

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Hassiba Benbouali de Chlef

Faculté de Technologie

Département d'Electrotechnique



Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER EN ELECTROTECHNIQUE

Spécialité : Commande électrique

Par :

**BENMEDIOUNI ABDELKADIR
ZOUBIR ISMAIL**

Thème :

Commande Robuste par H.infini d'une machine synchrone à aimants permanents

Soutenu le 24/09/2025 devant le jury composé de :

Mr.TAHRI Toufik	Professeur / UHB-Chlef	Président
Mr.BOUNADJA Elhadj	Professeur / UHB-Chlef	Examineur
Mm.BELOUZANI Fadhila	MAA/ UHB-Chlef	Examineur
Mr.BOUDJEMA Zinelaabidine	Professeur/ UHB-Chlef	Encadreur

Année Universitaire 2024-2025

REMERCIEMENTS

Avant toute chose, on remercie ALLAH le tout puissant de nous avoir donné le courage, la patience et la force durant toutes ces années d'études.

Nous sommes très reconnaissants à professeur BOUDJEMA ZINELAABIDINE à l'université Hassiba Benbouali et nos remerciements pour nous avoir encadré et en particulier pour son soutien, sa gentillesse, ses encouragements, ses conseils et sa patience pendant la période de la réalisation de ce travail.

Nos sincères remerciements aux messieurs les membres de jury qui nous ont fait l'honneur en acceptant d'examiner ce travail.

Nos remerciements vont aussi aux enseignants du département d'électrotechnique qui ont contribué à notre formation.

DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail :

*A mes chers parents, pour leur soutien
inconditionnel, leurs encouragements, et bien sûr pour
m'avoir permis de réaliser mes études dans les
meilleures conditions.*

A mes frères, toute ma famille et mes amis.

*A tous les enseignants qui m'ont aidé de proche ou de
loin pour être un jour un Master.*

*A tous ceux qui m'ont aidé, de près ou de loin, même
qu'il soit un mot d'encouragement et de gentillesse.*

Benmediouni Abdelkadir

DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail :

*A mes chers parents, pour leur soutien
inconditionnel, leurs encouragements, et bien sûr pour
m'avoir permis de réaliser mes études dans les
meilleures conditions.*

A mes frères, toute ma famille et mes amis.

*A tous les enseignants qui m'ont aidé de proche ou de
loin pour être un jour un Master.*

*A tous ceux qui m'ont aidé, de près ou de loin, même
qu'il soit un mot d'encouragement et de gentillesse.*

Zoubir Ismail

Liste d'acronymes & abréviations

a, b, c	: Axes a, b et c du repère triphasé,
d, q	: Axes d et q du repère de Park,
i_a, i_b, i_c	: Courants des phases de la machine,
ϕ_a, ϕ_b, ϕ_c	: Flux des phases de la machine,
φ_f	: Flux des aimants,
v_a, v_b, v_c	: Tension des phases statoriques,
I_d, I_q	: Courants statoriques d'axe direct et en quadrature ,
V_d, V_q	: Tension statoriques d'axe direct et en quadrature,
C_{em}	: Couple électromagnétique,
C_r	: Couple résistante,
f_c	: Coefficient de frottement,
$P(\theta)$: Matrice de transformation de PARK,
$P(\theta)^{-1}$: Matrice de transformation inverse de PARK,
p	: nombre de pair de pôles,
J	: Moment d'inertie,
L_d, L_q	: Inductances cycliques directe et en quadrature,
L_{Sc}	: Inductance cyclique,
R_s	: Résistance d'une phase statorique,
s	: L'opération de Laplace,
U_0	: Tension continue à l'entrée de l'onduleur,
Ω	: Vitesse mécanique de rotation,
ω_r	: Vitesse électrique du rotor,
θ	: la position du rotor,
f	: Fréquence du réseau,
(d, q)	: Référentiel lié au champ tournant,
σ	: Valeur singulière,
Rh_∞	: Ensemble des matrices de fonctions de transfert rationnelles à coefficients réels strictement propres et stables,
$\ G(s)\ _\infty$: Norme H_∞ d'une fonction de $G(s) \in Rh_\infty$,
$\ G(s)\ _2$: Norme H_2 d'une fonction de transfert $G(s)$,

$\lambda_i(M)$: $i^{\text{ème}}$ Valeur propre de M ,
$\rho(M)$: Rayon spectral de M ,
$\bar{\sigma}$: Valeur singulière maximale,
$\underline{\sigma}$: Valeur singulière minimale,
T_{zw}	: Fonction de transfert en boucle fermée de l'entrée exogène w vers la sortie à commander z ,
$W_i(s)$: Filtre de pondération,
S	: Fonction de sensibilité,
T	: Fonction de sensibilité complémentaire,
H, J	: Matrices hamiltoniennes,
MSAP	: Machine Synchrone à Aimant Permanent,
MCC	: Machine à Courant Continu,
LTI	: Linéaire invariant dans le temps « Linear Time Invariant »,
LFT	: Transformation Linéaire Fractionnaire « Linear Fractional Transformation »,
LQG	: Commande linéaire quadratique Gaussienne « Linear Quadratic Gaussian »,
SISO	: Mono-entrée, Mono-sortie « Single Input Single Output »,
MIMO	: Multi-entrées, Multi-sorties « Multi Input Multi Output »,
FOC	: Commande par orientation de flux « Field Oriented Control »,
DSP	: Digital Signal Processor,
SVD	: Décomposition en Valeurs Singulières,
DGKF	: Doyle, Glover, Khargonekar, Francis,
MLI	: Modulation de Largeur d'Impulsions,
PID	: Proportionnel Intégral Dérivé,
PI	: Proportionnel Intégral.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Introduction Générale.....	01
----------------------------	----

CHAPITRE I

Modélisation de la MSAP et de son alimentation

I.1. Introduction.....	05
I.2. Hypothèses simplificatrices.....	05
I.3. Description de la machine synchrone à aimants permanents.....	06
I.4. Modélisation de la MSAP.....	07
I.4.1. Mise en équation de la MSAP dans le repère (a-b-c).....	07
I.4.1.1 Equations électriques.....	07
I.4.1.2. Equations des flux	08
I.4.1.3. Equations mécaniques	09
I.4.2. Transformation de PARK	10
I.4.3. Modèle de la MSAP dans le repère (d-q).....	11
I.4.3.1 Equations électriques.....	11
I.4.3.2. Equations des flux	11
I.4.3.3. Expression de la puissance et du couple électromagnétique.....	12
I.4.3.4. Equations mécaniques.....	13
I.4.4. Mise sous forme d'équations d'état de la MSAP.....	14
I.5. Modélisation de l'association MSAP-Onduleur de tension.....	15
I.5.1. Définition de l'onduleur de tension.....	16
I.5.2. Modélisation de l'onduleur de tension.....	16
I.5.3. Principe de la commande de l'onduleur par la stratégie MLI.....	18
I.6. Résultats de simulations.....	20
I.6.1. MSAP alimenté par un réseau triphasé équilibré.....	20
I.6.2. MSAP alimenté par un onduleur de tension.....	21
I.7. Conclusion.....	22

CHAPITRE II

Commande vectorielle de la MSAP

II.1. Introduction.....	23
II.2. Principe de la commande vectorielle.....	23
II.3. Commande vectorielle de la MSAP alimenté en tension.....	25
II.3.1. Description du système global.....	25
II.3.2. Découplage.....	26
II.3.2.1. Découplage par compensation.....	27
II.3.3. Calcul des régulateurs.....	28
II.3.3.1. Régulation du courant I_d	28
II.3.3.2. Régulation du courant I_q	31
II.3.3.3. Régulation de la vitesse.....	31
II.4. Résultats de simulations	32

II.4.1. Test de suivi de consigne (TSC).....	33
II.4.2. Test de robustesse(TR).....	35
II.5. Conclusion.....	38

CHAPITRE III

Commande robuste par un contrôleur H_∞ de la vitesse de la MSAP

III.1.Introduction.....	39
III.2.Principe de la commande H_∞	40
III.3.Théorie de la commande H_∞	41
III.3.1.Concepts de bases.....	41
III.3.1.1.Fonction de sensibilité.....	41
III.3.1.2.Valeurs singulières et norme H_∞	43
III.3.1.3.Robustesse des systèmes.....	47
III.3.1.3.1.Théorème de petit gain.....	47
III.3.1.3.2.Définitions.....	48
III.4.Synthèse de loi de commande par l'approche H_∞	49
III.4.1.Formulation standard.....	49
III.4.2.Formulation du problème H_∞ standard.....	51
III.5. Résolution du problème H_∞	52
III.5.1.Représentation d'état du système.....	52
III.5.2. Résolution du problème H_∞ par l'équation de Riccati.....	54
III.5.3.Résolution générale du problème H_∞ standard.....	56
III.5.4.Normalisation.....	59
III.6. Mise en œuvre du problème H_∞	63
III.6.1.Synthèse H_∞ directe.....	63
III.6.2.Synthèse H_∞ pondérée.....	64
III.6.3.Problème de sensibilité Mixte.....	68
III.7. Application de régulateur H_∞ pour réguler la vitesse de la MSAP.....	69
III.7.1.Choix des fonctions de pondérations.....	70
III.7.2. Etapes de calcul d'un contrôleur robuste basé sur la méthode H_∞	72
III.7.3. Organigramme.....	72
III.7.4 Synthèse de régulateur H_∞	73
III.8. Résultats de simulations	75
III.8.1. Test de suivi de consigne(TSC).....	75
III.8.2. Test de robustesse(TR).....	77
III.9. Conclusion	80

<i>CONCLUSION GENERALE</i>	81
----------------------------------	----

ANNEXE.....	83
-------------	----

<i>Bibliographie</i>	84
----------------------------	----

Liste des figures

Fig. (I.1) : image représentative d'une MSAP	06
Fig. (I-2) : Schéma équivalent d'une MSAP dans le repère (a-b-c).....	07
Fig. (I-3) : Schéma équivalent d'une MSAP dans le repère (d-q)	10
Fig (I-4) : Schéma bloc de la machine synchrone à aimants permanents.....	13
Fig. (I-5) : Schéma de l'association MSAP – Onduleur	15
Fig. (I-6) : Schéma de l'onduleur de tension.....	16
Fig. (I-7) : Illustration de la MLI triangulo-sinusoidale	19
Fig. (I-8) : Résultats de simulation de la MSAP alimentée par un réseau triphasé.....	20
Fig. (I-9) : Résultats de simulation de la MSAP alimentée par un onduleur de tension commandé par MLI sinus triangle.....	22
Fig. (II-1) : Représentation du modèle découplé de la MSAP.....	24
Fig. (II-2) : Schéma bloc d'une régulation de vitesse de la MSAP alimentée en tension et commandée par 'orientation du flux'.....	25
Fig. (II-3) : Schéma bloc de compensation	27
Fig. (II-4) : Principe de découplage par compensation	28
Fig. (II-5) : Boucle de régulation du courant I_d	29
Fig. (II-6) : Réponse d'un système régulé de premier ordre.....	30
Fig. (II-7) : Boucle de régulation du courant	31
Fig. (II-8) : Boucle de régulation du la vitesse.....	31
Fig. (II-9) : Vitesse de rotation (TSC)	33
Fig. (II-10) : Couple électromagnétique (TSC)	33
Fig. (II-11) : Les courants i_a, i_b, i_c (TSC).....	34
Fig. (II-12) : Les courants I_d, I_q (TSC).....	34
Fig. (II-13) : vitesse de rotation (TR)	36
Fig. (II-14) : Couple électromagnétique (TR)	36
Fig. (II-15) : Les courants i_a, i_b, i_c (TR).....	37
Fig. (II-16) : Les courants I_d, I_q (TR).....	37
Fig. (III-1) : Schéma bloc d'un système asservi multivariable.....	41
Fig. (III-2) : les différents transferts en boucle fermée.....	43
Fig. (III-3) : Norme H_∞ d'un système SISO.....	46
Fig. (III-4) : Norme H_∞ d'un système MIMO.....	46
Fig. (III-5) : Schéma classique d'un système de commande bouclé.....	48
Fig. (III-6) : La forme standard.....	49
Fig. (III-7) : La forme standard normalisée.....	60
Fig. (III-8) : Un système G commandé par le contrôleur K	63
Fig. (III-9) : Système asservi pondéré.....	65
Fig. (III-10) : Formes typiques des gabarits contraignants les fonctions de sensibilité.....	67
Fig. (III-11) : Forme standard de sensibilité mixte S/KS/T.....	68
Fig. (III-12) : Boucle de régulation de la vitesse de la MSAP par régulateur H_∞	69
Fig. (III-13) : Commande vectorielle en vitesse de la MSAP par régulateur H_∞	73
Fig. (III-14) : Diagramme de Bode pour les fonctions de pondération: w_p, w_t	74
Fig. (III-15) : Vitesse de rotation (TSC)	75
Fig. (III-16) : Couple électromagnétique (TSC)	75
Fig. (III-17) : Les courants i_a, i_b, i_c (TSC).....	76
Fig. (III-18) : les courants I_d, I_q (TSC).....	76
Fig. (III-19) : Vitesse de rotation (TR).....	77
Fig. (III-20) : Couple électromagnétique (TR)	78
Fig. (III-21) Résultats de simulation d'erreur en pourcentage.....	78

INTRODUCTION
GÉNÉRALE

Dans le contexte industriel moderne, la motorisation électrique constitue le cœur des systèmes d'entraînement et de production. Les exigences actuelles imposent un contrôle précis et continu de la vitesse, du couple et de la position, tout en garantissant une stabilité optimale, une rapidité de réponse et un rendement énergétique élevé. Face à ces contraintes, les industriels recherchent constamment des solutions de motorisation performantes, fiables et adaptables aux conditions variables de fonctionnement. La complexité croissante des processus de production, associée à la nécessité de maintenir des performances élevées en présence d'incertitudes et de perturbations, a conduit au développement de technologies d'entraînement de plus en plus sophistiquées et robustes [1].

Historiquement, le moteur à courant continu (MCC) a longtemps dominé les applications industrielles grâce à sa simplicité de commande et ses bonnes performances dynamiques. Cependant, la présence du système balais-collecteur constitue un inconvénient majeur qui limite son utilisation dans les applications exigeantes. Ce système mécanique réduit la puissance et la vitesse maximales atteignables, pose des problèmes de maintenance récurrents et provoque des interruptions de fonctionnement coûteuses. Pour surmonter ces limitations, l'industrie s'est progressivement orientée vers les machines à courant alternatif. Parmi celles-ci, on distingue principalement la machine asynchrone, largement répandue pour sa robustesse et son faible coût, et la machine synchrone, qui offre de meilleures performances dynamiques. Dans cette dernière catégorie, la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) s'est particulièrement démarquée et a connu un essor remarquable ces dernières décennies, s'imposant comme une solution de choix pour les applications nécessitant des performances élevées [2].

La MSAP présente de nombreux avantages qui expliquent son adoption croissante dans l'industrie. Du point de vue structurel, l'absence de bobinage au rotor élimine les pertes rotoriques et permet une construction plus compacte avec une inertie très faible, favorisant ainsi des réponses dynamiques rapides. Le couple massique élevé, supérieur à celui des machines asynchrones et des machines synchrones à rotor bobiné, permet de concevoir des actionneurs plus légers et plus performants. De plus, les inductances relativement faibles entraînent des réponses rapides des courants et donc du couple, tandis que la grande capacité de surcharge offre une flexibilité opérationnelle appréciable. Ces caractéristiques, combinées aux progrès significatifs réalisés dans le domaine des aimants permanents, ont permis à la MSAP de s'imposer dans des applications exigeantes telles que la robotique, l'aéronautique, le spatial et la traction électrique.

Toutefois, malgré ces avantages indéniables, la MSAP présente également des défis importants liés à sa commande. Le modèle mathématique de la MSAP est multivariable et fortement couplé, ce qui complique significativement sa commande par rapport à une MCC. Pour pallier cette complexité, la commande vectorielle (ou Field Oriented Control - FOC), proposée par Blaschke en 1972, a été développée. Cette technique permet de découpler l'inducteur et l'induit, offrant ainsi un fonctionnement comparable à celui d'une MCC. Bien que la FOC assure de bonnes performances dynamiques nominales, elle demeure sensible aux variations paramétriques, aux incertitudes de modélisation et aux perturbations externes, ce qui peut limiter son efficacité et sa robustesse dans des conditions de fonctionnement réelles et variables.

Face aux limitations de la commande vectorielle classique, notamment sa sensibilité aux incertitudes et aux perturbations, il devient nécessaire d'adopter des approches de commande plus robustes. La théorie de la commande H_∞ , initiée par Zames au début des années 1980 puis développée par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis, représente une solution particulièrement adaptée à cette problématique. Cette approche de commande robuste permet de concevoir des lois de commande qui garantissent la stabilité et les performances du système en présence d'incertitudes paramétriques et de perturbations. Contrairement aux régulateurs classiques (PI, PID) qui peuvent s'avérer insuffisants face à des exigences strictes de performances, la commande H_∞ offre un cadre mathématique rigoureux pour la synthèse de correcteurs robustes [3]. Le principe fondamental consiste à considérer le modèle du système comme l'association d'un modèle nominal auquel on attache des incertitudes structurées ou non structurées, puis à synthétiser une loi de commande qui minimise l'influence des perturbations et des incertitudes sur les performances du système. Appliquée à la MSAP pilotée par commande vectorielle, la commande H_∞ permet de remédier aux faiblesses de l'approche classique en assurant un suivi de trajectoire performant, un rejet efficace des perturbations, et une robustesse vis-à-vis des variations paramétriques. Le travail présenté dans ce mémoire porte précisément sur la mise en œuvre de cette technique de commande robuste H_∞ pour le contrôle de la vitesse d'une MSAP, avec pour objectif d'améliorer significativement la dynamique du système tout en garantissant sa stabilité dans des conditions de fonctionnement variables et incertaines [4].

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la technique de commande robuste H_∞ , appliquée au contrôle de la vitesse d'une MSAP pilotée par commande vectorielle.

De manière générale, l'évolution rapide des technologies de commande et des composants électroniques de puissance a profondément transformé le domaine des entraînements électriques. Cette avancée a permis d'améliorer considérablement les performances, la fiabilité et l'efficacité énergétique des systèmes modernes. Dans ce contexte, la machine synchrone à aimants permanents s'impose aujourd'hui comme une référence incontournable, tant par ses qualités intrinsèques que par sa compatibilité avec les stratégies de commande avancées. L'étude et l'optimisation de ces systèmes constituent ainsi un champ d'investigation essentiel pour répondre aux exigences croissantes de l'industrie en matière de performance, de précision et de robustesse.

L'objectif est la mise en œuvre d'une loi de commande robuste permettant d'assurer la stabilité vis-à-vis des incertitudes paramétriques et des perturbations, tout en améliorant la dynamique du système.

Ce mémoire est organisé en trois parties. Le premier chapitre comporte deux sections principales. Dans la première, nous présentons la modélisation détaillée de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère (a,b,c), puis, grâce à la transformation de Park, nous obtenons le modèle dans le repère (d,q). Cette étape est primordiale car elle permet non seulement une meilleure compréhension du comportement de la machine, mais prépare également le terrain à l'application des lois de commande envisagées. Elle facilite en outre l'observation et l'analyse des différentes évolutions des grandeurs électriques. La deuxième partie est consacrée à la modélisation de l'onduleur de tension et de sa commande MLI. Le chapitre se conclut par la présentation et la discussion des résultats de simulation obtenus.

Le deuxième chapitre fera l'objet au principe de la commande vectorielle (FOC) et son application à la MSAP. La théorie de cette commande permet d'assimiler la machine synchrone à aimant permanent à une machine à courant continu à excitation séparée. Afin de valider les résultats analytiques obtenus, nous effectuons en fin plusieurs tests par simulation.

Dans le troisième et dernier chapitre, nous concevons un contrôleur H_∞ basé sur la synthèse robuste afin de réguler la vitesse de la MSAP et de comparer ses performances à celles d'un contrôleur classique de type PI. Nous mettons en évidence l'efficacité du contrôleur H_∞ proposé ainsi que sa robustesse face aux variations paramétriques du modèle de la machine et au rejet des perturbations.

Enfin, ce mémoire se termine par une conclusion générale récapitulant les principaux résultats obtenus et présentant quelques perspectives de recherche envisageables

CHAPITRE I

MODELISATION DE LA MSAP ET DE SON ALIMENTATION

I.1. Introduction

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés [4].

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche complexe qui nécessite avant tout une bonne maîtrise de son modèle dynamique afin de pouvoir prédire par simulation ses performances dans différents modes de fonctionnement [4]. Pendant longtemps, le MCC a été largement utilisé grâce à sa simplicité de commande due au découplage naturel entre le flux et le couple. Toutefois, la présence du système balais-collecteur constitue un inconvénient majeur limitant sa puissance, sa vitesse et sa fiabilité, en plus des problèmes de maintenance [3], [5], [48].

Grâce aux progrès de l'électronique de puissance, l'industrie s'est progressivement orientée vers les machines à courant alternatif, offrant une meilleure flexibilité de variation de vitesse et une grande stabilité de fonctionnement [38], [43]. Parmi elles, la MSAP occupe une place importante en raison de ses atouts : absence de pertes au rotor, faible inertie, couple massique élevé et inductances réduites permettant des réponses rapides en courant et donc en couple [12], [57].

La première étape de toute synthèse de commande consiste en la modélisation de la MSAP. Celle-ci est formulée sous forme d'équations différentielles et repose principalement sur la transformation de Park. Comme ces machines ne sont généralement pas alimentées directement par le réseau, elles nécessitent un onduleur de tension commandé en MLI.

L'objectif de ce chapitre est donc de présenter la modélisation de la MSAP associée à un convertisseur statique, en commençant par le modèle triphasé, puis par sa représentation simplifiée dans le repère (d, q) issue de la transformation de Park

I.2. Hypothèses simplificatrices

La MSAP est un système complexe, dont la modélisation obéit aux hypothèses simplificatrices suivantes [6] :

- Les pertes par courants de Foucault et par hystérésis sont négligées,
- La distribution de la force magnétomotrice créée par les enroulements au stator est sinusoïdale,
- L'effet de la température est négligé,

- Le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé,
- L'effet d'amortissement au rotor est négligé,
- Les irrégularités de l'entrefer dues aux encoches statoriques sont ignorées,
- Les couplages capacitifs entre les enroulements sont négligés.

I.3 Description de la machine synchrone à aimant permanent

Le moteur synchrone est constitué de deux parties, une partie mobile ou rotor constituant l'inducteur, et une partie fixe ou stator portant des enroulements constituant l'induit. La mince zone localisée entre ces deux éléments est appelée entrefer [31].

Le stator d'une machine synchrone triphasée est constitué de trois enroulements identiques décalés de 120° dans l'espace, logés dans les encoches du circuit magnétique fixe. Ce dernier est feuilleté afin de réduire les courants de Foucault et de limiter les pertes dans le fer.

Au rotor, les enroulements parcourus par un courant continu (dans le cas de la machine à rotor bobiné). Dans le cas du moteur synchrone à aimants permanents, le rotor n'a pas besoin d'un approvisionnement extérieur pour exciter le rotor. Ceci présente l'avantage d'éliminer les pertes rotoriques liées à cet enroulement et réduit le coût.

En fonction de la manière dont les aimants sont placés, on peut distinguer deux types de rotors [6], [9].

Dans le premier type, les aimants sont montés sur la surface du rotor offrant un entrefer homogène, la machine est appelée : la machine synchrone à aimant monter en surface.

Par contre dans le deuxième type, les aimants sont montés à l'intérieur de la masse rotorique offrant un entrefer variable, et la machine est appelée : La machine synchrone à aimant permanent enterré.



Fig. (I.1) : Image représentative d'une MSAP.

I.4 Modélisation de la MSAP

La MSAP étudiée présente une structure symétrique au niveau du stator et du rotor, avec p paires de pôles. Les enroulements statoriques sont connectés en étoile, avec un neutre isolé. L'excitation du rotor est assurée par des aimants permanents intégrés dans celui-ci.

I.4.1 Mise en équation de la MSAP dans le repère (a-b-c)

Pour établir des relations simples entre les tensions d'alimentation du moteur et ces courants, nous considérons le modèle de la machine synchrone idéal suivant :

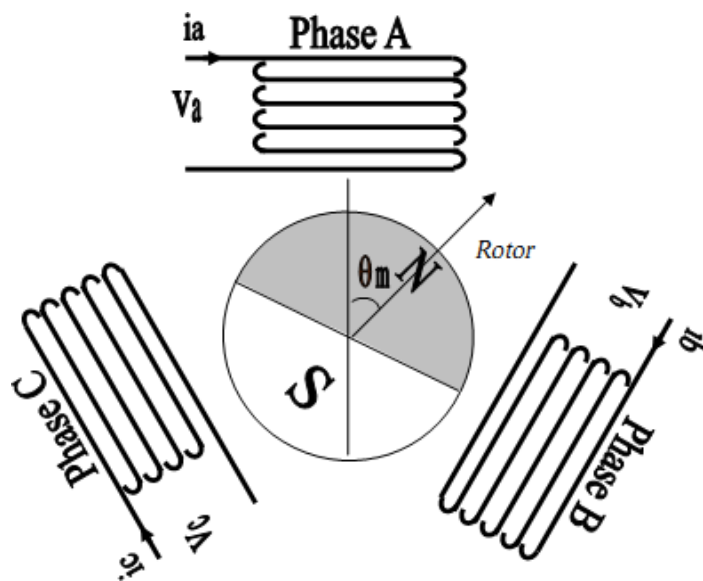


Fig. (I-2) : Schéma équivalent d'une MSAP dans le repère (a-b-c)

Dans le cadre des hypothèses simplificatrices citées précédemment, les équations de la machine s'écrivent comme suit : [35], [36], [43].

I.4.1.1 Equations électriques

Les équations électriques dans un repère fixe lié au stator sont décrites par :

$$\begin{cases} v_a = R_s \cdot i_a + \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = R_s \cdot i_b + \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = R_s \cdot i_c + \frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \quad (\text{I. 1})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} \quad (\text{I. 2})$$

I.4.1.2 Equations du flux

En vertu de l'hypothèse d'une répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, les flux induits par l'aimant dans les trois phases statoriques 'a, b, c' sont donnés par :

$$\begin{cases} \phi_{fa} = \phi_{max} \cdot \cos(\theta) \\ \phi_{fb} = \phi_{max} \cdot \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \phi_{fc} = \phi_{max} \cdot \cos(\theta - 4\pi/3) \end{cases} \quad (\text{I. 3})$$

Le flux produit dans chaque enroulement statorique est la somme de quatre termes.

Comme exemple, pour la phase 'a', le flux ' ϕ_a ' est la somme des termes :

$\phi_{aa} = L_s \cdot i_a$: Flux propre de la phase 'a' sur 'a'

$\phi_{ba} = M_s \cdot i_b$: Flux mutuel de la phase 'b' sur 'a'

$\phi_{ca} = M_s \cdot i_c$: Flux mutuel de la phase 'c' sur 'a'

ϕ_{fa} : Flux mutuel de l'aimant sur la phase 'a'

L'expression du flux total dans la phase 'a' est donnée par :

$$\phi_a = \phi_{aa} + \phi_{ba} + \phi_{ca} + \phi_{fa} = L_s \cdot i_a + M_s \cdot (i_b + i_c) + \phi_{fa}$$

Du fait que la machine est équilibrée à neutre isolé, on a :

($i_a + i_b + i_c = 0$), d'où l'expression du flux dans la phase 'a' se réduit à :

$$\phi_a = (L_s - M_s) \cdot i_a + \phi_{fa} = L_{sc} \cdot i_a + \phi_{fa} \quad (\text{I. 4})$$

$L_{sc} = (L_s - M_s)$: L'inductance cyclique d'un enroulement statorique.

L_s : L'inductance propre d'une phase statorique.

M_s : Mutuelle inductance entre phases du stator.

Par conséquent, les expressions des flux dans les deux autres phases se déduisent par :

$$\begin{cases} \phi_b = L_{sc} \cdot i_b + \phi_{fb} \\ \phi_c = L_{sc} \cdot i_c + \phi_{fc} \end{cases} \quad (I.5)$$

En remplaçant les expressions des flux dans le système des tensions, on obtient :

$$\begin{cases} v_a = R_s \cdot i_a + L_{sc} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = R_s \cdot i_b + L_{sc} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = R_s \cdot i_c + L_{sc} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \quad (I.6)$$

I.4.1.3 Equation mécanique

L'équation mécanique de la machine s'écrit :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_c \cdot \Omega \quad (I.7)$$

Avec :

$$\Omega = \frac{\omega_r}{p} \quad : \text{Vitesse de rotation de la machine}$$

On remarque que les équations obtenues dans le repère (a-b-c) sont fortement non linéaires et couplées, elles sont en fonctions de la position du rotor θ . Ceci fait apparaître des difficultés pour la résolution du système.

Pour simplifier ce problème, la plupart des travaux dans la littérature font appel à l'utilisation de la transformation de Park. Cette transformation, appliquée aux variables réelles (tensions, courants et flux), permet d'obtenir des variables fictives appelées les composantes (d-q) ou biphasé. Ceci peut être interprété comme étant une substitution des enroulements immobiles de phases du système réel (a, b, c) en enroulements orthogonaux d'axes (d-q) tournant à une vitesse ω_r par rapport au stator (Figure I.3). Ce changement de repère rend les équations dynamiques de la machine plus simples ce qui facilite leur étude et leur analyse.

I.4.2 Transformation de Park modifié

La transformation de Park consiste donc à transformer le système d'enroulements triphasés statoriques d'axes (a, b, c) en un système équivalent à deux enroulements biphasés sur les axes (d, q) en raison la conservation de la *F. m. m* et de la puissance instantanée [06].

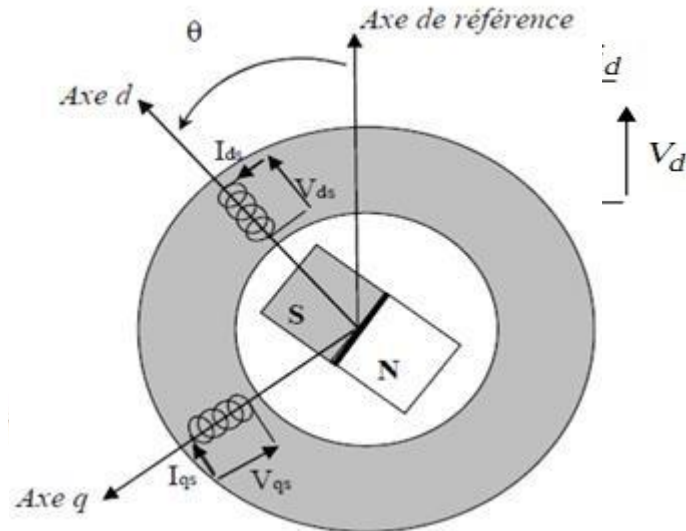


Fig. (I-3) : Schéma équivalent d'une MSAP dans le repère (d-q)

La transformé de Park est définie par : [44], [45], [48] :

$$[X_{dqo}] = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} = P(\theta) \cdot [x_{abc}] = P(\theta) \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

La transformé de park inverse est définie par :

$$[x_{abc}] = \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = P(\theta)^{-1} \cdot [X_{dqo}] = P(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_o \end{bmatrix} \quad (\text{I.10})$$

$$P(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I. 11})$$

θ : représente la position du rotor est définie par :

$$\theta = \int \omega_r dt \quad (\text{I. 12})$$

X_{dqo} , X_{abc} représentent les vecteurs courant, tension ou flux, dans le repère (d-q) et (a-b-c) respectivement.

I.4.3 Modèle de la machine synchrone a aimant permanent dans le repère de Park (d-q)

I.4.3.1 Equations électriques

En faisant l'hypothèse que toutes les grandeurs homopolaires sont nulles, en appliquant la transformation de Park sur le système d'équations (I.1), et tenant compte de (I.8 et I.10), on aura [44],[45], [50],[51],[55]:

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot I_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_r \phi_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_r \phi_d \end{cases} \quad (\text{I. 13})$$

I.4.3.2 Equations de flux

Les équations des flux statorique s'écrivent dans le repère de Park comme suit :

$$\begin{cases} \phi_d = L_d \cdot I_d + \phi_f \\ \phi_q = L_q \cdot I_q \end{cases} \quad (\text{I. 14})$$

En remplaçant les expressions des flux ϕ_d et ϕ_q dans le système (1-13) nous obtenons

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} - \omega_r L_q I_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + \omega_r (L_d I_d + \phi_f) \end{cases} \quad (\text{I. 15})$$

Avec :

V_{dq} : Les tensions statoriques dans le repère (d, q)

I_{dq} : Les courants statoriques dans le repère (d, q)

ϕ_{dq} : Les flux statoriques dans le repère (d, q)

ϕ_f : Flux induit par les aimants permanents

L_d, L_q : Inductance cyclique statorique d'axe direct 'd' et l'axe transverse 'q'

I.4.3.3 Expression de la puissance et du couple électromagnétique

L'expression du couple est obtenue à partir de celle de la puissance instantanée absorbée par la machine :

$$P_a = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{I. 16})$$

Dans le référentiel de PARK, cette puissance s'écrit :

$$P_e = \frac{3}{2} (V_d I_d + V_q I_q) \quad (\text{I. 17})$$

En remplaçant, V_q par leurs expressions on aura : [03],[17],[35], [42],[43]

$$P_a(t) = \frac{3}{2} \left[P\Omega \left((L_d - L_q) I_d I_q + \phi_f I_q \right) + R_s (I_d^2 + I_q^2) + \left(I_d L_d \frac{dI_d}{dt} + I_q L_q \frac{dI_q}{dt} \right) \right] \quad (\text{I. 18})$$

Cette puissance est composée de :

- Puissance perdue par effet joule : $\frac{3}{2} \cdot R_s (I_d^2 + I_q^2)$
- Puissance électromagnétique : $\frac{3}{2} \cdot [P\Omega ((L_d - L_q) I_d I_q + \phi_f I_q)]$
- La variation d'énergie magnétique emmagasinée : $\frac{3}{2} (I_d L_d \frac{dI_d}{dt} + I_q L_q \frac{dI_q}{dt})$

Le couple générée par la machine est donnée par :

$$C_{em} = \frac{p_{em}}{\Omega} \Rightarrow C_{em} = \frac{3}{2} P [(L_d - L_q) I_d I_q + \phi_f I_q] \quad (\text{I. 19})$$

I.4.3.4 Équation mécanique

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique dans les machines synchrones est donnée par la relation suivante :

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_c \cdot \Omega \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_{em} - C_r - f_c \cdot \Omega)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \left(\frac{3}{2} P [(L_d - L_q) I_d I_q + \varphi_f I_q] - C_r - f_c \cdot \Omega \right) \quad (I.20)$$

En développant le système d'équations (I.15) on peut déduire la forme finale des équations du MSAP dans le référentiel (d-q)

$$\left\{ \begin{array}{l} J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_c \Omega \\ \frac{dI_d}{dt} = \frac{V_d}{L_d} - \frac{R_s I_d}{L_d} + \omega_r L_q \frac{I_q}{L_d} \\ \frac{dI_q}{dt} = \frac{V_q}{L_q} - \frac{R_s I_q}{L_d} - \omega_r L_d \frac{I_d}{L_q} - \frac{\omega_r}{L_q} \varphi_f \\ C_{em} = \frac{3}{2} p \left((L_d - L_q) I_d I_q + \varphi_f I_q \right) \end{array} \right. \quad (I.21)$$

Ce système d'équations est plus simple que celui donné en (I-6) sauf qu'il est toujours non linéaire et à partir du système d'équation (I.21), nous pouvons représenter le moteur synchrone à aimants permanents par un bloc diagramme illustré par la (Figure I.4).

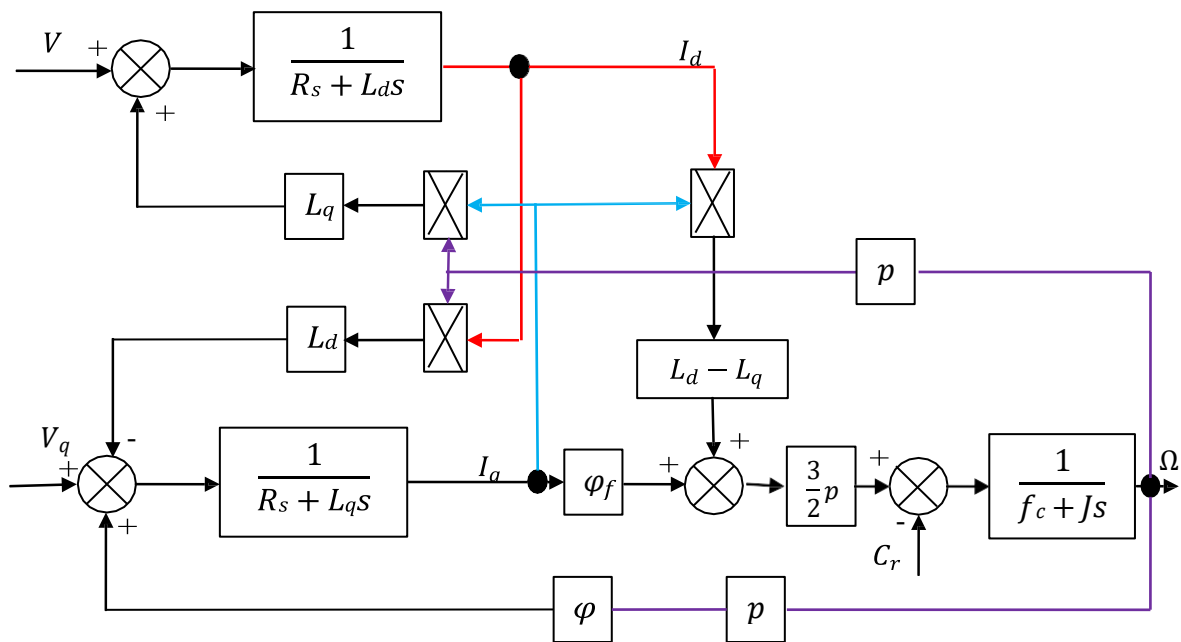


Fig. (I-4) : Schéma bloc de la machine synchrone à aimants permanents.

I.4.4 Mise sous forme d'équation d'état de la MSAP

Considérons les tensions (V_d), et le flux d'excitation φ_f comme grandeurs de commande, les courants statoriques (I_d, I_q) comme variables d'état et le couple C_r comme perturbation.

A partir des équations (1.15), on peut écrire le système d'équations comme suit :

$$\frac{d}{dt}[X] = A.X + B.U \quad (\text{I. 22})$$

A : Matrice fondamentale qui caractérise le système

B : Matrice d'entrée

U : Vecteur de commande $U = [V_d \ V_q \ \varphi_f]^T$

X : Vecteur d'état (posons, $[X] = [I_d \ I_q]$)

Sous forme matricielle on peut écrire le système d'équation (I.15) comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & -\frac{\omega_r}{L_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ \varphi_f \end{bmatrix} \quad (\text{I. 23})$$

Et on pose :

$$[A] = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & -\frac{\omega_r}{L_d} \end{bmatrix}$$

On peut écrire la matrice $[A]$ comme suit :

$$[A] = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{L_q}{L_d} \\ -\frac{L_d}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \omega_r \quad (\text{I. 24})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \omega_r \quad (\text{I. 25})$$

I.5 Modélisation de l'association MSAP-Onduleur de tension

Après avoir présenté le modèle de la machine, on présentera le système d'entraînement complet où la machine synchrone est associée à deux convertisseurs en cascade.

Le convertisseur coté réseau est constitué d'un redresseur triphasé à diode et d'un filtre, et le convertisseur coté machine, un onduleur de tension triphasé.

La (Figure I-5) illustre le schéma de principe de cette association.

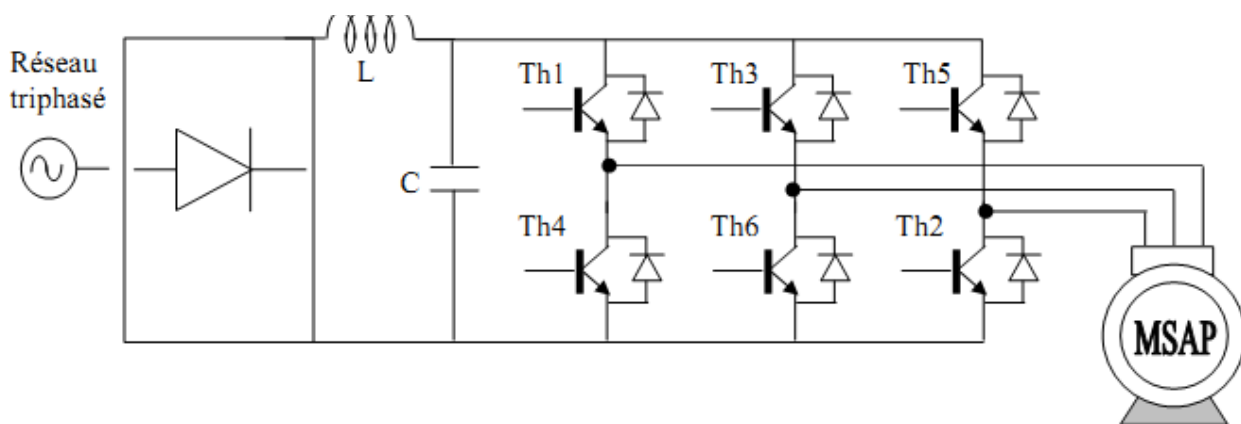


Fig. (I-5) : Schéma de l'association MSAP – Onduleur

I.5.1 Définition de l'onduleur de tension

L'onduleur est un convertisseur statique assurant la conversion continu-alternatif, il permet d'imposer aux bornes de la machine des tensions d'amplitude et de fréquence réglable par la commande [12].

L'onduleur est constitué de trois bras, chaque bras est constitué de deux transistors dont la commande est complémentaire. Les transistors sont shuntés par des diodes de récupération. Celui-ci est schématisé dans la Figure (I-6). Chaque bras de l'onduleur peut être présenté par un interrupteur à deux positions.

On distingue plusieurs types d'onduleurs :

Selon la source :

- Onduleurs de tension,
- Onduleurs de courant.

Selon le nombre de phases (monophasé, triphasé, etc.),

Selon le nombre de niveaux (2,3, etc.)

I.5.2 Modélisation de l'onduleur de tension

Pour modéliser l'onduleur de tension Figure (I-6), on considère son alimentation comme un source parfaite, supposée d'être de deux générateurs de *F. E. M* égale $\frac{U_0}{2}$ connectés entre eux par un point noté n_o [03], [42].

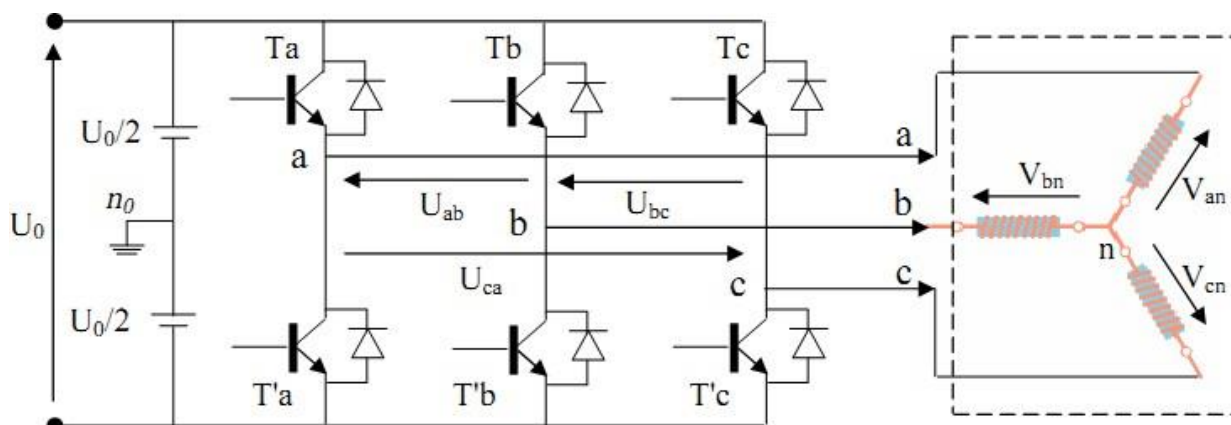


Fig. (I-6) : Schéma de l'onduleur de tension

La machine a été modélisée à partir des tensions simples que nous notons V_{an} , V_{bn} et V_{cn} .

L'onduleur est commandé à partir des grandeurs logiques S_i . On appelle T_i et T'_i les transistors (supposés des interrupteurs idéaux), on a :

Si $S_i = 1$, alors T_i est passant et T'_i est ouvert

Si $S_i = 0$, alors T_i est ouvert et T'_i est passant

Les tensions composées (de lignes) délivrées par l'onduleur sont données comme suit :

$$U_{ab} = V_{an} - V_{bn} = U_0(S_a - S_b) \quad (\text{I. 26})$$

$$U_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = U_0(S_b - S_c) \quad (\text{I. 27})$$

$$U_{ca} = V_{cn} - V_{an} = U_0(S_c - S_a) \quad (\text{I. 28})$$

Les tensions V_{an} , V_{bn} , V_{cn} forment un système de tension triphasée équilibrée alors :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0 \quad (\text{I. 29})$$

De (I. 26), (I. 28) et (I. 29), on a :

$$V_{an} = U_0/3 (2S_a - S_b - S_c) \quad (\text{I. 30})$$

De (I. 26), (I. 27) et (I. 29), on a :

$$V_{bn} = U_0/3 (2S_b - S_a - S_c) \quad (\text{I. 31})$$

De (I. 27), (I. 28) et (I. 29), on a :

$$V_{cn} = U_0/3 (2S_c - S_a - S_b) \quad (\text{I. 32})$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} U_0 \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (\text{I. 33})$$

Il reste à déterminer les fonctions, celles-ci dépendent de la stratégie de commande de l'onduleur.

L'onduleur a pour objectif de générer à sa sortie, des tensions les plus sinusoïdales possibles. A cet effet, différentes stratégies de modulation ont été proposées. Parmi celle-ci, la modulation de largeur d'impulsions MLI triangulo-sinusoidal (en anglais, Pulse Width Modulation PWM).

I.5.3 Principe de la commande de l'onduleur par la stratégie MLI triangulo-sinusoidale

Le principe général de la commande MLI consiste à convertir une modulante (tension de référence au niveau commande), généralement sinusoïdale, en une tension sous forme de créneaux successifs, générée à la sortie de l'onduleur (niveau puissance) [16].

Cette technique repose sur la comparaison entre deux signaux :

- Le premier, appelé signal de référence, de fréquence f représente l'image de la sinusoïde qu'on désire à la sortie de l'onduleur. Ce signal est modulable en amplitude et en fréquence.
- Le second, appelé signal de la porteuse, de fréquence f_p c'est un signal de haute fréquence par rapport au signal de référence

L'intersection de ces signaux donne les instants de commutation des interrupteurs des sorties de l'onduleur. Telle que lorsque le signal de référence est au-dessus du signal de la porteuse, l'impulsion de sortie est 1, et lorsqu'il est au-dessous de la porteuse, l'impulsion de sortie est égale à 0.

Donc le principe de cette stratégie peut être résumé par l'algorithme suivant :

$$\text{si } U_r \geq U_p \quad \Rightarrow \quad (t) = 1 \quad \text{sinon} \quad (t) = 0$$

U_r : la tension de référence

U_p : la tension de porteuse

(t) : est le signal MLI résultant

La (Figure I.7), illustre le principe de cette commande :

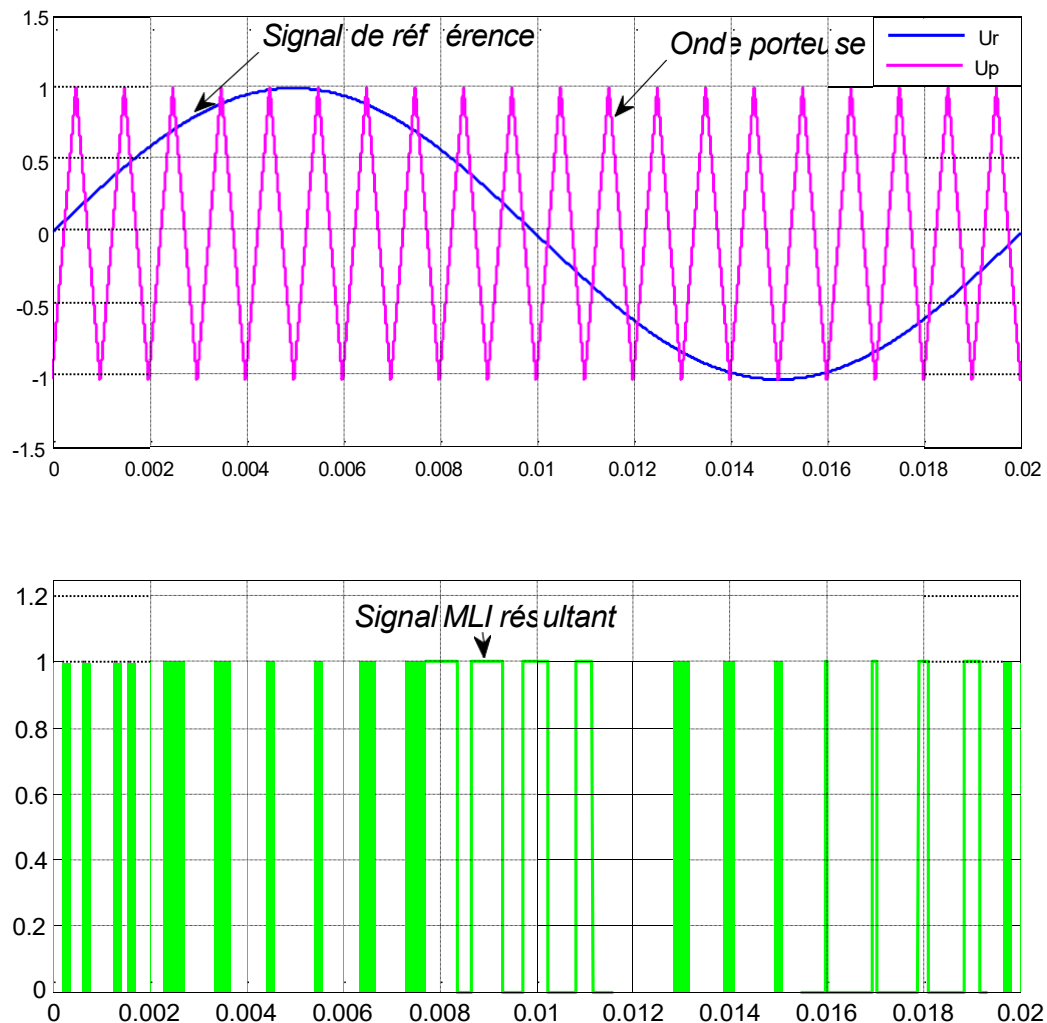


Fig. (I-7) : Illustration de la MLI triangulo-sinusoïdale

Cette stratégie est caractérisée par deux paramètres : l'indice de modulation m et le taux de modulation r : [02], [10], [42]

- ✚ L'indice de modulation ' m ' qui est défini comme étant le rapport entre la fréquence de la porteuse (f_p) et la fréquence du signal de référence (f) :

$$m = \frac{f_p}{f}$$

- ✚ Le taux de la modulation (le coefficient de réglage en tension) ' r ' qui est défini comme étant le rapport entre la des amplitudes de tension de la référence U_r sur la porteuse U_p .

$$r = \frac{U_r}{U_p}$$

I.6 Résultats de simulation

I.6.1 Alimentation par réseau triphasé équilibré

Pour valider le modèle de la MSAP, une simulation numérique a été effectuée sous l'environnement MATLAB/SIMULINK d'une tension de (220/380V) de fréquence fixe 50 Hz. Les paramètres de la machine sont indiqués au niveau de l'annexe.

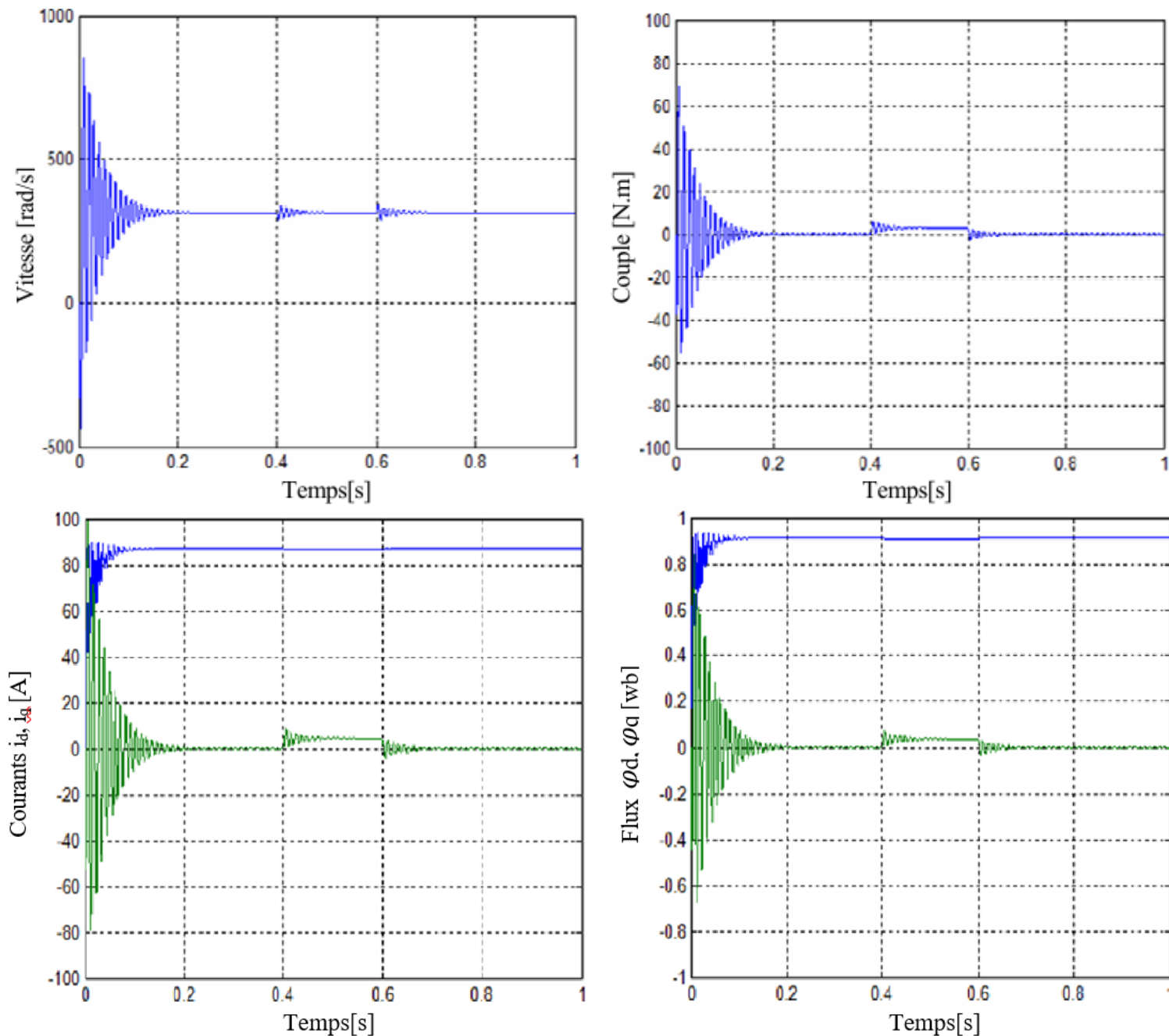


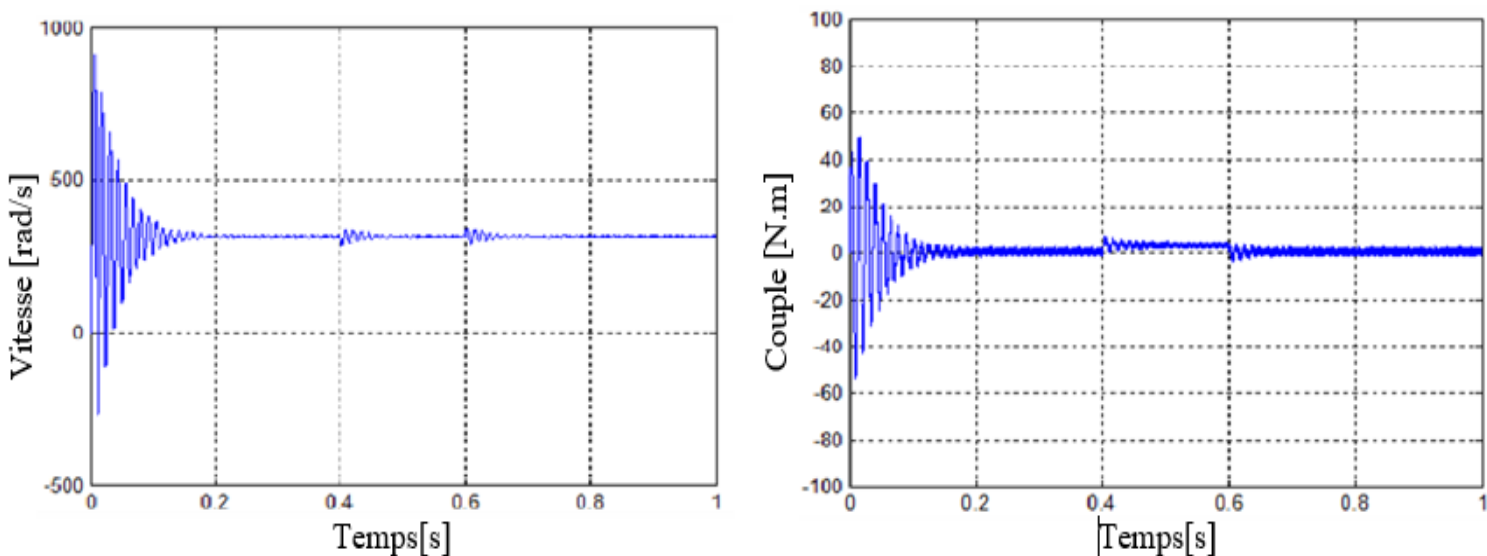
Fig. (I-8) : Résultats de simulation de la MSAP alimentée par un réseau triphasé.

La Figure (I-8) montre l'évolution des grandeurs avec l'application d'un échelon du couple résistant de ($C_r=3 \text{ N.m}$) correspondant à un couple nominal entre les instants ($t = 0.4 \text{ s}$ et $t= 0.6\text{s}$). On observe que pendant le régime transitoire, la vitesse est fortement pulsatoire, présentant au premier instant de démarrage des battements importants, et atteint la valeur de 314 rad/sec . La contre réaction des masses tournantes tendant à ramener le moteur au repos fait apparaître des valeurs de vitesse négative très faible et de courte durée, l'allure de la courbe du couple présente au démarrage des battements importants dans un intervalle de temps court, puis se stabilisé à zéro lorsque la machine est à vide, pour les courants I_d et I_q au début de démarrage on voit des pics de courant assez important démarrage, ensuite ils se stabilisent à leurs valeurs nominales après un temps assez court.

Ces résultats montrent bien le fort couplage existant entre ces différentes variables indiquant le caractère non linéaire de la machine.

I.6.2 Alimentation par un onduleur de tension

Les performances de la conduite du MSAP, alimenté par un onduleur à deux niveaux contrôlés par une stratégie sinus-triangle, sont illustrées dans la figure (I.9). En comparant ces résultats obtenus avec une MSAP alimentée par un onduleur à ceux obtenus précédemment avec une alimentation par un réseau triphasé équilibré, on constate qu'ils sont globalement similaires. Toutefois, la présence de l'onduleur introduit des ondulations supplémentaires qui peuvent affecter légèrement les performances de la machine



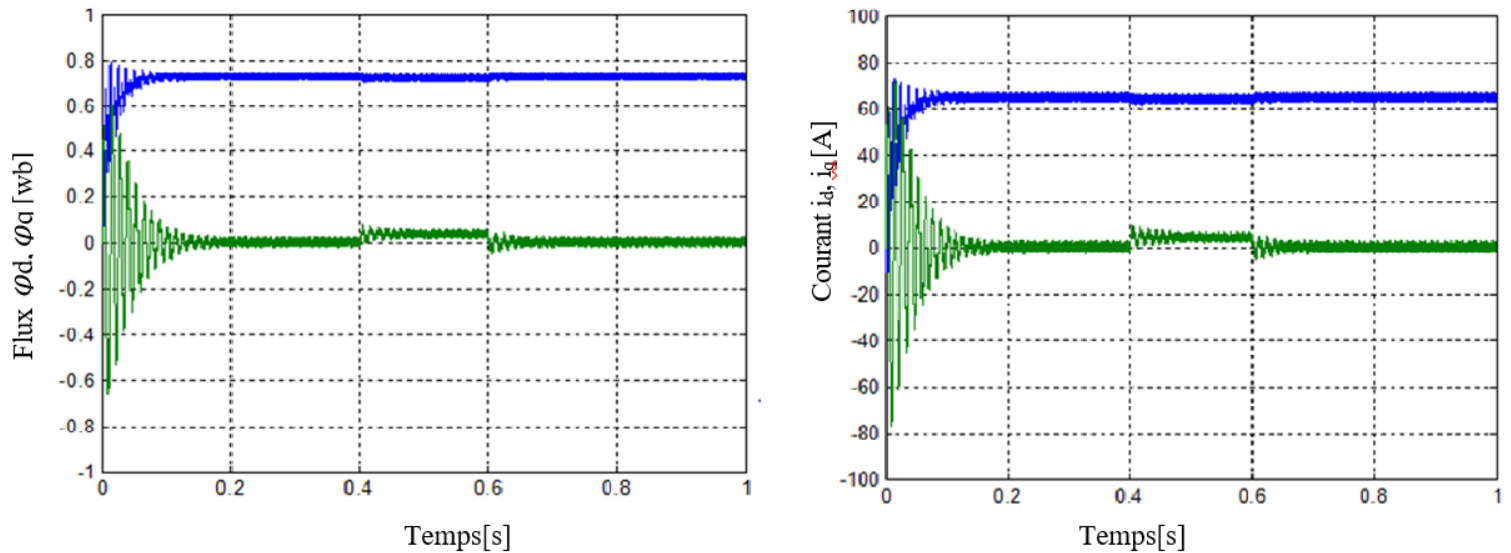


Fig. (I-9) : Résultats de simulation de la MSAP alimentée par un onduleur de tension commandé par MLI sinus-triangle.

I.7 Conclusion

Le but de ce chapitre est de valider le modèle de la MSAP alimentée par le réseau, ainsi que le modèle de l'onduleur de tension. Dans un premier temps, la MSAP a été modélisée en utilisant la transformation de Park, ce qui permet de simplifier le modèle et de réduire les non-linéarités. Par la suite, le convertisseur statique et sa commande ont été modélisés. Enfin, une simulation du modèle de la MSAP a été réalisée, d'abord alimentée par une source idéale, puis par un onduleur à modulation de largeur d'impulsion (MLI).

Les résultats de simulation obtenus montrent que les réponses du système sont rapides et stables. Toutefois, les performances restent limitées, en particulier au démarrage et lors de l'application d'une perturbation du couple de charge. Afin d'améliorer les performances statiques et dynamiques, la commande vectorielle sera appliquée et étudiée dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II

COMMANDE VECTORIELLE DE LA MSAP

II.1. Introduction

Comme le modèle de la MSAP présenté au chapitre précédent est un système multivariable, non linéaire et fortement couplé entre les variables d'entrée (tension, fréquence), les variables de sortie (couple, vitesse) et les variables internes de la machine (flux), sa commande s'avère complexe [56].

Afin de surmonter cette difficulté et d'obtenir un comportement équivalent à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée, Blaschke et Hasse ont proposé en 1972 [28] la technique de la commande vectorielle, appelée également commande par orientation de flux (FOC – Field Oriented Control). Le principe fondamental de cette stratégie est d'assimiler le fonctionnement de la MSAP à celui d'une machine à courant continu, c'est-à-dire de rendre son modèle linéaire et découplé, ce qui permet d'améliorer considérablement son comportement dynamique [28], [38].

Toutefois, à l'époque, la mise en œuvre pratique de la commande vectorielle était difficile, car les régulations reposaient sur des composants analogiques [03], [30]. Avec l'avènement des microcontrôleurs, les progrès de l'électronique numérique et l'apparition de processeurs rapides de traitement numérique du signal (DSP), l'implantation de cette commande est devenue beaucoup plus accessible. Cela a conduit à une forte croissance des recherches et des applications relatives à la commande vectorielle des MSAP.

Dans ce chapitre, nous présentons l'application de la commande vectorielle à la MSAP. Les boucles de courant et la boucle de vitesse sont régulées à l'aide de correcteurs classiques de type PI. Des résultats de simulation sont proposés pour illustrer les performances de la régulation mise en œuvre. Enfin, une étude de la robustesse de cette commande sera également menée.

II.2. Principe de la commande vectorielle

La commande vectorielle, consiste à régler le flux par une composante du courant et le couple par l'autre composante. Il faut donc, choisir un système d'axe d, q et une loi de commande qui assure le découplage du flux et du couple.

La stratégie de commande la plus souvent utilisée est celle qui consiste à maintenir le courant I_d à une valeur nulle. Cette stratégie permet de simplifier la commande du couple par la linéarisation de la relation entre le couple et le courant [02], [12].

Si le courant I_d est maintenu nul, physiquement le flux de réaction d'induit est en quadrature avec le flux rotorique produit par les aimants permanents [30], [36] et $\vartheta_d = \varphi_f$. L'expression du couple donnée par la relation (I.19), devient :

$$C_{em} = \frac{3}{2} P \varphi_f I_q \quad (\text{II. 1})$$

Comme le flux φ_f est constant, le couple électromagnétique est directement proportionnel à I_q .

Donc :

$$C_{em} = K I_q \quad , \quad K = \frac{3}{2} P \varphi_f \quad (\text{II. 2})$$

Les équations de tension (I.15) de la machine, dans ce cas est :

$$\begin{aligned} V_d &= -\omega_r L_q I_q \\ V_q &= R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + \omega_r \varphi_f \end{aligned} \quad (\text{II. 3})$$

Nous pouvons remarquer, que le couple est proportionnel à celle du courant I_q , donc le modèle de la machine se réduit à celui d'une machine à courant continu à excitation indépendante (Figure II.1) [31].

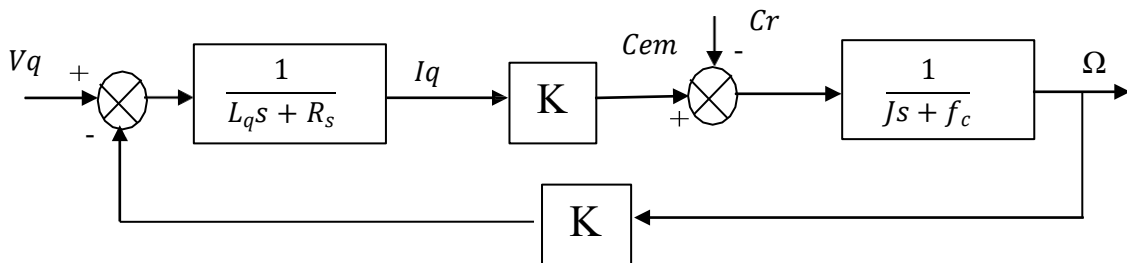


Fig. (II-1) : Représentation du modèle découplé de la MSAP

Donc, L'avantage de cette commande lorsque nous imposant I_d nul est que le modèle de la machine synchrone à aimants permanents est devenu linéaire et monovariante et ceci rend cette stratégie de commande très attrayante pour les concepteurs industriels qui sont habitués à commander des MCC [09].

II.3. Commande vectorielle de la MSAP alimentée en tension

II.3.1. Description du système global

Le contrôle de la vitesse de la machine, demande une commande simultanée de deux variables I_d et I_q . La (Figure II.2), [03], [10], [31], [43] représente le schéma bloc d'une régulation de vitesse de la MSAP alimentée en tension et commandée par orientation du flux dans le repère (d, q).

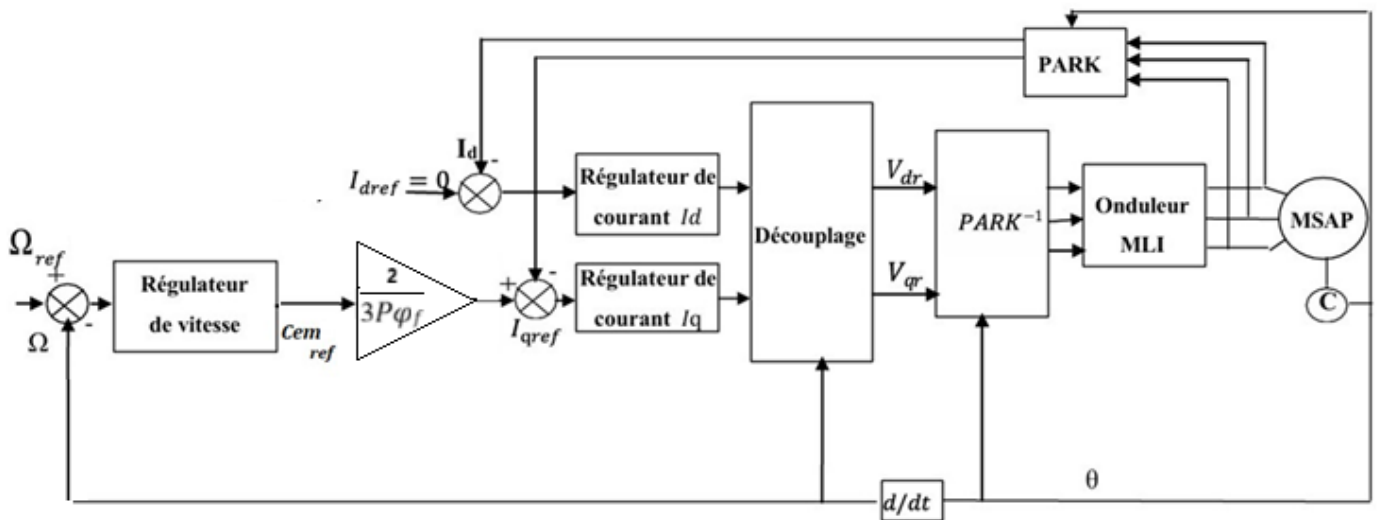


Fig. (II-2) : Schéma bloc d'une régulation de vitesse de la MSAP alimentée en tension et commandée par 'orientation du flux'

Comme montre donc la (Figure II.2), la commande vectorielle est constituée de deux principales boucles à savoir la boucle de vitesse, les boucles internes des courants I_d, I_q et la transformation directe et inverse de Park.

La vitesse est régulée à travers la boucle externe du bloc, la sortie de son régulateur est permet de générer le courant de référence I_{qref} qui est comparé à la valeur du courant I_q issue de la mesure des courants réels et leur erreur appliquée à l'entrée du régulateur du courant.

En parallèle avec cette boucle, on trouve une boucle de régulation du courant I_d qui est maintenu à zéro.

Les sorties des régulateurs de courant I_d et I_q sont appliquées à un bloc de découplage qui permet de générer les tensions de référence V_{dr} et V_{qr} et par transformation de Park inverse, on obtient les références de tensions V_{as} , V_{bs} et V_{cs} qui sont les tensions de la commande de l'onduleur à commande MLI.

Comme montre donc la (Figure II.2), la commande vectorielle est constituée de deux principales boucles à savoir la boucle de vitesse, les boucles internes des courants I_d , I_q et la transformation directe et inverse de Park.

La vitesse est régulée à travers la boucle externe du bloc, la sortie de son régulateur est permet de générer le courant de référence I_{qref} qui est comparé à la valeur du courant I_q issue de la mesure des courants réels et leur erreur appliquée à l'entrée du régulateur du courant. En parallèle avec cette boucle, on trouve une boucle de régulation du courant I_d qui est maintenu à zéro.

Les sorties des régulateurs de courant I_d et I_q sont appliquées à un bloc de découplage qui permet de générer les tensions de référence V_{dr} et V_{qr} et par transformation de Park inverse, on obtient les références de tensions V_{as} , V_{bs} et V_{cs} qui sont les tensions de la commande de l'onduleur à commande MLI.

II.3.2. Découplage

Le modèle de la machine synchrone dans le référentiel de Park conduit à un système d'équations différentielles où les courants ne sont pas indépendants l'un de l'autre, ils sont reliés par des termes ou des coefficients non linéaires $\omega_r I_q$, $\omega_r I_d$ et $I_d I_q$

Ce couplage est éliminé par une méthode de compensation [28], Cette dernière méthode consiste à faire ajouter des termes afin de rendre les axes d et q complètement indépendants.

II.3.2.1. Découplage par compensation

La compensation donc, a pour but de découpler les axes d et q . Ce découplage permet d'écrire les équations de la machine et de la partie régulation d'une manière simple et ainsi de calculer aisément les coefficients des régulateurs.

Le principe de ce découplage revient à définir deux nouvelles variables de commande F_{emd} , F_{emq} (Figure II-3) telle que : [28], [42], [43]

$$\begin{cases} V_d = V_{d1} - F_{emd} \\ V_q = V_{q1} + F_{emq} \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Avec

$$\begin{cases} V_{d1} = L_d \frac{dI_d}{dt} - R_s I_d \\ V_{q1} = L_q \frac{dI_q}{dt} + R_s I_q \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

et

$$\begin{cases} F_{emd} = \omega_r L_q I_q \\ F_{emq} = \omega_r (L_d I_d + \varphi_f) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

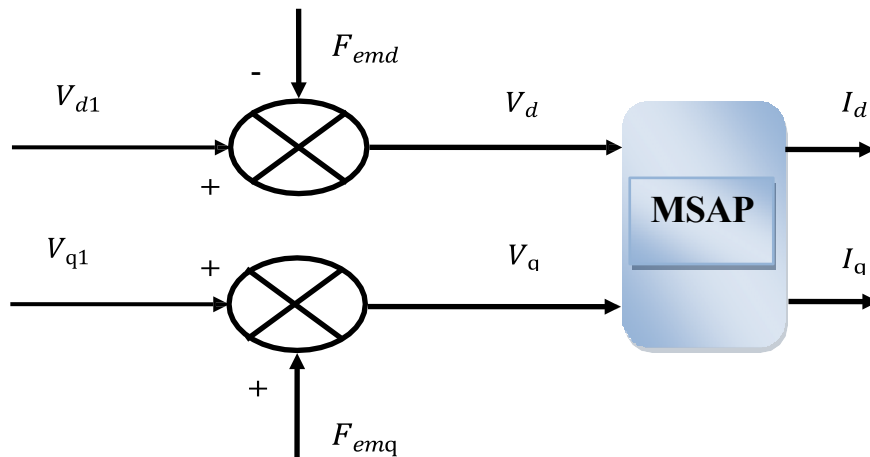


Fig. (II-3) : Schéma bloc de compensation

Les courants I_d et I_q sont découplés. Le courant I_d ne dépend que de V_d et le courant I_q ne dépend que de V_q , leurs expressions s'écrivent comme suit :

$$I_d = \frac{V_{d1}}{sL_d + R_s} \quad , \quad I_q = \frac{V_{q1}}{sL_q + R_s} \quad (\text{II. 8})$$

Le principe de correction (régulation) consiste à réguler les courants statoriques à partir des grandeurs de référence (désirées) par les régulateurs classiques PI. Le schéma de principe de régulation des courants statoriques est représenté par la (Figure II.4) [11],[31]

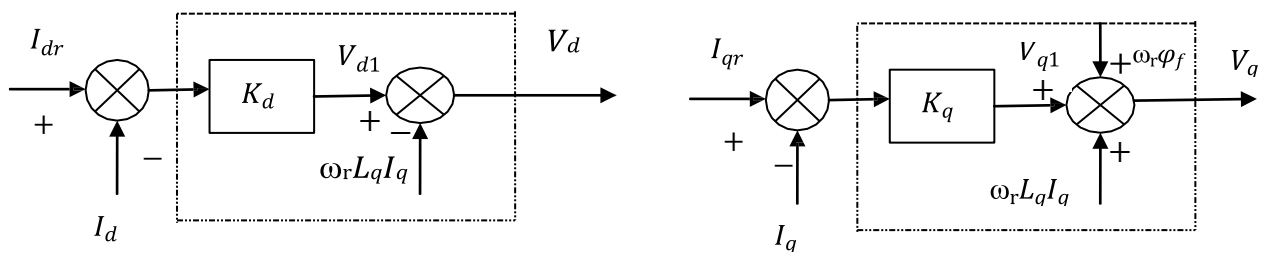


Fig. (II-4) : Principe de découplage par compensation

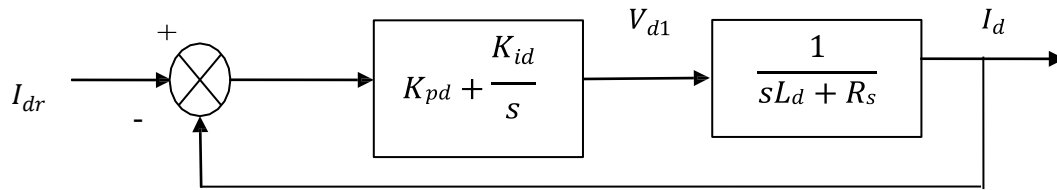
II.3.3 Calcul des régulateurs

Lorsque le découplage entre l'axe d et l'axe q est réalisé, les régulateurs de courant et de vitesse peuvent être synthétisés au moyen des techniques classiques ou avancées développées pour les systèmes linéaires.

Dans ce chapitre on se limite à la technique de contrôle par des régulateurs classiques PI (proportionnelle, intégrale) dont le coefficient intégral K_i sert de réduire l'écart entre la consigne et la grandeur régulée donc de réduire l'erreur statique, comme le terme proportionnel K_p permet le réglage de la rapidité du système et donc le temps de réponse.

II.3.3.1 Régulation du courant I_d

Le rôle des régulateurs est de maintenir une grandeur de sortie égale à la grandeur de référence imposée. Les régulateurs de courant et de vitesse peuvent être synthétisés ici au moyen des techniques classiques développées pour les systèmes linéaires. Le schéma fonctionnel de la boucle du courant ($I_d = \frac{V_{d1}}{sL_d + R_s}$) est représenté par la (Figure II.4) [11],[31] :

Fig. (II-5) : Boucle de régulation du courant I_d

La fonction de transfert du régulateur proportionnel intégral est donnée, sous forme générale, par l'équation (II.9) pour les deux axes d et q :

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (\text{II. 9})$$

- En boucle ouverte la fonction de transfert est donnée par :

$$F_{bod(s)} = \left(k_{pd} + \frac{k_{id}}{s}\right) \frac{1}{sL_d + R_s} = \frac{k_{id}}{s} \left(1 + \frac{k_{pd} \cdot s}{k_{id}}\right) \left(\frac{\frac{1}{R_s}}{1 + \left(\frac{L_d}{R_s}\right) \cdot s}\right) \quad (\text{II. 10})$$

$$F_{bod(s)} = \frac{k_{id}}{s} \left(1 + \frac{k_{pd} \cdot s}{k_{id}}\right) \left(\frac{\frac{1}{R_s}}{1 + T_d \cdot s}\right), \quad T_d = \frac{L_d}{R_s} \quad (\text{II. 11})$$

- La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$F_{bfd(s)} = \frac{F_{bod(s)}}{F_{bod(s)} + 1} \quad (\text{II. 12})$$

Calcul des paramètres du régulateur « PI »

La fonction de transfert en boucle ouverte du système régulé est donnée par l'équation (II.10), en posant $\frac{k_{pd}}{k_{id}} = \frac{L_d}{R_s}$ la fonction de transfert en boucle ouverte et fermer seront

$$F_{bod(s)} = \frac{k_{id}}{s \cdot R_s}$$

$$F_{bfd(s)} = \frac{1}{\frac{R_s}{k_{id}} \cdot s + 1} \quad (\text{II.13})$$

La constante de temps est $\tau_d = \frac{R_s}{k_{id}}$ supposons que le temps de réponse sera égale à $t_r = 3 \cdot \tau_d$, les gains du régulateur pour un temps de réponse donné seront calculés comme suit :

$$\begin{aligned} t_r &= 3 \cdot \frac{R_s}{k_{id}} \quad , \quad k_{id} = \frac{3 \cdot R_s}{t_r} \\ \frac{k_{pd}}{k_{id}} &= \frac{L_d}{R_s} \quad , \quad k_{pd} = \frac{3 \cdot L_d}{t_r} \end{aligned} \quad (\text{II. 14})$$

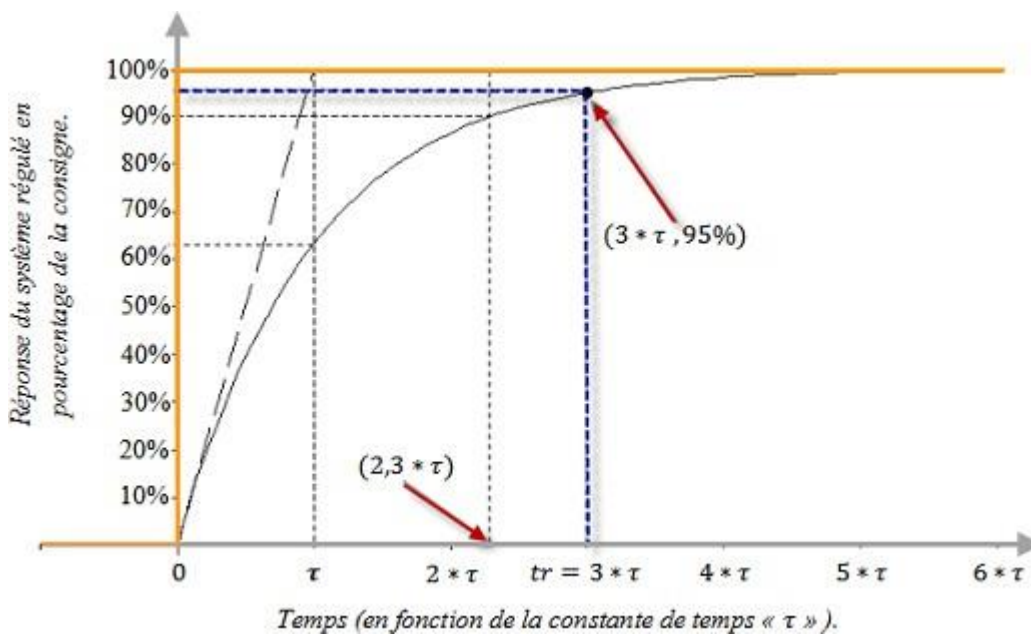


Fig. (II-6) : Réponse d'un système régulé de premier ordre.

« Cette méthode est dite : méthode de compensation de pôle (on compense le pôle du système avec le zéro du correcteur), facile à calculer sauf que le système final sera du premier ordre, moins de performance si en le comparant avec un autre de deuxième ordre » [53]

II.3.3.2 Régulation du courant I_q

De la même manière que le calcul précédent, on détermine le régulateur du courant I_q avec :

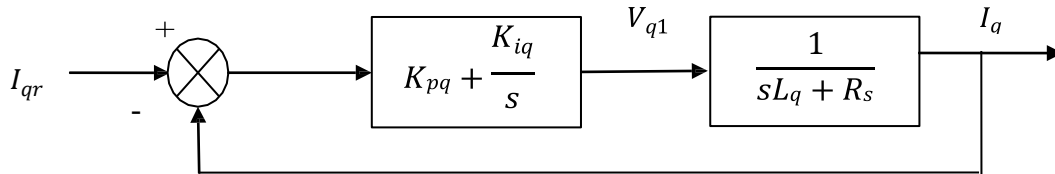


Fig. (II-7) : Boucle de régulation du courant

$$t_r = 3 \cdot \frac{R_s}{k_{iq}} \quad , \quad k_{iq} = \frac{3 \cdot R_s}{t_r} \quad (II.15)$$

$$\frac{k_{pq}}{k_{iq}} = \frac{L_q}{R_s} \quad , \quad k_{pq} = \frac{3 \cdot L_q}{t_r}$$

II.3.3.3 Régulation de la vitesse

Le schéma fonctionnel du contrôle de vitesse est donné par :

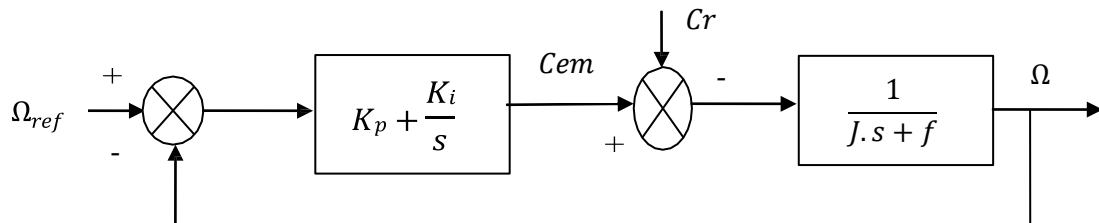


Fig. (II-8) : Boucle de régulation de la vitesse

Dans le cas d'un système régulé régit par une fonction de transfert du deuxième ordre, les paramètres du régulateur « K_p, K_i » seront en fonction de deux grandeurs :

- ✚ Coefficient d'amortissement : « ξ »
- ✚ Pulsation propre non amortie : « w_0 » ou bien « w_n »

La fonction de transfert de la vitesse en boucle ouverte ($C_r=0$) « $FTBO_\Omega$ » et en boucle fermée « $FTBF_\Omega$ » sans compensation :

$$FTBS_{\Omega} = \frac{K_P}{S} \left(S + \frac{K_i}{K_P} \right) \left(\frac{1}{J \cdot S + f} \right) \quad (II.16)$$

$$FTBF_{\Omega} = \frac{\Omega_P}{\Omega_{Ref}} \left(\frac{K_p \left(s + \frac{K_i}{K_p} \right)}{J s^2 + (f + K_p) s + K_i} \right)$$

La fonction de transfert $FTBF_{\Omega}$ est alors identifiée à une fonction du second ordre sans zéro :

$$F_{BF}(s) = \frac{a}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot w_0 \cdot s + w_0^2}$$

L'identification des gains du régulateur est obtenue en comparant les deux dénominateurs, d'où les paramètres du correcteur «PI» seront :

$$\frac{f + K_p}{K_i} = \frac{2 \xi}{w_0} \quad , \quad K_p = \frac{2 \xi K_i}{w_0} - f$$

$$\frac{J}{K_i} = \frac{1}{w_0^2} \quad , \quad K_i = J w_0^2$$

On choisit alors le coefficient d'amortissement ξ (Facteur d'amortissement) et w_n (Pulsation propre) on déduit K_p et K_i

Généralement les coefficients K_i et K_p sont ajustables, dans certain le calcul exact de ces coefficients ne donne pas de bon résultat

II.4. Résultats de simulation :

Les résultats de simulation de la MSAP avec commande vectorielle (FOC) sont illustrés par les figures précédentes. Ces tests ont été réalisés avec une consigne de vitesse variable : 150 rad/s maintenue de $t=0$ à $t=4s$, puis un changement brusque de consigne vers -150 rad/s à $t=4s$ pour tester l'inversion de sens de rotation. Une charge résistante de 20 N.m est appliquée entre $t=2s$ et $t=3s$ pour évaluer la capacité de rejet de perturbation du système

II.4.1 Test suivi de consigne (TSC)

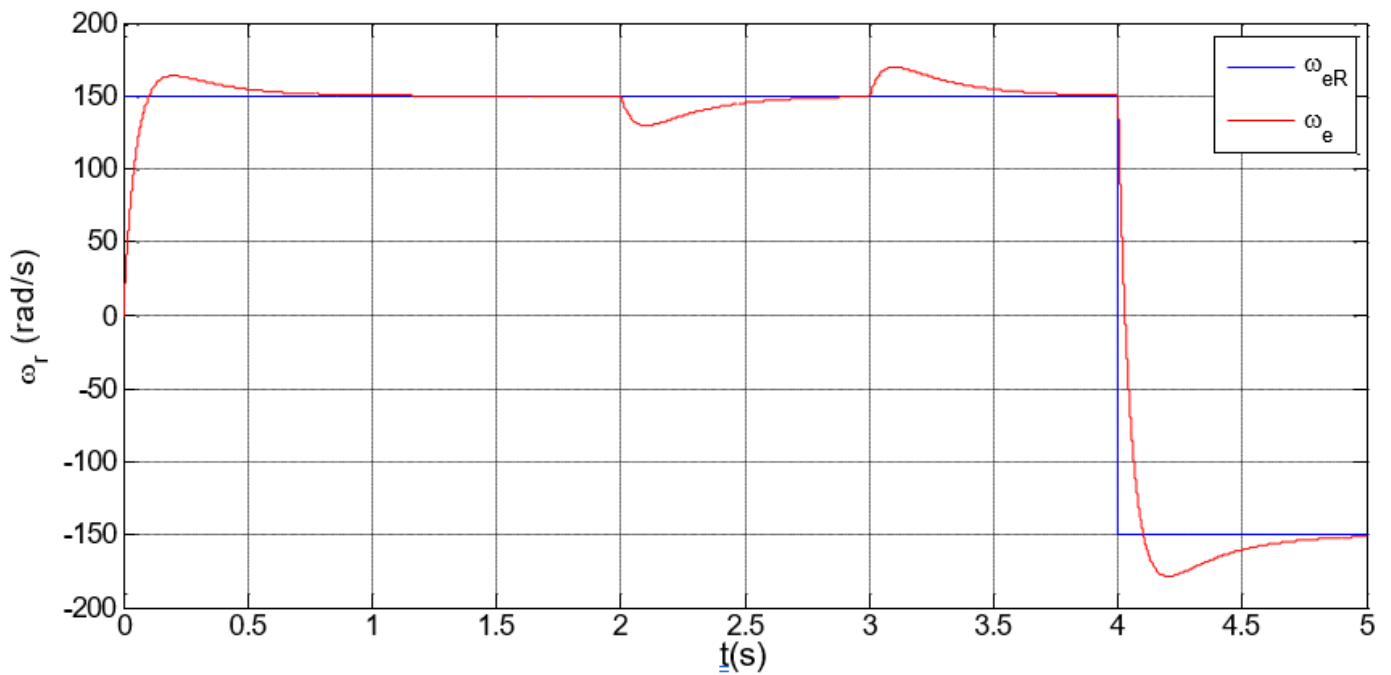


Fig. (II-9) : vitesse de rotation (TSC)

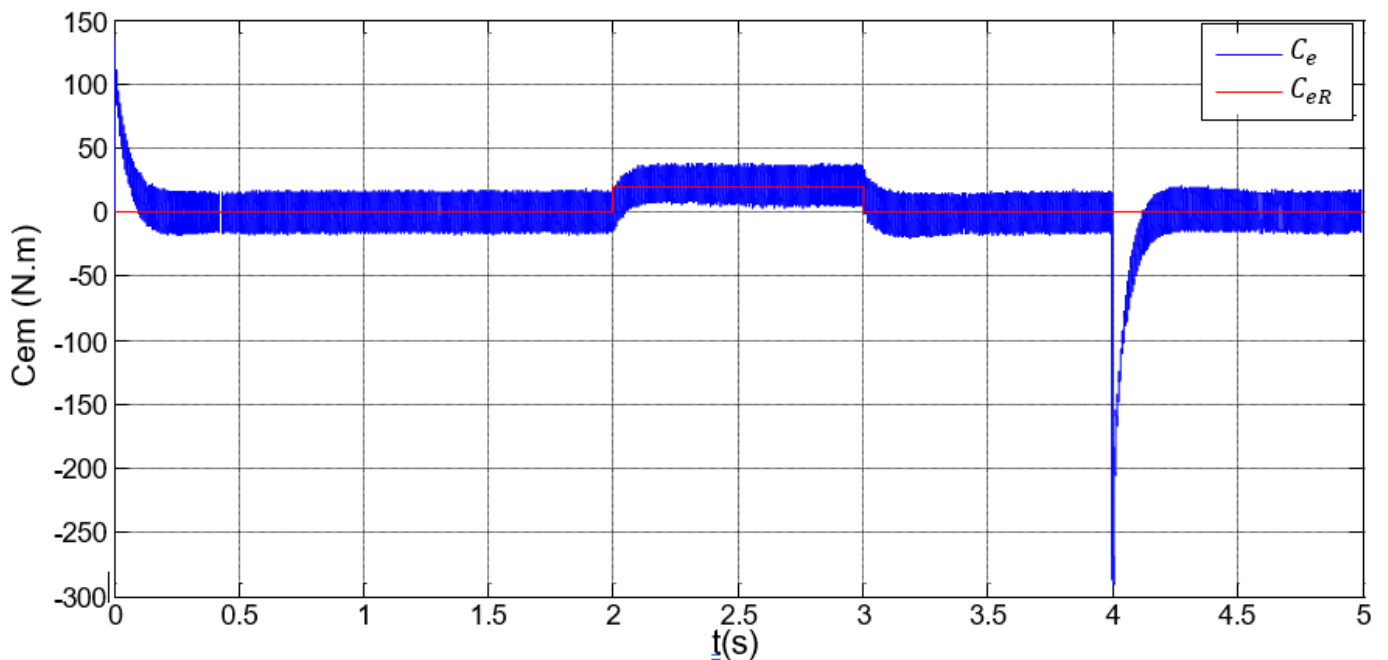
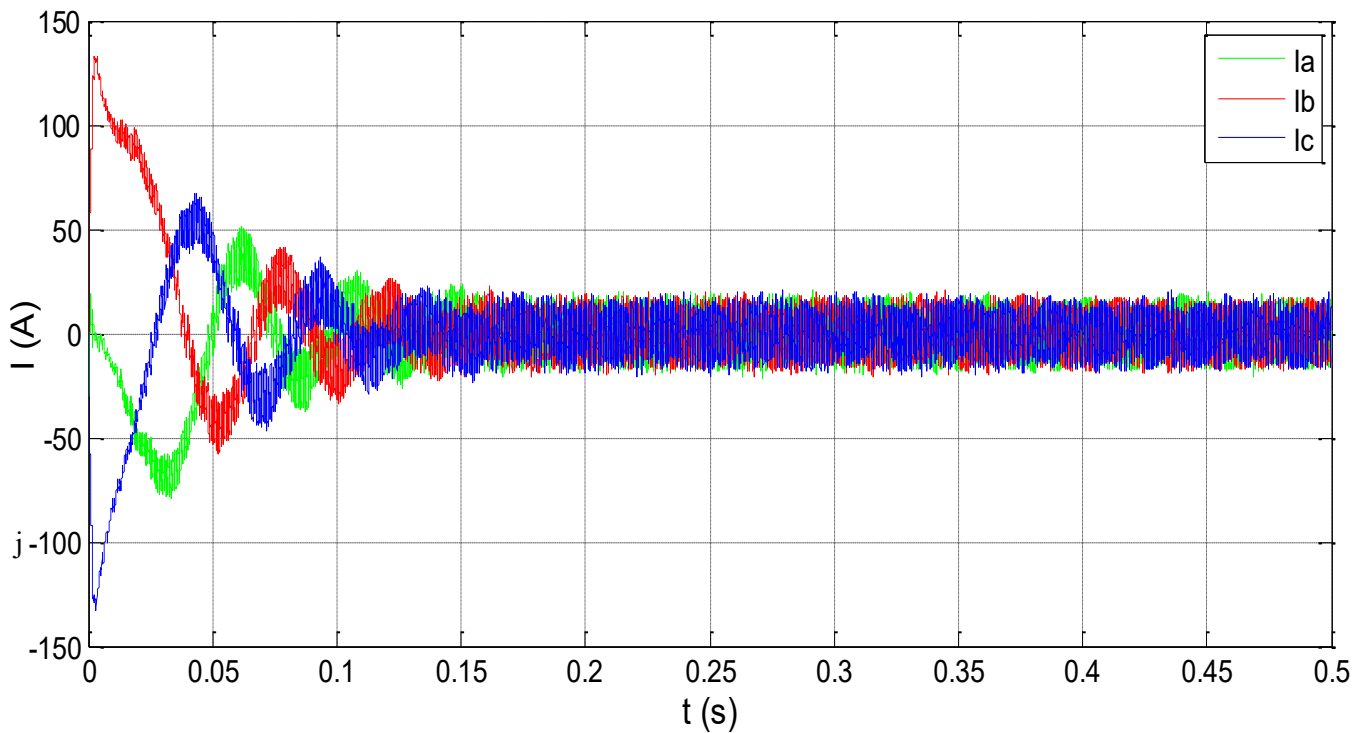
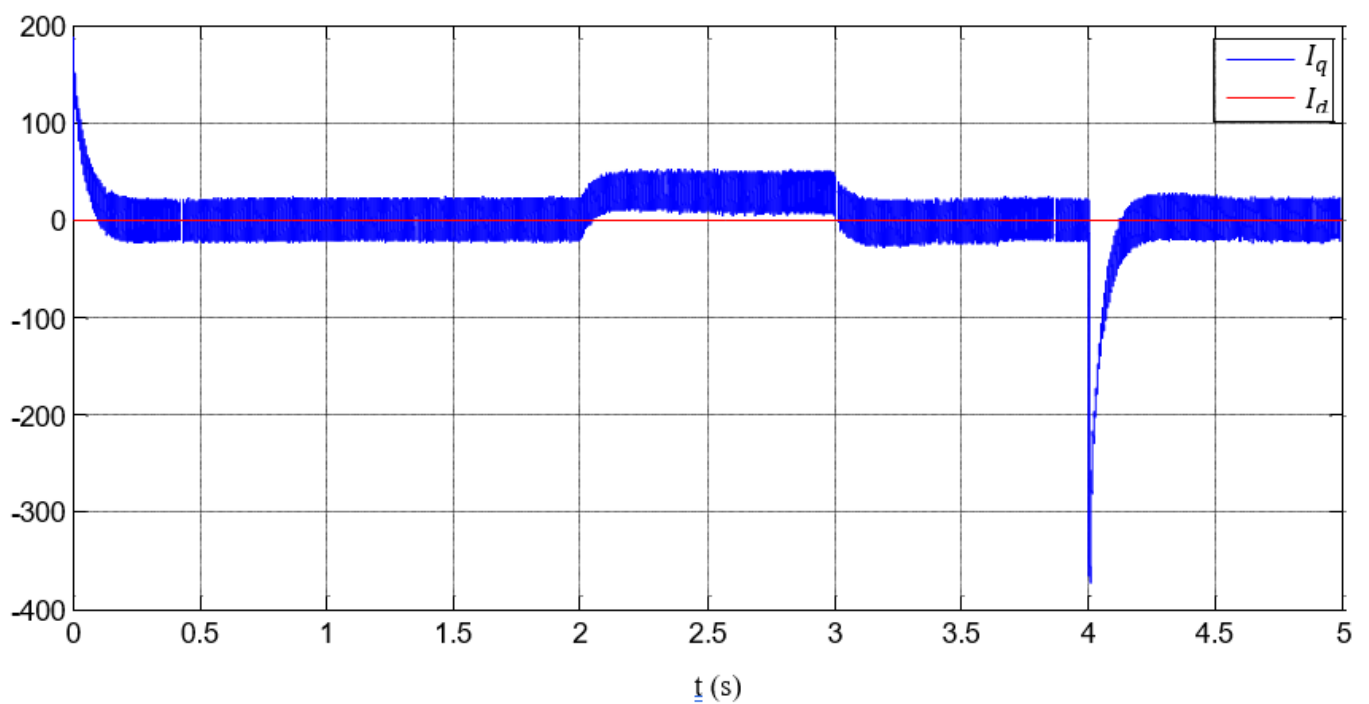


Fig (II-10) : Couple electromagnetique (TSC)

Fig (II-11) : Les courants i_a, i_b, i_c (TSC)Fig (II-12) : Les courants I_d, I_q (TSC)

D'après les résultats de simulation des figures on remarque que :

la vitesse (ω_e) suit fidèlement sa consigne (ω_{eR}) durant la phase initiale, atteignant rapidement 150 rad/s. Lors de l'application de la charge résistante de 20 N·m entre $t=2$ s et $t=3$ s, une légère chute de vitesse est observée mais rapidement compensée par le régulateur PI, ce qui traduit une bonne capacité de rejet de perturbation.

À $t=4$ s, lors du changement brutal de consigne vers -150 rad/s, la machine présente une dynamique rapide avec un dépassement transitoire avant de se stabiliser à la nouvelle consigne, confirmant l'efficacité de la commande face aux inversions de sens de rotation. Les courants triphasés (i_a , i_b et i_c) conservent un comportement équilibré et sinusoïdal ; des transitoires apparaissent au démarrage et lors de l'inversion de consigne, atteignant jusqu'à 300 A, avant de se stabiliser en régime permanent avec des amplitudes adaptées à la charge. Le couple électromagnétique (C_e) suit globalement sa référence (C_{eR}) avec une montée rapide au démarrage, un régime proche de zéro à vide, puis une élévation à environ 20 N·m sous charge. Lors de l'inversion de consigne, un pic de couple significatif (environ -280 N·m) apparaît, traduisant la capacité de la machine à fournir rapidement l'effort nécessaire aux manœuvres dynamiques. Enfin, l'analyse des courants direct (I_d) et en quadrature (I_q) confirme

L'efficacité du découplage réalisé par la commande vectorielle FOC : (I_d) reste proche de zéro, assurant le contrôle du flux, tandis que (I_q) suit directement l'évolution du couple, augmentant sous charge et présentant un pic important lors de l'inversion de vitesse, en parfaite cohérence avec le comportement attendu de la stratégie de commande.

II.4.2 Test de robustesse (TR)

Les résultats de simulation du test de robustesse face aux variations paramétriques de la MSAP sont illustrés par les figures présentées ci-dessus. Ce test de robustesse a été effectué en introduisant un changement brusque du paramètre d'inertie (J) du système, permettant d'évaluer la capacité de la commande FOC à maintenir les performances en présence de variations paramétriques.

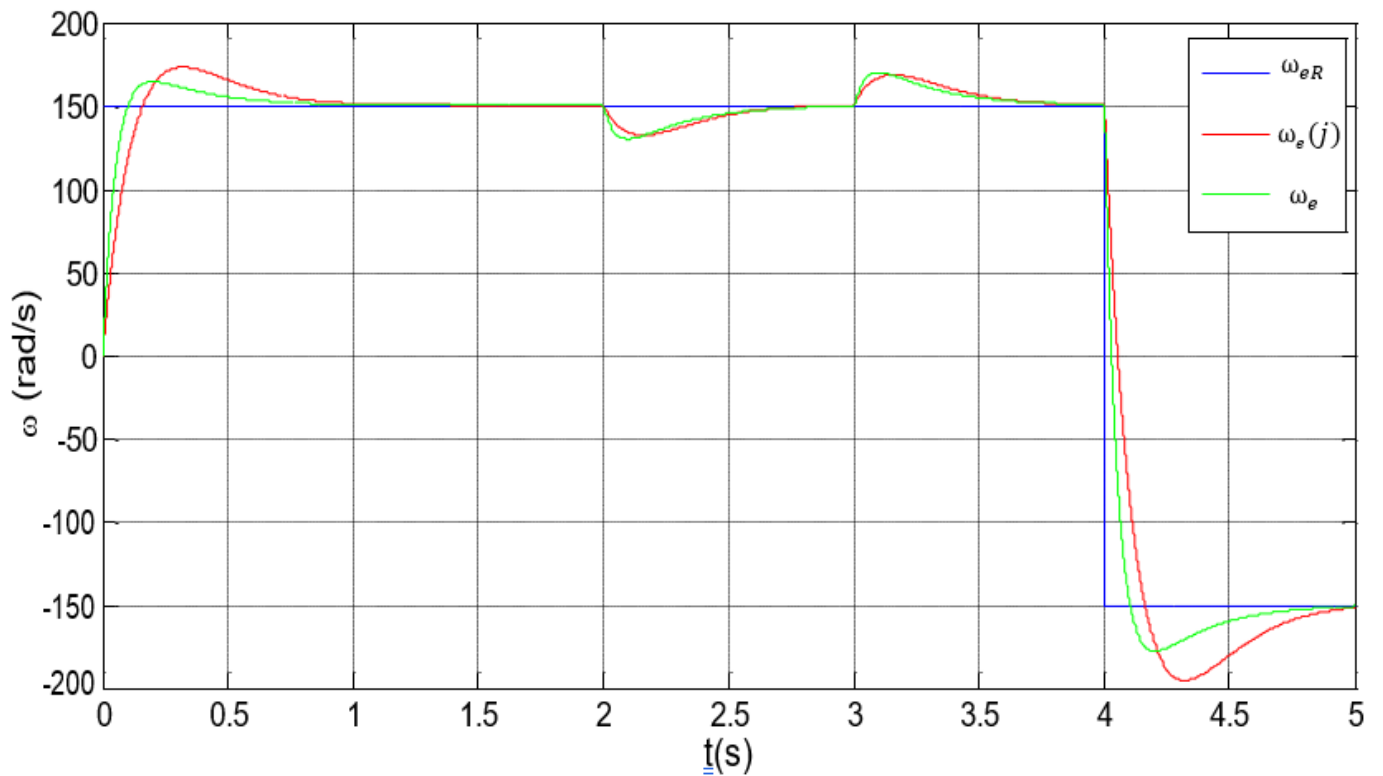


Fig (II-13) : Vitesse de rotation (TR)

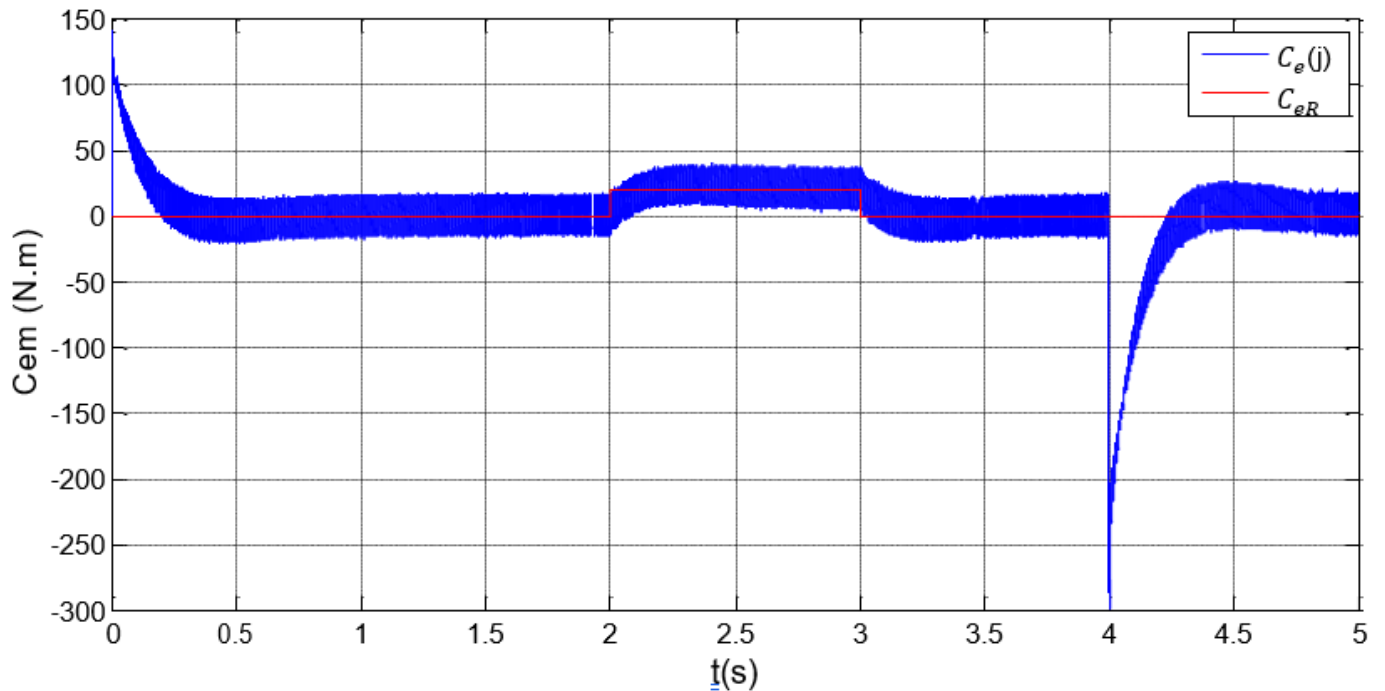
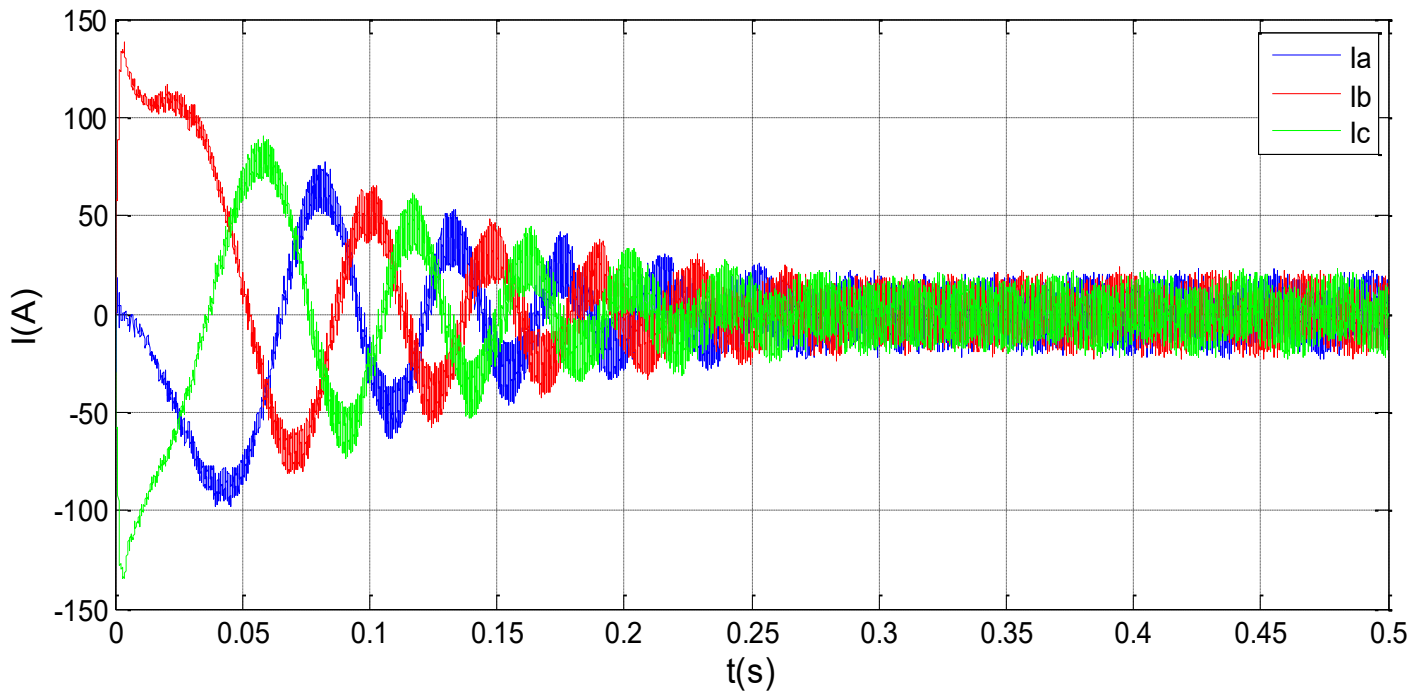
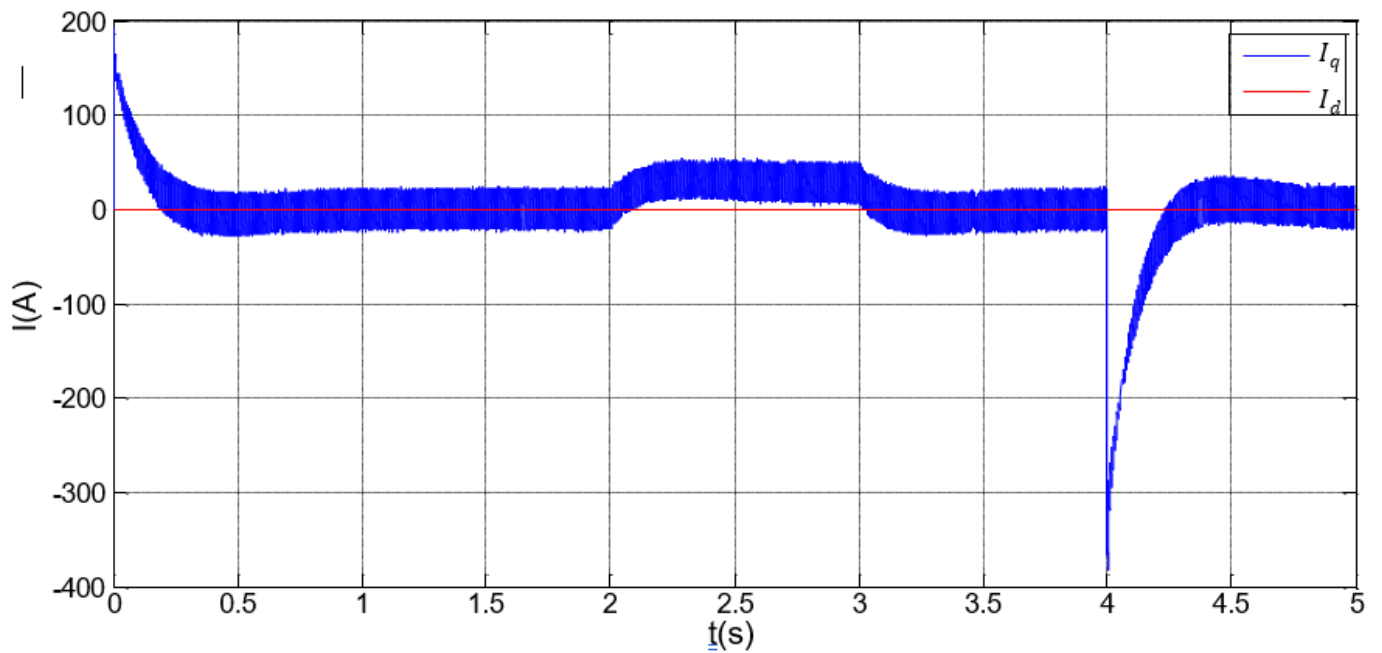


Fig (II-14) : Couple électromagnétique (TR)

Fig. (II-15) : Les courants i_a, i_b, i_c (TR)Fig (II-16) : Les courants I_d, I_q (TR)

Les résultats de simulation montrent que la vitesse suit correctement sa consigne dans les deux configurations en régime nominal. Lors de l'inversion de consigne à $t=4s$, le système nominal présente une réponse symétrique, tandis que le système avec variation d'inertie $\omega_e(j)$ affiche une réponse oscillante amortie avec un dépassement atteignant environ -200 rad/s. Malgré un temps de stabilisation légèrement plus long, les deux systèmes convergent vers la consigne finale de -150 rad/s, ce qui met en évidence la robustesse de la commande FOC face aux variations paramétriques. En ce qui concerne le couple électromagnétique, le système nominal (C_e) suit une évolution symétrique, alors que le système avec changement d'inertie $C_e(j)$ présente un pic plus marqué (-250 N·m contre environ -180 N·m pour le cas nominal). Cette différence, de l'ordre de 70 N·m, traduit l'effort supplémentaire requis pour compenser l'augmentation d'inertie. Finalement, les deux systèmes atteignent la même valeur en régime permanent, mais avec un temps d'établissement légèrement plus long dans le cas du système modifié, confirmant ainsi l'adaptation du régulateur et l'impact des variations d'inertie sur la dynamique transitoire.

II.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté la commande vectorielle appliquée à la MSAP, cette stratégie permet le découplage entre le couple et le flux de la machine afin d'assurer une commande souple de sa vitesse.

L'ajustement de la vitesse à l'aide d'un régulateur PI classique a permis d'obtenir des performances satisfaisantes, tant sur le plan statique que dynamique. Cependant, comme les correcteurs PI sont généralement dimensionnés à partir des paramètres fixes de la machine, toute variation de ces paramètres due.

D'après les résultats obtenus on constate que la commande vectorielle dans le plan de Park de la MSAP alimentée en tension donne des performances et de robustesse remarquable, caractérisées par des faibles temps de réponse, un rejet de perturbation rapide, une erreur statique nulle en régime permanent et un petit dépassement ou oscillations transitoires.

Le chapitre suivant fera l'objet de la régulation de la vitesse de cette machine qui se fera par un régulateur avancé et plus précisément un régulateur H_∞ .

CHAPITRE III

COMMANDE ROBUSTE
PAR

UN CONTROLEUR H_∞
DE LA MSAP

III.1. Introduction

La commande H_∞ (appelée encore commande fréquentielle avancée ou commande robuste multivariable) est une nouvelle approche de l'Automatique Fréquentielle, elle a été initiée par Zames au début des années 80 et développée, en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis [08],[29],[40]. Elle est devenue ces dernières années une des méthodes phares de la « commande robuste » [25], elle est utilisée pour mise au point rapide de lois de commande robustes des systèmes linéaires stationnaires et multivariables [01],[25]. Elle prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs. Dans cette approche, l'un des points intéressants est qu'elle permet de prendre en compte, à priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, qui est ainsi traduit directement sous forme d'un critère mathématique à vérifier [01]. Celui-ci est formulé en utilisant la norme H_∞ , d'où le nom qu'on donne à cette méthode de synthèse. La synthèse du contrôleur qui satisfasse ce critère se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation en exploitant la puissance de calcul des ordinateurs actuels.

La synthèse d'une loi de commande doit assurer de bonne performance pour le modèle mais surtout pour le procédé qu'il représente. Cette philosophie conduite naturellement à l'introduction de la notion de robustesse donc, c'est lui qui a donné naissance à toute l'automatique moderne. Dans les années 40, Bode et Nyquist ont proposé des méthodes fréquentielles capables de quantifier la robustesse d'un système linéaire à travers les notions de marge de gain et marge de phase. Dans les années 60, et par l'utilisation de représentation d'état et des techniques d'optimisation, des propriétés de robustesse intéressantes ont été montrées sur le régulateur LQG (Linéaires Quadratiques Gaussiens) [47], malheureusement, ces correcteurs ont montré des faibles qualités de robustesse [23], [26]. Dans les années 80, Doyle et Safonov ont proposé l'utilisation de la norme H_∞ , pour la synthèse d'une loi de commande H_∞ , cette dernière est un outil très intéressant pour analyser la robustesse en stabilité des systèmes [47] vis-à-vis des variations paramétriques et le rejet des perturbations.

La commande H_∞ possède plusieurs avantages parmi eux :

- Que la commande H_∞ prend en compte des spécifications temporelles et fréquentielle du cahier de charge,

- le critère H_∞ est construit directement du cahier de charge (la traduction des spécifications en termes de gabarits fréquentielle correspond aux pondérations),
- elle permet de synthétiser des correcteurs qui prennent en compte à la fois les spécifications robustes et les spécifications de performance,
- elle permet de traiter simplement la commande des systèmes MIMO.

Dans ce chapitre, on présente tout d'abord quelques outils nécessaires à l'approche H_∞ à savoir : les fonctions de sensibilité, les valeurs singulières d'une matrice de transfert, la norme H_∞ d'un système linéaire et les propriétés importantes de cette norme, puis la notion de problème H_∞ standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle qui utilise les équations de Riccati, enfin, on fait l'application de la méthodologie de conception d'un régulateur H_∞ pour le contrôle de la vitesse de rotation de la MSAP tout en étudiant sa validité dans le rejet de perturbation et sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques.

III.2. Principe de la commande H_∞

La commande H_∞ apporte une solution (si elle existe) au problème de contrôle avec un certain nombre de contraintes [15]. Elle permet de prendre en compte des spécifications données par le cahier de charge qui peut contenir quatre classes de spécifications : [15], [25]

- **Suivi de trajectoires de référence (consignes)** : il s'agit d'étudier l'influence du signal de référence (t) sur le signal d'erreur (t)
- **Rejet/ atténuation de signaux de perturbation** : il s'agit d'étudier l'influence du signal de perturbation $b(t)$ sur le signal d'erreur $\varepsilon(t)$
- **Atténuation des bruits de mesure** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de bruit (t) sur le signal de commande $u(t)$ et sur le signal de sortie $y(t)$
- **Commande modérée** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de référence (t) et du signal de perturbation (t) sur le signal de commande $u(t)$

Bien entendu une spécification incontournable est la stabilité interne du système en boucle fermée.

Dans un premier temps il faut convertir les spécifications exprimées dans le domaine temporel (temps de réponse, erreur statique, etc.) vers le domaine fréquentiel. Nous définissons alors des gabarits fréquentiels, utilisés sous forme de pondérations lors de la synthèse H_∞ .

La formulation du problème prend en compte les pondérations (i.e. les objectifs de commande) et le modèle du système à contrôler.

III.3. Théorie de la commande H_∞

III.3.1. Concepts de base

III.3.1.1. Fonctions de sensibilité

Considérons le schéma typique de la configuration d'un système en boucle fermée représenté par la (Figure III.1) [01], [07], [25], où (s) représente le modèle du système à commander et (s) le contrôleur dont le rôle est de générer les commandes à appliquer à partir des sorties observées et des signaux de référence

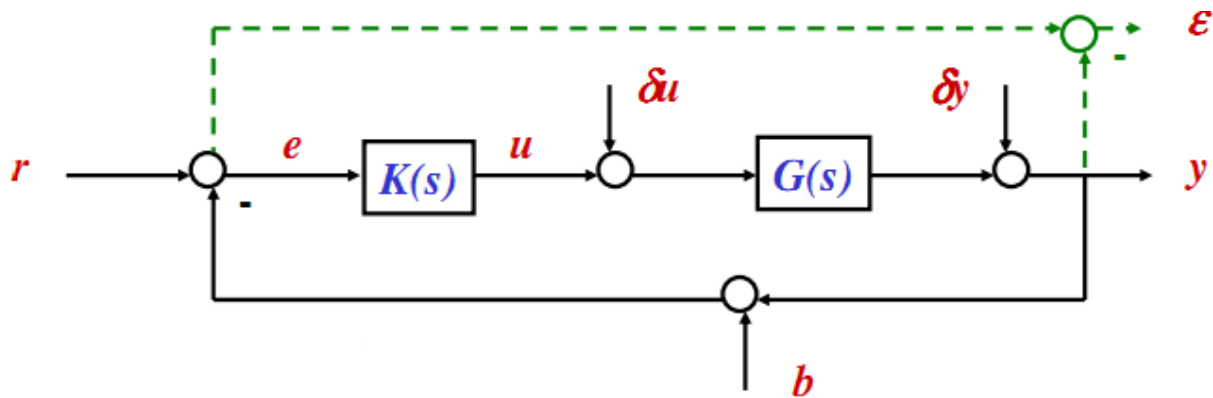


Fig. (III-1) : schéma bloc d'un système asservi multivariable

r : Signal de consigne ou de référence

ε : L'erreur réelle de suivi de référence

u : Signal de commande

y : La sortie à asservir

δ_u : Perturbation sur la commande

δ_y : Perturbation sur la sortie

b : Bruit de mesure

A partir de ce schéma fonctionnel on peut mettre en évidence un certain nombre de transferts en boucle fermée, qui peuvent être intéressants à considérer. Ce sont des transferts entre les signaux exogènes d'entrées et les signaux de commande et de sortie. Pour cela, nous écrivons les relations entre les différents signaux : [01]

$$\varepsilon(s) = T_{rs}.r(s) + T_{\delta u s}.\delta u(s) + T_{\delta y s}.\delta y(s) + T_{bs}.(s) \quad (\text{III. 1})$$

$$y(s) = T_{ry}.r(s) + T_{\delta u y}.\delta u(s) + T_{\delta y y}.\delta y(s) + T_{by}.b \quad (\text{III. 2})$$

$$u(s) = T_{ru}.r(s) + T_{\delta u u}.\delta u(s) + T_{\delta y u}.\delta y(s) + T_{bu}.(s) \quad (\text{III. 3})$$

La fonction $T_{ij}(s)$ indique le transfert entre le signal d'entrée i et le signal de sortie j .

Dans le cas d'un système SISO, quatre transferts différents sont nécessaires pour d'écrire complètement le système bouclé. Ils s'écrivent en fonction de K et G de la façon suivante [25] :

$$T(s) = [1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (\text{III. 4})$$

$T(s)$: Est souvent notée $S(s)$ et appelée fonction de sensibilité

$$T(s) = K(s)G(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (\text{III. 5})$$

$T(s)$: Est souvent notée $T(s)$ et appelée fonction de transmission (car elle relie l'entrée de consigne r à la sortie y). Elle est aussi nommée fonction de sensibilité complémentaire car on a la relation :

$$S(s) + T(s) = \frac{1}{1+G(s)k(s)} + \frac{G(s)k(s)}{1+G(s)k(s)} = 1 \quad (\text{III. 6})$$

$$T(s) = K(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (\text{III. 7})$$

$$T_\delta(s) = K(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (\text{III. 8})$$

La figure (III.2) illustre les relations entre les différents signaux :

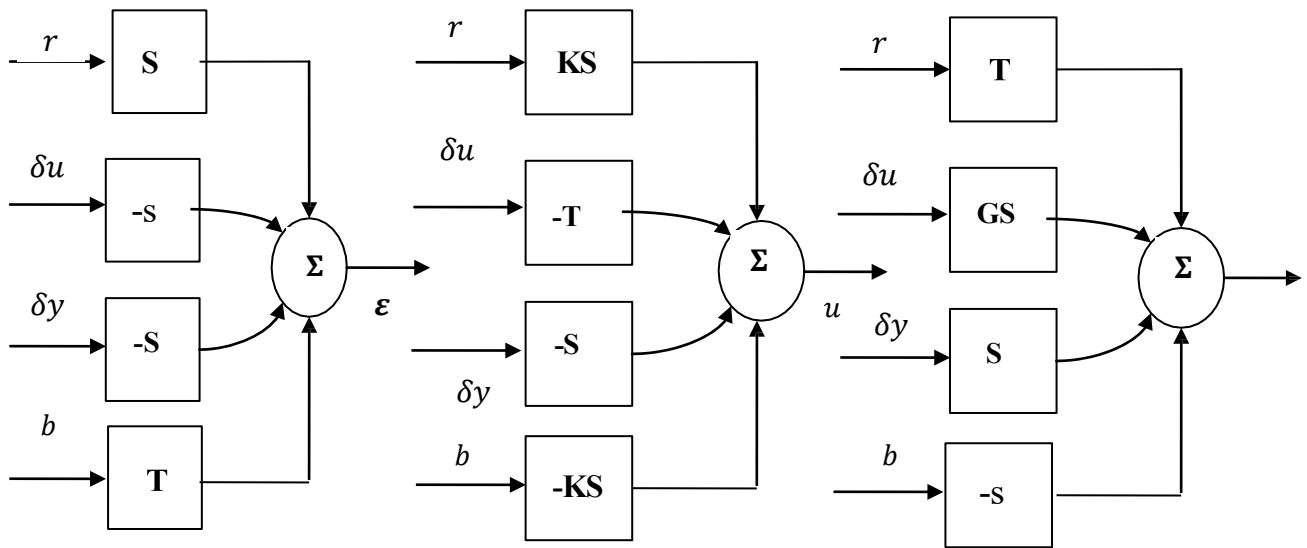


Fig. (III-2) : les différents transferts en boucle fermée

III.3.1.2. Valeurs singulières et norme H_∞

Nous présentons dans ce qui suit les principaux outils qu'on utilisera essentiellement dans la synthèse des correcteurs robustes pour la commande en vitesse de la MSAP. En effet les valeurs singulières d'une matrice de transfert permettent de généraliser la notion de gain aux systèmes multivariables [27]. Elles permettent également de définir la norme H_∞ d'un système linéaire.

a) Valeurs singulières d'une matrice de transfert

Considérons un système linéaire invariant avec un vecteur d'entrée (t) et un vecteur de sortie (t) de dimensions respectives m et p et soit $G(s)$ sa matrice de transfert. En réponse à une excitation harmonique $(t) = Ee^{j\omega t}$, $E \in C^m$, la sortie du système s'écrit :

$$(t) = (j\omega)Ee^{j\omega t} \tag{III. 9}$$

Pour un système monovariante, on définit à partir de cette relation le gain du système à la pulsation ω par le module $|(j\omega)|$. Dans le cas multivariable, on utilise la notion des valeurs singulières, définies comme les racines carrées des valeurs propres de $(j\omega)$ multipliée par sa Trans conjuguée:

$$(j\omega) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega) * G(-j\omega)^T)} = \sqrt{\lambda_i(G(-j\omega)^T) * G(j\omega)} \tag{III. 10}$$

$$i=1, \dots, n(m, p)$$

On notera $\bar{\sigma}(G(j\omega))$ la plus grande valeur singulière et $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ la plus petite :

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_2(G(j\omega)) \geq \dots \geq \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0 \quad (\text{III. 11})$$

Remarque : pour un système monovariante, il n'existe qu'une seule valeur singulière, qui est donnée par :

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \underline{\sigma}(G(j\omega)) = \underline{\sigma}(G(j\omega)) = |G(j\omega)| \quad (\text{III. 12})$$

Quelques propriétés des valeurs singulières sont indiquées ci-dessous où A et B sont des matrices complexes de dimension compatible. :

- $\bar{\sigma}(A) = 0 \Leftrightarrow A = 0$
- $\forall \lambda \in \mathbb{C}, \bar{\sigma}(\lambda A) = |\lambda| \bar{\sigma}(A)$
- $\bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$
- $\bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A)\bar{\sigma}(B)$
- $\underline{\sigma}(AB) \geq \underline{\sigma}(A)\underline{\sigma}(B)$

(III.13)

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2}$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2}$$

À titre de comparaison, la norme H_2 de cette fonction de transfert est donnée par:

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega} \quad (\text{III. 14})$$

Enfin, nous indiquons que toute matrice complexe $A \in \mathbb{C}^{p \times m}$ admet une décomposition en valeurs singulières, qui s'écrit :

$$\Sigma = \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_m \} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_m \end{bmatrix} \quad \text{si } p = m$$

$$A = v \Sigma w^* \quad \text{avec} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_m \} & 0_{p \times (m-p)} \end{bmatrix} \quad \text{si } p < m$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_m \} \\ 0_{(p-m) \times m} \end{bmatrix} \quad \text{si } p > m$$

Où V et W sont des matrices unitaires : $VV^* = V^*V = I_p$ et $WW^* = W^*W = I_m$

a) Norme H_∞ d'un système linéaire invariant

Soit un système linéaire invariant (stationnaire) décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases}$$

Avec $x(t)$ est le vecteur d'état, $u(t)$ le vecteur d'entrée, $y(t)$ le vecteur de sortie, A la matrice d'état, B la matrice d'entrée, C la matrice de sortie et D la matrice de transmission. Avec l'hypothèse des conditions initiales nulles sur le vecteur d'état, la matrice de transfert du système sera de la forme :

$$G(s) = (sI - A)^{-1}B + D.$$

Pour toute matrice $G(s)$ dans RH_∞ , on définit une norme, appelée norme H_∞ , noté $\|G(s)\|_\infty$, celle-ci est calculée de la manière suivante :

La norme H_∞ pour les systèmes SISO

Pour un système monovariante, la norme H_∞ est le maximum de $|G(j\omega)|$ qui est représenté par le diagramme de Bode, ce qui est conforme à la définition car un système monovariante n'a qu'une seule valeur singulière [27].

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{\omega} |G(j\omega)| = \sigma(G(j\omega)) \quad (\text{III. 15})$$

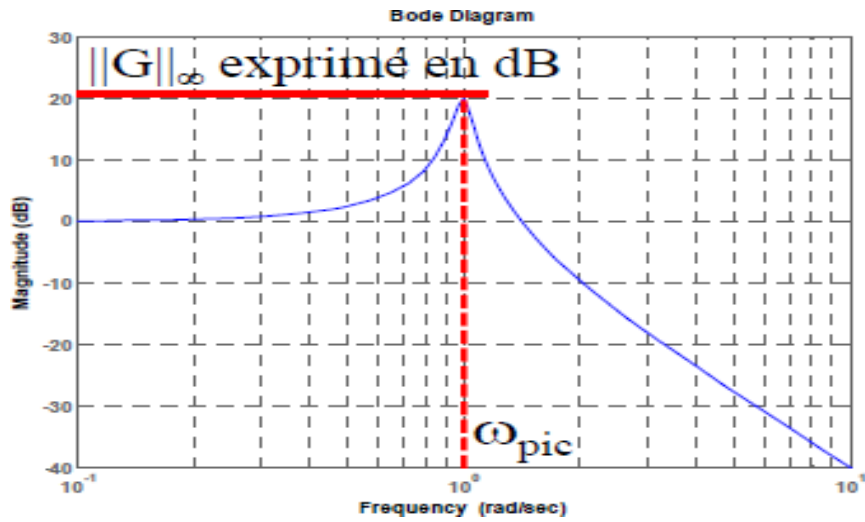


Fig. (III-3) : Norme H_∞ d'un système SISO

La norme H_∞ pour les systèmes MIMO

Dans le cas multivariable, on montre que cette norme est le maximum de la plus grande valeur singulière de la matrice de transfert $G(j\omega)$, soit:

$$\|G\|_\infty = \sup \sigma_{max}(G(j\omega)) \tag{III.16}$$

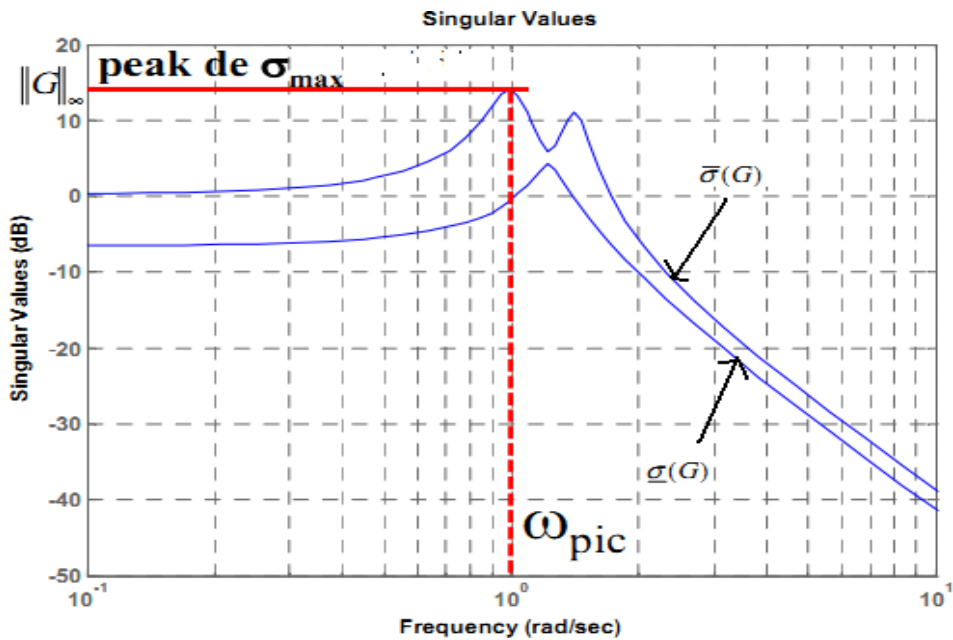


Fig. (III-4) : Norme H_∞ d'un système MIMO

Propriétés :

- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \|F(s)G(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|G(s)\|_\infty$
- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \left\| \frac{F(s)}{G(s)} \right\|_\infty \geq \sup (\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty)$
- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \|F(s) \quad G(s)\|_\infty \geq (\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty)$

Sur le plan algorithmique la norme H_∞ peut être calculée d'une manière itérative, en recherchant la plus petite valeur de γ sur laquelle la matrice hamiltonienne (γ) n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire. La propriété suivante fournit un majorant γ de la norme H_∞ : [27]

- Soit un réel positif $\gamma > \bar{\sigma}(D)$. Alors $\|(s)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si la matrice Hamiltonienne

$$H(\gamma) = \begin{bmatrix} A - BR^{-1}D^T C & -\gamma BR^{-1}B^T \\ \gamma C^T S^{-1}C & -A^T + C^T D R^{-1}B^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire

Pour déterminer la norme H_∞ du système, il suffit alors de rechercher le plus petit γ tel que $\|(s)\|_\infty < \gamma$. Pour cela, on peut effectuer une recherche linéaire sur le paramètre γ en faisant par exemple une la méthode de Dichotomie, et voici les étapes à suivre :

- Choix d'un niveau de tolérance ε et de deux valeurs γ_{inf} et γ_{sup}
- On teste pour $\gamma = 1/2(\gamma_{sup} + \gamma_{inf})$, Si H_γ n'a pas de pole sur l'axe imaginaire alors $\gamma_{sup} = \gamma$ sinon $\gamma_{inf} = \gamma$
- Si $(\gamma_{sup} - \gamma_{inf}) > \varepsilon$ alors retourner à b, sinon $\|(s)\|_\infty = 1/2(\gamma_{sup} + \gamma_{inf})$,

III.3.1.3. Robustesse des systèmes

Un système asservi est robuste s'il reste stable, tout en assurant des bonnes performances, en présence des différents types d'incertitude.

III.3.1.3.1. Théorème du petit gain

Le théorème du petit gain présente un résultat extrêmement important pour étudier la stabilité en boucle fermée, il se base sur la notion de norme des systèmes. C'est une méthode plus restrictive mais aussi plus légère à mettre en œuvre, elle donne une condition suffisante facile à tester qui permet de conclure à la stabilité interne du type de la (Figure III.6)

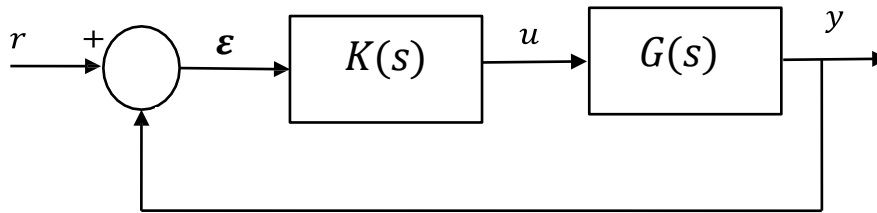


Fig. (III-5) : Schéma classique d'un système de commande bouclé.

Théorème 3.1 : [19] (théorème du petit gain)

Etant donné un asservissement à retour unitaire stable en boucle ouverte alors le système en boucle fermée est stable si : $\|L\|_\infty = \max_w \bar{\sigma}(L(j\omega)) < 1 \forall \omega$

Où $\bar{\sigma}$ est la valeur singulière maximale de $(j\omega) = K * G$ calculée à la pulsation ω

III.3.1.3.2. Définitions [26], [37]

- **Stabilité nominale** : Nous distinguons deux définitions pour la stabilité nominale :
 - La stabilité externe qui exige que toute entrée bornée u devra produire une sortie bornée y
 - La stabilité interne est plus large et exige que tout signal injecté en n'importe quel point de la boucle génère une réponse bornée en tout autre point.
- **Stabilité robuste** : La stabilité est dite robuste si, en plus de la nominale, la stabilité de tous les systèmes atteignables par les perturbations est garantie.
- **Performances nominales** : Un asservissement est performant s'il réagit rapidement, rejette les perturbations et suit avec précision la consigne.
- **Performances robustes** : Un système bouclé satisfait le critère de robustesse en performances si les conditions de performances nominales sont vérifiées pour toute une classe de modèles de procédés caractérisés par des incertitudes structurées ou non.

III.4. Synthèse de loi de commande par l'approche H_∞

III.4.1. Formulation standard

Pour effectuer la synthèse selon la norme H_∞ , il est d'abord nécessaire d'introduire une formulation générique dite standard [39],[58], qui donne un cadre très général pour la synthèse de loi de commande et qui est représenté par la (Figure III.7).

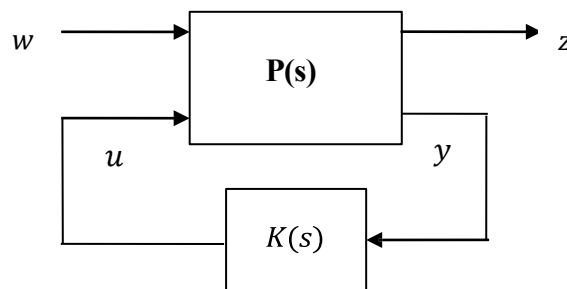


Fig. (III-6) : La forme standard

Où :

w : représente des entrées extérieures, telles que les signaux de référence, les perturbations, les bruits... ; le vecteur u représente la commande ; le vecteur z sont choisis pour caractériser le bon fonctionnement de l'asservissement ; enfin y représente les mesures disponibles pour élaborer la commande.

La matrice de transfert $P()$ qui est supposé linéaire invariant dans le temps modélise les interactions dynamiques entre deux ensemble d'entrées et deux ensembles de sorties, tandis que $K()$ désigne le correcteur que l'on cherche à calculer.

Le système P admet la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ P: \begin{cases} \dot{y}(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ z(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

Avec : $w(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{m_2}$, $z(t) \in \mathbb{R}^{p_1}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{p_2}$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$

Notations :

- m_1 le nombre d'entrées exogènes
- p_1 le nombre de sorties régulées
- m_2 le nombre de commandes
- p_2 le nombre de mesures.
- n l'ordre de la représentation d'état.

Dans le domaine de Laplace, les équations du système se réécrivent :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

A partir de la (Figure III.7), le système peut être défini par :

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Ainsi, on calcule aisément la matrice de transfert entre les entrées exogènes $w(t)$ et les sorties régulées (t), tel que $z = T_{zw}(s) \cdot w$ du système bouclé.

Par ailleurs, pour une loi de commande $(s) = (s)y(s)$ connue, $T_{zw}(s)$ peut se calculer de la façon suivante :

De (III. 20) nous pouvons écrire

$$z = P_{11}(s)w(s) + P_{12}(s)K(s)y(s) \quad (\text{III. 21})$$

Comme

$$y = P_{21}(s)w(s) + P_{22}(s)u(s) = P_{21}(s)w(s) + P_{22}(s)K(s)y(s) \quad (\text{III. 22})$$

Alors il vient

$$(s) = (sI - P_{22}(s)K(s))^{-1} P_{21}(s)w(s) \quad (\text{III. 23})$$

Et finalement le transfert entre les entrées exogènes et les sorties commandées est fourni par :

$$T_{zw}(s) = F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s) \cdot K(s) \cdot (sI - P_{22}(s))^{-1} P_{21}(s) \quad (\text{III. 24})$$

Cette expression, généralement notée $(P(s), K(s))$, est appelée (Transformation Fractionnaire Linéaire) inférieure (en anglais : Linear Fractional Transformation, LFT) . Ce qui mène à l'équation suivante : $z = (P, K) \cdot w$

III.4.2. Formulation du problème H_∞ standard

Le problème H_∞ standard basé sur la minimisation d'un critère de type H_∞ , il peut être formulé sous deux formes différentes : la forme optimale et la forme sous-optimale [18], [39].

- **Problème 2.4.2.1. Problème H_∞ standard sous-optimal**

Lors (s) et $\gamma > 0$, étant donnés, trouver (s) qui :

- ✚ Stabilise le système de la (Figure III.7) (i.e. tous les pôles du système en boucle fermée sont à partie réelle strictement négative)
- ✚ Assure $\|(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$.

Les correcteurs satisfaisant ces deux conditions sont dits sous-optimaux. Un problème plus contraignant peut en effet être le suivant : [61]

- **Problème 2.4.2.2. Problème H_∞ standard optimal**

(s) étant donné, trouver (s) qui :

- ✚ Stabilise de manière interne le système bouclé de la (Figure III.7)
- ✚ minimise $\|(P(s), K(s))\|_\infty$

En résumé, le problème H_∞ consiste à:

i) $(P(s), K(s))$ soit stable,

Trouver le correcteur $K(s)$ tel que:

ii) $\|(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible seront dits « optimaux ».

- **Problème 2.4.2.2. Problème H_∞ standard optimal**

(s) étant donné, trouver (s) qui :

- ✚ stabilise de manière interne le système bouclé de la (Figure III.7)
- ✚ minimise $\|(P(s), K(s))\|_\infty$

En résumé, le problème H_∞ consiste à:

$iii) \quad (P(s), K(s)) \text{ soit stable,}$
Trouver le correcteur $K(s)$ tel que:
$iv) \ (P(s), K(s))\ _\infty < \gamma$
Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible seront dits « optimaux ».

III.5. Résolution du problème H_∞

III.5.1. Représentation d'état du système

La formulation LFT et l'approche par variable d'état offrent un cadre méthodologique riche pour la résolution de problèmes de commande, notamment dans le cas de la synthèse H_∞ . Nous reprenons donc ici les notations usuelles pour la forme standard exprimée en espace d'état.

La représentation d'état du système augmenté (Figure III.7), est donnée classiquement sous la forme suivante : [13],[14],[32]

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Avec : $m \times n = n$, $\dim w = m_1$, $\dim u = m_2$, $\dim z = p_1$ et $\dim y = p_2$

Hypothèses :

Dans la présente étude, l'approche choisie pour résoudre le problème H_∞ standard nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses [01],[18],[27],[32],[33],[34].

Hypothèse 1(H1) : La paire $(; B_2)$ est stabilisable et la paire $(C_2; A)$ est détectable.

- ✓ Cette hypothèse classique de toute méthode utilisant les variables d'état. Elle garantit l'existence d'une loi de commande (s) qui stabilise le système en boucle fermée.

Hypothèse 2 (H2) : $ng(D_{12}) = m_2$ et $rang(D_{21}) = p_2$

- ✓ Ce sont des conditions suffisantes pour assurer que la matrice de transfert du correcteur soit propre

Hypothèse 3 (H3) : $\forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_2 \\ C_2 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$

Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{z \rightarrow u}(P_{12})$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Hypothèse 4 (H4) : $\forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_2 \\ C_2 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$

- ✓ Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{y \rightarrow w}(P_{21})$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Il faut noter que la première hypothèse est commune à toutes les méthodes de commande, les autres sont propres à la méthodologie H_∞ [39], et ces quatre hypothèses doivent être impérativement vérifiées.

Et pour obtenir des expressions plus simples, on introduit les conditions supplémentaires suivantes [18],[25],[27],[32]

$$D_{11} = D_{22} = 0$$

$$D_{12}^T(C_1 D_{12}) = (0 \ I_{m_2})$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{pmatrix} D_{21}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{p_2} \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Rappelons que pour un système d'ordre n , un système d'équation $x' = Ax + B_2u$ est commandable donc stabilisable si la matrice de commandabilité $: [B_2 \ AB_2 \ \dots \ A^{n-1}B_2]$ est de rang plein. De plus, la paire (C_2, A) est observable, donc détectable. Rappelons aussi que pour un système d'ordre n .

Un système d'équation : $\begin{cases} Ax + Bu \\ C_2x + D \end{cases}$ est observable si la matrice d'observabilité : $\begin{bmatrix} C_2 \\ C_2A \\ C_2A^{n-1} \end{bmatrix}$

Il faut noter que, les deux hypothèses passées sont fondamentales. Les trois dernières, quant à elles, sont purement techniques et permettent d'alléger les calculs et surtout de fournir des expressions analytiques relativement simples [22], [32].

III.5.2. Résolution du problème H_∞ standard par équation de Riccati

Cette méthode, aussi connue sous le nom d'algorithme de Glover-Doyle, est apparue à la fin des années 1980 [27], [32], [61], et en générale mise en œuvre numériquement sur un ordinateur et elle repose sur la résolution d'une série d'équation de Riccati [01]. Elle reste aujourd'hui la méthode de résolution la plus utilisée et la plus fiable numériquement [01], [25] [27], [39], [54].

L'équation de Riccati étant donnée par : [21], [26]

$$XA + A^T X - XPX + Q = 0$$

Avec : $P = P^T$ et $Q = Q^T$

La solution stabilisante X , si elle existe, sera une matrice symétrique et telle que $(A - PX)$ est une matrice stable (ses valeurs propres ont une partie réelle strictement négative). Une telle solution sera notée :

$$X = \text{Ric} \begin{pmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{pmatrix}$$

Il est maintenant possible d'écrire le théorème suivant qui permet de trouver un contrôleur pour le problème sous-optimal

Théorème 3.2 : [27] *Sous les hypothèses H1 – H4 et les conditions (III.26), le problème H_∞ standard a une solution si et seulement si les cinq conditions suivantes sont remplies :*

- Matrice $H_\infty = \begin{pmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T \\ -C_1^TC_1 & -A^T \end{pmatrix}$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire
- Il existe une matrice symétrique $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$ i.e. $A^TX + XA + X(\gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T)X - C_1^TC_1 = 0$
- La matrice $J_\infty = \begin{pmatrix} A^T & \gamma^{-2}C_1^TC_1 - C_2^TC_2 \\ -B_1B_1^T & -A \end{pmatrix}$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire
- Il existe une matrice symétrique $Y_\infty = R(J_\infty) \geq 0$ i.e., $AY + YA^T + Y(\gamma^{-2}C_1^TC_1 - C_2^TC_2) + B_1B_1^TY = 0$
- $(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Où $(.)$ Désigne le module de la plus grande valeur propre (rayon spectral).

Ce théorème nécessite donc la solution de deux équations de Riccati et la dernière condition introduit un lien entre les deux solutions. Enfin la solution du problème standard est donnée par le théorème suivant :

Théorème 3.3 : [27], [33] : Sous les conditions du théorème 3.2, le correcteur central (s) stabilisant le système d'une manière interne et satisfait $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ est décrit par la représentation suivante :

$$K_c = \begin{pmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_2^T \\ -B_2^T X_\infty & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III. 27})$$

Avec :

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2}B_1B_1^T X_\infty - B_2B_2^T X_\infty - Z_\infty Y_\infty C_2^T C_2$$

$$Z_\infty = (I_n - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}$$

La mise en œuvre de cette solution consiste à utiliser tout d'abord les résultats du théorème 3.2 pour approcher la valeur optimale de γ par Dichotomie (procédure appelée couramment « γ - itération »), puis on calcule ensuite le correcteur central en appliquant le théorème 3.3.

III.5.3. Solution générale du problème H_∞ standard

On donne ici les formules du correcteur central K_c pour le problème sous-optimal le plus général où seules (H1)-(A4) sont supposées. Les résultats sont qualitativement les mêmes mais les formules sont plus complexes.

On maintiendra encore l'hypothèse $D_{22}=0$ et on définit :

$$B = [B_1 \quad B_2] \quad (III.28)$$

$$C = [C_1^T \quad C_2^T] \quad (III.29)$$

$$R_{nh} = D_{1^*}^T D_{1^*} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (III.30)$$

$$R_{nj} = D_{*1} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{p_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (III.31)$$

$$D_{1^*} = [D_{11} \quad D_{12}] \quad (III.32)$$

$$D_{*1} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{21} \end{bmatrix} \quad (III.33)$$

Supposons que R_{nh} et R_{nj} non singulières (sont inversible). Nous définissons deux matrices Hamiltonian H et J telles que : [20]

$$H = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ -C_1^T D_{1^*} \end{bmatrix} R_{nh}^{-1} [D_{1^*}^T C_1 \quad B^T]$$

$$H = \begin{bmatrix} E_x & -W_x \\ -Q_x & -E_x^T \end{bmatrix} \quad (III.34)$$

$$J = \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ -B_1 B^T & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C^T \\ -B_1 D_{*1}^T \end{bmatrix} R_{nj}^{-1} [D_{*1} B_1^T \quad C]$$

$$J = \begin{bmatrix} E_y & -W_y \\ -Q_y & -E_y^T \end{bmatrix} \quad (III.35)$$

En prenant $X = R(H)$ et $Y = Ric(J)$.

Les solutions de stabilisantes X et Y si elle existe sont des matrices symétriques résoudre les équations algébriques de Riccati (III.36) et (III.37), respectivement, et toutes les valeurs propres de $(E_x - W_x X)$ et $(E_y - W_y Y)$ ont une partie réelle strictement négative.

$$XE_x + E_x^T X - XW_x X + \bar{x} = 0 \quad (\text{III. 36})$$

$$YE_y + E_y^T Y - YW_y Y + \bar{y} = 0 \quad (\text{III. 37})$$

A la base de les matrices X et Y on peut construire deux matrices F et L qui seront utilisés dans la résolution [20] :

$$F = -R_{nh}^{-1} (D_1^T \cdot C_1 + B^T X) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.38})$$

$$L = -(B_1 D_1^T + Y C^T) R_{nj}^{-1} = [L_1 \quad L_2] = [L_{11} \quad L_{12} \quad L_2] \quad (\text{III. 39})$$

Où:

$F_{1,2}$, F_{11} et F_{12} ont des m_1 , m_2 , $m_1 - p_2$ et p_2 lignes respectivement, et L_1 , L_2 , L_{11} et L_{12} ont p_1 , p_2 , $p_1 - m_2$ et m_2 colonnes, respectivement.

En mettant $D_{11} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1112} \\ D_{1121} & D_{1122} \end{bmatrix}$

avec D_{1122} est de dimension la solution sera donnée par le théorème suivant :

Théorème 3.4 [34] : *Sous les hypothèses H1 - H4,*

Il existe un contrôleur (s) qui stabilise le système et rend $\|F(P, K)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si

:

$$\max(\bar{\sigma}[D_{1111} \quad D_{1112}], \bar{\sigma}[D^T \quad D^T]) < \gamma$$

Il existe des solutions de stabilisation $X \geq 0$ et $Y \geq 0$ satisfaisant les deux équations algébriques de Riccati correspondant à les matrices hamiltonien H et J respectivement, et tel que

$$(XY) < \gamma^2$$

Sous les conditions de la partie (a), les correcteurs rationnels (s) stabilisant le système et satisfaisant $\|F(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ sont données par :

$$(s) = F(M, \Phi)$$

Où (s) est n'importe quelle fonction de transfert stable, de norme $\|(s)\|_\infty < \gamma$, et M décrit par :

$$M(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\hat{D}_{11} = -D_{1121}D_{1111}(y^2I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1}D_{1112} - D_{1122}$$

$\hat{D}_{12} \in \mathbb{R}^{m_2 \times m_2}$ et $\hat{D}_{21} \in \mathbb{R}^{p_2 \times p_2}$ sont deux matrices arbitraires vérifiant :

$$Z = (I - \gamma^2 YX)^{-1}$$

$$\hat{B}_2 = Z(B_2 + L_{12})\hat{D}_{12}$$

$$\hat{C}_2 = -\hat{D}_{12}(C_2 + F_{12})$$

$$\hat{B}_1 = -ZL_2 + \hat{B}_2\hat{D}_{12}^{-1}\hat{D}_{11}$$

$$\hat{C}_1 = F_2 + \hat{D}_{11}\hat{D}_{21}^{-1}\hat{C}_2$$

$$\hat{A} = A + BF + \hat{B}_1\hat{D}_{21}^{-1}\hat{C}_2$$

Le correcteur calculé pour $\Phi(s) = 0$, est appelé correcteur central, il est largement utilisé sous la forme :

$$K(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{III.41})$$

III.5.4. Normalisation

Dans les hypothèses faites précédemment, l'hypothèse (H2) suppose que les matrices de D_{12} et D_{21} sont des formes normalisées. Maintenant on voit lorsque ces deux matrices sont de rang plein, mais pas nécessairement dans les formes normalisées et afin d'appliquer le théorème.3.4, certaines transformations doivent être utilisées en premier [20].

En utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) ou autrement, on peut trouver des matrices orthonormées U_{12} , U_{21} et V_{21} , tels que

$$U_{12}D_{12}V_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ \Sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

$$U_{21}D_{21}V_{21}^T = [0 \quad \Sigma_{21}] \quad (\text{III.43})$$

$$U_{12}D_{12}V_{12}^T\Sigma_{12}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

Où Σ_{12} , $m_{2.2}$, Σ_{21} et $p_{2.2}$ sont inversibles. Par ailleurs, nous avons :

$$\Sigma_{21}^{-1}U_{21}D_{21}V_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{III.45})$$

Lorsque : $p_1 > m_2$ et $p_2 < m_1$, les matrices U_{12} et V_{12} peut être partitionné comme

$$U_{12} = \begin{bmatrix} U_{121} \\ U_{122} \end{bmatrix} \quad (\text{III.46})$$

$$V_{21} = \begin{bmatrix} V_{211} \\ V_{212} \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

Avec :

$$U_{121}: (p_1 - m_2) \times p_1, \quad U_{122}: m_2 \times p_1, \quad V_{211}: (m_1 - p_2) \times m_1, \quad V_{212}: p_2 \times m_1$$

La normalisation de $P(s)$ vers $\tilde{P}(s)$ est basée sur les transformations ci-dessus et représenté par la (Figure III.7) :

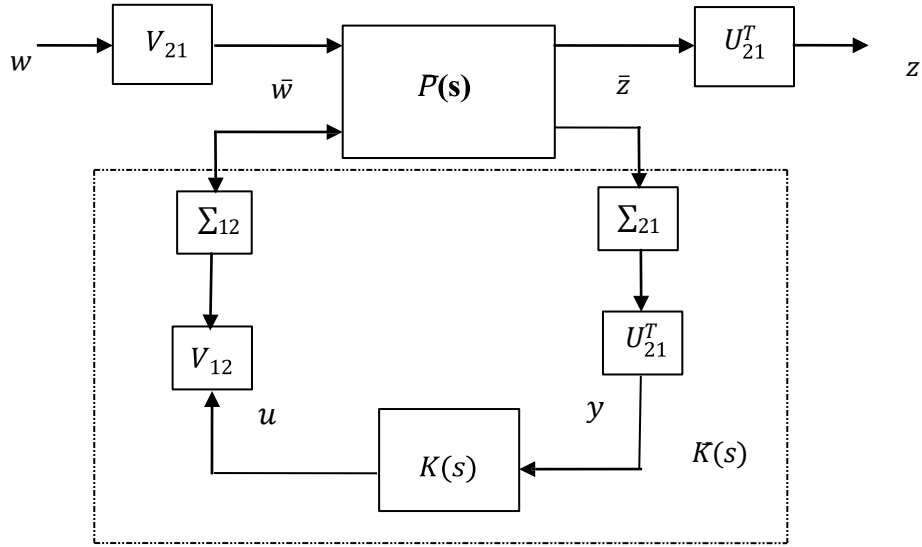


Fig. (III-7) : La forme standard normalisée

La représentation d'état du système augmenté $P(s)$, est donnée sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 x'(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\
 P(s): \{z(t) &= C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\
 y &= C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t)
 \end{aligned} \tag{III. 48}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \bar{B}_1 &= B_1V_{21}^T \\
 \bar{B}_2 &= B_2V_{12}^T\Sigma_{12}^{-1} \\
 \bar{C}_1 &= U_{12}C_1 \\
 \bar{C}_2 &= \Sigma_{21}^{-1}U_{21}C_2 \\
 \bar{D}_{11} &= U_{12}D_{11}V_{21}^T = \begin{bmatrix} U_{121}D_{11}V_{211}^T & U_{121}D_{11}V_{212}^T \\ U_{122}D_{11}V_{211}^T & U_{122}D_{11}V_{212}^T \end{bmatrix} \\
 \bar{D}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} = U_{12}D_{12}V_{12}^T\Sigma_{12}^{-1} \\
 \bar{D}_{21} &= [0 \quad I] = \Sigma_{21}^{-1}U_{21}D_{21}V_{21}^T \\
 \bar{D}_{11} &= \begin{pmatrix} \bar{D}_{1111} & \bar{D}_{1112} \\ \bar{D}_{1121} & \bar{D}_{1122} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \right. \tag{III.49}$$

Exemple illustratif :

Considérons le système dans [11] avec :

$$A = \begin{bmatrix} -214.2857 & 0 & 0 & 0 \\ -357.1429 & -0.0117 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5.10^4 & 0 \\ 357.1429 & 0 & 0 & -0.027135 \end{bmatrix}, \quad B_1 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -236.5184 & 117.4421 & 0 \\ -357.1429 & -1225000 & 0 \\ 3571400 & 0 & -2,7.10^4 \end{bmatrix}, \quad C_2 = [-357.1429 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D_{11} = [0.6623 \quad 0 \quad 0], \quad D_{12} = [0 \quad 25 \quad 0], \quad D_{21} = 1, \quad D_{22} = 0, \quad \gamma = 1$$

On voit que D_{21} est normalisée par contre D_{12} non

% Normalisation de D_{12} :

$$U_{12}D_{12}V_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ \Sigma_{12} \end{bmatrix},$$

$$U_{12}D_{12}V_{12}^T U_{12}D_{12}V_{12}^T \Sigma_{12} = [0 \quad 1 \quad 1]^T$$

$$U_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad V_{12} = -1, \quad \Sigma_{12} = 25$$

$$U_{12} = \begin{bmatrix} U_{121} \\ U_{122} \end{bmatrix} \text{ avec } U_{121} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U_{122} = [0 \quad -1 \quad 0]$$

La représentation d'état de $P(s)$ vers $\bar{P}(s)$ est donnée par :

$$B_1 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0], \quad B_2 = [-0.04 \quad 0 \quad -0.04 \quad 0]^T$$

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} -236.5184 & -117.4421 & 0 & 0 \\ 357.1429 & 0 & 0 & -2.7134e + 10 \\ 0 & 0 & 1225000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = [-0.6623 \quad 0 \quad 0], \quad D_{12} = [0], \quad D_{21} = 1, \quad D_{22} = 0$$

Après la normalisation du système on peut vérifier aisément les conditions dont le théorème 3.4 telle que :

$$\max(\bar{\sigma}[D_{1111} \quad D_{1112}], \bar{\sigma} \begin{bmatrix} D_{1111}^T & D_{1121}^T \\ D_{1111} & D_{1121} \end{bmatrix}) = 0.6623 < 1$$

$$X = 10^4 \begin{bmatrix} 235.21 & -0.21 & 11.14 & -17.8410^5 \\ -0.21 & 0.10784 & -3.65 & -41.41 \\ 11.4 & -3.65 & 225.96 & -29.6610^3 \\ -178.410^4 & -41.41 & -29.6610^3 & 135.5710^8 \end{bmatrix}$$

$$Y = [0]$$

Les valeurs propres de la matrice X sont : $\lambda_1 = 1.355710^4$, $\lambda_2 = 2.26210^4$, $\lambda_3 = 2765$, $\lambda_4 = 0.6065$

X est définie positive.

Les valeurs propres de $(E_x - W_x X)$ sont:

$$\lambda_1 = -2.717310^6, \lambda_2 = -167.92 + 65.68j$$

$$\lambda_3 = -167.92 + 65.68j, \lambda_4 = -2806.9$$

ont une partie réelles strictement négative.

Les valeurs propres de la matrice Y sont : $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$.

Les valeurs propres de $(E_y - W)$ sont:

$$\lambda_1 = -2713546, \lambda_2 = -214.2857$$

$$\lambda_3 = -0.0117, \lambda_4 = -50000$$

ont une partie réelles strictement négative

$$(XY) = 0 < 1 \quad (\gamma^2 = 1)$$

Les conditions du (théorème.3.4.a) sont remplies, alors le contrôleur central est calculé en appliquant le (théorème.3.4.b) tel que :

$$\hat{A} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.416 & 0.0061 & 4.5202 & 2902.2 \\ 0 & -1.1710^{-6} & 0 & 0 \\ -0.3947 & 0.0061 & -0.4797 & 2902.2 \\ 0.0357 & 0 & 0 & -271.35 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_1 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\widehat{C}_1 = 10^4 [9.8676 \quad -0.1548 \quad -113.01 \quad -72555] \quad , \quad \widehat{D}_{11} = 0$$

Donc La fonction de transfert correspondant est donné par :

$$(s) = \frac{1577.6222 (s + 2.71410^6)(s + 510^4)(s + 214.3)}{(s + 2.71710^6)(s + 0.01166)(s^2 + 5243s + 7.509e006)}$$

III.6. Mise en œuvre du problème H_∞ "construction du critère H_∞ "

III.6.1. Synthèse H_∞ direct

Considérons le schéma de la (Figure III.8) illustrant l'un des problèmes de base de la synthèse H_∞ avec $G(s)$ le modèle du système à asservir, et $K(s)$ le correcteur à calculer pour asservir la sortie $y(t)$ sur la référence $r(t)$, malgré la présence de perturbation $b(t)$ agissant sur le système [01],[27],[39],[41]

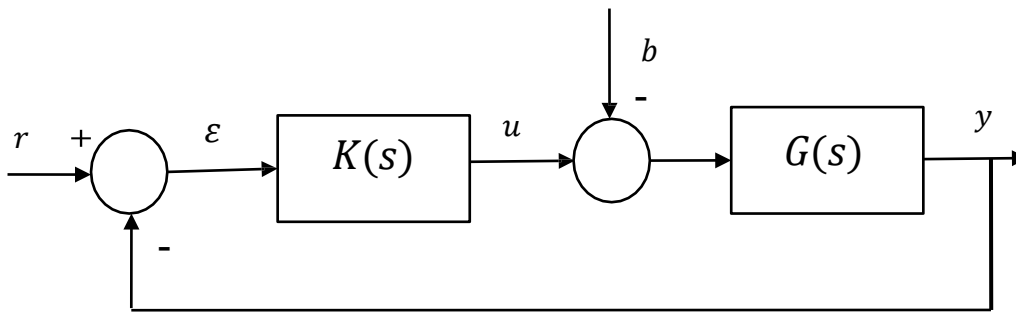


Fig. (III-8) : Un système G commandé par le contrôleur K

La matrice de transferts entre les signaux d'entrées r et b d'une part et le signal d'erreur d'asservissement ε et la commande u d'autre part peuvent être facilement obtenus sous forme matricielle comme dans l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} E(s) \\ U(s) \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} R(s) \\ B(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S(s) & R(s) \\ K(s)S(s) & T(s) \end{pmatrix} \quad (III.50)$$

Le problème H_∞ déduit de la structure de la (Figure III.8) consiste à trouver une valeur positive γ et un contrôleur (s) qui stabilise le système bouclé et garantit une norme H_∞ inférieur à γ : [01],[27],[39]

$$\|G(s)\|_\infty = \left\| \begin{array}{cc} S(s) & R(s) \\ K(s)S(s) & T(s) \end{array} \right\|_\infty < \gamma \quad (\text{III. 51})$$

Dans ce problème, on tient compte en effet de deux signaux d'entrées, appliqués à deux endroits différents de l'asservissement, et on surveille l'évolution de l'erreur, mais aussi de la commande : on veut donc l'erreur reste faible mais au prix de commande raisonnables [27].

III.6.2. Synthèse H_∞ pondérée

La formulation ci-dessus s'avère en pratique trop rigide car elle ne laisse aucun élément de choix au concepteur [27]. En conséquence de quoi, la synthèse H_∞ effectuée en utilisant ce critère, ne permet pas d'atteindre des performances acceptables, en suivi de consigne, rejet de perturbations et en robustesse vis-à-vis d'incertitudes du modèle [01],[27].

Pour contourner cet obstacle, généralement, dans le cadre de la synthèse H_∞ , les fonctions de transfert sont pondérées par des filtres.

Il est important de souligner dans ce contexte que les fonctions de pondération peuvent être placées à différents endroits à l'intérieur du système augmenté, de manière à avoir une matrice de transfert pondérée entre les entrées exogènes $w(s)$ et les sorties à minimiser $z(s)$ [08].

Considérons à cette fin le schéma de la (Figure III.9), dans lequel l'erreur ε est pondérée par le filtre $w_1(s)$, la commande u par $w_2(s)$, et l'entrée de perturbation b est la sortie d'un filtre par $w_3(s)$.

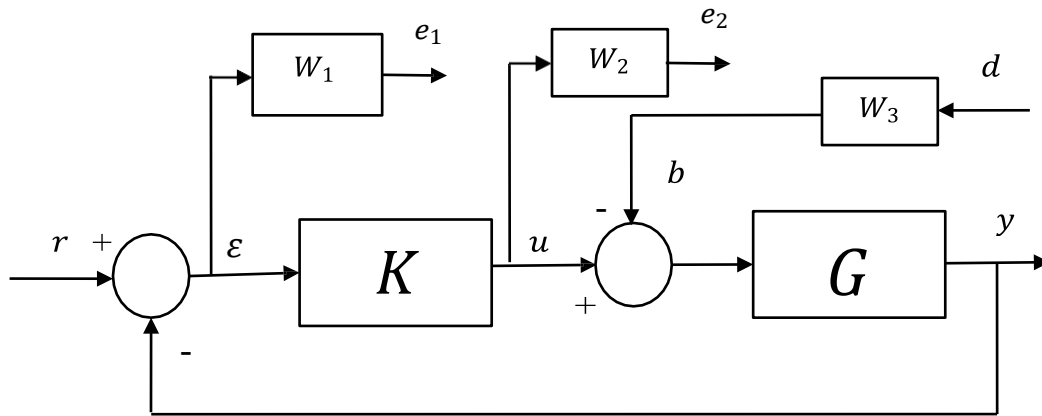


Fig. (III-9) : système asservi pondéré

En se référant au problème représenté par le schéma ci-dessus, où r et d comme signaux d'entrées et e_1 et e_2 comme signaux à surveiller, on peut calculer la matrice de transfert du système interconnecté, on obtient : [27], [39]

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} R(s) \\ D(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1(s)S(s) & w_1(s)S(s)G(s)w_3(s) \\ w_2(s)K(s)S(s) & w_2(s)T(s)w_3(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r(s) \\ d(s) \end{pmatrix} \quad (\text{III.52})$$

$$\left\| \begin{pmatrix} w_1(s)S(s) & w_1(s)S(s)G(s)w_3(s) \\ w_2(s)K(s)S(s) & w_2(s)T(s)w_3(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \quad (\text{III.53})$$

Comme pour le cas sans pondérations, le problème H_∞ correspondant consiste à la détermination d'une valeur γ positive et d'un contrôleur (s) qui stabilise le système et qui soit capable de satisfaire la condition suivante : [27], [39]

$$\|w_1(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in R \quad |S(jw)| < \frac{\gamma}{|w_1(jw)|} \quad (\text{III.54})$$

$$\|w_2(s)K(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in R \quad |K(jw)S(jw)| < \frac{\gamma}{|w_2(jw)|} \quad (\text{III.55})$$

$$\|w_1SGw_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in R \quad |S(jw)G(jw)| < \frac{\gamma}{|w_1(jw)w_3(jw)|} \quad (\text{III.56})$$

$$\|w_2(s)T(s)w_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall w \in R \quad |T(jw)| < \frac{\gamma}{|w_2(jw)w_3(jw)|} \quad (\text{III.57})$$

On voit donc que la réponse fréquentielle de chacune des fonctions S , KS , SG , T est contrainte par un gabarit qui dépend des filtres choisis, ce type de contrainte conduit à l'analyse suivante :

Fonction	Basse fréquence	Haute fréquence
$(j\omega)(j\omega)$	$\gg 1$	$\ll 1$
$(j\omega)$	$\frac{1}{(j\omega)}$	1
$(j\omega)(j\omega)$	$\frac{1}{(j\omega)}$	$(j\omega)$
$(j\omega)(j\omega)$	$\frac{1}{(j\omega)}$	$(j\omega)$
$(j\omega)$	1	$(j\omega)K(i\omega)$

D'après ce tableau, on peut facilement constater que le correcteur n'a aucune influence sur $(j\omega)(j\omega)$ et $T(j\omega)$ en basses fréquences et sur $S(j\omega)$ et $S(j\omega)G(j\omega)$ en hautes fréquences. Ainsi, pour tout le domaine fréquentiel, Il est donc impossible de pondérer ces transferts à l'aide du correcteur K . Il est donc important de noter que cette analyse est utile dans le choix des pondérations dans le cadre de la synthèse H_∞ . En d'autres termes quelle que soit la méthode utilisée, il sera impossible d'agir, par exemple sur KS , en basses fréquences via le correcteur K .

La figure (III.10) montre l'allure typique pour les différents gabarits :

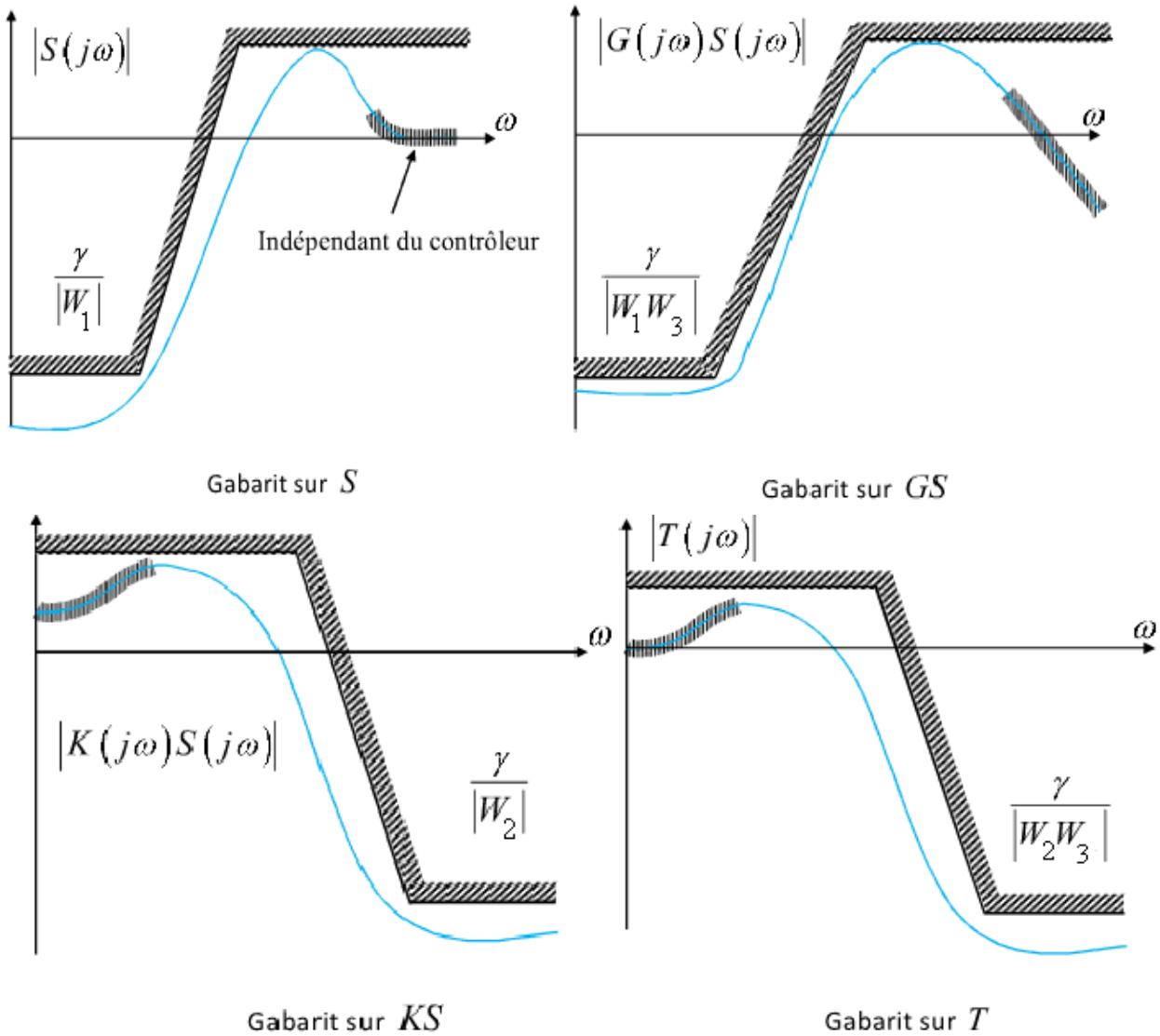


Fig. (III-10) : Formes typiques des gabarits contraignants les fonctions de sensibilité

Le choix des filtres (s) est très important, il se fait à partir du choix des gabarits. Ces derniers étant imposés par le cahier des charges, ils sont dans la plupart des cas soit des filtres passe-bas, soit des filtres passe-haut. Dans certains cas, il est possible d'accepter des constantes. Tous les filtres doivent être stables pour pouvoir garantir les hypothèses propres au problème H_∞ [39].

Mise sous forme standard :

Une fois choisis les filtres de pondération, il reste à mettre le problème ainsi défini sous forme standard, c'est-à-dire à identifier le schéma bloc de la (Figure III.6 et III.09). Il est possible donc de générer un nouveau modèle appelé modèle augmenté à partir duquel, le correcteur est élaboré via la représentation d'état pour chaque fonction de transfert de $G(s), w_1(s), w_2(s), w_3(s)$ comme suit :

$$(s): (\text{entrée } (u - b), \text{ sortie } z) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = A_G x + B_G(u - b) \\ z = c_G x \end{cases}$$

$$w_1(s): (\text{entrée } \mathcal{E}, \text{ sortie } e_1) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1(r - z) \\ e_1 = c_1 x_1 + D_1(r - z) \end{cases}$$

$$w_2(s): (\text{entrée } , \text{ sortie } e_2) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u \\ e_2 = c_2 x_2 + D_2 u \end{cases}$$

$$w_3(s): (\text{entrée } d, \text{ sortie } b) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 d \\ e_3 = c_3 x_3 + D_3 d \end{cases}$$

III.6.3. Problème de Sensibilité Mixte

Une des méthodes de pondération les plus connues est la méthode des sensibilités mixtes, appelée $S/KS/T$ et représentée par la (Figure III.11). Cette méthode permet de pondérer la sensibilité, la sensibilité complémentaire T et la fonction de transfert Ks , par les filtres de pondérations w_p, w_t et w_u respectivement.

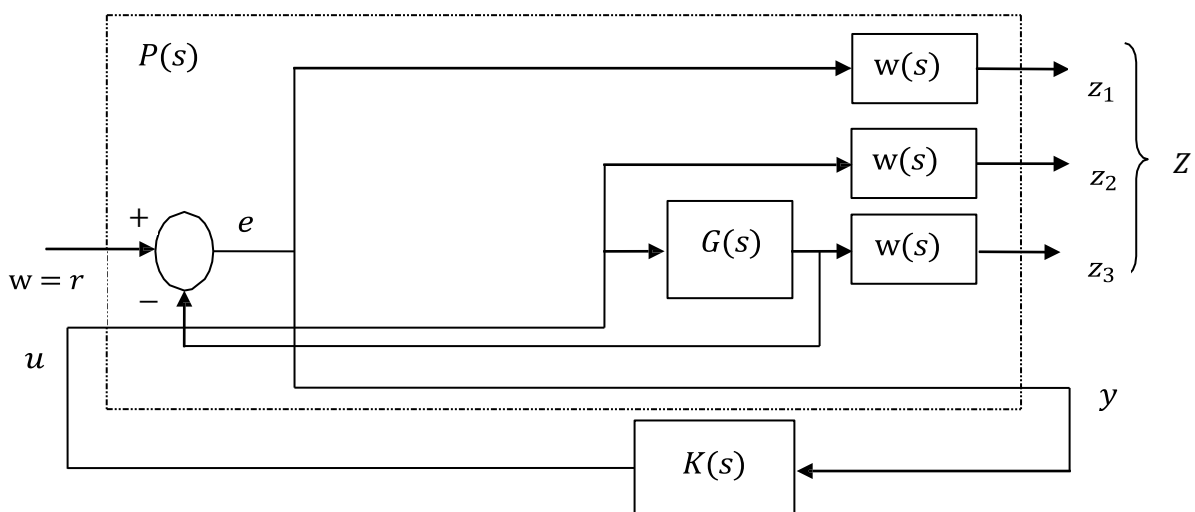


Fig. (III-11) : Forme standard de sensibilité mixte S/KS/T

Problème de Sensibilité Mixte : trouver un compensateur (s) qui assure la stabilité interne de la boucle (Figure III.12) et satisfasse : [18], [24]

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty \left\| \begin{array}{l} W_p S \\ W_u K S \\ W_t T \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (\text{III. 58})$$

III.7. Application le régulateur H_∞ pour réguler la vitesse de la MSAP

Dans ce cadre on veut construire un correcteur robuste H_∞ afin de contrôler la vitesse de la MSAP. Le rôle de ce régulateur est de maintenir une grandeur de sortie égale à la grandeur de référence imposé malgré la présence des perturbations internes ou externes. Le schéma fonctionnel du contrôle de vitesse par la méthode de H_∞ est donné par :

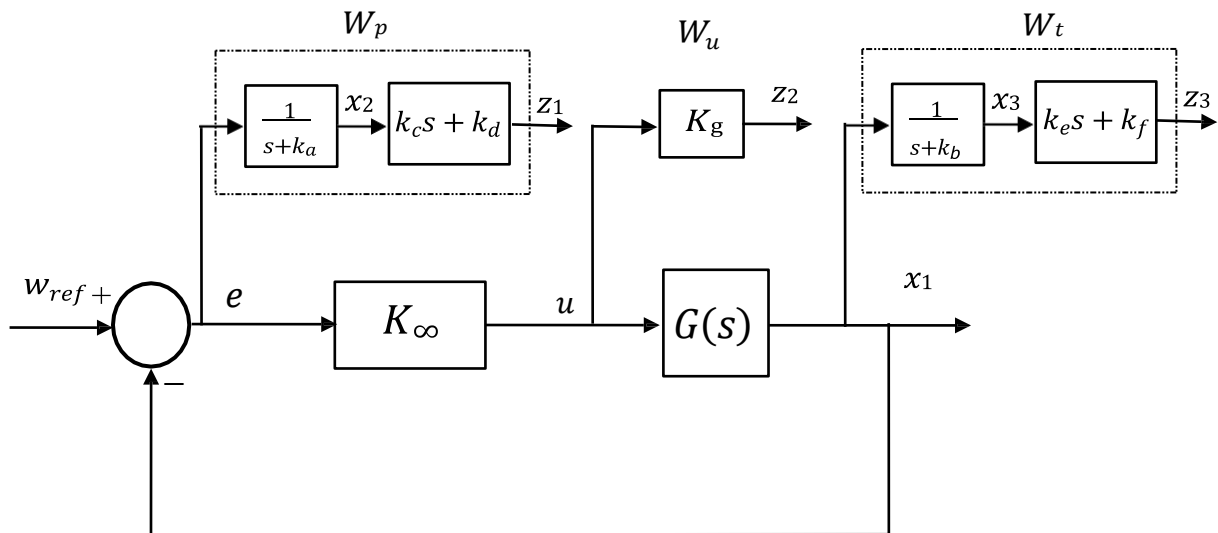


Fig. (III-12) : Boucle de régulation de la vitesse de la MSAP par régulateur H_∞

Avec :

x : Le vecteur d'état

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r \\ e \\ \frac{\omega_r}{s+k_b} \end{bmatrix}$$

Les entrées exogènes

$$w = [w_{ref}]$$

La commande

$$u = [V_q]$$

Les sorties à surveilles ;

$$z = (z_1 \quad z_2 \quad z_3)$$

L'erreur d'asservissement

$$e = w_{ref} - w_r$$

III.7. 1.Choix des fonctions de pondérations

Comme nous l'avions signalé auparavant que, pour calculer un correcteur H_∞ , il faut tout d'abord déterminer une structure ainsi que des gabarits qui permettent de définir des spécifications (temps de réponse en boucle fermée, erreur statique...). Pour cela on désire asservir la sortie $z = (z_1, z_2, z_3)$ de (s) sur la consigne ($w = w_{réf}$) selon les spécifications de performance suivantes :

- Assurer une erreur de poursuite faible pour une entrée de référence de type échelon,
- assurer la réjection de perturbations basses fréquences de type échelon,
- amplitude de la commande raisonnable (limiter l'amplitude du signal de commande u vis-à-vis des entrées de référence et bruit de mesure sur la sortie)

a-choix de la pondération w_p

Le choix de la fonction de pondération w_p permet de fixer les performances du système en boucle fermée de manière à minimiser l'effet des perturbations sur la vitesse de rotation du moteur et l'erreur de poursuite représentant l'écart entre la grandeur de consigne $w_{réf}$ et w_{relle} . Ce filtre rejette la perturbation à la gamme de basse fréquence.

La forme classique utilisé pour w_p est définie comme une fonction passe-bas donnée par : [24], [52], [59], [62], [63]

$$w_p = \frac{k_c s + k_d}{s + k_a} \tag{III. 59}$$

$$\left\| \begin{array}{c} w_1(s)S(s) \\ w_2(s)k(s)S(s) \\ w_3(s)T(s) \end{array} \right\| < 1$$

b- choix de la pondération w_u

Le choix de la fonction de pondération w_u permet de limiter la bande passante du correcteur et éviter d'avoir des signaux de commande de grande amplitude.

w_u est choisi généralement comme une constante [59], [62], [63], et le gain de w_u , il faut choisir de manière convenable si non, le système peut devenir saturé [62], [63]

c-choix de la pondération w_t

Le choix de la fonction de pondération w_t permet d'accentuer la pente d'atténuation en haute fréquence ('roll off'), c'est-à-dire il permet de rejeter des bruits en haute fréquence et prévenir d'une éventuelle saturation de la commande, afin d'améliorer la performance en haute fréquence du système en boucle fermée.

La forme classique utilisé pour w_t est défini comme une fonction passe-haut donnée par : [59], [62]

$$w_t = \frac{k_e s + k_f}{s + k_b} \quad (\text{III. 60})$$

En plus, le choix des fonctions de pondération w_p , w_u et w_t doivent satisfaire l'inégalité suivante : [62]

$$\left\| \begin{array}{c} w_1(s)S(s) \\ w_1(s)k(s)S(s) \\ w_3(s)T(s) \end{array} \right\|_\infty < 1$$

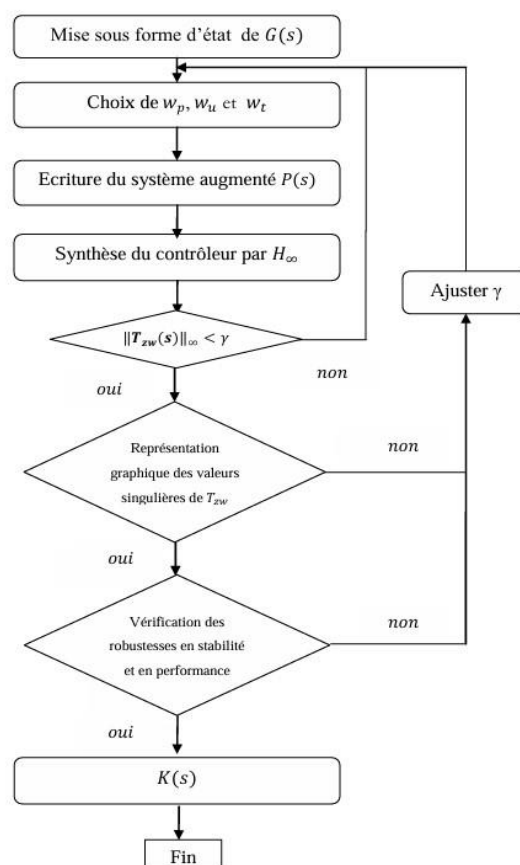
Et afin d'obtenir un correcteur adéquat, certains chercheurs ont souligné que la fréquence de coupure (0dB) de w_p devrait être inférieure à celle de [59], [62], [63]

Une fois choisis les filtres de pondération, il reste que l'application de l'algorithme de synthèse H_∞ suivant afin de trouver une loi de commande stabilisant le système en boucle fermée et garantissant les spécifications citées au paravent.

III.7.2. Etapes de calcul d'un contrôleur robuste basé sur la méthode H_∞

1. Mise sous forme de modèle d'état du système nominal
2. Mise en œuvre par l'introduction des fonctions de pondération
3. Ecriture du système augmenté (système nominal + fonction de pondération)
4. Initialisation de $\gamma = 1$ et calculer du contrôleur H_∞ en utilisant la commande (mixsyn) disponible dans le Toolbox MATLAB\ROBUST [46],[49]
5. Calcul la fonction $T_{zw}(s)$
6. Représentation des réponses fréquentielles singulières de (s) et $w_t(s)$
7. si la condition $(\|T_{zw}(s)\|_\infty < 1)$ est vérifiée, saut à l'étape 9
8. Réajustement de γ et retour à l'étape 4
9. Etablissement du contrôleur robuste
10. Test du contrôleur calculé

III.7.3. Organigramme



III.7.4 Synthèse du régulateur H_∞ :

Nous avons appliqué le régulateur robuste H_∞ à la commande de la vitesse de la MSAP. La fonction de transfert tension –vitesse issue de l'équation mécanique est représentée par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{Z(s)}{W(s)} = \frac{1.5 * p^2 \phi_f / J L_q}{s^2 + \left(\frac{f_c}{J} + \frac{R_s}{L_q}\right)s + \frac{R_s f_c + 1.5 * p^2 \phi_f^2}{J L_q}}$$

Avec

(s) : représente la sortie à asservir (vitesse du rotor w_r)

(s) : représente la tension V_q

La (Figure III.14) représente le schéma bloc globale d'une régulation de vitesse de la MSAP par un régulateur de type H_∞ , qui est générée la tension de commande V_{qr} , tandis que le courant statorique direct I_d , il est commandé par un correcteur classique de type, qui génère à son tour la tension de commande V_{dr} .

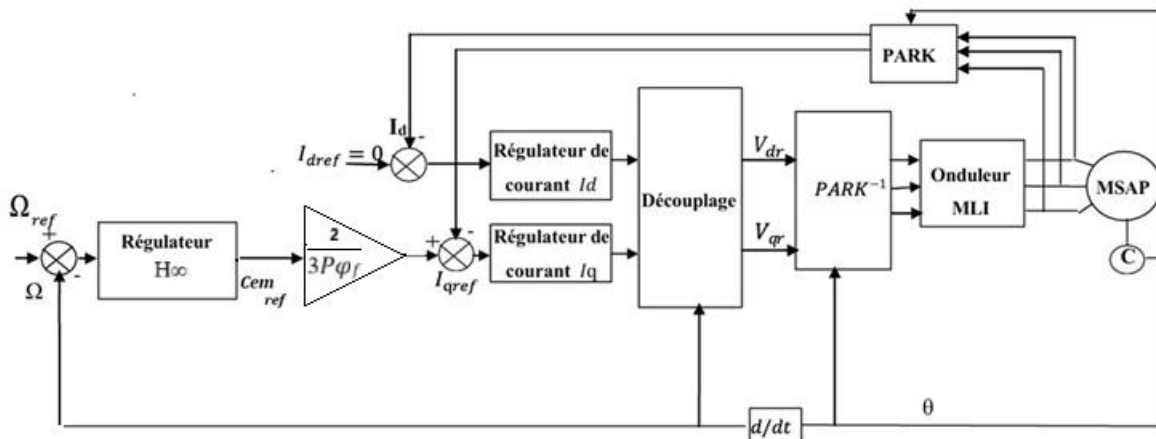


Fig. (III-13) : Commande vectorielle en vitesse de la MSAP par régulateur H_∞ .

Les paramètres des fonctions de pondération sont sélectionnés comme suit :

$$k_c = 0.1, k_d = 40, k_a = 0.04, k_g = 1, = 2, k_f = 10, k_b = 2000$$

Le correcteur obtenu par la méthode H_∞ est l'issu de l'algorithme décrit auparavant prend la forme suivante :

$$K_\infty(s) = \frac{264278.4682 (s + 2000)(s + 241.4)(s + 0.2214)}{s (s + 1.386e004) (s^2 + 1.009e004 s + 4.063e007)}$$

Pour lequel le système bouclé assure une norme H_∞ égale à :

$$\gamma = 0.2085$$

On voit que, l'ordre du régulateur $K_\infty(s)$ est égal à celui du système augmenté c'est-à-dire (système nominale + filtre de pondération) et on voit clairement aussi que le correcteur possède un pôle 0, ce qui permet en fait d'éliminer sans doute tout écart statique.

Et en plus le diagramme de Bode des fonctions de pondération sont illustrés ci-dessous, dans lequel nous pouvons voir que la fréquence de coupure (0dB) de la fonction de pondération w_p est inférieur à celui de fonction de pondération w_t .

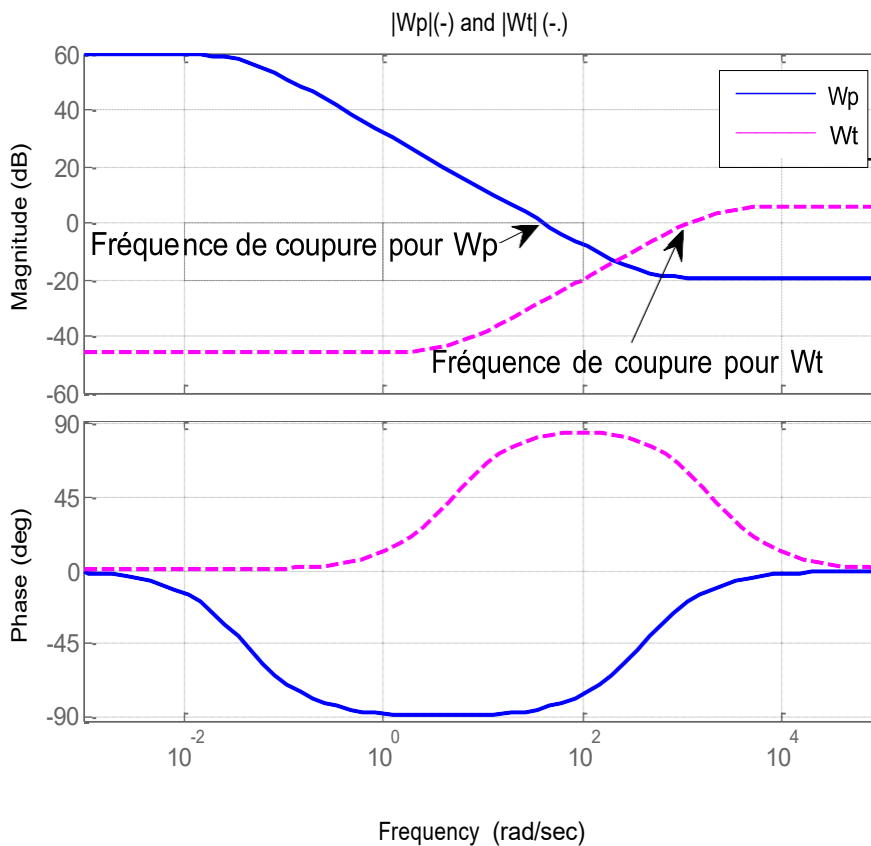


Fig. (III-14) : Diagramme de Bode pour les fonctions de pondération: w_p, w_t

III.8 Résultat de simulation

Afin de valider la commande vectorielle de la MSAP, nous avons appliqué le même cahier de charge utiliser dans le chapitre précédant. Les résultats de simulation sont divisés en deux :

III.8.1 Test suivi de consigne (TSC)

Les résultats de simulation de ce test sont illustrés par les figures suivantes :

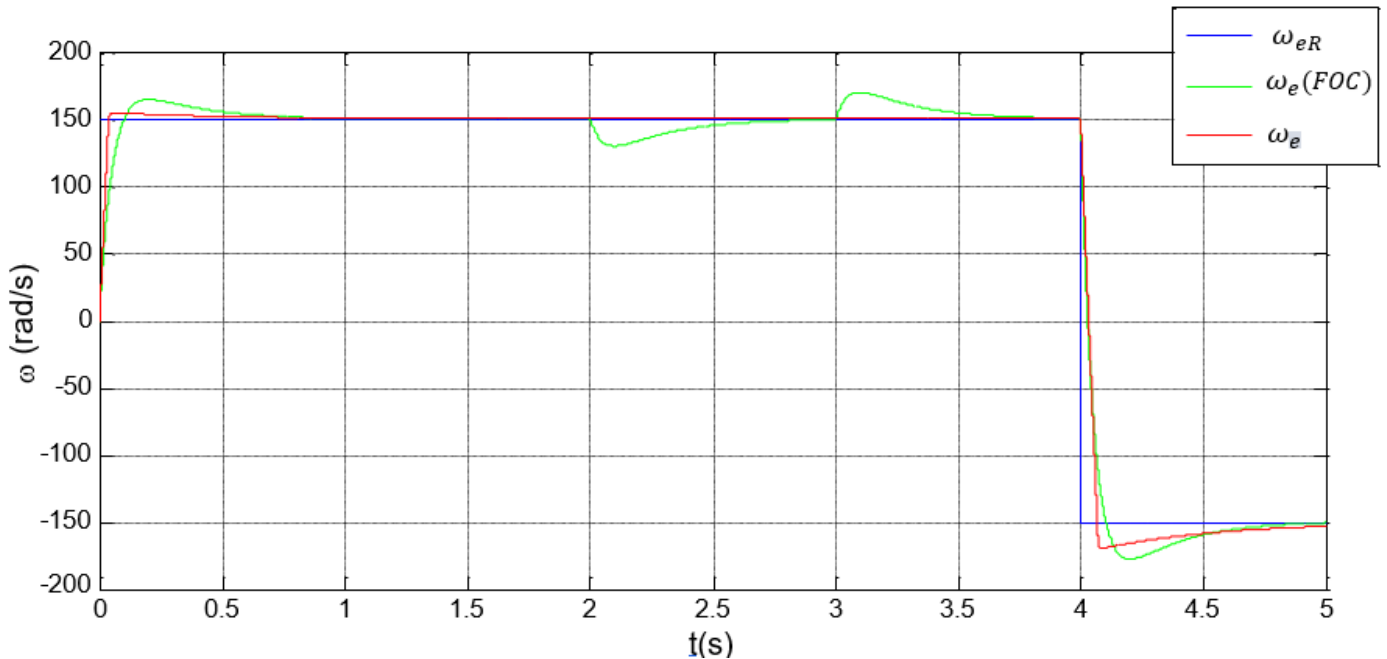


Fig (III-15) : vitesse de rotation (TSC)

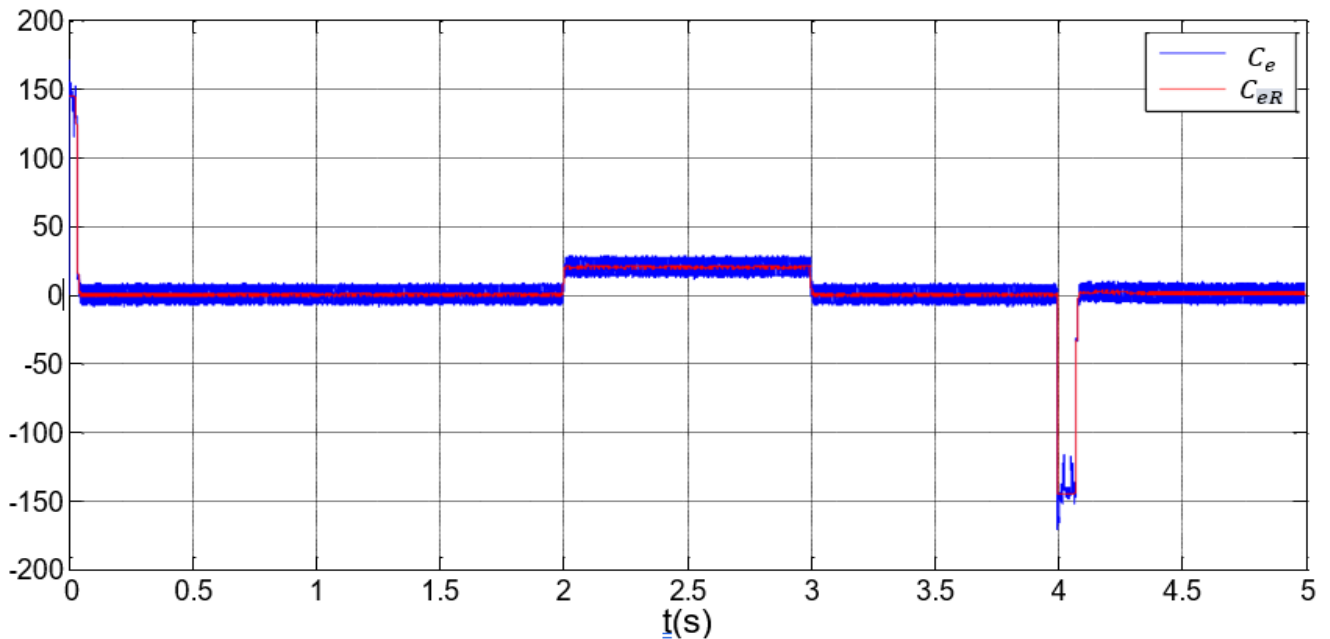
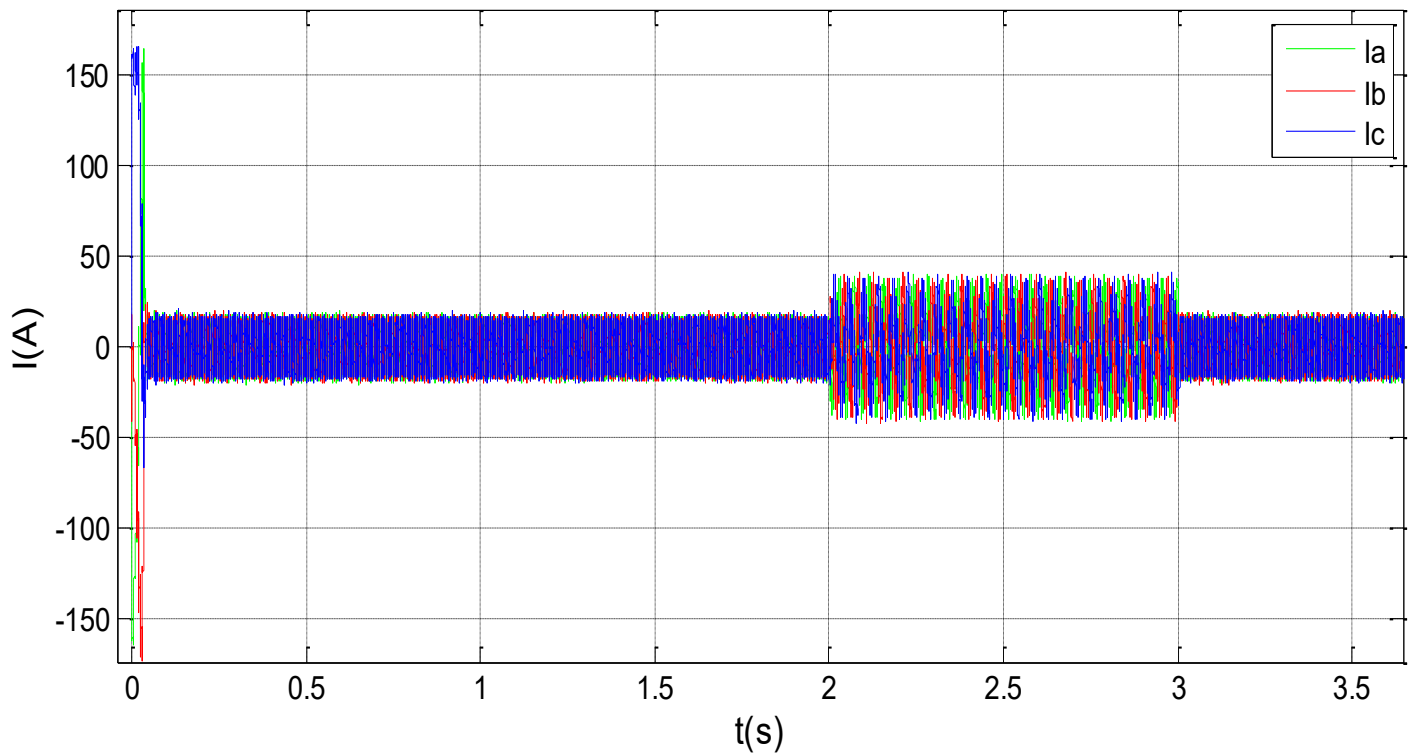
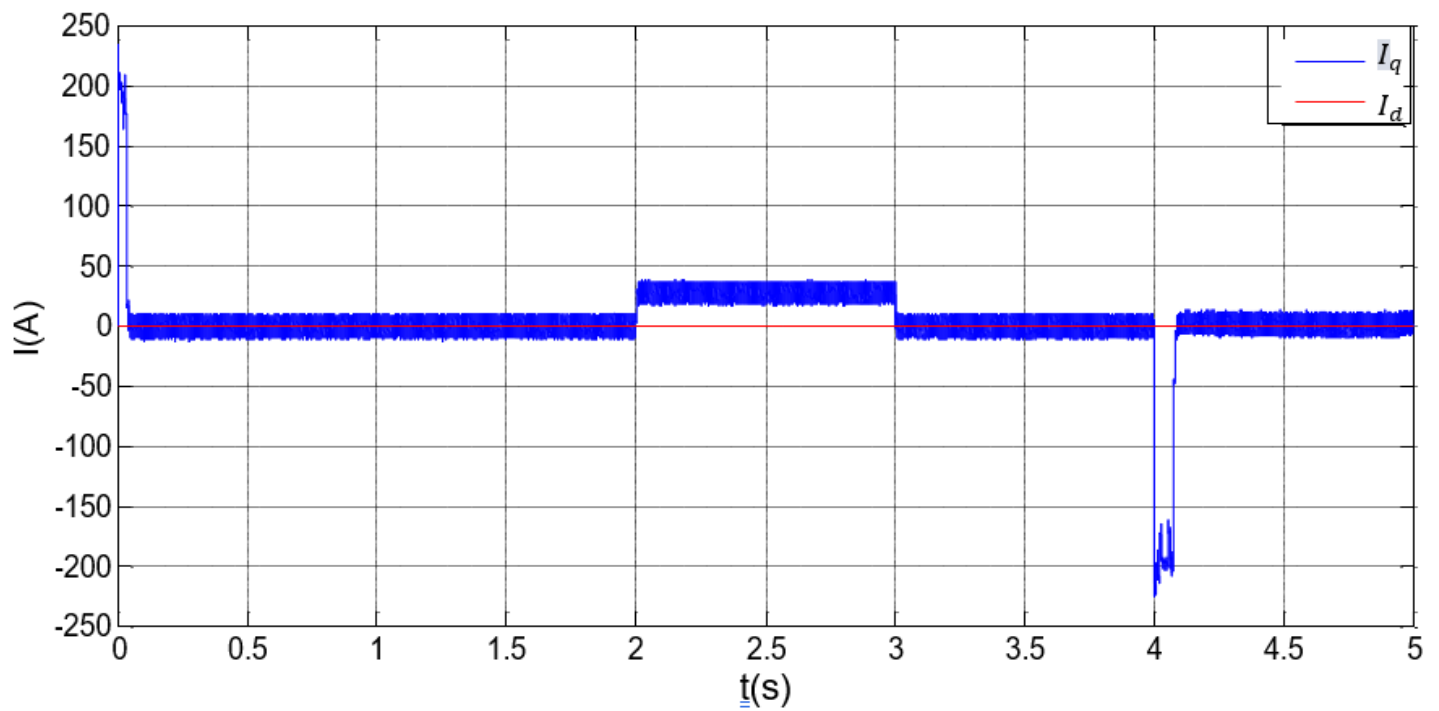


Fig (III-16) : Couple électromagnétique (TSC)

Fig. (III-17) : Les courants i_a, i_b, i_c (TSC)Fig(III-18) : Les courants I_d, I_q (TSC)

D'après la simulation des figures on remarque que :

La vitesse suit fidèlement sa référence sans dépassement avec H_∞ , alors que la commande vectorielle présente des oscillations transitoires, ce qui confirme la meilleure stabilité et robustesse de l'approche robuste. Le couple électromagnétique (C_e) suit correctement sa consigne (C_{eR}), avec un suivi plus précis et une meilleure capacité de rejet de perturbation sous H_∞ , notamment lors de l'application de la charge et de l'inversion de vitesse, contrairement à la commande vectorielle qui présente davantage d'ondulations. Les courants statoriques triphasés restent équilibrés, avec des ondulations normales liées aux variations de charge et d'inversion.

Enfin, l'analyse des courants direct et en quadrature confirme le découplage efficace : le courant (I_d) reste maintenu proche de zéro, tandis que (I_q) suit directement l'évolution du couple avec des pics mieux maîtrisés sous H_∞ , ce qui permet de limiter les sollicitations du système tout en garantissant une dynamique performante.

III.8.2 Test de robustesse (TR)

Les résultats de simulation de ce test sont illustrés par les figures suivantes :

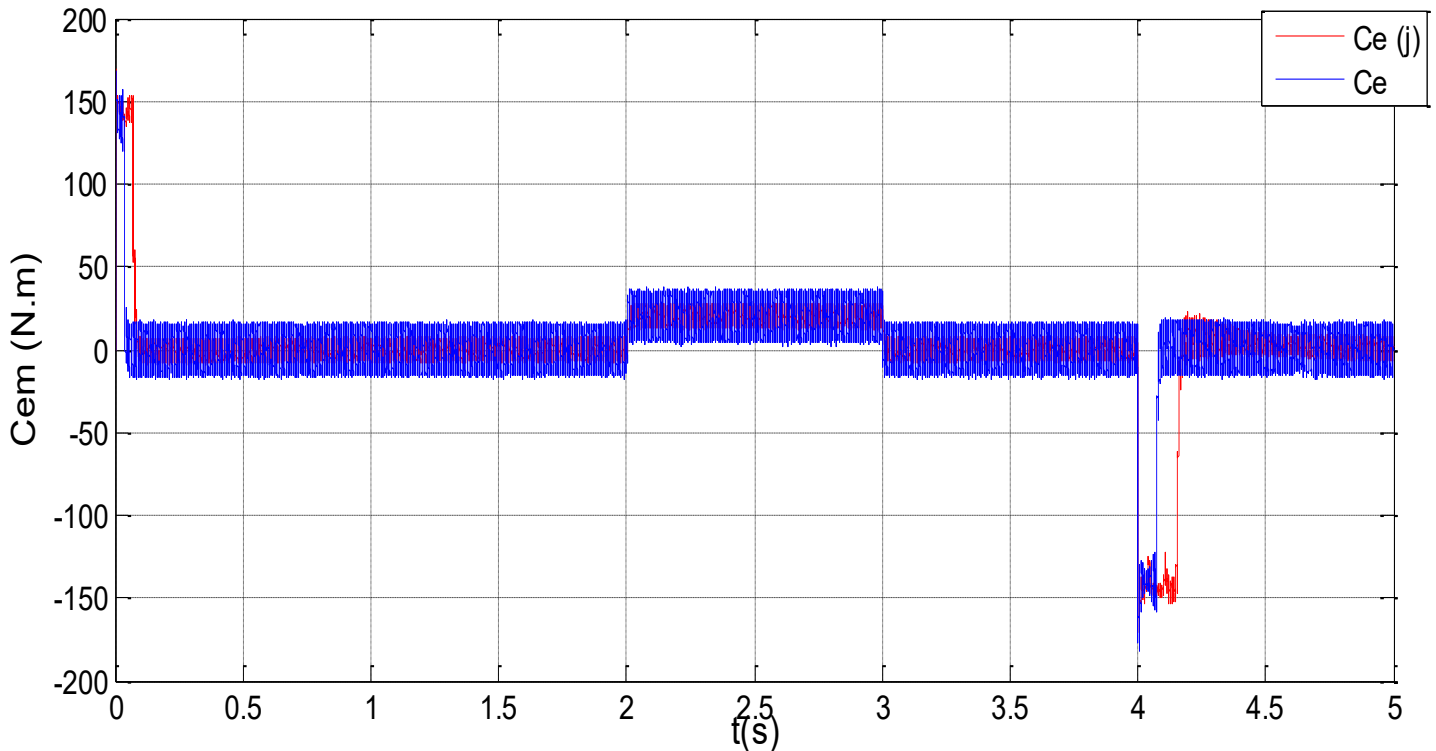


Fig. (III-19) : Couple électromagnétique (TR)

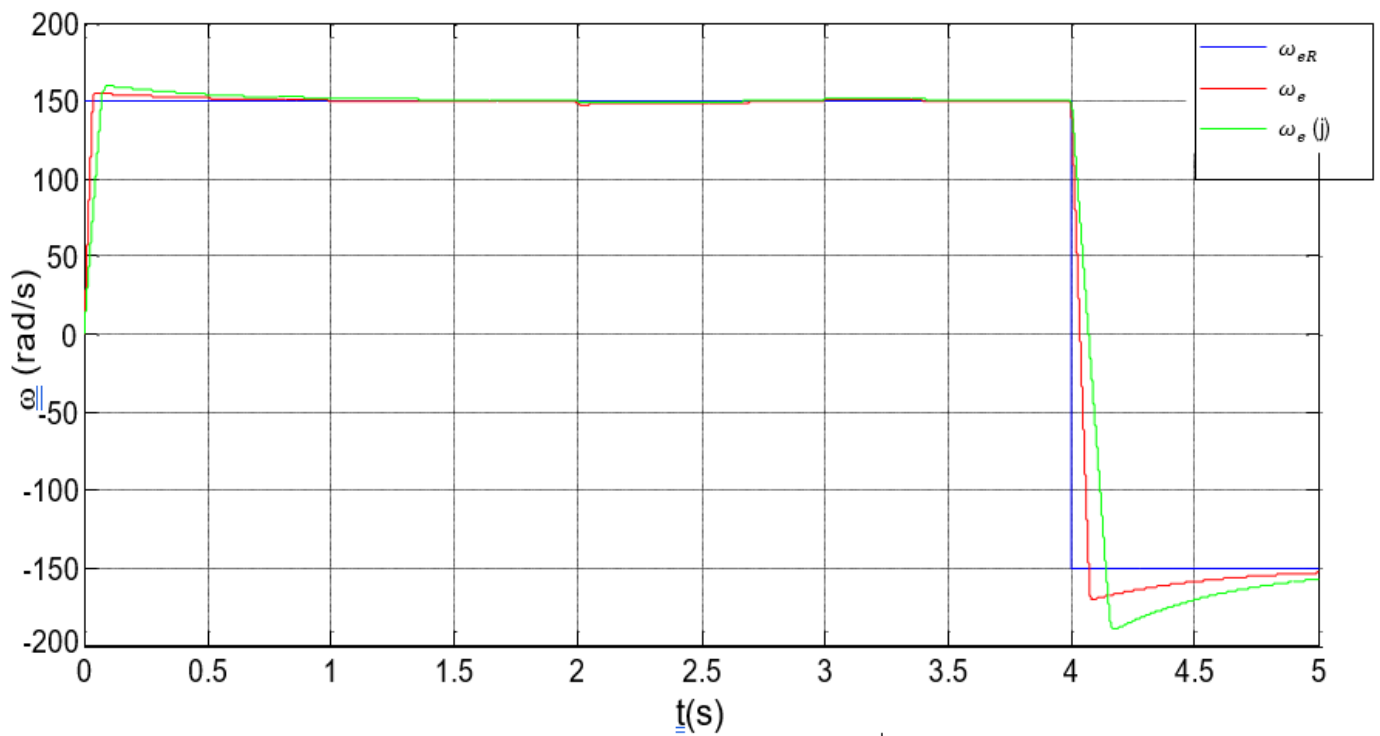


Fig (III-20) : Vitesse de rotation

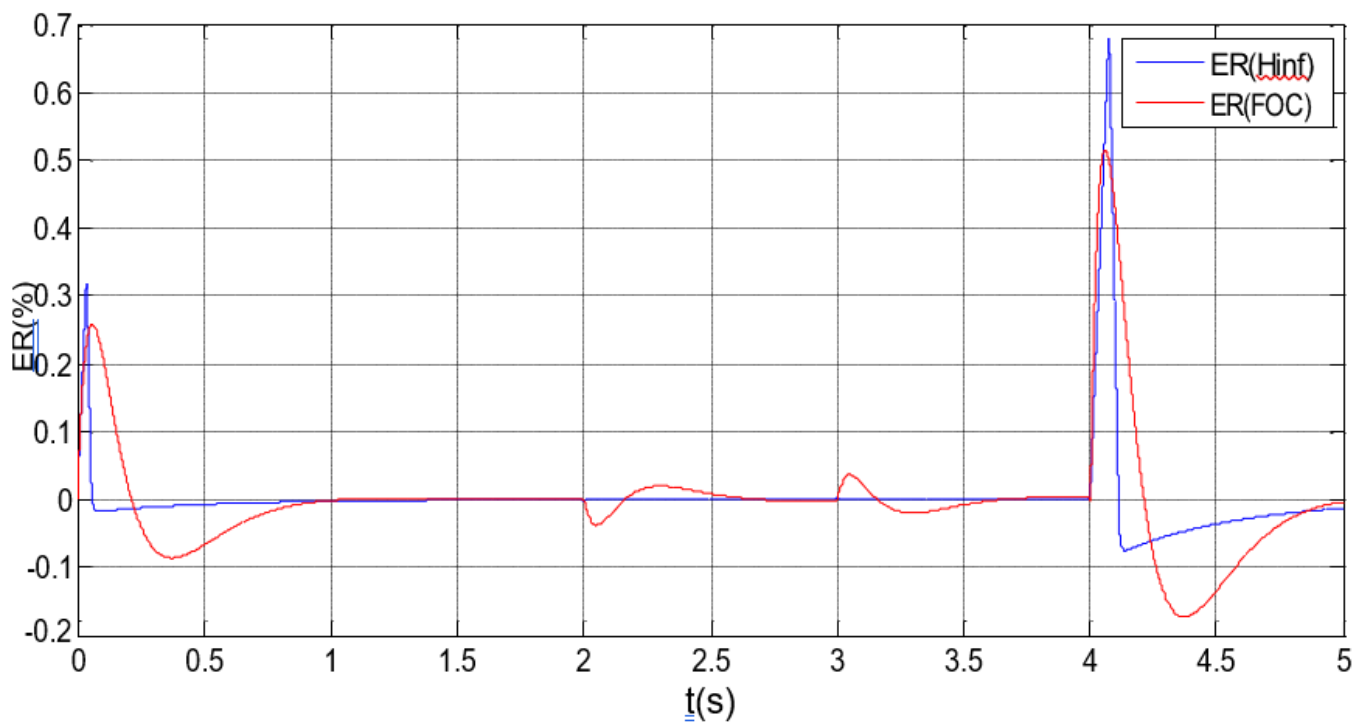


Fig. (III-21) : Résultats de simulation d'erreur en pourcentage

D'après la simulation des figures, on remarque que :

La variation d'inertie J appliquée ne dégrade pas les performances de la commande H_∞ , les courbes de vitesse avant et après changement paramétrique demeurant pratiquement superposées. Cette stabilité remarquable des performances dynamiques, sans modification du temps de réponse ni apparition d'oscillations supplémentaires, démontre la capacité intrinsèque de la commande H_∞ à rejeter les incertitudes paramétriques et à maintenir des performances nominales robustes face aux variations des caractéristiques mécaniques du système.

La variation d'inertie J n'altère ni l'amplitude ni la dynamique des pics de couple transitoires, les courbes C_e et $C_e(j)$ restant parfaitement superposées. Cette invariance du comportement du couple face aux modifications paramétriques confirme la capacité de la commande H_∞ à maintenir des performances de couple robustes et prévisibles, indépendamment des variations des caractéristiques inertielles du système.

L'erreur relative entre les commandes vectorielle et H_∞ révèle la supériorité de l'approche H_∞ en termes de précision. Tandis que l'erreur demeure remarquablement faible sur toute la durée du test (oscillant entre -0.2% et +0.7%), on observe que la commande H_∞ présente systématiquement des erreurs inférieures à la commande vectorielle, particulièrement visibles lors des régimes transitoires où les pics d'erreur sont plus contenus. En régime permanent, la commande H_∞ maintient des valeurs d'erreur encore plus proches de zéro, démontrant une précision de poursuite supérieure. Cette performance accrue, combinée à la robustesse intrinsèque de l'approche H_∞ , confirme l'avantage décisif de cette méthode face aux incertitudes paramétriques tout en optimisant la qualité de régulation.

Afin de juger les performances du contrôleur PI et contrôleur, une comparaison par simulation dans les mêmes conditions entre la commande classique contrôleur PI et la commande avancée par contrôleur a montré l'efficacité et la supériorité de la commande en termes de poursuite de la référence, de rejection de la perturbation de charge et de robustesse vis-à-vis des variations paramétriques de la machine.

III.9 Conclusion :

L'approche développée dans ce chapitre consiste à remplacer le régulateur conventionnel de vitesse de type PI par un régulateur robuste. L'efficacité de cette commande appliquée à une machine synchrone à aimants permanents, alimentée en tension et commandée par orientation de flux, a été mise en évidence à travers deux types d'essais : la variation des paramètres de la MSAP et l'introduction de perturbations. Les résultats obtenus sont particulièrement satisfaisants en termes de stabilité, de rapidité de réponse, de rejet de perturbations et d'erreur statique nulle en régime permanent. Par ailleurs, même en présence de variations simultanées et significatives des paramètres de la machine, le contrôleur robuste a démontré de meilleures performances que le régulateur PI classique, aussi bien dans le suivi de consigne que dans la capacité de rejet de perturbation, confirmant ainsi sa robustesse et sa supériorité face aux incertitudes paramétriques.

*CONCLUSION
GÉNÉRALE*

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le développement d'une stratégie de commande pour un système linéaire perturbé, doit assurer la robustesse en stabilité et en performance en présence de différents types d'incertitudes.

Le travail présenté dans ce mémoire avait pour objectif principale la conception d'une loi de commande robuste pour la commande en vitesse de la machine synchrone à aimant permanente (MSAP). Pour construire cette loi de commande, l'approche fréquentielle appelée commande robuste H_∞ a été utilisée.

Après avoir introduit la technique de cette commande robuste pour les systèmes linéaires, nous avons présenté quelques outils nécessaires à l'approche H_∞ . Dans la première partie du travail, nous avons présenté la modélisation en vue de la simulation du variateur de vitesse constitué par l'ensemble MSAP–convertisseur statique. Malgré les hypothèses simplificatrices introduites, le modèle de la MSAP reste très complexe (couplé, non linéaire et multivariable). La difficulté majeure rencontrée dans cet actionneur réside dans le fait que le couple électromagnétique et le flux sont des variables fortement couplées. L'utilisation de la transformation de Park a permis d'aboutir à un modèle plus simplifié.

Dans le deuxième chapitre, le principe de la commande vectorielle retenue pour la MSAP a été appliqué au modèle obtenu. L'utilisation de la stratégie à I_d nul a permis de commander le couple électromagnétique par le courant I_q . Cette technique permet d'avoir un modèle semblable à celui de la machine à courant continu à excitation séparée. Dans le schéma de cette commande, les boucles de courants et celle de la vitesse sont assurées par des régulateurs classiques.

Dans le troisième chapitre, l'approche de la commande H_∞ standard a été introduite. Le problème à traiter a été mis sous forme standard. Cette formulation permet d'une part de représenter à la fois le système à contrôler et si nécessaire, les informations sur les objectifs de synthèse (sous forme des filtres de pondérations) et d'autre part, de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et les objectifs de performances par le biais de ces filtres.

La méthode de résolution utilisant la représentation d'état est basée sur la résolution de deux équations de Riccati.

La mise en œuvre de la technique H_∞ permet de prendre en compte un certain nombre de spécifications temporelles et fréquentielles. Cette méthodologie a été illustrée sur la MSAP, où le contrôleur classique PI de la vitesse a été remplacé par un contrôleur H_∞ , le but étant d'améliorer les performances et la robustesse de la commande.

À travers les résultats obtenus, on peut dire que :

- Le réglage de la vitesse de la MSAP par un régulateur PI donne de bons résultats, avec une réponse rapide de la vitesse et sans dépassement, mais un comportement relativement peu insensible aux perturbations (variation de la charge, variation de la vitesse),
- Le réglage H_∞ offre une dynamique très performante (temps de réponse rapide, erreur nulle) et une robustesse face aux perturbations (variation de la charge et inversion de la vitesse). Par ailleurs, la commande assure une bonne poursuite même en présence de perturbations de charge.

Une comparaison des performances du contrôleur PI et du contrôleur H_∞ a clairement montré l'avantage de contrôleur H_∞ dans le maintien de l'indice de performance. Ces avantages sont traduits par la robustesse du H_∞ par rapport au PI vis-à-vis des variations des paramètres de la machine et la perturbation du couple de charge. On peut affirmer dans ce travail, que la commande par H_∞ robuste appliquée à une machine synchrone à aimant permanent alimentée en tension commandée par orientation de flux est très efficace car, on obtient des meilleures performances (réponse plus rapide et une meilleure capacité de rejet de perturbation de charge par rapport au contrôleur classique PI).

Cependant, la technique H_∞ souffre d'inconvénients dont les principaux sont :

- Le choix des filtres de pondérations s'avère un problème délicat pour une personne non expérimentée, car il n'existe pas de méthodologie permettant de les déterminer analytiquement,
- L'ordre élevé des contrôleurs qu'elle fournit, pouvant poser des problèmes lors de mise en œuvre

Perspectives

Les perspectives qu'on peut envisager comme suites à notre travail se traduisent par : Les conditions de déroulement de notre mémoire nous ont obligés à limiter notre travail à une étude théorique et à des résultats de simulation. Il serait donc intéressant de tester, sur un banc expérimental, la validité des algorithmes proposés dans ce travail surtout ceux dédiés au découplage, à la commande robuste et à l'asservissement de la vitesse.

ANNEXE

Annexe

Les paramètres de la MSAP utilisé sont donnés dans le tableau suivant :

Paramètres	Description
$f = 50 \text{ Hz}$	Fréquence
$P_n = 1.5 \text{ Kw}$	Puissance nominale
$R_s = 1.4 \Omega$	Résistance statorique
$L_d = 0.0066 \text{ H}$	Inductance directe
$L_q = 0.0058 \text{ H}$	Inductance quadratique
$J = 0.00176 \text{ Kg.m}^2$	Moment d'inertie
$f = 0.0003881 \text{ N.m.s/rad}$	Coefficient de frottement
$\varphi_f = 0.1564 \text{ Wb}$	Flux des aimants
$P = 3$	Nombre de pair de pôles
$N_n = 1000 \text{ tr/min}$	Vitesse nominal

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [01] A. Lahmer, “Implantation expérimentale de la commande robuste par un contrôleur H_∞ ”, Mémoire de Magister, Université de Batna, 12 Janvier 2011.
- [02] A. Nait Seghir, “ Contribution à la commande adaptative et neuronale d’une machine synchrone à aimants permanents ”, Thèse de Doctorat d’Etat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 16 Décembre 2007.
- [03] A. Benbrahim, “Commande prédictive généralisée d’une machine synchrone à aimants permanents”, Mémoire de Magister, Université de Batna, 18 Juin 2009.
- [04] A. Kaddouri, “ Étude d’une commande non linéaire adaptative d’une machine synchrone à aimants permanents ”, Thèse de Doctorat, Université Laval, Québec, Novembre 2000.
- [05] A. Ameer, “ Commande sans capteur de vitesse par DTC d’une machine synchrone à aimants permanents dotée d’un observateur d’ordre complet à modes glissants ”, Mémoire de Magister, Université de Batna, 25 Octobre 2005.
- [06] A. Tlemçani, “ Contribution à l’application des commandes adaptatives par les systèmes flous à une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un convertisseur multicellulaire série ”, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 03 Juillet 2007
- [07] A. Zin, “ Sur la commande robuste de suspensions automobiles en vue du contrôle global de châssis ”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble L’INPG, Novembre 2005.
- [08] A. Benlatreche, “ Contribution à la commande robuste H_∞ de systèmes à grande échelle d’enroulement de bandes flexibles ”, Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 26 Janvier 2007.
- [09] A. Boumediene, “ Recherche et développement de nouvelles approches de commandes d’une machine synchrone autopilotée alimentée en tension ”, Thèse de Doctorat d’Etat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 15 Décembre 2007
- [10] A. Chibah, “ Conception d’un contrôleur d’étage de puissance par FPGA”, Mémoire de Magister, Université de Tizi Ouzou.
- [11] A. Azaiz, Y. Ramdani, A. Meroufel, “ H_∞ design of controllers ensuring the regulation of currents of the decoupled field orientation control applied to a pms motor ”, Journal of Electrical Engineering, Vol 8, N°1, 2008.
- [12] B. Nahid Mobarakeh, “ Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones a aimants : méthodes, convergence, robustesse, identification "en ligne" des paramètres”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 21 décembre 2001.
- [13] B.A. Francis, “A course in H_∞ control theory,” Lecture notes in control and information sciences, Springer-Verlag, 1987.

-
- [14] B. Hemici , “Contribution à la commande robuste des machines asynchrone et synchrones à aimant permanent”, Thèse de Docteur d’Etat, Institut national polytechnique, Alger, 2 Juillet 2007
- [15] C. Gauthier, “ Commande multivariable de la pression d’injection dans un moteur diesel common rail ”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 22 mai 2007
- [16] D. Lahouel, “Commande non linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimants permanents”, Mémoire de Magister, Université de Batna, 01 Juillet 2009.
- [17] D. Boukhers, “ Optimisation d’un système d’énergie photovoltaïque application au pompage ”, Mémoire de Magister, Université de Mentouri de Constantine, 28 Novembre 2007.
- [18] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres, “Robustesse et commande optimale”, Cépaduès, 1999.
- [19] D. Arzelier, “Représentation et analyse des systèmes linéaires”, Notes de cours, Version 5.2
- [20] D.W. Gu, P. Hr. Petkov and M. M. Konstantinov, “Robust control design with matlab”, Springer, 2005
- [21] D. Sammier, “ Sur la modélisation et la commande de suspension de véhicules automobiles ”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 09 Novembre 2001
- [22] E. Mouni, “ Contribution à l’amélioration des performances des génératrices synchrones : nouvelles structure d’excitation basée sur une machine à aimants et combinée à des lois de commande avancées ”, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 25 Novembre 2008.
- [23] F. Abdulgalil, “ Commande non linéaire dans les systèmes de forage pétrolier: contribution a la suppression du phénomène de « stick-slip » ”, Thèse de Doctorat en sciences, Université Paris XI Orsay, 28 Février 2006.
- [24] F. F. M. El-Sousy, “Hybrid H_∞ -Based Wavelet-Neural-Network Tracking Control for permanent magnet synchronous motor servo drives”, IEEE transactions on industrial electronics, vol. 57, N°. 9, September 2010.
- [25] G. Scorletti, V. Fromion, “Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H_∞ ”, Cours AU32 du Master Recherche ESCI 2A UFR de Sciences, Université de Caen/Basse Normandie, France, 2007.
- [26] G. Sallom , “Contribution à la commande robuste de la machine asynchrone à double alimentation”, Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 13 Mars 2007.
- [27] G.Duc, S. Font, “Commande H_∞ et μ -analyse”, Hermès Science Publication, 1999
- [28] G.Grellet,G.Clerc, “ Actionneur Electriques, Principes, Modèles, commande ”, Eyrolles, 1997.

-
- [29] G. Zames, "Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximations," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 26, issue N°4, 1981.
- [30] H. Amrous, "Commandes adaptatives d'une machine synchrone a aimants permanents", Mémoire de Magister, Ecole Nationale Supérieure Polytechnique, Alger, Juillet 2009.
- [31] H. Abdellaoui, " Etude expérimentale de la position rotorique d'un moteur synchrone à aimants permanents par variables électriques ", Mémoire de Magister, Université de Tizi Ouzou.
- [32] J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar & B.A. Francis, "State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 34, N°8, pp. 831-847, 1989.
- [33] K. Zhou, J.C. Doyle, "Essentials of Robust Control", Prentice-Hall, 1999.
- [34] K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover, "Robust and optimal control", Prentice Hall, 1996.
- [35] K. Khaldi, " Diagnostic et commande d'une machine synchrone à aimants permanents ", Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 01 Février 2006.
- [36] K. Benmansour, " Contributions à l'application des commandes robustes et intelligentes à une MSAP et de la théorie des systèmes dynamiques hybrides à un convertisseur ", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 02 Juillet 2006.
- [37] K. Meskine, " Commande robuste floue des systèmes non linéaires incertains ", Mémoire de Magister, Université de Sétif, 09 juin 2010.
- [38] K. Nabti, " Stratégies de commande et techniques intelligentes appliquées aux machines de type synchrone ", Thèse de Doctorat en sciences, Université de Mentouri de Constantine, 2010.
- [39] L. Palladino, " Analyse comparative de différentes lois de commande en vue du contrôle global du Châssis ", Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud XI, 04 Décembre 2006.
- [40] L. Lavigne, " Outils d'analyse et de synthèse des lois de commande robustes des systèmes dynamiques plats ", Thèse de Doctorat, Université Bordeaux I, 17 Juin 2003.
- [41] M. Rakotondrabe, " Développement et commande modulaire d'une station de microassemblage ", Thèse de Doctorat, Université Franche-Comté, 30 Novembre 2006.
- [42] M.S. Merzoug, " Etude comparative des performances d'un DTC et d'un FOC d'une Machine synchrone à aimants permanents ", Mémoire de Magister, Université de Batna, 15 Décembre 2011.
- [43] N. Choug, " Etude de la robustesse des contrôleurs flous d'une machine synchrone à aimants permanents avec pilotage vectoriel ", Mémoire de Magister, Université de Batna, 2011.
- [44] P. Pillay, R. Krishnan, " Modeling of permanent magnet motor drive," IEEE transactions on industrial electronics, Vol. 35, N°. 4, November, 1988.

-
- [45] P. Pillay, R. Krishnan, "Modeling, simulation and analysis of permanent magnet motors drives," IEEE Transaction on industry applications., Vol. 25, No. 2, pp.265-273, March/April, 1989.
- [46] R. S. Burns , "Advanced control engineering ", Roland S. Burns, 2001.
- [47] R. Boukezzoula, "Commande floue d'une classe de systèmes non linéaires: application au problème de suivi de trajectoire", Thèse de Doctorat, Université de Savoie, 31 mars 2000.
- [48] R. Errouissi, "Contribution à la commande prédictive non linéaire d'une machine synchrone à aimants permanents", Thèse de Doctorat, Université du Québec, Juin 2010.
- [49] R. Chiang, G. Balas, A. Packard, M. Safonov, "Robust Control Toolbox", the MathWorks, Copyright 2005-2006.
- [50] S. Carriere, "Synthèse croisée de régulateurs et d'observateurs pour le contrôle robuste de la machine synchrone". Thèse Doctorat, Université de Toulouse, 28 Mai 2010.
- [51] S. Morimoto, Y. Takida, T. Hirasu, "Current phase control methods for permanent magnet synchronous motors" . IEEE Transactions on Power Electronics , Vol. 5, N^o. 2, pp. 133- 139, 1990.
- [52] S.Zulkifli, M. Z. Ahmad, "H_∞ speed control for permanent magnet synchronous motor", 2011 International Conference on Electronic Devices, Systems & Applications (ICEDSA).
- [53] S.Gassab, "Modélisation d'une centrale à énergie renouvelable photovoltaïque- éolienne.", Mémoire de Magister, Université de Sétif, 15 Décembre 2011.
- [54] S. Choulak, " Modélisation et Commande D'un Procédé D'extrusion Réactive ", Thèse Doctorat, Université Claude Bernard, Lyon 1, 2004.
- [55] T. H. Liu, C. M. Young, C. H. Liu, "Microprocessor based controller design and simulation for a permanent magnet synchronous motor drive," IEEE Transaction on industry applications, Vol. 5, N^o. 4, pp.516-523 November, 1988.
- [56] T. Toudja, "Commande non linéaire robuste D'un moteur synchrone à aimant permanent", Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 09 Février 2008.
- [57] T. Wildi, G. Sybille, "Électrotechnique", 3em Edition, Institut de Recherche d'Hydro-Québec,
- [58] V. Bompert, " Optimisation non lisse pour la commande des systèmes de l'aéronautique ", Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse III, 23 Novembre 2007.
- [59] W. Guorong, X. Xiao, "Robust Speed Controller for a PMSM Drive", 2010 IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering
- [60] Y.Piguet, " Synthèse multimodèle d'un régulateur polynomial robuste ", Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1997.

- [61] Y. Lossier, “ Ajustement de lois de commande application en aéronautique”, Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 24 mars 2006.
- [62] Y. Wen, Z. Hui, T. Jun, Y. De-kun, “Design of Robust Controller for PMSM Drivers”, 2010 IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering
- [63] Y. Chang, T. Liu, D. Chen, “Design and Implementation of a Robust Controller for a Micro Permanent Magnet Synchronous Speed Control Systems”, 2007 IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering

ملخص: الهدف من هذا العمل هو تقديم تقنية جديدة ذات مراقب قوي من نوع H_∞ مطبق على ماكينة متزامنة ذات مغناط دائمة مغذاة بعكاس التيار الكهربائي متحكم بواسطة تقنية تعديل عرض النبضة. قدمنا في الجزء الأول من هذه الدراسة نمذجة الماكينة مع التغذية في الجزء الثاني خصص للتحكم في ماكينة متزامنة ذات مغناط دائمة عن طريق التحكم الشعاعي , الذي أدى بدوره إلى تبسيط شكل الماكينة وجعله مشابه إلى ماكينة ذات تغذية مستمرة. وخصص الجزء الثالث للتحكم في السرعة الذي بواسطة المراقب القوي H_∞ أثبت بدوره فعالية من خلال تتبع المرجع, خطأ معدوم في النظام الدائم , رفض الإضطرابات, عدم الحساسية للتغيرات التي تخضع لها الماكينة.

كلمات مفتاحية:

مختلط حساسية , ترجيح الوظائف H_∞ مراقب قوي , تقنية تعديل عرض النبضة, ماكينة متزامنة ذات مغناط دائمة

Résumé –L'objectif de ce travail est de présenter une technique récente de la commande robuste basée sur la synthèse H_∞ de la machine synchrone à aimant permanent, alimentée par un onduleur de tension et commander par la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI. La première partie de cette étude, concerne la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents associée à un convertisseur statique. La deuxième partie, a été consacrée à la commande vectorielle de la MSAP, cette commande a permet de simplifier considérablement le modèle, il devient simple et similaire à celui d'un moteur à courant continu. La troisième partie, à été consacrée au réglage de la vitesse de la MSAP à l'aide de régulateur robuste H_∞ . Ce dernier a montré leur efficacité de point de vue : poursuite de la consigne, erreur statique nulle en régime permanent, rejette la perturbation, l'insensibilité aux variations paramétriques de la machine.

Mots Clés : MSAP, MLI, commande robuste, synthèse H_∞ , sensibilité mixte, fonction de pondération.

Abstract-The objective of this work is to present a new technique for robust control based on H_∞ synthesis of the permanent magnet synchronous machine fed by a voltage inverter and control by the technique of Pulse Width Modulation PWM. The first part of this study concerns the modeling of permanent magnet synchronous machine combined with a static converter. The second part was devoted to the vector control of PMSM, this command can greatly simplify the model, it becomes simple and similar to that of a DC motor. The third part was devoted to the speed control of PMSM with H_∞ robust controller. The latter has proven effective in perspective: continuing the set, zero static error in steady state, rejects the disturbance, insensitivity to parameter variations of the machine.

Key words: PMSM, PWM, robust control, H_∞ synthesis, mixed sensitivity, weighting functions,
