



UNIVERSITÉ HASSIBA BENBOUALI DE CHLEF
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

Techniques Radars

DESTINÉ AUX ÉTUDIANTS DE
MASTER 2
FILIÈRE TÉLÉCOMMUNICATIONS

SPÉCIALITÉ : SYSTÈMES DES TÉLÉCOMMUNICATIONS

MR. BOUMEDIENE GUENAD
MAÎTRE DE CONFÉRENCES A
EMAIL: B.GUENAD@UNIV-CHLEF.DZ

November 1, 2024

PRÉFACE

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude envers tous mes collègues du département d'électronique de l'Université de Chlef pour leur soutien et leurs contributions.

Ce polycopié accompagne le cours de Techniques radar destiné aux étudiants de deuxième année de Master en Télécommunication, spécialité Systèmes de Télécommunications, au sein de la faculté de Technologie de l'Université de Chlef. Responsable de ce cours depuis 2016, j'ai conçu ce support pour offrir aux étudiants des bases solides et des connaissances actualisées afin qu'ils acquièrent une compréhension approfondie des systèmes radar.

Avertissement : ce polycopié se compose essentiellement de notes de cours, sans prétention d'exhaustivité ou d'originalité. Il s'inspire largement des ouvrages cités en bibliographie.

Ce document ne retranscrit pas intégralement le contenu du cours. Certains aspects abordés en classe peuvent ne pas y figurer, et, inversement, ce polycopié peut contenir des informations supplémentaires qui ne seront que brièvement abordées en cours.

Des ressources complémentaires sont également mises à disposition des étudiants pour approfondir leurs connaissances dans le domaine des systèmes radar.

TABLE DES MATIÈRES

Préface	2
Table des matières	3
Tableaux des figures	7
Liste des tableaux	9
1 Chapitre 1: Rappel sur les processus aléatoires	10
1 Processus Aléatoires à Temps Continu	11
1.1 Définition Formelle	11
1.2 Exemple: Bruit Blanc à Temps Continu	11
2 Processus Aléatoires à Temps Discret	11
2.1 Définition Formelle	11
2.2 Exemple: Chaîne de Markov	12
2.3 Exemple: Bruit Blanc à Temps Discret	12
2.4 Applications en Télécommunications	12
3 Mesures statistiques	13
3.1 Statistiques d'ordre 1	13
3.2 Statistiques d'ordre 2	14
4 Stationnarité au sens large	16
4.1 Types de Processus Aléatoires	16
4.2 Définition	17
4.3 Processus Gaussiens	18
4.4 Processus Gaussien en Télécommunications	19
5 La densité spectrale de puissance (DSP)	21
5.1 Définition	21
5.2 Interprétation	21
5.3 Types de DSP	22
5.4 Applications	22
5.5 Exemple Pratique	22
5.6 Analyse du Processus Stochastique $X(t) = a \cos(2\pi Ft)$	23
6 4. Stationnarité de $X(t)$	24
7 Signaux statistiques	24
7.1 Caractéristiques des signaux statistiques	24

7.2	Classification des signaux statistiques	25
7.3	Exemples de signaux statistiques	25
2	Chapitre 2 Théorie de la décision et estimation	27
1	Critère de Bayes	28
1.1	Introduction	28
1.2	Théorème de Bayes	28
1.3	Application du Critère de Bayes dans la Prise de Décision	28
1.4	Exemple d'Application : Évaluation de la Qualité d'un Signal	29
1.5	Vraisemblances	30
1.6	Avantages et Limites du Critère de Bayes	31
2	Test d'Hypothèse Binaire	31
2.1	Règle de Décision	32
3	Critère minimax, Critère Neyman-Pearson	32
3.1	Critère minimax	32
3.2	Critère Neyman-Pearson	33
3.3	Statistique suffisante	35
3.4	Détection binaire	36
3.5	Critère de Bayes	37
3.6	Rapport de vraisemblance	39
3.7	Minimisation	39
3.8	Rapport de vraisemblance	40
4	Estimation de vraisemblance	41
4.1	Estimation d'un paramètre aléatoire	41
5	Inégalité de Cramer-Rao	43
5.1	Biais et variance d'un estimateur	43
5.2	Estimateurs issus de l'approche classique	44
	Comment définir les performances limites d'un estimateur ?	45
5.3	Modèle de mesure linéaire	46
6	Inégalité de Cramer-Rao	48
7	Estimation linéaire non-biaisée	48
7.1	Déduction de l'estimateur linéaire non biaisé	49
3	Chapitre 3: Principe Radar	51
1	Introduction.	52
2	Concepts élémentaires.	53
2.1	un peu d'Histoire sur le Radar.	53
2.2	Types des Radar.	55
2.3	Domaines d'application.	55
2.4	Principes du Radar.	58
2.5	Structure général d'un système Radar.	59
2.6	Schéma synoptique du radar	62
2.7	La chaîne d'émission	63
2.8	Le duplexeur	63
2.9	La chaîne de réception	64

2.10	Un convertisseur analogique numérique	65
2.11	le synchronisateur	65
3	Modèles de Cibles	67
3.1	Modèle de Cible Ponctuelle	67
3.2	Modèle de Cible Étendue	67
3.3	Modèle Statistique	67
3.4	Modèle de Cible Fluctuante	68
3.5	Modèle Doppler	68
3.6	Modèle de Cible Complexe	68
3.7	Modèle de Cible Furtive	68
4	Shift Doppler	68
4.1	Formule du Décalage Doppler	70
4.2	Effet Doppler dans les Systèmes de Communication	71
4.3	Effet Doppler dans les radars	71
4.4	Mesure de la vitesse radiale	72
4.5	Applications du radar Doppler	72
4.6	Bilan de liaison radar.	73
4.7	Application pratique de l'équation de propagation	77
4	Chapitre 4: Modélisation des cibles	80
1	Modélisation du Clutter, Jamming, et des Cibles.	81
1.1	Modélisation du Clutter (Encombrement)	81
1.2	Modélisation Jamming (Brouillage)	81
1.3	Modélisation de la Cible	81
2	Modélisation du Fouillis	82
2.1	Définition	82
2.2	Exemple de modélisation :	83
3	Définition et notation SER	85
3.1	Régions de fréquence	87
3.2	De la propagation au diagramme de rayonnement	89
3.3	Configurations classiques de mesure de SER	90
3.4	SER des formes géométriques simples	91
3.5	Exemple de SER	93
4	Technique de furtivité	94
4.1	Définition	94
4.2	Les inconvénients de la furtivité	96
4.3	Comment peut-on détecter un avion furtif ?	96
5	Chapitre 5 : Détection à taux de fausse alarme constant CFAR	99
1	Principes de détection adaptative	100
1.1	Principes et Probabilités de détection	100
1.2	Expression de probabilité de fausse alarme et la Probabilité de détection	102
1.3	Un test d'hypothèses binaire	104
1.4	Courbes opérationnelles des récepteurs (COR) :	106

2	Modèles de Cibles	107
2.1	Introduction aux Cibles Radar	107
2.2	Introduction aux Cibles Radar	107
2.3	Fonctionnement d'un Modèle de Cibles Radar	107
2.4	Modélisation d'une Cible Radar	108
2.5	Exemple d'Application	108
3	Types de détecteurs CFAR	108
3.1	Introduction aux Détecteurs CFAR	108
3.2	Détecteur CFAR de Moyenne (CA-CFAR)	109
3.3	Détecteur CFAR de Médiane (CN-CFAR)	109
3.4	Détecteur CFAR à Fenêtre Glissante (GO-CFAR)	111
3.5	Autres Types de Détecteurs CFAR	111
4	Détection CA-CFAR Distribuée	111
4.1	Tableau Comparatif des Performances	112
6	Chapitre 6:Détection CFAR distribuée	113
1	Principes de Fonctionnement	114
2	Caractéristiques Principales	114
2.1	Applications Pratiques	114
3	Règles de fusion	115
3.1	Architecture d'un système radar distribué	115
3.2	Modèle de détection radar	115
3.3	Fusion des décisions	115
3.4	Fusion des observations	115
3.5	Fusion des décisions locales	116
3.6	Avantages des Configurations de Fusion CFAR	117
3.7	Applications des Configurations de Fusion dans les Systèmes CFAR	117
	Bibliography	118

TABLEAUX DES FIGURES

1.1	Différentes réalisations de $X(t)$ pour différents F	23
2.1	La loi de décision vise à partitionner l'espace d'observation.	37
2.2	Exemples de quelques fonctions de coûtExemples de quelques fonctions de coût	41
3.1	Page de garde de brevet déposé en 1904 en Allemagne, en Angleterre et en France par l'ingénieur de Düsseldorf Christian Hülsmeier.	52
3.2	RADAR Freya, Telefunken 1937.	54
3.3	Les applications Radar.	56
3.4	Schéma synoptique simplifié du radar.	60
3.5	Distance minimale entre deux cibles ponctuelles.	61
3.6	La résolution angulaire	62
3.7	Schéma synoptique simplifié du radar.	63
3.8	Principe d'un duplexeur équilibré.	64
3.9	Antenne radar surveillance monopulse.	65
3.10	Illustration du phénomène de décalage Doppler	69
3.11	Géométrie pour l'obtention de l'équation de portée du radar bistatique	74
3.12	Schématisation de l'équation Radar.	78
3.13	Schématisation de l'équation Radar.	79
4.1	Définition de la SER.	86
4.2	Section efficace radar d'une sphère en fonction de sa circonférence.	88
4.3	Hypothèse de champ lointain.	89
4.4	régions de prédominance du champ.	90
4.5	Mesure de la SER dans une chambre anéchoïque : (a) d'un avion, (b) d'un char de combat.	91
4.6	Diffraction d'une onde plane par des géométries simples : (a) Plan, (b) Diédre, (c) Triédre, (d) Sphérique, (e) Cône.	92
4.7	navire furtif Sea Shadow (IX-529).	94
4.8	La portée maximale de détection des cibles furtifs	95
5.1	Description du processus de détection	101
5.2	Influence du seuil de détection	102
5.3	Rapport signal à bruit en fonction de la probabilité de détection (paramètres en lois de fluctuation et probabilité de fausse alarme).	103

5.4	Evolution de la probabilité de detection en fonction Rapport signal sur bruit	104
5.5	Types detecteur CFAR	109
5.6	Evolution de la probabilité de detection en fonction Rapport signal sur bruit	110
5.7	Principe du détecteur CFAR : une multiplication par α et un décalage β sont utilisés pour ajuster la valeur moyenne.	110

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Lettres utilisées pour la désignation des bandes de fréquence radar d'après Skolnik, 2008.	57
4.1	Valeurs de γ en fonction du type de terrain.	84
4.2	Comparaison du Modèle de Fouillis de Mer et de Sol	85
4.3	Valeurs moyennes de la SER pour des cibles militaires.	94
5.1	Comparaison des Détecteurs CA-CFAR Distribués	112

CHAPTER 1

CHAPITRE 1: RAPPEL SUR LES PROCESSUS ALÉATOIRES

1	Processus Aléatoires à Temps Continu	11
2	Processus Aléatoires à Temps Discret	11
3	Mesures statistiques	13
4	Stationnarité au sens large	16
5	La densité spectrale de puissance (DSP)	21
6	4. Stationnarité de $X(t)$	24
7	Signaux statistiques	24

Dans les télécommunications, les processus aléatoires sont essentiels pour modéliser les signaux, le bruit et les interférences dans les systèmes de communication. Ils permettent de représenter des phénomènes imprévisibles qui évoluent dans le temps, soit de manière discrète, soit de manière continue. Dans cette section, nous allons discuter des processus aléatoires à temps continu et à temps discret, avec des exemples tirés des télécommunications.

1 Processus Aléatoires à Temps Continu

Un processus aléatoire à temps continu est une famille de variables aléatoires indexées par un ensemble continu de temps. Ce type de processus est largement utilisé en télécommunications pour modéliser des signaux qui varient en continu, comme le bruit thermique, ou les signaux analogiques transmis à travers un canal.

1.1 Définition Formelle

Soit $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$ un processus aléatoire à temps continu. Pour chaque $t \in \mathbb{R}$, $X(t)$ est une variable aléatoire qui décrit l'état du processus à l'instant t .

Par exemple, si $X(t)$ représente un signal électrique dans un canal de communication, il peut être affecté par un bruit additif continu $N(t)$ tel que :

$$Y(t) = X(t) + N(t). \quad (1.1)$$

où $N(t)$ est un processus de bruit à temps continu.

1.2 Exemple: Bruit Blanc à Temps Continu

Le *bruit blanc* à temps continu est un processus aléatoire $N(t)$ tel que toutes ses valeurs à différents instants t sont non corrélées et ont une espérance nulle :

$$\mathbb{E}\{N(t)\} = 0. \quad (1.2)$$

et

$$R_N(t_1, t_2) = N_0 \delta(t_1 - t_2). \quad (1.3)$$

où $\delta(t)$ est la fonction delta de Dirac, et N_0 est la densité spectrale de puissance du bruit. Ce processus est utilisé pour modéliser le bruit thermique dans les systèmes de communication.

2 Processus Aléatoires à Temps Discret

Un processus aléatoire à temps discret est une famille de variables aléatoires indexées par un ensemble discret de temps, souvent les entiers. Cela correspond à des signaux échantillonnés dans le temps, ce qui est courant dans les systèmes numériques de télécommunication.

2.1 Définition Formelle

Soit $\{X[n], n \in \mathbb{Z}\}$ un processus aléatoire à temps discret. Chaque $X[n]$ est une variable aléatoire qui représente l'état du processus à l'instant discret n .

Dans le domaine des télécommunications numériques, les signaux sont souvent échantillonnés et traités à des intervalles de temps discrets, par exemple, après conversion analogique-numérique (CAN).

2.2 Exemple: Chaîne de Markov

Un exemple classique de processus aléatoire à temps discret est la *chaîne de Markov*. Elle modélise des systèmes où l'état à l'instant $n + 1$ dépend uniquement de l'état à l'instant n . Cela est utile dans la modélisation des canaux de communication soumis à des interférences qui varient dans le temps :

$$P(X[n+1] = x_{n+1} | X[n] = x_n, X[n-1] = x_{n-1}, \dots) = P(X[n+1] = x_{n+1} | X[n] = x_n). \quad (1.4)$$

2.3 Exemple: Bruit Blanc à Temps Discret

Le *bruit blanc* à temps discret est un processus $W[n]$ où chaque échantillon est non corrélé avec les autres et suit une distribution normale avec une moyenne nulle et une variance σ^2 :

$$\mathbb{E}\{W[n]\} = 0, \quad \text{et} \quad R_W[m, n] = \sigma^2 \delta[m - n]. \quad (1.5)$$

où $\delta[m - n]$ est la fonction delta de Kronecker. Ce type de processus est utilisé pour modéliser le bruit dans les systèmes de communication numériques.

2.4 Applications en Télécommunications

Les processus aléatoires à temps continu et à temps discret sont omniprésents dans les systèmes de télécommunications. Voici quelques exemples d'applications :

- **Modélisation du bruit dans les canaux de communication** : Les processus à temps continu comme le bruit blanc sont utilisés pour modéliser le bruit thermique dans les systèmes analogiques.
- **Signaux numériques** : Les processus à temps discret modélisent les signaux échantillonnés, comme ceux traités dans les systèmes de télécommunication numérique après conversion CAN.
- **Chaînes de Markov** : Utilisées pour modéliser des canaux de communication où le bruit ou les interférences ont des dépendances temporelles.

Note Importante

Les processus aléatoires sont des collections de variables aléatoires indexées par le temps. Ils sont classés en deux grandes catégories : les processus à temps discret et les processus à temps continu.

• Processus à Temps Discret :

- Ces processus sont définis à des instants discrets dans le temps (par exemple, $t = 0, 1, 2, \dots$).
- Un exemple courant est le *processus de Poisson*, utilisé pour modéliser des événements rares survenant dans des intervalles de temps fixes.

• Processus à Temps Continu :

- Ces processus sont définis pour chaque instant de temps dans un intervalle continu (par exemple, $t \in [0, \infty)$).
- Un exemple typique est le *processus de Wiener* ou *mouvement brownien*, qui est utilisé pour modéliser des phénomènes physiques comme la diffusion.

Les processus aléatoires jouent un rôle essentiel dans de nombreux domaines, notamment les télécommunications, les systèmes Radar et le traitement du signal.

3 Mesures statistiques

3.1 Statistiques d'ordre 1

Soit X_i une variable aléatoire réelle associée à l'instant t_i . Voici les définitions de ses statistiques d'ordre 1.

1. Fonction de répartition

La fonction de répartition $F(x; t_i)$ de la variable aléatoire X_i est définie par :

$$F(x; t_i) = \text{Prob}(X_i \leq x) \quad (1.6)$$

Elle représente la probabilité que X_i soit inférieure ou égale à une valeur donnée x .

2. Densité de probabilité

La densité de probabilité $p(x; t_i)$ est la dérivée de la fonction de répartition par rapport à x :

$$p(x; t_i) = \frac{dF(x; t_i)}{dx} \quad (1.7)$$

Elle indique la probabilité instantanée que X_i prenne la valeur x .

3. Moment d'ordre 1 : Valeur moyenne

Le moment d'ordre 1, ou espérance statistique de X_i , est donné par :

$$\mu_x(t_i) = \mathbb{E}[X_i] = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x; t_i) dx \quad (1.8)$$

Il représente la moyenne statistique de X_i .

4. Moments de degré supérieur

Les moments de degré supérieur sont définis par :

$$\mathbb{E}[X_i^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k p(x; t_i) dx \quad (1.9)$$

Ces moments décrivent la forme de la distribution de X_i .

5. Moment centré du 2ème degré : Variance

Le moment centré d'ordre 2, ou variance $\sigma_x^2(t_i)$, mesure la dispersion autour de la moyenne $\mu_x(t_i)$:

$$\sigma_x^2(t_i) = \mathbb{E}[(X_i - \mu_x(t_i))^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x(t_i))^2 p(x; t_i) dx \quad (1.10)$$

La racine carrée de la variance, appelée écart-type $\sigma_x(t_i)$, représente la variabilité de X_i .

3.2 Statistiques d'ordre 2

Considérons le couple de variables aléatoires réelles $X_1 = X(t_1)$ et $X_2 = X(t_2)$.

1. Fonction de répartition conjointe

La fonction de répartition conjointe $F(X_1, X_2; t_1, t_2)$ représente la probabilité que X_1 et X_2 soient respectivement inférieures ou égales aux niveaux x_1 et x_2 :

$$F(X_1, X_2; t_1, t_2) = \text{Prob}(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) \quad (1.11)$$

2. Densité de probabilité conjointe

La densité de probabilité conjointe $p(X_1, X_2; t_1, t_2)$ pour le couple de variables X_1 et X_2 est la dérivée seconde de $F(X_1, X_2; t_1, t_2)$ par rapport à x_1 et x_2 :

$$p(X_1, X_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F(X_1, X_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (1.12)$$

3. Moments du couple (X_1, X_2)

Les moments de ce couple sont, par définition, les espérances statistiques des puissances des variables X_1 et X_2 , où n et m sont des entiers positifs ou nuls. Le moment d'ordre $(1, 1)$ est appelé la fonction d'autocorrélation du processus $x(t)$, notée R :

$$R(t_1, t_2) = \mathbb{E}[X(t_1) \cdot X(t_2)] \quad (1.13)$$

4. Fonction de covariance

Si, au lieu de considérer les variables aléatoires X_1 et X_2 , on considère plutôt les écarts de X_1 et X_2 par rapport à leurs valeurs moyennes respectives, on obtient la fonction de covariance, notée σ :

$$\sigma_X(t_1, t_2) = \mathbb{E} \{ [X(t_1) - \mu_X(t_1)] \cdot [X(t_2) - \mu_X(t_2)] \} \quad (1.14)$$

$$R_x(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (1.15)$$

Si, au lieu de considérer les variables aléatoires $X(t_1)$ et $X(t_2)$, on considère plutôt la covariance entre ces variables et leurs valeurs moyennes respectives, on obtient la fonction :

$$\text{Cov}(X(t_1), X(t_2)) = \mathbb{E} [(X(t_1) - \mu_{X(t_1)}) (X(t_2) - \mu_{X(t_2)})] \quad (1.16)$$

où $\mu_{X(t_1)} = \mathbb{E}[X(t_1)]$ et $\mu_{X(t_2)} = \mathbb{E}[X(t_2)]$.

Lorsque $t_1 = t_2$, la covariance s'identifie avec la variance :

$$\text{Var}(X(t_1)) = \text{Cov}(X(t_1), X(t_1)) = \mathbb{E} [(X(t_1) - \mu_{X(t_1)})^2] \quad (1.17)$$

Ainsi, la fonction de covariance peut être notée comme suit :

$$C(t_1, t_2) = \mathbb{E} [(X(t_1) - \mathbb{E}[X(t_1)]) (X(t_2) - \mathbb{E}[X(t_2)])] \quad (1.18)$$

En évaluant cette fonction pour $t_1 = t_2$, nous obtenons :

$$C(t_1, t_1) = \text{Var}(X(t_1)) \quad (1.19)$$

Lorsque $t_2 = t_1$, la covariance $\sigma_X(t_1, t_2)$ s'identifie à la variance :

$$\sigma_X(t_1, t_1) = \mathbb{E} \{ [X(t_1) - \mu_X(t_1)]^2 \} \quad (1.20)$$

Note Importante

un signal est aléatoire s'il dépend d'une certaine manière des lois du hasard. De tels signaux, dont la valeur instantanée est imprévisible, ne possèdent évidemment pas de représentations temporelles analytiques. Ils peuvent toutefois être caractérisés par leurs propriétés statistiques et fréquentielles. Les signaux aléatoires forment une classe particulièrement importante de signaux. Ceci découle du fait que seuls les signaux ayant un certain caractère aléatoire peuvent transmettre de l'information (axiome de base de la théorie de l'information). Un signal aléatoire observé doit être considéré comme une réalisation particulière d'un ensemble de signaux similaires qui sont tous susceptibles d'être produits par le même phénomène (ou processus) aléatoire.

4 Stationnarité au sens large

Beaucoup de processus aléatoires observés en pratique ont des propriétés statistiques qui ne dépendent pas du temps ou l'observation est faite. On dit que ce sont des processus stationnaires. On désigne par stationnaire les processus dont les caractéristiques statistiques sont indépendantes de l'origine du temps. Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens strict lorsque toutes ces caractéristiques statistiques c'est à dire tous ses moments à tout ordre sont indépendants de l'origine du temps.

Un processus stochastique $\{X_t\}$ est dit stationnaire au sens large si les conditions suivantes sont remplies :

- L'espérance mathématique $E[X_t]$ est constante et indépendante du temps :

$$E[X_t] = \mu \quad \text{pour tout } t. \quad (1.21)$$

- La variance $\text{Var}(X_t)$ est également constante et indépendante du temps :

$$\text{Var}(X_t) = E[(X_t - \mu)^2] = \sigma^2. \quad (1.22)$$

- La covariance entre X_t et $X_{t+\tau}$ dépend uniquement du décalage temporel τ , et non des valeurs spécifiques de t et $t + \tau$:

$$\text{Cov}(X_t, X_{t+\tau}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+\tau} - \mu)] = \gamma(\tau). \quad (1.23)$$

La fonction d'autocovariance $\gamma(\tau)$ dépend uniquement de τ , le décalage temporel, ce qui implique que le processus présente une dépendance temporelle qui ne varie pas au fil du temps.

4.1 Types de Processus Aléatoires

Trois modèles particuliers de processus aléatoires doivent être spécialement mentionnés :

1. Processus gaussiens :

Un processus est dit gaussien si toutes les combinaisons linéaires de ses valeurs suivent une distribution normale (gaussienne). Ces processus sont souvent utilisés pour modéliser des phénomènes naturels, comme le *bruit thermique* en électronique, car les sommes de nombreuses petites contributions aléatoires tendent vers une distribution gaussienne (selon le théorème central limite).

Les processus gaussiens sont entièrement décrits par leur moyenne et leur fonction d'autocorrélation :

- Moyenne : $\mathbb{E}[X(t)] = \mu$
- Fonction d'autocorrélation : $R_X(\tau) = \mathbb{E}[(X(t) - \mu)(X(t + \tau) - \mu)]$

2. Processus de Poisson :

Les processus de Poisson modélisent des *événements ponctuels* qui se produisent de manière indépendante, avec une intensité moyenne λ . Ils sont couramment utilisés pour représenter des phénomènes où les événements sont rares et isolés, comme le *bruit de grenaille* (ou *bruit shot*) dans les dispositifs électroniques.

La probabilité d'observer k événements pendant une période T est donnée par :

$$P(N(T) = k) = \frac{(\lambda T)^k e^{-\lambda T}}{k!} \quad (1.24)$$

où $N(T)$ représente le nombre d'événements dans l'intervalle $[0, T]$. Les intervalles de temps entre événements suivent une distribution exponentielle de paramètre λ .

3. Processus de Markov :

Un processus de Markov est caractérisé par la *propriété de Markov*, qui stipule que l'état futur dépend uniquement de l'état présent et non des états passés. Cela en fait un modèle pertinent pour les signaux "informationnels" en communications, où les transitions d'état suivent un modèle de dépendance simple.

En temps discret, un processus de Markov est défini par une matrice de transition P , dont les éléments p_{ij} représentent la probabilité de transition de l'état i vers l'état j :

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i) \quad (1.25)$$

En temps continu, les transitions peuvent être décrites par des intensités de transition, souvent notées λ_{ij} .

Un **processus gaussien** est une collection de variables aléatoires, de sorte que toute combinaison finie de ces variables suit une distribution normale multivariée. Les processus gaussiens sont largement utilisés dans de nombreux domaines, y compris la statistique, l'apprentissage automatique, la théorie des signaux et le traitement des images.

4.2 Définition

Un processus $\{X(t), t \in T\}$ est dit gaussien si pour tout ensemble de temps $t_1, t_2, \dots, t_n \in T$, le vecteur aléatoire

$$\mathbf{X} = [X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)] \quad (1.26)$$

suit une distribution normale multivariée, notée :

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma) \quad (1.27)$$

où $\boldsymbol{\mu} = [E[X(t_1)], E[X(t_2)], \dots, E[X(t_n)]]$ est le vecteur des espérances et Σ est la matrice de covariance définie par :

$$\Sigma_{ij} = \text{Cov}(X(t_i), X(t_j)) = E[(X(t_i) - \mu_i)(X(t_j) - \mu_j)] \quad (1.28)$$

4.3 Processus Gaussiens

- **Stationnarité** : Un processus gaussien peut être stationnaire au sens large, ce qui signifie que ses moments d'ordre 1 et 2 sont invariants par translation dans le temps.
- **Propriété d'additivité** : Si $X(t)$ est un processus gaussien et $Y(t)$ est un autre processus gaussien indépendant de $X(t)$, alors $Z(t) = X(t) + Y(t)$ est également un processus gaussien.
- **Indépendance et Covariance** : Si $X(t)$ et $X(s)$ sont deux variables du processus gaussien, leur indépendance est équivalente à la condition que leur covariance soit nulle, c'est-à-dire :

$$\text{Cov}(X(t), X(s)) = 0 \quad \Rightarrow \quad X(t) \text{ et } X(s) \text{ sont indépendants.} \quad (1.29)$$

Définition

Un processus aléatoire est un **processus gaussien** si pour tout ensemble d'instants $\{t_i\}$, le vecteur aléatoire correspondant $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, avec $x_i = x(t_i)$, possède une densité de probabilité conjointe multidimensionnelle gaussienne. En utilisant des notations matricielles, celle-ci a la forme suivante :

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |C_x|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^T C_x^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x) \right] \quad (5.200)$$

où $\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x$ est un vecteur ligne à n dimensions, $(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^T$ est le même vecteur transposé et C_x est la matrice de covariance.

La fonction caractéristique associée s'écrit :

$$\Pi_x(\mathbf{u}) = \exp \left[j \boldsymbol{\mu}_x^T \mathbf{u} - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T C_x \mathbf{u} \right] \quad (5.201)$$

Application au cas bidimensionnel

Soit un couple de variables aléatoires gaussiennes (x, y) . Leur matrice de covariance est, par l'équation suivante:

$$C_{xy} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho \sigma_x \sigma_y \\ \rho \sigma_x \sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

d'où :

$$|C_{xy}| = \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - \rho^2) \quad (1.31)$$

et :

$$C_{xy}^{-1} = \frac{1}{|C_{xy}|} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & -\rho \sigma_x \sigma_y \\ -\rho \sigma_x \sigma_y & \sigma_x^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \rho^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} & -\frac{\rho}{\sigma_x \sigma_y} \\ -\frac{\rho}{\sigma_x \sigma_y} & \frac{1}{\sigma_y^2} \end{bmatrix} \quad (5.206)$$

La densité de probabilité conjointe de ces deux variables se déduit:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi \sigma_x \sigma_y \sqrt{1 - \rho^2}} \exp \left[-\frac{1}{2(1 - \rho^2)} \left(\frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y - \mu_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho(x - \mu_x)(y - \mu_y)}{\sigma_x \sigma_y} \right) \right] \quad (5.207)$$

Propriétés

L'importance des **processus gaussiens** résulte, d'une part, du théorème de la limite centrale qui en fait le modèle asymptotique d'un grand nombre de phénomènes naturels et, d'autre part, des propriétés suivantes :

De la définition précédente, il ressort qu'un **processus gaussien** est entièrement caractérisé par ses moments du premier (valeur moyenne) et du deuxième degré (covariance). Ainsi, la connaissance de la fonction d'autocorrélation — ou du spectre — d'un signal gaussien entraîne automatiquement la connaissance de sa distribution statistique.

Toute transformation linéaire (filtrage par exemple) d'un processus gaussien produit un processus gaussien. Cette propriété que toute combinaison linéaire de variables gaussiennes est elle-même une variable gaussienne et en étendant ce résultat à l'intégrale de convolution (sommation pondérée) caractérisant tout système linéaire.

4.4 Processus Gaussien en Télécommunications

Introduction

Dans les systèmes de télécommunications, un processus gaussien est largement utilisé pour modéliser les phénomènes aléatoires, en particulier le bruit qui affecte les signaux de communication. Le modèle de bruit additif gaussien blanc (AWGN) est l'un des modèles les plus simples et les plus importants pour l'analyse des performances des systèmes de transmission de données.

Modèle de Bruit Additif Gaussien Blanc (AWGN)

Le modèle AWGN suppose que le bruit affectant le signal reçu est gaussien, additif et blanc. Le signal reçu $Y(t)$ est donné par l'équation suivante :

$$Y(t) = X(t) + N(t) \quad (1.32)$$

où :

- $X(t)$ est le signal transmis,
- $N(t)$ est le bruit gaussien additif, modélisé par un processus gaussien,
- $Y(t)$ est le signal reçu.

Le bruit $N(t)$ est un processus gaussien avec une moyenne nulle $E[N(t)] = 0$ et une variance constante σ^2 . La covariance du bruit est donnée par :

$$\text{Cov}(N(t), N(s)) = \sigma^2 \delta(t - s) \quad (1.33)$$

où $\delta(t - s)$ est la fonction delta de Dirac.

Capacité du Canal avec AWGN

En théorie de l'information, la capacité maximale d'un canal de communication affecté par un bruit additif gaussien est donnée par la formule de Shannon :

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B} \right) \quad \text{bits par seconde} \quad (1.34)$$

où :

- C est la capacité du canal,
- B est la bande passante du canal,
- P est la puissance moyenne du signal,
- N_0 est la densité spectrale de puissance du bruit.

Cette formule montre que la capacité d'un canal est limitée par le rapport signal-sur-bruit (SNR).

Applications des Processus Gaussiens en Télécommunications

Les processus gaussiens ont plusieurs applications en télécommunications, notamment :

- **Modélisation du bruit thermique** dans les canaux de communication.
- **Analyse des systèmes MIMO** (Multiple-Input Multiple-Output), où plusieurs signaux indépendants sont transmis et reçus, avec du bruit gaussien affectant chaque antenne.
- **Évaluation des performances** des techniques de modulation et de codage en présence de bruit.

Note Importante

- **Un processus stationnaire au sens large** : Un processus est dit stationnaire au sens large (ou faiblement stationnaire) si sa moyenne et sa fonction d'autocovariance ne varient pas dans le temps. Cette notion est essentielle pour de nombreuses applications, notamment en traitement du signal et en analyse des séries temporelles, car elle permet de simplifier l'étude des processus aléatoires.
- **un processus gaussien** : Pour un processus gaussien, la stationnarité au sens large entraîne la stationnarité au sens strict. En effet, dans un processus gaussien, les propriétés statistiques complètes sont entièrement caractérisées par la moyenne et la covariance. Ainsi, garantir la constance de ces deux paramètres assure que le processus est stationnaire à tous les ordres, rendant l'analyse plus robuste et les modélisations plus fiables.

5 La densité spectrale de puissance (DSP)

La densité spectrale de puissance (DSP) est un concept fondamental en traitement du signal et en analyse des données, qui décrit comment la puissance d'un signal est distribuée en fonction de la fréquence.

5.1 Définition

La densité spectrale de puissance est définie comme la puissance du signal par unité de fréquence. Mathématiquement, pour un signal $x(t)$, la DSP $S_x(f)$ est donnée par la transformation de Fourier du signal :

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \right|^2 \quad (1.35)$$

Ici :

- $S_x(f)$ est la densité spectrale de puissance du signal à la fréquence f .
- $x(t)$ est le signal dans le domaine temporel.
- j est l'unité imaginaire.

5.2 Interprétation

La DSP permet de savoir combien de puissance est contenue dans chaque bande de fréquence du signal. Un pic dans la DSP à une certaine fréquence indique que cette fréquence contribue plus significativement à la puissance totale du signal.

5.3 Types de DSP

DSP à Temps Discret

Pour un signal échantillonné $x[n]$, la DSP peut être calculée via la transformée de Fourier discrète (TFD). La DSP est alors donnée par :

$$S_x(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi f n/N} \right|^2 \quad (1.36)$$

Estimation de la Densité Spectrale de Puissance

En pratique, on utilise souvent des méthodes d'estimation comme :

- **Méthodes de Welch** : Cette méthode divise le signal en segments, calcule la DSP de chaque segment, puis les moyenne pour obtenir une estimation plus stable.
- **Méthodes de Multitaper** : Utilise plusieurs fenêtres (ou tapers) pour réduire la variance de l'estimation.

5.4 Applications

- **Analyse de Signaux** : En acoustique, télécommunications, et traitement d'images pour déterminer les composantes fréquentielles.
- **Séries Temporelles** : En économétrie et en finance pour analyser les cycles économiques ou les comportements des marchés.
- **Systèmes Dynamiques** : Dans l'analyse des vibrations et des bruits dans les systèmes mécaniques et électroniques.

5.5 Exemple Pratique

Considérons un signal sinusoïdal $x(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$ où A est l'amplitude et f_0 la fréquence. La DSP de ce signal serait un pic à la fréquence f_0 , indiquant que la majeure partie de la puissance du signal se trouve à cette fréquence.

Note Importante

La densité spectrale de puissance est un outil précieux pour analyser les caractéristiques fréquentielles des signaux. Elle joue un rôle crucial dans de nombreux domaines scientifiques et techniques, en permettant une compréhension approfondie de la distribution de la puissance dans le domaine fréquentiel.

5.6 Analyse du Processus Stochastique $X(t) = a \cos(2\pi Ft)$

Introduction

Nous définissons le processus stochastique $X(t) = a \cos(2\pi Ft)$, où F est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[0, W]$ et a est une constante réelle. Ce document présente plusieurs réalisations, la moyenne statistique, la fonction d'autocorrélation et l'examen de la stationnarité du processus.

1. Réalisations de $X(t)$

Pour tracer plusieurs réalisations de $X(t)$, nous pouvons choisir des valeurs de F dans l'intervalle $[0, W]$ et tracer les courbes correspondantes.

$$X(t) \text{ vs } t$$

Figure 1.1: Différentes réalisations de $X(t)$ pour différents F .

2. Moyenne Statistique $m_X(t)$

La moyenne statistique du processus $X(t)$ est donnée par :

$$m_X(t) = \mathbb{E}[X(t)] = \mathbb{E}[a \cos(2\pi Ft)] \quad (1.37)$$

Comme F est uniformément répartie sur $[0, W]$, la moyenne peut être calculée comme suit :

$$m_X(t) = a \int_0^W \cos(2\pi Ft) \frac{1}{W} dF \quad (1.38)$$

$$= \frac{a}{W} \int_0^W \cos(2\pi Ft) dF \quad (1.39)$$

$$= \frac{a}{W} \left[\frac{\sin(2\pi Ft)}{2\pi t} \right]_0^W = \frac{a}{2\pi W t} \sin(2\pi W t) \quad (1.40)$$

Résultat

$$m_X(t) = \frac{a}{2\pi W t} \sin(2\pi W t) \quad (1.41)$$

3. Fonction d'Autocorrélation $R_X(t_1, t_2)$

La fonction d'autocorrélation $R_X(t_1, t_2)$ est définie comme :

$$R_X(t_1, t_2) = \mathbb{E}[X(t_1)X(t_2)] \quad (1.42)$$

Calculons $R_X(t_1, t_2)$:

$$R_X(t_1, t_2) = \mathbb{E}[a \cos(2\pi Ft_1) \cdot a \cos(2\pi Ft_2)] \quad (1.43)$$

Utilisons l'identité de produit de cosinus :

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} (\cos(A + B) + \cos(A - B)) \quad (1.44)$$

Ainsi,

$$R_X(t_1, t_2) = \frac{a^2}{2} \mathbb{E} [\cos(2\pi F(t_1 + t_2)) + \cos(2\pi F(t_1 - t_2))] \quad (1.45)$$

Calculons chaque terme :

$$R_X(t_1, t_2) = \frac{a^2}{2} \left(\int_0^W \cos(2\pi F(t_1 + t_2)) \frac{1}{W} dF + \int_0^W \cos(2\pi F(t_1 - t_2)) \frac{1}{W} dF \right) \quad (1.46)$$

Cela donne :

$$R_X(t_1, t_2) = \frac{a^2}{2W} \left[\frac{\sin(2\pi F(t_1 + t_2))}{2\pi(t_1 + t_2)} \right]_0^W + \frac{a^2}{2W} \left[\frac{\sin(2\pi F(t_1 - t_2))}{2\pi(t_1 - t_2)} \right]_0^W \quad (1.47)$$

Résultat

$$R_X(t_1, t_2) = \frac{a^2}{4\pi W} \left(\frac{\sin(2\pi W(t_1 + t_2))}{(t_1 + t_2)} + \frac{\sin(2\pi W(t_1 - t_2))}{(t_1 - t_2)} \right) \quad (1.48)$$

6 4. Stationnarité de $X(t)$

Pour examiner la stationnarité du processus $X(t)$, nous devons vérifier si la moyenne et la fonction d'autocorrélation ne dépendent pas du temps.

- La moyenne $m_X(t)$ dépend de t , donc le processus n'est pas stationnaire au sens strict. - La fonction d'autocorrélation $R_X(t_1, t_2)$ dépend de t_1 et t_2 , mais peut dépendre de la différence $\tau = t_1 - t_2$ pour une forme faible de stationnarité.

En conclusion, $X(t)$ n'est pas stationnaire au sens strict, mais pourrait être stationnaire au sens large si $R_X(t_1, t_2)$ ne dépendait que de τ .

7 Signaux statistiques

Les signaux statistiques sont des signaux dont les valeurs à différents instants sont considérées comme des variables aléatoires. Ils sont décrits en utilisant des outils statistiques, tels que l'espérance, la variance, l'autocorrélation et la densité spectrale de puissance.

7.1 Caractéristiques des signaux statistiques

Espérance mathématique

L'espérance mathématique d'un signal aléatoire $x(t)$ est la valeur moyenne attendue à un instant donné :

$$\mathbb{E}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx \quad (1.49)$$

où $f_x(x)$ est la fonction de densité de probabilité de $x(t)$.

Variance

La variance $\sigma_x^2(t)$ mesure la dispersion des valeurs du signal autour de son espérance :

$$\sigma_x^2(t) = \mathbb{E}[(x(t) - \mathbb{E}[x(t)])^2] \quad (1.50)$$

Elle représente l'énergie du signal autour de sa valeur moyenne.

Autocorrélation

L'autocorrélation $R_x(\tau)$ mesure la similarité entre le signal $x(t)$ et une version décalée dans le temps de lui-même $x(t + \tau)$:

$$R_x(\tau) = \mathbb{E}[x(t)x(t + \tau)] \quad (1.51)$$

Elle permet de comprendre comment un signal varie au fil du temps.

Densité Spectrale de Puissance (DSP)

La DSP est obtenue en prenant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Elle décrit la répartition de la puissance du signal en fonction des fréquences :

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1.52)$$

7.2 Classification des signaux statistiques

- **Signaux déterministes** : Ils peuvent être prédits avec précision. Par exemple, une sinusoïde pure.
- **Signaux aléatoires** : Ils sont imprévisibles et décrits uniquement par leurs propriétés statistiques, comme le bruit blanc.
- **Signaux stationnaires** : Leurs caractéristiques statistiques ne varient pas dans le temps.
- **Signaux non-stationnaires** : Leurs propriétés changent au fil du temps.

7.3 Exemples de signaux statistiques

Bruit blanc

Un signal aléatoire dont la DSP est constante sur toutes les fréquences. Il est souvent utilisé comme modèle de bruit dans les systèmes.

Processus de Poisson

Un processus utilisé pour modéliser des événements aléatoires dans le temps, comme l'arrivée d'appels dans un centre de services.

CHAPTER 2

CHAPITRE 2 THÉORIE DE LA DÉCISION ET ESTIMATION

1	Critère de Bayes	28
2	Test d'Hypothèse Binaire . .	31
3	Critère minimax, Critère Neyman-Pearson	32
4	Estimation de vraisemblance .	41
5	Inégalité de Cramer-Rao . . .	43
6	Inégalité de Cramer-Rao . . .	48
7	Estimation linéaire non-biaisée	48

Dans le domaine des télécommunications, la théorie de la décision et l'estimation jouent un rôle crucial dans la conception, l'optimisation et la gestion des systèmes de communication. Les opérateurs de télécommunications doivent souvent prendre des décisions stratégiques basées sur des données incomplètes et incertaines, tout en cherchant à maximiser l'efficacité et à minimiser les coûts. L'estimation, quant à elle, est essentielle pour évaluer les performances des systèmes, effectuer des prévisions et ajuster les paramètres de fonctionnement en temps réel.

1 Critère de Bayes

1.1 Introduction

Le **critère de Bayes** est un principe fondamental dans la théorie de la décision et l'inférence statistique qui repose sur le théorème de Bayes. Ce critère permet de prendre des décisions optimales en tenant compte des probabilités a priori et des conséquences des différentes actions dans un contexte d'incertitude.

1.2 Théorème de Bayes

Le théorème de Bayes énonce que :

$$P(H|D) = \frac{P(D|H) \cdot P(H)}{P(D)} \quad (2.1)$$

où :

- $P(H|D)$: probabilité a posteriori de l'hypothèse H étant donné les données D .
- $P(D|H)$: probabilité de voir les données D si l'hypothèse H est vraie (vraisemblance).
- $P(H)$: probabilité a priori de l'hypothèse H .
- $P(D)$: probabilité totale des données D .

1.3 Application du Critère de Bayes dans la Prise de Décision

Dans le cadre de la prise de décision, le critère de Bayes peut être utilisé comme suit :

1. **Modélisation des Hypothèses** : Identifiez les différentes hypothèses ou actions possibles.
2. **Évaluation des Coûts** : Associez un coût ou une perte à chaque hypothèse en fonction des conséquences de cette décision.
3. **Calcul des Probabilités** : Estimez les probabilités a priori des hypothèses et la vraisemblance des données pour chaque hypothèse.
4. **Calcul de la Valeur Attendue** : Pour chaque action, calculez la valeur attendue (ou l'espérance) :

$$V(A_i) = \sum_j P(D_j|A_i) \cdot L(A_i, D_j) \quad (2.2)$$

où :

- $V(A_i)$: valeur attendue de l'action A_i .
- $P(D_j|A_i)$: probabilité d'observer D_j donné que l'action A_i a été choisie.
- $L(A_i, D_j)$: perte associée à l'action A_i et au résultat D_j .

1.4 Exemple d'Application : Évaluation de la Qualité d'un Signal

Dans le domaine des télécommunications, les tests d'hypothèses sont utilisés pour évaluer la performance des systèmes, la qualité des signaux et pour prendre des décisions sur les configurations de réseau. Ces tests permettent de comparer différents systèmes ou configurations afin d'optimiser les performances.

Considérons une situation où un opérateur de télécommunications souhaite tester la qualité de deux types de modulations de signaux : la modulation par amplitude (AM) et la modulation par fréquence (FM). L'objectif est de déterminer si l'une des modulations offre un taux d'erreur de bit (BER) significativement inférieur à l'autre.

Hypothèses du Test

Nous formulons les hypothèses suivantes :

- Hypothèse nulle (H_0): Le taux d'erreur de bit est le même pour les deux types de modulation ($\text{BER}_{AM} = \text{BER}_{FM}$).
- Hypothèse alternative (H_1): Le taux d'erreur de bit est différent entre les deux types de modulation ($\text{BER}_{AM} \neq \text{BER}_{FM}$).

Collecte des Données

Nous mesurons le taux d'erreur de bit pour chaque modulation en réalisant des tests sur un échantillon de signaux transmis. Supposons que nous obtenons les résultats suivants :

- Pour AM : $n_{AM} = 1000$ (nombre total de bits transmis), avec $k_{AM} = 30$ erreurs.
- Pour FM : $n_{FM} = 1000$ (nombre total de bits transmis), avec $k_{FM} = 10$ erreurs.

Nous pouvons donc calculer les taux d'erreur de bit comme suit :

$$\hat{p}_{AM} = \frac{k_{AM}}{n_{AM}} = \frac{30}{1000} = 0.03$$

$$\hat{p}_{FM} = \frac{k_{FM}}{n_{FM}} = \frac{10}{1000} = 0.01$$

Calcul de la Statistique de Test

Pour comparer les deux taux d'erreur, nous utilisons un test de proportions. La statistique de test peut être calculée avec la formule suivante :

$$Z = \frac{\hat{p}_{AM} - \hat{p}_{FM}}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_{AM}} + \frac{1}{n_{FM}} \right)}}$$

$$\text{où } \hat{p} = \frac{k_{AM} + k_{FM}}{n_{AM} + n_{FM}} = \frac{30 + 10}{1000 + 1000} = \frac{40}{2000} = 0.02.$$

Calculons la statistique :

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{0.03 - 0.01}{\sqrt{0.02(1 - 0.02) \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{1000}\right)}} \\
 &= \frac{0.02}{\sqrt{0.02 \cdot 0.98 \cdot 0.002}} \approx \frac{0.02}{\sqrt{0.0000392}} \approx \frac{0.02}{0.00626} \approx 3.20
 \end{aligned}$$

Détermination de la Valeur P

Pour un test bilatéral, nous cherchons la valeur p associée à $Z = 3.20$. En consultant une table de la loi normale ou en utilisant un logiciel statistique, nous trouvons que $p \approx 0.0014$.

Prise de Décision

Si nous choisissons un niveau de signification $\alpha = 0.05$:

$$p = 0.0014 < 0.05 \implies \text{Rejeter } H_0$$

Nous avons suffisamment de preuves pour conclure que les taux d'erreur de bit sont significativement différents entre la modulation AM et la modulation FM.

Note Importante

Les tests d'hypothèses sont des outils puissants dans le domaine des télécommunications, permettant d'évaluer et de comparer les performances des systèmes de communication. Dans cet exemple, nous avons démontré comment un test d'hypothèse peut être utilisé pour décider entre deux types de modulation en fonction de leur taux d'erreur de bit.

1.5 Vraisemblances

- Si le produit réussit, la probabilité d'obtenir des retours positifs est élevée : $P(D|H_1) = 0.9$
- Si le produit échoue, la probabilité d'obtenir des retours positifs est faible : $P(D|H_2) = 0.2$

Calcul de la Probabilité a Posteriori

Utilisons le théorème de Bayes pour calculer $P(H_1|D)$:

$$P(H_1|D) = \frac{P(D|H_1) \cdot P(H_1)}{P(D)} \quad (2.3)$$

où $P(D)$ peut être calculé comme suit :

$$P(D) = P(D|H_1) \cdot P(H_1) + P(D|H_2) \cdot P(H_2) = 0.9 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.3 = 0.69 \quad (2.4)$$

Calculons maintenant $P(H_1|D)$:

$$P(H_1|D) = \frac{0.9 \cdot 0.7}{0.69} \approx 0.913 \quad (2.5)$$

Cela signifie que, étant donné les données, il y a environ 91,3% de chances que le produit soit un succès.

1.6 Avantages et Limites du Critère de Bayes

Avantages

- Prend en compte l'incertitude et les informations a priori.
- Fournit une méthode systématique pour mettre à jour les croyances à mesure que de nouvelles données deviennent disponibles.
- Particulièrement utile dans des situations où les données sont limitées ou coûteuses à obtenir.

Limites

- La sélection des probabilités a priori peut être subjective.
- Peut être computationnellement intensif, surtout dans des modèles complexes ou avec de nombreuses hypothèses.
- Sensible à la qualité des données et aux erreurs de modélisation.

Note Importante

Le critère de Bayes est un outil puissant pour la prise de décision dans des environnements incertains. En combinant les connaissances a priori avec de nouvelles données, il permet de prendre des décisions informées et de maximiser les résultats souhaités.

2 Test d'Hypothèse Binaire

Dans un test d'hypothèses, à partir d'un vecteur d'observations $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$, il s'agit de décider quelle hypothèse parmi plusieurs est la plus probable, étant donné ces observations. Le test d'hypothèses implique généralement la formulation d'une hypothèse nulle H_0 et d'une ou plusieurs hypothèses alternatives H_1, \dots, H_M .

Considérons le cas d'un test d'hypothèse binaire, où l'on suppose que les observations suivent une distribution normale :

$$x_n \sim N(\theta, 1) \quad (2.6)$$

où θ est un paramètre inconnu que l'on suspecte d'avoir les valeurs suivantes :

- Hypothèse nulle : $H_0 : \theta = -1$
- Hypothèse alternative : $H_1 : \theta = 1$

2.1 Règle de Décision

En général, il peut y avoir $M \geq 2$ hypothèses H_1, \dots, H_M . Par exemple, dans le cadre d'un système de reconnaissance de chiffres pour les codes postaux, il y aura 10 hypothèses représentant les chiffres de 0 à 9.

Une règle de décision est utilisée pour décider entre les M hypothèses H_1, \dots, H_M . Cette règle de décision est un mapping défini comme suit :

$$h : \mathbb{R}^N \rightarrow \{H_1, \dots, H_M\} \quad (2.7)$$

où h attribue à chaque vecteur d'observations \mathbf{x} une hypothèse choisie parmi les hypothèses possibles.

Conclusion Les tests d'hypothèses sont un outil essentiel en statistique pour tirer des conclusions à partir de données observées. Ils permettent de tester des affirmations sur des paramètres de population et de prendre des décisions informées basées sur des observations. L'exemple donné montre comment procéder dans le cas d'hypothèses binaires, mais les concepts peuvent être étendus à des scénarios avec un plus grand nombre d'hypothèses.

3 Critère minimax, Critère Neyman-Pearson

3.1 Critère minimax

Introduction

Le critère minimax est une approche décisionnelle utilisée pour minimiser les pertes maximales dans des environnements incertains. En télécommunications, il est essentiel pour choisir des configurations et des modulations optimales face à des variations des conditions du canal.

Formulation du Critère Minimax

Soit d_1, d_2, \dots, d_m les modulations possibles et s_1, s_2, \dots, s_n les états du canal. La fonction de perte $L(d_i, s_j)$ représente la perte associée à la modulation d_i dans l'état s_j .

Étapes 1. Calculer la perte maximale pour chaque modulation :

$$L_{\max}(d_i) = \max_j L(d_i, s_j) \quad (2.8)$$

2. Choisir la modulation qui minimise la perte maximale :

$$d^* = \arg \min_i L_{\max}(d_i) \quad (2.9)$$

Exemple d'Application Considérons les pertes potentielles (en termes de taux d'erreur) pour différentes modulations dans différents états du canal :

Modulation	Bruit Faible	Bruit Modéré	Bruit Élevé
BPSK	0.01	0.05	0.1
QPSK	0.02	0.04	0.12
16-QAM	0.05	0.1	0.2

Calculs 1. Pour BPSK :

$$L_{max}(BPSK) = \max(0.01, 0.05, 0.1) = 0.1$$

2. Pour QPSK :

$$L_{max}(QPSK) = \max(0.02, 0.04, 0.12) = 0.12$$

3. Pour 16-QAM :

$$L_{max}(16 - QAM) = \max(0.05, 0.1, 0.2) = 0.2$$

Décision Optimale

Comparons les pertes maximales :

$$L_{max}(BPSK) = 0.1, \quad L_{max}(QPSK) = 0.12, \quad L_{max}(16-QAM) = 0.2 \quad (2.10)$$

La meilleure décision est donc :

$$d^* = BPSK \quad (2.11)$$

Note Importante

Le critère minimax permet aux entreprises de télécommunications de sélectionner des configurations optimales en fonction des pires scénarios possibles. Dans cet exemple, BPSK s'est avéré être la modulation la plus appropriée pour la transmission de données.

3.2 Critère Neyman-Pearson

En pratique, il est souvent difficile d'attribuer des coûts réalistes et des probabilités *a priori*. Pour contourner cette difficulté, on peut utiliser une autre stratégie à partir des probabilités P_F et P_D . En effet, on peut chercher le test qui produit la probabilité de fausse alarme P_F aussi petite que possible et la probabilité de détection P_D aussi grande que possible.

Fixons $P_F \leq \alpha$ et cherchons un test qui maximise P_D (ou minimise $P_M = 1 - P_D$). Pour cela, on construit la fonction de coût F :

$$F = P_M + \lambda(P_F - \alpha), \quad (2.12)$$

$$= \int_{Z_0} p(r|H_1)dr + \lambda \left[\int_{Z \setminus Z_0} p(r|H_0)dr - \alpha \right] \quad (2.13)$$

$$= \lambda(1 - \alpha) + \int_{Z_0} [p(r|H_1) - \lambda p(r|H_0)] dr, \quad (2.14)$$

où λ est un multiplicateur de Lagrange. Dans la dernière équation, on remarque que le premier terme à droite est un coût fixe. Pour minimiser F , il faut donc choisir $r \in Z_0$ si l'intégrande $p(r|H_1) - \lambda p(r|H_0)$ est négatif, c'est-à-dire si :

$$\frac{p(r|H_1)}{p(r|H_0)} < \lambda. \quad (2.15)$$

On obtient donc le test :

$$\text{Si } \Lambda(r) < \lambda, \text{ alors on choisit } H_0, \quad (2.16)$$

où le seuil λ est calculé par l'équation :

$$P_F = \Pr(\Lambda(r) > \lambda|H_0) = \int_{\lambda}^{+\infty} p_{\Lambda}(u|H_0)du = \alpha. \quad (2.17)$$

Dans cette équation intégrale, l'inconnue λ est une borne de l'intégrale. Puisque la variable aléatoire $\Lambda(r)$ ne prend que des valeurs positives (c'est le rapport de deux densités), le seuil λ doit aussi être positif. Faire décroître λ revient à augmenter la région Z_1 où l'on décide H_1 : la probabilité de fausse alarme P_F ainsi que la probabilité de détection P_D augmentent si λ diminue. La résolution de cette équation est en général impossible analytiquement. Si P_F est une fonction continue de λ , le test de Neyman-Pearson, comme le montre l'expression ci-dessus, est un test du rapport de vraisemblance, ce qui rend ce test très intéressant.

Note Importante

Le critère Neyman-Pearson est une méthode fondamentale en théorie des tests d'hypothèses, qui vise à maximiser le pouvoir d'un test tout en contrôlant le taux de faux positifs (ou le taux d'erreur de type I). Ce critère établit un cadre pour choisir entre deux hypothèses : l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 .

Les points clés du critère Neyman-Pearson comprennent :

- **Fonction de Vraisemblance** : Le critère se base sur le rapport de vraisemblance, défini comme :

$$\Lambda(x) = \frac{L(x|H_1)}{L(x|H_0)},$$

où L est la fonction de vraisemblance pour les hypothèses respectives.

- **Règle de Décision** : On rejette H_0 si le rapport de vraisemblance dépasse un seuil critique η , ce qui permet de maximiser le pouvoir du test pour un niveau de signification donné.
- **Contrôle du Taux d'Erreur** : Le critère assure que le taux d'erreur de type I est fixé à un niveau pré-défini α , ce qui est crucial pour des applications pratiques.
- **Applications** : Le critère Neyman-Pearson est largement utilisé dans divers domaines, y compris la biostatistique, l'économie, et le contrôle qualité.

Ce critère est essentiel pour établir des tests efficaces et rigoureux dans le cadre de la prise de décision statistique.

3.3 Statistique suffisante

Dans les paragraphes précédents, deux idées essentielles ont été développées :

- Relativement à un critère de Bayes ou de Neyman-Pearson, le meilleur test revient à comparer le rapport de vraisemblance

$$\Lambda(r) = \frac{p(r|H_1)}{p(r|H_0)} \quad (2.18)$$

à un seuil scalaire η . Quelle que soit la dimension k de l'espace d'observation ($r \in \mathbb{R}^k$), l'espace de décision est mono-dimensionnel.

- En calculant le rapport de vraisemblance, on met en évidence une statistique suffisante, qui renseigne sur la structure (logicielle et/ou matérielle) du détecteur optimal.

Ce dernier point n'apparaît pas directement dans le calcul théorique, mais généralement dans le calcul explicite (voir en particulier les trois exemples). L'explication théorique est assez simple, et peut parfois s'illustrer géométriquement. D'un point de vue théorique, on peut décomposer l'espace d'observation $R = \{r \in \mathbb{R}^k\}$ de dimension k en un espace de dimension 1 correspondant à la statistique suffisante l et un espace de dimension $(k-1)$ dont on notera les éléments y . On peut donc écrire le rapport de vraisemblance :

$$\Lambda(r) = \Lambda(l, y) = \frac{p_{l,y|H_1}(l, y|H_1)}{p_{l,y|H_0}(l, y|H_0)} \quad (2.63)$$

En utilisant le théorème de Bayes, on a :

$$\Lambda(l, y) = \frac{p_{l|H_1}(l|H_1)p_{y|l,H_1}(y|l, H_1)}{p_{l|H_0}(l|H_0)p_{y|l,H_0}(y|l, H_0)} \quad (2.64)$$

Puisque l est une statistique suffisante, la décision ne dépend que de l et pas de y , et $\Lambda(l, y)$ doit donc se réduire à $\Lambda(l)$. On doit donc avoir :

$$p_{y|l,H_1}(y|l, H_1) = p_{y|l,H_0}(y|l, H_0) \quad (2.65)$$

car la densité de y ne dépend pas des hypothèses H_0 ou H_1 .

Dans l'exemple 1 (paragraphe précédent), en nous restreignant à $k = 2$ (2 mesures = 2 dimensions), la statistique suffisante est la somme des observations : $l \propto r_1 + r_2$. On peut donc transformer l'espace initial (r_1, r_2) par une simple rotation en $l = \frac{r_1 + r_2}{\sqrt{2}}$ et $y = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{2}}$.

Sur la seconde coordonnée y , on mesure :

$$y = \frac{(m + n_1 - m - n_2)}{\sqrt{2}} = \frac{(n_1 - n_2)}{\sqrt{2}}, \text{ si } H_1 \text{ est vraie,} \quad (2.19)$$

$$y = \frac{(n_1 - n_2)}{\sqrt{2}}, \text{ si } H_0 \text{ est vraie.} \quad (2.20)$$

On remarque que la variable y est identique pour les deux hypothèses : elle n'est donc d'une utilité dans la décision.

3.4 Détection binaire

Dans cette partie, on suppose des sources binaires, c'est-à-dire que deux hypothèses (valeurs), H_0 et H_1 , sont possibles avec des probabilités a priori, P_0 et P_1 . Chaque observation \mathbf{r} est un vecteur de \mathbb{R}^k , dont on suppose connues les lois de probabilité conditionnelles $p(\mathbf{r} | H_0)$ et $p(\mathbf{r} | H_1)$.

Dans le cas binaire, on a 2 hypothèses possibles à l'émission et 2 décisions possibles à la réception, soit 4 situations différentes :

- H_0 est vraie et on décide H_0 .
- H_0 est vraie et on décide H_1 .
- H_1 est vraie et on décide H_0 .
- H_1 est vraie et on décide H_1 .

Les situations 1 et 4 correspondent à des bonnes décisions, les deux autres à des décisions erronées. La règle de décision que l'on cherche à concevoir doit bien entendu donner le plus souvent possible de bonnes décisions. Pour cela, on associe un critère qui mesure la qualité de la décision. Dans la suite de cette partie, nous étudierons trois critères : le critère de Bayes, le critère MINIMAX et le critère de Neyman-Pearson.

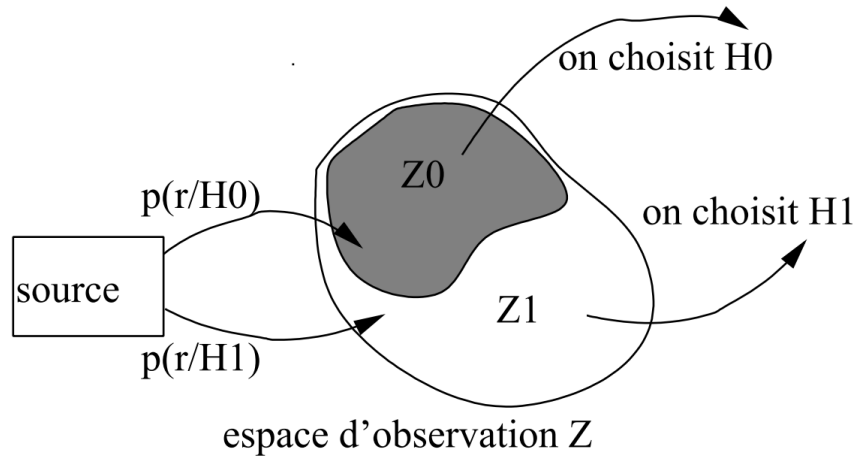


Figure 2.1: La loi de décision vise à partitionner l'espace d'observation.

3.5 Critère de Bayes

On attribue à chacune des quatre situations : “on décide H_i alors que H_j est vraie”, un coût C_{ij} . À la règle de décision, on associe un coût moyen, appelé risque de Bayes et noté R_{Bayes} :

$$\begin{aligned}
 R_{\text{Bayes}} = & \underbrace{C_{00}P_0 \Pr(\text{choisir } H_0 \mid H_0 \text{ vraie})}_{\text{Coût d'une bonne décision (H0 vraie, H0 choisi)}} \\
 & + \underbrace{C_{10}P_0 \Pr(\text{choisir } H_1 \mid H_0 \text{ vraie})}_{\text{Coût d'une mauvaise décision (H0 vraie, H1 choisi)}} \\
 & + \underbrace{C_{01}P_1 \Pr(\text{choisir } H_0 \mid H_1 \text{ vraie})}_{\text{Coût d'une mauvaise décision (H1 vraie, H0 choisi)}} \\
 & + \underbrace{C_{11}P_1 \Pr(\text{choisir } H_1 \mid H_1 \text{ vraie})}_{\text{Coût d'une bonne décision (H1 vraie, H1 choisi)}} .
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Le critère de décision doit permettre de choisir entre les deux hypothèses H_0 et H_1 . Ceci revient à partager l'espace d'observation, noté Z (l'ensemble des points $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^k$), en deux régions : Z_0 associée à la décision H_0 et Z_1 associée à la décision H_1 (Figure 2.1).

On peut donc écrire chaque probabilité $\Pr(\text{choisir } H_i \mid H_j \text{ vraie})$ comme l'intégrale (multiple, dans \mathbb{R}^k) de la densité conditionnelle $p(\mathbf{r} \mid H_j)$ sur le domaine Z_i :

$$\Pr(\text{choisir } H_i \mid H_j \text{ vraie}) = \int_{Z_i} p(\mathbf{r} \mid H_j) d\mathbf{r}. \tag{2.22}$$

Le risque de Bayes s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
R_{\text{Bayes}} &= C_{00}P_0 \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{10}P_0 \int_{Z_1} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{01}P_1 \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{11}P_1 \int_{Z_1} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r}.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Les domaines Z_0 et Z_1 formant une partition, nous avons :

$$Z = Z_0 \cup Z_1 \quad \text{et} \quad Z_0 \cap Z_1 = \emptyset.$$

On peut donc écrire les intégrales en les décomposant en deux termes, en notant $Z_0 = Z \setminus Z_1$, où \setminus représente la différence de deux ensembles. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned}
\int_Z p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} &= \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} + \int_{Z_1} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r}, \\
\int_Z p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r} &= \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r} + \int_{Z_1} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r}.
\end{aligned}$$

On peut exprimer l'intégrale sur l'ensemble Z_0 comme suit :

$$\int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_j) d\mathbf{r} = \int_{Z \setminus Z_1} p(\mathbf{r} | H_j) d\mathbf{r} = \int_Z p(\mathbf{r} | H_j) d\mathbf{r} - \int_{Z_1} p(\mathbf{r} | H_j) d\mathbf{r}. \tag{2.24}$$

En utilisant sous forme d'intégrales sur les domaines Z et Z_0 uniquement :

$$\begin{aligned}
R_{\text{Bayes}} &= C_{00}P_0 \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{10}P_0 \int_{Z \setminus Z_0} p(\mathbf{r} | H_0) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{01}P_1 \int_{Z_0} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r} \\
&\quad + C_{11}P_1 \int_{Z \setminus Z_0} p(\mathbf{r} | H_1) d\mathbf{r}.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

En regroupant les termes constants, et ceux sous l'intégrale, on arrive à :

$$R_{\text{Bayes}} = [C_{11}P_1 + C_{10}P_0] + \int_{Z_0} [P_1(C_{01} - C_{11})p(\mathbf{r} | H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(\mathbf{r} | H_0)] d\mathbf{r}. \tag{2.26}$$

Note Importante

Le critère bayésien est une approche statistique qui repose sur le théorème de Bayes pour la prise de décision et l'estimation des paramètres. Il permet d'intégrer les connaissances a priori sur les paramètres dans le processus d'inférence statistique.

Les principaux éléments du critère bayésien comprennent :

- **Distribution A Priori** : Représente les connaissances ou croyances initiales sur les paramètres avant d'observer les données.
- **Vraisemblance** : Estime la probabilité d'observer les données sous différents scénarios des paramètres.
- **Distribution A Posteriori** : Combinaison de la distribution a priori et de la vraisemblance, elle reflète les connaissances mises à jour sur les paramètres après l'observation des données.

Le critère bayésien est particulièrement utile dans les situations où l'échantillon est petit ou lorsque les informations a priori sont significatives. Il est largement utilisé dans des domaines tels que l'apprentissage automatique, la bioinformatique et l'économie.

3.6 Rapport de vraisemblance

le premier terme de droite entre crochets correspond à un coût fixe, tandis que le second, sous l'intégrale, est variable selon le domaine Z_0 .

$$C_{10} > C_{00}, C_{01} > C_{11}. \quad (2.27)$$

Ainsi, dans le terme entre crochets à l'intérieur de l'intégrale (l'intégrande), les coefficients $(C_{01} - C_{11})$ et $(C_{10} - C_{00})$ sont supposés positifs.

3.7 Minimisation

Pour minimiser l'intégrale, on construit Z_0 de sorte que chaque point $\mathbf{r} \in Z_0$ minimise l'intégrale, c'est-à-dire corresponde à un intégrande négatif. Tous les points $\mathbf{r} \in Z_0$ doivent donc satisfaire :

$$P_1(C_{01} - C_{11})p(\mathbf{r} | H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(\mathbf{r} | H_0) < 0. \quad (2.28)$$

$$P_1(C_{01} - C_{11})p(\mathbf{r} | H_1) < P_0(C_{10} - C_{00})p(\mathbf{r} | H_0). \quad (2.29)$$

soit finalement :

$$\frac{p(\mathbf{r} | H_1)}{p(\mathbf{r} | H_0)} < \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (2.30)$$

$$P_1(C_{01} - C_{11})p(\mathbf{r} | H_1) > P_0(C_{10} - C_{00})p(\mathbf{r} | H_0). \quad (2.31)$$

Les points $\mathbf{r} \in Z_1$ doivent satisfaire l'inégalité suivante :

$$\frac{p(\mathbf{r} | H_1)}{p(\mathbf{r} | H_0)} > \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (2.32)$$

3.8 Rapport de vraisemblance

$$\eta = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (2.33)$$

On appelle rapport de vraisemblance, et on note $\Lambda(\mathbf{r})$ la quantité :

$$\Lambda(\mathbf{r}) = \frac{p(\mathbf{r} | H_1)}{p(\mathbf{r} | H_0)}. \quad (2.13)$$

On voit que $\Lambda(\mathbf{r})$ (grand lambda) est une variable aléatoire positive à une dimension, qui ne dépend que des deux densités de probabilité conditionnelles (c'est leur rapport).

La décision optimale (qui minimise le critère de Bayes) est alors obtenue en comparant le rapport de vraisemblance $\Lambda(\mathbf{r})$ à un seuil scalaire, noté η (eta).

$$\eta = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (2.34)$$

qui ne dépend que des probabilités a priori et des coûts. On rassemble les deux équations sous la notation compacte :

$$\begin{aligned} \text{Si } \Lambda(\mathbf{r}) > \eta &\Rightarrow \text{ Décision : } H_1 \text{ (Hypothèse 1)} \\ \text{Si } \Lambda(\mathbf{r}) \leq \eta &\Rightarrow \text{ Décision : } H_0 \text{ (Hypothèse 0)} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Ce test est appelé test du rapport de vraisemblance (en anglais likelihood ratio test).

Logarithme du rapport de vraisemblance

Le rapport de vraisemblance $\Lambda(\mathbf{r})$ étant une quantité positive, et comme le logarithme est une fonction croissante, nous pouvons reformuler le critère de décision comme suit :

$$\log(\Lambda(\mathbf{r})) \begin{cases} > \log(\eta) & \text{si on choisit } H_1 \\ \leq \log(\eta) & \text{si on choisit } H_0 \end{cases}. \quad (2.36)$$

Cela implique que :

$$\begin{aligned} \text{Pour } H_1 : & \log(\Lambda(\mathbf{r})) > \log(\eta), \\ \text{Pour } H_0 : & \log(\Lambda(\mathbf{r})) \leq \log(\eta). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Ainsi, nous pouvons également exprimer la décision optimale en termes de logarithme :

$$\log(p(\mathbf{r} | H_1)) - \log(p(\mathbf{r} | H_0)) \begin{cases} > \log(\eta) & \text{si on choisit } H_1 \\ \leq \log(\eta) & \text{si on choisit } H_0 \end{cases}. \quad (2.38)$$

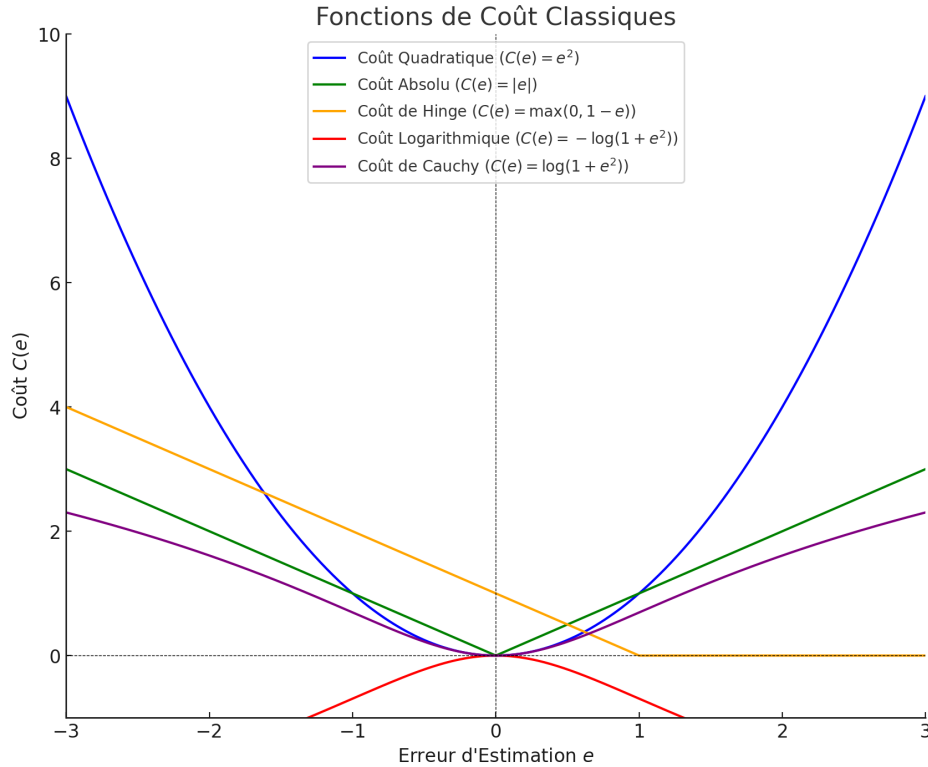


Figure 2.2: Exemples de quelques fonctions de coût

4 Estimation de vraisemblance

4.1 Estimation d'un paramètre aléatoire

Principe et fonctions de coût

Dans cette section, nous allons étendre l'idée du risque de Bayes au problème d'estimation. Dans le cadre du problème de détection M-aire, le risque de Bayes était construit en associant un coût C_{ij} à chaque situation, c'est-à-dire décider H_i alors que H_j est vraie. Pour les M^2 situations possibles, on pouvait donc associer la matrice de coût $C = (C_{ij})$.

Généralement, on considère, et c'est réaliste, que le coût dépend uniquement de l'erreur d'estimation $e(\mathbf{r}) = \hat{a}(\mathbf{r}) - a$. La fonction de coût peut donc se réduire à une fonction d'une seule variable, l'erreur $e(\mathbf{r})$.

$$C(a, \hat{a}(\mathbf{r})) = C(e(\mathbf{r})). \tag{2.39}$$

Dans la suite, nous supposons que cette fonction est à valeurs positives, c'est-à-dire :

$$C(e(\mathbf{r})) \geq 0. \tag{2.40}$$

Quelques fonctions de coût classiques sont :

1. **Coût Quadratique (Erreur Quadratique Moyenne) :**

$$C(e) = e^2 = (\hat{a}(\mathbf{r}) - a)^2. \tag{2.41}$$

Cette fonction de coût est particulièrement sensible aux grandes erreurs, pénalisant sévèrement les grandes erreurs d'estimation.

2. Coût Absolu (Erreur Absolue) :

$$C(e) = |e| = |\hat{a}(\mathbf{r}) - a|. \quad (2.42)$$

Cette fonction de coût est moins sensible aux grandes erreurs par rapport à la fonction quadratique.

3. Coût de Hinge (Utilisé en apprentissage automatique) :

$$C(e) = \max(0, 1 - e). \quad (2.43)$$

Utilisé pour des problèmes de classification, où l'on cherche à séparer des classes avec une marge.

4. Coût Logarithmique (Coût de Log-Vraisemblance) :

$$C(e) = -\log(p(\hat{a}(\mathbf{r}) | a)). \quad (2.44)$$

Évalue la vraisemblance d'un estimateur donné.

5. Coût de Cauchy :

$$C(e) = \log(1 + e^2). \quad (2.45)$$

Dans le problème d'estimation, le paramètre a et son estimateur $\hat{a}(\mathbf{r})$ sont des variables continues. Pour chaque paire $(a, \hat{a}(\mathbf{r}))$, on peut donc associer un coût $C(a, \hat{a}(\mathbf{r}))$, qui est une fonction de deux variables.

Soit la fonction de coût $C(e(r))$. La probabilité a priori \mathcal{P}_i est remplacée par la densité de probabilité du paramètre (variable aléatoire) a . On a alors :

$$\Pi \rightarrow f_a(a)$$

où $f_a(a)$ désigne la densité de probabilité de la variable aléatoire a . Ainsi, la fonction de coût s'exprime comme :

$$C(e(r)) = C(e(r), f_a(a))$$

$$R = E[C(e(r))] = \int_A \int_R C(\hat{a}(r) - a) p(a, r) dr da$$

où : - R est l'espérance du coût $C(e(r))$, - $\hat{a}(r)$ est une estimation du paramètre a , - $p(a, r)$ est la densité de probabilité conjointe de a et r , - A et R sont les intervalles d'intégration respectifs.

Note Importante

L'estimation de vraisemblance (ou Maximum Likelihood Estimation, MLE) est une méthode statistique utilisée pour estimer les paramètres d'un modèle en maximisant la fonction de vraisemblance. Cette méthode repose sur le principe que les paramètres estimés doivent rendre les données observées les plus probables.

Les principales caractéristiques de l'estimation de vraisemblance incluent :

- **Consistance** : Les estimateurs convergent vers la vraie valeur du paramètre lorsque la taille de l'échantillon augmente.
- **Asymptotiquement Normaux** : Les estimateurs suivent une distribution normale lorsque la taille de l'échantillon est suffisamment grande.
- **Invariant** : Si un estimateur est invariant par transformation, alors les estimations sont également invariantes sous transformations fonctionnelles.

L'estimation de vraisemblance est largement utilisée dans divers domaines, y compris les sciences sociales, l'économie et l'apprentissage automatique.

5 Inégalité de Cramer-Rao

5.1 Biais et variance d'un estimateur

Soit $\hat{\theta}(x)$ un estimateur d'un paramètre θ :

$$\theta = [\theta_1, \dots, \theta_p]^T, \quad \hat{\theta}(x) = [\hat{\theta}_1(x), \dots, \hat{\theta}_p(x)]^T. \quad (2.46)$$

On suppose, dans tout ce chapitre, que l'on se place dans le cadre de l'approche classique, et donc que θ est de nature déterministe. On appelle biais d'un estimateur issu de l'approche classique la fonction $B(\hat{\theta})$ définie par :

$$B(\hat{\theta}) = \mathbb{E}[\hat{\theta}(x)] - \theta. \quad (2.47)$$

Le biais mesure la différence entre la moyenne des réalisations de l'estimateur et la véritable valeur du paramètre à estimer. Pour obtenir un estimateur de bonne qualité, il faut que cette différence soit la plus faible possible. Ceci revient à chercher, pour un modèle de mesure donné, un estimateur sans biais quelle que soit la valeur du paramètre à estimer.

Cependant, ce critère de performance d'un estimateur est insuffisant. En effet, si pour un estimateur donné, le biais est nul, mais que les fluctuations de la variable aléatoire $\hat{\theta}(x)$ autour de sa valeur moyenne sont importantes, il est clair que cet estimateur ne sera pas fiable.

Un estimateur est peu précis si ses fluctuations sont importantes. Il est donc raisonnable de rechercher un estimateur dont les fluctuations sont faibles. On introduit alors un deuxième critère de performance permettant de mesurer ces fluctuations : la variance $V(\hat{\theta})$ de chacune

des composantes $\hat{\theta}_i(x)$ de $\hat{\theta}(x)$. Lorsque le paramètre à estimer est un vecteur, ces variances sont obtenues en « lisant » la diagonale principale de la matrice d'autocorrélation de $\hat{\theta}(x)$:

$$T_\theta = \mathbb{E}[\hat{\theta}(x)\hat{\theta}(x)^T] - \mathbb{E}[\hat{\theta}(x)]\mathbb{E}[\hat{\theta}(x)]^T. \quad (2.48)$$

Comment définir les performances limites d'un estimateur ?

Dans un problème de détermination d'estimateur, il est intéressant de connaître, avant sa conception, les performances optimales auxquelles on peut prétendre. En ce qui concerne le biais, l'optimum est trivial : la borne minimale à atteindre est zéro. De même, on cherche pour la variance une borne minimale qui servira de référence. Cette borne minimale dépend de la modélisation des phénomènes aléatoires intrinsèques à tout problème de conception d'estimateur.

De ce fait, il existe plusieurs bornes, chacune s'appliquant à une classe de modélisation aléatoire. La plus connue et la plus simple à démontrer est la borne de Cramer-Rao.

Borne de Cramer-Rao et estimateur sans biais à variance minimale pour un paramètre à estimer scalaire

On suppose que la densité de probabilité $p(x; \theta)$ satisfait la condition :

$$\mathbb{E} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \ln(p(x; \theta)) \right] = 0 \quad \text{pour toute valeur de } \theta. \quad (2.49)$$

Alors, la variance de tout estimateur non biaisé de θ est telle que :

$$V(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I(\theta)} \quad \text{avec} \quad I(\theta) = -\mathbb{E} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln(p(x; \theta)) \right]. \quad (2.50)$$

$I(\theta)$ s'appelle l'information de Fisher et son inverse est la borne de Cramer-Rao. On peut alors montrer qu'il est possible de trouver un estimateur sans biais qui atteigne cette borne (c'est-à-dire un estimateur sans biais à variance minimale) si et seulement si :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln(p(x; \theta)) = I(\theta)(\hat{\theta}(x) - \theta). \quad (2.51)$$

5.2 Estimateurs issus de l'approche classique

Un estimateur est peu précis si ses fluctuations sont importantes. Il est donc raisonnable de rechercher un estimateur dont les fluctuations sont faibles. On introduit alors un deuxième critère de performance permettant de mesurer ces fluctuations : la variance $V(\hat{\theta})$ de chacune des composantes $\hat{\theta}_i(x)$ de $\hat{\theta}(x)$. Lorsque le paramètre à estimer est un vecteur, ces variances sont obtenues en « lisant » la diagonale principale de la matrice d'autocorrélation de $\hat{\theta}(x)$:

$$T_\theta = \mathbb{E}[\hat{\theta}(x)\hat{\theta}(x)^T] - \mathbb{E}[\hat{\theta}(x)]\mathbb{E}[\hat{\theta}(x)]^T. \quad (2.52)$$

Comment définir les performances limites d'un estimateur ?

Dans un problème de détermination d'estimateur, il est intéressant de connaître, avant sa conception, les performances optimales auxquelles on peut prétendre. En ce qui concerne le biais, l'optimum est trivial : la borne minimale à atteindre est zéro. De même, on cherche pour la variance une borne minimale qui servira de référence. Cette borne minimale dépend de la modélisation des phénomènes aléatoires intrinsèques à tout problème de conception d'estimateur.

De ce fait, il existe plusieurs bornes, chacune s'appliquant à une classe de modélisation aléatoire. La plus connue et la plus simple à démontrer est la borne de Cramer-Rao.

Borne de Cramer-Rao et estimateur sans biais à variance minimale pour un paramètre à estimer scalaire On suppose que la densité de probabilité $p(x; \theta)$ satisfait la condition :

$$\mathbb{E} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \ln(p(x; \theta)) \right] = 0 \quad \text{pour toute valeur de } \theta. \quad (2.53)$$

Alors, la variance de tout estimateur non biaisé de θ est telle que :

$$V(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I(\theta)} \quad \text{avec} \quad I(\theta) = -\mathbb{E} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ln(p(x; \theta)) \right]. \quad (2.54)$$

$I(\theta)$ s'appelle l'information de Fisher et son inverse est la borne de Cramer-Rao. On peut alors montrer qu'il est possible de trouver un estimateur sans biais qui atteigne cette borne (c'est-à-dire un estimateur sans biais à variance minimale) si et seulement si :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln(p(x; \theta)) = I(\theta)(\hat{\theta}(x) - \theta). \quad (2.55)$$

Remarque

Pour un problème d'estimation donné, il se peut que la borne de Cramer-Rao ne soit pas atteignable. Cela ne veut pas pour autant dire qu'il n'existe pas d'estimateur sans biais à variance minimale. Les statistiques suffisantes décrites au paragraphe 3.4 sont alors un moyen de déterminer cet estimateur.

Estimation d'une fonction de paramètres

Supposons que l'on cherche à estimer non pas θ mais une fonction $f(\theta)$ avec, dans le cas général, θ un vecteur de dimension p et f une fonction vectorielle de dimension r :

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ \vdots \\ f_r(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.56)$$

On appelle J la matrice jacobienne de la fonction f . Le problème consiste à estimer le paramètre vectoriel $\alpha = f(\theta)$ et l'on recherche les performances limites de tout estimateur

$\hat{\alpha}(x)$ de α . Comme précédemment, on suppose que la densité de probabilité $p(x; \theta)$ satisfait la condition :

$$\mathbb{E} \left[\frac{\partial \ln(p(x; \theta))}{\partial \theta} \right] = 0 \quad \text{pour toute valeur de } \theta. \quad (2.57)$$

Alors, la matrice de corrélation Γ de tout estimateur non biaisé de α est telle que la matrice :

$$\hat{T} = J I(\theta)^{-1} J^T \quad (2.58)$$

est définie non négative. Les résultats du paragraphe précédent restent valables en remplaçant $I(\theta)$ par :

$$J I(\theta)^{-1} J^T. \quad (2.59)$$

5.3 Modèle de mesure linéaire

On appelle modèle de mesure linéaire un modèle de mesure de la forme :

$$x = H\theta + b, \quad (2.60)$$

avec H une matrice connue, de dimension $N \times p$, appelée matrice d'observation. On impose au vecteur bruit b d'être gaussien, de moyenne nulle et de matrice d'autocorrélation Γ . La densité de probabilité du vecteur b est donc égale à :

$$p(b) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det(\Gamma)}} e^{-\frac{1}{2} b^T \Gamma^{-1} b} \quad (2.61)$$

Éléments de la formule :

- ****N**** : Dimension de la variable aléatoire b .
- ****Γ**** : Matrice de covariance (symétrique et définie positive).
- ****b^T**** : Transposé de b .
- ****det(Γ)**** : Déterminant de la matrice de covariance.

Rappels théoriques

La densité de probabilité du vecteur x paramétrée par θ , notée $p(x; \theta)$, est donc égale à :

$$p(x; \theta) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det(\Gamma)}} e^{-\frac{1}{2} (x - H\theta)^T \Gamma^{-1} (x - H\theta)} \quad (2.62)$$

On développe cette expression en tenant compte que $(x - H\theta)^T \Gamma^{-1} (x - H\theta)$ est un scalaire (donc égal à son transposé) et que la matrice Γ , étant une matrice d'autocorrélation, est symétrique et son inverse aussi. On obtient :

$$\ln(p(x; \theta)) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi \det(\Gamma)^N) - \frac{1}{2} (x^T - \theta^T H^T) \Gamma_b^{-1} (x - H\theta) \quad (2.63)$$

La densité de probabilité du vecteur x paramétrée par θ , $p(x; \theta)$, est donc égale à :

$$p(x; \theta) = (2\pi \det(\Gamma_b^N))^{-\frac{N}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x-H\theta)^T \Gamma_b^{-1} (x-H\theta)}. \quad (2.64)$$

Appliquons alors les résultats précédents et calculons $\ln(p(x; \theta))$:

$$\ln(p(x; \theta)) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi \det(\Gamma_b^N)) - \frac{1}{2}(x^T - \theta^T H^T) \Gamma_b^{-1} (x - H\theta). \quad (2.65)$$

On développe cette expression en tenant compte que $(x^T \Gamma_b^{-1} H\theta)$ est un scalaire (donc égal à son transposé) et que la matrice Γ_b , étant une matrice d'autocorrélation, est symétrique et son inverse aussi.

On obtient :

$$\ln(p(x; \theta)) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi \det(\Gamma_b^N)) - \frac{1}{2} (x^T \Gamma_b^{-1} x - 2x^T \Gamma_b^{-1} H\theta + \theta^T H^T \Gamma_b^{-1} H\theta). \quad (2.66)$$

En utilisant les règles de dérivation vectorielles suivantes :

$$\frac{\partial b^T \theta}{\partial \theta} = b \quad \text{et} \quad \frac{\partial \theta^T A \theta}{\partial \theta} = 2A\theta, \quad (2.67)$$

on déduit immédiatement de cette dernière expression :

$$\frac{\partial(\ln(p(x; \theta)))}{\partial \theta} = H^T \Gamma_b^{-1} x - H^T \Gamma_b^{-1} H\theta. \quad (2.68)$$

Si l'on suppose alors que $H^T \Gamma_b^{-1} H$ est inversible, on peut écrire que :

$$\frac{\partial(\ln(p(x; \theta)))}{\partial \theta} = H^T \Gamma_b^{-1} H ((H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1} H^T \Gamma_b^{-1} x - \theta). \quad (2.69)$$

Par conséquent, lorsque le modèle de mesure est linéaire, il existe un estimateur sans biais à variance minimale défini par :

$$\hat{\theta}(x) = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1} H^T \Gamma_b^{-1} x. \quad (2.70)$$

Sa matrice d'autocorrélation (réduite à sa variance dans le cas scalaire) est égale à :

$$\Gamma_{\hat{\theta}} = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1}. \quad (2.71)$$

$$\Gamma_{\hat{\theta}} = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1}. \quad (2.72)$$

6 Inégalité de Cramer-Rao

Note Importante

L'inégalité de Cramer-Rao est un résultat fondamental en théorie de l'estimation qui établit une limite inférieure pour la variance d'un estimateur sans biais d'un paramètre. Formulé mathématiquement, si $\hat{\theta}$ est un estimateur sans biais d'un paramètre θ , alors la variance de cet estimateur est toujours supérieure ou égale à l'inverse de la information de Fisher $I(\theta)$:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I(\theta)}$$

Où l'information de Fisher est donnée par :

$$I(\theta) = \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial \log L(\theta; X)}{\partial \theta} \right)^2 \right]$$

où $L(\theta; X)$ est la fonction de vraisemblance du paramètre θ basé sur l'échantillon X .
Points Clés :

- ****Estimation Efficace**** : Un estimateur atteint la borne de Cramer-Rao s'il est à la fois sans biais et atteint la variance minimale.
- ****Utilité**** : L'inégalité est souvent utilisée pour évaluer la performance des estimateurs dans diverses applications statistiques.

Cette inégalité souligne l'importance de choisir des estimateurs appropriés pour garantir une estimation précise et efficace des paramètres.

7 Estimation linéaire non-biaisée

De plus, comme le bruit est gaussien, on peut également montrer que $\hat{\theta}(x)$ est un vecteur aléatoire gaussien de moyenne θ , et puisque l'estimateur est sans biais, sa matrice d'autocorrélation est celle de l'estimateur. L'estimation linéaire non-biaisée est une méthode utilisée pour estimer un paramètre inconnu θ dans un modèle linéaire de la forme suivante :

$$x = H\theta + b \tag{2.73}$$

où :

- x est un vecteur de mesures (observations),
- H est une matrice de design connue,
- θ est le vecteur des paramètres inconnus à estimer,

- b est un vecteur de bruit (erreur), souvent supposé être gaussien avec une matrice de covariance Γ_b , i.e., $b \sim \mathcal{N}(0, \Gamma_b)$.

L'objectif est de trouver un estimateur $\hat{\theta}$ de θ qui est :

1. **Linéaire** : l'estimateur $\hat{\theta}$ est une fonction linéaire des observations x ,
2. **Non-biaisé** : l'espérance mathématique de l'estimateur est égale au vrai paramètre θ , c'est-à-dire $\mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta$,
3. **De variance minimale** : parmi tous les estimateurs linéaires et non biaisés, $\hat{\theta}$ minimise la variance de l'erreur d'estimation.

7.1 Dédution de l'estimateur linéaire non biaisé

L'estimateur linéaire non-biaisé (aussi appelé estimateur des *moindres carrés généralisés*) est donné par la formule suivante :

$$\hat{\theta} = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1} H^T \Gamma_b^{-1} x \quad (2.74)$$

Explication des termes :

- $H^T \Gamma_b^{-1} H$ est une matrice appelée la matrice de Fisher ; elle doit être inversible pour garantir l'existence de l'estimateur.
- $H^T \Gamma_b^{-1} x$ est une correction apportée aux observations x , pondérée par la matrice de covariance Γ_b du bruit.

Propriétés de l'estimateur

Non-biaisé

En prenant l'espérance de $\hat{\theta}$, on obtient :

$$\mathbb{E}[\hat{\theta}] = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1} H^T \Gamma_b^{-1} \mathbb{E}[x] \quad (2.75)$$

Comme $\mathbb{E}[x] = H\theta$, on a bien $\mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta$, ce qui montre que l'estimateur est non-biaisé.

Matrice de covariance de l'estimateur

La variance de $\hat{\theta}$ est donnée par la matrice d'autocorrélation suivante :

$$\Gamma_{\hat{\theta}} = \mathbb{E}[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] = (H^T \Gamma_b^{-1} H)^{-1}. \quad (2.76)$$

Cette matrice représente la précision de l'estimation. Plus cette matrice est petite (en termes de norme), plus l'estimation est précise.

Cas particulier : Bruit blanc

Si le bruit b est un *bruit blanc gaussien* (i.e., $\Gamma_b = \sigma^2 I$, où I est la matrice identité et σ^2 est la variance du bruit), alors l'estimateur devient :

$$\hat{\theta} = (H^T H)^{-1} H^T x, \quad (2.77)$$

ce qui correspond à l'estimateur des *moindres carrés ordinaires (OLS)*.

L'estimation linéaire non-biaisée est une méthode clé dans les systèmes d'estimation, en particulier dans les modèles linéaires où l'on cherche à estimer des paramètres inconnus de manière à minimiser l'erreur d'estimation tout en garantissant que l'estimation est en moyenne correcte.

Note Importante

L'estimation linéaire non-biaisée est une méthode utilisée en statistique pour estimer les paramètres d'un modèle de régression. Elle repose sur le principe que l'estimateur est linéaire par rapport aux observations et qu'il ne présente pas de biais, c'est-à-dire que l'espérance de l'estimateur est égale à la véritable valeur du paramètre à estimer. Les principales caractéristiques de l'estimation linéaire non-biaisée incluent :

- **Linearité** : L'estimateur est une combinaison linéaire des observations.
- **Non-biais** : L'estimateur fournit, en moyenne, la vraie valeur du paramètre.
- **Variance Minimale** : Parmi tous les estimateurs non-biaisés, l'estimateur linéaire a la variance la plus faible (sous certaines conditions), ce qui le rend efficace.

Cette méthode est particulièrement utilisée dans les modèles de régression linéaire, où l'on cherche à prédire une variable dépendante en fonction d'une ou plusieurs variables indépendantes.

CHAPTER 3

CHAPITRE 3: PRINCIPE RADAR

1	Introduction.	52
2	Concepts élémentaires.	53
3	Modèles de Cibles	67
4	Shift Doppler	68

Le radar, acronyme pour Radio Detection And Ranging (Détection et télémétrie par radio), est un système de détection basé sur l'émission et la réception d'ondes électromagnétiques pour localiser, identifier et suivre des objets à distance. Son principe repose sur l'envoi d'un signal radio vers une cible et sur l'analyse des échos réfléchis par celle-ci. Le radar permet de déterminer plusieurs paramètres clés tels que la distance, la vitesse, et la direction de l'objet détecté.

1 Introduction.

Cet équipement de Détection et de localisation s'est appelé successivement Détection Electromagnétique (France), Radio localisation (Grande Bretagne) et enfin RADAR (nom du projet secret aux USA 1945)[1].

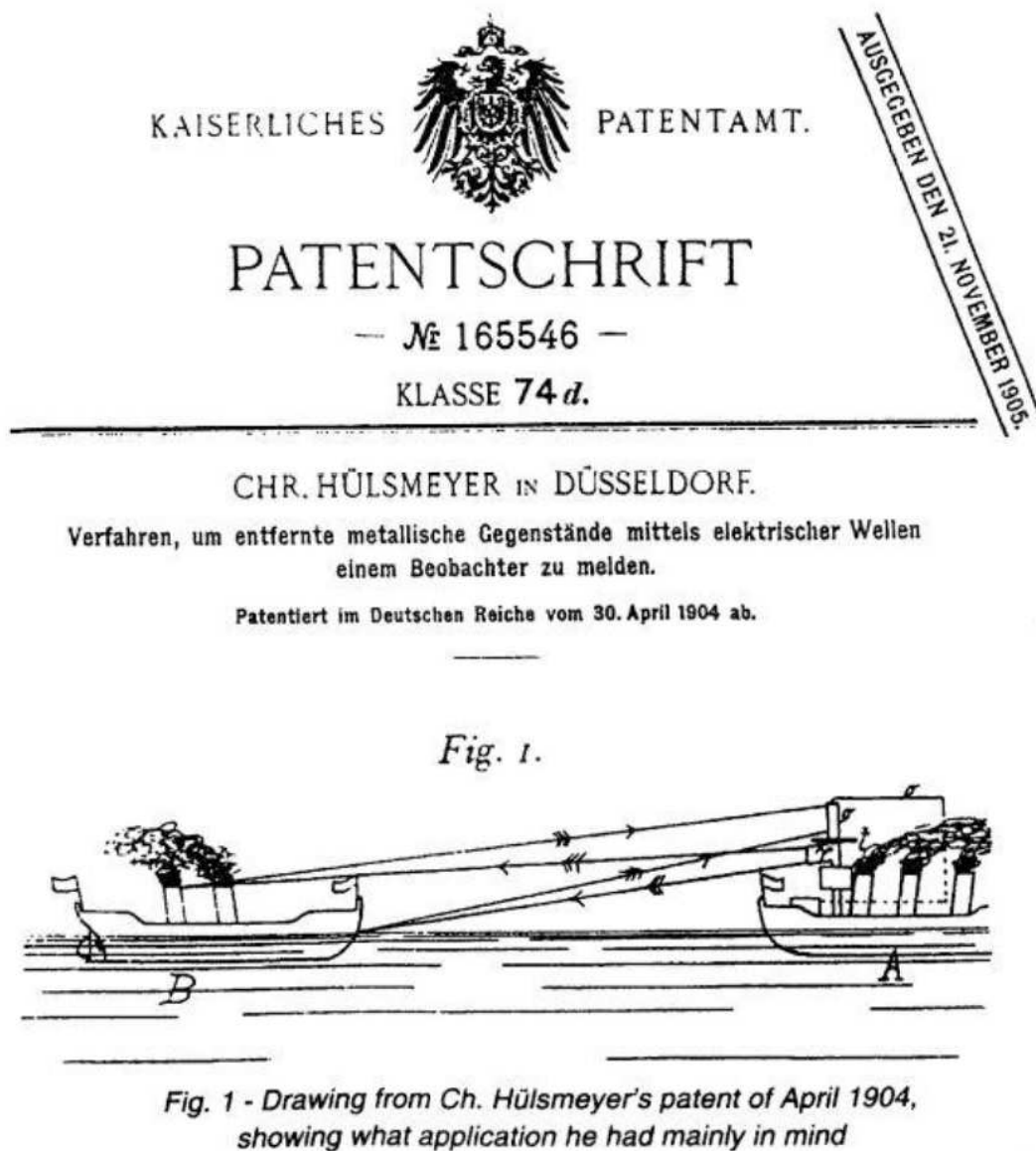


Figure 3.1: Page de garde de brevet déposé en 1904 en Allemagne, en Angleterre et en France par l'ingénieur de Düsseldorf Christian Hülsmeier.

Radar est un acronyme de **RA**adio **D**etection **A**nd **R**anging qui signifie "Détection et Télémétrie Radioélectrique"

2 Concepts élémentaires.

2.1 un peu d'Histoire sur le Radar.

Le concept de radar (radio detection and ranging) trouve ses origines au début du XX^e siècle. En 1904, Ch. Hulsmeyer développe et dépose un brevet pour un premier système permettant la détection de bateaux afin d'aider à la navigation maritime. Bien que ce système reste très limité, il constitue la première forme de radar. Le 20 juillet 1934 est une date importante. Cependant, ce n'est qu'en 1935, après les travaux et le brevet de R. Watson-Watt, que le radar se fait réellement connaître.

Le dispositif établi par Watson-Watt est alors d'ores et déjà constitué des principaux éléments encore utilisés dans les systèmes radar actuels. Durant la 2^{nde} guerre mondiale, le système développé par Watson est reconsidéré et modifié pour en améliorer les capacités et performances. L'état-major de la Royal Air Force britannique saisit immédiatement l'importance d'un tel système de détection pour la protection du territoire et fit ainsi construire la Chain Home : un ensemble de soixante installations radar sur l'ensemble des côtes britanniques.

L'attaque de Pearl Harbor, pour laquelle l'assaut ennemi fut mis en évidence par les premiers radars de veille aérienne alors que l'armée américaine déclina l'information, démontra une fois encore l'importance et les potentiels du radar pour la sécurité des nations. C'est donc durant la 2^{nde} guerre mondiale que la crédibilité accordée au système radar est réellement obtenue.

Et c'est durant cette période que furent développées les techniques radar encore d'actualité aujourd'hui, que ce soit les radars aériens ou encore de visualisation des cibles mobiles (VCM), communément appelés MTI (moving target indicator). Après la guerre, les radars continuent leurs évolutions et, dans les années 1950, apparaît le concept de radar à synthèse d'ouverture (SAR), marquant une nette avancée par rapport à la notion initialement définie par Hulsmeyer.

Les radars à réseaux phasés font leur apparition dans les années 1960, et le radar devient alors un domaine de recherche très actif. Les progrès théoriques en traitement numérique du signal des années 1970 et après marquent une nouvelle ère pour le radar, notamment sur les aspects de traitements adaptatifs. C'est ainsi que les systèmes radar modernes actuels voient le jour.

Récemment, le concept de radar à plusieurs antennes d'émission, inspiré du domaine des télécommunications, émerge et ouvre ainsi de nouvelles perspectives de recherches pour le radar.

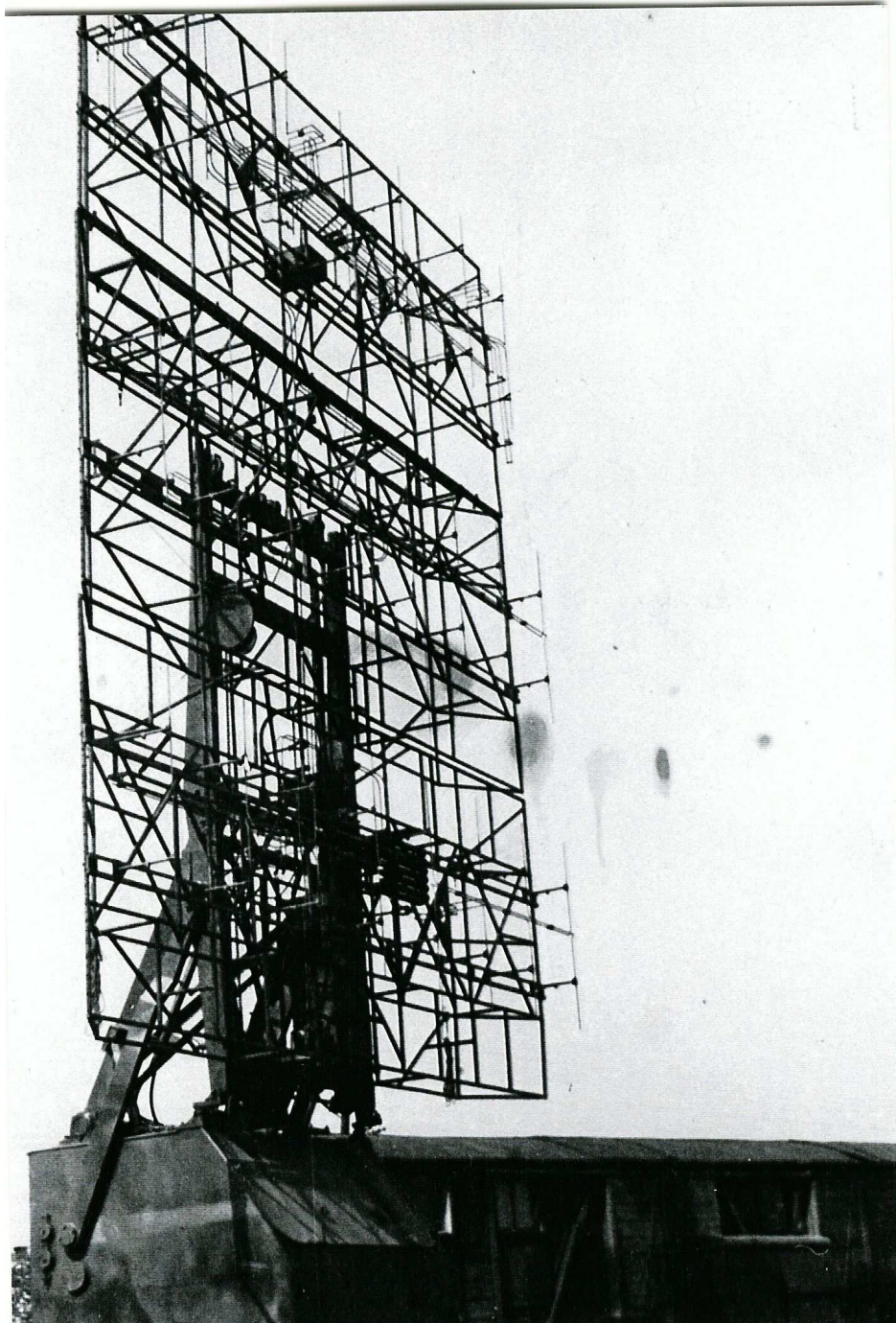


Figure 3.2: RADAR Freya, Telefunken 1937.

Note Importante

Les systèmes radar jouent un rôle crucial dans la détection et le suivi d'objets en mouvement. Les mesures statistiques sont essentielles pour interpréter les données radar, améliorer la précision et optimiser les performances. Voici quelques aspects importants des mesures statistiques dans les systèmes radar :

- **Estimation de la position** : Les algorithmes de filtrage, tels que le filtre de Kalman, utilisent des méthodes statistiques pour estimer la position et la vitesse des cibles en fonction des données de retour radar.
- **Analyse de la répartition des cibles** : Les méthodes statistiques permettent d'analyser la distribution des cibles dans un espace donné, ce qui aide à la planification des missions et à la gestion des ressources.
- **Détection de cibles** : Les tests d'hypothèses statistiques sont utilisés pour déterminer si un signal reçu contient une cible ou s'il s'agit de bruit de fond, améliorant ainsi la fiabilité du système radar.
- **Précision et fiabilité** : Les mesures statistiques aident à évaluer la précision des estimations et à quantifier l'incertitude associée aux mesures radar.

Ces mesures sont fondamentales pour garantir l'efficacité et la sécurité des opérations radar dans divers domaines, notamment la navigation aérienne, la défense et la surveillance civile.

2.2 Types des Radar.

On distingue deux types d'exploitations fonctionnellement très différentes : les surveillances non coopérative et coopérative. La surveillance non coopérative est assurée sans intervention de la cible à sa Détection : c'est la propriété de la réflexion d'une onde électromagnétique sur la surface physique de la cible qui est utilisée. La Détection se fait par reconnaissance de la présence d'un signal réfléchi, la mesure de distance par mesure du temps de propagation radar "cible" radar, la mesure d'azimut par utilisation d'une antenne directive tournante. Les équipements correspondants sont caractérisés comme "radars primaires" . La surveillance coopérative est assurée grâce à la participation active de la cible à sa Détection. La cible est équipée d'un répondeur (ou transpondeur). Ce transpondeur reçoit des interrogations du radar et répond. Les mesures de distance et d'azimut utilisent les mêmes principes qu'en radar primaire. L'originalité de l'exploitation coopérative est que le signal reçu est renseigné en identification ou altitude en fonction de l'interrogation du radar. Les équipements correspondants sont caractérisés comme "radars secondaires".

2.3 Domaines d'application.

Les principaux domaines d'application du radar sont la surveillance et le contrôle que ce soit dans un contexte civil ou militaire. On utilise, par exemple, le radar pour le contrôle aérien,

maritime et routier. Le radar est également utilisé en météorologie et astronautique pour l'observation de la Terre.

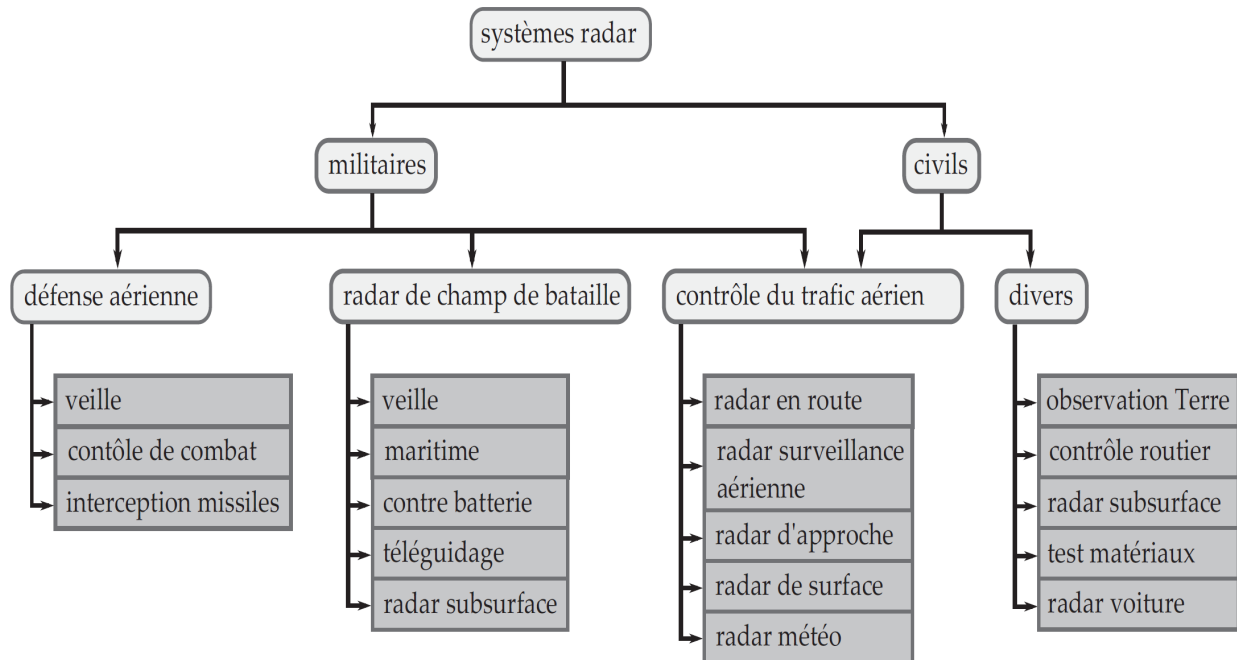


Figure 3.3: Les applications Radar.

Domaine civil

Les radars civils. Tous les radars primaires utilisés par l'Aviation Civile sont de type 2D. Deux bandes de fréquences sont utilisées pour les applications de l'Aviation Civile : la bande L (1300 MHz – 23 cm) et la bande S (3000 MHz – 10 cm). La polarisation est circulaire pour faciliter le traitement des échos météorologiques. L'exploitation radar primaire est propre aux grands aéroports.

Domaine militaire

Les radars militaires. Pour remplir ses missions de défense aérienne, de conduite des opérations aériennes, et celles liées à la circulation aérienne militaire, la Défense dispose de nombreux radars primaires fixes 2D et 3D. Les bandes de fréquences utilisées sont, comme pour l'aviation civile, la bande L et la bande S. La bande X (9 GHz), pour le contrôle d'approche, et la bande C (5 GHz), pour quelques radars tactiques, sont également utilisées. En complément de besoins identiques à ceux de l'aviation civile pour l'approche, une détection "en route" en haute et moyenne altitude, basse altitude et très basse altitude, ainsi que sur des cibles de faible SER, est indispensable. La plupart de ces radars sont implantés sur des sites "aéronautiques" (bases aériennes ou aéronavales), mais de plus en plus de déploiements extérieurs sont nécessaires, en particulier pour la protection de sites sensibles.

Exemple des radars

Les radars de haute altitude Radar 22XX Il s'agit d'un radar tridimensionnel à longue portée et à balayage électronique. Il est équipé d'une antenne tournant à six tours par minute. Sa portée est d'environ 450 kilomètres.

Les radars de haute altitude Radar TRAC 2400 Radar bidimensionnel à longue portée et à balayage électronique. Il est équipé d'une antenne tournant à six tours par minute.

Les radars de basse altitude et d'approche Radar PAR-NG grâce à sa technologie évoluée, le PAR-NG offre aux contrôleurs de la circulation aérienne une meilleure Détection, une plus grande précision visuelle et une mise en oeuvre plus rapide.

Les radars de basse altitude et d'approche Radar Aladin D'une portée de 100 km environ, ce radar effectue une douzaine de rotations par minute. Il est progressivement remplacé par l'ANGD (Aladin nouvelle génération durci), radar tactique et aérotransportable. Ce radar mobile peut être installé sur une base aérienne ou dans le cadre de la mise en place d'un centre de Détection et de contrôle (CDC) mobile.

Les radars de basse altitude Radar Centaure Le radar Centaure est un radar panoramique primaire et secondaire (longueur d'onde de 23 cm, antenne tournant à 12 tours par minute). Le Centaure est un radar à longue portée (environ 180 km) piloté à distance. Les informations fournies par ce radar peuvent être exploitées sous forme de vidéos.

Un radar est un système qui utilise les ondes électromagnétiques pour détecter et/ou localiser et/ou déterminer la vitesse d'objets. Un émetteur envoie une onde qui se réfléchit sur la cible et est détectée par un ou plusieurs récepteurs. La position est estimée grâce aux temps de retour de l'onde sur les différents récepteurs informant sur la distance et la position angulaire de la cible. La vitesse peut être mesurée par le changement de fréquence de l'onde émise d'après l'effet Doppler..

Désignation	Bande de fréquence	Longueur d'onde	Origine du nom
HF	3-30 MHz	100-10 m	High Frequency
VHF	30-300 MHz	1-0.3 m	Very High Frequency
L	1-2 GHz	30-15 cm	Long Wave
S	2-4 GHz	15-8 cm	Short Wave
C	4-8 GHz	8-4 cm	Compromis entre S et X
X	8-12 GHz	4-2.5 cm	Cross (X) pour croisement"
Ku	12-18 GHz	2.5-1.7 cm	Kurz-Under
K	18-27 GHz	1.7-1.2 cm	de l'Allemand <i>Kurz</i> (court)
Ka	27-40 GHz	1.2-0.75 cm	Kurz-Above
V	40-75 GHz	7.5-4 mm	Very High Frequency
W	75-110 GHz	4-2.7 mm	Wave

Table 3.1: Lettres utilisées pour la désignation des bandes de fréquence radar d'après Skolnik, 2008.

2.4 Principes du Radar.

Le radar, acronyme de **RA**dio **D**étection **A**nd **R**anging, est un système électronique qui utilise les ondes électromagnétiques pour détecter, localiser et, dans certains cas, identifier des objets tels que des avions, des navires, des véhicules ou des formations météorologiques.

Les Quatre Étapes Fondamentales du Fonctionnement d'un Radar

- **Émission** * **Génération d'une onde électromagnétique:** Un émetteur produit des ondes radio de haute fréquence, généralement sous forme d'impulsions courtes. * **Diffusion de l'onde:** L'onde est ensuite rayonnée dans l'espace par une antenne parabolique hautement directionnelle.
- **Rétrodiffusion** * **Interaction avec la cible:** Une partie de l'énergie de l'onde incidente est réfléchi (rétrodiffusée) par la cible dans toutes les directions. * **Nature de la rétrodiffusion:** La quantité d'énergie rétrodiffusée dépend de la taille, de la forme, de la nature de la surface de la cible, ainsi que de l'angle d'incidence de l'onde.
- **Réception** * **Capture de l'écho:** L'antenne du radar capte une partie de l'énergie rétrodiffusée par la cible. * **Amplification et traitement:** Le signal reçu, très faible, est amplifié et traité pour éliminer le bruit et extraire les informations utiles.
- **Analyse et Affichage** * **Mesure du temps de retour:** En mesurant le temps mis par l'onde pour aller et revenir de la cible, on peut déterminer la distance qui la sépare du radar. * **Mesure de la fréquence:** La fréquence de l'onde réfléchi peut être légèrement différente de celle de l'onde émise en raison de l'effet Doppler, ce qui permet de mesurer la vitesse relative de la cible par rapport au radar. * **Mesure de l'angle:** La direction d'où provient l'écho permet de déterminer l'angle de la cible par rapport au radar. * **Affichage:** Les informations obtenues sont généralement affichées sur un écran sous forme de points lumineux (plots) représentant les cibles, avec des indications sur leur distance, leur vitesse et leur direction.

Le radar est un outil indispensable dans de nombreux domaines, grâce à sa capacité à fournir des informations précises sur la position, la vitesse et les caractéristiques des objets à distance.

Mesure de distance

L'onde émise par le radar parcourt la distance radar/cible R_0 à la célérité de la lumière c . Elle est rétrodiffusée par la cible dans tout l'espace. L'onde rétrodiffusée parcourt une nouvelle fois la distance R_0 et une ...

partie de l'onde est recueillie par le radar. La Détection de l'écho reçu et la mesure du temps de propagation de l'onde nous informe sur la présence et la distance de la cible. L'onde reçue par le radar est une version atténuée et retardée de l'onde émise d'un retard

$$\tau = \frac{2R_0}{c} \quad (3.1)$$

Mesure de la direction

Le radar calcule le gisement (angle d'azimut) et le site (angle d'élévation) d'un objet à partir de la direction vers laquelle l'antenne doit être dirigée pour obtenir un signal réfléchi maximum en provenance de celui-ci. L'azimut d'une cible détectée par un radar est l'angle entre la direction du nord et celle de la ligne directe antenne-cible. Cet angle est déterminé grâce à la directivité de l'antenne. Elle se mesure dans le plan horizontal, dans le sens des aiguilles d'une montre. Par contre, l'élévation est l'angle que forme, avec sa projection sur le plan horizontal, l'axe (Antenne.Radar.Cible), mesuré dans le plan vertical. L'angle de site est positif lorsqu'il est au-dessus de l'horizon (site 0°), et négatif en dessous.

Mesure de la de la hauteur

La hauteur d'une cible par rapport à la surface du globe terrestre est 'Altitude'. Elle peut être calculée en multipliant la distance oblique D de la cible par le sinus de son angle d'élévation.

Mesure de la de la vitesse "L'effet Doppler"

Lorsque la cible est mobile par rapport au radar, son retard évolue au cours du temps:

$$\tau = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2}{c}(R_0 + v_{rad}t) \quad (3.2)$$

v_{rad} est la vitesse radiale de la cible, c'est-à-dire la vitesse de rapprochement ou d'éloignement par rapport au radar. L'onde reçue par le radar, émise par une cible mobile, arrive en avance ou en retard par rapport à celle d'une cible fixe. Lorsque v_{rad} est très petite par rapport à c , ce décalage de temps d'arrivée se traduit sur l'onde reçue par un décalage de la fréquence porteuse f_0 de l'onde. Ce phénomène porte le nom d'effet Doppler. Le décalage en fréquence sur la porteuse, appelée fréquence Doppler, s'écrit :

$$f_D = \frac{2v_{rad}}{\lambda} \quad (3.3)$$

$$\lambda = \frac{c}{f_0} \quad (3.4)$$

désigne la longueur d'onde du radar. La mesure de f_D permet de déterminer la vitesse radiale de la cible.

2.5 Structure général d'un système Radar.

Un radar est un système qui utilise les ondes électromagnétiques pour détecter et/ou localiser et/ou déterminer la vitesse d'objets. Un émetteur envoie une onde qui se réfléchit sur la cible et est détectée par un ou plusieurs récepteurs. La position est estimée grâce aux temps de retour de l'onde sur les différents récepteurs informant sur la distance et la position angulaire de la cible. La vitesse peut être mesurée par le changement de fréquence de l'onde émise à l'effet Doppler.

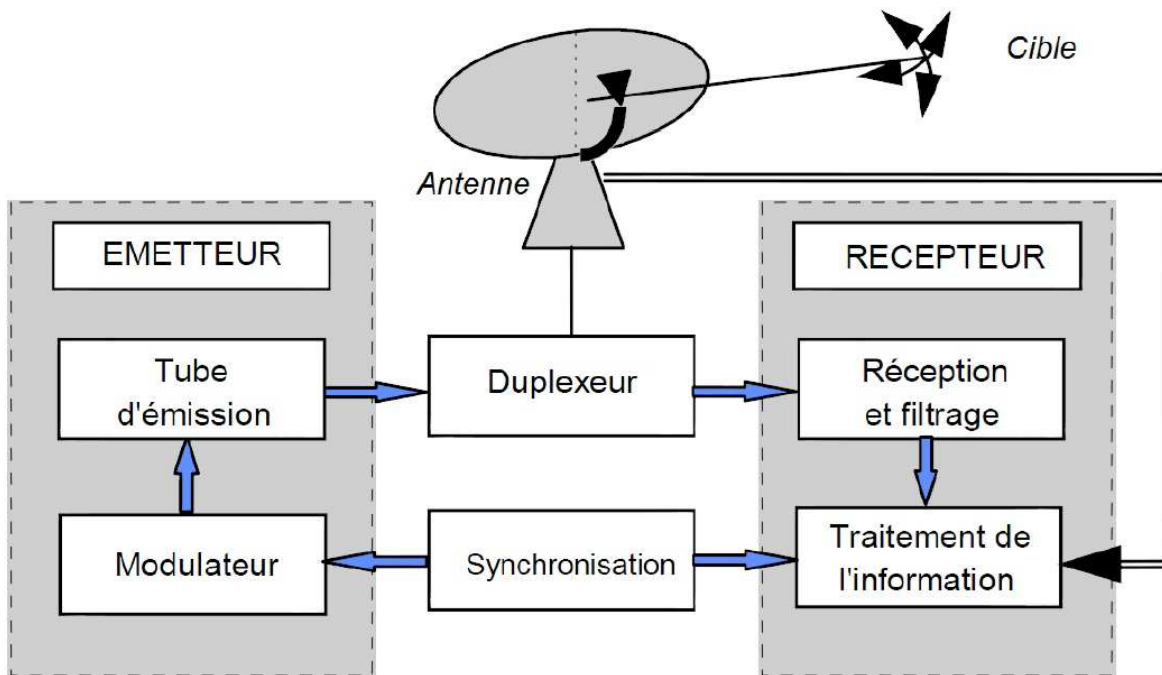


Figure 3.4: Schéma synoptique simplifié du radar.

Les dispositifs radar Le positionnement et le nombre d'antennes utilisées pour former un système radar permet de le classifier selon une certaine performance. En fonction du positionnement des antennes, il y a d'une part le radar monostatique pour lequel les antennes d'émission et de réception sont placées au endroit. Et d'autre part, le radar bistatique, pour lequel ces antennes sont placées à des endroits assez espacés relativement à la longueur d'onde. En fonction du nombre d'antennes, on répertorie les radar :

- **SISO**: une seule antenne en émission et en réception,
- **SIMO**: une seule antenne en émission et plusieurs en réception,
- **MISO**: plusieurs antennes en émission et une seule en réception,
- **MIMO**: plusieurs antennes en émission et en réception.

résolution degré de séparation

La résolution d'un radar est sa capacité à distinguer deux cibles très proches l'une de l'autre, en azimut ou en distance. Les radars de contrôle d'armes, qui demandent une grande précision, doivent être capables de distinguer des cibles espacées de quelques mètres. résolution et précision ne doivent pas être confondues. La précision est le degré de correspondance entre la position et/ou la vitesse de la cible mesurée par le radar à un instant t et la position et/ou la vitesse réelle de cette cible au instant. Les radars de veille, généralement moins précis, ne peuvent faire de distinction qu'entre des cibles espacées de quelques centaines, voire milliers,

de mètres. Les radars météorologiques ne repèrent pas des cibles individuelles mais plutôt obtiennent le retour de toutes les précipitations dans un volume sondé ce qui donne une moyenne des intensités dans ce volume. La résolution est traditionnellement divisée en deux parties: la résolution en distance et la résolution angulaire (en azimut).

résolution en distance La résolution en distance est la capacité d'un système radar à distinguer deux ou plusieurs cibles situées dans la direction mais à des distances différentes. La qualité de la résolution dépend de la largeur de l'impulsion émise, du type et de la taille des cibles, et de l'efficacité du récepteur et de l'indicateur. La largeur d'impulsion est le paramètre prépondérant pour la résolution en distance. Un système radar bien connu, en considérant que tous les autres facteurs permettent une efficacité maximale, devrait être capable de distinguer des cibles espacées d'un temps égal à une demi-largeur d'impulsion τ . Considérons deux cibles situées à des distances R_1 et R_2 correspondant à des retards de temps t_1 et t_2 . Notons la différence entre ces deux portées ΔR :

$$\Delta R = R_1 - R_2 = c \frac{t_2 - t_1}{2} = c \frac{\delta t}{2} \tag{3.5}$$

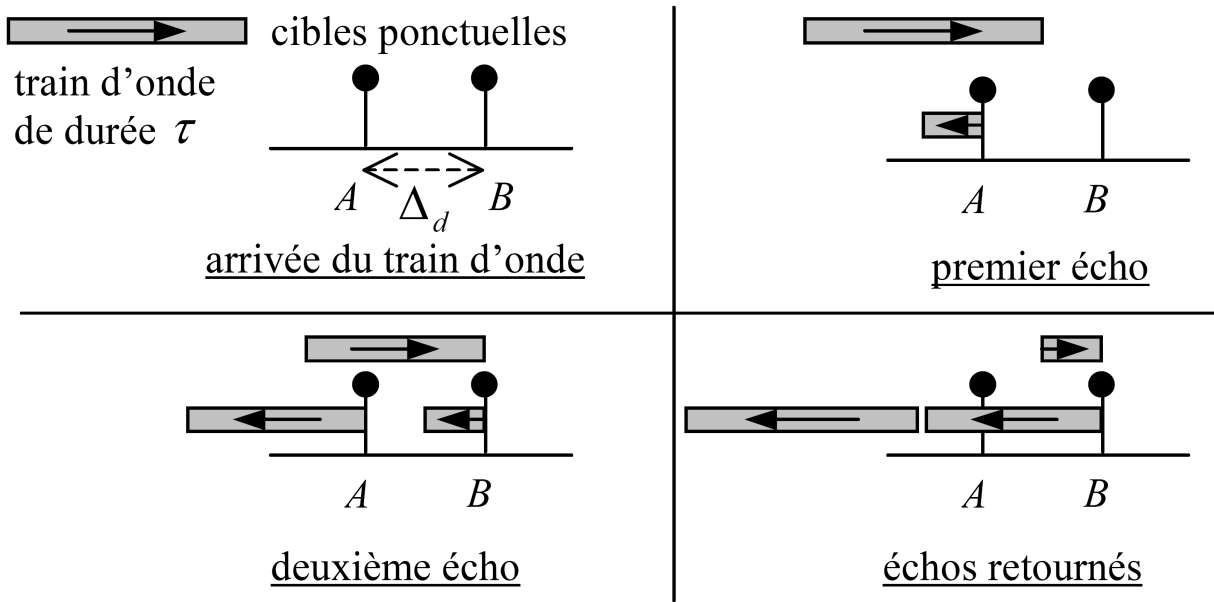


Figure 3.5: Distance minimale entre deux cibles ponctuelles.

Généralement, δt est choisie comme $\frac{\tau}{4}$, où τ est la largeur d'impulsion. Comme la bande passante du radar est donnée par $B = \frac{1}{\tau}$, on peut écrire l'équation comme suit :

$$\Delta R = c \frac{c\tau}{2} = c \frac{c}{2B} \tag{3.6}$$

résolution angulaire La résolution angulaire est l'écart angulaire minimum qui permet au radar de distinguer deux cibles identiques se présentant à la distance. La résolution

angulaire d'un radar est déterminée par la largeur de son lobe d'antenne, elle est définie d'après son angle à -3 dB (largeur du lobe à mi-puissance).

Les points du diagramme de rayonnement de l'antenne qui reçoivent la moitié de la puissance émise (c'est-à-dire la largeur du lobe à -3 dB) sont considérés comme les limites du lobe lorsque l'on calcule la résolution angulaire. Deux cibles identiques, à la distance, sont de fait vues par un radar à des azimuts différents lorsqu'elles sont espacées angulairement d'une valeur supérieure à la largeur du lobe à -3 dB. Une remarque importante s'impose immédiatement : plus le lobe est étroit, plus la directivité de l'antenne est importante.

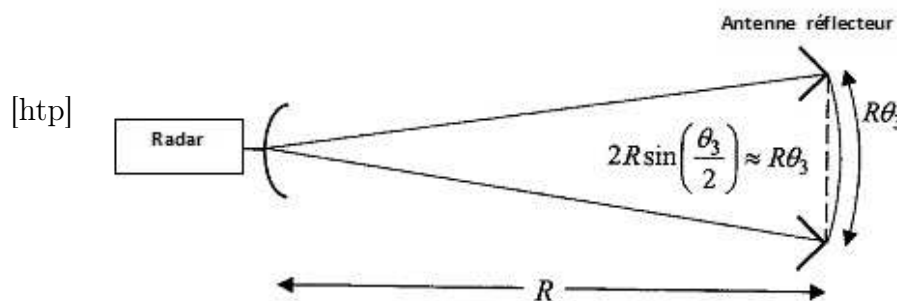


Figure 3.6: La résolution angulaire .

Cellule de résolution Les résolutions en distance et angulaire conduisent à la notion de cellule de résolution. Le sens de cette cellule est très clair : à moins qu'il ne soit possible d'exploiter un éventuel effet Doppler, il est impossible de distinguer (l'une de l'autre) deux cibles se trouvant à l'intérieur d'une cellule de résolution. On considère généralement que le volume de l'impulsion est fixé par l'angle d'ouverture u (angle d'un côté à l'autre du lobe principal du faisceau où la puissance émise diminue de moitié, soit -3 dB en termes relatifs) et par la résolution en distance ΔR correspondant à τt de la longueur de l'impulsion τ . Donc, $\Delta R = \frac{c\tau}{2}$. Plus le spectre de l'impulsion émise est large et l'angle d'ouverture étroit, plus la cellule de résolution est petite et plus l'équipement radar est protégé des interférences.

2.6 Schéma synoptique du radar

L'architecture complète d'un radar est très complexe et varie considérablement selon son type (radar classique, à effet Doppler, à compression d'impulsions) et suivant les applications envisagées, tout comme le type d'impulsions générées. La figure suivante représente un synoptique de radar simplifié, présentant ses principaux composants, afin de comprendre le fonctionnement des radars dans leur globalité

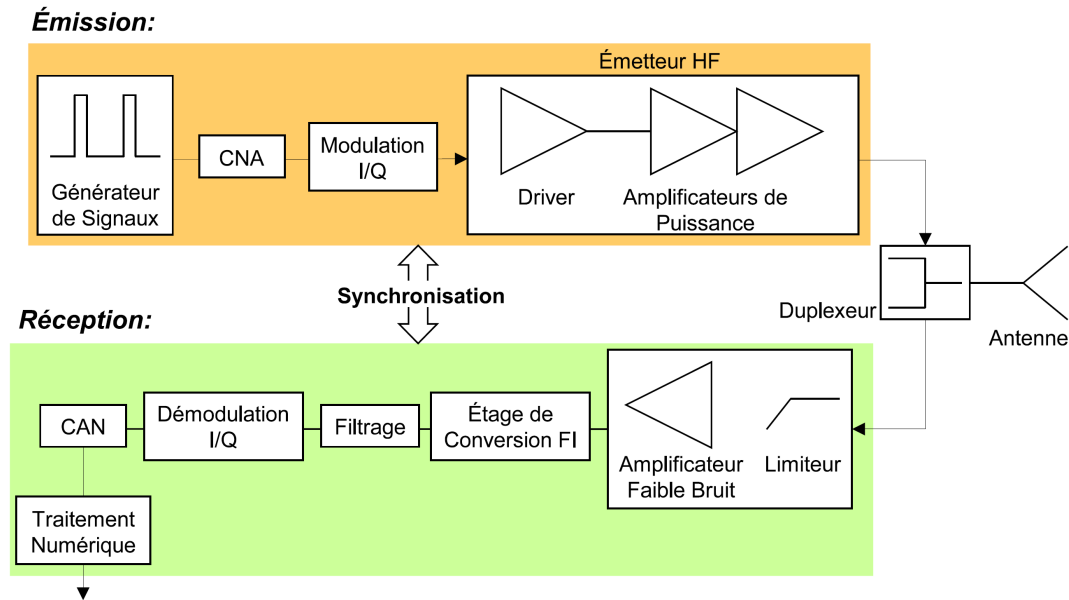


Figure 3.7: Schéma synoptique simplifié du radar.

2.7 La chaîne d'émission

associe un générateur de signaux hyperfréquences (HF) impulsionnels à un émetteur HF dans lequel les signaux HF sont amplifiés. Le rôle de l'émetteur est d'amplifier l'impulsion HF jusqu'à une puissance désirée, en relation avec la portée du radar et prise généralement élevée. Il est composé de plusieurs modules d'émission formés d'étages amplificateurs HF. Le mode d'amplification varie également en fonction du type de radar. Les amplificateurs dits à tubes à ondes progressives (TOP) sont utilisés pour les niveaux de puissances très élevées. Cependant, leur consommation électrique et leur encombrement sont très importants. A l'inverse, les amplificateurs à état solide SSPA moins encombrants, offrent une capacité d'amplification plus réduite. De manière générale, un étage "Driver" servant à préamplifier le signal est placé en amont des étages de puissance, ainsi qu'un dispositif annexe de refroidissement et d'alimentation.

2.8 Le duplexeur

situé au pied de l'antenne, dirige le signal à l'émission vers l'antenne avec une perte minimale tout en isolant la partie réception du radar. A l'inverse, le signal capté par l'antenne est guidé vers la partie réception.

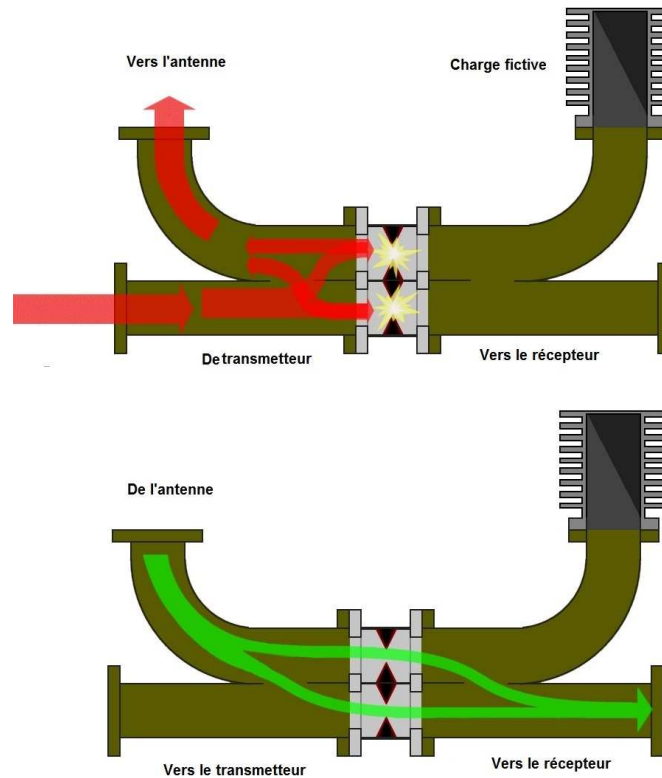


Figure 3.8: Principe d'un duplexeur équilibré.

L'antenne

L'antenne est la partie visible d'un système radioélectrique qui sert à la transmission et à la réception du signal dans l'espace libre. Elle sert à concentrer le signal produit par l'émetteur vers l'espace libre et/ou à percevoir les faibles signaux venant de l'extérieur pour les diriger vers le récepteur. Les modules de cette section traitent des antennes utilisées dans les radars.

constitue l'interface entre les signaux HF émis et ceux reçus. Il existe une grande diversité d'antennes suivant l'application recherchée : antenne réflecteur, parabolique, antenne réseaux, etc., chaque type d'antenne correspondant à une application particulière du radar.

2.9 La chaîne de réception

l'un des éléments les plus complexes d'un radar. Elle doit posséder à la fois une très grande sensibilité mais également permettre l'amplification des signaux reçus dans de très grandes proportions, ceci afin d'avoir le meilleur rapport signal à bruit

$$\frac{S}{N}$$

possible. Une tête de réception HF détecte les impulsions reçues par l'antenne.

Dans le cas d'applications militaires, la tête de réception comprend en amont un limiteur, qui permet de protéger le reste de la chaîne de réception d'éventuelles "attaques" (champs



Figure 3.9: Antenne radar surveillance monopulse.

électromagnétique de forte intensité) suivi d'un amplificateur faible bruit. Puis plusieurs étages de conversion FI translatent le signal HF en fréquence basse avant de le filtrer et de le démoduler en amplitude et en phase à l'aide de démodulateur

$$\frac{I}{Q}$$

2.10 Un convertisseur analogique numérique

échantillonne le signal reçus afin que le module de traitement numérique exploite les signaux obtenus. Il est alors décidé si le signal transmis contient un écho et calcule le cas échéant les caractéristiques de l'éventuelle cible (distance, vitesse...).

2.11 le synchronisateur

Le **synchronisateur radar** est un composant essentiel dans le fonctionnement des radars modernes, jouant le rôle de coordonnateur central du système. Sa mission principale est de synchroniser les différentes parties du radar en assurant que l'émission d'impulsions radar et la réception des échos soient parfaitement alignées.

Fonctionnement du Synchronisateur Radar Le synchronisateur génère des impulsions de synchronisation, ou *pulses*, servant de référence temporelle pour les différents éléments du radar, comme l'émetteur

Affichage radar

L'information recueillie par le radar contient jusqu'à plusieurs millions d'octets de données à propos de la région l'entourant, incluant les cibles potentielles. Il est donc important de présenter à l'utilisateur du radar un affichage de ces données qui soit facilement interprétable, continu dans le temps et bien référencé par rapport au radar. L'affichage doit aussi souvent indiquer la forme, la grandeur et, si possible, le genre de cible. Les informations du radar sont reliées à une position dans l'espace ce qui veut dire que chaque donnée a une valeur en distance, azimut et angle de site par rapport au radar. Dans le cas d'un radar secondaire, le transpondeur de l'avion-cible va également ajouter des informations, comme son identification. Différents affichages sur écran cathodique ont très bien rempli cette fonction depuis la Seconde guerre mondiale. Les écrans à ACL ou plasma remplacent de plus en plus les tubes cathodiques sans changer les différents types d'affichage. Cependant, il est encore difficile de donner une représentation en trois dimensions.

Affichage de type A Selon le type d'informations à afficher, les données radar peuvent être présentées de différentes manières. La façon la plus simple est l'affichage de type A (figure 1) qui ne permet de voir que la distance de la cible par rapport au radar et son intensité relative. Ces affichages sont normalement utilisés par les systèmes de contrôle de tir. La direction et l'angle d'élévation de l'antenne du radar sont présentés sur un cadran ou un affichage numérique à part. Affichage d'un signal numérique sur un écran de type A L'affichage de type A est utilisé par les radars anciens qui obtiennent un signal vidéo analogique du récepteur. La position de la cible est égale au temps aller-retour de l'impulsion, divisé par deux.

Affichage radar PPI (vue panoramique radar) Le PPI, ou vue panoramique radar, est l'affichage radar le plus courant aujourd'hui. Il montre en coordonnées polaires la région de couverture autour du radar. La position de ce dernier est généralement au centre de l'écran mais peut être décalé pour certaines applications. Par exemple, l'affichage sur le tableau de bord d'un avion, le radar peut se trouver sur la bordure inférieure centrale de l'écran. Lorsque l'affichage est directement relié au radar en rotation, le faisceau radar, représenté par un rayon du centre vers le bord de l'écran, balaie sur 360 degrés la surface de l'affichage à la vitesse que l'antenne. Il s'agit donc du balayage sur un angle de site constant. Le tout est présenté comme une image cartographique de la région couverte. On utilise alors un écran à longue persistance des pixels pour que les cibles demeurent visibles entre chaque balayage.

Affichage numérique Grâce à l'électronique moderne, toutes les informations disponibles sur les cibles peuvent être affichées sur un écran de style téléviseur. Les coordonnées polaires de la position des cibles sont transformées en coordonnées X-Y dans un fichier numérique et sont ensuite affichées à l'écran, comme sur une carte géographique. Les informations supplémentaires de hauteurs, l'identification de la cible et autres peuvent être affichées en passant un curseur sur la cible. désirée.

3 Modèles de Cibles

Les Modèles de cibles radar permettent de représenter mathématiquement le comportement des cibles en réponse aux ondes radar. Ils sont essentiels pour comprendre comment un radar détecte, localise et identifie des objets. Voici quelques-uns des Modèles les plus couramment utilisés.

3.1 Modèle de Cible Ponctuelle

Dans le Modèle de cible ponctuelle, la cible est considérée comme un point sans dimensions. La réponse radar est décrite par la **section efficace radar** (SER ou RCS), qui représente la capacité d'une cible à réfléchir les ondes radar.

$$\sigma = \frac{P_{\text{reçu}}}{P_{\text{incident}}} \quad (3.7)$$

où σ est la section efficace radar, $P_{\text{reçu}}$ est la puissance reçue par le radar, et P_{incident} est la puissance incidente sur la cible.

3.2 Modèle de Cible Étendue

Ce Modèle prend en compte les dimensions physiques de la cible. Celle-ci est divisée en plusieurs surfaces ou points de réflexion individuels. Les contributions de chaque partie de la cible s'additionnent pour produire l'écho radar total.

Modèle de Facettes

Un objet complexe, tel qu'un avion, peut être modélisé par un ensemble de facettes planes qui réfléchissent les ondes radar individuellement.

Modèle de sphère

Certains objets simples, comme des ballons, peuvent être modélisés comme des sphères. Leur section efficace radar est calculée en fonction de la taille et de la fréquence radar.

3.3 Modèle Statistique

Lorsque la section efficace radar (SER) varie en raison de la forme ou du mouvement de la cible, on utilise des distributions statistiques pour modéliser cette variabilité.

Distribution de Rayleigh

Utilisée pour des cibles comportant de nombreux petits diffuseurs aléatoires.

Distribution de Rician

Modèle adapté aux cibles ayant un retour direct fort et plusieurs petits retours aléatoires.

Distribution de K

Représente des cibles avec des fluctuations plus importantes que celles modélisées par la distribution de Rayleigh.

3.4 Modèle de Cible Fluctuante

Le Modèle de fluctuation prend en compte les variations rapides ou lentes de la SER, souvent en fonction du mouvement de la cible.

Modèle de Swerling

Il existe quatre types de Modèle s Swerling basés sur la nature des fluctuations :

- **Swerling 1 et 2** : Pour des cibles avec des fluctuations rapides.
- **Swerling 3 et 4** : Pour des cibles avec des fluctuations plus lentes.

3.5 Modèle Doppler

Pour les cibles en mouvement, le Modèle Doppler prend en compte le **décalage Doppler**, qui est la variation de fréquence des ondes réfléchies en fonction de la vitesse relative de la cible. Cela permet au radar de mesurer la vitesse de la cible.

3.6 Modèle de Cible Complexe

Ce Modèle est utilisé pour des cibles comme les avions ou les navires. Chaque partie de la cible (ailes, fuselage, etc.) peut être modélisée comme un diffuseur individuel avec des caractéristiques de réflexion spécifiques.

3.7 Modèle de Cible Furtive

Les cibles furtives sont conçues pour minimiser leur SER. Ce Modèle prend en compte des techniques de réduction de la signature radar, telles que les surfaces inclinées ou l'utilisation de matériaux absorbants.

Les différents Modèles de cibles radar sont essentiels pour simuler et comprendre les interactions entre le radar et les cibles dans diverses conditions. Ces Modèles aident à améliorer les performances des radars dans la détection et le suivi d'objets complexes.

4 Shift Doppler

Le **décalage Doppler en fréquence** se produit lorsqu'il y a un mouvement relatif entre un radar (ou récepteur) et une cible, entraînant une modification de la fréquence du signal réfléchi par la cible en mouvement. Le décalage Doppler peut être exprimé en fonction de la vitesse de la cible, de la longueur d'onde du signal et de l'angle entre la direction du mouvement de la cible et la ligne de visée du radar.

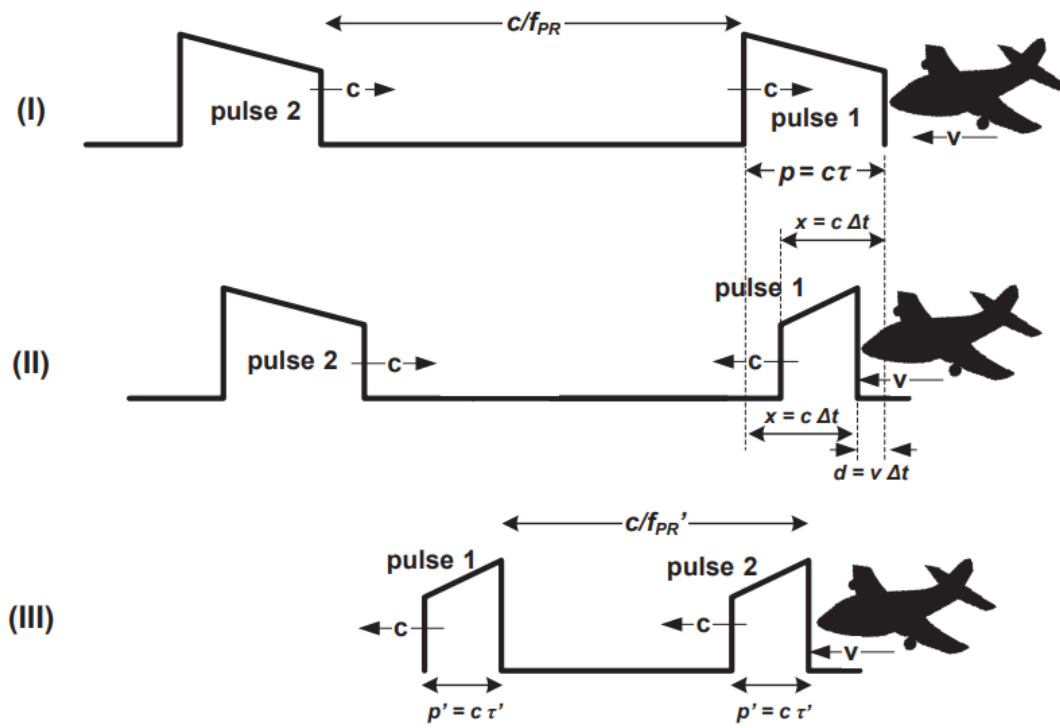


Figure 3.10: Illustration du phénomène de décalage Doppler

4.1 Formule du Décalage Doppler

Le décalage Doppler pour un système radar est donné par :

- (I) Le front d'onde de la première impulsion touche la cible à $t = 0$;
- (II) Le bord arrière de la première impulsion touche la cible à $t = \Delta t$;
- (III) Le bord arrière de la deuxième impulsion touche la cible à $t = dt$.

$$f_d = \frac{2v \cos \theta}{\lambda} \quad (3.8)$$

où :

- f_d est le décalage Doppler en fréquence en Hertz (Hz),
- v est la vitesse de la cible en mètres par seconde (m/s),
- λ est la longueur d'onde du signal en mètres (m),
- θ est l'angle entre la ligne de visée du radar et la direction de déplacement de la cible.

Concepts Clés

- La **vitesse relative** $v_r = v \cos \theta$ représente la vitesse effective le long de la ligne de visée du radar.
- La **longueur d'onde** λ est liée à la fréquence radar f , avec $\lambda = \frac{c}{f}$, où c est la vitesse de la lumière.

Décalage Doppler par nœud de vitesse relative Lorsque la vitesse est mesurée en nœuds et la longueur d'onde en mètres, une version simplifiée de l'équation du décalage Doppler (avec une précision d'environ 3%) est :

$$f_d(\text{Hz}) \approx \frac{v_r(kt)}{\lambda(m)} \quad (3.9)$$

Vitesse d'Aveuglement Dans les systèmes radar à impulsions, lorsque le décalage Doppler dépasse la fréquence de Nyquist (c'est-à-dire deux fois la fréquence de répétition des impulsions, ou PRF), une ambiguïté se produit. Si la PRF est égale ou est un multiple de la fréquence Doppler, la cible peut sembler immobile, ce phénomène est appelé **vitesse d'aveuglement**. La formule générale pour la vitesse d'aveuglement est :

$$v_b = \frac{n\lambda f_p}{2} \quad (3.10)$$

où :

- v_b est la vitesse d'aveuglement en mètres par seconde (m/s),

- n est un entier (1 pour la première vitesse d'aveuglement),
- λ est la longueur d'onde,
- f_p est la fréquence de répétition des impulsions (PRF).

La première vitesse d'aveuglement en nœuds peut être approximée comme :

$$v_1(kt) \approx \lambda(m)f_p(Hz) \quad (3.11)$$

4.2 Effet Doppler dans les Systèmes de Communication

Dans des environnements à haute vitesse comme les trains, le décalage Doppler peut affecter considérablement les communications sans fil. Par exemple, dans des systèmes comme le *TD-SCDMA*, où la fréquence porteuse est de 2025 MHz, un train se déplaçant à 350 km/h peut subir un décalage Doppler d'environ ± 656 Hz. Ce décalage peut entraîner des interférences dans les systèmes *OFDM* en raison de la perte d'orthogonalité entre les sous-porteuses, augmentant ainsi le taux d'erreur binaire (BER) et les problèmes de synchronisation.

En résumé, l'effet Doppler joue un rôle crucial dans les systèmes radar et de communication, influençant la détection, l'estimation de la vitesse et l'intégrité du signal.

4.3 Effet Doppler dans les radars

Dans le contexte des radars, le décalage Doppler est utilisé pour mesurer la vitesse radiale d'une cible (la vitesse dans l'axe du radar). Le radar émet une onde, qui est réfléchiée par la cible en mouvement, puis retourne vers le radar. La fréquence de l'onde réfléchiée est modifiée en fonction de la vitesse de la cible.

Le décalage Doppler f_D dans un radar est donné par l'expression suivante :

$$f_D = \frac{2v_{\text{radial}}}{\lambda} \quad (3.12)$$

où :

- f_D est le décalage Doppler,
- v_{radial} est la vitesse radiale de la cible,
- λ est la longueur d'onde du signal radar émis.

Le facteur 2 est dû au fait que l'onde radar fait un aller-retour (émission et réflexion).

4.4 Mesure de la vitesse radiale

En mesurant le décalage de fréquence f_D , on peut calculer la vitesse radiale v_{radial} de la cible à l'aide de la formule suivante :

$$v_{\text{radial}} = \frac{f_D \lambda}{2} \quad (3.13)$$

Ainsi, un radar Doppler permet de mesurer la vitesse d'une cible en fonction du décalage de fréquence observé.

4.5 Applications du radar Doppler

Les radars Doppler sont utilisés dans plusieurs domaines pour mesurer la vitesse des objets en mouvement :

- **Contrôle routier** : Mesure de la vitesse des véhicules.
- **Aviation** : Détection et suivi des avions en mouvement.
- **Météorologie** : Mesure de la vitesse des particules de pluie ou de neige.
- **Détection de cibles mobiles** : Identification des objets en mouvement rapide dans des environnements de surveillance.

L'effet Doppler est un principe fondamental dans les radars pour la mesure de la vitesse des cibles. En analysant la variation de fréquence entre l'onde émise et l'onde réfléchie, un radar Doppler permet d'obtenir des informations cruciales sur la vitesse des objets en mouvement. Cela rend cette technologie indispensable dans de nombreuses applications[1].

Note Importante

L'effet Doppler est un principe fondamental dans le fonctionnement des radars, particulièrement pour mesurer la vitesse des cibles en mouvement, telles que les avions, les véhicules ou les phénomènes météorologiques. Cet effet se manifeste par une variation de la fréquence de l'onde rétrodiffusée (l'écho) en fonction du mouvement relatif entre l'émetteur (le radar) et la cible.

1. Principe de l'effet Doppler :

- Si la cible se rapproche du radar, la fréquence de l'onde réfléchie est plus élevée que celle de l'onde émise (effet Doppler positif).
- Si la cible s'éloigne, la fréquence de l'onde réfléchie est plus basse que celle de l'onde émise (effet Doppler négatif).
- La différence de fréquence, ou décalage Doppler, est proportionnelle à la vitesse radiale de la cible, c'est-à-dire la composante de vitesse de la cible dans la direction du radar.

2. Application dans les radars à effet Doppler :

Les radars Doppler sont spécialement conçus pour détecter et mesurer les vitesses. Ils sont très utilisés dans les radars météorologiques pour détecter la vitesse des précipitations, dans les radars de contrôle de la circulation routière pour mesurer la vitesse des véhicules, et dans les radars militaires pour détecter les mouvements de cibles aériennes ou terrestres.

4.6 Bilan de liaison radar.

Nous rappelons le bilan de puissance lié au phénomène de rétrodiffusion. Ce mécanisme peut être décomposé en trois 'étapes : l'émission du signal par le radar, la réflexion de l'écho et la réception par le radar du signal rétrodiffusé.

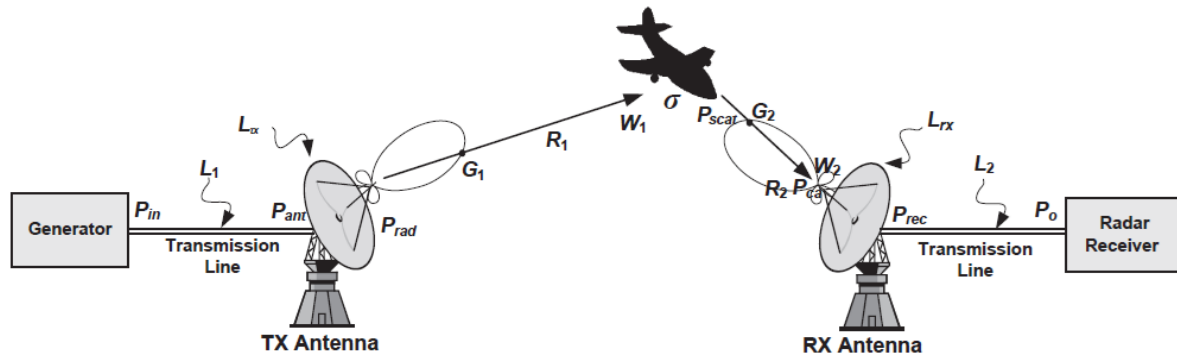


Figure 3.11: Géométrie pour l'obtention de l'équation de portée du radar bistatique

étape 1: l'émission du signal par le radar

- Soit un émetteur de puissance de crête P ,
- Soit un objectif situé à une distance R .

Si l'antenne est omni-directionnelle, elle rayonne la même quantité d'énergie dans toutes les directions et, à une distance R de la source, la puissance totale P se trouve répartie sur une surface sphérique.

- La surface de la sphère est $4\pi R^2$,
- La densité de puissance en un point M est donc $\frac{P}{4\pi R^2}$.

En fait, l'antenne est directive. Si le point M est situé dans la direction du gain maximum G , la puissance unitaire au point M devient :

$$\frac{P \cdot G}{4\pi R^2}$$

$$P_u = \frac{P}{4\pi R^2} G \quad (3.14)$$

étape 2: la réflexion de l'écho Si la cible n'absorbait aucune puissance mais la réémettait totalement de manière isotrope, alors, la puissance reçue par le radar s'écrirait :

$$P_{u,\sigma} = \frac{P \cdot G}{4\pi R^2} \sigma \quad (3.15)$$

étape 3:rétrodiffusion À ce stade, l'obstacle joue le rôle d'"émetteur" et la station radar celui de "récepteur". À une distance R de la cible, la puissance totale diffusée par celui-ci est répartie sur une surface sphérique. Le processus précédent recommence en sens inverse :

- Au niveau de l'antenne de réception, l'énergie de l'écho par unité de surface est donc :

$$P'_{u,\sigma} = \frac{PG\sigma}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \quad (3.16)$$

- L'énergie globale reçue par l'antenne de surface apparente A est :

$$P'_{u,\sigma} = \frac{PG\sigma}{4\pi R^2} \cdot \frac{A}{4\pi R^2} \quad (3.17)$$

Si cette énergie correspond au signal minimum détectable S_{\min} , R représente la portée maximale du radar. D'autre part, le gain de l'antenne est lié à sa surface apparente par l'expression :

$$G = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (3.18)$$

Il vient donc:

$$S_{\min} = \frac{PG^2\lambda^2\sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad (3.19)$$

D'où l'on tire:

$$R = \sqrt[4]{\frac{PG^2\lambda^2\sigma}{(4\pi)^3 S_{\min}}} \quad (3.20)$$

Remarque général sur l'équation Radar

Remarque sur σ En réalité, aucune cible météorologique ne diffuse les ondes électromagnétiques de manière isotrope. On introduit donc la section efficace de rétrodiffusion radar σ , définie comme la surface m^2 d'une cible idéale réémettant toute l'énergie qu'elle intercepte de façon isotrope, telle qu'elle intercepterait la quantité de puissance qui lui permet de renvoyer la puissance effectivement rétrodiffusée. La valeur de σ est donc différente de la section géométrique S et dépend de nombreux facteurs : forme et dimension de la cible, orientation par rapport à la direction du rayonnement. σ est la SER (Surface Équivalente Radar) de la cible. La SER correspond à une surface équivalente d'un réflecteur qui rétrodiffuserait sans perte et de manière isotrope la même quantité d'énergie que la cible rétrodiffuse dans la direction du radar, comme détaillé dans le chapitre suivant.

Remarque sur le bruit thermique Le bruit thermique La puissance de la cible chute rapidement en fonction de sa distance, en . Le signal acquis peut donc être extrêmement faible. Des étages d'amplification en réception sont nécessaires pour exploiter les données reçues par le radar. La chaîne d'amplification va introduire du bruit qui va s'ajouter au signal reçu. Ce bruit issu des composants électroniques en réception s'appelle le bruit thermique.

Il est généralement modélisé par un bruit blanc gaussien . La puissance moyenne du bruit thermique en réception est définie par:

$$N_0 = k_b T_0 B F \quad (3.21)$$

où $k_b T_0$ est le produit de la constante de Boltzmann $k_b = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K avec la température de la chaîne de réception, F est le facteur de bruit, et B désigne la bande de fréquence de fonctionnement du radar.

Le bilan de liaison radar, ou équation radar, permet de calculer la puissance de l'écho reçu par un radar en fonction des paramètres de l'émetteur, de la cible et de l'environnement de propagation. Ce bilan est essentiel pour estimer la portée d'un radar et sa capacité de détection pour une cible donnée.

Points clés du Bilan de Liaison Radar

1. Équation de base du bilan de liaison radar :

La puissance reçue par le radar, P_r , est donnée par :

$$P_r = \frac{P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \sigma \cdot \lambda^2}{(4\pi)^3 \cdot R^4} \quad (3.22)$$

où :

- P_t : puissance émise par le radar,
- G_t : gain de l'antenne émettrice,
- G_r : gain de l'antenne réceptrice (souvent $G_r = G_t$ si une seule antenne est utilisée pour l'émission et la réception),
- σ : surface équivalente radar (SER) de la cible,
- λ : longueur d'onde de l'onde émise ($\lambda = \frac{c}{f}$, où c est la vitesse de la lumière et f la fréquence),
- R : distance entre le radar et la cible.

2. Atténuation avec la distance :

L'équation montre que la puissance reçue P_r diminue avec la quatrième puissance de la distance R ($P_r \propto \frac{1}{R^4}$). Cette forte atténuation explique pourquoi la portée d'un radar est limitée, et pourquoi une augmentation de puissance émise est souvent nécessaire pour détecter des cibles à grande distance.

3. Surface équivalente radar (SER) :

La SER, σ , représente la capacité de la cible à rétrodiffuser l'onde électromagnétique vers le radar. Elle dépend de la taille, de la forme, et de la composition de la cible ainsi que de l'angle d'incidence. Une grande SER signifie que la cible réfléchit plus efficacement l'onde radar, facilitant sa détection.

4. Influence de la fréquence (ou de la longueur d'onde) :

La longueur d'onde λ intervient dans le calcul de P_r au numérateur. Les radars haute fréquence (petite longueur d'onde) sont souvent plus précis, mais ils subissent plus d'atténuation atmosphérique, limitant leur portée.

5. Facteurs de gain de l'antenne :

Les gains G_t et G_r de l'antenne influencent directement la puissance reçue. Une antenne avec un gain élevé permet de concentrer plus d'énergie dans une direction donnée, augmentant la portée et la sensibilité du radar.

6. Utilité du bilan de liaison radar :

Le bilan de liaison radar permet de :

- calculer la portée maximale de détection du radar pour une cible de SER connue,
- déterminer les paramètres optimaux du radar (comme la puissance d'émission ou le gain d'antenne) pour garantir une détection fiable,
- évaluer l'impact de différents facteurs, comme les conditions atmosphériques ou la fréquence, sur la performance du radar.

En résumé, le bilan de liaison radar est essentiel pour évaluer les performances d'un système radar, notamment sa portée et sa capacité à détecter différents types de cibles.

4.7 Application pratique de l'équation de propagation

Le calcul de l'énergie reçue, E_r , se ramène, une fois fixés les différents paramètres, à la résolution numérique de l'équation précédente.

Néanmoins, suivant les conditions d'utilisation du radar et la géométrie de la propagation, tout ou partie des paramètres utilisés peuvent varier. Il convenait donc d'adopter une méthode de calcul simple, ce que les radaristes ont fait en utilisant une notion élargie, et assez peu rigoureuse d'ailleurs, du décibel.

En pratique, pour éviter les erreurs de calcul, on traduira les valeurs numériques utilisées dans les unités du système international d'unités MKSA. On pourra ensuite les traduire en dB et les porter dans le calcul. Le signe attribué à chacun des termes dépendra ensuite de sa position dans l'équation utilisée. Pour faciliter les calculs, il est recommandé de les présenter sous forme de tableau:

Exemple Soit un radar à des caractéristiques suivantes :

- La puissance d'émission $P_c = 10$ MW,
- La longueur d'onde $\lambda = 10$ cm,
- Le gain $G = 45$ dB,
- Les pertes $L = 8$ dB,
- La portée maximum $D = 500$ km,
- La durée de l'impulsion émise $\tau = 2$ μ s.

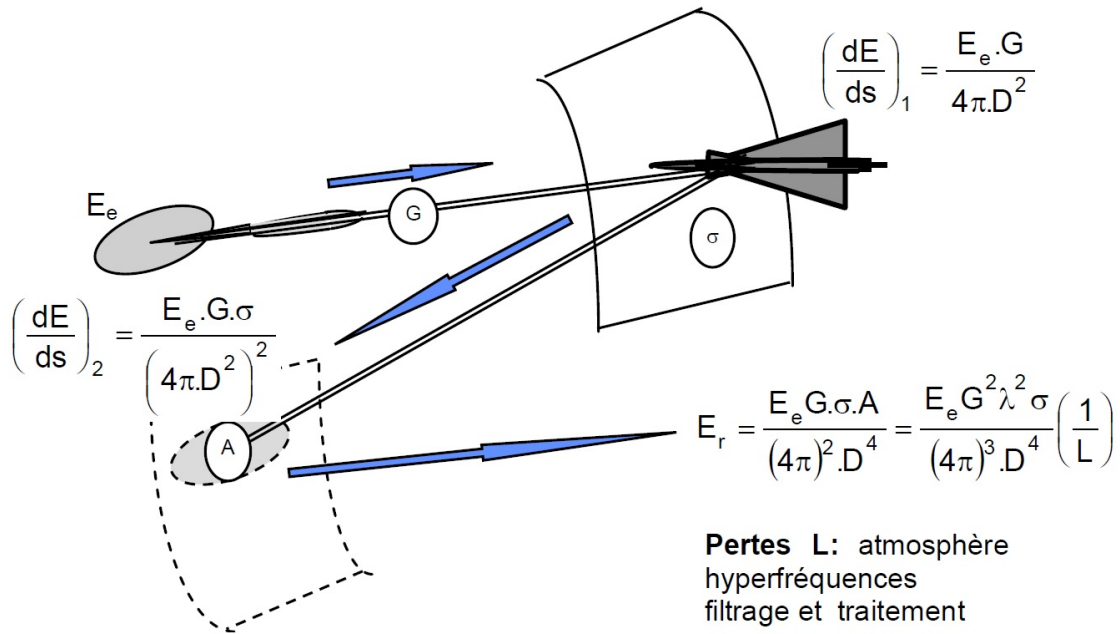


Figure 3.12: Schématisation de l'équation Radar.

Ordre de grandeur des signaux perçus par les radars Nous venons l'exemple de voir que les signaux perçus par le radar étaient extrêmement faibles. En effet, la puissance crête des signaux reçus est :

$$\frac{2.5 \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-6}} = 1.25 \times 10^{-13} \quad (3.23)$$

$$B = F \cdot KT_0 \Delta \Delta F \quad \text{avec} \quad \begin{cases} KT_0 \approx -204 \text{ dB}, \\ \Delta F = 60 \text{ dB}, \\ F = 4 \text{ dB} \end{cases} \quad (3.24)$$

$$B = -140 \text{ dB} / WB = 10^{-14} \text{ W} \quad (3.25)$$

On voit donc que les niveaux du signal utile et du bruit du récepteur sont comparables. Le signal ne parvient pas seul au radar, il est accompagné d'un bruit non négligeable, dont la structure varie dans le temps, et qui est amplifié avec lui.

Il est important de remarquer ici que la méthode de calcul employée précédemment pour comparer la puissance du bruit et du signal utile n'est à considérer qu'à titre d'exemple. En effet, elle ne tient pas compte du filtrage du bruit et du signal par le récepteur radar.

Detection probability P_d	0.	False-alarm probability P_{fa}	10	Target case:	.	Hits n	.	
		Radar antenna height h_r (m)	.	Target elevation angle θ°	.		.	
A. Computation of T_s:		B. Range Factors		C. Decibel Values		Plus	Minus	
$T_s = T_a + T_r + L_r T_e$		P_t or P_{av} (W)		$10 \log P$ (dBW)		.	.	
Compute T_a		τ or t_f (s)		$10 \log \tau$ (dBS)		.	.	
For $T_{ig} = T_{iz} = 290\text{K}$, $T_g = 36$:		G_t		G_t (dB)		.	.	
$T_a = (0.876T_a' - 254)(1/L_a) + 290$		G_r		G_r (dB)		.	.	
L_a (dB)	.	L_a :	.	σ (m ²)	.	$10 \log \sigma$ (dBm ²)	.	
		T_a' (K)	.	λ (m)	.	$20 \log \lambda$ (dBm ²)	.	
		T_a (K)	.	T_e (K)	.	$-10 \log T_e$ (dBK)	.	
(a)								
Compute $T_r = T_r(L_r - 1)$		D		$-D$ (dB)		.	.	
L_r (dB)	.	L_r :	.	M	.	$-M$ (dB)	.	
(b)								
T_r	.	T_r (K)	.	L_p	.	$-L_p$ (dB)	.	
Compute $T_e = T_e(F_n - 1)$		L_x		$-L_x$ (dB)		.	.	
F_n (dB)	.	F_n :	.	L_t	.	$-L_t$ (dB)	.	
T_e (K)	.	L_p :	.	Range-equation constant 3.65×10^7 K/J	.	+75.62	.	
(c)		$L_r T_e$ (K)	.	4. Obtain column totals	.		.	
(d)		Add (a) + (b) + (c) = T_s (K)	.	5. Enter the smaller total below the larger	.		.	
6.	Subtract to obtain net decibels $X = 40 \log R_{0(\text{km})}$ (dBm ⁴)						.	.
7.	Calculate $R_{0(\text{km})} = \text{antilog}(X/40)$						$R_{0(\text{km})}$.
8.	Calculate the pattern-propagation factor $F = (F_t F_r)^{1/2}$						F	.
9.	Multiply R_0 by the pattern-propagation factor to obtain $R' = R_0 \times F$						R'	.
10.	Determine the atmospheric attenuation, loss L_a (dB), corresponding to R' . This is L_a (dB) ₍₁₎ .						L_a (dB) ₍₁₎	.
11.	Find the range factor $\delta_1 = \text{antilog}(-L_a(\text{dB})_{(1)}/40)$.						δ_1	.
12.	Multiply R' by δ_1 . This is a first approximation of range, R_1 .						R_1	.
13.	If R_1 differs appreciably from R' , find a new value of L_a (dB) corresponding to R_1 . This is L_a (dB) ₍₂₎ .						L_a (dB) ₍₂₎	.
14.	Find the range increase factor δ_2 corresponding to the difference between L_a (dB) ₍₁₎ and L_a (dB) ₍₂₎ .						δ_2	.
15.	Multiply R_1 by δ_2 to obtain the maximum radar detection range R_m in km						R_m (km)	.

Figure 3.13: Schématisation de l'équation Radar.

CHAPTER 4

CHAPITRE 4: MODÉLISATION DES CIBLES

1	Modélisation du Clutter, Jamming, et des Cibles. . . .	81
2	Modélisation du Fouillis . . .	82
3	Définition et notation SER . .	85
4	Technique de furtivité	94

Dans les systèmes radar, la modélisation des cibles est une étape cruciale pour comprendre et analyser les performances du radar dans la détection, le suivi et l'identification d'objets. Un radar fonctionne en envoyant des ondes électromagnétiques et en recevant les signaux réfléchis par des objets (appelés cibles), tels que des avions, des navires, des véhicules, ou même des phénomènes météorologiques. La modélisation des cibles vise à représenter mathématiquement et physiquement la manière dont ces objets réfléchissent les ondes radar. Une modélisation précise est essentielle pour prédire la réponse d'une cible aux signaux radar, et par conséquent, pour améliorer les performances globales du système.

1 Modélisation du Clutter, Jamming, et des Cibles.

Dans les systèmes radar, la modélisation du **clutter**, du **jamming** et de la **cible** est essentielle pour analyser, détecter et différencier les différents signaux reçus. Ces modèles permettent d'améliorer la performance de détection et de réduire les fausses alarmes.

1.1 Modélisation du Clutter (Encombrement)

Le *clutter* est constitué des réflexions indésirables provenant d'objets non pertinents, tels que le sol, la mer, les arbres ou les bâtiments. Ces échos peuvent masquer les vraies cibles ou générer des faux positifs.

- **Modèle statistique** : Le clutter est souvent modélisé à l'aide de distributions statistiques comme la distribution de Rayleigh pour le clutter homogène (ex., le retour de la mer calme) ou la distribution de Weibull pour des conditions plus complexes.
- **Modèle spatio-temporel** : Le clutter dépend de la géométrie de la scène et de la variation temporelle. Les modèles spatio-temporels permettent de simuler le clutter en fonction du relief et des conditions météorologiques.

1.2 Modélisation Jamming (Brouillage)

Le *jamming* est une technique de brouillage intentionnel où des signaux électromagnétiques sont émis pour perturber ou empêcher la détection correcte par un radar.

- **Brouillage bruit blanc** : Modélisé comme un bruit additif blanc gaussien (AWGN), il peut masquer les échos radar et rendre difficile la détection.
- **Brouillage en modeleur** : Il imite les caractéristiques d'un écho radar pour créer des cibles fantômes et détourner le radar.
- **Modèle d'interférence** : Pour simuler les effets du jamming sur le radar, les signaux de jamming peuvent être modélisés en fonction de leur puissance, portée et fréquence d'interférence avec le radar.

1.3 Modélisation de la Cible

La *cible* est l'objet ou l'entité que le radar doit détecter et suivre. Les modèles de cibles permettent de simuler la réponse radar d'un objet particulier.

- **Section efficace radar (RCS)** : La modélisation repose souvent sur la RCS, qui est une mesure de la puissance réfléchie en fonction de la taille, de la forme et du matériau de la cible. La RCS peut varier en fonction de l'angle d'observation.
- **Modèles dynamiques** : Ces modèles intègrent les caractéristiques de mouvement, telles que la vitesse et l'accélération, pour estimer la trajectoire de la cible.

- **Modèle de signature** : Certaines cibles complexes, comme les avions ou les véhicules, sont modélisées en incluant leurs signatures radar distinctives, avec des variations en fonction de l'angle et de la fréquence.

Ces modèles permettent de mieux comprendre et d'analyser la détection et la discrimination des cibles en présence de clutter et de jamming, et d'améliorer la fiabilité des systèmes radar.

Note Importante

Dans les systèmes radar, trois concepts clés à comprendre sont :

1. **Clutter** : Échos indésirables provenant d'objets autres que la cible visée, qui peuvent obscurcir ou interférer avec la détection de la cible. Le clutter peut provenir de sources naturelles (comme les arbres, les bâtiments et le terrain) ou de structures artificielles.
2. **Jamming** : Interférence délibérée avec les signaux radar par l'émission de bruit ou de signaux trompeurs pour perturber ou désactiver le système radar. Le jamming peut affecter la capacité du radar à détecter et suivre efficacement les cibles.
3. **Cibles** : Les objets d'intérêt que le système radar cherche à détecter et à suivre. Les cibles peuvent inclure des aéronefs, des navires, des véhicules ou toute autre entité qui réfléchit les signaux radar.

Comprendre ces concepts est crucial pour la conception et l'exploitation efficaces des systèmes radar.

2 Modélisation du Fouillis

2.1 Définition

Le " fouillis " (ou "clutter") désigne, dans les systèmes de détection actifs (Radar, Sonar, etc.), tous les échos " indésirables " réfléchis par l'environnement, par opposition à l'écho " utile " issu de l'objet d'intérêt. A la différence des " bruits " (bruit thermique, etc.), systématiquement présents, le " fouillis " résulte de l'émission du signal du senseur actif. Cette distinction est fondamentale. Le bruit est une gêne additive : il " suffit " d'augmenter la puissance d'émission pour accroître le rapport Signal à Bruit et réduire la gêne. En revanche, le fouillis est une gêne multiplicative : le rapport Signal à Fouillis est indépendant de la puissance émise ; seul un traitement de signal adéquat, une forme d'onde, ou encore des configurations d'observation particulières peuvent en réduire sa gêne. La notion de fouillis est éminemment relative à l'application considérée. Prenons trois exemples :

- Le radar de détection aérienne : l'écho utile est celui de l'avion, le fouillis est constitué par les échos de sol et atmosphériques.
- Le radar météorologique : l'écho utile est le phénomène atmosphérique dont l'analyse est gênée par les échos de sol, voire par les véhicules routiers en mode Doppler.
- Le radar aéroporté d'imagerie SAR1 : l'écho utile est celui provenant du sol. Les échos atmosphériques et les véhicules mobiles constituent alors le fouillis.

2.2 Exemple de modélisation :

Les modèles peuvent être construits à partir de deux approches :

La première approche repose sur une modélisation statistique à l'aide de multiples observations réalisées . C'est ainsi qu'ont été réalisés la plupart des modèles destinés aux radars utilisant de courtes longueurs d'onde. Les méthodes de construction de ces modèles sont éprouvées mais leurs domaines de validité doivent être constamment étendus pour "coller" au besoin.

La seconde approche est fondée sur la modélisation physique d'un environnement donné, puis d'un "habillage" électromagnétique de cet environnement modélisé. Cette approche émergente est prometteuse car elle permettra à terme d'adresser des contextes particuliers qui sont difficiles à traiter par une méthode statistique générale. Dans le cas des fouillis de mer, la modélisation de l'environnement a atteint une certaine maturité. Il convient en revanche de rester modeste vis-à-vis du chemin à parcourir pour aboutir à une modélisation fine du signal radar correspondant (l'" habillage électromagnétique " du modèle physique).

Comme le fouillis est la perturbation qui joue un rôle néfaste dans la détection radar, nous proposons dans cette section de décrire un modèle de simulation et de détailler ses propriétés en termes d'amplitude et de distribution. Le fouillis regroupe l'ensemble des échos rétrodiffusés vers le radar qui ne sont pas dus à la cible, mais à l'environnement de celle-ci. Le fouillis peut provenir de l'atmosphère, de la pluie, du sol et de la mer. Lors des missions de surveillance maritime, les fouillis de sol et de mer sont les éléments les plus perturbateurs.

Le modèle de fouillis de sol

Le modèle de fouillis de sol le plus utilisé est celui de Ward , usuellement noté GCM (General Clutter Model). un état de l'art des différentes enveloppes spectrales proposées dans la littérature permettant d'approximer le spectre du fouillis de sol. Elles sont définies par :

- une loi Gaussienne,
- une loi en puissance,
- une loi exponentielle.

Définition de la SER par unité de surface du fouillis de sol

Pour le sol σ_0 dépend principalement de deux paramètres : l'angle d'élévation et le type de terrain. Lombardo propose une généralisation pour tout type de terrain du modèle constant initialement introduit par Clapp . σ_0 s'écrit :

$$\sigma_0 = \gamma \sin(\theta_{doop,j}) \quad (4.1)$$

Où γ est une constante qui dépend du type de terrain ; le tableau présente les valeurs γ de pour cinq types de terrain.

Type de terrain	γ (dB)
Ville	-10.8
Montagne	-21.6
Forêt	-25.0
Campagne	-28.8
Désert	-42.0

Table 4.1: Valeurs de γ en fonction du type de terrain.

Le modèle de fouillis de mer

La statistique du fouillis de mer dépend de l'angle d'élévation, de la résolution azimuth, de la direction du vent et de la polarisation. Chronologiquement, trois modèles ont été les plus utilisés pour modéliser la distribution du fouillis de mer :

- la distribution log-normale;
- la distribution de Weibull;
- la distribution K.

Table 4.2: Comparaison du Modèle de Fouillis de Mer et de Sol

Caractéristique	Modèle de Fouillis de Mer	Modèle de Fouillis de Sol
Nature du Fouillis	Provoqué par les vagues océaniques et les conditions maritimes	Provoqué par les objets terrestres (ex. : bâtiments, arbres)
Uniformité	Généralement plus uniforme sur de grandes zones	Très variable selon le terrain et les structures
Facteurs d'Influence	Vitesse du vent, hauteur des vagues, état de la mer	Topographie, utilisation des sols, densité de végétation
Modélisation Statistique	Souvent modélisé avec des distributions statistiques plus simples	Nécessite une modélisation complexe en raison de la variabilité
Caractéristiques des Retours Radar	Force du signal plus élevée due à la diffusion cohérente	Varie largement avec de nombreuses réflexions et effets de multipath
Applications	Surveillance maritime, monitoring côtier	Applications radar urbaines, cartographie du terrain

3 Définition et notation SER

La section efficace radar (SER) est une mesure de la capacité réfléchissante d'une cible. Elle se définit par :

$$\frac{\text{Puissance réfléchie au récepteur par unité d'angle solide}}{\text{Densité de puissance incidente}/4\pi}$$

Le 4π représente l'angle solide d'une sphère entière. Si on exprime la puissance et la densité de puissance en fonction du champ électrique, on obtient l'expression suivante:

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \quad (4.2)$$

où E_s est le champ électrique diffusé ou rayonné, E_i le champ électrique incident et R la distance entre la cible et le radar. On suppose que cette distance est suffisamment grande pour que l'onde incidente soit plane sur la cible. Le calcul de la SER est essentiellement une affaire d'évaluation du champ électrique diffusé E_s par une cible car dans les simulations, on impose que $E_i = 1$.

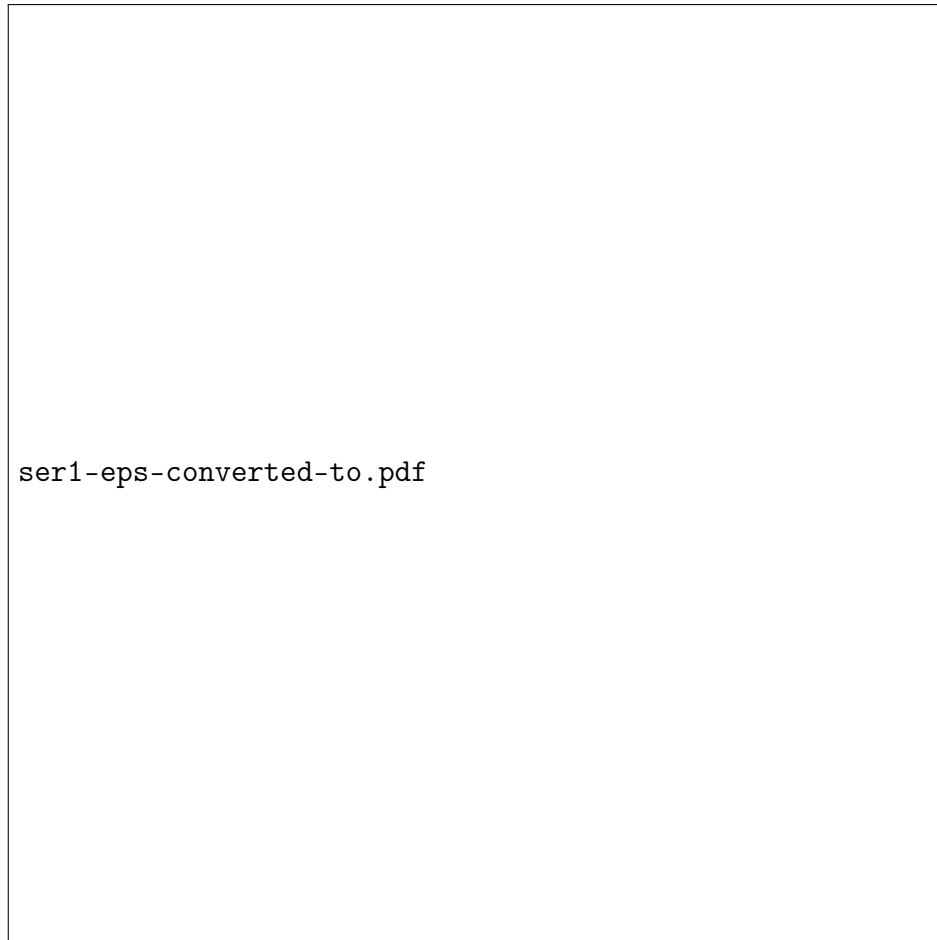


Figure 4.1: Définition de la SER.

La cible est frappée par une densité de puissance P_i , (en W/m^2). La puissance interceptée par la cible P_i est fonction de sa section efficace σ et elle est définie par σP_i , (en Watts). Cette puissance interceptée est réémise par rayonnement ou absorbée en chaleur. Supposons pour l'instant que la puissance soit réémise uniformément dans tout l'espace. La densité de puissance diffusée (en W/m^2) est alors donnée par :

$$P_s = \frac{\sigma P_i}{4\pi R^2} \quad (4.3)$$

où R représente la distance à la cible et $4\pi R^2$ est la surface d'une sphère de rayon R . à partir de l'équation , on peut résoudre pour σ et considérer R suffisamment grand pour éviter les effets du champ proche. On obtient alors :

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{P_s}{P_i} \quad (4.4)$$

La mesure de la SR d'un objet dépend de différents paramètres :

- La forme de l'objet,
- La structure et la composition des matériaux constituant l'objet,
- La fréquence d'étude de l'onde radar,
- La polarisation des antennes d'émission et de réception,
- La forme u front d'onde incident sur l'objet et rétrodiffusé par l'objet ay niveau du radar de réception,
- La position 'distance, position angulaire' de l'objet par rapport aux radars. L'unité de mesure de la SER est le mètre carré.

Une échelle logarithmique est généralement utilisée avec une valeur de référence

$$\sigma_{dBmc} = \sigma_{dBm^2} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{m^2}}{\sigma_{ref}} \right) \quad (4.5)$$

3.1 Régions de fréquence

Les caractéristiques de rayonnement d'une cible dépendent fortement de la fréquence de l'onde incidente. On distingue trois régions de fréquence où la SER d'une cible est très différente. Ces régions sont définies en fonction du rapport entre la dimension principale D d'une cible et la longueur d'onde λ du signal incident.

Région de Rayleigh :

à ces longueurs d'onde, la variation de phase de l'onde incidente est petite le long de la cible. En conséquence, le courant induit sur la surface de la cible est approximativement constant en phase et en amplitude, indépendamment de la forme de la cible. Dans cette région, la SER varie comme $1/\lambda^4$ et on dit que la cible est électriquement petite.

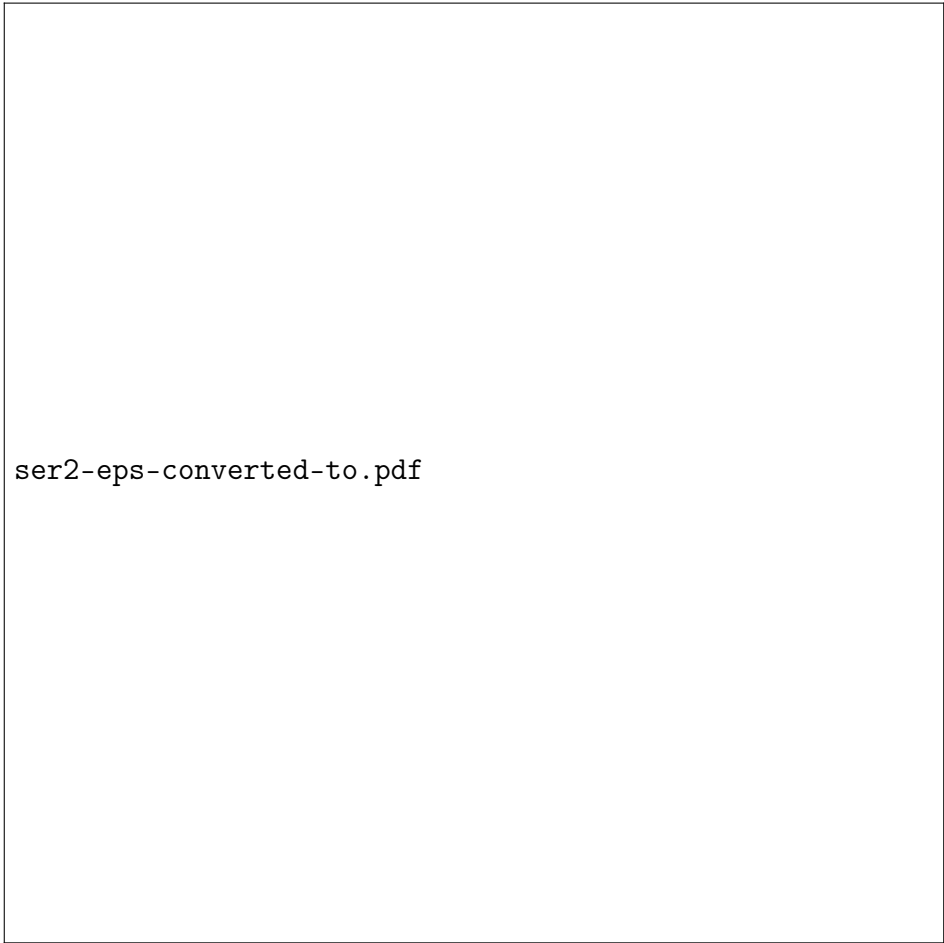
Région de résonance ($D \simeq \lambda$):

à ces longueurs d'onde, la variation de phase du courant sur le corps de la cible est significative. Toutes les parties de la cible contribuent au patron de diffusion. La SER oscille en fonction de la longueur d'onde. Cette région de fréquence est aussi appelée : 'région de Mie'.

Région des hautes fréquences ou région optique ($D \gg \lambda$):

à ces longueurs d'onde, il y a plusieurs cycles dans la variation de phase du courant sur le corps de la cible. Conséquemment, le champ diffusé sera angulairement très dépendant. Dans cette région de fréquence, la SER peut être indépendante de λ et on dit que la cible est électriquement grande.

La SER d'une sphère illustre clairement ces trois régions de fréquences . Pour $ka < 0.5$, où a est le rayon de la sphère et k le nombre d'onde ($2\pi/\lambda$), la courbe est presque linéaire. C'est la région de Rayleigh. Pour $ka > 0.5$, elle commence à osciller. C'est la région de résonance. L'oscillation s'amortit graduellement pour les valeurs plus grandes de ka . Pour $ka > 10$, la courbe est essentiellement constante et égale à a^2 . C'est la région des hautes fréquences ou optique.



ser2-eps-converted-to.pdf

Figure 4.2: Section efficace radar d'une sphère en fonction de sa circonférence.

Note Importante

- La **surface équivalente radar (SER)** est une mesure qui quantifie l'efficacité avec laquelle un objet peut réfléchir les ondes radar, exprimée en unités de surface. Elle représente la surface imaginaire qui, si elle était parfaitement réfléchissante, produirait le même écho que l'objet réel à une distance donnée. La SER est essentielle dans les applications radar, notamment pour la détection d'objets tels que les avions et les navires.
- **Influences** : La forme, le matériau et la fréquence des ondes radar influencent la SER. Des objets avec une géométrie optimisée et des matériaux réfléchissants auront des SER plus élevées.
- **Applications** : Utilisée dans des domaines variés, notamment la défense (pour les signatures radar), la surveillance maritime et aérienne, ainsi que l'analyse environnementale.

3.2 De la propagation au diagramme de rayonnement

Dans toute la suite, on se place en champ lointain. On s'intéressera de plus exclusivement à l'émission où les applications correspondent à l'envoi d'une onde dans l'espace loin de la source rayonnante. Le milieu de propagation (air) sera considéré comme homogène, sous peine d'influencer les conditions de propagation. Cette hypothèse nous permet de ne considérer que des ondes électromagnétiques planes se propageant dans le vide. En effet, si on se trouve loin de la source, le front d'onde sphérique près de la source peut être considéré comme localement plan

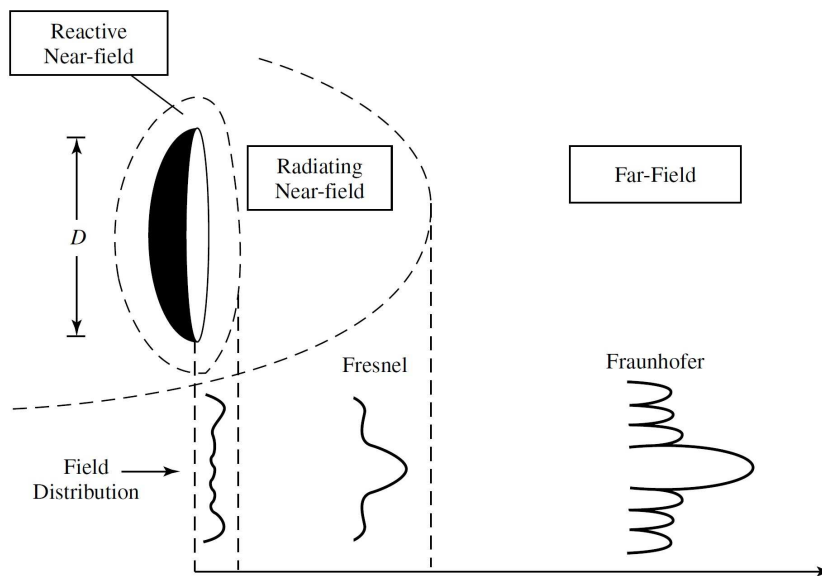


Figure 4.3: Hypothèse de champ lointain.

Si l'on se réfère au livre de BALANIS ([2]), on peut considérer trois grandes régions :

1. la région entourant immédiatement l'élément rayonnant, où le champ proche réactif prédomine : c'est la reactive near field region". Cette région s'étend de l'antenne jusqu'à une sphère de rayon $R_1 = 0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$ où D est la plus grande dimension de l'antenne et λ est la longueur d'onde de l'onde émise.
2. la région dite de Fresnel, où le champ rayonné prédomine et où la distribution angulaire de champ dépend de la distance r à l'antenne. Cette région s'étend de $R_1 = 0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$ à $R_2 = 2\frac{D^2}{\lambda}$
3. la région dite de Fraunhofer, où l'hypothèse de champ lointain est valide, c'est-à-dire que le champ rayonné prédomine et la distribution angulaire de champ ne dépend plus fortement de la distance r à l'antenne. Cette région correspond $R > R_2$

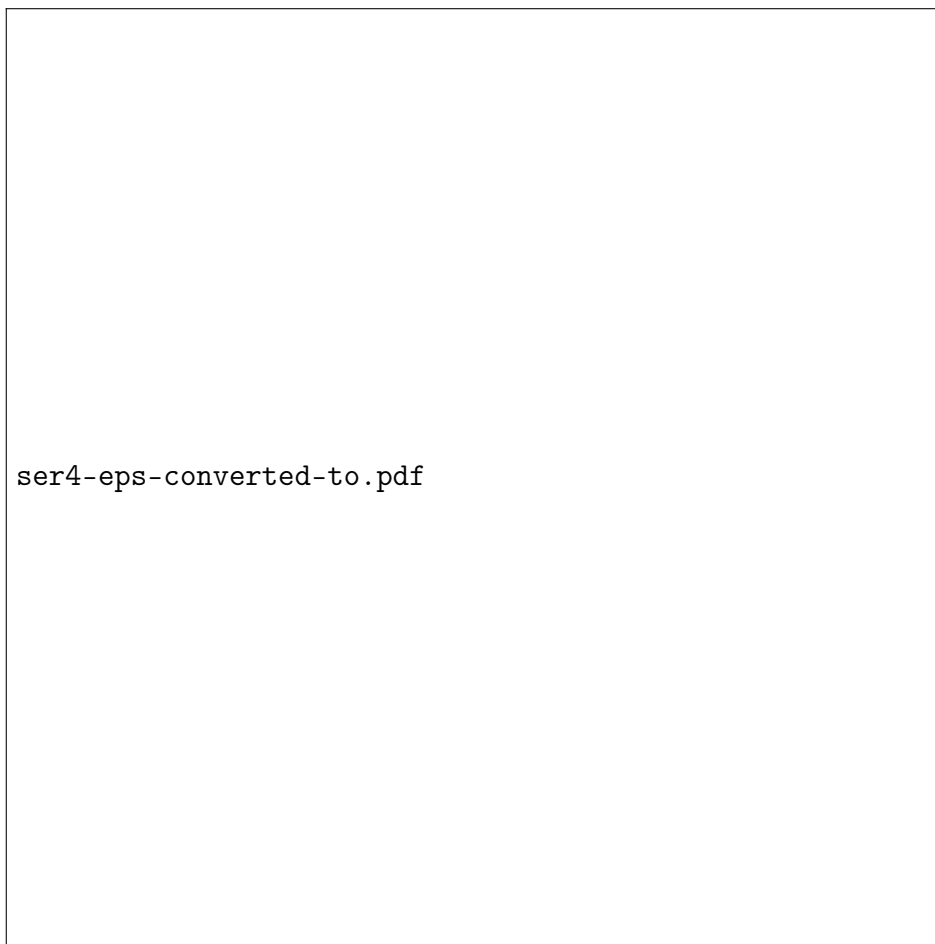


Figure 4.4: régions de prédominance du champ.

3.3 Configurations classiques de mesure de SER

Le calcul exact de la SER n'est possible que pour des structures très simples. Dans la pratique il faut mesurer dans une chambre anéchoïde où sont disposés un émetteur et un récepteur.

Lorsque la source émettrice est située à proximité de la source réceptrice, la mesure concerne une SER monostatique; dans le cas contraire SER bistatique. Lorsque l'objet dépasse les dimensions de la chambre anéchoïde, on effectue la mesure sur un modèle réduit (à l'échelle 1/10 ou 1/50 ième) que l'on soumet à une onde hyperfréquence dont la fréquence est en raison inverse du facteur de réduction du modèle.

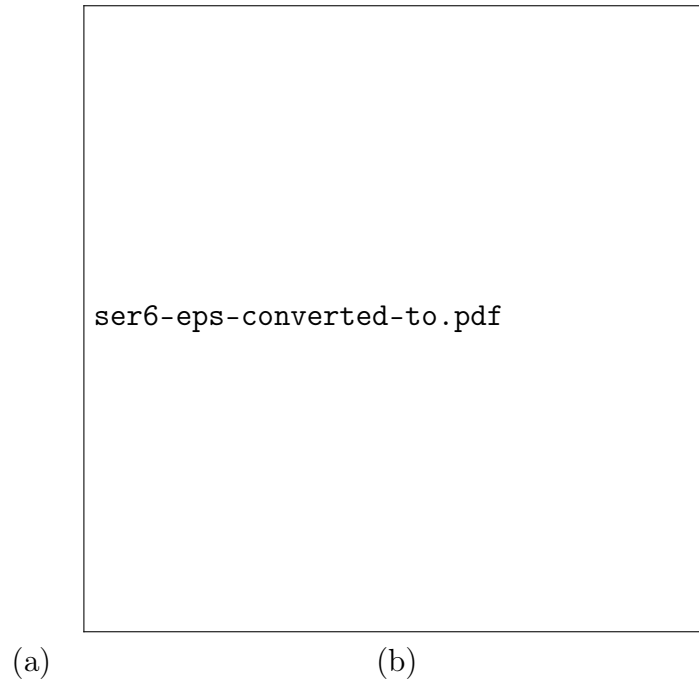


Figure 4.5: Mesure de la SER dans une chambre anéchoïde : (a) d'un avion, (b) d'un char de combat.

Même sur des cibles en apparence simples, les tracés sont trop complexes pour qu'une modélisation mathématiques déterministe soit envisageable. le moindre changement d'orientation de la cible et les vibrations qu'elle subit provoquent deux phénomènes:

- des variations de la SER "fluctuations,
- des déplacements du centre de phase appelés scintillation "glint"

3.4 SER des formes géométriques simples

Considérons une cible constituée en fait par un miroir circulaire plan parfaitement réfléchissant. La SER est très élevée si l'angle θ entre sa normale et la direction Radar-cible est nul ou très petit. Si $\theta = 0$, tous les points de la plaque sont éclairés par des champs électriques de même phase, la puissance captée par le miroir étant:

$$\pi R^2 \times p \quad (4.6)$$

Cette puissance est rerayonnée avec des gains différents suivant les directions et, en particulier dans la direction du radar avec un gain

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} (\pi R^2) \quad (4.7)$$

la surface équivalent radar de la plaque pour $\theta = 0$ est donc égal à:

$$\sigma_e = \frac{4\pi S^2}{\lambda^2} \quad (4.8)$$

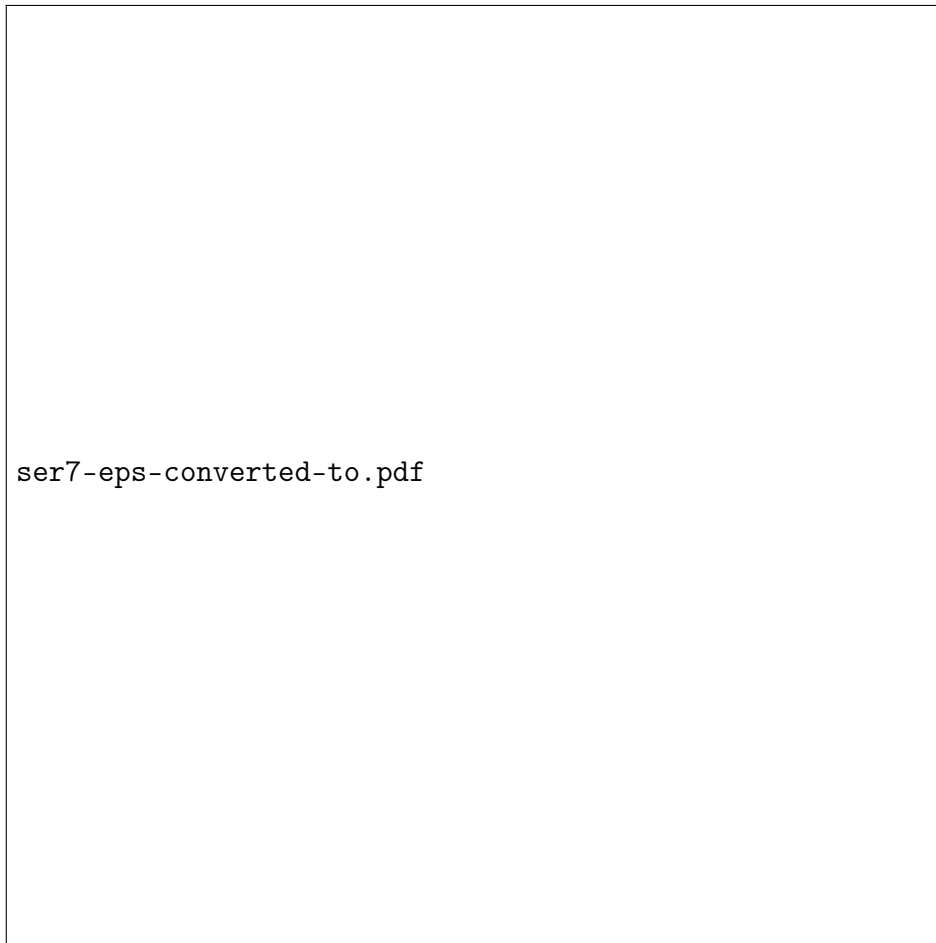


Figure 4.6: Diffraction d'une onde plane par des géométries simples :
(a) Plan, (b) Diédre, (c) Triédre, (d) Sphérique, (e) Cône.

3.5 Exemple de SER

La **section efficace radar (SER)**, aussi appelée *surface équivalente radar*, mesure la capacité d'une cible à réfléchir une onde radar en direction du récepteur. Ces valeurs s'expriment en mètres carrés (m^2) ou en décibels (dB). Une SER plus élevée signifie que la cible est plus facilement détectable par le radar. Voici l'explication des valeurs moyennes de SER pour différentes cibles civiles.

Explications des Valeurs de SER

- **Oiseau ($0,01 m^2$ / -20 dB)** : Les oiseaux, en raison de leur petite taille, réfléchissent peu les ondes radar. Leur SER est faible car ils n'ont pas de surfaces métalliques ou réfléchissantes importantes. Les radars cherchent souvent à ignorer ces échos pour éviter les faux positifs.
- **Homme ($1 m^2$ / 0 dB)** : La SER d'un être humain est modérée. Bien que les humains soient de taille moyenne, leur composition non métallique et leurs formes irrégulières réduisent leur capacité de réflexion des ondes radar.
- **Bateau à cabines ($10 m^2$ / 10 dB)** : Un bateau à cabines présente une SER relativement élevée. Ses surfaces métalliques et son profil large augmentent la réflexion des ondes radar, permettant une détection efficace même à distance.
- **Automobile ($100 m^2$ / 20 dB)** : Les automobiles, avec des surfaces métalliques importantes, présentent une SER élevée. Leur forme et leurs matériaux (principalement métalliques) permettent de renvoyer une grande quantité d'ondes radar, facilitant ainsi leur détection.
- **Camion ($200 m^2$ / 23 dB)** : Les camions, encore plus grands et souvent équipés de remorques métalliques, ont des SER parmi les plus élevées parmi les cibles civiles. Leur grande taille et leurs surfaces réfléchissantes les rendent très visibles aux radars.

Interprétation des Valeurs en m^2 et dB

- **Valeurs en m^2** : Les valeurs de SER en mètres carrés représentent directement la surface effective de réflexion radar. Plus la valeur est grande, plus la cible est détectable.
- **Valeurs en dB** : La SER est parfois exprimée en décibels (dB) pour faciliter les comparaisons. Chaque augmentation de 10 dB représente une SER dix fois plus grande en m^2 . Par exemple, passer de $1 m^2$ à $10 m^2$ équivaut à une augmentation de 10 dB.

Ces valeurs moyennes de SER sont utilisées pour calibrer les radars civils afin de pouvoir distinguer efficacement les différents types de cibles dans l'environnement, en optimisant ainsi la détection et la réduction des faux positifs.

Quelques Valeurs de SER militaires moyennes:

Cibles Militaires	SER (m ²)	SER (dB)
Drone de reconnaissance	0.1	-10
Missile de croisière	0.5	-3
Avion de chasse	3	5
Hélicoptère de combat	10	10
Char de combat	20	13
Bâtiment de guerre	10000	40

Table 4.3: Valeurs moyennes de la SER pour des cibles militaires.

4 Technique de furtivité

4.1 Définition

La SER est un paramètre spécifique à un objet quelconque (véhicule, avion ou navire) incluant grandement sur sa susceptibilité d'être détecté par un radar. Présenter une SER faible est une qualité essentielle pour un engin militaire qui lui permettra d'échapper d'autant mieux à un radar adverse. Des technologies de furtivité ont par conséquent été mises au point dans le but de réduire la SER. La SER d'un objet est en règle générale un secret militaire et n'est pas divulguée. La SER d'un objet se mesure typiquement à l'aide de radars. Cela peut s'effectuer en plein air ou dans une chambre anéchoïque absorbant dans leur totalité les ondes électromagnétiques de la fréquence émise. La furtivité est l'ensemble des techniques et technologies utilisées pour réduire les émissions dans une direction donnée ou dans toutes les directions et donc rendre l'engin moins détectable, classifiable ou identifiable. On parle généralement de réduction ou banalisation de la signature d'une cible.

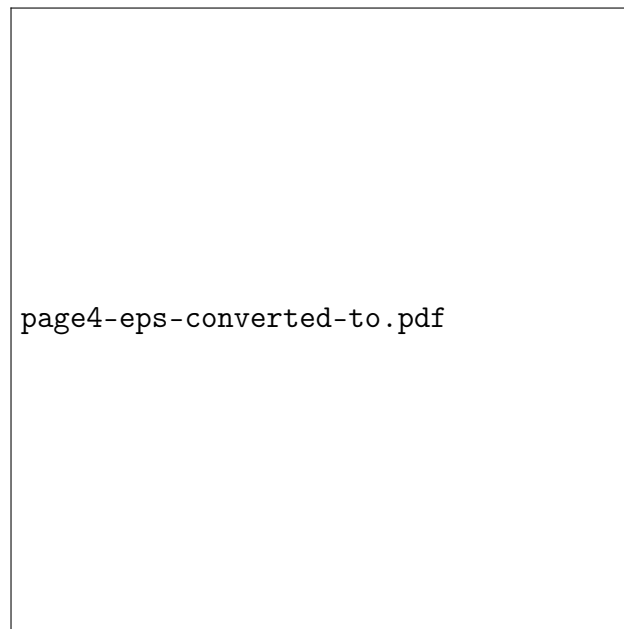


Figure 4.7: navire furtif Sea Shadow (IX-529).

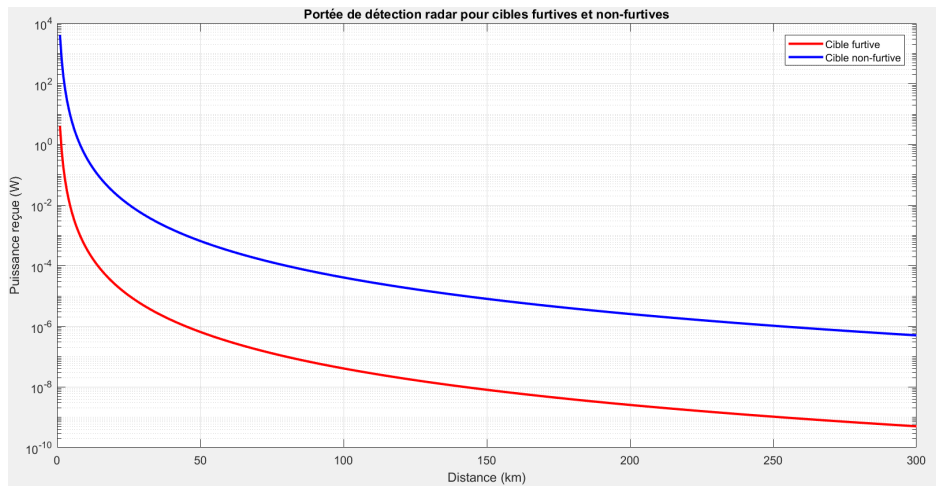


Figure 4.8: La portée maximale de détection des cibles furtifs .

Technique de furtivité

Il n'existe pas de moyens de supprimer l'énergie électromagnétique ou thermique émise ou réémise par l'avion. La furtivité consiste donc à absorber cette énergie (en fait la convertir en chaleur) ou à la renvoyer dans une direction privilégiée ou à répartir cette énergie dans toutes les directions. Le choix dépend du profil de mission de l'appareil (pénétration très basse altitude ou vol à très haute altitude dans le cas d'un avion) et donc de la position relative de la menace par rapport à l'appareil. Il dépend aussi du type de menace, par exemple, dans le cas du radar, de la fréquence ou de la bande de fréquence de détection ou de sa distance.

Les principaux traitements utilisés sont :

- d'ordre géométrique : suppression des formes en dièdre qui concentrent l'énergie et remplacement par des formes arrondies (diffusion de l'énergie) ou par des formes planes (émission dans une direction privilégiée) ; leur but est de renvoyer les ondes radar dans d'autres directions que celles de l'émetteur.
- utilisation de matériaux absorbants. L'énergie reçue est transformée sous une autre forme (chaleur), ce qui limite la puissance des ondes radar réfléchies. Ces matériaux sont des isolants aux propriétés diélectriques ou magnétiques spécifiques, quantifiées par leur permittivité électrique (notée ϵ) ou leur perméabilité magnétique (notée μ). Ces paramètres, qui dépendent de la fréquence, sont des nombres complexes (au sens mathématique, c'est à dire qu'on les représente avec une partie réelle et une partie imaginaire). La partie imaginaire représente les pertes, donc la conversion de l'énergie électromagnétique incidente en chaleur.
- des dispositifs actifs sont aussi à l'étude. Il s'agit de traiter les signaux reçus pour les renvoyer sous une forme qui ne permettra pas au système de détection d'identifier la menace. Ces moyens sont plus proches des techniques de leurrage que de la furtivité.

- brouillage, en disséminant des objets métalliques (paillettes, coins, etc.) visant à créer des échos supplémentaires et à attirer l'attention du radar sur ceux-ci (surtout pour le radar embarqué d'un missile) et lui faire perdre la piste de sa cible.

plus le SER est faible, plus les capacités de détections sont réduites.

4.2 Les inconvénients de la furtivité

Son premier inconvénient est son coût. Le B2 Spirit coûte environ 1,5 milliard d'euros. Pour comparaison le Rafale coûte lui 75 millions d'euros (leurs rôles sont cependant différents). Seuls les états-Unis ont les moyens de s'offrir une telle technologie. Ensuite, elle exige une maintenance sévère. Les peintures et les revêtements des appareils doivent être entretenus et changés régulièrement pour rester efficaces. Ceux-ci sont très fragiles, et les intempéries par exemple peuvent compromettre la furtivité même au cours d'une mission.

Note Importante

La furtivité est une technologie militaire conçue pour réduire la visibilité et la détectabilité d'objets tels que les aéronefs et les navires.

- **Réduction de la Signature Radar** : Les objets furtifs sont conçus pour minimiser la surface équivalente radar (SER), empêchant ainsi le signal radar de se réfléchir efficacement.
- **Matériaux et Techniques** : Des revêtements absorbants en polymères et composites sont utilisés pour atténuer les réflexions des ondes radar. Des techniques actives, comme le brouillage, peuvent également être employées.
- **Applications Militaires** : Des avions comme le F-22 Raptor et le B-2 Spirit, ainsi que des navires comme le USS Zumwalt, intègrent ces technologies pour échapper aux systèmes de défense adverses.
- **Défis** : Malgré leurs avantages, les technologies furtives doivent faire face à des défis croissants, en raison des avancées dans les systèmes de détection, ce qui rend leur efficacité variable.
- **Considérations Éthiques** : La furtivité soulève des questions éthiques et juridiques, notamment sur la transparence dans les opérations militaires.

4.3 Comment peut-on détecter un avion furtif ?

Seuls les états-Unis produisent des avions furtifs. Les Américains en ont fait l'expérience quand l'un de leurs F117 Night Hawk a été abattu par les forces serbes. Rien n'est sûr quant aux causes tant il y a de propagandes, d'antipropagandes et de contre-propagandes. Les raisons de cette détection peuvent être multiples : l'avion a été aperçu « à l'oeil » et il a été touché par des armes à feu individuelles, ou il a été malgré tout détecté par un radar terrestre et il a reçu un missile sol - air, ou il a été engagé par un avion, à force de passer

régulièrement au même endroit il a été attendu, soit un ensemble de toutes ces hypothèses. Mais le fait est qu'un avion invisible a été abattu pour la première fois. L'un des principes de la furtivité est de renvoyer l'onde radar ailleurs que sur son émetteur, il suffirait de séparer géographiquement l'émetteur radar de son récepteur, et avec de la chance, l'onde radar renvoyée arriverait bien sur un récepteur radar où qu'il soit, signalant la présence d'un tel avion. Une autre solution, valable dans les régions à forte activité électromagnétique comme les villes, serait de surveiller en permanence l'environnement électromagnétique constitué des émissions de télévisions, radios, téléphones, etc. et de détecter toute éventuelle anomalie causée par exemple par le passage d'un avion furtif.

D'autres solutions se portent sur la détection des autres caractéristiques d'un avion furtif, comme la chaleur de ses moteurs. Les modèles CAO récents, ainsi que des solutions commerciales peuvent être utilisés pour calculer une SER:

- Ansoft HFSS,
- CST Microwave studio, Les modèles CAO récents, ainsi que des solutions commerciales,
- COMSOL Multiphysics ,
- Feko ...

La détection d'un avion furtif est un défi majeur en raison de sa conception visant à minimiser la signature radar, infrarouge et acoustique. Voici quelques méthodes et technologies utilisées pour détecter ces cibles difficiles :

- **Radar à bande X ou Ku** : Ces radars ont des longueurs d'onde plus courtes, ce qui leur permet de détecter des cibles plus petites avec une meilleure résolution. Ils sont moins affectés par les matériaux absorbants utilisés dans la construction d'avions furtifs.
- **Radar à ouverture synthétique (SAR)** : Cette technologie utilise des algorithmes sophistiqués pour créer des images détaillées du terrain et des cibles, permettant de détecter des objets cachés, même dans des environnements complexes.
- **Technologie infrarouge** : Bien que les avions furtifs réduisent leur signature radar, ils émettent toujours de la chaleur. Les capteurs infrarouges peuvent détecter la chaleur des moteurs et d'autres composants.
- **Réseaux de capteurs distribués** : L'utilisation de plusieurs types de capteurs (radar, infrarouge, acoustique) à différents emplacements peut améliorer la probabilité de détection d'un avion furtif en croisant les données des capteurs.
- **Analyse de la signature électromagnétique** : Même si les avions furtifs minimisent leur signature radar, ils peuvent émettre des signaux électromagnétiques (comme ceux des systèmes de communication). La surveillance de ces émissions peut aider à les localiser.

- **Drones de détection** : L'utilisation de drones pour surveiller des zones spécifiques peut offrir une flexibilité et une réactivité améliorées. Ces drones peuvent être équipés de capteurs avancés pour détecter des signatures furtives.
- **Techniques de guerre électronique** : L'interférence avec les systèmes de communication et de navigation des avions furtifs peut les forcer à révéler leur position.

CHAPTER 5

CHAPITRE 5 : DÉTECTION À TAUX DE FAUSSE ALARME CONSTANT CFAR

1	Principes de détection adaptative	100
2	Modèles de Cibles	107
3	Types de détecteurs CFAR	108
4	Détection CA-CFAR Distribuée	111

L'une des fonctions principales d'un radar est de détecter la présence d'objets d'intérêt noyés dans un bruit ambiant. Ce bruit perturbe alors la qualité de détection, il provient généralement de l'électronique du radar. Dans ce cas, il s'agit du bruit dit "bruit thermique", modélisation comme du bruit blanc gaussien. Dans certains cas, le radar doit également faire face à l'environnement située autour de la cible à détecter : c'est le cas par exemple des radars terrestres de surveillance du sol qui scrutent l'horizon. Ceux-ci sont alors perturbés par des échos indésirables dus aux réflecteurs constitutifs du sol ou de la mer. Ces signaux parasites sont généralement assimilés à du bruit aléatoire se superposant au bruit thermique, et constituent ce que l'on nomme "le fouillis".

Note Importante

La détection adaptative permet aux systèmes de modifier leurs paramètres en temps réel pour améliorer la détection des cibles dans des environnements changeants.

- **Méthodologie** Elle utilise des techniques comme le CA-CFAR (Constant False Alarm Rate), qui ajuste les seuils de détection en fonction des conditions de bruit ambiant pour maintenir un taux constant de fausses alarmes.
- **Applications** Elle est essentielle dans des domaines tels que le radar pour la détection de cibles, les communications pour améliorer la réception des signaux et les systèmes de surveillance.
- **Avantages** La détection adaptative offre une flexibilité face aux variations des conditions environnementales et une précision accrue dans la détection des cibles.
- **Défis** La mise en œuvre est complexe et nécessite une capacité de traitement en temps réel ainsi qu'une bonne compréhension des modèles de bruit.

1 Principes de détection adaptative

Le problème de la détection serait trivial en l'absence d'échos parasites de bruit ou de fouillis. En effet, dans ce cas-là, le simple fait d'observer un signal indiquerait la présence d'une cible. Malheureusement il est impossible de s'affranchir du fouillis comme du bruit thermique, et le problème est d'autant plus ardu que les échos de cible sont généralement de très faible puissance, tout particulièrement dans le cas de petites cibles. En raison de la nature aléatoire du bruit et du fouillis, la détection radar s'inscrit dans le cadre de la théorie statistique de la décision. On parle ici plus particulièrement de détection dans la mesure où le nombre de décisions possibles est réduit à deux.

1.1 Principes et Probabilités de détection

le principe de détection d'un système radar est basé sur l'utilisation d'un seuil de comparaison servant à extraire des informations du signal reçu et à distinguer une fluctuation due au bruit à celle due à un signal utile. Ce seuil peut être fixé manuellement ou déterminé par un circuit de traitement de signal radar. Ce type de décision n'est cependant pas toujours justifié. En effet, le dépassement du seuil peut être effectivement dû au signal mais il peut aussi être causé par une grande augmentation accidentelle de l'amplitude du bruit. On effectue alors une mauvaise détection en déclarant la présence de la cible. Déclarer qu'une cible est présente lorsque le dépassement du seuil est effectivement dû à la cible est appelé une détection valide. Lorsque ce dépassement est uniquement causé par le bruit, on parle de fausse alarme.

Il est possible que le signal de la cible soit présent mais que son amplitude ne dépassant pas la tension seuil, il ne soit pas détecté. Cette condition est appelée détection de cible manquée. On quantifie ces trois types d'événements à l'aide de densités de Probabilité du bruit et du signal de cible. Les Probabilités associées sont P_{fa} la Probabilité de fausse alarme, P_d celle

de détection valide et $P_m = 1 - P_d$ celle de détection manquée. Nous verrons plus tard que P_{fa} , P_d et P_m sont liées au rapport signal-à-bruit à l'entrée du détecteur et du seuil de détection.

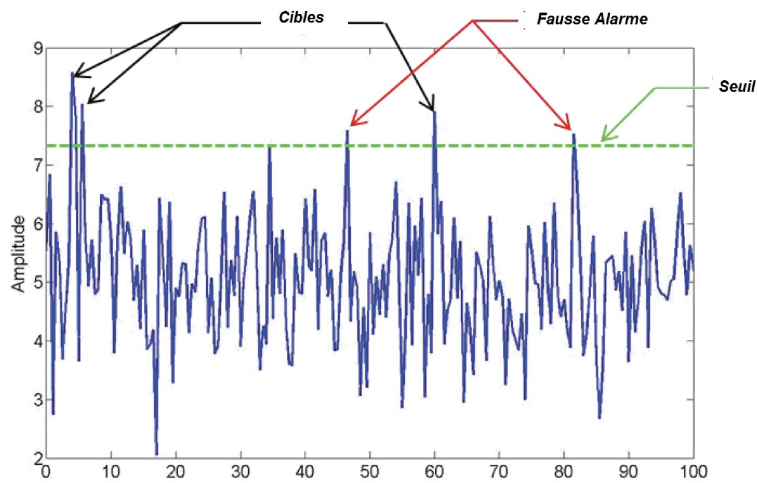


Figure 5.1: Description du processus de détection

Soient $VT1$, $VT2$ et $VT3$ trois seuils de détection choisis tel que $VT1$ et $VT2$ sont respectivement proches des amplitudes maximale et moyenne des impulsions, et $VT3$ de la moyenne du bruit. On remarque que $VT3$ détecte toutes les impulsions mais détecte aussi des pics dus au bruit (ex: pic A). $VT2$ permet de détecter le maximum d'impulsions avec un taux réduit de fausses alarmes. Un seuil d'ordre $VT1$ par contre permet seulement de détecter des impulsions de grande amplitude. Certes le nombre de fausses alarmes est presque inexistant mais des impulsions d'amplitudes moyennes ne sont pas détectées.



Figure 5.2: Influence du seuil de détection .

Remarque On conclut que plus le seuil de détection est faible, plus P_{fa} et P_d sont grandes. Pour réduire P_{fa} et garder P_d relativement grand, il faut fixer un seuil supérieur la moyenne de bruit. Cependant un seuil trop élevé même s'il réduit P_{fa} peut aussi réduire P_d et augmenter P_m .

1.2 Expression de probabilité de fausse alarme et la Probabilité de détection

la Probabilité de détection par rapport à SNR Supposons notre détecteur linéaire et un bruit blanc gaussien associé au signal. La densité de Probabilité du bruit à la sortie d'un récepteur radar est décrite par la fonction Rayleigh et s'écrit:

$$E = \sum_{k=1}^{N=1} a_k \exp(j\Phi_k) \quad (5.1)$$

Ces courbes représentent la Probabilité de détection par rapport à SNR pour une Probabilité de fausse alarme donnée.

Remarque



Figure 5.3: Rapport signal à bruit en fonction de la probabilité de détection (paramètres en lois de fluctuation et probabilité de fausse alarme).

1. Les notations $P_m = 1 - P_d$ 10^{-4} , 10^{-5} , 10^{-8} , ... signifient que sur 10^4 , 10^5 , 10^8 , ... impulsions de bruit, on admet une impulsion de fausse alarme.
2. On conclut que, pour un seuil de détection fixé (P_{fa}), plus le SNR est grand, plus la probabilité de détection est élevée. De même, pour un SNR donné, plus la probabilité de fausse alarme est petite (c'est-à-dire, plus le seuil est élevé), plus la probabilité de détection est faible.
3. En se basant sur un taux de fausse alarme fixé, on obtient, par simple lecture, la valeur S/B requise pour atteindre la probabilité de détection souhaitée.

Exemple Pour bien interpréter les courbes, il est essentiel de remplacer SNR par la surface équivalente radar de la cible, dans des conditions données, une cible de surface SER est vue six fois sur dix. En abaissant le niveau du seuil, cette même cible est vue environ neuf fois 86%

sur dix. Mais dans ces conditions, le taux de fausse alarme passe de 10^{-10} à 10^{-8} .



Figure 5.4: Evolution de la probabilité de détection en fonction Rapport signal sur bruit

1.3 Un test d'hypothèses binaire

L'une des fonctions principales d'un radar est de détecter la présence d'objets d'intérêt noyés dans un bruit ambiant. Ce bruit perturbe alors la qualité de détection, il provient générale-

ment de l'électronique du radar. Dans ce cas, il s'agit du bruit dit "bruit thermique", modélisé à juste titre comme du bruit blanc gaussien. Dans certains cas, le radar doit également faire face à l'environnement situé autour de la cible à détecter : c'est le cas par exemple des radars terrestres de surveillance du sol qui scrutent l'horizon. Ceux-ci sont alors perturbés par des échos indésirables dus aux réflecteurs constitutifs du sol ou de la mer. Ces signaux parasites sont généralement assimilés à du bruit aléatoire se superposant au bruit thermique, et constituent ce que l'on nomme "le fouillis". à partir du modèle statistique de l'observation, on cherche à prendre une décision entre deux hypothèses :

- l'hypothèse nulle H_0 : aucune cible n'est présente ;
- l'hypothèse alternative H_1 : une cible est présente.

La valeur du paramètre de la distribution du vecteur aléatoire observé change en fonction de l'hypothèse vérifiée, de sorte que si Θ est connu, on sait aussi quelle hypothèse est vérifiée. Il est donc possible de partitionner l'espace des paramètres Θ sous la forme $\Theta = \Theta_0 \cup \Theta_1$, où Θ_0 et Θ_1 sont non vides et disjoints, de telle sorte que l'hypothèse nulle corresponde à $\theta \in \Theta_0$ et l'hypothèse alternative à $\theta \in \Theta_1$. Le problème se présente alors sous la forme du test d'hypothèses binaire :

$$\begin{cases} H_0 : \theta \in \Theta_0 \\ H_1 : \theta \in \Theta_1 \end{cases} \quad (5.2)$$

Quatre cas de figure peuvent se présenter lors de la décision entre les deux hypothèses H_0 et H_1 , suivant la décision qui est prise et l'hypothèse qui est vraiment vérifiée :

- l'hypothèse H_0 est acceptée et elle est vraie ;
- l'hypothèse H_0 est rejetée et elle est fausse : détection ;
- l'hypothèse H_0 est acceptée alors qu'elle est fausse : manque ou erreur de seconde espèce ;
- l'hypothèse H_0 est rejetée alors qu'elle est vraie : fausse alarme ou erreur de première espèce.

Dans les deux premiers cas, la bonne décision est prise, alors que dans les deux derniers, une erreur est commise. la problématique de la détection radar peut se formuler selon le principe suivant : pour une case d'analyse fixée (le radar découpe en effet sa zone d'analyse en cases, fonction de la distance au radar), dans un vecteur d'observation y de dimension m , un signal complexe s connu, caractérisant une cible est corrompu par un bruit de fouillis c additif. Ce problème se formalise généralement par un test d'hypothèses binaires :

$$\begin{cases} H_0 : y_k = c_k & k = 1 \dots K \\ H_1 : y_k = c_k + s & k = 1 \dots K \end{cases} \quad (5.3)$$

où les y_i sont des vecteurs d'observations supposés indépendants entre eux, identiquement distribués, et sont appelés "données secondaires" par les radaristes. Ils sont supposés contenir

uniquement le bruit de fouillis additif et permettent d'estimer les paramètres inconnus du fouillis.

Sous l'hypothèse H_0 , le signal complexe y reçu par le radar est supposé ne contenir que les échos du fouillis, provenant des réflexions sur les différents éléments de l'environnement, ainsi que le bruit thermique. Ces parasites admettent une certaine densité de Probabilité ou PDF (Probability Density Function), notée $p(y/H_0) = p(c/H_0)$.

Sous l'hypothèse H_1 , le signal reçu y est supposé contenir le signal s provenant des échos de la cible mais noyé parmi les mêmes échos parasites que sous H_0 . Sa densité de Probabilité est alors notée $p(y | H_1)$.

L'objectif de la détection est de déterminer laquelle des deux hypothèses est la plus vraisemblable, sachant que la non-détection minimise la Probabilité de non-détection :

- Décider H_0 alors que H_1 est vraie. Dans ce cas, on parle de non-détection, avec la Probabilité

$$P_{nd} = P(H_0/H_1) = 1 - P(H_1/H_1) = 1 - Pd \quad (5.4)$$

où Pd représente la Probabilité de détection ;

- Décider H_1 alors que H_0 est vraie. Dans ce cas, on parle de fausse alarme, avec la Probabilité $P_{fa} = P(H_1/H_0)$.

1.4 Courbes opérationnelles des récepteurs (COR) :

Les deux Probabilités P_{fa} et Pd sont des fonctions qui à tout moment du traitement radar, ne dépendent que de la valeur du seuil. On peut donc représenter le point de fonctionnement d'un récepteur dans un système d'axes où Pd est l'ordonnée et P_{fa} est l'abscisse. Le couple $(Pd(u), P_{fa}(u))$ désigne donc un point du système qui décrira une courbe en fonction du seuil. C'est cette courbe que l'on appelle Courbe Opérationnelle du Récepteur. Cette courbe peut alors permettre de déterminer la valeur d'un rapport signal sur bruit nécessaire pour atteindre une Probabilité de détection voulue pour une Probabilité de fausse alarme fixée. Le rapport signal à bruit (Signal to Noise Ratio, SNR en anglais) est défini comme le rapport de la puissance du signal utile reçu sur la puissance de bruit.

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{dB} = \left(\frac{P_u}{P_b}\right)_{dB} \quad (5.5)$$

avec S, B, P_u et P_b qui représentent respectivement le signal utile, le bruit, la puissance du signal utile et la puissance du bruit. Ceci, dans le cas du radar, revient à exprimer le rapport suivant à l'instant t :

$$SNR(t) = \frac{|y_s(t)|^2}{E[|y_b(t)|^2]} \quad (5.6)$$

pour lequel $y_s(t)$ représente le vecteur des échantillons du signal utile en fonction du temps et $y_b(t)$ le vecteur des échantillons du bruit en fonction de temps. Cette courbe caractérise la relation entre des courbes "Pfa-seuil" et "Pd-SNR".

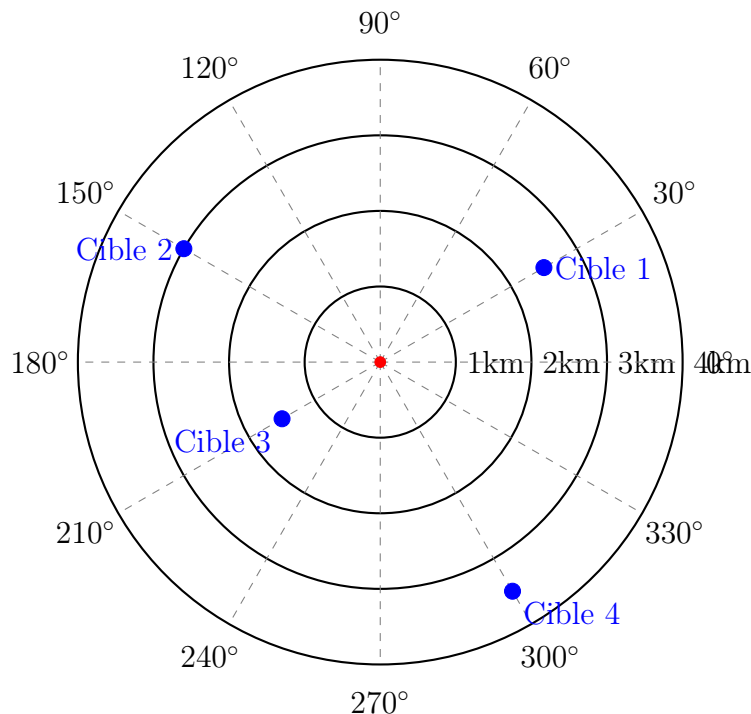
2 Modèles de Cibles

2.1 Introduction aux Cibles Radar

Un radar (*Radio Detection and Ranging*) est un système qui utilise des ondes radio pour détecter et localiser des objets à distance. Une cible radar correspond à un objet détecté par ce système. L'écho radar, ou réflexion du signal envoyé par le radar, permet de déterminer la distance d à laquelle se trouve la cible, ainsi que son azimut θ . Les cibles sont souvent représentées sur une carte circulaire avec des cercles concentriques indiquant la distance par rapport au radar, et des lignes radiales montrant les directions (angles).

2.2 Introduction aux Cibles Radar

Un radar (*Radio Detection and Ranging*) est un système qui utilise des ondes radio pour détecter et localiser des objets à distance. Une cible radar correspond à un objet détecté par ce système. L'écho radar, ou réflexion du signal envoyé par le radar, permet de déterminer la distance d à laquelle se trouve la cible, ainsi que son azimut θ . Les cibles sont souvent représentées sur une carte circulaire avec des cercles concentriques indiquant la distance par rapport au radar, et des lignes radiales montrant les directions (angles).



2.3 Fonctionnement d'un Modèle de Cibles Radar

Le fonctionnement d'un modèle de cibles radar repose sur l'émission d'un signal radio par une antenne. Lorsque ce signal frappe une cible, une partie de l'énergie est réfléchie vers

l'antenne du radar. Le temps de retour t_r du signal permet de calculer la distance à la cible selon la formule suivante :

$$d = \frac{c \cdot t_r}{2}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide ($c \approx 3 \times 10^8$ m/s). La position angulaire (azimut) de la cible est déterminée par la direction dans laquelle l'antenne du radar pointe au moment de la détection. En représentant graphiquement ces informations, nous obtenons un modèle de cibles radar.

2.4 Modélisation d'une Cible Radar

Pour modéliser une cible radar, on représente la portée maximale du radar par un cercle. Chaque cible détectée se situe à une distance spécifique du centre du radar, correspondant à la distance d calculée à partir du temps de retour du signal. L'angle θ représente l'azimut, c'est-à-dire la direction de la cible par rapport au nord. Un modèle typique de radar inclut des cercles concentriques pour indiquer différentes portées (d_1, d_2, \dots) et des lignes radiales pour indiquer les angles ($\theta_1, \theta_2, \dots$). Les cibles sont représentées par des points marqués sur ce diagramme en fonction de leur position relative au radar.

2.5 Exemple d'Application

Considérons un radar installé dans une station de contrôle aérien. Chaque avion entrant dans le champ du radar est détecté et apparaît comme une cible sur l'écran. La distance à chaque avion est calculée à partir du temps de retour du signal radar, tandis que l'angle d'azimut indique la direction de l'avion par rapport à la station radar. Par exemple, si un avion est détecté à une distance de 50 km avec un azimut de 30 degrés, sa position sera représentée par un point à cette distance et angle dans le modèle de cible radar, facilitant ainsi la gestion du trafic aérien.

3 Types de détecteurs CFAR

3.1 Introduction aux Détecteurs CFAR

Les détecteurs CFAR (Constant False Alarm Rate) sont des méthodes utilisées dans les systèmes radar pour assurer une détection efficace des cibles tout en maintenant un taux de fausses alarmes constant. Ces détecteurs s'adaptent aux variations du bruit de fond et de l'environnement, permettant ainsi une meilleure performance de détection. Les principaux types de détecteurs CFAR incluent le CFAR basé sur la moyenne, le CFAR basé sur la médiane et le CFAR à fenêtre glissante. C'est une technique adaptative qui calcule la moyenne sur une série de cellules distance ou Doppler adjacentes. Le détecteur utilisé est en général quadratique, les cellules sont constituées par une ligne à retard (circuit à décalage). La cellule de test est la cellule du centre. Le seuil est obtenu en multipliant la moyenne par un coefficient K .

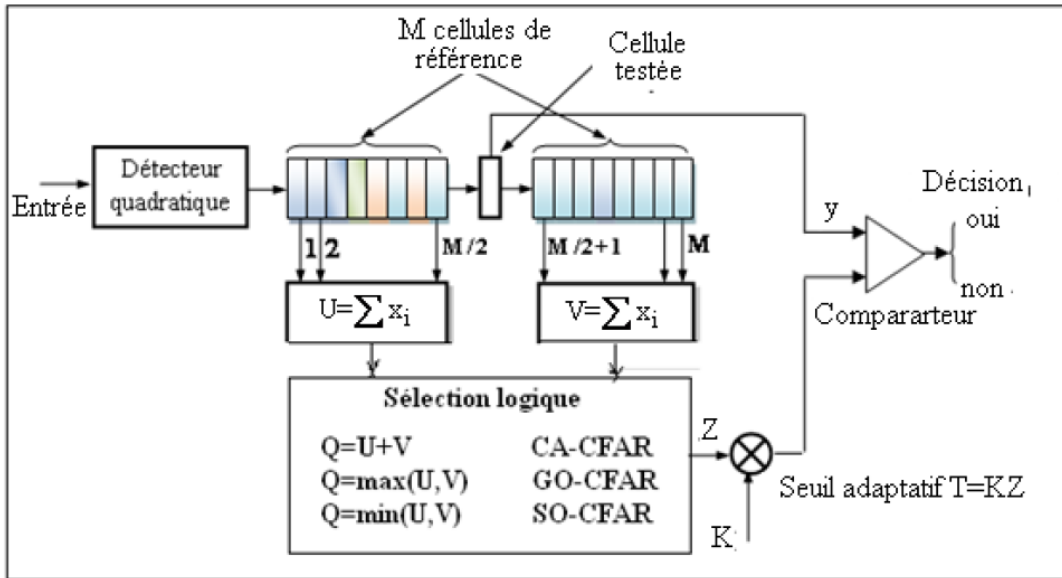


Figure 5.5: Types détecteur CFAR

3.2 Détecteur CFAR de Moyenne (CA-CFAR)

Le détecteur CFAR de moyenne, également connu sous le nom de *Cell Averaging CFAR* (CA-CFAR), estime le bruit de fond en prenant la moyenne des cellules environnantes dans une fenêtre d'analyse. Le seuil de détection est ensuite établi en ajoutant un facteur de protection à cette moyenne. L'équation de détection pour CA-CFAR peut être exprimée comme suit :

$$P_d = P \left(X > \alpha \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \right) \tag{5.7}$$

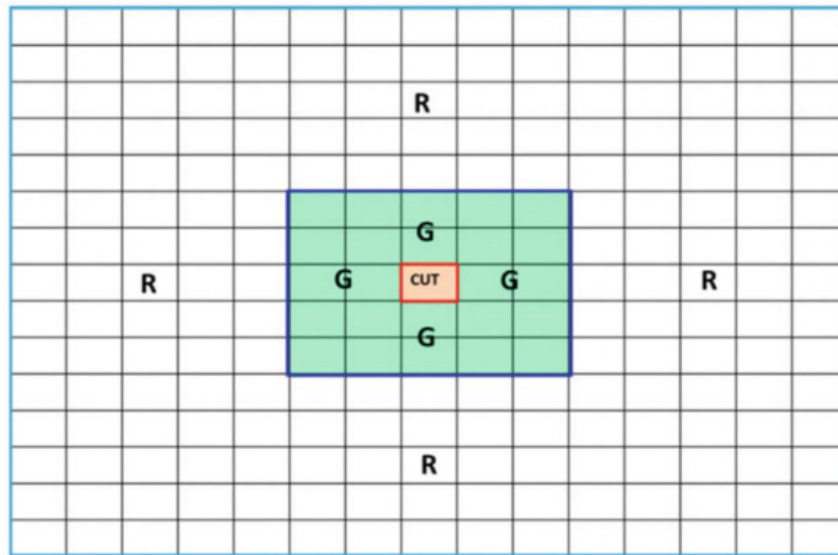
où X est le signal à détecter, X_i sont les signaux des cellules environnantes, N est le nombre de cellules de référence et α est le facteur de seuil. Ce type de détecteur est efficace dans les environnements où le bruit est gaussien.

3.3 Détecteur CFAR de Médiane (CN-CFAR)

Le *Cell Median CFAR* (CN-CFAR) utilise la médiane des cellules environnantes pour estimer le bruit de fond. Ce détecteur est particulièrement robuste aux valeurs aberrantes dans les données, car la médiane n'est pas influencée par des valeurs extrêmes. L'équation pour établir le seuil de détection est :

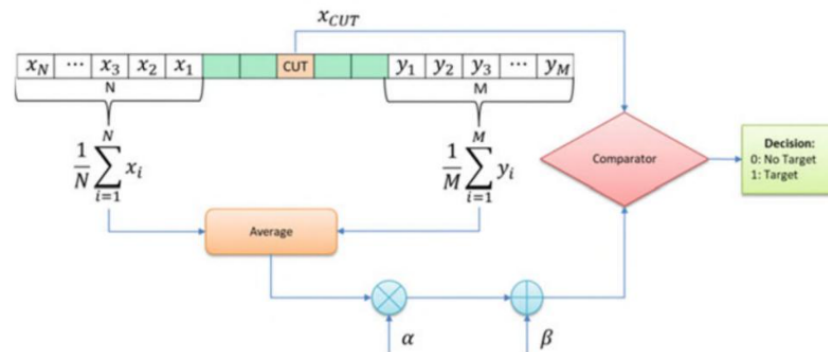
$$P_d = P (X > \beta \cdot \text{med}(X_i)) \tag{5.8}$$

où $\text{med}(X_i)$ représente la médiane des signaux des cellules de référence. Le CN-CFAR est donc adapté pour des environnements où les niveaux de bruit peuvent varier de manière significative.



(b) 2D CFAR

Figure 5.6: Evolution de la probabilité de detection en fonction Rapport signal sur bruit

Figure 5.7: Principe du détecteur CFAR : une multiplication par α et un décalage β sont utilisés pour ajuster la valeur moyenne. .

3.4 Détecteur CFAR à Fenêtre Glissante (GO-CFAR)

Le *Guard Cell CFAR* (GO-CFAR) utilise une cellule de protection pour éviter que le signal de la cible ne soit pris en compte dans l'estimation du bruit de fond. Cela permet d'améliorer la précision de la détection en empêchant l'auto-saturation du seuil. Le seuil est établi comme suit :

$$P_d = P \left(X > \alpha \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \right) \quad \text{où } X_j \neq X \text{ (cellule de protection)} \quad (5.9)$$

Le GO-CFAR est particulièrement utile dans des scénarios où les cibles sont très proches du bruit de fond ou où le bruit présente des caractéristiques non stationnaires.

3.5 Autres Types de Détecteurs CFAR

En plus des détecteurs mentionnés, il existe d'autres variantes de CFAR, notamment :

- **OS-CFAR (Ordered Statistic CFAR)** : Ce détecteur utilise les statistiques ordonnées des cellules de référence pour établir un seuil, offrant une résistance aux valeurs aberrantes.
- **Averaging CFAR (ACFAR)** : Une méthode qui utilise la moyenne des valeurs d'une sous-fenêtre glissante, permettant une estimation dynamique du bruit.
- **Adaptive CFAR** : Cette méthode ajuste dynamiquement le seuil de détection en fonction des caractéristiques du bruit de fond.

Les détecteurs CFAR jouent un rôle essentiel dans la détection de cibles dans des environnements bruités. En adaptant le seuil de détection aux conditions du bruit de fond, ces détecteurs permettent de maintenir un taux de fausses alarmes constant, garantissant ainsi une détection fiable des cibles. Le choix du type de détecteur CFAR dépend des caractéristiques spécifiques du bruit de fond et des exigences de performance du système radar.

4 Détection CA-CFAR Distribuée

La détection CA-CFAR distribuée est une technique clé utilisée dans les systèmes radar pour identifier des cibles tout en maintenant un taux de fausses alarmes constant. Cette méthode permet une meilleure estimation du bruit de fond en utilisant plusieurs cellules de détection réparties.

- **Adaptabilité** : S'adapte aux variations de bruit de fond grâce à une approche distribuée.
- **Robustesse** : Moins sensible aux valeurs aberrantes grâce à l'utilisation de plusieurs échantillons.
- **Efficacité** : Permet d'améliorer la détection des cibles proches du bruit de fond.

4.1 Tableau Comparatif des Performances

Type de Détecteur	Robustesse	Complexité	Performance
CA-CFAR	Bonne	Faible	Efficace dans le bruit gaussien
CN-CFAR	Très bonne	Moyenne	Efficace dans les environnements bruités
GO-CFAR	Excellente	Élevée	Prévient l'auto-saturation du seuil
OS-CFAR	Bonne	Élevée	Résistant aux valeurs aberrantes

Table 5.1: Comparaison des Détecteurs CA-CFAR Distribués

CHAPTER 6

CHAPITRE 6: DÉTECTION CFAR DISTRIBUÉE

1	Principes de Fonctionnement .	114
2	Caractéristiques Principales .	114
3	Règles de fusion	115

La détection CFAR (Constant False Alarm Rate) distribuée est une technique avancée de détection utilisée dans les systèmes radar pour identifier des cibles tout en maintenant un taux de fausses alarmes constant. Cette approche repose sur l'analyse et l'estimation du bruit de fond à partir de plusieurs cellules de détection, réparties sur une zone d'intérêt.

1 Principes de Fonctionnement

La détection CFAR distribuée repose sur plusieurs principes fondamentaux :

- **Estimation Locale du Bruit** : Elle utilise les données des cellules environnantes pour estimer le bruit de fond. Ce processus d'estimation locale permet d'adapter le seuil de détection en fonction des conditions ambiantes.
- **Cellules de Surveillance et de Référence** : Les cellules de surveillance sont celles où la détection est effectuée, tandis que les cellules de référence servent à estimer le niveau de bruit. L'algorithme compare les niveaux de signal dans ces cellules pour déterminer si une cible est présente.

2 Caractéristiques Principales

Les caractéristiques principales de la détection CFAR distribuée incluent :

- **Robustesse Face aux Variations de Bruit** : Grâce à l'utilisation d'une approche distribuée, cette méthode est moins sensible aux fluctuations du bruit de fond, ce qui la rend efficace dans des environnements variés.
- **Réduction des Faux Positifs** : En adaptant le seuil de détection à partir d'un échantillon plus large de données, le CFAR distribué contribue à réduire le nombre de fausses alarmes, améliorant ainsi la fiabilité des systèmes radar.
- **Flexibilité et Scalabilité** : Cette méthode peut être appliquée à différents types de cibles et est facilement adaptable à des systèmes à grande échelle, intégrant plusieurs capteurs ou unités de traitement.

2.1 Applications Pratiques

La détection CFAR distribuée trouve son application dans divers domaines, notamment :

- **Radar Militaire** : Utilisée pour détecter des cibles ennemies dans des environnements complexes, où le bruit de fond peut varier considérablement.
- **Surveillance Aérienne** : Les systèmes de contrôle du trafic aérien utilisent cette technologie pour identifier des avions dans des zones où le signal peut être obscurci par des interférences.
- **Détection d'Objets** : Dans les systèmes de vision par ordinateur, elle est appliquée pour identifier des objets dans des images où le bruit peut affecter la détection.

Conclusion La détection CFAR distribuée est une technique essentielle dans le domaine du traitement du signal radar, offrant une approche robuste et adaptable pour la détection de cibles. En tirant parti de plusieurs cellules de détection, elle permet d'optimiser la performance des systèmes, tout en maintenant un taux de fausses alarmes constant, ce qui est crucial pour des applications critiques.

3 Règles de fusion

Les configurations de fusion dans les systèmes CFAR sont essentielles pour améliorer la détection des cibles tout en maintenant un taux constant de fausses alarmes. En intégrant les informations provenant de multiples capteurs ou sources de données, ces configurations permettent d'optimiser la performance des algorithmes de détection et d'améliorer la robustesse des systèmes.

3.1 Architecture d'un système radar distribué

Un système radar distribué est composé de plusieurs radars coopérant pour atteindre un objectif commun. L'architecture de base est constituée de trois éléments :

- **Unités radar** : Chaque radar émet des ondes, reçoit des échos et traite les signaux localement.
- **Système de communication** : Pour l'échange des informations entre les radars.
- **Centre de fusion des données** : Centralise et traite les informations pour prendre des décisions globales.

3.2 Modèle de détection radar

Le modèle de détection radar peut être formulé mathématiquement à l'aide des hypothèses suivantes :

$$y_i = \begin{cases} n_i & \text{si } H_0 \\ s_i + n_i & \text{si } H_1 \end{cases} \quad (6.1)$$

où y_i est l'observation faite par le radar i , n_i est le bruit modélisé comme un bruit gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, et s_i est le signal réfléchi par la cible sous H_1 .

3.3 Fusion des décisions

3.4 Fusion des observations

Si chaque radar envoie ses observations y_i au centre de fusion, la décision est prise sur la somme pondérée des observations :

$$T(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sum_{i=1}^N w_i y_i \quad (6.2)$$

La décision globale est ensuite prise en comparant T à un seuil γ :

$$T(y_1, y_2, \dots, y_N) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma \quad (6.3)$$

3.5 Fusion des décisions locales

Chaque radar prend une décision locale $d_i \in \{0, 1\}$ et envoie cette décision au centre de fusion. La fusion suit une règle de vote :

$$D = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=1}^N d_i \geq k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.4)$$

où k est un seuil défini.

Les performances d'un système radar distribué sont mesurées en termes de probabilité de détection (P_d) et de probabilité de fausse alarme (P_{fa}).

Probabilité de détection globale Sous l'hypothèse d'indépendance, la probabilité de détection globale est donnée par :

$$P_d = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_{d,i}) \quad (6.5)$$

Probabilité de fausse alarme globale De même, la probabilité de fausse alarme globale est donnée par :

$$P_{fa} = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_{fa,i}) \quad (6.6)$$

Les systèmes de détection radar distribuée permettent une détection plus robuste et fiable grâce à la fusion des informations provenant de plusieurs radars. Cette architecture augmente la probabilité de détection tout en réduisant les fausses alarmes. En utilisant des modèles mathématiques et des simulations comme celle-ci, il est possible d'optimiser les performances du système dans des scénarios complexes.

Fusion au Niveau des Données

Cette configuration implique la combinaison des signaux bruts reçus par différents capteurs avant toute forme de traitement. Cela permet une utilisation maximale des informations disponibles, mais nécessite une synchronisation précise et une gestion des bruits de fond.

Fusion au Niveau des Caractéristiques

Dans cette approche, des caractéristiques spécifiques sont extraites des données des capteurs avant la fusion. Cette méthode permet de réduire la dimensionnalité des données, facilitant ainsi le traitement et l'analyse tout en conservant les informations pertinentes.

Fusion au Niveau des Décisions

Cette configuration combine les décisions individuelles prises par chaque capteur ou algorithme de détection. Cela se fait généralement après que chaque capteur a traité ses données et pris une décision, permettant ainsi d'augmenter la fiabilité globale de la détection.

3.6 Avantages des Configurations de Fusion CFAR

- **Robustesse Améliorée** : Les configurations de fusion permettent de compenser les défaillances potentielles d'un capteur, en s'appuyant sur des données provenant d'autres sources.
- **Réduction des Faux Positifs** : En combinant plusieurs estimations de bruit, la fusion aide à établir des seuils de détection plus précis, ce qui réduit le nombre de fausses alarmes.
- **Meilleure Précision de Détection** : La combinaison de données provenant de plusieurs capteurs améliore la qualité de l'information, ce qui se traduit par une détection plus précise des cibles.

3.7 Applications des Configurations de Fusion dans les Systèmes CFAR

Les configurations de fusion sont utilisées dans de nombreux domaines, notamment :

- **Surveillance Radar** : Pour la détection de cibles dans des environnements complexes, où plusieurs radars peuvent travailler ensemble pour une couverture améliorée.
- **Véhicules Autonomes** : Dans les systèmes de navigation, où les données de différents capteurs (comme LIDAR, caméras et capteurs ultrasoniques) sont fusionnées pour assurer une perception fiable de l'environnement.
- **Systèmes de Sécurité** : Dans les systèmes de surveillance, où les données de plusieurs caméras sont fusionnées pour fournir une vue d'ensemble d'une zone surveillée.

Note Importante

Les configurations de fusion dans les systèmes CFAR jouent un rôle crucial dans l'optimisation des performances de détection. En intégrant efficacement les données provenant de diverses sources, ces configurations permettent d'améliorer la précision et la robustesse des systèmes, tout en maintenant un taux de fausses alarmes constant, ce qui est essentiel pour les applications critiques.

BIBLIOGRAPHY

- [1] Peter C. Fishburn. *Decision Theory: A Unified Approach*. Wiley, 1970.
- [2] Giovanni Parmigiani and Lurdes Inoue. *Decision Theory: Principles and Approaches*. Wiley, 2009.
- [3] Eric J. B. de Lathauwer et al. *Bayesian Decision Theory*. Springer, 2014.
- [4] H. Vincent Poor. *Estimation Theory*. Springer, 1994.
- [5] James O. Berger. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer, 1985.
- [6] Christian P. Robert. *The Bayesian Choice: From Decision-Theoretic Foundations to Computational Implementation*. Springer, 2007.
- [7] Peter Wakker. *Decision Theory: An Overview*. Springer, 2010.
- [8] H. Vincent Poor et al. *Estimation and Control: A Bayesian Approach*. Springer, 2001.
- [9] Robert E. Kass et al. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer, 1989.
- [10] Michael A. P. Bell et al. *Decision Theory with Bayesian Applications*. Springer, 2013.
- [11] Alberto Moreira et al. “A Tutorial on Synthetic Aperture Radar”. In: *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine* 1.1 (2013), pp. 6–43.
- [12] Merrill I. Skolnik. *Radar Handbook*. 3rd. McGraw-Hill, 2008. ISBN: 978-0071485470.
- [13] Mark A. Richards. “Principles of Modern Radar”. In: *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* 29.5 (2014), pp. 60–62. DOI: [10.1109/MAES.2014.6830374](https://doi.org/10.1109/MAES.2014.6830374).
- [14] Eugene F. Knott, John F. Schaeffer, and Michael T. Tulley. *Radar Cross Section*. 2nd. SciTech Publishing, 2004. ISBN: 978-1891121258.
- [15] Constantine A. Balanis. “Antenna Theory: A Review”. In: *Proceedings of the IEEE* 80.1 (1992), pp. 7–23.
- [16] Harold R. Raemer. *Radar Systems Principles*. CRC Press, 1996.
- [17] Bassem R. Mahafza. *Introduction to Radar Analysis*. Chapman and Hall/CRC, 2017.
- [18] Jerry Eaves and Edward Reedy. *Principles of Modern Radar*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [19] Jacques Darricau. *Physique et Théorie du Radar: Principes et Performances de Base*. Ed. Sodipe, 1993.
- [20] G. Richard Curry. *Radar System Performance Modeling*. Artech House, 2004.

-
- [21] Habibur Rahman. *Fundamental Principles of Radar*. CRC Press, 2019.
 - [22] David Knox Barton. *Radar Equations for Modern Radar*. Artech House, 2013.
 - [23] Odile Picon et al. *Les Antennes: Théorie, Conception et Applications*. Dunod, 2009.
 - [24] Wulf-Dieter Wirth. *Radar Techniques Using Array Antennas*. 10. IET, 2001.
 - [25] Renaud Cariou. *Le Traitement du Signal Radar*. Dunod, 2012.
 - [26] Emmanuel Duflos and Philippe Vanheeghe. *Estimation Prédiction: Éléments de Cours et Exercices Résolus*. Paris, France: Editions TECHNIP, 2000, p. 161.
 - [27] M. Guenad Boumediène. *Polycopie de Cours: Systèmes Radar*. Université Hassiba Benbouali de Chlef, Faculté de Technologie, Département d'Electronique, 2017.
 - [28] Eyung W. Kang. *Radar System Analysis, Design, and Simulation*. Artech House, 2008.
 - [29] Jacques Neveu. *Introduction aux Probabilités*. fr. 2ème édition. Presses Universitaires de France, 1992.
 - [30] Emmanuel Gobet and Gilles Pagès. *Processus Stochastiques*. fr. Ellipses, 2015.
 - [31] Paul A. Gagniuc. *Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation*. John Wiley & Sons, 2017.
 - [32] Jean Jacod. *Calcul Stochastique et Problèmes de Martingales*. fr. 2ème édition. Springer, 2012.
 - [33] Gregory F. Lawler. *Introduction to Stochastic Processes*. CRC Press, 2013.
 - [34] Caner Ozdemir. *Inverse synthetic aperture radar imaging with MATLAB algorithms*. John Wiley & Sons, 2021.