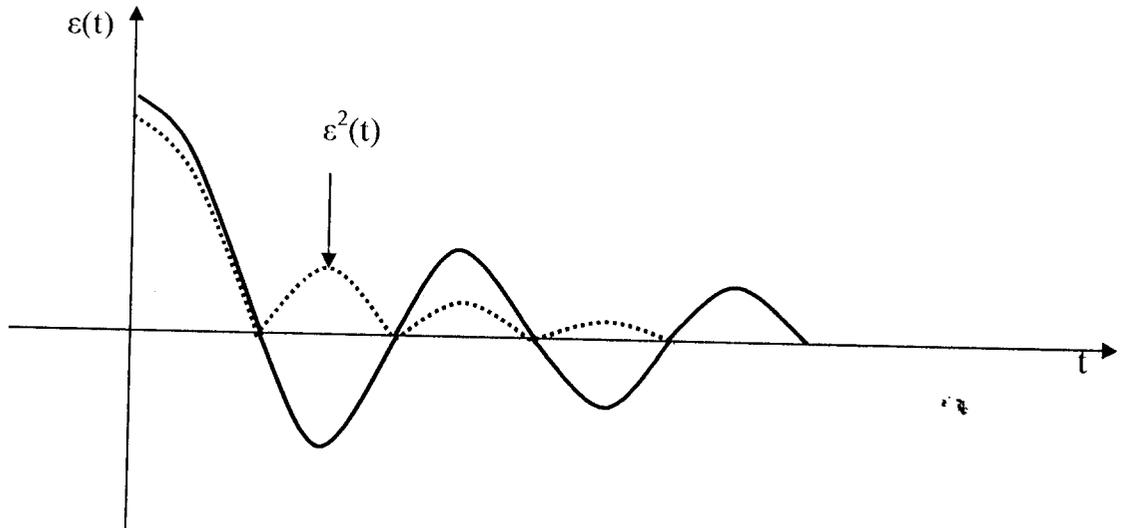


Figure II.13 : Courbe de l'erreur quadratique

Un tel changement de signe est propre aux processus transitoires oscillatoires pour lesquels, on utilise l'intégrale quadratique de l'erreur de régulation :

$$I_2 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t).dt \tag{II.23}$$

dans laquelle :

$$\varepsilon(t) = h(\infty) - h(t)$$

$$h(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} W(p) = W(0) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.H(p)$$

Ce qui conduit à écrire la transformée de Laplace sous la forme :

$$\varepsilon(p) \equiv h(\infty)/p - H(p) = [W(0) - W(p)]/p \tag{II.24}$$

L'expression (II.24) est ramenée à un rapport de deux polynômes :

$$\varepsilon(p) = B(p) / C(p)$$

où:

$$B(p) = b_0 + b_1.p + b_2.p^2 + \dots + b_{n-1} . p^{n-1}$$

$$C(p) = c_0 + c_1.p + c_2.p^2 + \dots + c_n.p^n$$

Et si on pose $p = j.\omega$, on aura :

$$\varepsilon(j.\omega) = B(j.\omega) / C(j.\omega)$$

On a :

$$I_2 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) \cdot dt = (1/\pi) \cdot \int_0^{\infty} |\varepsilon(j\omega)|^2 \cdot d\omega \quad (\text{II.25})$$

Cette intégrale peut être exprimée directement par la fonction de transfert de l'erreur :

$$\begin{aligned} I_2 &= (1/\pi) \cdot \int_0^{\infty} |\varepsilon(j\omega)|^2 \cdot d\omega \\ &= (1/2\pi) \cdot \int_0^{\infty} [\varepsilon(j\omega) \cdot \varepsilon(-j\omega)] \cdot d\omega \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

L'intégrale (II.26) est tabulée et les résultats pour $n=4$ sont donnés au tableau II.1 :

n	Le critère
1	$I_2 = (b_0)^2 / (2 \cdot c_0 \cdot c_1)$
2	$I_2 = \{c_0 \cdot (b_1)^2 + c_2 \cdot (b_0)^2\} / (2 \cdot c_0 \cdot c_1 \cdot c_2)$
3	$I_2 = [b_2^2 \cdot c_0 \cdot c_1 + (b_1^2 - 2 \cdot b_0 \cdot b_2) \cdot c_0 \cdot c_3 + b_0^2 \cdot c_2 \cdot c_3] / [2 \cdot (c_1 \cdot c_2 - c_0 \cdot c_3) \cdot c_0 \cdot c_3]$
4	$I_2 = \{b_3^2 \cdot (-c_3 \cdot c_0^2 + c_0 \cdot c_1 \cdot c_2) + (b_2^2 - 2 \cdot b_1 \cdot b_3) \cdot c_0 \cdot c_1 \cdot c_4 + (b_1^2 - 2 \cdot b_0 \cdot b_2) \cdot c_0 \cdot c_3 \cdot c_4 + b_0^2 \cdot (-c_1 \cdot c_4^2 + c_2 \cdot c_3 \cdot c_4)\} / \{2 \cdot c_0 \cdot c_4 \cdot (-c_3 \cdot c_0^2 - c_1 \cdot c_4^2 + c_2 \cdot c_3 \cdot c_1)\}$

Tableau II.1 : le critère I_2 en fonction du degré d'énumérateur de l'estimation de l'erreur

Le critère I_2 est exprimé en fonction des paramètres du régulateur K_p , T_i , T_d .

La qualité de régulation optimale correspond aux valeurs de K_p , T_i , T_d pour lesquelles I_2 atteint sa valeur minimale.

II-7. Conclusion

Les SRA se composent généralement de deux parties ; la première partie comprend le système à régler, les organes d'exécution, les capteurs et les transmetteurs. Les paramètres de ces organes sont habituellement donnés et invariables. Par contre, les organes de la deuxième partie sont des correcteurs.

Le problème de synthèse consiste à choisir le type de correcteurs et à calculer leurs paramètres en fonction des performances fixées dans le cahier des charges.

Chapitre III

Méthodes d'optimisation classiques

III-1. Introduction

Considérons le problème d'optimisation, formulé sous la forme :

$$\text{Min } J(x), X \in \mathbb{R}^n \quad (\text{III.1})$$

où $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction non linéaire.

X est un vecteur de n composants

Les méthodes classiques de résolution de ce type de problèmes (III.1) sont en grande partie basées sur les informations données par le gradient ou le hessien.

En général, elles suivent un schéma itératif de la forme [36]:

$$X^{(k+1)} = T(X^{(k)}) \quad (\text{III.2})$$

Partant d'un point initial $X^{(0)}$ l'algorithme procède par pas, en se déplaçant à partir de ce point. Il a été montré que la direction la plus appropriée est la direction dite de descente.

L'efficacité de ces méthodes dépend essentiellement des propriétés de la fonction J , du nombre de paramètres x et du choix des valeurs initiales de l'algorithme. Si ces derniers sont choisis dans un proche voisinage de l'optimum, l'algorithme peut converger très rapidement. Dans le cas contraire, on peut avoir une convergence très lente, voire même une divergence.

III-2. Généralités**III-2-1. Forme mathématique générale d'un problème d'optimisation**

Un problème d'optimisation peut être écrit sous la forme [5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } J(X) \in \mathbb{R} \\ g_i(X) \leq 0 ; i=1,2,\dots,m \\ h_j(X)=0 ; j=1,2,\dots,l \\ x_k^{\min} \leq x_k \leq x_k^{\max} , k=1,2,\dots,n \end{array} \right. \quad (\text{III.3})$$

X est un vecteur de n composants x_k qui sont les inconnues du problème. En électrotechnique, x_k peut aussi représenté des grandeurs physiques (courant,

induction,...) que des paramètres de conception (dimensions géométriques, nombre de spires de bobinage...), des paramètres d'un régulateur PID, etc...

J est le critère à minimiser appelé aussi objectif et les fonctions (g_i) et (h_j) représentent les contraintes d'égalités et d'inégalités. Les contraintes x_k^{\min} et x_k^{\max} qui bornent les variations des inconnues x_k s'appellent des contraintes de domaine.

Dans la pratique, les fonctions J , g_i , h_j peuvent être continues ou discontinues, linéaires ou non linéaires, différentiables ou non différentiables...

III-2-2. Optimum global et optimum locaux

La figure III.1 donne les minimums global et local d'une fonction quelconque :

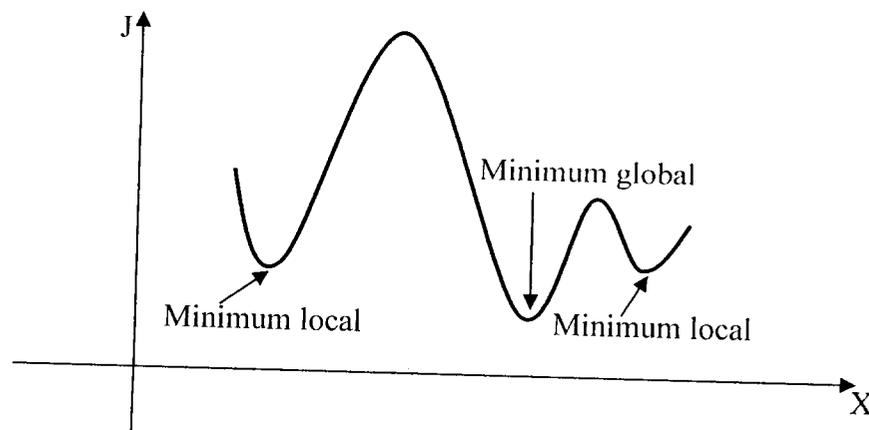


Fig.III-1 : Optimum local et global

Définitions

- Un point $X^* \in C$ est un **minimum local** s'il existe un voisinage de X^* noté $V(X^*)$ tel que :

$$\forall X \in V(X^*) : J(X^*) \leq J(X)$$

- Un point $X^* \in C$ est un **minimum global** si :

$$\forall X \in C : J(X^*) \leq J(X)$$

III-2-3. Conditions pour un minimum

On considère le problème de la recherche du minimum X^* d'une fonction $J(X)$ avec $X \in \mathbb{R}^n$.

Considérons un point $X = A = [a_1, a_2, \dots, a_n]^t$ du domaine d'existence de la fonction $J(X)$.

Si $J(X)$ est continue et continûment dérivable, on peut développer en série de Taylor dans le voisinage de A [3]:

$$J(X) = J(A) + (X-A)^t \cdot \nabla J(X) \Big|_{X=A} + (X-A)^t \cdot \nabla^2 J(X) \Big|_{X=A} \cdot (X-A) + \dots \quad (\text{III.4})$$

Pour qu'un point A soit un minimum, il faut et il suffit que :

$$J(X) \geq J(A) \text{ pour n'importe qu'elle point } X \neq A.$$

D'après la formule (III.4), on voit que le point A sera un minimum si et seulement si la :

- condition du premier ordre

$$\nabla J(A) = 0$$

- Et si la condition du deuxième ordre

$$(X-A)^t \cdot \nabla^2 J(A) \cdot (X-A) \geq 0$$

III-3. Méthodes de recherche de l'optimum d'une fonction $J(X)$ de n variables

III-3-1. Méthode analytique

Supposons que l'on puisse calculer le gradient $\nabla J(X)$ et résoudre analytiquement $\nabla J(X) = 0$, Ce qui est rarement vrai en pratique.

III-3-2. Méthode du gradient [2]

Soit une fonction $J(X)$ dont on cherche le minimum. Si $J(x)$ est continue et continûment dérivable, alors dans le voisinage proche de X on peut développer en série de Taylor au premier terme :

$$J(X+\Delta X) = J(X) + \Delta X \cdot \nabla J(X) \quad (\text{III.5})$$

Si $\Delta X \cdot \nabla J(X) < 0$, alors $J(X+\Delta X) < J(X)$ et ΔX est dite une direction de descente.

Supposons que $\|\Delta X\| = \text{constante}$.

Le choix de la direction ΔX minimisant $J(X+\Delta X)$ est celui qui rend $\Delta X \cdot \nabla J(X)$ algébriquement minimum, et ce sera bien sûr la direction colinéaire à $-\nabla J(X)$ et de sens contraire, c'est-à-dire, la direction $[-\nabla J(X)]$.

Donc, au point X la direction de la plus grande diminution de $J(X)$ est celle de $[-\nabla J(X)]$.

La méthode du gradient consiste à partir d'un estimé $X^{(k)}$ de la solution X^* (la valeur exacte du minimum) par l'algorithme :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - t^{(k)} \cdot \nabla J(X^{(k)}) \quad (\text{III.6})$$

Jusqu'à ce que $\|\nabla J(X^{(k)})\| < \varepsilon_1$ ou $\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\| < \varepsilon_2$.

Pour déterminer le scalaire $t^{(k)}$ qui est appelé aussi le pas, on distingue deux méthodes :

a- Pas optimal

On détermine $t^{(k)}$ minimisant $\nabla J(X^{(k+1)})$, c'est-à-dire on détermine le pas $t^{(k)}$ analytiquement.

b- Pas de descente

On choisit $t^{(k)}$ tel que :

$$J(X^{(k+1)}) < J(X^{(k)})$$

C'est-à-dire une recherche unidimensionnelle numérique dans la direction du vecteur $[-\nabla J(X^{(k)})]$.

L'algorithme du gradient à pas optimal peut être résumé aux étapes suivantes :

- i) partant d'un point $X^{(0)}$, on commence le processus itératif, en calculant :

$$X^{(1)} = X^{(0)} - t^{(0)} \cdot \nabla J(X^{(0)})$$

Avec : $t^{(0)}$ représente le pas optimal correspondant.

- ii) A l'étape k , connaissant $X^{(k)}$ on calcule $X^{(k+1)}$ par :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - t^{(k)} \cdot \nabla J(X^{(k)})$$

- iii) Les itérations sont répétées jusqu'à ce que l'algorithme vérifie l'un des tests de convergence :

$$\| \nabla J(X^{(k)}) \| < \varepsilon_1 \text{ ou } \| X^{(k+1)} - X^{(k)} \| < \varepsilon_2$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ désignent les tolérances ou précisions des calculs.

III-3-2-1. Organigramme de la méthode du gradient

L'organigramme de la méthode du gradient est donné par la figure III.2 :

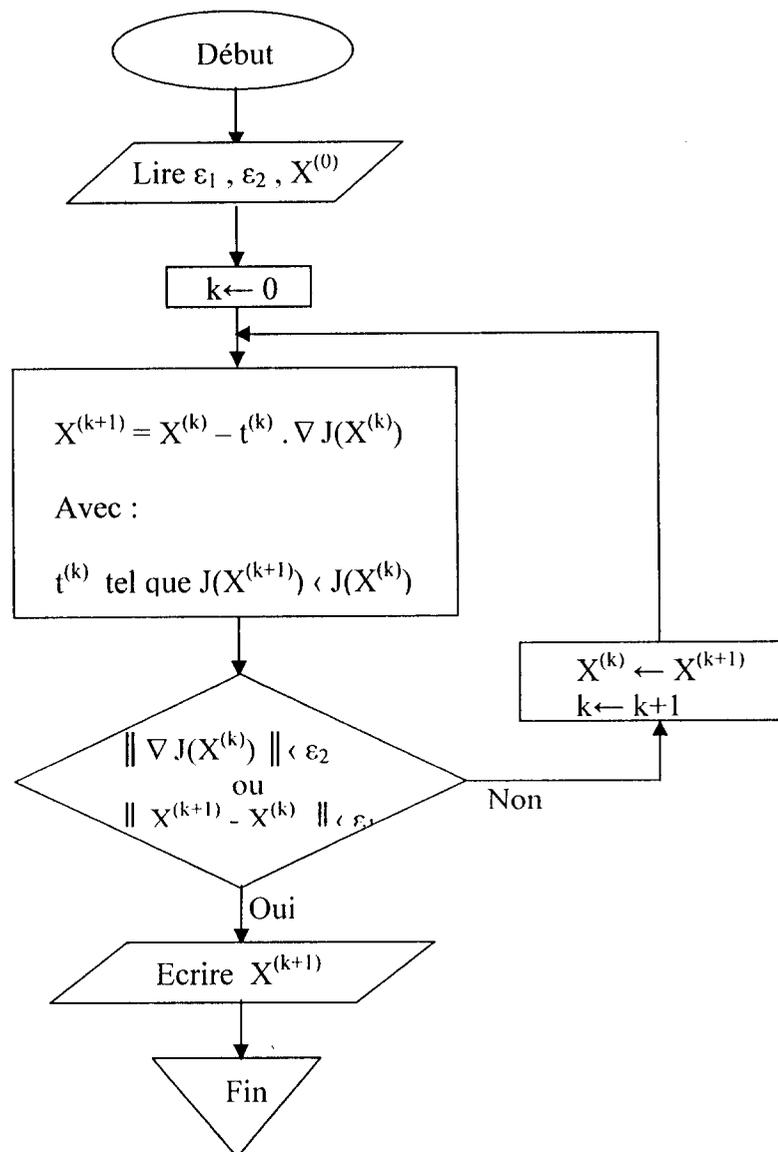


Figure III-2 : Organigramme de la méthode du gradient

La méthode du gradient nécessite un temps de calcul important car il faut à chaque itération k :

- Evaluer le gradient $\nabla J(X^{(k)})$.
- Déterminer $t^{(k)}$.

La méthode du gradient a une convergence très lente surtout quand on approche de la solution X^* .

III-3-3. Méthode du gradient conjugué [7]

Parfois le choix de la direction de recherche $P^{(k)} = -\nabla J(X^{(k)})$ n'est pas globalement le meilleur en pratique.

La méthode du gradient conjugué est basée sur le changement des directions $P^{(k)}$.

Cette méthode consiste à passer d'un estimé $X^{(k)}$ de la solution X^* par l'algorithme :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + t^{(k)} \cdot P^{(k)} \quad (\text{III.7})$$

Où :

$$P^{(k)} = -\nabla J(X^{(k)}) + a^{(k)} \cdot P^{(k-1)}$$

avec :

$$a^{(0)} = 0$$

$$a^{(k)} = \frac{\|\nabla J(X^{(k)})\|^2}{\|\nabla J(X^{(k-1)})\|^2} \text{ (variante de Fletcher Revers).}$$

Les étapes de cet algorithme peuvent se résumer à ce qui suit :

i) Pour $X^{(0)}$ choisi, on prend :

$$P^{(0)} = -\nabla J(X^{(0)})$$

- Le vecteur $X^{(1)}$ est calculé par application de la méthode de gradient à pas optimal :

$$X^{(1)} = X^{(0)} + t^{(0)} \cdot P^{(0)}$$

Où : $t^{(0)}$ pas optimal correspondant.

- Le vecteur $X^{(2)}$ est ensuite obtenue par :

$$X^{(2)} = X^{(1)} + t^{(1)} \cdot P^{(1)}$$

avec :

$$P^{(1)} = -\nabla J(X^{(1)}) + a^{(1)} \cdot P^{(0)}$$

$$a^{(1)} = \|\nabla J(X^{(1)})\|^2 / \|\nabla J(X^{(0)})\|^2$$

ii) A l'itération k , on a:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + t^{(k)} \cdot P^{(k)}$$

avec :

$$P^{(k)} = -\nabla J(X^{(k)}) + a^{(k)} \cdot P^{(k-1)}$$

$$a^{(k)} = \|\nabla J(X^{(k)})\|^2 / \|\nabla J(X^{(k-1)})\|^2$$

Les itérations sont répétées jusqu'à ce que :

$$\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\| < \varepsilon_1$$

ε_1 : précision de calcul.

III-3-3-1. Organigramme de la méthode du gradient conjugué

L'organigramme de la méthode du gradient conjugué est donné par la figure III.3 :

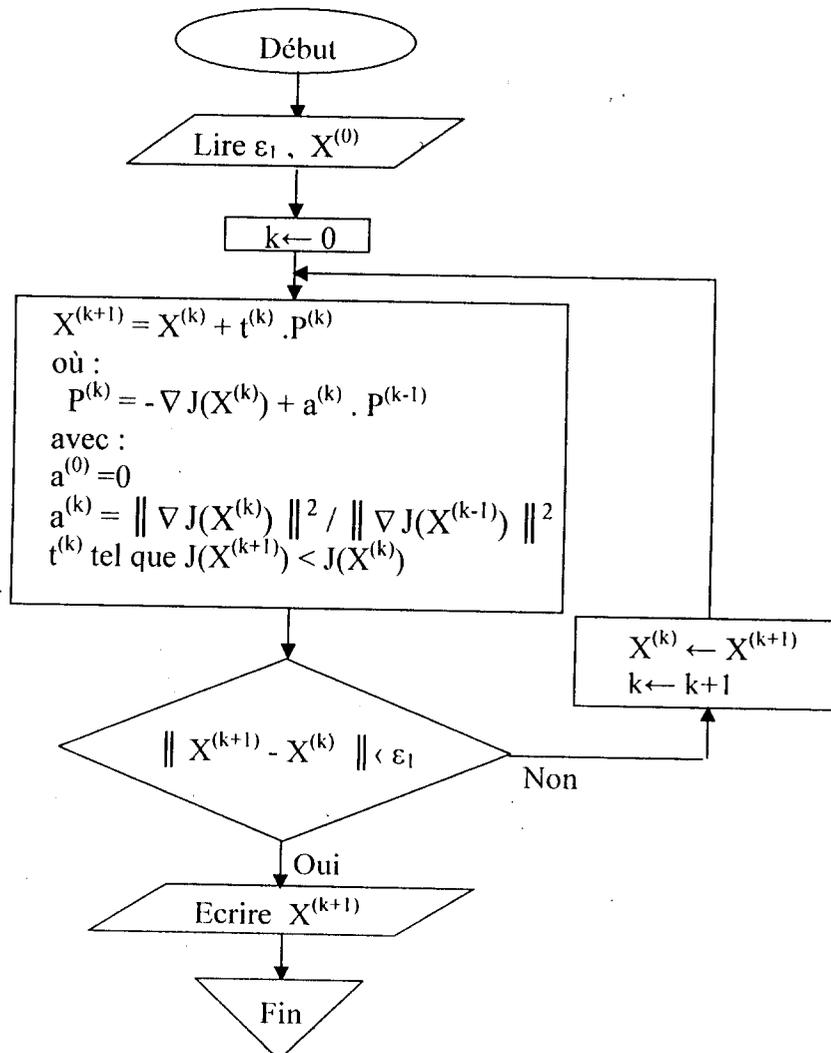


Figure III-3 : Organigramme de la méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué converge en moins d'itérations que la méthode du gradient.

III-3-4. Méthode de Newton [3]

On a étudié deux méthodes du premier ordre pour optimiser une fonction $J(X)$ de plusieurs variables.

Elles nécessitent à chaque pas l'évaluation de $J(X)$ et du gradient $\nabla J(X)$.

La méthode de Newton s'attribue aux méthodes du second ordre, qui demandent l'évaluation de $J(X)$, du gradient $\nabla J(X)$ et de la Hessienne $\nabla^2 J(X)$ à chaque pas.

La condition nécessaire du premier ordre pour que X^* soit un minimum s'écrit :

$$\nabla J(X^*) = 0 \text{ avec } X^* \in \mathbb{R}^n$$

ici il s'agit d'un système de n équations avec n inconnues. Ce système est linéaire ou non suivant les problèmes concrets.

Si $\nabla J(X)$ est continue et différentiable, alors dans le voisinage proche de X^* on peut écrire :

$$\nabla J(X^*) = \nabla J(X + \Delta X) = \nabla J(X) + \Delta X \cdot \nabla^2 J(X)$$

où : $\nabla^2 J(X)$ la Hessienne au point X .

$\nabla J(X^*) = 0$ le système obtenu est :

$$\nabla J(X) + \Delta X \cdot \nabla^2 J(X) = 0$$

Ou bien :

$$-\nabla J(X) = \Delta X \cdot \nabla^2 J(X) \quad \text{(III.8)}$$

Donc, connaissant un estimé $X^{(k)}$ proche de X^* , on peut calculer d'après (III.8) la direction de descente $\Delta X^{(k)}$:

$$-\nabla J(X^{(k)}) = \Delta X^{(k)} \cdot \nabla^2 J(X^{(k)})$$

D'après cette direction de descente on obtient la méthode de Newton :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \quad \text{(III.9)}$$

Comme la Hessienne est une matrice carrée d'ordre n et définie positive, on peut résoudre le système (III.8) par la méthode de Gauss-Seidel [7].

Le résumé de l'algorithme correspondant est alors :

i) pour $X^{(0)}$ choisi, on a :

$$\Delta X^{(0)} = [\nabla^2 J(X^{(0)})]^{-1} \cdot \nabla J(X^{(0)})$$

Le vecteur $X^{(1)}$ est calculé par :

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \Delta X^{(0)}$$

ii) A l'itération k , on a :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)}$$

Avec :

$$\Delta X^{(k)} = [\nabla^2 J(X^{(k)})]^{-1} \cdot \nabla J(X^{(k)})$$

iii) Les itérations sont répétées jusqu'à :

$$\| X^{(k+1)} - X^{(k)} \| < \varepsilon_1$$

ε_1 : précision de calcul.

III-3-4-1. Organigramme de la méthode de Newton

L'organigramme de la méthode de Newton est donné par la figure III.4 :

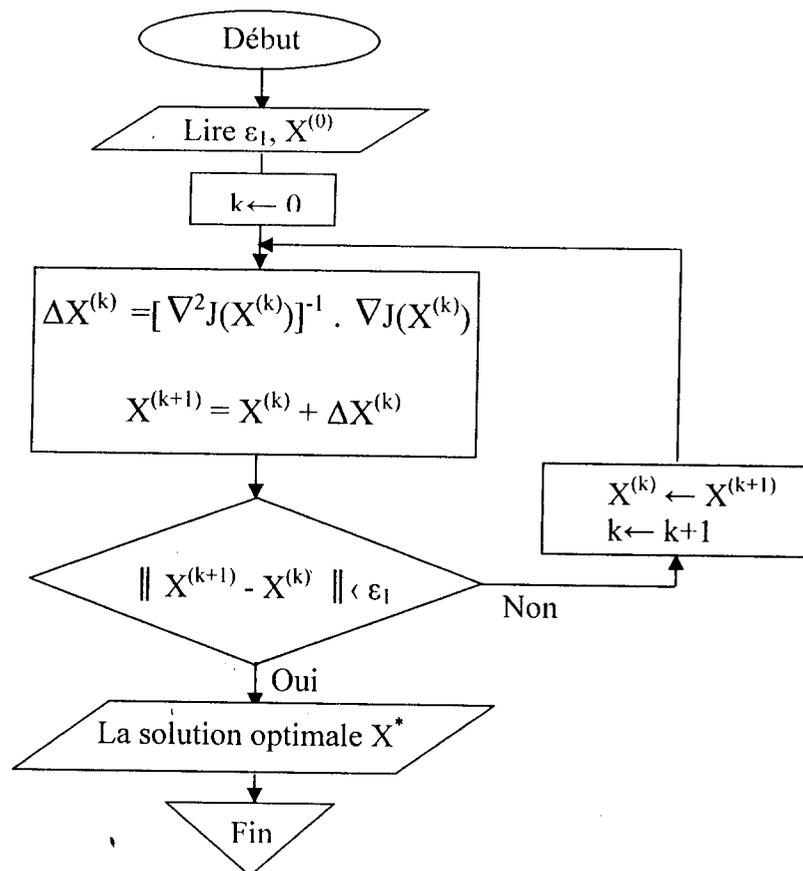


Figure III-4 : Organigramme de la méthode de Newton

La méthode de Newton nécessite un très bon estimé $X^{(0)}$ de la solution X^* .

III-3-5. Méthode de Quasi-Newton [5]

Cette méthode est vue comme extension de la méthode de Newton c'est-à-dire une méthode dans laquelle la direction de recherche –de descente– s'exprime à l'aide d'une formule :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - t^{(k)} \cdot H^{(k)} \cdot \nabla J(X^{(k)}) \quad \text{(III.10)}$$

où: $H^{(k)}$ représente une approximation de l'inverse du Hessien de J et $t^{(k)}$ représente le pas de descente.

Broyden, Fletcher, Gold fard, Shanno ont proposé une méthode, dite **BFGS**, permettant d'obtenir $H^{(k+1)}$ à partir de $H^{(k)}$:

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + [1 + (\gamma_k^t \cdot H^{(k)} \cdot \gamma_k) / (\delta_k^t \cdot \gamma_k)] \cdot (\delta_k \cdot \delta_k^t) / (\delta_k^t \cdot \gamma_k) - [\delta_k \cdot \delta_k^t \cdot H^{(k)} + H^{(k)} \cdot \gamma_k \cdot \delta_k^t] / (\delta_k^t \cdot \gamma_k) \quad \text{(III.11)}$$

avec:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \nabla J(X^{(k+1)}) - \nabla J(X^{(k)}) \\ \delta_k &= X^{(k+1)} - X^{(k)} \end{aligned}$$

On peut décrire brièvement l'algorithme comme suit:

- i) Choisir un point de départ $X^{(0)}$ et une matrice initiale $H^{(0)}$ définie positive.
- ii) A chaque itération k :
 - On cherche $t^{(k)}$
 - Le nouvel itéré devient $X^{(k+1)} = X^{(k)} - t^{(k)} \cdot H^{(k)} \cdot \nabla J(X^{(k)})$
 - On met à jour l'approximation de l'inverse du Hessien à l'aide de la formule BFGS.
- iii) Arrêt si convergence si non retour en (ii).

III-3-5-1. Organigramme de la méthode de Quasi-Newton

L'organigramme de la méthode de Quasi-Newton est donné par la figure III.5 :

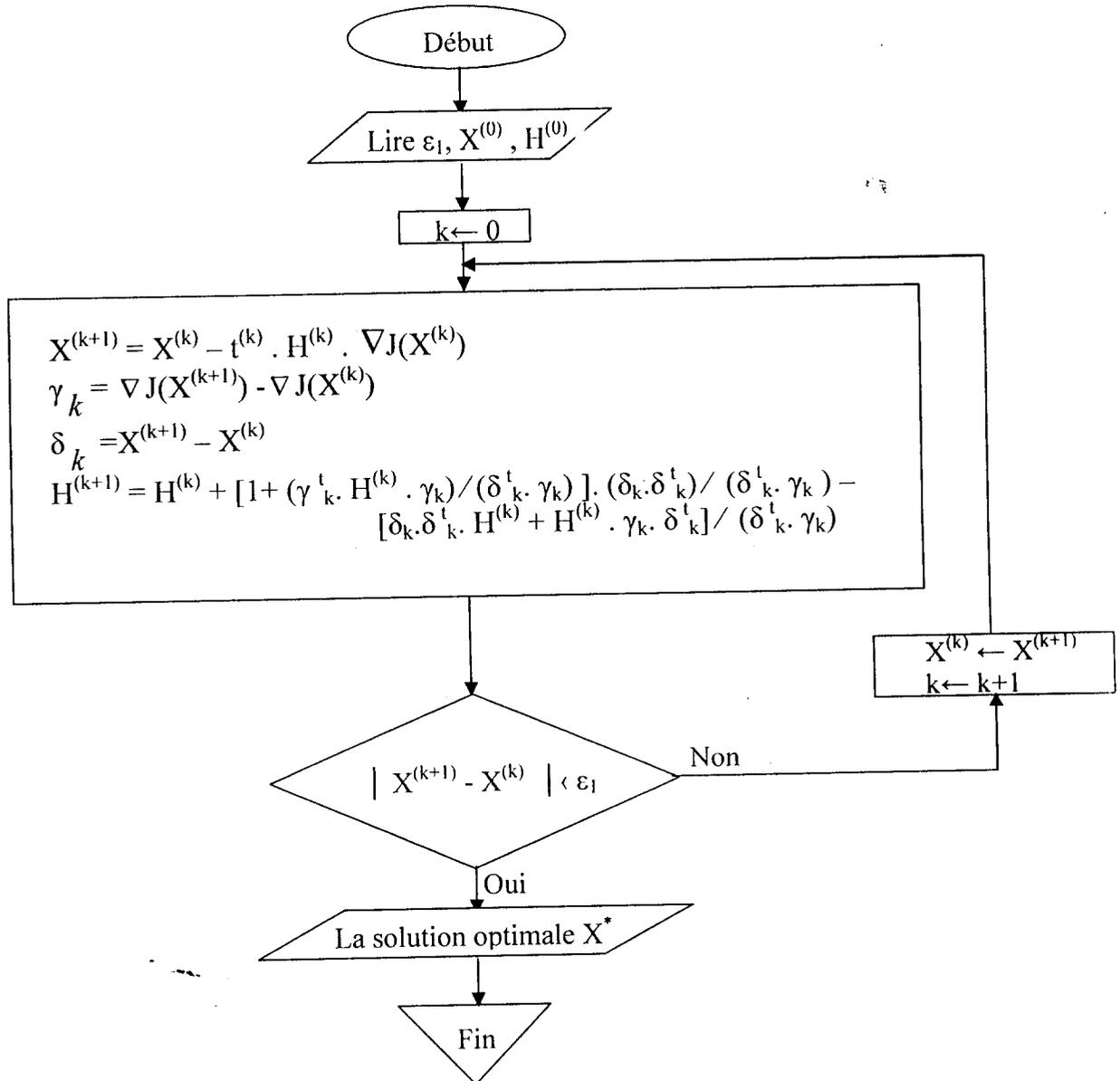


Figure III-5 : Organigramme de la méthode de Quasi-Newton

III-4. Formulation mathématique du problème d'optimisation

Rappelons que la fonction de transfert en boucle fermée du système à régler (moteur à courant continu) est donnée par la formule (I.16) :

$$W_F(p) = \Psi(p) / \eta(p) \tag{I.16}$$

où :

$$\Psi(p) = 50 \cdot K_p \cdot (1 + T_i \cdot p + T_i \cdot T_d \cdot p^2)$$

$$\eta(p) = 10 \cdot K_p + (205 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i + K_p) \cdot p + (70 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i \cdot T_d + K_p \cdot T_i) \cdot p^2 + (5 + K_p \cdot T_d) \cdot T_i \cdot p^3$$

La fonction de transfert de l'estimation de l'erreur est :

$$\varepsilon(p) = [W_F(0) - W_F(p)] / p$$

$$\varepsilon(p) = N(p) / D(p) \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$$N(p) = (1025 \cdot T_i + 5 \cdot K_p) + (350 \cdot T_i + 5 \cdot K_p \cdot T_i) \cdot p + (25 \cdot T_i + 5 \cdot K_p \cdot T_i \cdot T_d) \cdot p^2$$

$$D(p) = 10 \cdot K_p + (205 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i + K_p) \cdot p + (70 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i \cdot T_d + K_p \cdot T_i) \cdot p^2 + (5 \cdot T_i + K_p \cdot T_i \cdot T_d) \cdot p^3$$

On a :

$$\varepsilon(p) = B(p) / C(p) \quad (\text{III.13})$$

Où :

$$B(p) = b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + \dots + b_{n-1} \cdot p^{n-1}$$

$$C(p) = c_0 + c_1 \cdot p + c_2 \cdot p^2 + \dots + c_n \cdot p^n$$

Par identification entre (III.12) et (III.13) :

$$b_0 = 1025 \cdot T_i + 5 \cdot K_p$$

$$b_1 = 350 \cdot T_i + 5 \cdot K_p \cdot T_i$$

$$b_2 = 25 \cdot T_i + 5 \cdot K_p \cdot T_i \cdot T_d$$

$$c_0 = 10 \cdot K_p$$

$$c_1 = 205 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i + K_p$$

$$c_2 = 70 \cdot T_i + 10 \cdot K_p \cdot T_i \cdot T_d + K_p \cdot T_i$$

$$c_3 = 5 \cdot T_i + K_p \cdot T_i \cdot T_d$$

Le degré du polynôme C(p) étant égal à 3, le critère à minimiser est d'après le tableau (II.1) :

$$I_2 = [b_2^2 \cdot c_0 \cdot c_1 + (b_1^2 - 2 \cdot b_0 \cdot b_2) \cdot c_0 \cdot c_3 + b_0^2 \cdot c_2 \cdot c_3] / [2 \cdot (c_1 \cdot c_2 - c_0 \cdot c_3) \cdot c_0 \cdot c_3] \quad (\text{III.13})$$

Le problème d'optimisation est formulé comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{(K_p, T_i, T_d)} I_2 \\ 1 \leq K_p \leq 280 \\ 0.08 \leq T_i \leq 0.09 \\ 0.006 \leq T_d \leq 0.035 \end{array} \right. \quad \text{(III.14)}$$



III-5. Application de la méthode de Quasi-newton sur le problème d'optimisation

L'application de la méthode de Quasi-Newton sur le problème (III.14) avec l'estimé initial :

$$K_{p0} = 200$$

$$T_{i0} = 0.7$$

$$T_{d0} = 0.0014$$

Après 100 itérations, les résultats obtenus sont :

Paramètre	Valeur numérique
K_p	200.0116
T_i	0.7116
T_d	0.0130

Tableau III.1 : Les paramètres du régulateur PID obtenus par la méthode de Quasi-Newton

III-6. Simulation

III-6-1. Schéma bloc du régulateur PID

Le schéma bloc du régulateur PID est donné par la figure III.6 :

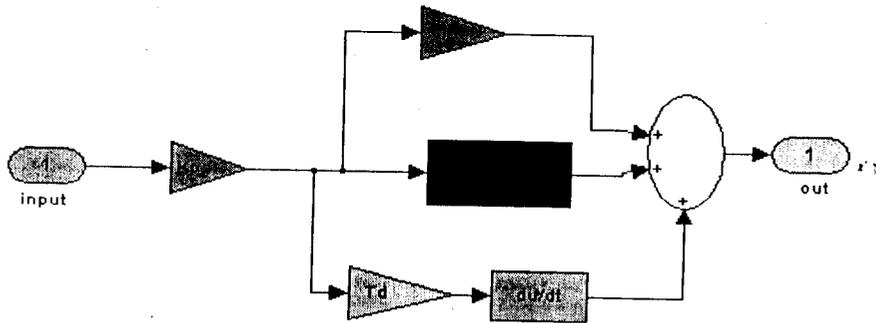


Figure III.6 : Schéma bloc du régulateur PID

III-6-2. Schéma bloc du moteur à courant continu

Le schéma bloc du moteur à courant continu est donné par la figure III.7 :

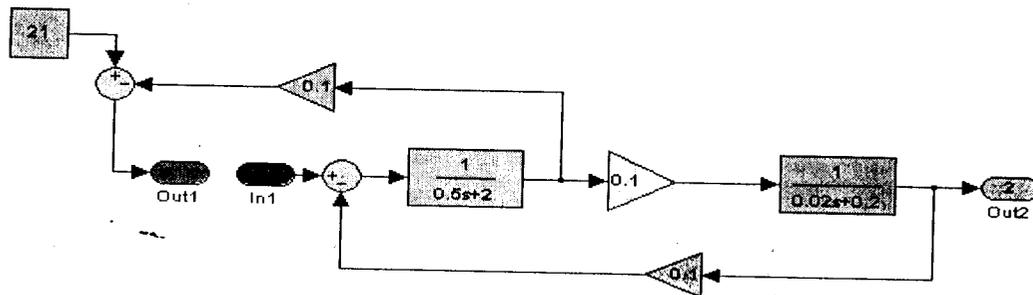


Figure III.7 : Schéma bloc du moteur à courant continu

Le schéma bloc du régulateur PID avec le moteur à courant continu est donné par la figure III.8 :

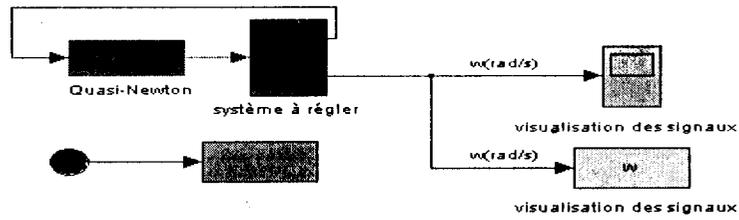


Figure III.8 : schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur PID

Après un temps de simulation de 3 secondes par le logiciel MATLAB, l'allure de la vitesse de rotation du moteur à courant continu en rad/s est donnée à la figure (III.9) :

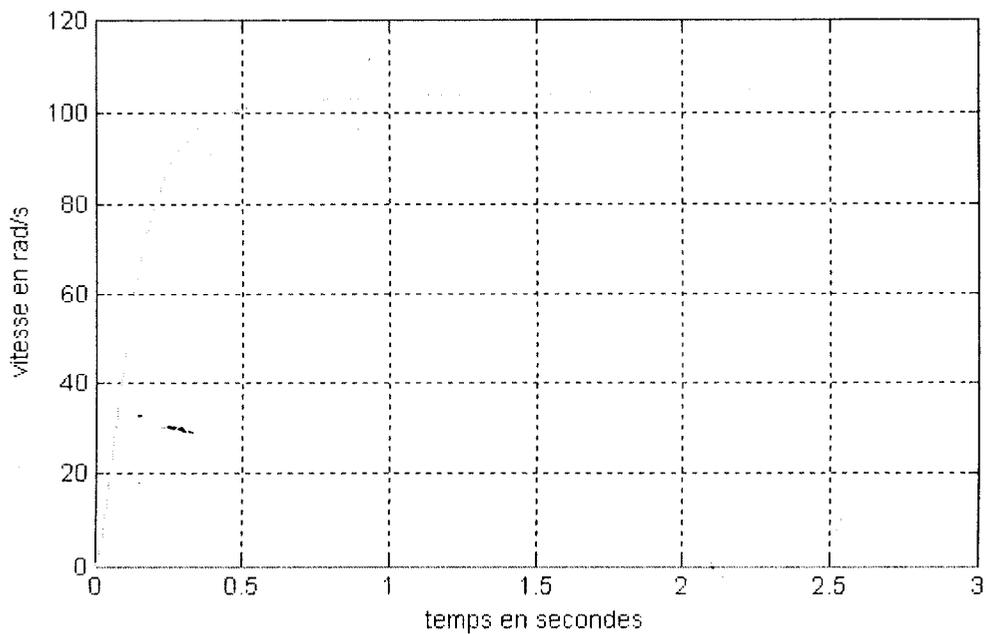


Figure III.9 : Allure de la vitesse du moteur à courant continu

A partir de la courbe de vitesse de la figure (III.9), on peut tirer :

Performances du système	Valeur numérique
Temps de réponse	1s
dépassement	nul
Erreur statique	0.02 v

Tableau III.2 : les performances du moteur à courant continu

III-7. Conclusion

En général, l'utilisation d'une méthode classique nécessite comme étape préliminaire la localisation des optimums. Celle-ci peut être faite, par exemple, sur un graphique ou par une discrétisation fine de l'espace de recherche. La fonction à optimiser est évaluée en chacun des points de discrétisation. La valeur minimale ou maximale est alors considérée comme une bonne approximation de l'optimum de la fonction. Cette méthode est brutale et le temps de calcul augmentera.

Si nous opposons exploration et exploitation de l'espace de recherche, nous pouvons dire que les méthodes classiques permettent une mauvaise exploration de l'espace de recherche mais l'exploitation des données précédentes par l'intermédiaire des gradients permet une bonne recherche locale.

Chapitre IV

Les Algorithmes Génétiques

IV-1. Introduction

Les Algorithmes Génétiques (AG) sont des techniques d'optimisation non déterministes ont été développés par **John Holland**, ses collègues et ses étudiants, à l'université du **MICHIGAN** [10].

Les Algorithmes Génétiques simulent l'évolution d'une population d'individus divers (généralement tirée aléatoirement au départ) à laquelle on applique différents opérateurs (croisement, mutation,...) et que l'on soumet à une sélection, à chaque génération. Si la sélection s'opère à partir de la fonction d'adaptation, alors la population tend à s'améliorer. La figure (IV.1) présente l'organigramme d'un AG [34]:

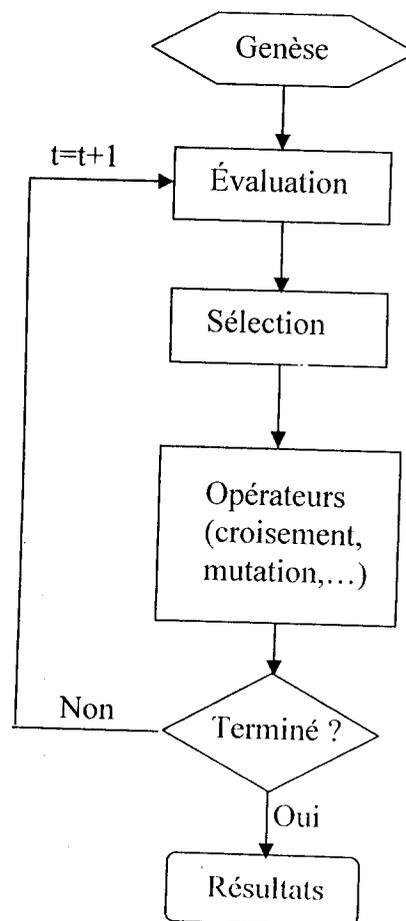


Figure IV.1 : Organigramme d'un Algorithme Génétique

Étape 1 : genèse de la population initiale et évalue chacun des individus.

Étape 2 : sélectionner les individus à utiliser pour construire la nouvelle population.

Étape 3 : Effectuer une recombinaison des individus sélectionnés à l'aide des opérateurs de croisement et de mutation.

Étape 4 : Evaluer les nouveaux individus et établir la nouvelle population.

Étape 5 : Recommencer l'étape 2 tant que la condition d'arrêt n'est pas remplie.

Un tel algorithme ne nécessite aucune connaissance du problème : on peut représenter celui-ci par une boîte noire comportant des entrées (les variables) et les sorties (les fonctions objectives) [45].

L'algorithme ne fait que manipuler les entrées, lire les sorties, manipuler à nouveau les entrées de façon à améliorer les sorties, etc.

La figure (IV.2) présente la symbolisation d'un problème d'optimisation par une boîte noire [42]:

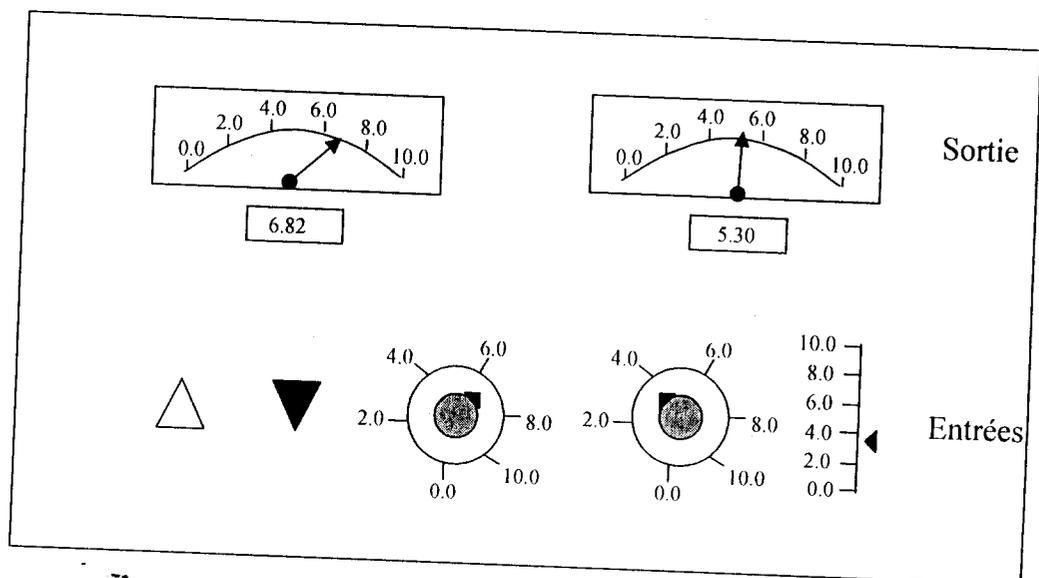


Figure IV.2 : Symbolisation d'un problème d'optimisation par une boîte noire

Les sorties (en haut) peuvent être optimisées en manipulant les entrées (en bas) jusqu'à obtenir le résultat voulu, sans aucune connaissance de l'intérieur de la boîte.

IV-2. Les Algorithmes Génétiques de Holland

IV-2-1. Description

Il s'agit d'un algorithme itératif de recherche global dont le but est d'optimiser une fonction définie par l'utilisateur ; pour atteindre cet objectif,

l'algorithme travaille sur une population de points candidats, appelés **individus**, distribués dans l'entièreté de l'espace de recherche[14].

Chaque individu est constitué d'un ensemble d'éléments appelés **gènes**, pouvant prendre plusieurs valeurs appelées **allèles** appartenant à un alphabet non nécessairement numérique. Dans l'algorithme de base, les allèles possibles sont 0 et 1, et un individu est donc une chaîne binaire [26].

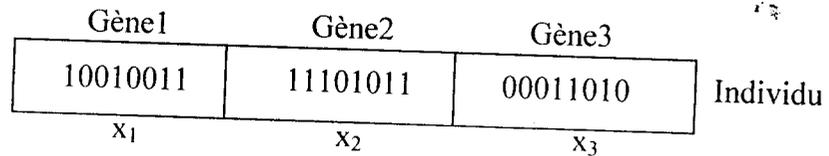
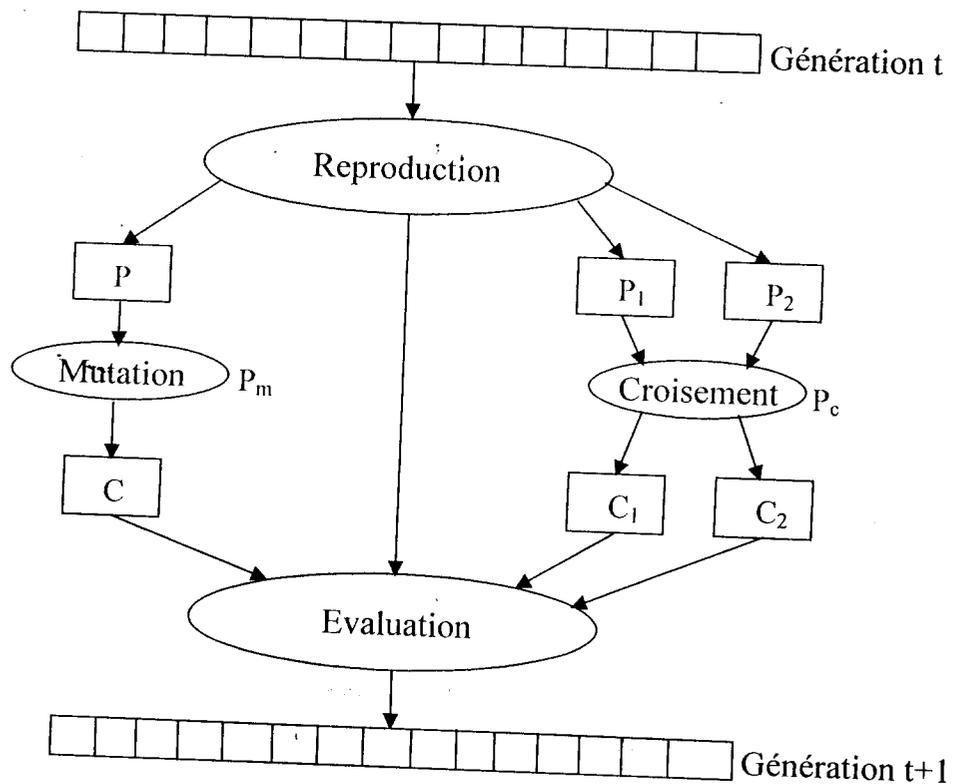


Fig.IV.3 : Illustration schématique d'un individu

A chaque itération, appelée **génération**, est créée une nouvelle population avec le même nombre d'individus. Cette génération consiste généralement en des individus mieux adaptés à l'environnement.

La figure (IV.4) présente le principe général des Algorithmes Génétiques [38]:



FigureIV.4 : Principe général des Algorithmes génétiques

La génération d'une nouvelle population à partir de la précédente s'effectue en trois étapes [15]:

- (a) Sélection
- (b) reproduction avec croisement et mutation
- (c) Evaluation

Pour passer d'une génération t à la génération $t+1$, les trois opérations suivantes sont répétées pour tous les éléments de la population t . Des couples de parents $P1$ et $P2$ sont sélectionnés aléatoirement. L'opérateur de croisement est appliqué avec une probabilité P_c et génère des couples d'enfants $C1$ et $C2$. D'autres éléments P sont sélectionnés aléatoirement. L'opérateur de mutation est appliqué avec une probabilité P_m et génère des individus mutés C .

Différents critères d'arrêt de l'algorithme peuvent être choisis [29]:

- Le nombre de générations que l'on souhaite exécuter peut être fixé a priori.
- L'algorithme peut être arrêté lorsque la population n'évolue plus.

IV-2-2. Codage et décodage des variables

Les Algorithmes génétiques requièrent une représentation sous forme d'individus des solutions potentielles du problème. Holland a imposé le codage binaire c'est-à-dire qu'un individu s'écrit sous la forme d'une chaîne de bits de l'alphabet binaire $A = \{0,1\}$ [33].

Une chaîne $x : b_1 b_2 \dots b_l$ est décodée en une valeur entière : $\sum_{i=1}^{l} b_i \cdot 2^{i-1}$ où $b_i \in \{0,1\}$.

Pour un paramètre réel x appartenant à l'intervalle $[x^{\min}, x^{\max}]$, on applique la règle représentée dans la figure (IV.5) pour passer de la valeur entière à la valeur réelle.

Si on considère les chaînes binaires de longueur l , on aura les correspondances suivantes figure (IV.5) [47]:

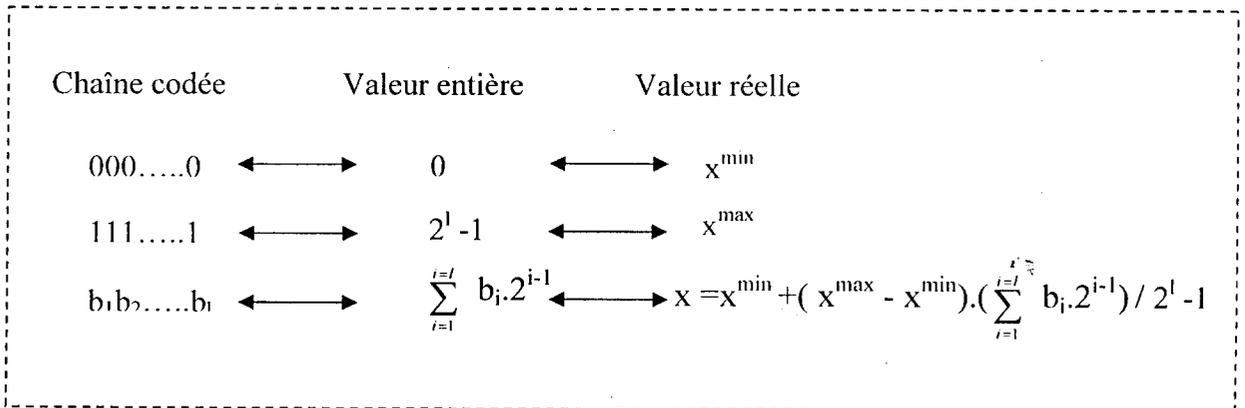


Figure IV.5 : Codage binaire des variables

Dans le cas d'un espace de n paramètres réels, chaque paramètre $(x_i)_{i=1,n}$ est codé sous la forme d'une chaîne de longueur $(l_i)_{i=1,n}$ puis celles-ci sont concaténées pour former un individu de longueur l (voir figure IV.3).

La longueur d'une chaîne est liée à la précision désirée sur les paramètres. Si $prec$ désigne le nombre significatif souhaité de chiffres après la virgule pour le paramètre x_i alors [31]:

$$2^{l_i} \geq (x_i^{\max} - x_i^{\min}) \cdot 10^{prec}$$

Le nombre de gauche représente le nombre de chaînes différentes de longueur l_i et le nombre de droite le nombre de réels compris dans $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$ qu'il faudrait pour satisfaire la précision.

Exemple

Trouver le maximum de $f(x) = x + |\sin(32 \cdot x)|$ sur l'intervalle $[0, \pi]$.

Supposons que nous désirons déterminer x avec cinq chiffres après la virgule, alors [19]:

$$2^l \geq (x^{\max} - x^{\min}) \cdot 10^{prec}$$

$x^{\min} = 0$
 $x^{\max} = \pi$
 $prec = 5$

$$2^{16} \geq \pi \cdot 10^5$$

Soit 16 bits pour coder x par une chaîne binaire.

Pour décoder la chaîne binaire (111110000010100) de longueur 16, on a :

Chaîne codée	Valeur entière	Valeur réelle
0000000000000000	0	0
1111111111111111	$2^{16} - 1 = 65536$	PI
111110000010100	64532	$x = 0 + (PI - 0) \cdot 64532 / 65536 = 3.09189 \in [0, PI]$

IV-2-3. Genèse de la population initiale

Le choix de la population initiale est important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche [13].

Si par contre, des informations a priori sur le problème sont disponibles, il paraît bien évident de générer les individus dans un sous domaine particulier afin d'accélérer la convergence.

IV-2-4. Evaluation

L'algorithme Génétique évalue la fonction d'adaptation J_i de chaque individu i de l'ancienne population [32].

IV-2-5. Sélection

L'opérateur de sélection joue un rôle capital dans le bon déroulement de l'Algorithme Génétique. En effet, il détermine les individus de la population précédente ayant le droit de participer à l'élaboration de la population suivante. La sélection ne crée aucune nouveauté, elle se contente de choisir quelles chaînes seront ou ne seront pas en mesure de contribuer à la création de la population suivante suivant une stratégie particulière [20].

On trouve dans la littérature un nombre important de principes de sélection. Dans le cadre de notre travail, j'ai utilisé les deux principes de sélection suivants :

- La sélection par roue de loterie biaisée
- La sélection à reste stochastique

IV-2-5-1. La sélection par roue de loterie biaisée

Cette technique porte ce nom car elle utilise un tirage à partir d'une roue. On divise cette roue en n parties de taille proportionnelle à l'adaptation de chacun des individus, de cette manière lors d'un tirage un élément a d'autant plus de chances d'être choisi que son adaptation est grande[23].

La roue est lancée et s'arrête sur un individu. Les meilleurs individus peuvent aussi être tirés plusieurs fois et les plus mauvais ne jamais être sélectionnés.

Cela peut être simulé par l'algorithme [44]:

1. On calcule la somme S_1 de toutes les adaptations de la population.
2. On génère un nombre τ entre 0 et S_1 .
3. On calcul ensuite une somme S_2 des adaptations en s'arrêtant dès que τ est dépassé.
4. Le dernier individu dont l'adaptation vient d'être ajoutée est sélectionné.
5. On s'arrête lorsque la condition d'arrêt est remplie sinon on passe à 2.

IV-2-5-2. La sélection à reste stochastique

La sélection précédente rencontre des problèmes lorsque la valeur d'adaptation des individus varie énormément. Si la meilleure fonction d'évaluation représente 90% de la roue alors les autres individus auront très peu de chance d'être sélectionnés et on arriverait à une stagnation de l'évolution [12]. La sélection à reste stochastique est plus compliquée que la précédente, nous allons alors utiliser un exemple pour la présenter.

Soit donc une population de 10 individus dont les mesures d'adaptation sont données ci-après :

Ind1	Ind2	Ind3	Ind4	Ind5	Ind6	Ind7	Ind8	Ind9	Ind10
0.6	0.9	0.5	0.2	0.2	0.4	0.1	0.2	0.6	0.1

Tableau IV.1 : Exemple d'une population de taille 10

A partir de ce tableau, on construit un autre de taille inférieure de la manière suivante : On calcule la moyenne des adaptations, ici 0.38, puis pour chaque individu on évalue la partie entière du rapport adaptation sur la moyenne, ce qui donne le nombre de représentants à inclure dans le tableau.

Ainsi pour l'élément 1, ce rapport vaut $0.6/0.38=1.58$ on place donc 1 représentant de cet individu dans le tableau. Pour le suivant, on a $0.9/0.38=2.36$, il aura donc deux représentants. Ceci donne un nouveau de taille 6 (tableau IV.2):

N°	1	2	3	4	5	6
Individu	Ind1	Ind2	Ind2	Ind3	Ind6	Ind9

Tableau IV.2 : Les représentants des individus sélectionnés

Ce tableau permet de sélectionner 6 chaînes pour la prochaine génération, mais il en faut encore 4. Ceux qui manquent correspondent aux mauvais individus, on veut pourtant leur donner une chance de se reproduire, c'est pourquoi on rallonge le tableau en appliquant l'algorithme qui suit :

Pour chaque chaîne, on évalue la partie fractionnaire du rapport précédemment utilisé ce qui donne un réel α_i .

Ensuite, on tire aléatoirement un nombre entre 0 et 1 et on ajoute la chaîne dans le tableau si ce nombre est inférieur à α_i .

Si ce tableau n'a pas la taille suffisante après une itération avec chaque chaîne on recommence jusqu'à ce qu'il ait la taille voulue (taille 10 dans notre cas). Le tableau ainsi étendu pourrait être :

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Individu	Ind1	Ind2	Ind2	Ind3	Ind6	Ind9	Ind1	Ind4	Ind8

Tableau IV.3 : Les individus sélectionnés par la méthode de sélection à reste stochastique

IV-2-6. Reproduction avec croisement et mutation

L'Algorithme Génétique recombine les individus sélectionnés au moyen d'opérateurs génétiques tel que la mutation et le croisement, qui d'un point de vue algorithmique, peuvent être considérés comme des mécanismes servant à changer localement les solutions représentées par les parents (mutation) ou à les combiner (croisement) [41]. Ces deux opérateurs sont appliqués avec des probabilités fixées (P_c pour le croisement, et P_m pour la mutation) [45].

IV-2-6-1. L'opérateur de croisement

Classiquement, le croisement est envisagé avec deux parents et génère deux enfants. Initialement, le croisement associé au codage par chaînes de bits est le croisement à découpage d'individus. Pour effectuer ce type de croisement sur des individus constitués de M gènes, on tire aléatoirement une position dans chacun des parents. On échange ensuite les deux sous chaînes terminales de chacun des deux parents, ce qui produit deux enfants C_1 et C_2 [17].

IV-2-8-1. Probabilité de croisement P_c

La probabilité de croisement représente la fréquence à laquelle les hybridations sont appliquées [28] :

- S'il n'y a pas de croisement, les descendants sont l'exacte copie des parents.
- S'il y a un croisement, les descendants sont composés d'une partie de chacun de leurs parents.
- Si la probabilité est de 0%, la nouvelle génération est la copie de la précédente.
- Si la probabilité est de 100%, tous les descendants sont générés par croisement.

IV-2-8-2. Probabilité de mutation P_m

La probabilité de mutation représente la fréquence à laquelle les gènes d'un individu sont mutés [49]:

- S'il n'y a pas de mutation, le descendant est inséré dans la nouvelle population sans changement.
- Si la mutation est appliquée, une partie de l'individu est changée.

a- Croisement en un point

On choisit au hasard un point de croisement, pour chaque couple (figure IV.6). Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un individu peut être coupé au milieu d'un gène [24].

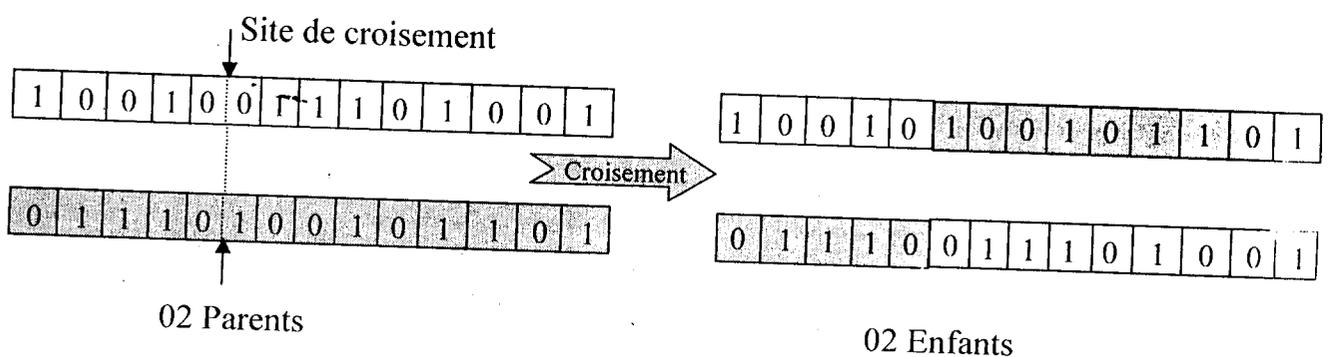


Figure IV.6 : Représentation schématique du croisement en un point

b-Croisement en deux points

On choisit au hasard deux points de croisement (figure IV.7) [16]:

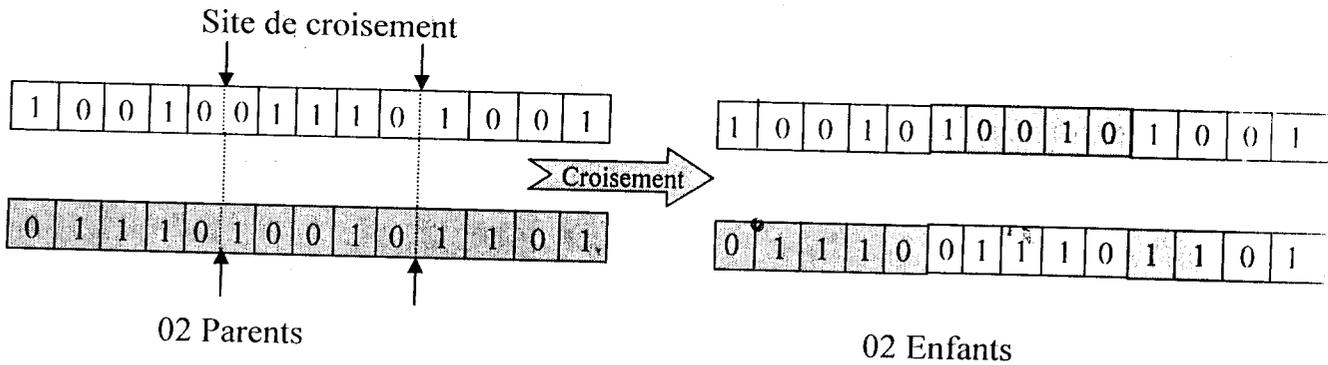


Figure IV.7 : Représentation schématique du croisement en deux points

IV-2-6-2. L'opérateur de mutation

La mutation est aussi un processus aléatoire qui se charge d'introduire des variations dans une chaîne (figure IV.8) [18]:

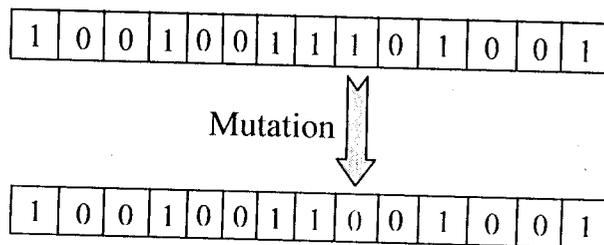


Figure IV.8 : Mutation d'un individu

IV-2-7. Intérêt de ces opérateurs

L'opérateur de croisement a pour effet de combiner des informations provenant de deux individus. Si ces individus contiennent des informations génétiques importantes sur ce qui est bon pour notre problème alors leur combinaison peut engendrer un individu encore plus performant.

L'opérateur de croisement permet l'exploration de nouvelles zones de l'espace de recherche [48].

L'opérateur de mutation permet de relancer l'exploration vers des régions qui n'ont pas pu être atteintes par le simple effet du croisement [39].

IV-2-8. Les paramètres de l'Algorithme Génétique

Il y a trois paramètres de base pour le fonctionnement d'un Algorithme Génétique : Le nombre d'individus dans la population N , les taux de mutation P_m et de croisement P_c . Trouver de bonnes valeurs à ces paramètres est un problème parfois délicat. La valeur de n dépend fort du problème, tandis que des valeurs de bonne pratique pour le P_m (0.005) et P_c (0.7) sont souvent utilisées [25].

IV-3. Ce qui rend les Algorithmes Génétiques différents des méthodes classiques

Les Algorithmes Génétiques diffèrent fondamentalement des autres méthodes dans la recherche de l'optimum [35]:

- Ils utilisent un codage des paramètres de la fonction à optimiser et non les paramètres eux-mêmes.
- Ils agissent sur un ensemble de points et non sur un point unique.
- Ils n'utilisent que les valeurs de la fonction à optimiser, pas sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire.
- Ils utilisent des règles de transitions probabilistes non déterministes.

IV-4. Un Algorithme Génétique simple

Appliquons étape par étape notre Algorithme Génétique de base à un problème d'optimisation. Considérons l'objectif de maximiser la fonction $f(x) = x^2$, où x peut varier entre 0 et 31. Pour utiliser un Algorithme Génétique, nous devons d'abord coder la variable de décision de notre problème en une chaîne de longueur finie.

Pour ce problème, nous coderons simplement la variable x en un entier naturel de base 2 à 5 chiffres.

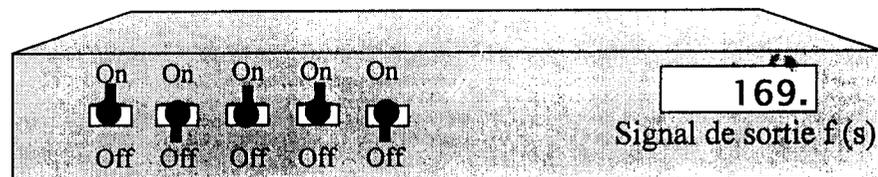
En arithmétique de base 2, nous n'utilisons bien entendu que deux chiffres (0 et 1) et le nombre 10011 se décode en le nombre de base 10 :

$$1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 19$$

Avec un entier naturel de 5 chiffres binaires, on peut coder les nombres entre 0 (00000) et 31 (11111). Avec une fonction à optimiser et un codage bien définis,

nous allons maintenant simuler une génération d'un Algorithme Génétique avec reproduction, croisement et mutation.

Pour commencer, il faut choisir aléatoirement une population initiale. Pour cela, on considère le problème de la « boîte noire » avec interrupteurs, illustré figure IV.9 :



FigureIV.9 : Un problème d'optimisation de boîte noire avec cinq interrupteurs

Il s'agit d'un objet de type « boîte noire » avec une série de cinq interrupteurs en entrée. Pour chaque réglage des interrupteurs d'entrée, il y a un signal de sortie f , mathématiquement $f = f(s)$, où s est un réglage particulier des cinq interrupteurs. Nous codons d'abord les interrupteurs en une chaîne de longueur finie. Un code simple peut être produit en considérant une chaîne de cinq 1 ou 0, dans laquelle chacun des cinq interrupteurs est représenté par 1 s'il est fermé et un 0 s'il est ouvert.

Avec ce codage, la chaîne 11110 représente le réglage pour lequel les quatre premiers interrupteurs sont fermés et le cinquième ouvert.

L'Algorithme Génétique commence avec une population de chaînes et génère par la suite des populations de chaînes successives. Par exemple, pour notre problème, un départ aléatoire utilisant cinq tirages à pile ou face (face=1, pile=0) pourrait générer la population initiale de taille $n=4$:

01101

11000

01000

10011

L'opérateur de reproduction peut être mis en œuvre sous la forme algorithmique de différentes façons. La plus facile est peut être de créer une roue de loterie

biaisée pour laquelle chaque chaîne de la population présente occupe une section de la roue proportionnelle à son adaptation. Supposons que la population de quatre chaînes du problème de boîte noire ait les valeurs de la fonction d'adaptation f indiquées dans le tableau IV.1 (pour l'instant, nous acceptons ces valeurs comme si elles étaient données par la boîte noire. Nous examinerons plus tard la fonction f avec la même population initiale) :

N°	Chaîne	Adaptation	% du total
1	01101	169	14,4
2	11000	576	49,2
3	01000	64	5,5
4	10011	361	30,9
Total		1170	100

Tableau IV.1 : les chaînes de la population et leur valeurs d'adaptation

En additionnant les valeurs d'adaptation des quatre chaînes, on obtient un total de 1170. Les pourcentages par rapport à ce total sont aussi indiqués dans le tableau IV.1.

La roue de loterie biaisée correspondante est représentée dans la figure IV.10 :

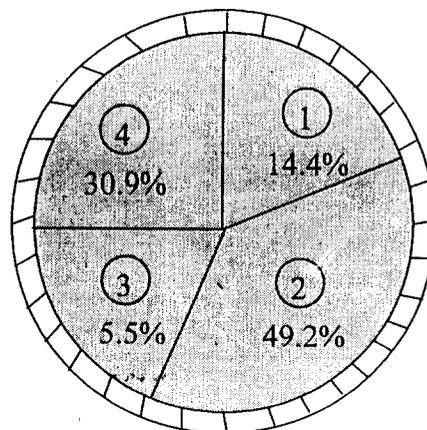


Figure IV.10 : La reproduction simple

Pour réaliser la reproduction, il suffit de faire tourner la roue de loterie ainsi définie quatre fois. Pour notre exemple, la chaîne 1 a une valeur d'adaptation de 169, ce qui représente 14.4 pour cent du total. Il en résulte que la chaîne 1 occupe 14.4 pour cent de la roue de loterie, et chaque tirage a une probabilité 0.144 de donner la chaîne 1.

Chaque fois que nous avons besoin d'un autre descendant, un simple tirage de la roue de loterie propose un candidat. De cette façon, les chaînes bien adaptées ont un plus grand nombre de descendants dans les générations suivantes. Une fois qu'une chaîne a été sélectionnée pour la reproduction, elle est alors ajoutée dans le groupe qui constitue l'ébauche de la nouvelle génération, qui est ensuite soumise à d'autres opérateurs génétiques.

Après la reproduction, un croisement simple peut avoir lieu en deux étapes. Premièrement, les éléments nouvellement produits par la reproduction sont appariés. Deuxièmement, chaque paire de chaînes subit un croisement comme suit : Un entier k représentant une position sur la chaîne est choisie aléatoirement entre 1 et la longueur de la chaîne moins 1 $[1, l-1]$.

Deux nouvelles chaînes sont créées en échangeant tous les caractères compris entre les positions $k+1$ et l incluses [40].

La mutation est la modification aléatoire de la valeur d'un caractère de la chaîne. Revenons au problème de maximiser la fonction f , en utilisant la population initiale créée pour le problème de la boîte noire. En regardant cette population, nous observons que les valeurs décodées de x sont données avec les valeurs $f(x)$ de la fonction à optimiser. Pour s'assurer que nous savons comment calculer les valeurs $f(x)$ à partir de la représentation sous forme de chaîne, jetons un œil à la troisième chaîne de la population initiale (01000). En décodant cette chaîne, on peut remarquer qu'il n'y a qu'un seul 1 à la position $2^3 = 8$. Nous observons ainsi $x = 8$ pour la chaîne 01000.

Pour calculer la valeur de la fonction à optimiser, il suffit de prendre le carré de x , ce qui donne $f(x) = 64$.

On peut obtenir d'autres valeurs de x et de $f(x)$ de la même manière (voir tableau IV.2) :

N°	Pop.init	x	F(x)=x ²
1	01101	13	169
2	11000	24	576
3	01000	8	64
4	10011	19	361
Somme			1170
Moy.			239
Max.			574

Tableau IV.2 : Evaluation en fonction de l'objectif du problème

La somme des adaptations est donc 1170, le tableau suivant donne les probabilités de reproduction proportionnelle accompagnées du nombre de chaînes reproduites par roue de loterie de la figure IV.10 (voir tableau IV.3) :

Pop.init.	F(x)	p.select.f _i /∑f _j	reproduction
01101	169	0.144	1
11000	576	0.492	2
01000	8	0.055	0
10011	19	0.309	1

Tableau IV.3 : Probabilité de sélection

Le tableau IV.4 montre les chaînes de la population initiale, celles reproduites, les chaînes résultantes du croisement, puis celles après mutation :

Pop.init	Après reproduction	Lieu de croisement	Croisement	mutation
01101	01101	4	01100	01100
11000	11000	4	11001	11001
01000	11000	2	11011	11011
10011	10011	2	10000	10100

Tableau IV.4 : Création de la nouvelle population

Après reproduction, croisement et mutation, la nouvelle population étant créée, il suffit alors de l'évaluer pour constater l'amélioration des adaptations des individus (tableau IV.5) :

Nouv.pop	x	F(x)=x ²
01100	12	144
11001	25	625
11011	27	729
10100	20	400
Somme		1898
Moy		474.5
max		729

Tableau IV.5 : Evaluation de la nouvelle population

Dans le tableau, on note qu'à la fois les performances maximales et moyennes sont améliorées dans la nouvelle population. L'adaptation moyenne de la population est passée de 239 à 474.5.

L'adaptation maximale a augmenté de 576 à 729. Bien que le processus aléatoire aide à créer des phénomènes heureux, il apparaît que cette amélioration n'est pas qu'une simple coïncidence. La meilleure chaîne de la première génération (11000) est copiée deux fois à cause de sa performance élevée.

IV-5. Vers un Algorithme Génétique d'optimisation performant

Les Algorithmes Génétiques à codage binaire sont moins efficaces dans le cas où ils seraient appliqués à des problèmes multidimensionnels, à grande précision ; dans ce type de codage les variables dans l'individu sont en binaire ce qui nécessite à chaque fois de décoder ces chaînes pour calculer leurs valeurs en réels, et ce pour chaque individu et à chaque itération [37]. Mais dans les Algorithmes Génétiques à codage réel, les variables apparaissent directement dans l'individu en réel et sont modifiées par des opérateurs génétiques spéciaux [50].

Pratiquement, tout se passe comme dans l'algorithme de base si ce n'est que les individus forment une chaîne de nombre réels ; les mécanismes d'évaluation et de sélection restent les mêmes, seule change la définition des opérateurs de mutation et de croisement [46].

IV-5-1. Croisement discret

Ce type de croisement appliqué avec une probabilité P_c , forme l'enfant en prenant aléatoirement le gène de l'un ou l'autre parent : ainsi $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ et $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6)$ donneront par exemple $(x_1, x_2, x_3, y_4, y_5, y_6)$ et $(y_1, y_2, y_3, x_4, x_5, x_6)$ comme enfants. Nous appellerons ce type de croisement « croisement discret » par analogie avec le croisement uniforme des Algorithmes Génétiques codés [30].

IV-5-2. Mutation uniforme

L'opérateur de mutation est légèrement différent de celui vu dans l'Algorithme Génétique de base. L'information perturbée n'est plus un bit mais une variable de notre problème [43].

La mutation uniforme sélectionne un gène k dans la chaîne : $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots, x_n)$ et génère la nouvelle chaîne : $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k', \dots, x_n)$ où x_k' est une valeur aléatoire prise dans l'intervalle $[x_k^{\min}, x_k^{\max}]$.

IV-6. Application des AG sur le problème d'optimisation

Application des AG sur le problème d'optimisation (III.14) avec une population initiale de 100 individus :


```

100111011111001000111101001101
101111010011001000101101001101
100101010111001010101101001100
110100011011101101101101001111
100100010111001000101101000101
101110011011011010110101011101
101101011010001010100101101100
111101010001001110101101001101
100100010011101011111101011111
100101010111011011101111011111
111111010111001011111101101101
110101011011011010101101111101
100111010001011000101101001111
100110010011101000101101001100
100100010111001111101101010100
000111011111001010111101001101
010101010011000000101001001100
001101010101001100110111001101
110101000001101011111101001111
000000010101001010101101010001
000100001100001000110001011101
000011011010101010100101001101
111111110111001010000000011000
000000001101101001001001111001
100100000011000000101101000101
001110011010110010000101011101
010001001010000011100101101111
101100010011001000111100101001
100001010010101011011101110011
010101010111010110101000011111
101101000111001000101101001101
100101010001101010001101001100
110100011011101101101101000011
100100110111001000101101000101
101110001001011010110101011101
101101011010101010101101111100
111101010001001110100101001000
100100010010101010101101011111
111101000110011011101111011111
101011110001011011111101101101
101110011011011110110101010001
101101011010001010100101000000
111101010001001110101101000101
100100010011101011010101011111
11010101010101011001101111011111
101011000101001011111101101101
110101011001001000101101111101
100111010001010000101101001111
100100010111101010101101001100
100000010011001111001101110100

```

Les paramètres de l'AG

$N=100$

$P_{cross}=0.60$

$P_{mutation}=1/120$

IV-6-1. Méthode 1

C'est une méthode à croisement simple (croisement en un point) et mutation simple avec la sélection par la méthode de sélection par roue de loterie biaisée.

Application de cette méthode sur le problème (III.14), les résultats obtenus dans une simulation après 100 générations sont :

Paramètre	Valeur numérique
K_p	275.6364
T_i	0.0819
T_d	0.0350

Tableau IV.6 : Les paramètres du régulateur PID obtenus par la méthode 1

IV-6-1-1. Simulation

a. Schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur

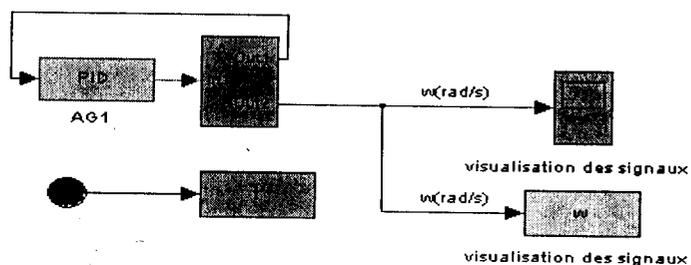


Figure IV.11 : schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur PID

Après un temps de simulation de 3 secondes, l'allure de la vitesse de rotation du moteur à courant continu est donnée à la figure (IV.12) :

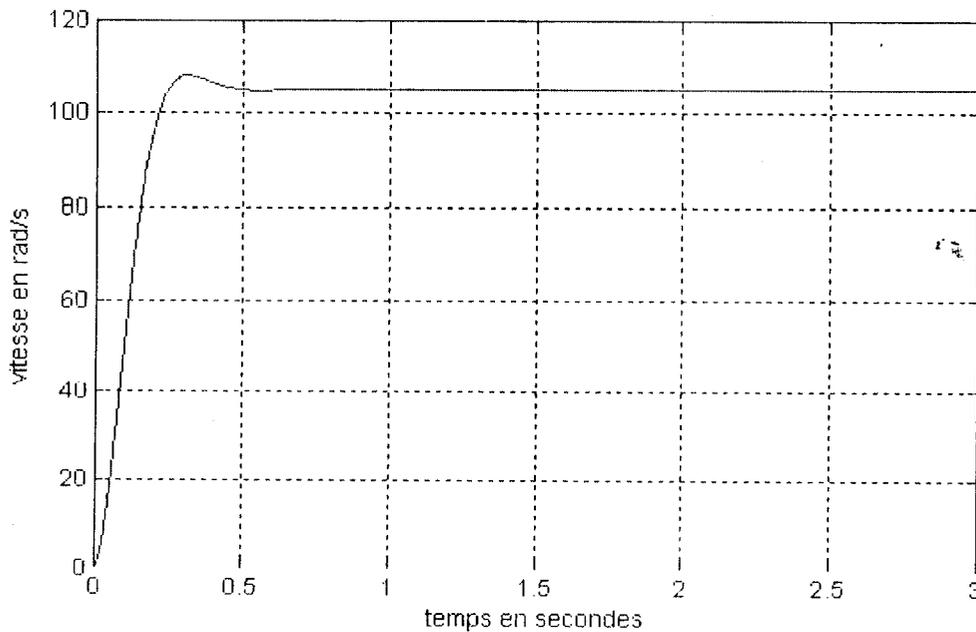


Figure IV.12 : Allure de la vitesse du moteur à courant continu

D'après la courbe de la figure (IV.12), on peut tirer :

Performances du système	Valeur numérique
Temps de réponse	0.47s
dépassement	2.711 %
Erreur statique	0.02 v

Tableau IV.7 : les performances du moteur à courant continu

IV-6-2. Méthode 2

C'est une méthode à croisement en deux points, mutation simple avec la sélection par la méthode de roue de loterie biaisée.

Application de cette méthode sur le problème (III.14), les résultats obtenus dans une simulation après 100 générations sont :

Paramètre	Valeur numérique
K_p	274
T_i	0.0829
T_d	0.0333

Tableau IV.8 : Les paramètres du régulateur PID obtenus par la méthode 2

IV-6-2-1. Simulation

a. Schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur

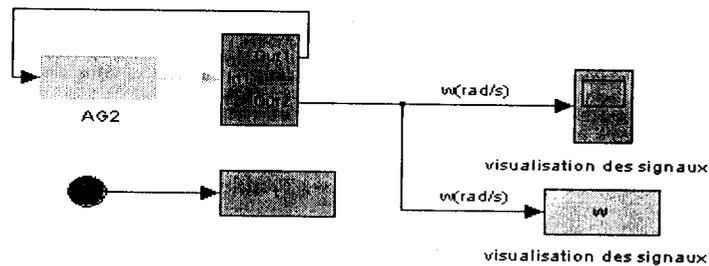


Figure IV.13 : schéma bloc du moteur à courant continu avec régulateur PID

Après un temps de simulation de 3 secondes, l'allure de la vitesse de rotation du moteur à courant continu en rad/s est donnée à la figure (IV.14) :

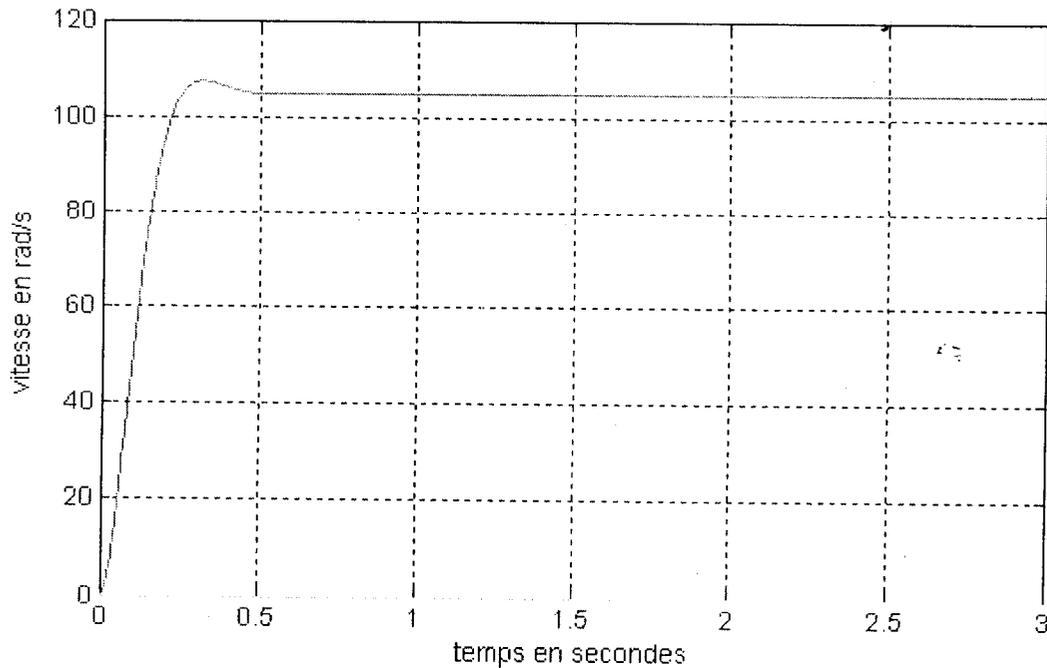


Figure IV.14 : Allure de la vitesse du moteur à courant continu

D'après la courbe de la figure (IV.14), on peut tirer :

Performances du système	Valeur numérique
Temps de réponse	0.47s
dépassement	2.285 %
Erreur statique	0.00716 v

Tableau IV.9 : les performances du moteur à courant continu

IV-6-3. Méthode 3

C'est une méthode à croisement simple (croisement en un point) et mutation simple avec la sélection par la méthode de sélection à reste stochastique.

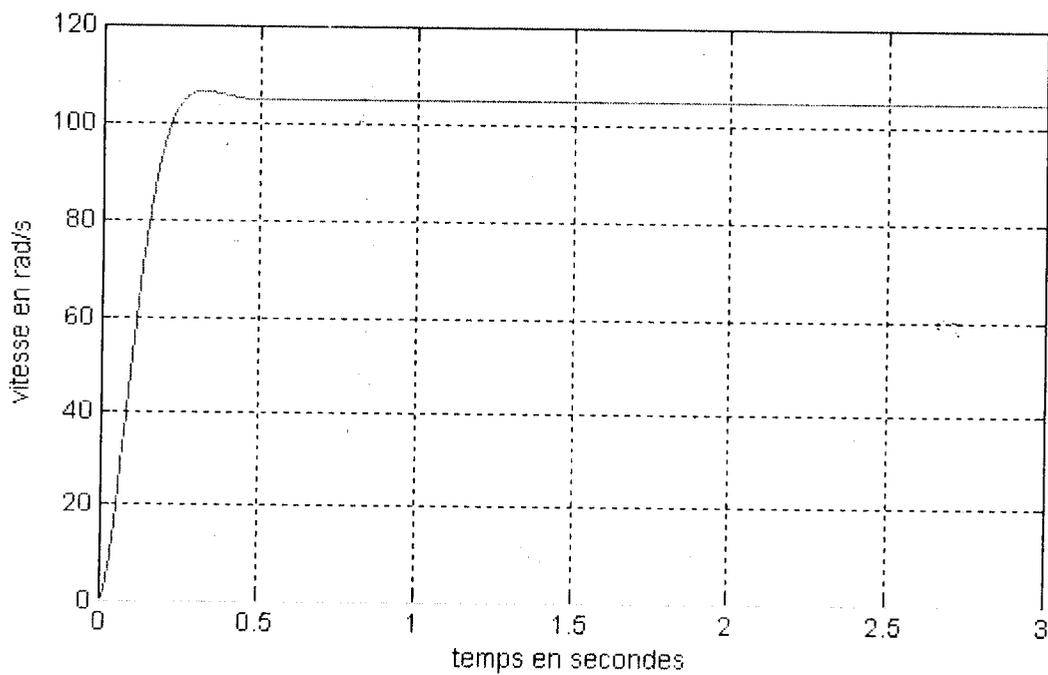


Fig.IV.16 : Allure de la vitesse du moteur à courant continu

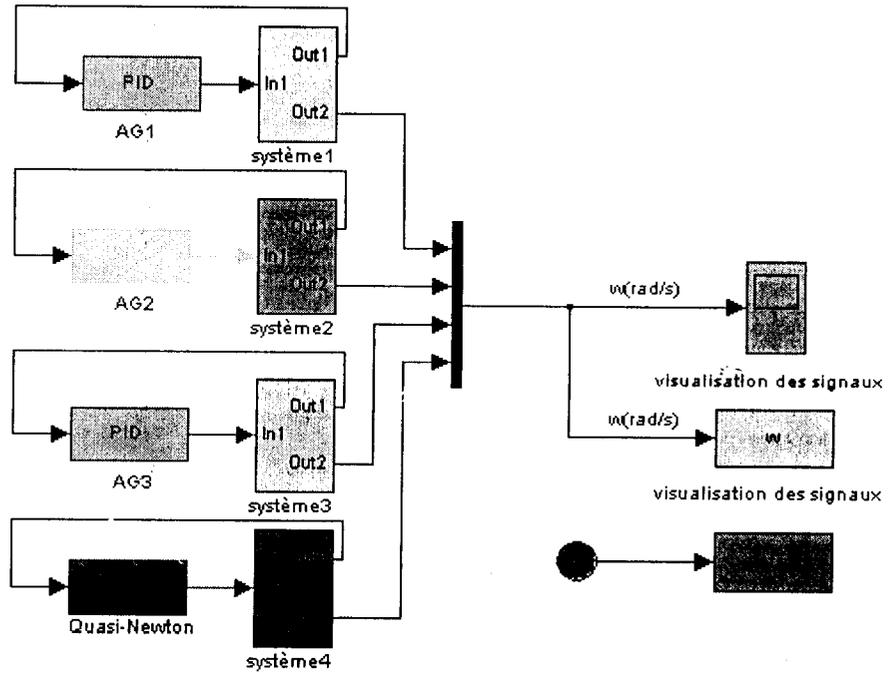
D'après la courbe de la figure (IV.16), on peut tirer :

Performances du système	Valeur numérique
Temps de réponse	0.46s
dépassement	1.471 %
Erreur statique	0.007085 v

Tableau IV.11 : les performances du moteur à courant continu

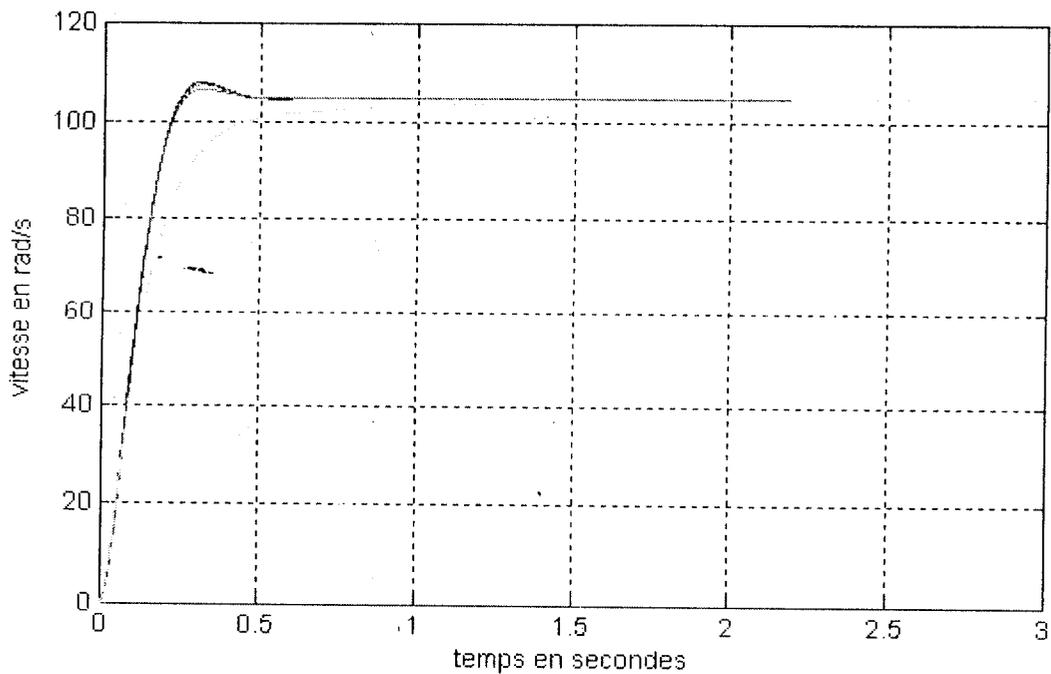
IV-7. Comparaison entre les AG et la méthode de Quasi-Newton

En comparant entre les trois méthodes des AG avec la méthode de Quasi-Newton :



FigureIV.17 : comparaison entre les méthodes des AG et la méthode de Quasi-Newton

Après un temps de simulation de 3 secondes, les allures de vitesse de rotation du moteur à courant continu sont données à la figure (IV.18) :



FigureIV.18 : comparaison entre les réponses de chaque système

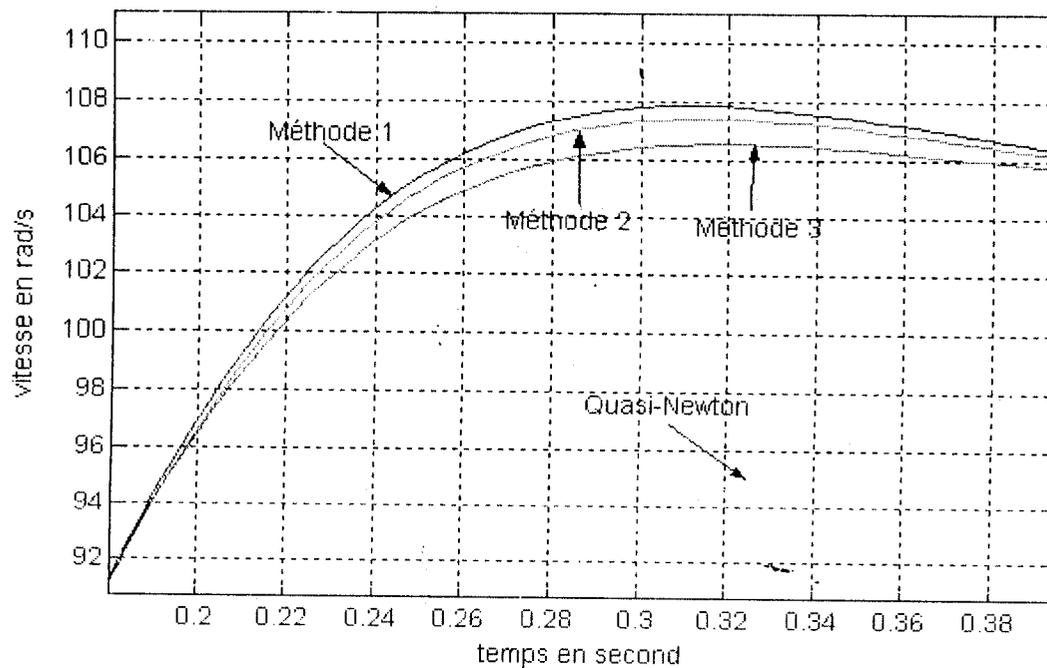


Figure IV.19 : le zoom des réponses de chaque système

IV-8. Conclusion

Les Algorithmes Génétiques fournissent des solutions proches de la solution optimale à l'aide des mécanismes de sélection, d'hybridation et de mutation. Ils représentent une alternative intéressante aux techniques classiques pour la résolution des problèmes d'optimisation. Leur robustesse a été démontrée formellement par J. Holland et leur indépendance vis-à-vis du système à optimiser facilite leur application sur un large éventail de problèmes.

Par rapport aux méthodes classiques, les Algorithmes Génétiques offrent un bon compromis entre l'exploration et l'exploitation.

Conclusion générale

Conclusion générale

Nous avons choisis le moteur à courant continu en raison de leur stabilité et la simplicité de son modèle mathématique équivalent.

L'application des Algorithmes Génétiques et la méthode de Quasi-Newton pour optimiser les paramètres du régulateur PID pour améliorer les indices de qualité du moteur à courant continu a permis de mettre les différences fondamentales entre ces dernières, et la diversité offerte par les Algorithmes Génétiques à les utilisés dans des domaines plus compliqués (optimisation des fonctions numériques difficiles, contrôle de système industriels,...) sans aucune connaissance à priori sur le problème.

L'utilisation des Algorithmes Génétiques, prouve que ces méthodes capables de localiser l'optimum global et fournissent des solutions proche de la solution optimale grâce aux opérateurs de transition d'une population de candidats à l'autre (sélection, croisements, mutations).

Par rapport aux méthodes classiques (déterministes), les Algorithmes Génétiques offrent un bon compromis entre l'exploration de l'espace de recherche, et l'exploitation des solutions potentielles disposées à un moment donné.

Les résultats obtenus lors de la simulation du système (régulateur PID, moteur à courant continu) montre d'une manière claire que par les Algorithmes Génétiques ont est arrivé à améliorer les performances du moteur à courant continu bien que ces derniers utilisent des règles de transition probabilistes.

Il sera toujours possible d'améliorer l'application par la réalisation des algorithmes hybrides mêlant différentes méthodes (par exemple les Algorithmes Génétiques et la méthode de Quasi-Newton).

Bibliographie

- [1] : M. Meerov, Y. Mikhaïlov, V. Friedman. «Principes de la commande automatique ». Traduction française, édition MIR 1983
- [2] : J. Nougier. «Méthodes de calcul numérique». Edition MASSON 1991
- [3] : Chtcherbat. « Analyse numérique ». OPU 1992
- [4] : T.Hans, P.Guyenot. « Régulation et asservissement ». Edition EYROLLES 1992
- [5] : L. Saludjian. « Optimisation en électrotechnique par Algorithme Génétique ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 27 Juin 1992
- [6] : T.Hans, P.Guyenot, J. Fillippini. « Asservissement numérique ». Edition EYROLLES 1993.
- [7] : M. Boumahrat, A. Gourdin. « Méthodes numériques appliquées ». OPU 1993
- [8] : P. Borne, G. D. Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis. «Analyse et régulation des processus industriels »Tomel : Régulation continue. Edition TECHNIP, Paris 1993
- [9] : P. Borne, G. D. Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis. «Analyse et régulation des processus industriels »Tome2 : Régulation numérique. Edition TECHNIP, Paris 1993
- [10]: D. E. Goldberg . « Algorithmes Génétiques » : Exploration, Optimisation et apprentissage automatique. ADDISON NESLEY, 1994
- [11] : M. Djeddi, T. Bahi, L. Harous. « Systèmes asservis linéaires ». OPU 1994
- [12] : D. Huet . « Application des Algorithmes Génétiques aux problèmes SAT et CSP ». Mémoire de DEA, IFP, 01 Juillet 1994
- [13] : N. Alach. « Construction de trajectoires d'évitement optimales par Algorithme Génétique ». Mémoire de DEA école nationale de l'aviation civile de Toulouse, 01 Juillet 1994
- [14] : J. M. Renders. « Algorithmes Génétiques et réseaux de neurones ». Edition HERMES 1995
- [15] : T. Aubzac . « Optimisation du système de tri des bagages dans un aéroport »

Mémoire de DEA école nationale de l'aviation civile de Toulouse, Juin 1995

[16] : D. Delahaye. « Optimisation de la sectorisation de l'espace aérien par Algorithmes Génétiques » Thèse de DEA, ENSAE France, 01 Juillet 1995

[17] : Y. Lefablec. « Optimisation par Algorithmes Génétiques parallèle et multi-objectifs ». Mémoire de DEA, IFP, 01 Juillet 1995

[18] : C. Bomtemps. « Principes mathématiques et utilisation des Algorithmes Génétiques ». [@w3.toulouse.inra.fr/centre/esr/cv/bontemps/wp/algogen.html](http://w3.toulouse.inra.fr/centre/esr/cv/bontemps/wp/algogen.html). novembre 1995

[19] : H. Mahdi, A. Amar. « Un environnement de développement destiné aux Algorithmes Génétiques ». 31 janvier 1997

[20] : N. Barnier. « Optimisation par hybridation d'un Algorithme Génétique avec la programmation par contraintes ». Mémoire de DEA, IFP France, septembre 1997

[21] : H. Bühler. « Réglage de système d'électronique de puissance -Volume1- ».

Presses polytechniques et universitaires romandes 1997

[22] : R. Abdessamed, M. « Kadjoudi. Modélisation des machines électriques ». Presses de l'université de Batna 1997

[23] : V. Magnin, I. Cayrefoureq, B. Bellini. « Conception et optimisation de dispositifs microtechniques à l'aide d'un Algorithme Génétique ». 5^{ème} journée nationale du réseau doctoral en microtechniques, Toulouse 27 Mars 1998

[24] : P. Collet. « Algorithmes évolutionnaires pour la mécanique et l'ingénieries avancée ». [@minimum.inra.fr/fractales/action-incitative/evo-lab.html](http://minimum.inra.fr/fractales/action-incitative/evo-lab.html). Juillet 1999

[25] : V. Magnin. « Convergence de l'Algorithme Génétique ». cour de l'Ecole Polytechnique de Lille, 28 novembre 1999

[26] : V. Magnin. « Algorithme Génétique ». cour de l'Ecole polytechnique de Lille, 13 décembre 1999

[27] : M. Zemat . « Commande classique ». OPU 2000

[28] : A. Cababaye. « Outil génétique d'optimisation par Algorithme Génétique et simplexe ». Toulouse 23-25 mars 2000

[29] : V. Magnin. « Optimisation par Algorithme Génétique d'un commutateur optique ». cour de l'Ecole polytechnique de Lille, 28 mai 2000

[30] : B. Dengiz, F. Altiparmak, A. Smith. «Local search Genetic Algorithm for optimization of highly reliable communications networks»

Departement of industrial engineering university of Pihsburgh, 2001

[31]: P. J. Fleming, R. C. Purshouse. «Genetic Algorithm in control systems engineering ». Departement of automatique control and systems engineering research, report 789. May 2001

[32]: T. Vallée, M. Yildizaghi. « Présentation des Algorithmes Génétiques et de leurs applications en économies ». Université de Nantes, Septembre 2001

[33] : B. Sid Ahmed, K. Slimane. «Optimisation d'un système d'inférence floue par ales Algorithmes Génétiques »(Application en robotique mobile) ». Thèse d'ingénieur. l'USTO, 24 septembre 2001

[34] : Y. Laatra. « Identification des paramètres et des conditions initiales d'un modèle dynamique non linéaire par utilisation des B-splines et des Algorithmes Génétiques »

Thèse de magister. Université de Mentouri Abdelkader Constantine, 03 décembre 2001

[35] : L. Kheireddine. « Une solution par les Algorithmes Génétiques multi-objectifs de la conception floue d'interactions dans les systèmes multi-variables » Thèse de magister. Université de Mentouri Abdelkader Constantine, le 04 décembre 2001

[36] : B. Djillali. « Etude de l'efficacité des Algorithmes Génétiques à partitionnement adaptatif en optimisation ». Thèse de magister. Université de Mentouri Abdelkader Constantine, 2002

[37] : A. J. Chipperfield, P. J. Fleming. «The MATLAB Genetic Algorithm toolbox ».

Departement of automatic control ans systems engineering , university of Scheffield 2002

- [38]: G. Gauffet, M. Caldora, J. L. Coulomb, J. P. Bougirand, P. H. Lethiec. « Application des Algorithmes Génétiques pour la localisation et identification d'un dipôle magnétique ». Laboratoire d'électrotechnique de Grenoble, 2002
- [39] : S. Maouche, B. K. Bounsaythip, G. Roussel. « Optimisation du placement des formes irrégulières ». mémoire de DEA. Université des sciences et technologies de Lille, 2002
- [40] : Y. Coueque, J. Ohler, S. Tollari. « Algorithme Génétique pour résoudre le problème du commis voyageur ». @sis.univ-tln.fr/~tollari/ter/algogen1/node1.html 2002
- [41] : F. Marchal. Modélisation et optimisation des systèmes énergétiques industriels
Thèse de DEA, IFP, 29 avril 2002
- [42] : V. Magnin. « Algorithmes évolutionnaires et Algorithmes Génétiques ». cour de l'Ecole polytechnique de Lille. Le 16 mai 2002
- [43] : V. Magnin. « Modélisation et optimisation ». cour de l'Ecole polytechnique de Lille. Le 21 mai 2002
- [44] : V. Magnin. « Optimisation d'un dispositif ». cour de l'Ecole polytechnique de Lille. 27 mai 2002
- [45] : J.M. Alliot « Techniques d'optimisation stochastique appliquées à certains problèmes du trafic aérien ». www.renard.enac.fr/opti/papers/thesis/HABIT/main002.html. Septembre 2002
- [46] : O. Ouafa. « Sur quelques méthodes d'optimisation hybrides basées sur les Algorithmes Génétiques pour l'apprentissage des réseaux de neurones ». Thèse de magister, Université de Mentouri Abdelkader Constantine, le 08 novembre 2002
- [47] : A. J. Chipperfield, P. J. Fleming, C. M. Fonseca. «Genetic Algorithm tools for control systems engineering». Departement of automatic control and systems engineering. Universiy of Sheffield, 2002
- [48]: K. Ali, S. Badreddine. « Les Algorithmes Génétiques ». Institut de génie mécanique, département productrice, USTHB 2003

[49] : T. Sabrina. « Les Algorithmes Génétiques ». 23 mai 2003 @.univ-tln.fr/~tollari/ter/algogen1/node5.html .

[50] : N. Bartoli, P. Delmoral. « Simulation et algorithme stochastique ». cour de troisième cycle de l'université Paul Sabatier, toulouse III. 2003

Résumé :

Dans ce travail, nous décrivons une possibilité offerte par les Algorithmes Génétiques dans le domaine de la commande des machines électriques.

Après avoir analysé les différentes méthodes d'optimisation, nous mettons en évidence leurs points faibles et leurs points forts. Les conclusions issues, nous ont guidé pour développer un algorithme d'optimisation performant c'est-à-dire à la fois capable de localiser l'optimum global et peu coûteux en nombre d'évaluations de la fonction à optimiser.

Le vocabulaire utilisé est directement calqué sur celui de la théorie de la génétique. Nous parlerons donc d'individus, de population, de gènes, de parents, de descendants...

Les Algorithmes Génétiques consistent à faire évoluer une population de dispositifs à l'aide des différents opérateurs : Sélection, Croisement, Mutation.

Les algorithmes d'optimisation mis au point ont été validés par l'optimisation des paramètres d'un régulateur PID pour l'amélioration des performances d'un moteur à courant continu.

Mots clés : les Algorithmes Génétiques, Quasi-Newton, moteur à courant continu, PID

ملخص:

في هذا التقرير، نقترح عليكم إحدى الوسائل المقدمة من طرف الخوارزميات الوراثية في مجال التحكم في الآلات الكهربائية.

بعد عرض مختلف الطرق القديمة و إبراز نقاط القوة و الضعف لها، النتائج المستخلصة من ذلك سمحت بتطوير طرق جديدة قادرة على حصر والبحث عن الحل المراد وبتكلفة أقل.

المصطلحات المستعملة مأخوذة من نظرية الوراثة حيث نتكلم عن التصلب، الطفرة، الجيل، الأباء و الأولاد.... الخوارزميات الوراثية هي عبارة عن طرق تعتمد على تطبيق ثلاث عمليات متتالية: الاختيار، الطفرة و التصلب على أفراد الجيل الأول للوصول إلى الحل المرغوب فيه.

الطرق المقترحة استعملت للبحث على المعاملات (K_p, T_i, T_d) لمعدل PID لتحسين ميزات محرك كهربائي يعمل بالتيار المستمر.

الكلمات المفتاحية : الخوارزميات الوراثية، طريقة Quasi-Newton ، المحرك الكهربائي الذي يعمل بالتيار المستمر، PID

Abstract :

In this work, we describe the possibility offered by the Genetic Algorithms in the field of the command of the electric machines.

After having analyzed the various methods of optimization, we highlight their strong points and their weak points. The conclusions resulting, guided us to develop an algorithm of optimization powerful i.e. at the same time able to locate the total optimum and inexpensive in a number of evaluations of the function to be optimized.

The vocabulary used is directly taken on that of the theory of the genetics. We will thus speak about individuals, population, genes, parents, childs...

The Genetic Algorithms consist in making evolve a population of devices using different operators: Selection, crossover and mutation.

The algorithms of optimization developed at the point were validated on optimization of the parameters of a regulator PID for the improvement of the performances of a DC machines.

Key words: Genetic Algorithm, Quasi-Newton, DC machines, PID