

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
& DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE HASSIBA BENBOUALI DE CHLEF

FACULTE DES SCIENCES EXACTES
ET INFORMATIQUE



Polycopié de cours

ELECTRONIQUE GENERALE

Elaboré par :

Mme. BENICHOU née BOUCHENAFHA Halima

Maître de conférences Classe A

Au département de physique

Année Universitaire 2022-2023

Préface

L'acquisition d'une bonne base théorique dans une discipline aussi spécialisée que l'électronique est une étape nécessaire pour la conception et le développement ultérieurs de systèmes électroniques complexes. Parce que l'électronique est également une branche de l'ingénierie, une grande partie des concepts théoriques ont une application pratique directe, ce qui facilite grandement la compréhension des concepts par l'étudiant en électronique si les cours théoriques sont enseignés avec un exemple pratique associé.

Le polycopié de cours que je présente, conforme aux programmes LMD du module « Electronique générale », est destiné essentiellement aux étudiants de deuxième année Licence physique (L2, S4) dans le domaine des sciences de la matière (SM).

L'objectif de ce cours est de donner aux étudiants les fondements de l'électronique qui représentent l'ensemble des connaissances visant à fournir une base solide pour analyser et comprendre le fonctionnement général des circuits électroniques les plus courants.

Ce polycopié de cours est structuré en 7 chapitres. Il traite en trois premiers chapitres les notions fondamentales des circuits électriques, des généralités sur les applications des lois d'Ohm et de Kirchhoff, et les méthodes d'analyse des réseaux en régime continu, circuits électriques en régime variable et sinusoïdal, respectivement. L'étude des circuits RLC en régime forcé et libre est donnée par le chapitre quatre. Les chapitres cinq et six regroupent les notions de base sur les quadripôles (les matrices d'un quadripôle, les associations de quadripôle, les grandeurs caractérisant le comportement d'un quadripôle dans un montage à savoir l'impédance d'entrée et de sortie, le gain en courant et en tension), suivi par les quadripôles particuliers passifs (Filtres, transformateurs,...). Le dernier chapitre présente les principaux concepts des semi-conducteurs et de la jonction PN.

Par ce présent travail, on vise à donner aux étudiants un support, afin qu'ils puissent comprendre l'électronique générale. Cette contribution peut paraître maigre, mais on compte sur les lecteurs afin qu'ils nous aident à l'améliorer, avec leurs critiques, s'il y en a.

TABLE DES MATIERES**Chapitre I : Réseaux électriques en régime continu**

I-1.	Concepts de base	1
I-2.	Définitions topologiques	3
I-3.	Association de dipôles	4
I-4.	Conventions de signe	5
I-5.	Générateurs de tension et de courant	5
I-6.	Méthodes d'analyse des réseaux linéaires	9
I-7.	Théorèmes fondamentaux	12

Chapitre II : Réseaux électriques en régime variable

II-1.	Généralités.....	24
II-2.	Les signaux électriques.....	26
II-3.	Transformées de Laplace et fonction de réseaux.....	28
II-4.	Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension.....	37

Chapitre III : Réseaux électriques en régime sinusoïdal

III-1.	Définitions.....	41
III-2.	Représentation des grandeurs sinusoïdales.....	43
III-3.	Impédance et admittance complexes.....	48
III-4.	Dipôle passif soumis à un régime sinusoïdal.....	49

Chapitre IV : Etude des circuits RLC

IV-1.	Etude des circuits résonnants série et parallèle, régime forcé	55
IV-2.	Etude des circuits RLC en régime libre.....	64

Chapitre V : Les quadripôles

V-1.	Définition.....	74
V-2.	Classification des quadripôles.....	74
V-3.	Courant et tension dans un quadripôle.....	76
V-4.	Les paramètres du quadripôle.....	77
V-5.	Représentation des quadripôles en schéma équivalent.....	81
V-6.	Association de quadripôle.....	82
V-7.	Quadripôles en T et en π	86
V-8.	Grandeurs fondamentales des quadripôles.....	87
V-9.	Adaptation d'impédance.....	89
V-10.	Fonction de transfert d'un quadripôle.....	90

Chapitre VI : Quadripôles particuliers passifs

VI-1.	Les filtres.....	92
VI-2.	Transformateur.....	102
VI-3.	Circuits couplés.....	105

Chapitre VII : Diodes à semi-conducteur

VII-1.	Notions élémentaires de la physique des semi-conducteurs.....	109
VII-2.	La diode à jonction.....	115
VII-3.	Circuits d'utilisation (circuits à diode)	120

Bibliographies.....	134
----------------------------	------------

Chapitre I : Réseaux électriques en régime continu

I-1. Concepts de base

a. Electronique : c'est l'étude de la manipulation des signaux électriques ou électroniques. On peut distinguer deux domaines importants en électronique :

- Etude physique des matériaux,
- Utilisation des dispositifs électroniques dans les applications aux circuits.

b. Système d'unité utilisée est le MKSA : Mètre, Kg, Second, Ampère. On utilise des abréviations pour exprimer les grandeurs :

10^{-3}	Milli	$I = 10^{-3}A = 1mA$
10^{-6}	Micro	$I = 10^{-6}A = 1\mu A$
10^{-9}	Nano	n
10^{-12}	Pico	p
10^{-15}	Femto	f
10^3	Kilo	$V = 2 \cdot 10^3V = 2 KV$
10^6	Méga	$V = 2 \cdot 10^6V = 2 MV$
10^9	Giga	G
10^{12}	Téra	T

c. Notations en électronique : Il est important de préciser les notations utilisées pour éviter les confusions dans la désignation de différentes grandeurs (tensions et courant,...)

- **Les grandeurs continues :** constantes ne dépend pas du temps. On utilise des lettres majuscules : I, V, P .
- **Les valeurs instantanées :** grandeurs qui varient en fonction du temps. On utilise des lettres minuscules : i, v, p .

Exemple : signale sinusoïdale : $i = I_M \sin(\omega t + \varphi)$.

- **Les valeurs efficaces** : grandeurs utilisées en régime sinusoïdal et représentées par : I_{eff}, V_{eff}, \dots
- **Les valeurs maximales** : sont indiquées par des lettres majuscules avec indice $M : V_M, I_M, \dots$
- **Les valeurs complexes** : représentées par une lettre minuscule avec un trait : $\bar{v}, \underline{v}, \bar{i}, \underline{i}$.

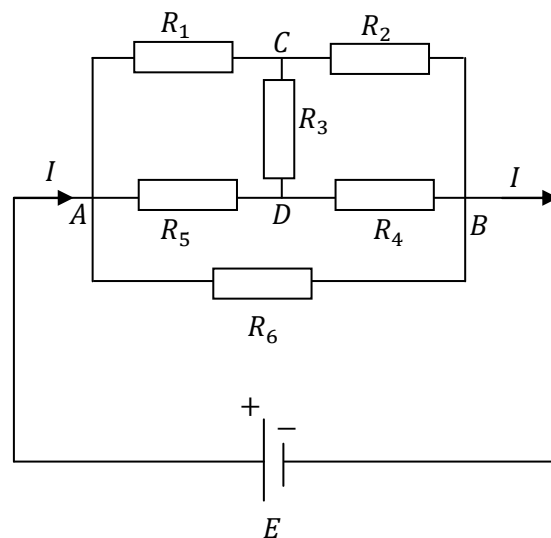
d. Notations de circuits électroniques

- Un circuit électronique doit être fermé pour permettre le passage de courant.
- Le circuit électronique est constituée par :
 - **Les composants passifs** : la résistance, capacité et l'inductance.
 - **Les composants actifs** : transistors, amplificateur, ...
 - **Les sources** : appareils qui peuvent fournir soit un courant où une tension.
- Circuit linéaire (où non linéaire) est constitué par des composants linéaires (où non linéaires).
- Un circuit linéaire est un circuit tel que la différence de potentiel à ses bornes et le courant le traversant sont reliés par une relation linéaire de type $V = k.I$. Un circuit non linéaire ne vérifie pas cette relation.
- Les composants linéaires sont : la résistance, les condensateurs et l'inductance, et les composants non linéaires sont les diodes, et les transistors.

I-2. Définitions topologiques

- a. **Dipôle** : C'est un élément électronique qui comporte deux bornes. A tout moment, le courant entrant doit être égal au courant sortant.
- b. **Réseau** : C'est un ensemble de dipôles reliés entre eux par des fils conducteurs supposés parfaits.
- c. **Branche** : Dans un réseau, une branche est constituée par un ensemble de dipôles qui sont reliés entre eux et entre lesquels n'existe aucune dérivation.
- d. **Nœud** : est l'extrémité d'une branche et se sera le point où sera relié au moins trois éléments.
- e. **Maille** : c'est un ensemble de branches qui forment un réseau fermé.
- f. **Dipôle actif** : est un dipôle qui contient au moins un générateur ou récepteur.
- g. **Dipôle passif** : est un dipôle qui ne comporte aucun générateur ou récepteur.

Exemple



Les points A, B, C, D du réseau sont des nœuds, les portions de circuit telles que AC, AD, CB sont des branches et les circuits électriques fermés $(ACDA), (CBDC)$ sont des mailles du réseau électrique.

I-3. Association de dipôles

On distingue deux types d'associations de dipôles. Les dipôles peuvent être connectés en série, ils sont alors tous traversés par la même intensité. Ils peuvent être connectés en parallèle, ils sont alors tous soumis à la même tension.

- **Association en série**

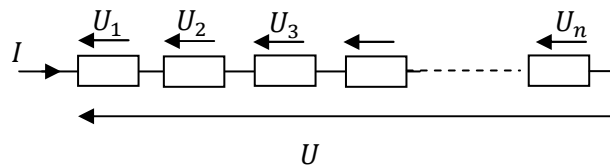


Figure I-1. Association en série des dipôles

Chaque dipôle est traversé par la même intensité aux bornes du dipôle équivalent est égale à la somme des tensions partielles :

$$U(t) = \sum_{k=1}^n U_k \quad (\text{I-1})$$

- **Association en parallèle**

Les dipôles sont soumises à la même tension. Le courant total qui traverse l'ensemble des dipôles est égal à la somme des courants individuels.

$$I(t) = \sum_{k=1}^n I_k \quad (\text{I-2})$$

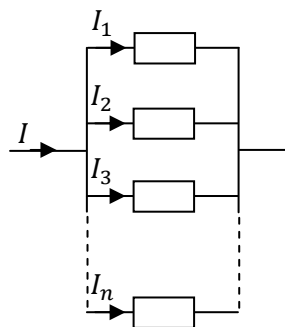


Figure I-2. Association en parallèle des dipôles

I-4. Conventions de signe

Les conventions de signe admises pour représenter la tension aux bornes d'un dipôle et le courant y circulant font la différence entre un générateur et un récepteur.

- **Convention générateur**

Un dipôle générateur lorsqu'il fournit de l'énergie au circuit sur lequel est connecté.

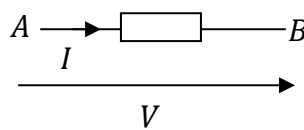


Figure I-3. Dipôle générateur

- **Convention récepteur**

Un dipôle est un récepteur quand il consomme de l'énergie (fourni par le circuit sur lequel il est connecté). Dans ce cas, le courant et la tension sont orientés en sens inverse.

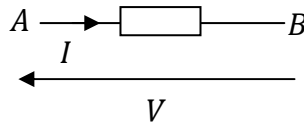


Figure I-4. Dipôle récepteur

I-5. Générateurs de tension et de courant

Un générateur électrique est un dispositif permettant de produire de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie. Par opposition, un appareil qui consomme de l'énergie électrique s'appelle un récepteur électrique. Dans ce cas, le courant et la tension sont orientés en sens inverse.

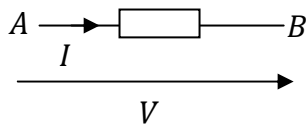


Figure I-5a. Dipôle générateur

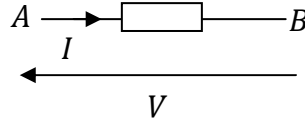


Figure I-5b. Dipôle récepteur

a. Générateur de tension idéal

Un générateur (source) de tension continue supposé idéal est un générateur qui fournit entre ses bornes, une différence de potentiel constante quelle que soit l'intensité du courant qui le traverse, où en d'autre terme quelle que soit la charge à ses bornes, à condition que cette charge ne soit pas nulle.

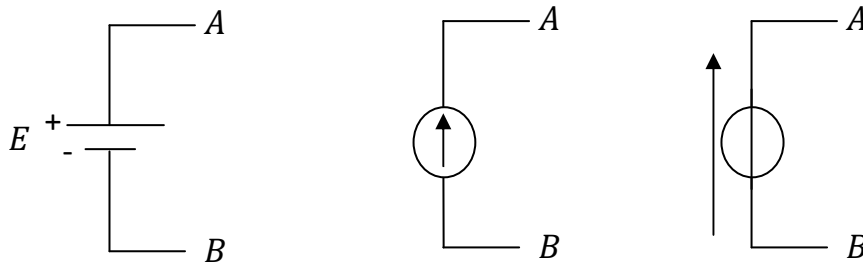


Figure I-6. Différents symboles pour une source de tension

b. Générateur de tension réel

Dans la réalité, un générateur de tension n'est jamais parfait. La tension qu'il délivre diminue plus ou moins selon l'intensité du courant qu'on lui soutire. Dans ce cas, on considère qu'un modèle plus proche de la réalité consiste à associer une résistance en série avec un générateur de tension parfait.

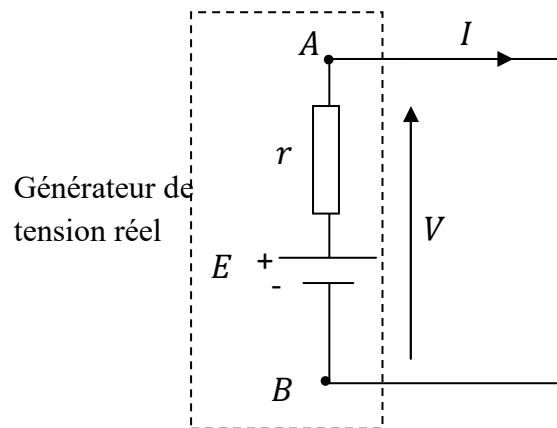


Figure I-7. Générateur de tension réel

- Si I est le courant qui circule dans le circuit, on a : $V_A - V_B = E - rI$.
- Par convention le courant circule de + vers - à l'extérieur de la source et de - vers + à l'intérieur de la source.
- E : force électromotrice dirigée du + vers - pour le générateur et r : la résistance interne.
- Une source de tension peut fonctionner en générateur comme elle fonctionne en récepteur.

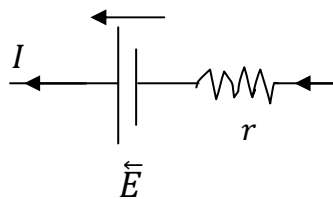


Figure I-8a. Générateur réel

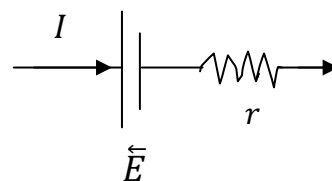


Figure I-8b. Récepteur réel

c. Générateur de courant idéal

Un générateur (source) de courant continu supposé idéal est un générateur fixant l'intensité du courant électrique I_g qui le traverse quelle que soit la différence de potentiel U à ses bornes, autrement dit quelle que soit la charge à ses bornes, à condition que cette charge ne soit pas infinie.

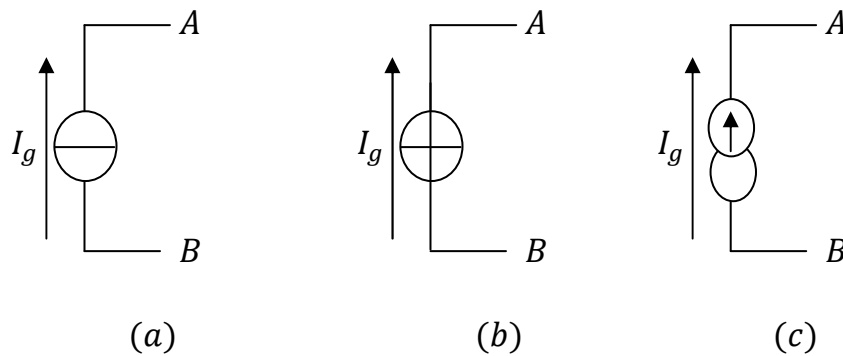
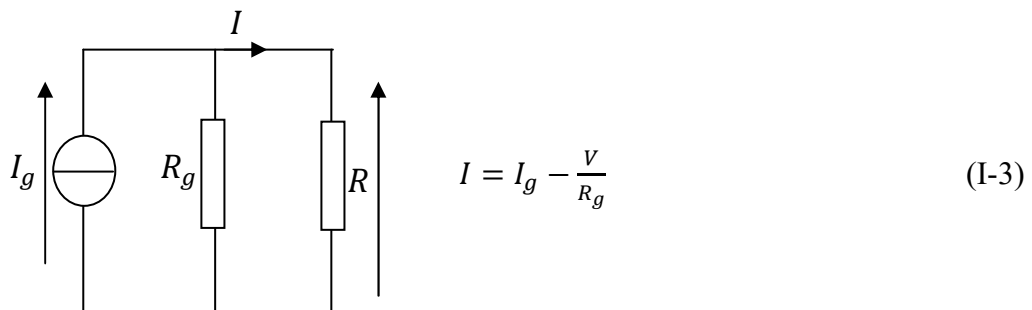


Figure I-9. Différents symboles pour une source de courant

d. Générateur de courant réel

Un générateur de courant réel présente toujours une résistance de fuite de courant. Cette résistance R_g est montée en parallèle avec le générateur idéal. Le courant total I qui traverse le dipôle est égal à la somme algébrique du courant dans la résistance interne R_g et du courant I_g fourni par le générateur.



I-6. Méthodes d'analyse des réseaux linéaires

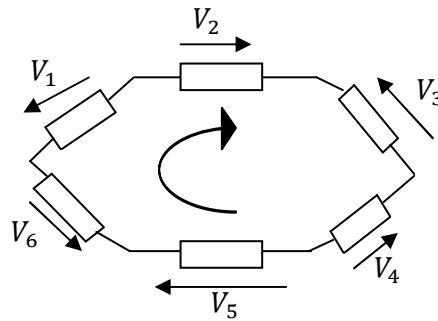
I-6-1. Les lois de Kirchhoff

❖ La loi des mailles

La somme algébrique des chutes de tensions instantanées le long d'un circuit fermé est nulle.

On choisit un sens de parcours dans la maille :

$$\sum V = 0 \quad (\text{I-4})$$



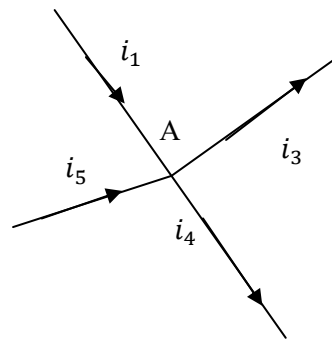
$$-V_1 + V_2 - V_3 - V_4 + V_5 - V_5 = 0$$

Remarque : En général, on prend comme référence le sens de parcours du courant.

❖ Loi des nœuds

En tout nœud d'un circuit, et à tout instant, la somme algébrique des courants est nulle :

$$\sum_k i_k = 0 \quad (\text{I-5})$$

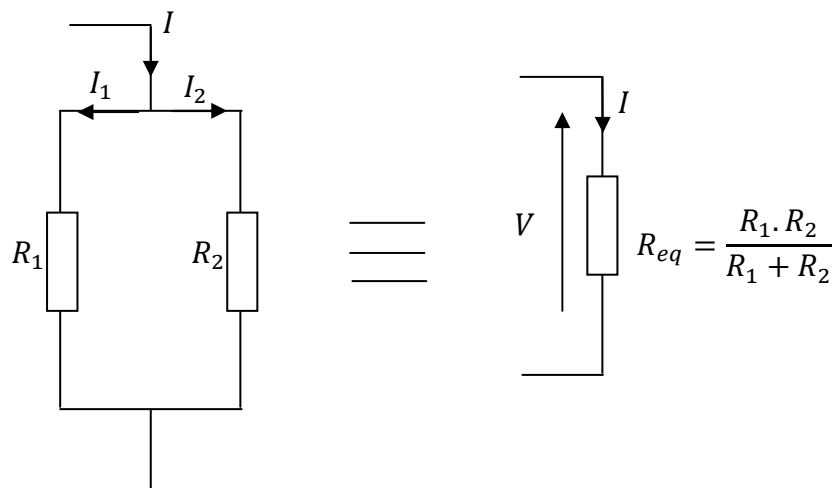


$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

I-6-2. Les pouds diviseurs

❖ Diviseur de courant

Un diviseur de courant est un montage très simple d'électronique. Il permet d'obtenir un courant d'une valeur proportionnelle à un autre courant. Lorsque l'on a deux impédances en parallèle, qui sont donc soumises à la même tension, il est possible de calculer le courant qui parcourt une des deux impédances.



$$I = I_1 + I_2$$

$$V = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = R_{eq} \cdot I = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

On déduit :

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (\text{I-6a})$$

et

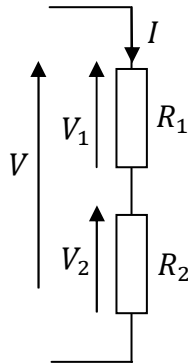
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (\text{I-6b})$$

Remarque

Le diviseur de courant n'est appliqué que sur des composants passifs (résistance, inductance et condensateur).

❖ Diviseur de tension

On aura un montage série :



$$V = (R_1 + R_2) \cdot I \Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V$$

Alors

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot V \quad (\text{I-7a})$$

et

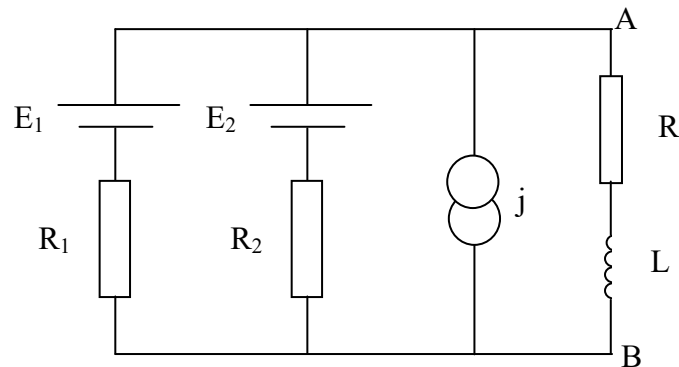
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot V \quad (\text{I-7b})$$

1-7. Théorèmes fondamentaux

1-7-1. Théorème de superposition

➤ Enoncé

Dans un circuit linéaire aussi complexe soit –il et comprenant plusieurs générateurs, le courant où la tension créée dans une branche est égale à la somme algébrique des courants où tensions qui seraient fournis par chacune des sources mais les impédances des autres sources restent toujours en circuit.



Remarques

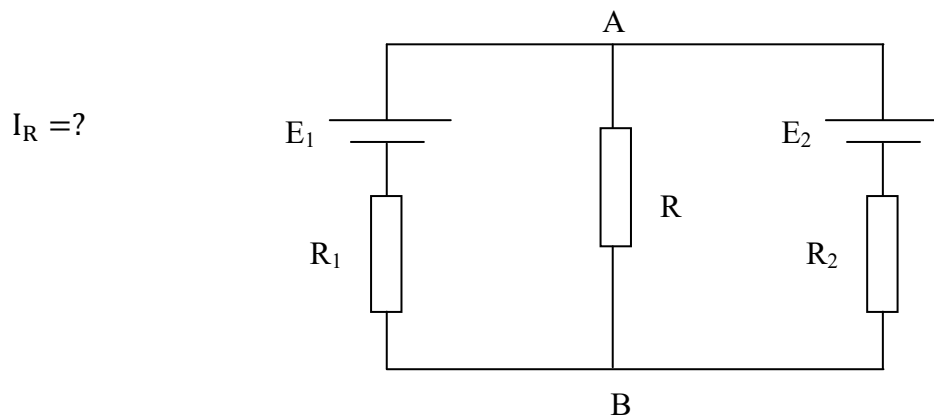
- Les circuits sur lesquels ce théorème trouve son application sont ceux qui contiennent :
 - plus d'une source d'énergie,
 - présence de source de tension et (où) de courant,
 - Une structure de circuit relativement simple.

- Ce théorème s'applique même si les fréquences des sources de courant ou de tension sont différents.

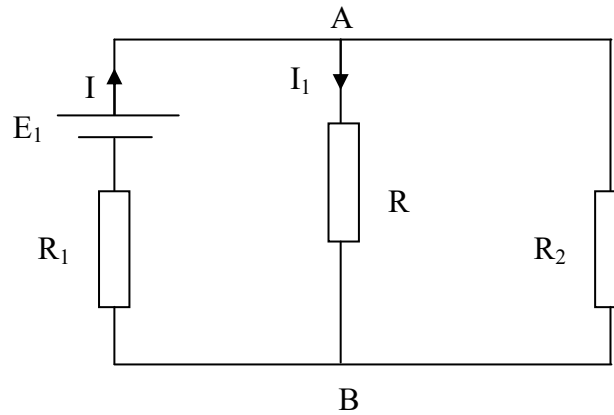
➤ **Etapes à suivre pour appliquer ce théorème:**

- Choisir la source d'énergie (soit tension soit courant).
- Retirer (enlever) toutes les autres sources présentes selon la règle :
 - Court-circuiter les sources de tension (cc).
 - Ouvrir les sources de courant (co).
- Garder dans le circuit les impédances internes des autres sources enlevées.
- Déterminer le courant ou la tension dans la branche demandée en précisant les sens pour les courants et la polarité pour les tensions.
- Refaire la procédure de (a) à (d) pour chaque source.
- Ajouter algébriquement les résultats partiels.

Exemple



a) Je choisis E_1 et j'annule E_2

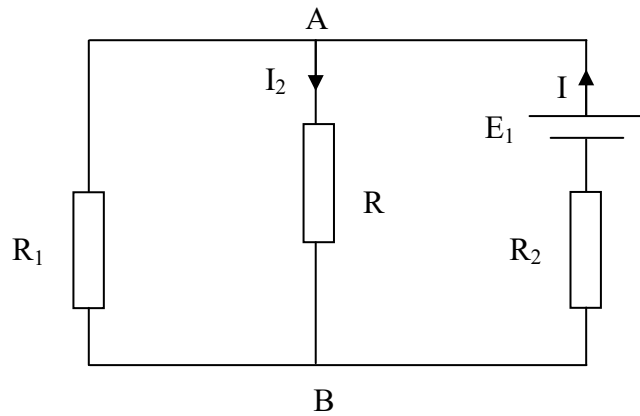


$$\text{Où } I = \frac{E_1(R+R_2)}{R_1.R+R_1.R_2+R.R_2} \quad (\text{I-8a})$$

On applique le diviseur de courant :

$$I_{1A \rightarrow B} = \frac{I.R_2}{R+R_2} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{E_1.R_2}{R_1.R+R_1.R_2+R_2.R} \quad A \rightarrow B \quad (\text{I-8b})$$

b) Je choisis E_2 et j'annule E_1



$$I_2 = \frac{E_2.R_1}{R_2.R+R_1.R_2+R_1.R} \quad (\text{I-8c})$$

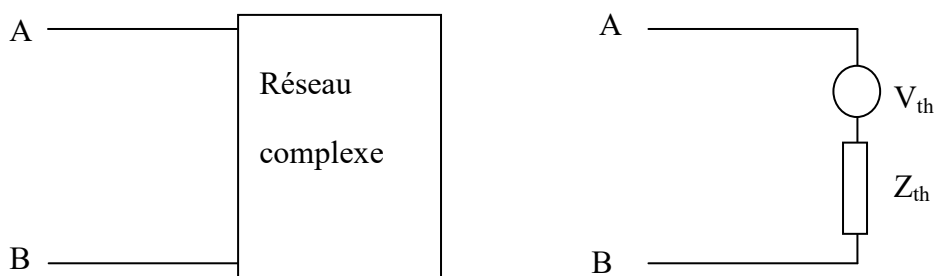
$$I_R = I_{1A \rightarrow B} + I_{2A \rightarrow B} = \frac{E_1.R_2+E_2.R_1}{R_2.R+R_1.R_2+R_1.R} \quad A \rightarrow B \quad (\text{I-9})$$

1-7-2. Théorèmes de Thevenin et Norton

a. Théorèmes de Thevenin

➤ But

L'application du théorème de Thevenin est la réduction d'un réseau complexe en un réseau équivalent simple comportant une source de tension en série avec une impédance unique.



➤ Enoncé

Tout réseau linéaire actif présentant deux bornes de sortie A et B peut être remplacé par une source de tension V_{th} en série avec une impédance unique Z_{th} .

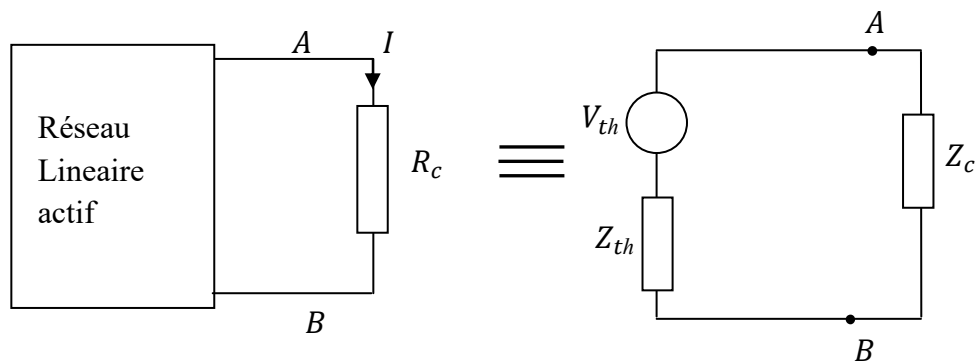


Figure I-10. Circuit équivalent de Thevenin

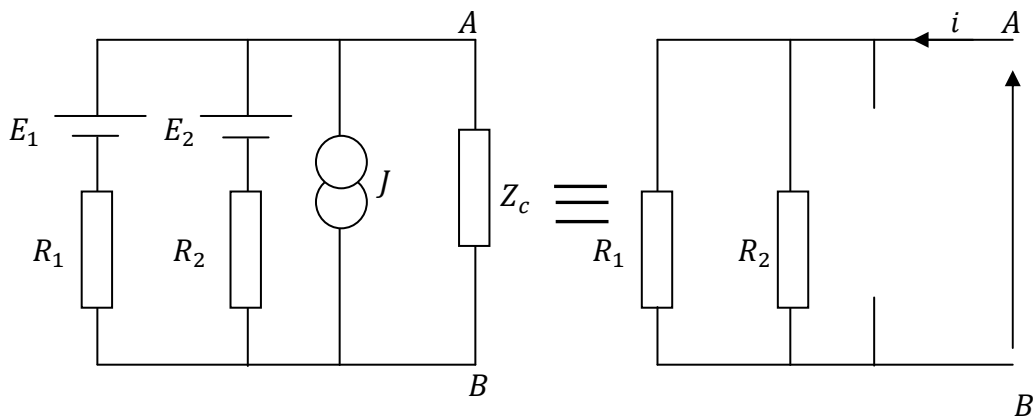
➤ **Etapes à suivre pour appliquer le théorème de Thevenin**

a) **Calcul de la tension de Thevenin**

V_{th} est la tension équivalente entre les points A et B quand le circuit est non chargé $\begin{cases} Z_c \rightarrow \infty \\ R_c \rightarrow \infty \end{cases}$ circuit ouvert (co) Où alors la branche AB est enlevée et on calcule la tension qui apparait entre les bornes A et B . Cette tension constitue la f.e.m du générateur de Thevenin.

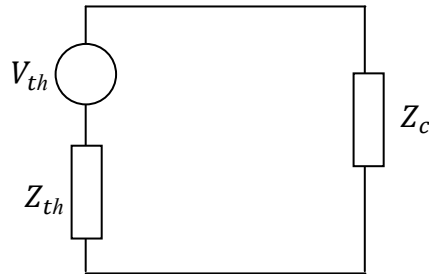
b) **Calcul de l'impédance de Thevenin**

Z_{th} est l'impédance équivalente de circuit linéaire actif vue entre les points A et B après court-circuiter toutes les sources de tension et ouvert toutes les sources de courants. Il est indispensable de prendre en considération les impédances internes des sources dans le calcul de Z_{th} sachant que la branche AB est enlevée.



$$Z_{th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (I-10)$$

- c) Faire le schéma équivalent de Thevenin entre A et B et en place V_{th} et Z_{th} en série.



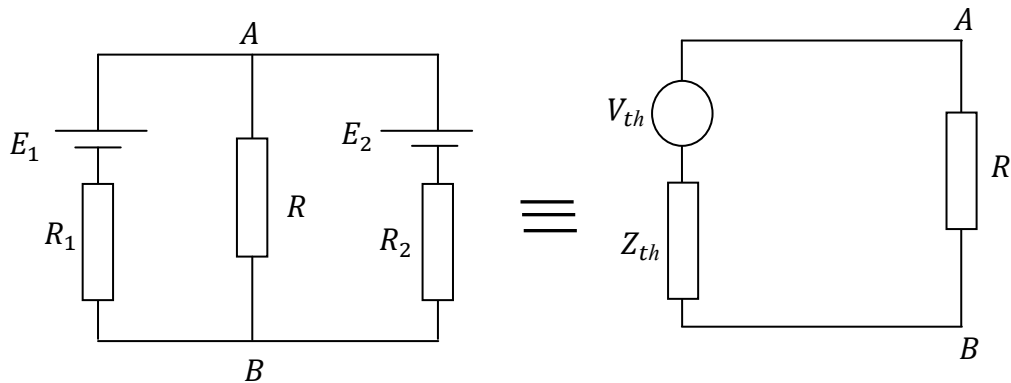
- d) On calcule le courant et la tension dans la charge Z_c

$$I = \frac{V_{th}}{Z_{th} + Z_c} \quad (I-11)$$

Remarque

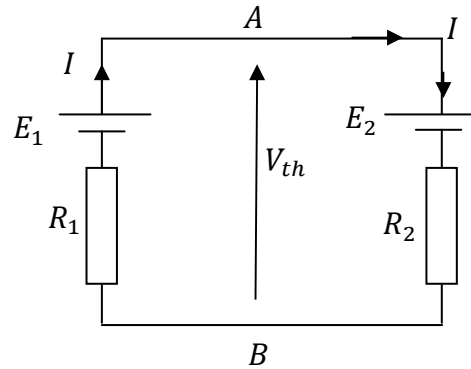
La polarité de la tension de Thevenin doit être toujours dans le même sens du courant dans l'impédance Z_c connectée au circuit actif initial.

➤ Application du théorème de Thevenin



- a) Calcul de V_{th} : poser $R = \infty$ (circuit ouvert)

$$V_{th} = V_{AB} (R \rightarrow \infty)$$

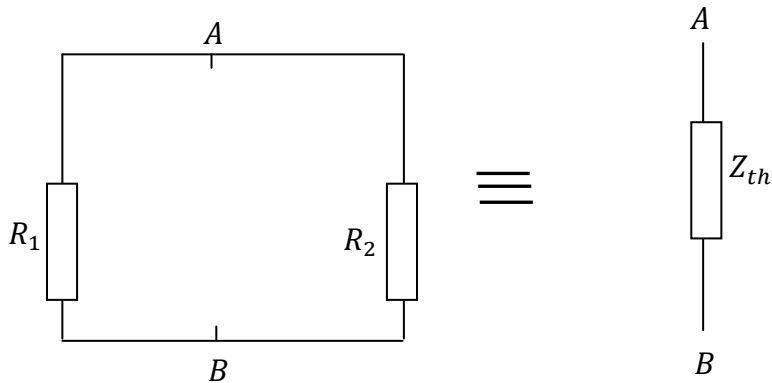


$$V_{th} = E_1 - R_1 \cdot I = E_2 + R_2 \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

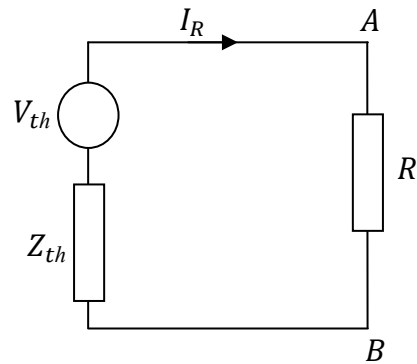
$$\Rightarrow V_{th} = E_1 - R_1 \cdot \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow V_{th} = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{I-12})$$

b) Calcul de Z_{th}



$$Z_{th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{I-13})$$



$$V_{th} - R \cdot I_R - Z_{th} \cdot I_R = 0 \quad \Rightarrow \quad I_R = \frac{V_{th}}{R + Z_{th}}$$

$$\Rightarrow \quad I_R = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R \cdot R_1 + R \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2} \quad (\text{I-14})$$

b. Théorème de Norton

➤ Enoncé

Tous réseau linéaire actif présentant deux connections de sortie A et B peut être remplacé par une source de courant unique notée I_N branché en parallèle avec une impédance unique Z_N .

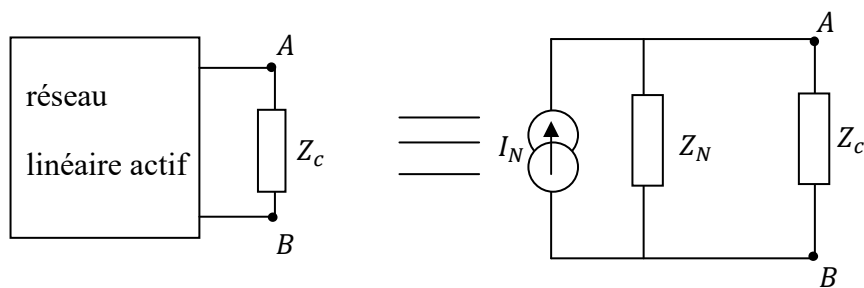


Figure I-11. Réseau équivalent de Norton

➤ **Etapes à suivre pour appliquer le théorème de Norton**

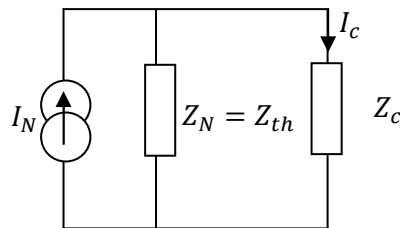
a) **Calcul de I_N** : Le courant I_N est le courant mesuré en court circuitant entre les points A et B c'est-à-dire $Z_c = 0$ et $V_{AB} = 0$, le courant I_N sera le courant qui passera de A vers B .

b) **Calcul de Z_N**

Le calcul de Z_N est identique que celui de Z_{th}

$$Z_N = Z_{th} \quad (\text{I-15})$$

c) **Faire le schéma équivalent de Norton**



d) **Calcul de courant I_c**

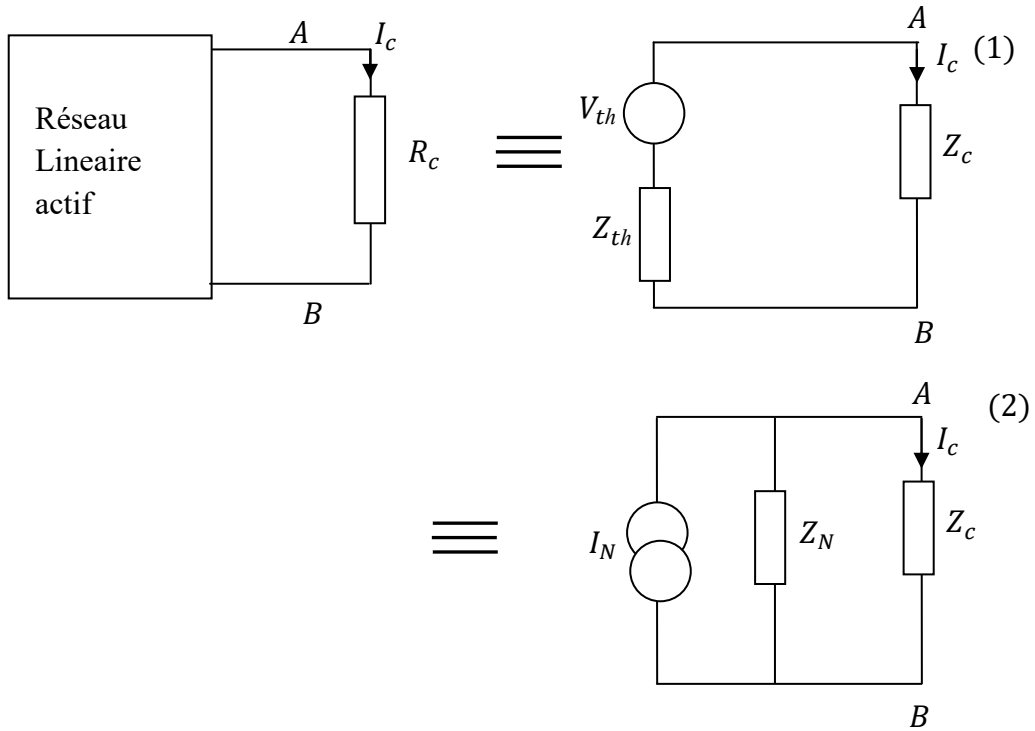
Appliquant le diviseur de courant :
$$I_c = \frac{I_N \cdot Z_N}{Z_N + Z_c} \quad (\text{I-16})$$

Remarque

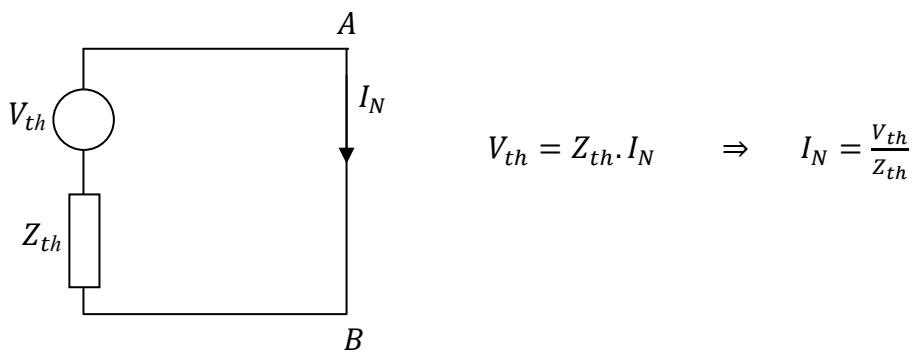
- Pour appliquer les théorèmes de Thevenin et Norton, il faut que les générateurs de réseaux linéaires actifs ont la même fréquence (où pulsation), s'il n'en est pas ainsi (générateurs de pulsations différentes), dans ce cas la, on se ramènera au théorème de superposition.

c. L'équivalence entre Thevenin et Norton

Théorème de Norton est une conséquence du théorème de Thevenin

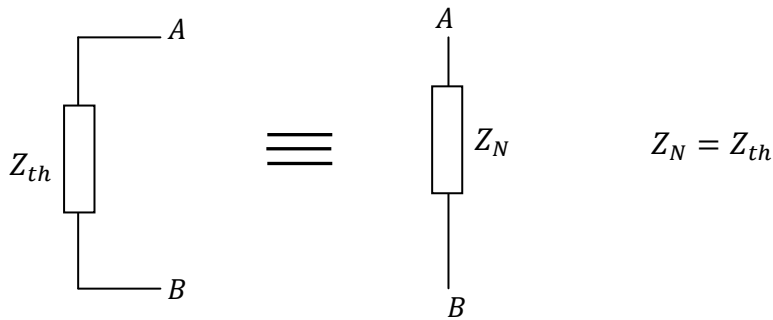


Calcul de $I_N : Z_c = 0$



$Z_N = ?$

$Z_c = \infty$

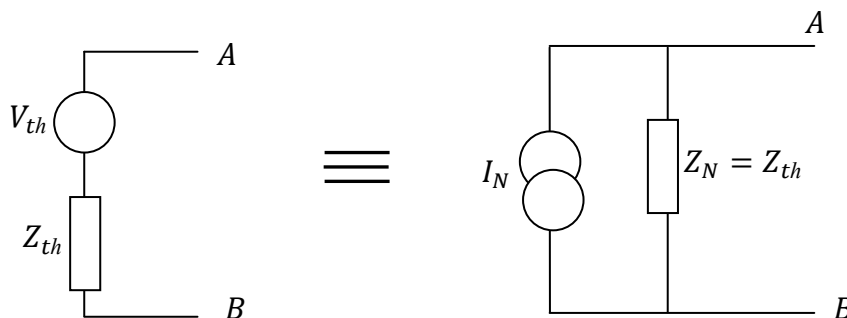


$I_c = ?$

$$I_c = \frac{I_N \cdot Z_N}{Z_N + Z_c} = \frac{V_{th} \cdot Z_N}{Z_{th} \cdot (Z_N + Z_c)} \Rightarrow I_c = \frac{V_{th}}{Z_N + Z_c} = \frac{I_N \cdot Z_N}{Z_N + Z_c} \quad (\text{I-17})$$

(1) (2)

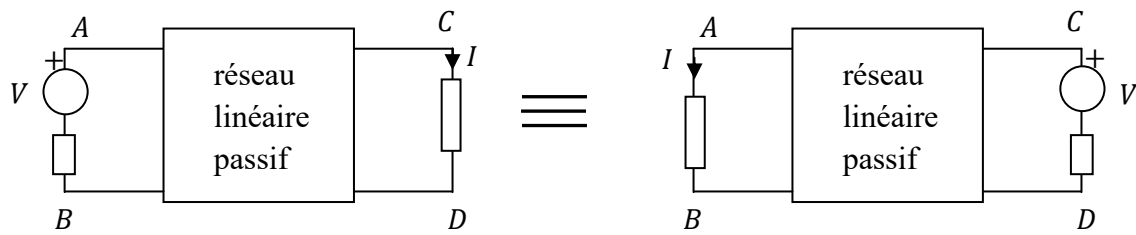
Conclusion : Schéma de Thevenin est dual avec le schéma de Norton



1-7-3. Théorème de Réciprocité

➤ **Enoncé**

Si dans un circuit une source de tension V est placée dans une branche AB du réseau, et l'on résulte un courant I dans la branche CD , et si la même source est placée dans la branche CD le même courant I passera dans la branche AB , on dit que le réseau est réciproque.



Le théorème de réciprocité peut également être appliqué à une source de courant. La tension entre les bornes C et D du réseau, due à la présence de la source du courant entre A et B , est la même dans AB lorsque la source de courant est placée entre C et D .

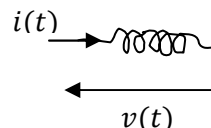
Chapitre II : Réseaux électriques en régime variable

II-1. Généralités

- ❖ Le régime variable est celui dans lequel on étudie la réponse des systèmes électriques en fonction de la variable t du temps. Plus précisément, c'est l'étude du comportement d'un circuit électrique lorsque le courant et/ou la tension sont des fonctions du temps, où encore plus particulièrement l'étude des phénomènes transitoires où régime transitoire.
- ❖ En régime variable, la définition de la notion du dipôle linéaire est plus large qu'en régime continu : ce sont des dipôles offrant des relations différentielles linéaires entre la tension à leurs bornes $v(t)$ et leur courant qui les traverse $i(t)$. On retrouve donc les dipôles linéaires que nous avons déjà en régime continu, mais on trouve en plus deux nouveaux composants :

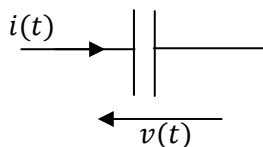
- Les inductances qui, en convention récepteur, imposent la relation :

$$v(t) = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (\text{II-1})$$

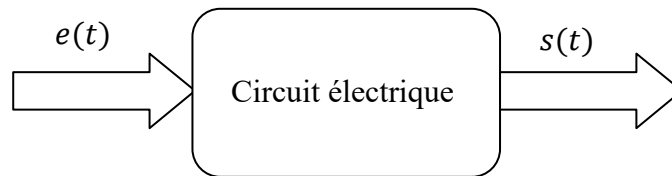


- Les condensateurs qui, en convention récepteur, imposent la relation :

$$i(t) = C \cdot \frac{dv}{dt} \quad (\text{II-2})$$



- ❖ Un système est dit linéaire si l'équation liant la sortie à l'entrée est une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Un outil mathématique est particulièrement adapté à l'étude de ces systèmes : la transformée de Laplace.



La forme générale de ces équations différentielles est :

$$\alpha_0 s(t) + \alpha_1 \frac{ds(t)}{dt} + \dots + \alpha_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = \beta_0 e(t) + \beta_1 \frac{de(t)}{dt} + \dots + \beta_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} \quad (\text{II-3})$$

- ❖ Ces systèmes linéaires sont :

- Homogènes : $s(k, e) = k \cdot s(e)$
- Additifs : $s(e_1, e_2) = s(e_1) + s(e_2)$
- On appelle l'ordre n de l'équation ci-dessus, l'ordre du système linéaire.
(Dans la pratique, seuls les systèmes pour lesquels $m \geq n$ se rencontrent.)

- ❖ En régime variable, on appellera circuit linéaire un circuit comportant des dipôles linéaires (résistance, source de tension, source de courant, inductances et/ou condensateurs). Dans ces circuits, les tensions et les courants seront donc liés par des équations différentielles linéaires avec second membre.

Soit le circuit RC suivant :

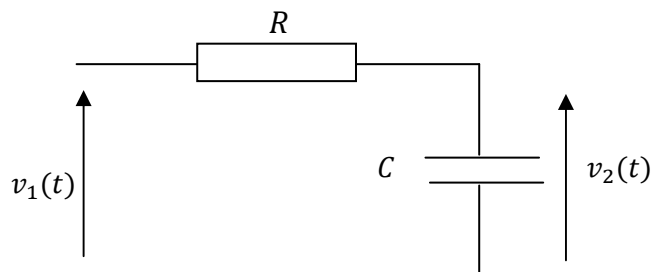


Figure II-1. Circuit RC

- Les équations électriques sont :

$$v_1(t) = R \cdot i(t) + v_2(t) \quad (\text{II-4})$$

$$v_2(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \implies i(t) = C \frac{dv_2(t)}{dt} \quad (\text{II-5})$$

- D'après la loi des mailles, nous pouvons obtenir une équation différentielle d'ordre 1 reliant la sortie v_2 et l'entrée v_1 :

$$v_1(t) = RC \frac{dv_2(t)}{dt} + v_2(t) \quad (\text{II-6})$$

II-2. Les signaux électriques

II-2-1. Définition

Un signal est défini comme une fonction de plusieurs variables notés (x, y, \dots, t, u) dont l'expression analytique n'est pas forcément simple.

On distingue et classe les signaux, selon qu'ils soient aléatoires, déterministes où encore à temps continu.

- Un signal est dit aléatoire si le hasard intervient.
Exemple : le signal électrique qui fait sonner votre téléphone.
- Un signal est dit déterministe si le hasard n'intervient pas.
Exemple : le réveil (l'heure est fixée).
- Un signal est dit à temps continu s'il est déterministe, ne dépend que d'une seule variable : le temps t .
Exemple : un signal que l'on trouve sur une piste de circuit électronique.

II-2-2. Nature des signaux de source

Suivant le comportement temporel du signal de la source $v(t)$ pour une source tension et $i(t)$ pour une source de courant, on distingue plusieurs sortes de signaux :

- a. **Signaux continus** : sont indépendants du temps. Exemple : piles, batteries.
 b. **Signaux périodiques** : signal sinusoïdale, signal carré et Impulsion.

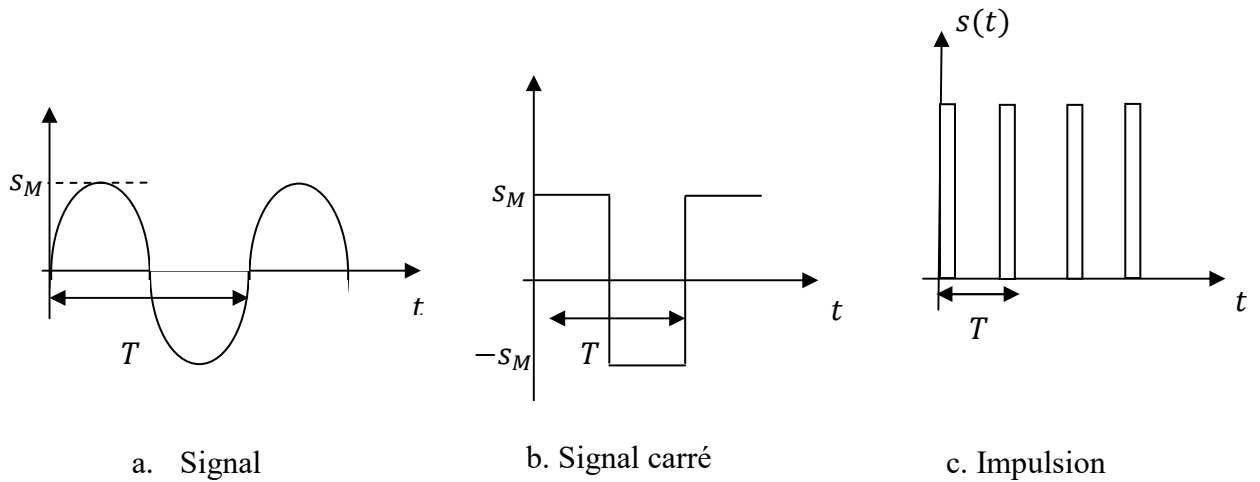


Figure II-2. Signaux périodiques

- c. **Signal non périodique** : de forme quelconque, non périodique le plus souvent, on rencontre : l'impulsion ionique et signal logique.

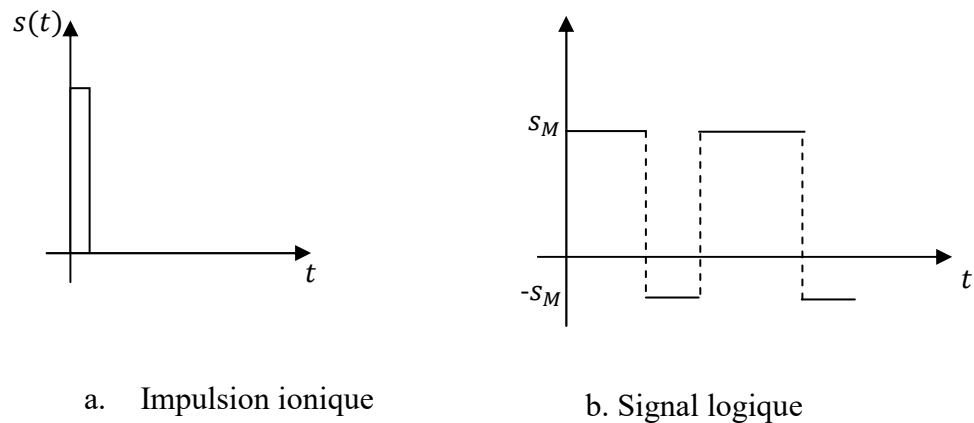


Figure II-3. Signaux non périodiques

II-3. Transformées de Laplace et fonction de réseaux

II-3-1. But de la transformée de Laplace

Pour un régime sinusoïdal où variable de tension et courant, on a associé des nombres complexes. On effectue une certaine transformation qui substitue les équations algébriques aux équations différentielles.

II-3-2. Définitions

La transformation de Laplace est une méthode qui correspond à n'importe quelle fonction du temps une autre fonction d'une variable complexe P notée :

$$y(t) \xrightarrow{TL} Y(P) \quad (\text{II-7})$$

La transformation de Laplace est utilisée quelque soit le régime variable.

❖ Echelon unitaire $\gamma(t)$ de Heaviside

On appelle fonction de Heaviside ou « échelon », la fonction $\gamma(t)$ représentée en figure II-4.

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

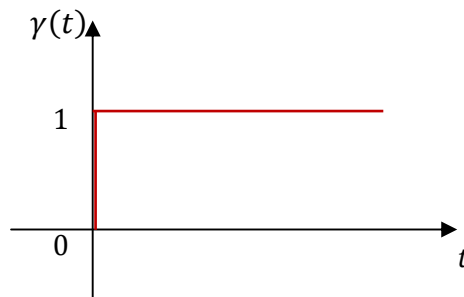


Figure II-4. Fonction échelon

Remarque

La fonction $\gamma(t)$ est intéressante dans la représentation des fonctions nulles pour $t < 0$.

Exemple :

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases} \Rightarrow f(t) = \gamma(t) \sin t \quad \forall t$$

❖ **Impulsion de Dirac**

L'impulsion sert à représenter une action qui dure un temps très court. C'est une fonction infinie à $t = 0$ et nulle ailleurs.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y'_\varepsilon(t) = \delta(t)$$

$$\text{Définition : } \begin{cases} \delta(t) = 0 & \forall t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

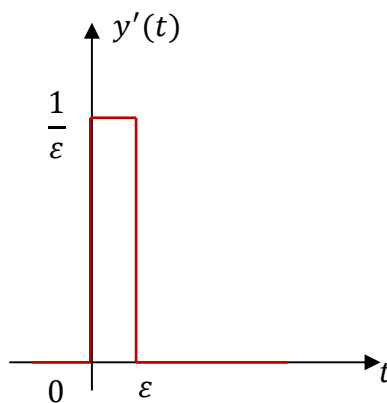


Figure II-5. Impulsion de Dirac

❖ **Transformée de Laplace**

$$y(t) \xrightarrow{TL} Y(P)$$

On appelle transformée de Laplace de $y(t)$ la fonction $Y(P)$ de la variable complexe P par l'intégrale de **Carson**

$$Y(P) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-Pt} dt = \mathcal{L}[y(t)] \quad (\text{II-10})$$

$y(t)$: fonction originale

$Y(P)$: fonction image

II-3-3. Propriétés fondamentales de la transformée de Laplace

- $\mathcal{L}[af_1(t) + bf_2(t)] = \int_0^{\infty} [af_1(t) + bf_2(t)] \cdot e^{-Pt} dt$
 $= aF_1(P) + bF_2(P)$ TL distributive (II-11)

- **Dérivation**

$$\mathcal{L}(y'(t)) = \int_0^{\infty} y'(t)e^{-Pt} dt \quad \text{Intégration par parties}$$

$$du = y' \Rightarrow u = y$$

$$v = e^{-Pt} \Rightarrow dv = -Pe^{-Pt} dt$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(y'(t)) &= uv - \int v du = [y(t)e^{-Pt}]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} y \cdot Pe^{-Pt} dt \\ &= -y(0) + P \int_0^{\infty} y \cdot Pe^{-Pt} dt \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}[y'(t)] = PY(P) - y(0) \quad \text{(II-12)}$$

- **Intégration :**

$$g(t) = \int_0^t y(t) dt$$

$$\mathcal{L}[y(t)] = Y(P)$$

$$\mathcal{L}\left[y(t) = \frac{dg}{dt} = g'\right]$$

$$Y(P) = PG(P) - g(0), \quad g(0) = 0$$

$$\mathcal{L}[g(t)] = G(P) = \frac{Y(P)}{P} \quad \text{(II-13)}$$

- **1^{er} théorème de retard**

$$\mathcal{L}[f(t - a)] = \int_0^{\infty} f(t - a)e^{-Pt} dt$$

On pose $u = t - a$, $du = dt$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t - a)] &= \int_0^{\infty} f(u)e^{-P(u+a)} du = e^{-Pa} \int_0^{\infty} f(u)e^{-Pu} du \\ &= e^{-Pa} \mathcal{L}[f(t)] \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}[f(t - a)] = e^{-Pa} F(P) \quad (\text{II-14})$$

- **2^{ème} théorème de retard**

$$\mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = ?$$

$$\mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-at} f(t) e^{-Pt} dt = \int_0^{\infty} f(t) e^{-(a+P)t} dt$$

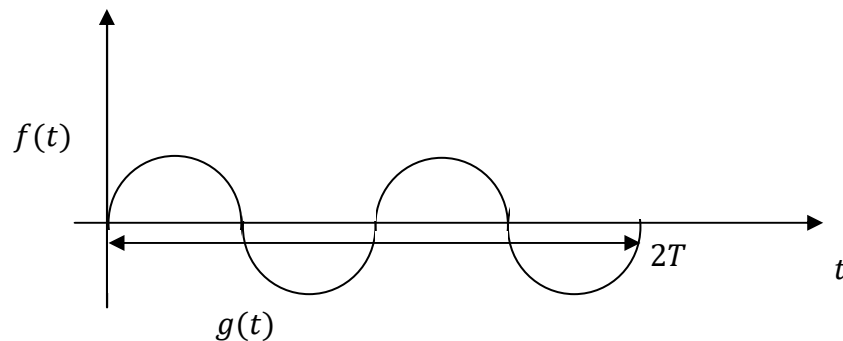
$$\mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = F(a + P) \quad (\text{II-15})$$

- **Transformée de Laplace d'une fonction périodique**

Soit $f(t)$ une fonction périodique de période T et :

$$g(t) = \begin{cases} f(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-16})$$

$$f(t) = g(t) + g(t - T) + \dots + g(t - nT) \quad (\text{II-17})$$



1^{er} théorème de retard $\Rightarrow \mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[g(t) + g(t - T) + \dots + g(t - nT)]$

$$\Rightarrow F(P) = G(P) + G(P)e^{-PT} + \dots + G(P)e^{-nPT}$$

$$= G(P)[1 + e^{-PT} + \dots + e^{-nPT}]$$

$$F(P) = \frac{G(P)}{1 - e^{-PT}} \quad (\text{II-18})$$

- **Changement d'échelle de temps**

$$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = ?$$

$$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = \int_0^{\infty} f\left(\frac{t}{a}\right) e^{-Pt} dt$$

On pose : $\frac{t}{a} = u, dt = a du$

$$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = \int_0^{\infty} a e^{-aPu} f(u) du = a \int_0^{\infty} e^{-aPu} f(u) du$$

$$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = aF(a.P) \quad (\text{II-19})$$

- **Théorème de la valeur initiale**

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{P \rightarrow \infty} pF(P) \quad (\text{II-20})$$

II-3-4. Recherche de la fonction originale

$F(P) \rightarrow f(t)$?

$F(P)$ est étudiée sous forme de fractions : $F(P) = \frac{N(P)}{D(P)}$

On suppose que le degré du polynôme $D(P)$ est supérieur au degré de $N(P)$

$$F(P) = \frac{A_0 + A_1 P_1 + \dots + A_n P^n}{B_0 + B_1 P_1 + \dots + B_m P^m} \quad n < m \quad (\text{II-21})$$

Les coefficients A et B sont des constantes réelles, et les exposants n et m sont des entiers positifs. De façon générale, lorsqu'on analyse un circuit électrique, $n < m$. La technique utilisée pour résoudre ce genre d'équation est l'expansion en fractions partielles.

On pose P_1, P_2, \dots, P_n racines de dénominateur,

$$F(P) = \frac{N(P)}{(P-P_1)(P-P_2)\dots(P-P_n)} \quad (\text{II-22})$$

Pour trouver $f(t)$, on décompose $F(P)$ sous forme de fraction simple :

$$F(P) = \frac{C_1}{P-P_1} + \frac{C_2}{P-P_2} + \dots + \frac{C_n}{P-P_n} \quad (\text{II-23})$$

$$C_j = \lim_{j \rightarrow P_j} F(P)(P - P_j) \quad (\text{II-24})$$

On utilise la méthode d'identification pour le numérateur.

Pour tirer l'originale de $F(P)$ on fait appel à la table de transformée de Laplace.

$$F(P) = \frac{1}{P + \lambda} \rightarrow f(t) = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{C_1}{P - P_1} \rightarrow f_1(t) = e^{P_1 t}$$

$$f(t) = C_1 e^{P_1 t} + C_2 e^{P_2 t} + \dots + C_n e^{P_n t} \quad (\text{II-25})$$

Exemple

$$F(P) = \frac{P + 1}{(P + 2)(P + 3)} \rightarrow f(t) = ?$$

$$\begin{cases} P_1 = -2 \\ P_2 = -3 \end{cases}$$

$$F(P) = \frac{C_1}{P + 2} + \frac{C_2}{P + 3}$$

$$C_1 = \lim_{P \rightarrow -2} F(P)(P + 2) = \lim_{n \rightarrow -2} \frac{P + 1}{P + 3} = -1$$

$$C_2 = \lim_{P \rightarrow -3} F(P)(P+3) = \lim_{n \rightarrow -3} \frac{P+1}{P+2} = 2$$

$$F(P) = \frac{-1}{P+2} + \frac{2}{P+3} \Rightarrow f(t) = (-1)e^{-2t} + 2e^{-3t}$$

II-3-5. Fonction de réseaux

Soit un réseau sous une tension $v(t)$ est parcouru par un courant $i(t)$

$v(t)$ = relation integro-différentielle ($i(t)$) \Rightarrow $V(P)$ = relation algébrique ($I(P)$)

$$V(P) = Z \cdot I(P) \Rightarrow Z = \frac{V(P)}{I(P)} \quad \text{Impédance isomorphe} \quad (\text{II-26})$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I(P)}{V(P)} \quad \text{Admittance isomorphe} \quad (\text{II-27})$$

Exemple : RLC série $v(t)$ quelconque

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (\text{II-28})$$

$$v(t) \xrightarrow{?} V(P)$$

$$V(P) = \mathcal{L} \left[Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \right] \Rightarrow V(P) = R \cdot I(P) + LPI(P) + \frac{1}{CP} I(P)$$

On a $I(P) = \mathcal{L}[i(t)]$

$$V(P) = \left(R + PL + \frac{1}{CP} \right) I(P) \Rightarrow Z = R + PL + \frac{1}{CP} \quad (\text{II-29})$$

- Si $v(t) = V_M \sin \omega t$ (régime sinusoïdale)

$$Z = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \quad \text{on pose } P = j\omega$$

On peut vérifier :

$$\checkmark \text{ Impédance en série : } Z_{eq} = \sum_{i=1}^n Z_i$$

$$\checkmark \text{ Admittance en série : } Y_{eq} = \sum_{i=1}^n Y_i$$

Remarque

Si on connaît $v(t)$, on cherche alors $V(P) = \mathcal{L}[v(t)]$

- On calcule l'impédance isomorphe du circuit $Z = ?$
- $Z_R = R, Z_C = \frac{1}{cP}$ et $Z_L = PL$
- On applique la loi d'Ohm : $V(P) = Z \cdot I(P) \Rightarrow I(P) = \frac{V(P)}{Z}$
- On calcule la fonction originale $i(t)$

II-3-6. Pôles de Zéros des fonctions réseaux

$$F(P) = \frac{A_0 + A_1 P_1 + \dots + A_n P^n}{B_0 + b_1 P_1 + \dots + B_m P^m} \quad n < m, A_i, B_i \in R \quad (\text{II-30})$$

On décompose sous la forme :

$$F(P) = K \frac{(P+z_1)(P+z_2)\dots(P+z_n)}{(P+P_1)(P+P_2)\dots(P+P_m)} \quad (\text{II-31})$$

Avec :

K : Facteur de niveau

z_i : Zéros de la fonction image $F(P)$.

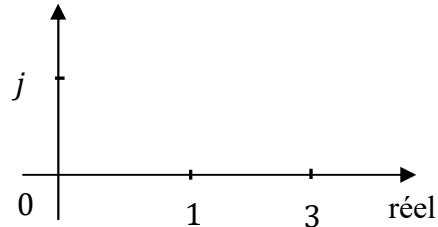
P_i : Pôles de la fonction image $F(P)$.

$$F(P) = K \frac{\prod_{i=1}^n (P+z_i)}{\prod_{i=1}^m (P+P_i)} \quad (\text{II-32})$$

On peut représenter les pôles et les zéros dans le plan complexe.

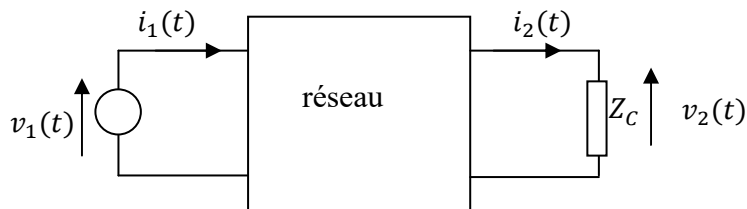
Exemple :

$$F(P) = \frac{P + 1 \rightarrow \text{zéros}}{(P + j)(P + 3) \rightarrow \text{pôles}}$$



$$z_1=1, P_1 = j, P_2 = 3$$

Pôles x , zéros 0

II-3-7. Définitions

On appelle :

$$\text{Gain en tension : } A_v = \frac{V_2(P)}{V_1(P)} \quad (\text{II-33})$$

$$\text{Avec } V_2(P) = \mathcal{L}[v_2(t)] , V_1(P) = \mathcal{L}[v_1(t)]$$

$$\text{Gain en courant : } A_i = \frac{I_2(P)}{I_1(P)} \quad (\text{II-34})$$

$$\text{Avec } I_2(P) = \mathcal{L}[i_2(t)] , I_1(P) = \mathcal{L}[i_1(t)]$$

$$\text{Impédance d'entrée : } Z_i = \frac{V_1(P)}{I_1(P)} \quad (\text{II-35})$$

$$\text{Impédance de sortie : } Z_s = \frac{V_2(P)}{I_2(P)} \quad (\text{II-36})$$

$$\text{Impédance de transfert : } Y_T = \frac{I_2(P)}{V_1(P)} \quad (\text{II-37})$$

Remarque

Les impédances en régime sinusoïdale variable ont la même forme qu'en régime sinusoïdale, il suffit de remplacer $P = j\omega$.

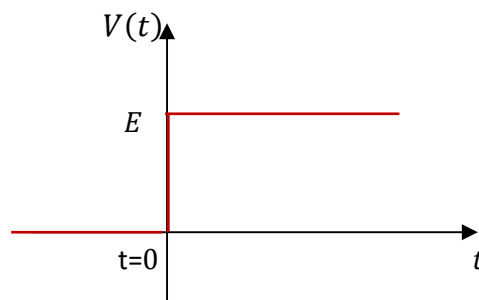
II-4. Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

a. **L'échelon de tension** est le passage instantané d'une tension de valeur 0 à une valeur constante non nulle.

$V(t)$ est une tension appliquée aux bornes du dipôle RC (l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R , à $t=0$ on ferme l'interrupteur si :

- Pour $t < 0$; $V = 0$
- Pour $t \geq 0$; $V = E$

On dit alors qu'on applique un échelon de tension au dipôle RC.



On considère le circuit électrique suivant :

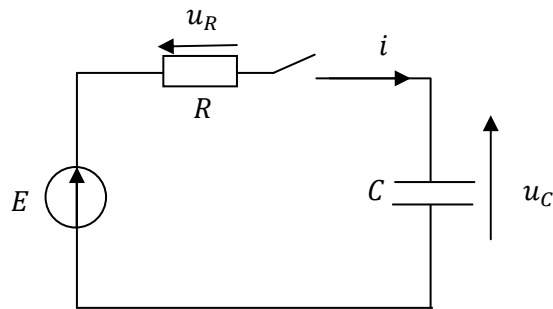


Figure II-6. Circuit RC

Le condensateur est initialement déchargé, A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. Le condensateur va se charger progressivement jusqu'à ce que s'établisse à ses bornes une tension.

D'après la loi des mailles (pour $t > 0$):

$$u_R + u_C - E = 0 \quad \text{avec} \quad u_R = Ri ;$$

$$Ri + u_C - E = 0 \Rightarrow E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$\Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\text{On pose : } \tau = RC \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau} \quad (\text{II-38})$$

Pour déterminer $u_C(t)$ lorsque $t > 0$, il nous faut résoudre cette équation différentielle qui est une équation différentielle linéaire du premier ordre, à coefficients constants, avec second membre. Sa solution générale est égale à la somme de la solution générale de l'équation sans second membre (dite équation homogène) et d'une solution particulière de l'équation avec second membre.

b. Solution de l'équation différentielle

L'équation différentielle précédente a pour solution :

$$u_C = A - Be^{-\alpha t} \quad (\text{II-39})$$

Avec A, B, α sont des constantes positives. Déterminons A, B, α :

- **1^{ère} étape** (résolution de l'équation sans second membre): Le condensateur est initialement vide $u_C(0) = 0$:

$$\begin{aligned} A - Be^{-\alpha 0} = 0 &\Rightarrow A - B = 0 \\ &\Rightarrow A = B \end{aligned}$$

D'où

$$u_C = A - Ae^{-\alpha t} \quad (\text{II-40})$$

- **2^{ème} étape** (solution particulière): lorsque $t \rightarrow \infty$; le condensateur est complètement chargé $u_C(\infty) = E$:

$$A - Ae^{-\infty} = E \Rightarrow A = E \text{ et } B = E$$

Donc

$$u_C = E - Ee^{-\alpha t} \Rightarrow u_C = E(1 - 1e^{-\alpha t}) \quad (\text{II-41})$$

- **3^{ème} étape** :

La solution générale est égale à la somme de la solution de l'équation sans second membre et de la solution particulière :

Cette solution vérifie l'équation différentielle.

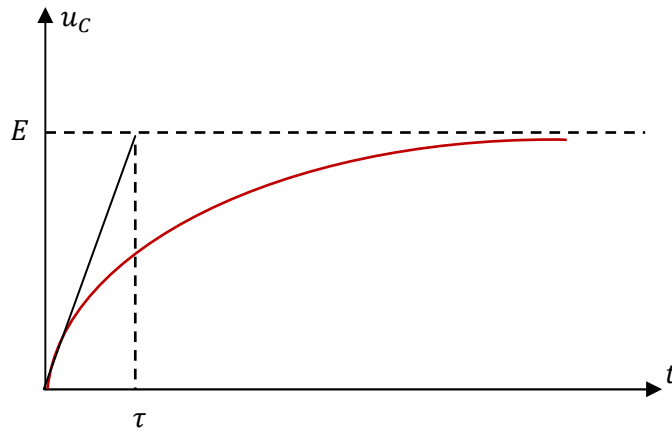
$$E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C, \text{ On remplace } u_C \text{ par son expression.}$$

Enfin,

$$u_C = E \left(1 - 1e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (\text{II-42})$$

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC , elle nous renseigne sur la rapidité avec laquelle s'effectue la charge ou la décharge d'un condensateur.

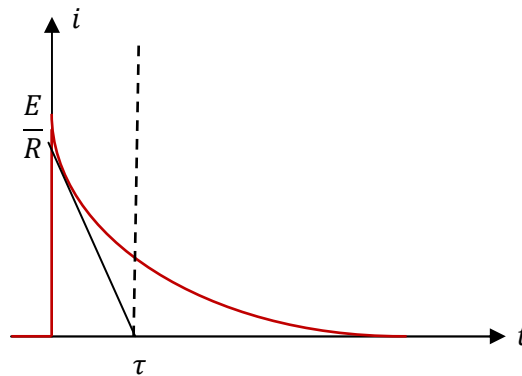
- La courbe $u_C = f(t)$ est représentée comme suit :



- La charge du condensateur n'est pas instantanée, c'est un phénomène transitoire.

L'expression de $i(t)$:

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{II-43})$$



Chapitre III : Réseaux électriques en régime sinusoïdal

III-1. Définitions

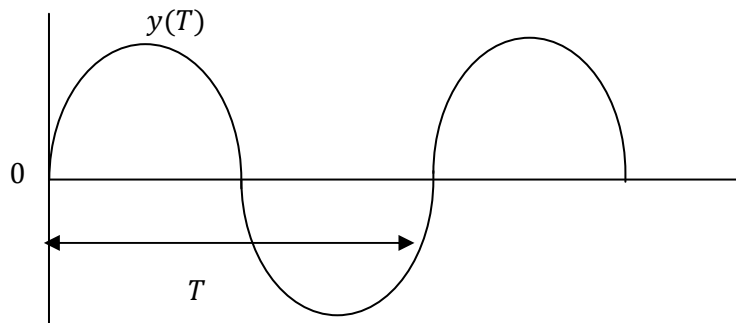
Un régime sinusoïdal consiste à étudier des réseaux alimentés par une source sinusoïdale (signal sinusoïdal).

a. Fonction périodique : soit une fonction $y(t)$ quelconque.

Le signal $y(t)$ est une fonction périodique si se répète au cours du temps, c'est-à-dire qu'il a les mêmes valeurs dans des intervalles des temps égaux appelé période T .

$$y(t) = y(t + T) \quad (\text{III.1})$$

Cas particuliers : $y(t) = y_M \sin(\omega t + \varphi)$;



T : Période (en seconde) ; $f = \frac{1}{T}$ (Hertz)

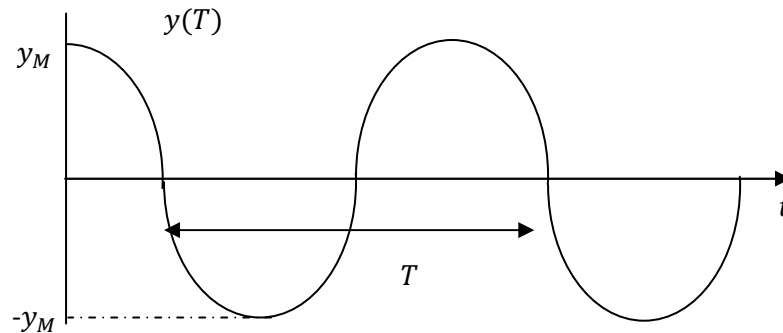
b. Signal sinusoïdal : signal est dit sinusoïdal s'il est défini par la fonction trigonométrique :

$$y(t) = y_M \sin(\omega t + \varphi) = y_M \cos(\omega t + \psi) \quad (\text{III.2})$$

y_M : Amplitude maximale du signal.

ω : Pulsation = $\frac{2\pi}{T}$ (en $rad. s^{-1}$)

φ, ψ : La phase à l'origine ($t=0$)



c. Valeur moyenne d'un signal sinusoïdal

Pour une fonction $y(t)$ quelconque, la valeur moyenne de y est donnée par :

$$y_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \quad (\text{III-3})$$

Exemple :

$$y(t) = y_M \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} y_{moy} &= \frac{1}{T} \int_0^T y_M \cos \omega t dt \\ &= \frac{1}{T} y_M \left[\frac{\sin \omega t}{\omega} \right]_0^T \\ &= \frac{y_M}{T \omega} [\sin 2\pi - \sin 0] = 0 \end{aligned}$$

$$y_{moy} = 0$$

d. Valeur efficace d'un signal sinusoïdal

Pour une fonction $y(t)$ quelconque, on définit la valeur efficace de $y(t)$ par :

$$y_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt \quad (\text{III.4})$$

Pour un signal sinusoïdal

$$y(t) = y_M \cos \omega t$$

$$y_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T y_M^2 \cos^2 \omega t dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T y_M^2 \left(\frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \right)$$

$$= \frac{y_M^2}{2T} \left[\int_0^T dt + \int_0^T \cos \omega t dt \right]$$

$$= \frac{y_M^2}{2T} \left[T + \left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^T \right] = \frac{y_M^2}{2}$$

$$y_{eff}^2 = \frac{y_M^2}{2} \quad \Rightarrow \quad y_{eff} = \frac{y_M}{\sqrt{2}} \quad (\text{III.5})$$

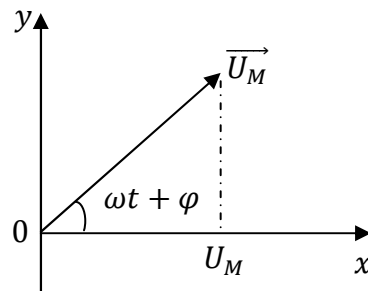
III-2. Représentation des grandeurs sinusoïdales

III-2-1. Représentation vectorielle (méthode de Fresnel)

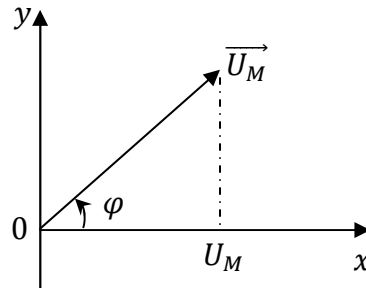
Un signal sinusoïdal $U(t)$ peut être représenté comme la projection sur un axe fixe d'un vecteur de module constant qui tourne avec la vitesse angulaire ω constante dans le sens positif choisi arbitrairement.

\vec{U}_M est appelé vecteur de Fresnel caractérisé par $U_M \sin(\omega t + \varphi)$

$$U(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad |\vec{U}_M| = U_M \quad (\text{III.6})$$



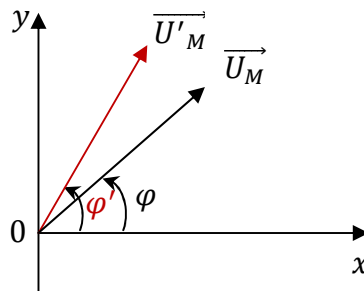
Il arrive **qu'on fasse abstraction** du temps (et de ωt)



Suivant que $U(t)$ s'écrit en fonction de sinus où cosinus, l'axe on sera toujours l'axe de projection.

❖ Comparaison de deux vecteurs de Fresnel

$$U(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi) \quad U'(t) = U'_M \cos(\omega t + \varphi')$$



\vec{U}_M : Un vecteur de Fresnel qui correspond à $U(t)$.

\vec{U}'_M : Un vecteur de Fresnel qui correspond à $U'(t)$.

On appelle l'écart : $\Delta\varphi = \varphi - \varphi'$ avec $\varphi' > \varphi$

$U'(t)$: Est en avance de phase par rapport à $U(t)$

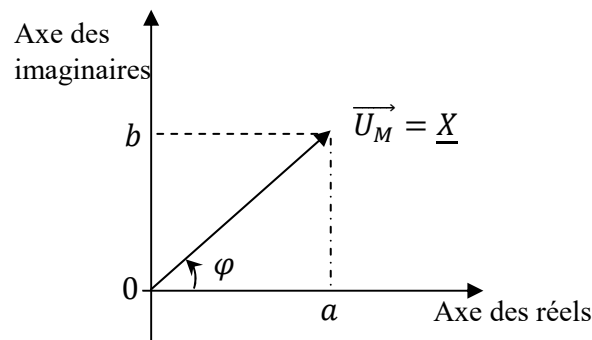
Caractéristique de $\Delta\varphi$:

- Si $\Delta\varphi = 0$, $\varphi' = \varphi$: $U'(t)$ et $U(t)$ sont en phase.
- Si $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, $U'(t)$ et $U(t)$ sont en quadrature de phase.
- Si $\Delta\varphi = \pm\pi$, $U'(t)$ et $U(t)$ sont en opposition de phase.

III-2-2. Représentation complexe

But : pouvoir traiter les rapports entre v et i dans le même formalisme pour une résistance, une inductance, une capacité ou pour une combinaison de ces éléments.

On va utiliser le plan de Fresnel comme un plan complexe et on pourra associer alors un vecteur de Fresnel un nombre complexe dont il sera l'image.



$$\underline{X} = a + jb$$

avec

a : partie réel du nombre complexe \underline{X} .

b : partie imaginaire du nombre complexe \underline{X} .

a. Formes d'un nombre complexe

✓ Forme rectangulaire du nombre complexe

$$\underline{X} = a + jb$$

- Le module de \underline{X} est donné par : $|\underline{X}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Argument de \underline{X} est défini par φ tel que : $tg\varphi = \frac{b}{a} \Rightarrow \varphi = \text{Arctg} \frac{b}{a}$

✓ **Forme trigonométrique**

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a}{|\underline{X}|}$$

$$\sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{b}{|\underline{X}|}$$

$$\underline{X} = |\underline{X}|\cos\varphi + j|\underline{X}|\sin\varphi \Rightarrow \underline{X} = |\underline{X}|(\cos\varphi + j\sin\varphi) \quad (\text{III.7})$$

✓ **Forme polaire**

$$\underline{X} = |\underline{X}|\underline{\varphi} = |\underline{X}|(\cos\varphi + j\sin\varphi) \quad (\text{III.8})$$

✓ **Forme exponentiel**

$$\underline{X} = |\underline{X}|(\cos\varphi + j\sin\varphi) = |\underline{X}|e^{j\varphi} \quad (\text{III.9})$$

a. Opérations sur les nombres complexes

- $\underline{X}_1 \pm \underline{X}_2 = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$

- $\underline{X}_1 = |\underline{X}_1|\underline{\theta}_1 \quad \text{et} \quad \underline{X}_2 = |\underline{X}_2|\underline{\theta}_2$

$$\underline{X}_1 \cdot \underline{X}_2 = |\underline{X}_1|e^{j\theta_1} \cdot |\underline{X}_2|e^{j\theta_2} = |\underline{X}_1| \cdot |\underline{X}_2|e^{j(\theta_1+\theta_2)}$$

$$\underline{X}_1 \cdot \underline{X}_2 = |\underline{X}_1| \cdot |\underline{X}_2| \underline{\theta}_1 + \theta_2$$

- $\frac{\underline{X}_1}{\underline{X}_2} = \frac{|\underline{X}_1|}{|\underline{X}_2|} \underline{\theta}_1 - \theta_2$

- $\frac{1}{\underline{X}_1} = \frac{1}{|\underline{X}_1|} \underline{-\theta}_1$

- $\underline{X}_1^n = (|\underline{X}_1|e^{j\theta_1})^n = |\underline{X}_1|^n e^{jn\theta_1}$

$$= |\underline{X}_1|^n \underline{n\theta}_1$$

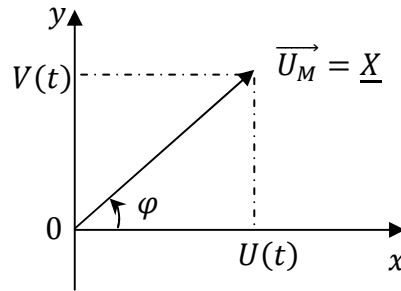
- Au vecteur de Fresnel $\overrightarrow{U_M}$ associé à $U(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi)$

$$\underline{X} = U(t) + jV(t)$$

$$= U_M \cos(\omega t + \varphi) + jV_M \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= U_M e^{j(\omega t + \varphi)}$$

(III.10)



$$\begin{aligned}
 U(t) &= \text{Reel}[\underline{X}] = \text{Reel}[U_M e^{j(\omega t + \varphi)}] \\
 \underline{X} &= \underline{U(t)} = U_M e^{j(\omega t + \varphi)}
 \end{aligned}
 \tag{III.11}$$

✓ Définition de l'amplitude complexe

$$\begin{aligned}
 \underline{U(t)} &= U_M e^{j(\omega t + \varphi)} = U_M e^{j\varphi} e^{j\omega t} \\
 &= \underline{U_M} e^{j\omega t}
 \end{aligned}$$

L'amplitude complexe est donnée par : $\underline{U_M} = U_M e^{j\varphi}$ (III.12)

✓ Avantages de la méthode complexe

$$\begin{aligned}
 \text{➤ Si } i(t) &= I_M \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \underline{i(t)} = I_M e^{j(\omega t + \varphi)} \\
 \text{➤ Si } \frac{di(t)}{dt} &= -I_M \omega \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{d\underline{i(t)}}{dt} = I_M \omega j e^{j(\omega t + \varphi)} \\
 &= j\omega \underline{i(t)}
 \end{aligned}$$

Dans le formalisme complexe l'opération dérivation est remplacée par la multiplication par $(j\omega)$ (c-à-d $\frac{d\underline{i(t)}}{dt} = j\omega \underline{i(t)}$)

$$\begin{aligned}
 \text{✓ } \int i(t) dt &= \int I_M \cos(\omega t + \varphi) dt = \frac{I_M}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \int \underline{i(t)} dt = \int I_M e^{j(\omega t + \varphi)} \\
 &= \frac{I_M}{j\omega} e^{j(\omega t + \varphi)}
 \end{aligned}$$

L'intégration est remplacée par la division par $j\omega$.

III-3. Impédance et admittance complexes

Soit un réseau sous une tension sinusoïdal $v(t)$ et parcouru par un courant $i(t)$.

III-3-1. Impédance complexe

$$v(t) \rightarrow \underline{v(t)} = V_M e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{V_M} e^{j\omega t}$$

$$i(t) \rightarrow \underline{i(t)} = I_M e^{j(\omega t + \psi)} = \underline{I_M} e^{j\omega t}$$

L'impédance complexe \underline{Z} est défini pour un dipôle linéaire comme étant égale au rapport de la valeur complexe de la tension $\underline{v(t)}$ sur la valeur complexe du courant $\underline{i(t)}$

$$\frac{\underline{v(t)}}{\underline{i(t)}} = \frac{\underline{V_M}}{\underline{I_M}} = \frac{V_M e^{j\varphi}}{I_M e^{j\psi}} = \frac{V_M}{I_M} e^{j(\varphi - \psi)} = \underline{Z} \quad (\text{III.13})$$

Le module de \underline{Z} est donné par : $|\underline{Z}| = \frac{V_M}{I_M}$ et l'argument par $\theta = \varphi - \psi$

Dans le modèle complexe, tous dipôle linéaire possède une impédance complexe est donnée par :

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\theta} \text{ où } \underline{Z} = R + jX \quad (\text{III.14})$$

R : Est la partie réelle de l'impédance où la résistance du dipôle.

X : Est la partie imaginaire de l'impédance où la réactance.

III-3-2. Admittance complexe

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{|\underline{Z}|} e^{-j(\varphi - \psi)}$$

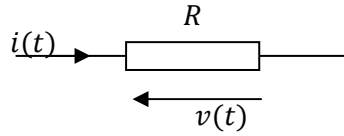
$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} \quad (\text{III.15})$$

On peut écrire l'admittance sous la forme : $\underline{Y} = G + jB$

Avec : G présente la conductance et B présente la susceptance.

III-4. Dipôle passif soumis à un régime sinusoïdal

III-4-1. Résistance

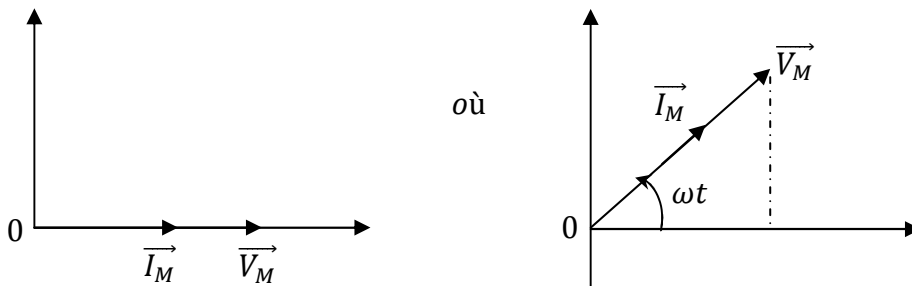


$$i(t) = I_M \cos \omega t$$

$$v(t) = R \cdot i(t) = R I_M \cos \omega t = V_M \cos \omega t$$

i et v sont en phase $\Delta\varphi = 0$.

a. Représentation de Fresnel (on prend i comme référence)



b. En notation complexe

$$i(t) = I_M \cos \omega t = \text{Reel} [\underline{i(t)}]$$

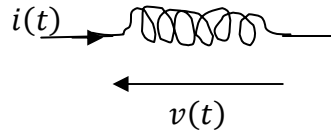
$$\underline{i(t)} = I_M e^{j\omega t} = I_M (\cos \omega t + j \sin \omega t) \quad (\text{III.16})$$

$$\underline{v(t)} = R \cdot \underline{i(t)} = R \cdot I_M e^{j\omega t} = \underline{V_M} e^{j\omega t} \quad (\text{III.17})$$

$$\underline{V_M} = R \cdot I_M = V_M$$

$$v(t) = \text{Reel} [\underline{v(t)}] = V_M \cos \omega t$$

III-4-2. Inductance

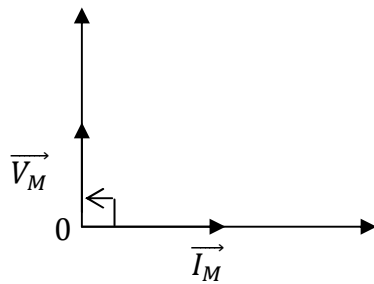


$$i(t) = I_M \cos \omega t$$

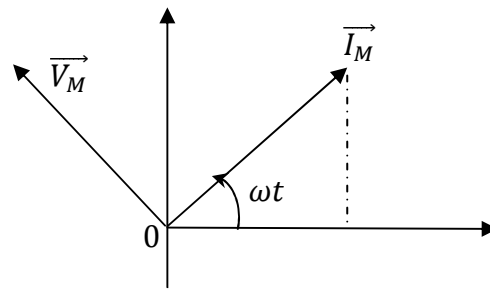
$$v(t) = L \frac{di}{dt} = -L\omega I_M \sin \omega t = L\omega I_M \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= V_M \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{III.18})$$

a. Représentation de Fresnel



où



v est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur i .

b. En notation complexe

$$i(t) = I_M \cos \omega t$$

$$\underline{i(t)} = I_M e^{j\omega t} = \underline{I_M} e^{j\omega t}$$

$$\underline{v(t)} = L \frac{di}{dt} = L \frac{dI_M e^{j\omega t}}{dt}$$

$$= jL\omega I_M e^{j\omega t}$$

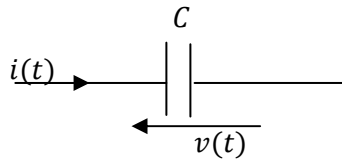
$$\underline{v(t)} = \underline{V} e^{j\omega t}$$

$$\text{Impédance de l'inductance : } \underline{Z} = \frac{v(t)}{i} = jL\omega \quad (\text{III.19})$$

Avec

$$|\underline{Z}| = L\omega \text{ et } \text{Arg}\underline{Z} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{III.20})$$

III-4-3. Condensateur



$$i(t) = I_M \cos \omega t$$

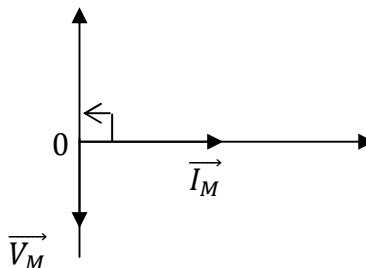
$$\begin{cases} i(t) = \frac{dq}{dt} \\ v(t) = \frac{q(t)}{C} \end{cases} \Rightarrow i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (\text{III.21})$$

$$\int dv(t) = \int \frac{1}{C} i(t) dt = \frac{1}{C} \int I_M \cos \omega t dt$$

$$v(t) = \frac{1}{C} \cdot \frac{I_M}{\omega} \sin \omega t$$

$$\begin{cases} v(t) = \frac{I_M}{C\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \\ i(t) = I_M \cos \omega t \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

a. Représentation de Fresnel



Au bornes du condensateur v est en retard de phase de $\frac{\pi}{2}$ sur i .

b. En notation complexe

$$\underline{i(t)} = I_M e^{j\omega t} = \underline{I_M} e^{j\omega t}$$

$$\underline{i(t)} = \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \underline{v(t)} = \frac{1}{C} \int \underline{i(t)} dt = \frac{1}{C} \int I_M e^{j\omega t}$$

$$\underline{v(t)} = \frac{I_M}{jC\omega} e^{j\omega t} = -\frac{jI_M}{C\omega} e^{j\omega t} = \frac{I_M}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t}$$

$$\underline{v(t)} = \underline{V_M} e^{j\omega t} \text{ avec } \underline{V_M} = \frac{I_M}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\underline{v(t)} = \frac{I_M}{C\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (\text{III.23})$$

$$v(t) = \text{Reel} [\underline{v(t)}] = \frac{I_M}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\underline{Z_C} = \frac{\underline{v(t)}}{\underline{i(t)}} = \frac{1}{jC\omega}$$

$$\underline{Z_C} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (\text{III.24})$$

III-4-4. Conclusion

✓ En notation complexe :

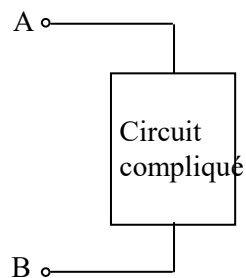
- Pour R : $\underline{v} = R\underline{i}$ ou R est un réel
- Pour L : $\underline{v_L} = \underline{Z_L}\underline{i} = jL\omega\underline{i}$
- Pour C : $\underline{v_C} = \underline{Z_C}\underline{i} = \frac{1}{jC\omega}\underline{i}$

✓ Si on a une combinaison de L , C , et R , on utilisera :

- Si en série : $Z_e = \underline{Z_L} + \underline{Z_C} + \underline{Z_R}$
- Si en parallèle : $\frac{1}{Z_e} = \frac{1}{\underline{Z_L}} + \frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_R}}$

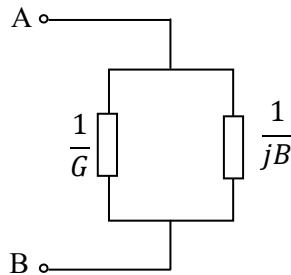
Remarques

- Si on donne le courant \underline{i} , la loi d'Ohm généralisé $\underline{v} = \underline{Z} \cdot \underline{i}$ et vient adapter au calcul de la tension aux bornes du circuit.
- Si on donne la tension \underline{v} , la loi d'Ohm généralisé s'écrit : $\underline{i} = \frac{\underline{v}}{\underline{Z}} = \underline{v} \cdot \underline{Y}$ où \underline{Y} est l'admittance complexe de circuit.
- Dans le cas où on a affaire à un circuit compliqué :



On peut calculer le circuit série équivalent $\underline{Y} = \frac{\underline{i}}{\underline{v}} = G + jB$ (III.25)

Avec G : conductance et B : suceptance



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{1/G} + \frac{1}{1/jB} = G + jB \quad (III.26)$$

De la même façon, on peut remplacer le courant compliqué par un circuit série.

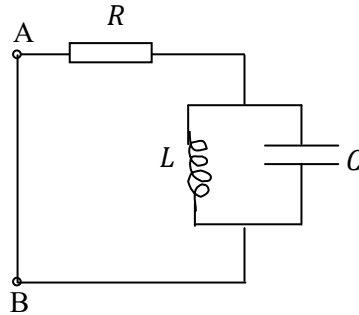
$$\underline{Z} = R + jX$$

R : Résistance de \underline{Z}

X : Réactance de \underline{Z}

Exemple

$$\underline{Z}_{eq} = ?$$



$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{jL\omega} + jC\omega = \frac{1-LC\omega^2}{jL\omega} \Rightarrow \underline{Z}_1 = \frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{eq} &= R + \underline{Z}_1 = R + j \frac{L\omega}{1-LC\omega^2} \\ &= R + jX \end{aligned}$$



- Si $\frac{L\omega}{1-LC\omega^2} > 0$ $X > 0$ → Inductance.
- Si $\frac{L\omega}{1-LC\omega^2} < 0$ $X < 0$ → Capacité

Conclusion :

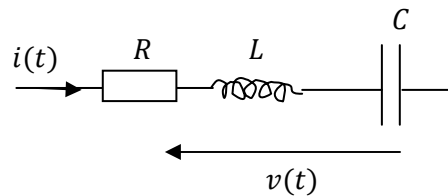
La nature de circuit compliqué ne change pas même si la représentation change.

Chapitre IV : Etude des circuits RLC

IV-1. Etude des circuits résonnants série et parallèle, et régime forcé.

Dans cette partie, nous allons étudier les circuits RLC série et parallèle en régime forcé, c'est-à-dire soumises à une tension de type $v(t) = V_M \cos \omega t$.

IV-1-1. Circuit RLC série



$$i(t) = I_M \cos \omega t \quad (\text{IV.1})$$

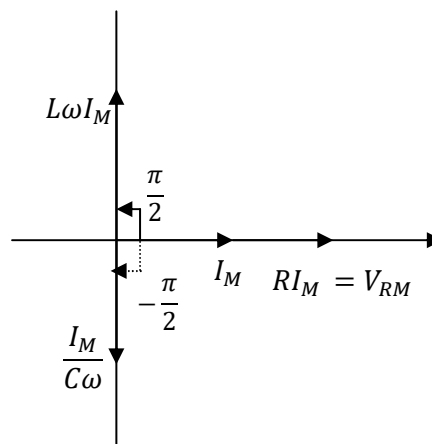
$$v(t) = v_R + v_L + v_C \quad (\text{IV.2})$$

$$= R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt$$

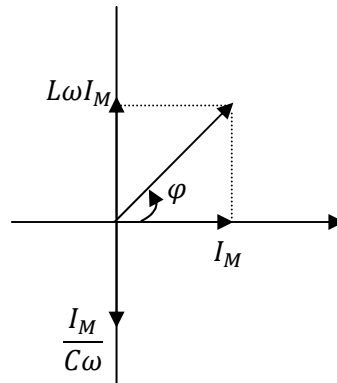
$$= R I_M \cos \omega t + L \omega I_M \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{C \omega} I_M \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= V_M \cos (\omega t + \varphi) \quad (\text{IV.3})$$

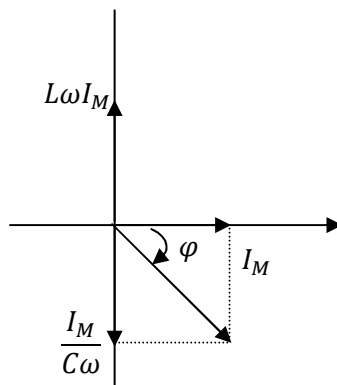
- Si $L \omega I_M = \frac{I_M}{C \omega} \Rightarrow v(t) = R I_M \cos \omega t$



- Si $L\omega I_M > \frac{I_M}{C\omega}$



- Si $L\omega I_M < \frac{I_M}{C\omega}$



a. En notation complexe

$$i(t) = I_M \cos \omega t,$$

$$\underline{i(t)} = I_M e^{j\omega t}$$

$$\underline{v(t)} = \underline{v_R} + \underline{v_L} + \underline{v_C} = \underline{Z_R} \cdot \underline{i(t)} + \underline{Z_L} \cdot \underline{i(t)} + \underline{Z_C} \cdot \underline{i(t)}$$

$$= R \underline{i(t)} + jL\omega \underline{i(t)} + \frac{1}{c\omega} \underline{i(t)}$$

$$= \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right] \underline{i(t)} \quad (\text{IV.4})$$

$$\underline{v(t)} = \underline{Z} \cdot \underline{i(t)} \quad (\text{IV.5})$$

L'impédance équivalente du circuit RLC en série :

$$\underline{Z} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \quad (\text{IV.6})$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{Arg}\underline{Z} = \varphi = \text{Argtg} \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad (\text{IV.8})$$

b. Variation de $|\underline{Z}|$ et de φ en fonction de ω

$$|\underline{Z}|^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2$$

$$\frac{d|\underline{Z}|^2}{d\omega} = 2 \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \left(L + \frac{1}{C\omega^2} \right)$$

$$= \frac{2(LC\omega^2 - 1)(LC\omega^2 + 1)}{C^2\omega^3} \quad (\text{IV.9})$$

$$\frac{d|\underline{Z}|^2}{d\omega} = 0 \text{ si } LC\omega^2 - 1 = 0$$

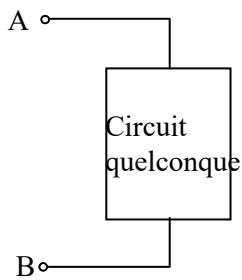
$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{IV.10})$$

L'impédance est minimale pour une valeur de $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad \Rightarrow \quad |\underline{Z}_0| = \sqrt{R^2 + \left(L \frac{1}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C} \right)^2}$$

$$|\underline{Z}_0| = R \text{ pour } \omega = \omega_0 \quad (\text{IV.11})$$

Exemple

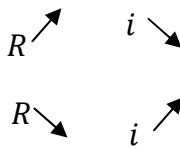
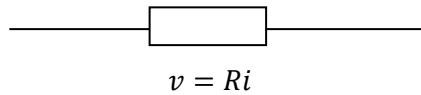


$$Z_{eq} = \alpha + j\beta$$

Pour la pulsation de résonance :

$$\beta = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$$

$|Z_0| = R$: Impédance minimale qui correspond à un courant maximal I_M .



$$i(t) = I_M \cos \omega t$$

c. **A la résonance** (quand $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$)

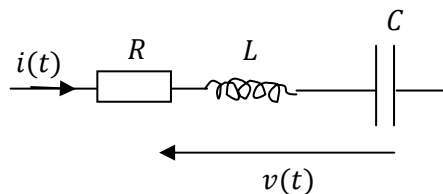
- $|Z| = R$

$$\underline{v(t)} = \underline{Z} \cdot \underline{i(t)} = R \underline{i(t)} = R I_M e^{j\omega t}$$

$$v(t) = R I_M \cos \omega t = V_M \cos \omega t$$

v et i sont en phase à la résonance.

- $v_L = ?$



$$\underline{v_L(t)} = jL\omega_0 \underline{i(t)} = jL\omega_0 I_M e^{j\omega_0 t}$$

$$\underline{v_L(t)} = L\omega_0 I_M e^{j(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})}$$

$$v_L(t) = L\omega_0 I_M \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{IV.12})$$

$$V_{LM} = L\omega_0 I_M = L\omega_0 \frac{V_M}{R}$$

$$= \frac{L\omega_0}{R} V_M$$

$$= \frac{L}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} V_M = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} V_M \quad (\text{IV.13})$$

- $v_C = ?$

$$\underline{v_C(t)} = \frac{1}{jC\omega_0} \underline{i(t)} = \frac{1}{C\omega_0} I_M e^{j(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})}$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C\omega_0} I_M \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{IV.14})$$

$$V_{CM} = \frac{I_M}{C\omega_0} = \frac{V_M}{C\omega_0 R}$$

$$= \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{LC} R} V_M$$

$$= \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} V_M \quad (\text{IV.15})$$

$$V_{LM} = V_{CM} \quad (\text{IV.16})$$

On appellera :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} \text{ Coefficient de qualité où coefficient se surtension.}$$

$$\begin{cases} V_{LM} = QV_M \\ V_{CM} = QV_M \end{cases}$$

Q : Coefficient de surtension $50 < Q < 100$

A la résonance :

$$\begin{cases} |Z| = R \\ I_M = \frac{V_M}{R} \\ V_M = I_M R \end{cases}$$

Q : Facteur de qualité où coefficient de surtension car à la résonance la tension aux bornes de L et de C est Q fois plus grande que la tension V_M .

Q : exprime la qualité du circuit.

d. Bande passante et fréquences quadrantales

$$\underline{v}(t) = \underline{Z} \cdot \underline{i}(t) \quad (\text{IV.17})$$

$$\underline{Z} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \quad (\text{IV.18})$$

$$V_M = |Z| I_M$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (\text{IV.19})$$

Tracé succinct de $I = f(\omega)$ à la résonance ω_0

$$I_M = \frac{V_M}{R} \text{ courant maximal}$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} I_M = 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} I_M = 0$$

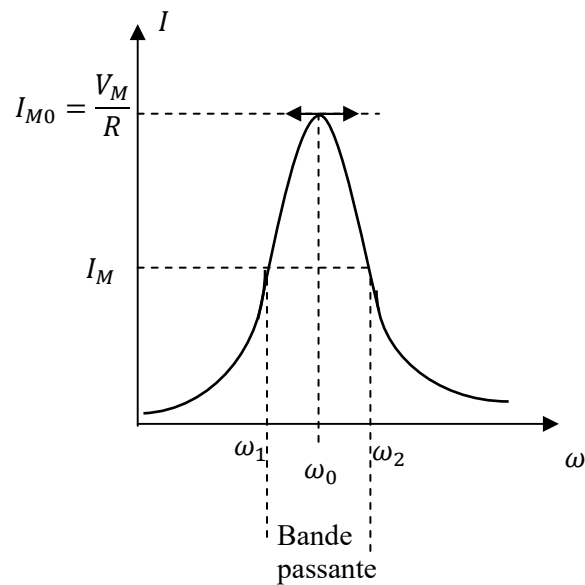


Figure IV-1. Variation de I en fonction de ω

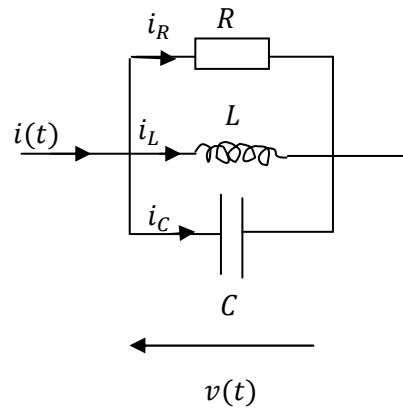
I_M est maximal pour ω_0 et tend vers 0 quand $\omega \rightarrow 0$ où $\omega \rightarrow \infty$.

Remarques

- ❖ Le circuit RLC série joue le rôle d'un filtre qui ne fait passer que certaines pulsations.
- ❖ On appelle bande passante d'un filtre la bande de pulsation (ou de fréquence) où la valeur de courant : $I_M = \frac{I_{M0}}{\sqrt{2}} = \frac{V_M}{R\sqrt{2}}$.

Définition 2 : Fréquences quadrantes $\omega_1, \omega_2, f_1, f_2$ sont les fréquences pour lesquelles le courant $I_M = \frac{I_{M0}}{\sqrt{2}}$ et sont définies par $\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{f_0}{Q}$

IV-1-2. Circuit RLC parallèle



$$v(t) = V_M \cos \omega t,$$

$$\underline{v(t)} = V_M e^{j\omega t} \quad (\text{IV.20})$$

$$\underline{i(t)} = I_M e^{j(\omega t + \psi)} \quad (\text{IV.21})$$

$$\begin{aligned} \underline{i(t)} &= \underline{i_R} + \underline{i_L} + \underline{i_C} \\ &= \frac{\underline{v}}{R} + \frac{\underline{v}}{Z_L} + \frac{\underline{v}}{Z_C} \\ &= \underline{v} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega \right) \\ &= \underline{v} \left(\frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

\underline{Y} : Admittance complexe du circuit RLC parallèle

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \quad (\text{IV.23})$$

$$|\underline{Y}| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)^2} \quad (\text{IV.24})$$

$$tg\psi = \frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{\frac{1}{R}} \quad \Rightarrow \quad \psi = \text{Arctg} \frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{\frac{1}{R}} \quad (\text{IV.25})$$

$$\underline{Y} = |\underline{Y}| e^{j\psi}$$

$$\begin{aligned} \underline{i}(t) &= \underline{v}(t) \cdot \underline{Y}(t) = V_M e^{j\omega t} \cdot |\underline{Y}| e^{j\psi} \\ &= V_M |\underline{Y}| V_M e^{j(\omega t + \psi)} \quad \Rightarrow \quad i(t) = V_M |\underline{Y}| \cos(\omega t + \psi) \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

A l'anti-résonance

$|\underline{Y}|$ est minimal

$$|\underline{Y}| = \frac{1}{R} \quad \text{et} \quad C\omega_0 - \frac{1}{L\omega_0} = 0 \quad (\text{IV.27})$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} : \text{Pulsation d'anti résonance} \quad (\text{IV.28})$$

$$I_{M0} = V_M |\underline{Y}_0| = V_M \cdot \frac{1}{R}$$

$$I_{M0} = \frac{V_M}{R} \quad (\text{IV.29})$$

$$\begin{aligned} I_{ML} &= \frac{V_M}{|\underline{Z}_L|} = \frac{V_M}{L\omega_0} \\ &= \frac{V_M}{R} \cdot \frac{R}{L\omega_0} \end{aligned}$$

$$I_{ML} = I_{M0} \cdot \frac{R}{L\omega_0} \quad (\text{IV.30})$$

$$I_{MC} = \frac{V_M}{|\underline{Z}_C|} = V_M C \omega_0 = \frac{V_M}{R} \cdot RC \omega_0 \quad (\text{IV.31})$$

$$I_{MC} = I_{M0} \cdot RC \omega_0 \quad (\text{IV.32})$$

On introduit Q_p : coefficient de surintensité

$$Q_p = RC \omega_0 = \frac{R}{L\omega_0} \quad (\text{IV.33})$$

Le courant dans L et C sont Q_p fois grand que le courant maximal à l'anti-résonance : phénomène de surintensité.

IV-2. Etude des circuits RLC en régime libre

IV-2-1. Le régime libre d'un circuit RLC série

On dit qu'un circuit RLC série est en régime libre lorsqu'il ne subit aucun apport d'énergie après l'instant initial. Cette situation correspond à la décharge d'un condensateur dans un dipôle RL.

Soit le circuit suivant :

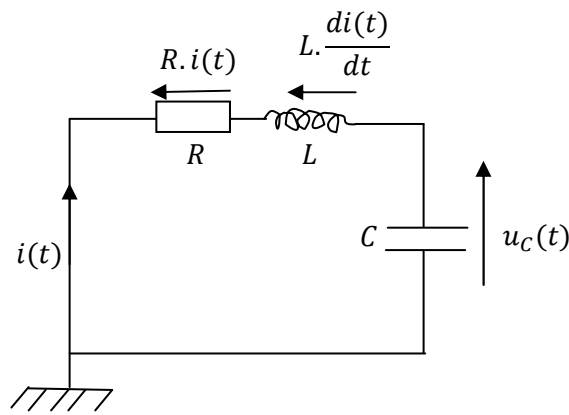


Figure IV-2. Circuits RLC en série en régime libre

a. Equation différentielle du RLC

On applique la loi des mailles :

$$\begin{aligned}
 u_C(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} &= 0 \quad \Rightarrow \quad u_C(t) + R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + L \cdot \frac{d}{dt} \left(C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \right) = 0 \\
 &\Rightarrow LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0 \quad (\text{IV.34})
 \end{aligned}$$

L'équation différentielle correspond à ce régime libre (appelé aussi régime propre) est la suivante :

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0 \quad (\text{IV.35})$$

Cette équation homogène admet une solution du type $u_C = Ae^{rt}$ avec A : une constante.

Si on injecte cette solution dans l'équation (IV.33) et que l'on élimine la solution $u_C = 0$ qui n'a pas de sens physique, on obtient :

$$r^2 + \frac{R}{L}r + \frac{1}{LC} = 0 \quad (\text{IV.36})$$

Cette dernière équation est appelée polynôme caractéristique de l'équation différentielle. Trouver les solutions de ce polynôme permet de trouver les solutions de l'équation différentielle. Pour cela, nous allons utiliser les variables réduites :

$$2\lambda = \frac{R}{L} \text{ et } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

En utilisant ces variables réduites, on peut donc écrire le polynôme caractéristique par :

$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0 \quad (\text{IV.37})$$

Remarques

❖ L'intérêt des variables réduites est d'utiliser des variables de même dimension dans la résolution de l'équation. On peut donc appliquer sa résolution dans n'importe quel système d'unité.

❖ Les variables réduites sont :

- Pulsation propre ω_0 correspond à la pulsation des oscillations en l'absence de frottements:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{IV.38})$$

- Facteur d'amortissement λ , il va être lié à la résistance globale du circuit :

$$\lambda = \frac{R}{2L} \quad (\text{IV.39})$$

- Coefficient d'amortissement : $\alpha = \frac{\lambda}{\omega_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ (IV.40)

- Facteur de qualité : $Q = \frac{1}{2\alpha} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ (IV.41)

IV-2-2. Les différents régimes

Selon la valeur de son discriminant, le polynôme caractéristique accepte plusieurs solutions. Et selon son signe on distingue trois régimes :

- a. Régime apériodique** ($\Delta > 0$): régime pour lequel la tension u_C aux bornes du condensateur ne présente pas d'oscillations et tend vers la valeur nulle.

$$\Delta > 0 \text{ alors } \lambda > \omega_0, \alpha > 1 \Leftrightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\Leftrightarrow Q < \frac{1}{2}$$

- La solution de l'équation différentielle est donnée par :

$$u_C(t) = \frac{r_2 E}{r_2 - r_1} e^{r_1 t} - \frac{r_1 E}{r_2 - r_1} e^{r_2 t} \quad (\text{IV.42})$$

Où : r_1 et r_2 sont les deux racines de polynômes caractéristiques.

E : La tension initiale aux bornes du condensateur.

- L'expression de l'intensité est donnée par :

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{r_2 r_1 E C}{r_2 - r_1} (e^{r_1 t} - e^{r_2 t}) \quad (\text{IV.43})$$

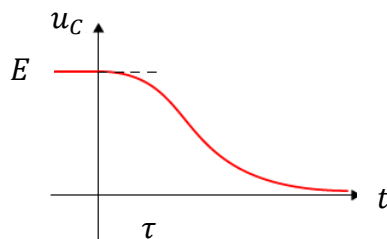


Figure IV-3. Tension aux bornes du condensateur en régime apériodique libre du circuit RLC série

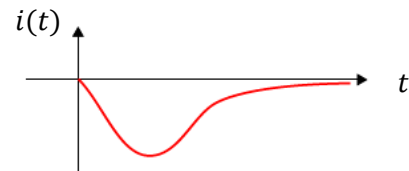


Figure IV-4. Intensité dans le circuit en régime apériodique libre du circuit RLC série

- b. Le régime critique** ($\Delta = 0$) correspond à la situation où la tension u_C tend le plus rapidement vers la valeur nulle.

$$\text{Si } \Delta = 0 \text{ alors } \lambda = \omega_0, \alpha = 1 \Leftrightarrow R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}$$

- La solution de l'équation différentielle donnée par :

$$u_C(t) = E(\lambda t + 1)e^{-\lambda t} \quad (\text{IV.44})$$

Avec $\lambda = \omega_0 = -r_1$ et r_1 : la racine double négative de polynome caractéristique.

- Le régime critique étant le premier régime apériodique, l'allure de la tension $u_C(t)$ est identique à celle du régime apériodique, le retour à l'équilibre se fait plus rapidement.
- L'expression de l'intensité est donnée par :

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = -EC\lambda^2 t e^{-\lambda t} \quad (\text{IV.45})$$

- De la même manière que précédemment, on retrouve l'allure de l'intensité du courant du régime apériodique.

- c. Régime pseudo- périodique** ($\Delta < 0$): régime pour lequel la tension u_C aux bornes du condensateur présente des oscillations amorties (oscillations dont l'amplitude décroît au cours du temps).

$$\Delta < 0 \text{ alors } \lambda < \omega_0, \alpha < 1 \Leftrightarrow R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\Leftrightarrow Q > \frac{1}{2}$$

- La solution de l'équation différentielle donnée par :

$$u_C(t) = E e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \Phi) \quad (\text{IV.46})$$

$$\text{Avec : } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

IV-2-3. Le régime libre d'un circuit RC

Soit un circuit composé d'une résistance, d'un condensateur et d'un interrupteur.

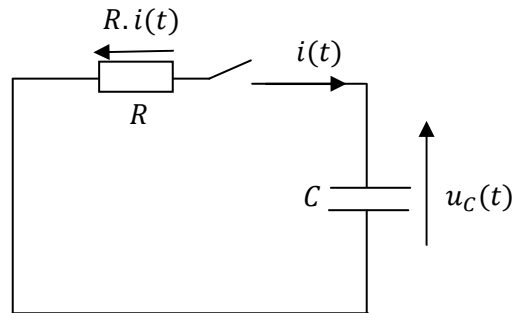


Figure IV-5. Circuit RC en régime libre

a. Les conditions initiales sont les suivantes :

- ✓ l'interrupteur est ouvert (donc empêche le courant de passer) et le condensateur est chargé q_0 .
- ✓ A $t = 0$, l'interrupteur est fermé, ce qui permet ensuite au courant de passer donc au condensateur de se décharger dans la résistance.

b. Etablissement de l'équation différentielle

Le circuit RC ne comporte qu'une maille. La tension est identique aux bornes de la résistance et du condensateur. Il vient donc :

$$u_C(t) + R \cdot i(t) = 0 \Rightarrow u_C(t) = -R \cdot i(t) = -R \left(C \frac{du_C(t)}{dt} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = 0 \quad (\text{IV.47})$$

C'est l'équation différentielle à résoudre pour obtenir $u_C(t)$

- ❖ RC est homogène à un temps. On pose $\tau = RC$. Ce temps intervient dans l'équation différentielle comme grandeur caractéristique. On appelle ainsi τ le temps caractéristique du circuit RC (ou temps de relaxation).
- ❖ L'équation différentielle (IV.45) admet une solution sous la forme $u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$
à $t = 0, u_C(t = 0) = \frac{q_0}{C} = A$

Finalement :

$$u_C(t) = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau} \quad (\text{IV.48})$$

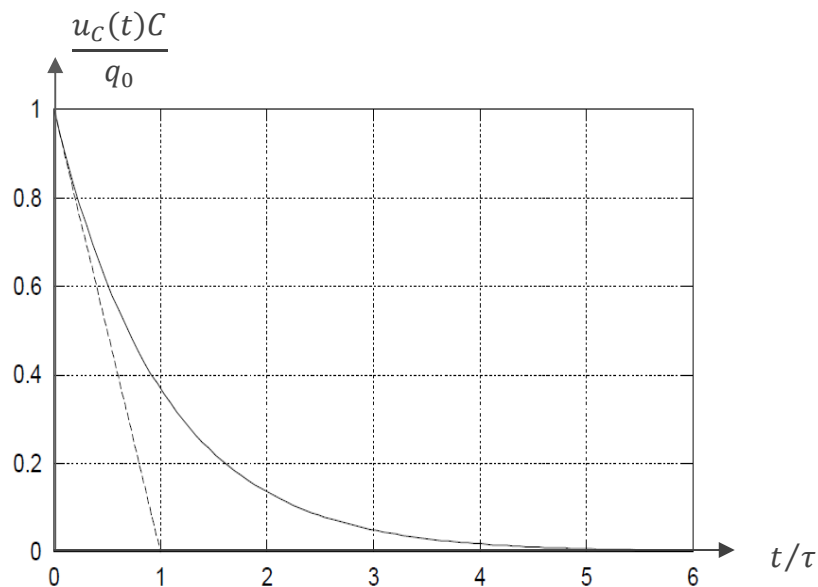


Figure IV-6. Décharge du condensateur : tension en fonction du temps.

-Circuit RC-

- La tangente à l'origine de la courbe coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$.
- Le signal $u_C(t)$ tend vers 0 quand le temps tend vers l'infini (le condensateur se décharge).
- La courbe est continue : pour $t < 0; u_C = \frac{q_0}{C}$ puis décroît de cette valeur après $t = 0$.
Ceci était prévisible : la tension aux bornes du condensateur est toujours continue dans le temps.

❖ Ensuite, le calcul du courant $i(t)$ s'effectue simplement en écrivant :

$$i(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/\tau} \quad (\text{IV.49})$$

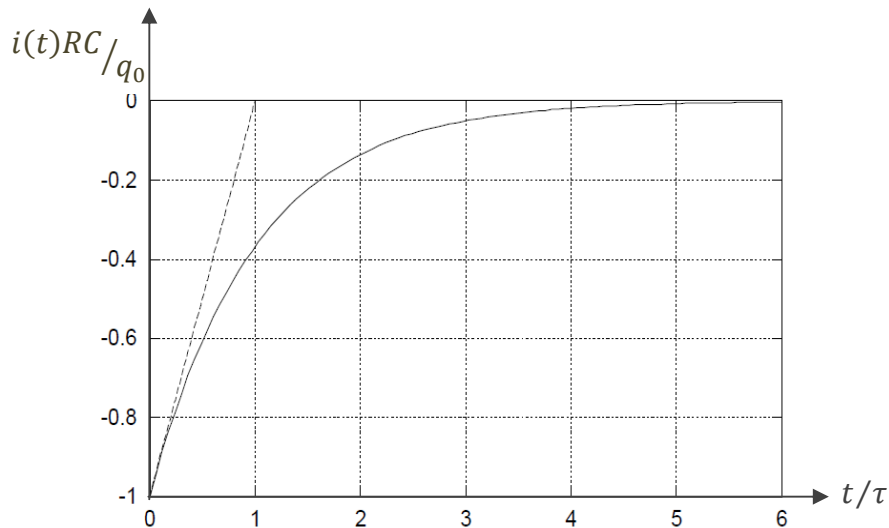


Figure IV-7. Courant en fonction du temps –circuit RC-

c. Etude énergétique

La méthode consiste à faire apparaître une grandeur homogène à une énergie ou une puissance. On sait qu'une puissance est homogène à $u_C(t) \cdot i(t)$.

D'après la loi des mailles appliquée à la maille précédente, on a :

$$u_C(t) = -R \cdot i(t) \quad (\text{IV.50})$$

La multiplication par le courant $i(t)$ donne donc un bilan de puissance :

$$u_C(t) \cdot i(t) = -R \cdot i^2(t) \quad (\text{IV.51})$$

Soit

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_C^2(t) \right) = -R \cdot i^2(t) \quad (\text{IV.52})$$

L'énergie $\frac{1}{2}Cu_c^2(t)$ perdue par le condensateur par unité de temps est égale à la puissance dissipée par la résistance sous forme de chaleur par effet Joule.

IV-2-3. Le régime libre d'un circuit RL

Soit un circuit composé d'une résistance et d'une bobine :

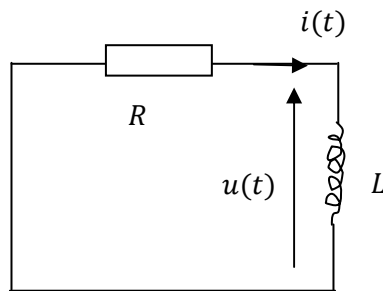


Figure IV-8. Circuit RL en régime libre

a. Les conditions initiales sont les suivantes :

- ✓ Un générateur de courant i_0 a été placé aux bornes de la bobine : un courant i_0 circule alors dans la bobine.
- ✓ A $t = 0$, l'interrupteur est ouvert, ce qui revient à enlever le générateur du circuit.

b. Etablissement de l'équation différentielle

Le circuit RL ne comporte qu'une maille. La tension est identique aux bornes de la résistance et de la bobine. Il vient donc :

$$u(t) = -R \cdot i(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (\text{IV.53})$$

Soit

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = 0 \quad (\text{IV.54})$$

C'est l'équation différentielle à résoudre pour obtenir $i(t)$.

- ❖ $\frac{R}{L}$ est homogène à l'inverse d'un temps, on pose $\tau = \frac{L}{R}$. Ce temps intervient dans l'équation différentielle comme grandeur caractéristique. On appelle τ le temps caractéristique du circuit RL (ou temps de relaxation).
- ❖ L'équation différentielle (IV.51) admet une solution sous la forme $i(t) = Be^{-t/\tau}$ à $t = 0$, $i(t = 0) = i_0$ donc $B = i_0$.

Finalement :

$$i(t) = i_0 e^{-t/\tau} \quad (\text{IV.55})$$

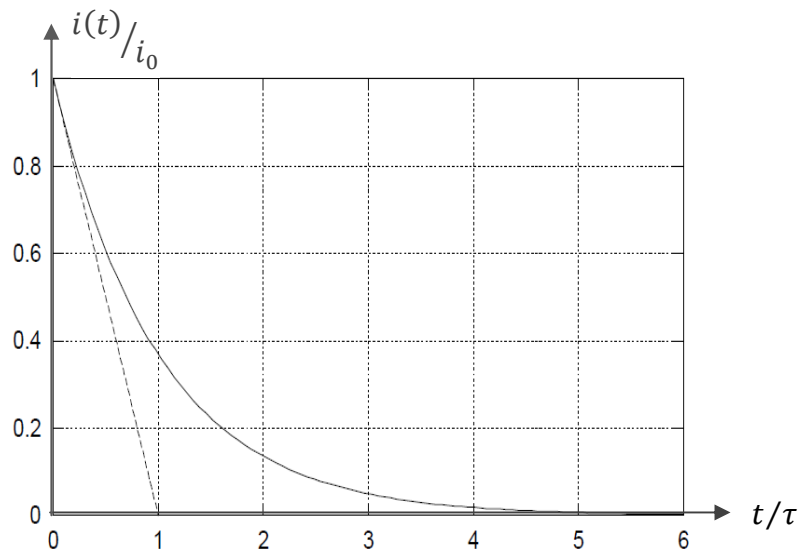


Figure IV-9. Courant en fonction du temps. -Circuit RL-

- La tangente à l'origine de la courbe coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$.
- Comme pour le circuit RC, il faut 4 à 5 τ pour que le courant devienne quasi-nul.

❖ Ensuite, le calcul de la tension $u(t)$ s'effectue simplement en écrivant :

$$u(t) = -Ri(t) = -Ri_0 e^{-t/\tau} \quad (\text{IV.56})$$

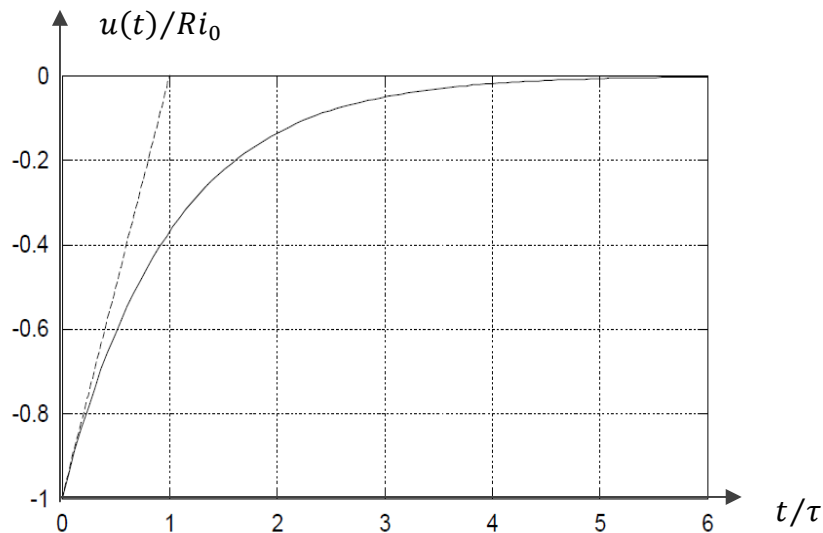


Figure IV-10. Tension en fonction du temps – Circuit RL-

c. Etude énergétique

Comme pour le circuit RC l'équation du circuit (loi des mailles) est multipliée par le courant $i(t)$:

$$i \left(L \frac{di(t)}{dt} = -Ri(t) \right) \quad (\text{IV.57})$$

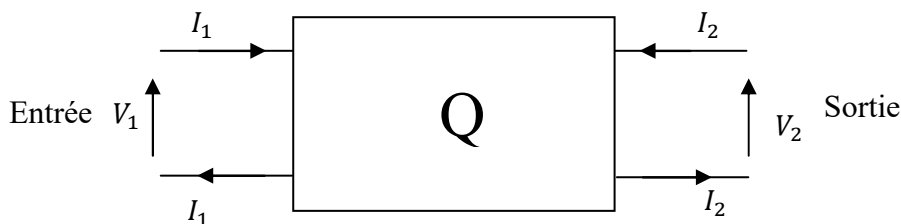
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) \right) = -Ri^2(t) \quad (\text{IV.58})$$

Cette équation s'interprète de la manière suivante : l'énergie $\frac{1}{2} Li^2(t)$ perdue par la bobine par unité de temps est égale à la puissance dissipée par la résistance $-Ri^2(t)$ (sous forme de chaleur par effet joule).

Chapitre V : Les quadripôles

V-1. Définition

Un quadripôle est une partie de réseau qui communique avec les autres circuits du montage par deux paires de bornes chacune de ces deux paires de bornes constitue un dipôle. Le courant qui entre doit être égale au courant qui sort.



Un quadripôle est caractérisé par quatre grandeurs :

- ✓ Les grandeurs d'entrée sont : V_1, I_1 .
- ✓ Les grandeurs de sortie sont : V_2, I_2 .

V-2. Classification des quadripôles

- a) **Quadripôle actif** : est un quadripôle qui comporte des sources d'énergie (de tension ou de courant) liées à des grandeurs internes.
- b) **Quadripôle passif** : est un quadripôle qui ne comporte aucune source d'énergie liée à des grandeurs internes.
- c) **Quadripôle réactifs** : on dit un quadripôle réactif s'il ne comporte que des inductances et condensateurs parfaits.
- d) **Quadripôle symétrique** : si on ne peut pas distinguer son entrée de sa sortie.

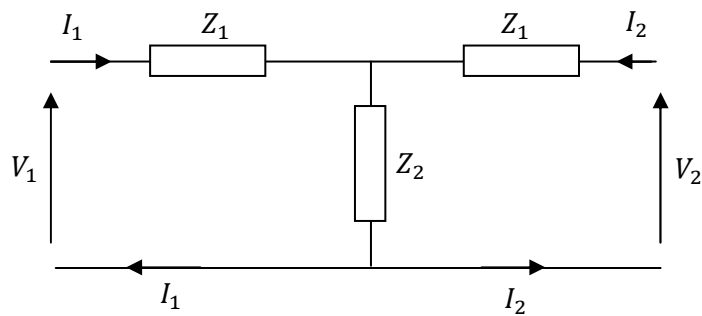
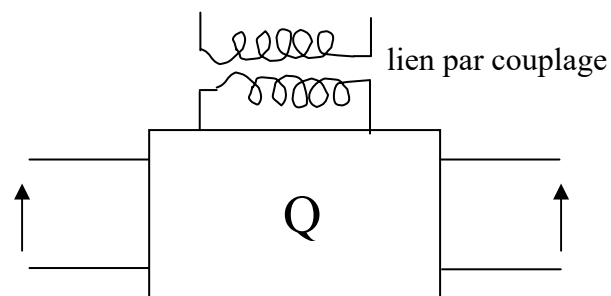


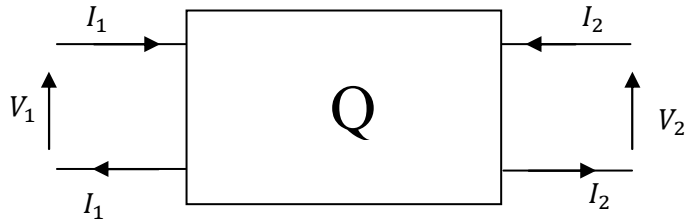
Figure V-1. Quadripôle symétrique

Remarques particuliers

- Si dans un quadripôle existe des sources indépendantes, on n'a pas le droit de parler d'un quadripôle (le réseau n'est pas considéré comme un quadripôle), c'est-à-dire un quadripôle ne comporte que des sources liées.
- Si les générateurs liés sont liés à des grandeurs externes au réseau étudié, alors celui-ci n'est pas un quadripôle.
- S'il existe un lien par couplage avec l'extérieur ; ce n'est pas un quadripôle.



V-3. Courant et tension dans un quadripôle

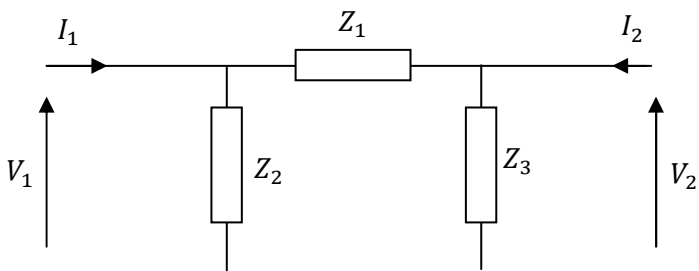
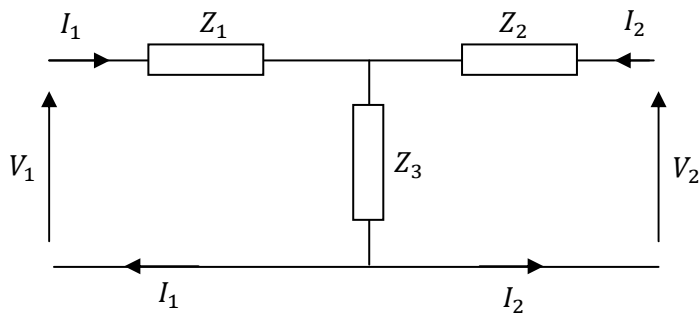


Par convention :

On choisit V_1 et I_1 les grandeurs d'entrée

On choisit V_2 et I_2 les grandeurs de sortie

Exemple de quadripôle simple passif



V-4. Les paramètres du quadripôle

Pour étudier un quadripôle, on fait appel aux grandeurs d'entrée et de sortie. On exprime deux grandeurs en fonction des deux autres.

$$(V_1, I_1) = f(V_2, I_2)$$

$$(V_1, I_2) = f(V_2, I_1)$$

$$(V_1, V_2) = f(I_1, I_2)$$

$$(I_1, I_2) = f(V_2, V_2) \dots$$

36 combinaisons possibles.

Les coefficients des relations liant les grandeurs d'entrée et de sortie sont appelés les paramètres du quadripôle :

$$\begin{cases} V_1 = A_{11}V_2 + A_{12}I_2 \\ I_1 = A_{21}V_2 + A_{22}I_2 \end{cases} \quad (\text{V-1})$$

Avec

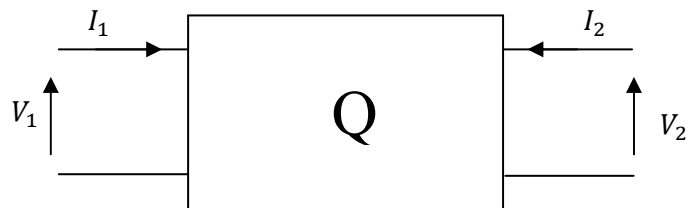
$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \text{ Matrice de paramètres.}$$

Pour relier les quatre paramètres du quadripôle, il existe quatre représentations matricielles différentes :

V-4- 1. Matrice de chaîne

Cette matrice est très pratique pour la mise en cascade des quadripôles.

La matrice de chaîne relie les tensions et courants d'entrée aux tensions et courants de sortie.



Les relations définissant la matrice de chaîne sont les suivantes :

$$\begin{cases} V_1 = f(V_2, I_2) \\ I_1 = f(V_2, I_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{cases} \quad (\text{V-2})$$

Sous forme matricielle, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

La matrice de chaîne est donnée par :

$$[a] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Pour chaque quadripôle, on aura des paramètres de chaînes différentes, pour calculer ces paramètres :

$$A = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)_{I_2=0} \quad \text{Gain inverse en tension en sortie ouverte } I_2 = 0$$

$$B = \left(-\frac{V_1}{I_2} \right)_{V_2=0} \quad \text{Impédance de transfert avec sortie en court circuit } V_2 = 0$$

$$C = \left(\frac{I_1}{V_2} \right)_{I_2=0} \quad \text{Admittance de transfert en sortie ouverte } I_2 = 0$$

$$D = \left(-\frac{I_1}{I_2} \right)_{V_2=0} \quad \text{Gain inverse en courant avec sortie en court circuit.}$$

On peut rencontrer les paramètres de chaîne inverse.

V-4- 2. Matrice Impédance

Les tensions d'entrée et de sortie sont exprimées en fonction des courants d'entrée et de sortie. Les éléments de la matrice ont la dimension des impédances.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle sont données par :

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (\text{V-3})$$

Matrice impédance : $[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$

Pour calculer les paramètres impédances :

$$Z_{11} = \left(\frac{V_1}{I_1} \right)_{I_2=0} \text{ Impédance d'entrée avec sortie en circuit ouvert.}$$

$$Z_{21} = \left(\frac{V_2}{I_1} \right)_{I_2=0} \text{ Impédance de transfert avec sortie en circuit ouvert.}$$

$$Z_{12} = \left(\frac{V_1}{I_2} \right)_{I_1=0} \text{ Impédance de transfert avec l'entrée en circuit ouvert.}$$

$$Z_{22} = \left(\frac{V_2}{I_2} \right)_{I_1=0} \text{ Impédance de sortie avec l'entrée en circuit ouvert.}$$

V-4- 3. Matrice admittance

La matrice admittance est l'inverse de la matrice impédance où les intensités de courants sont exprimées en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension des admittances.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle sont données par :

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \quad (\text{V-4})$$

$$\text{Matrice admittance : } [Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

Pour calculer les paramètres admittances:

$$Y_{11} = \left(\frac{I_1}{V_1} \right)_{V_2=0} \text{ Admittance d'entrée avec sortie en court circuit.}$$

$$Y_{21} = \left(\frac{I_2}{V_2} \right)_{V_2=0} \text{ Admittance de sortie avec sortie en court circuit.}$$

$$Y_{12} = \left(\frac{I_1}{V_2} \right)_{V_1=0} \text{ Admittance de transfert inverse quand l'entrée en court circuit.}$$

$$Y_{22} = \left(\frac{I_2}{V_2} \right)_{V_1=0} \text{ Admittance de sortie avec l'entrée en court circuit.}$$

V-4- 4. Matrice hybride

Cette représentation est utilisée surtout dans l'étude de transistors

$$\begin{cases} V_1 = H_{11}I_1 + H_{12}V_2 \\ V_2 = H_{21}I_1 + H_{22}V_2 \end{cases} \quad (\text{V-5})$$

$$\text{Matrice Hybride : } [H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

Pour calculer les paramètres impédances :

$$H_{11} = \left(\frac{V_1}{I_1} \right)_{V_2=0} \text{ Impédance d'entrée avec sortie en court circuit.}$$

$$H_{21} = \left(\frac{I_2}{I_1} \right)_{V_2=0} \text{ Gain en courant avec sortie en court circuit.}$$

$$H_{12} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)_{I_1=0} \text{ Gain inverse en tension avec l'entrée en circuit ouverte.}$$

$$H_{22} = \left(\frac{I_2}{V_2} \right)_{I_1=0} \text{ Admittance de sortie avec l'entrée en circuit ouverte.}$$

V-5. Représentation des quadripôles en schéma équivalent

Il est parfois commode de remplacer le quadripôle étudié par son schéma équivalent donné par la matrice du quadripôle. La connaissance de ce schéma équivalent est particulièrement utile lorsque le réseau réel n'est pas connu et que la détermination des paramètres résulte de la mesure.

V-5-1. Représentation impédance

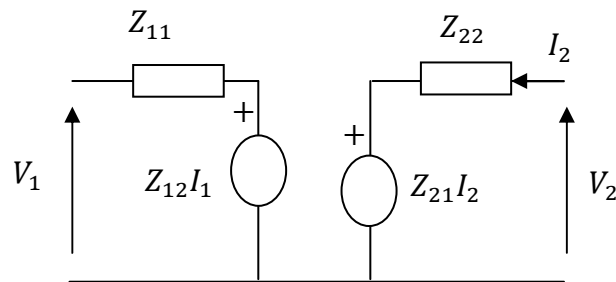


Figure V-2. Représentation d'un quadripôle en impédance

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (\text{V-6})$$

Une fois les paramètres Z sont calculés, on peut remplacer le quadripôle en fonction du schéma fonction des paramètres Z .

V-5-2. Représentation admittance

Schéma équivalent avec admittance et sources de courant

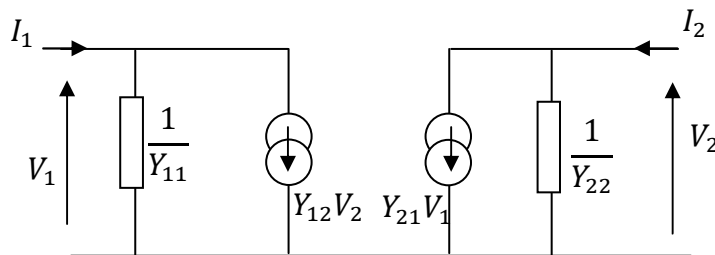


Figure V-3. Représentation d'un quadripôle en admittance

V-5- 3. Représentation Hybrides

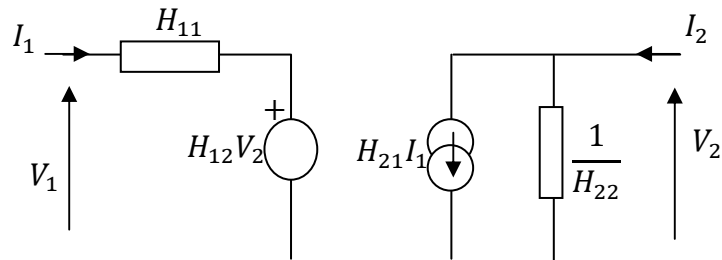


Figure V-4. Représentation d'un quadripôle en Hybride

Remarque

Schéma équivalent utilisé pour représenter les transistors en régime dynamique (variable).

V-6. Association de quadripôle

Les quadripôles peuvent être associés de diverses manières (en cascade, en série ou parallèle). Selon le type d'association, nous utilisons à chaque fois la matrice la plus appropriée.

V-6-1. Association en chaîne ou en cascade

L'association en cascade de deux quadripôles est représentée par la liaison entre les bornes de sortie du premier quadripôle avec celles d'entrée du second.

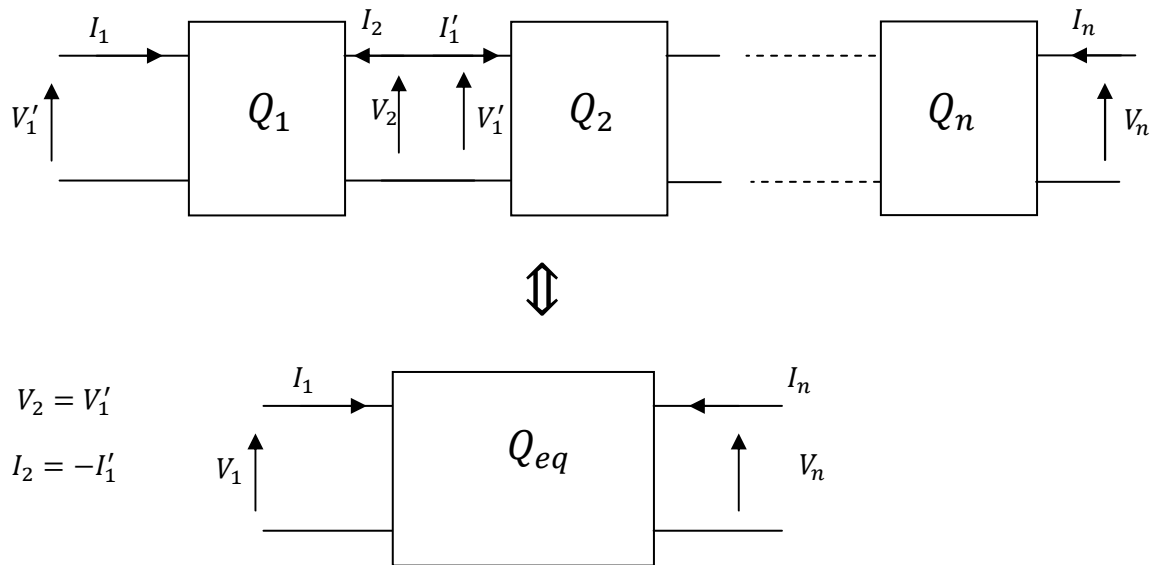


Figure V-5. Association en cascade

V-6-2. Association en série

Comme pour les dipôles, la mise en série signifie que :

- ✓ C'est le même courant qui entre et qui sort par les bornes d'entrée.
- ✓ La tension aux bornes des deux quadripôles est la somme des tensions aux bornes de chacun d'eux.

On prend les bornes d'entrée (de sortie) de chacun des quadripôles et on les met en série comme s'il s'agissait de dipôles. La mise en série de deux quadripôles Q_1 et Q_2 est illustrée à la figure suivante :

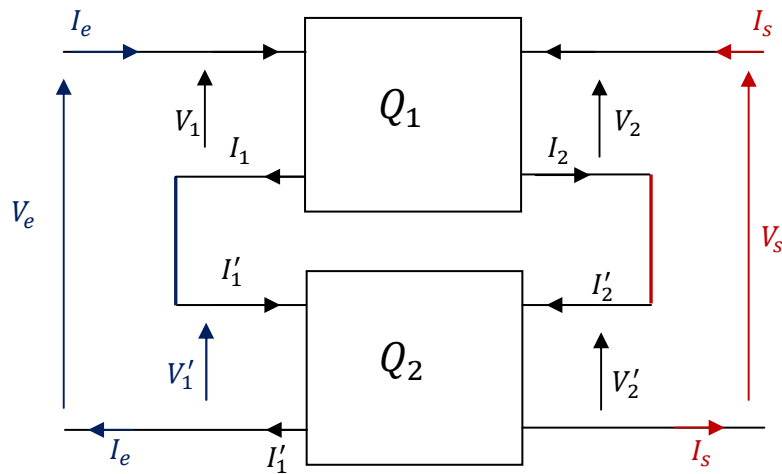


Figure V-6. Mise en série de quadripôles

Remarquons que :

- A l'entrée

$$I_1 = I_1' = I_e$$

$$V_e = V_1 + V_1'$$

- En sortie

$$I_2 = I_2' = I_s$$

$$V_s = V_2 + V_2'$$

Paramètres impédance : $[Z_{eq}] = [Z_1] + [Z_2]$

Pour n quadripôles : $[Z_{eq}] = [Z_1] + [Z_2] \dots \dots \dots + [Z_n]$

La matrice impédance du quadripôle série est égale à la somme des matrices impédances de chacun des quadripôles.

V-6-3. Association en parallèle

En parallèle, on relie les bornes « Jumelles » de chacun des deux quadripôles. La mise en parallèle de deux quadripôles Q_1 et Q_2 est illustrée à la figure suivante :

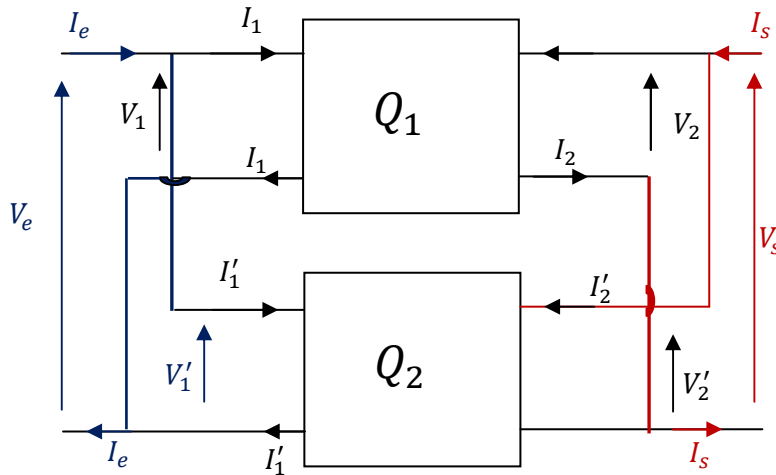


Figure V-7. Mise en parallèle de quadripôles

Remarquons que :

- A l'entrée

$$I_e = I_1 + I'_1$$

$$V_e = V_1 = V'_1$$

- En sortie

$$I_s = I_2 + I'_2$$

$$V_s = V_2 = V'_2$$

Paramètres admittance : $[Y_{eq}] = [Y_1] + [Y_2]$

Pour n quadripôles : $[Y_{eq}] = [Y_1] + [Y_2] + \dots + [Y_n]$

La matrice admittance du quadripôle parallèle est égale à la somme des matrices admittance de chacun des quadripôles.

V-7. Quadripôles en T et en π

L'association de trois impédances, disposés en T ou en π constitue deux structures de quadripôles les plus fréquentes.

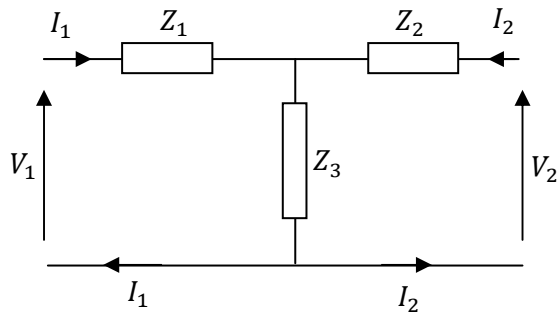


Figure V-8a. Quadripôles en T

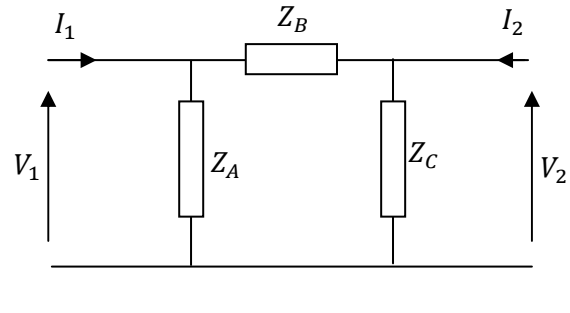


Figure V-8b. Quadripôles en π

➤ Quadripôles en T (encore appelé triangle)

$$Z_{11} = \left(\frac{V_1}{I_1} \right)_{I_2=0} = Z_1 + Z_3 \quad (\text{V-7})$$

$$Z_{21} = \left(\frac{V_2}{I_1} \right)_{I_2=0} = Z_3 \quad (\text{V-8})$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_3, \quad Z_{22} = \left(\frac{V_2}{I_2} \right)_{I_1=0} = Z_2 + Z_3 \quad (\text{V-9})$$

➤ Quadripôles en π (encore appelé étoile)

On peut déterminer les éléments Z_{ij} de la matrice impédance d'un quadripôle en π , par des mesures en circuit ouvert effectuées sur le quadripôle.

$$Z_{11} = \left(\frac{V_1}{I_1} \right)_{I_2=0} = Z_A // (Z_B + Z_C) = \frac{Z_A(Z_B + Z_C)}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{V-10})$$

$$Z_{21} = \left(\frac{V_2}{I_1} \right)_{I_2=0} = \frac{Z_C \cdot Z_A}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{V-11})$$

$$Z_{12} = \left(\frac{V_1}{I_2} \right)_{I_1=0} = \frac{Z_A \cdot Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{V-12})$$

$$Z_{22} = \left(\frac{V_2}{I_2} \right)_{I_1=0} = Z_C // (Z_A + Z_B) = \frac{Z_C(Z_A + Z_B)}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{V-13})$$

V-8. Grandeurs fondamentales des quadripôles

Les grandeurs caractérisant le comportement d'un quadripôle sont défini par : l'impédance d'entrée et de sortie, gain en courant et en tension.

V-8-1. Impédance d'entrée

Elle est exprimée par la relation $Z_e = \frac{V_e}{I_e}$. C'est l'impédance vue à l'entrée quand la sortie est reliée à une impédance Z_u .

On utilise la matrice impédance du quadripôle.

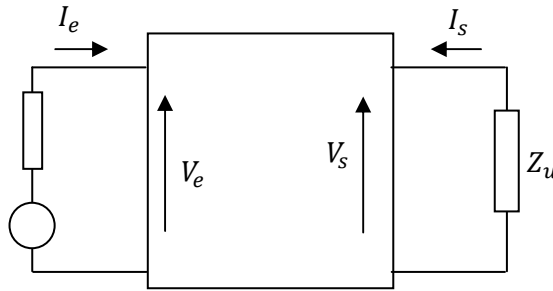


Figure V-9. L'impédance d'entrée

$$V_e = Z_{11}I_e + Z_{12}I_s$$

$$V_s = Z_{21}I_e + Z_{22}I_s = -Z_u I_s \Rightarrow I_s(Z_{22} + Z_u) = -Z_{21}I_e$$

$$\Rightarrow I_s = \frac{-Z_{21}I_e}{(Z_{22} + Z_u)} \quad (\text{V-14})$$

$$V_e = I_e \left(Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_u} \right) \quad (\text{V-15})$$

$$Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_u} \quad (\text{V-16})$$

V-8-2. Impédance de sortie

Elle est exprimée par la relation $Z_s = \frac{V_s}{I_s}$. C'est l'impédance vue à la sortie quand l'entrée est fermée par une impédance Z_g , qui est l'impédance du générateur.

Un calcul analogue au cas précédent donne :

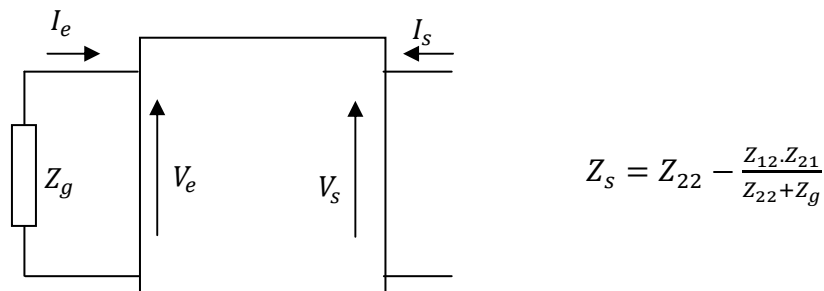


Figure V-10. L'impédance de sortie

V-8-3. Gain en tension

C'est le rapport de la tension de sortie par la tension d'entrée quand la sortie est chargée par une impédance Z_u .

$G_V = \frac{V_s}{V_e}$: Ce gain est sans dimension (réel ou complexe).

$$\begin{aligned} G_V &= \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2}{Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2} \\ &= \frac{Z_{21}I_1 - Z_{22} \frac{Z_{21}}{Z_u + Z_{22}} I_1}{Z_{11}I_1 - Z_{12} \frac{Z_{21}}{Z_u + Z_{22}} I_1} \end{aligned}$$

Après simplification, nous obtenons :

$$G_V = \frac{Z_u Z_{21}}{Z_{11} Z_u + \Delta Z} \quad (\text{V-17})$$

V-8-4. Gain en courant

Le gain en courant est défini par le rapport du courant de sortie I_s du quadripôle par le courant d'entrée I_e :

$$G_I = \frac{I_s}{I_e}$$

$$V_s = V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 = -Z_u I_2$$

D'où

$$G_I = \frac{I_s}{I_e} = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_u + Z_{22}} \quad (\text{V-18})$$

On peut observer que le gain en courant dépend de la charge Z_u .

V-9. Adaptation d'impédance

Soit un récepteur d'impédance Z_u et on désire qu'il récupère la puissance d'un système donné, d'après Thévenin on peut remplacer ce système par le générateur de Thévenin (V_{th}, Z_{th}) . Le récepteur recevra la puissance maximale si $Z_u = Z_{th}$.

Un quadripôle passif à une application importante comme adaptateur d'impédance, ainsi si on a un récepteur d'impédance Z_u qui doit recevoir la puissance maximale d'un générateur de Thevenin, il sera intéressant d'insérer un quadripôle pour adapter l'impédance Z_u à la valeur convenable, une bonne adaptation sera à la condition $Z_{th} = Z_u = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_u}$.

V-10. Fonction de transfert d'un quadripôle

V-10-1. Définition et paramètres caractéristiques

- a. La fonction de transfert d'un quadripôle linéaire en régime sinusoïdal permanent est le rapport de l'amplitude complexe du signal de sortie \underline{V}_s à l'amplitude complexe du signal d'entrée \underline{V}_e :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = |\underline{H}(\omega)| e^{arg(\underline{H}(j\omega))} = G(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (V-19)$$

- Le rapport $G(\omega)$ des valeurs efficaces des tensions de sortie et d'entrée porte le nom gain de la fonction de transfert :

$$G(\omega) = |\underline{H}(\omega)| = \frac{V_{sm}}{V_{em}} = \frac{V_{s(eff)}}{V_{e(eff)}} \quad (V-20)$$

- La phase $\varphi(\omega)$ d'une fonction de transfert est l'argument de cette fonction de transfert. Elle correspond au déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.
- On définit le gain en décibel :

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log_{10}(G(\omega)). \quad (V-21)$$

Remarque :

Le décibel (dB) est une unité sans dimension caractérisant le rapport de deux puissances moyennes P_1 et P_2 : l'écart $x(\text{db})$ entre P_1 et P_2 est défini par la relation :

$$x_{(dB)} = 10 \log \frac{P_1}{P_2} \quad (V-22)$$

Dans un circuit électrique, la puissance moyenne consommée par une résistance est :

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad (\text{V-23})$$

Il en résulte en notant X la grandeur électrique considérée (intensité I ou U) :

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{X_2}{X_1}\right)^2 \Rightarrow x_{(dB)} = 10 \log \left(\frac{X_2}{X_1}\right)^2 = 20 \log \frac{X_2}{X_1} \quad (\text{V-24})$$

Enfin, l'écart en décibels (dB) entre deux grandeurs électriques, est défini par :

$$x_{(dB)} = 20 \log \frac{X_2}{X_1}$$

- b. On appelle pulsation de coupure ω_c d'une fonction de transfert $H(j\omega)$ du premier ordre (p à la puissance 1), la pulsation pour laquelle le gain H_{dB} est tel que :

$$|H(j\omega_c)|_{dB} = 20 \log \left(\frac{|H(\omega)|_{max}}{\sqrt{2}}\right) = H_{dBmax} - 3_{dB}$$

- c. On appelle fréquence de coupure d'une fonction de transfert $H(j\omega)$ du premier ordre, la fréquence associée à la pulsation de coupure ω_c , tel que :

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$$

- On appelle bande passante BP d'une fonction de transfert $H(j\omega)$, la gamme des fréquences pour lesquelles le gain de la fonction de transfert est compris entre son maximum et -3_{dB} relatif.
- On appelle constante de temps τ d'une fonction de transfert $H(j\omega)$ du premier ordre, l'inverse de la pulsation de coupure ω_c , tel que :

$$\tau = \frac{1}{\omega_c} \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{2\pi f_c}$$

- On appelle gain statique H_0 d'une fonction de transfert $H(j\omega)$, le gain lorsque la pulsation tend vers 0 : $|H(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} = |H(p)|_{p \rightarrow 0} = H_0$.

Chapitre VI : Quadripôles particuliers passifs

VI-1. Les filtres

VI-1-1. Introduction

Soit un circuit d'utilisation d'impédance imaginaire. Z_u est une source qui comporte en plus de fondamental plusieurs harmoniques, on veut de filtrer le courant c'est à dire obtenir une atténuation importante de son intensité pour certain harmonique. On fait appel à un organe appel filtre au quel on demande à assurer la sélection.

VI-1-2. Définitions

Le filtre est un quadripôle linéaire, qui ne laisse passer que les signaux compris dans un domaine de fréquence limité, appelé la bande passante. Il est caractérisé par une fonction de transfert $T(\omega) = \frac{V_2}{V_1}$, où une courbe de réponse en fréquences $F(\omega) = |T(\omega)|$.

Les filtres peuvent se rencontrer sous une multitude de forme de circuits. On distingue toutefois trois grandes familles : les filtres actifs, les filtres passifs et les filtres numériques.

- a) **Filtres actifs** : sont des circuits comprenant une alimentation externe.
- b) **Filtres numériques** fonctionnent à partir de signaux échantillonnés en réalisant des opérations mathématiques sur les échantillons.
- c) **Filtres passifs** :
 - Sont des quadripôles constitués de résistances, de bobines et de condensateurs.
 - Se présentent sous la forme de quadripôle linéaire : réseau électrique à quatre bornes à base de composants passifs (résistances, de bobines et de condensateurs).
 - Est un circuit linéaire \Rightarrow si la tension d'entrée est sinusoïdale alors que la tension de sortie est sinusoïdale de même fréquence.

VI-1-3. Types de filtre

On peut classer les filtres en quatre catégories suivant les fréquences qui sont favorisées et les fréquences qui sont atténuées:

- a) **Filtre passe-bas** : le circuit garde les signaux ayant une basse fréquence, c'est-à-dire favorise la transmission des signaux de fréquences inférieures à une fréquence caractéristique f_c , il atténue les signaux dont la fréquence est supérieure à f_c .

- b) **Filtre passe-haut** : le circuit garde les signaux ayant une haute fréquence, c'est-à-dire réalise l'opération inverse : il transmet intégralement les signaux de fréquences supérieures à f_c et atténue les autres.

- c) **Filtre passe-bande** : le circuit conserve les signaux ayant une fréquence comprise entre deux seuils, c'est-à-dire il ne laisse transmettre que les signaux dont la fréquence est comprise à l'intérieure d'une bande de fréquence $B = |f_{c2} - f_{c1}|$.

- d) **Filtre coupe-bande (filtre à rejet)** : le circuit coupe les signaux ayant une fréquence comprise entre deux seuils.

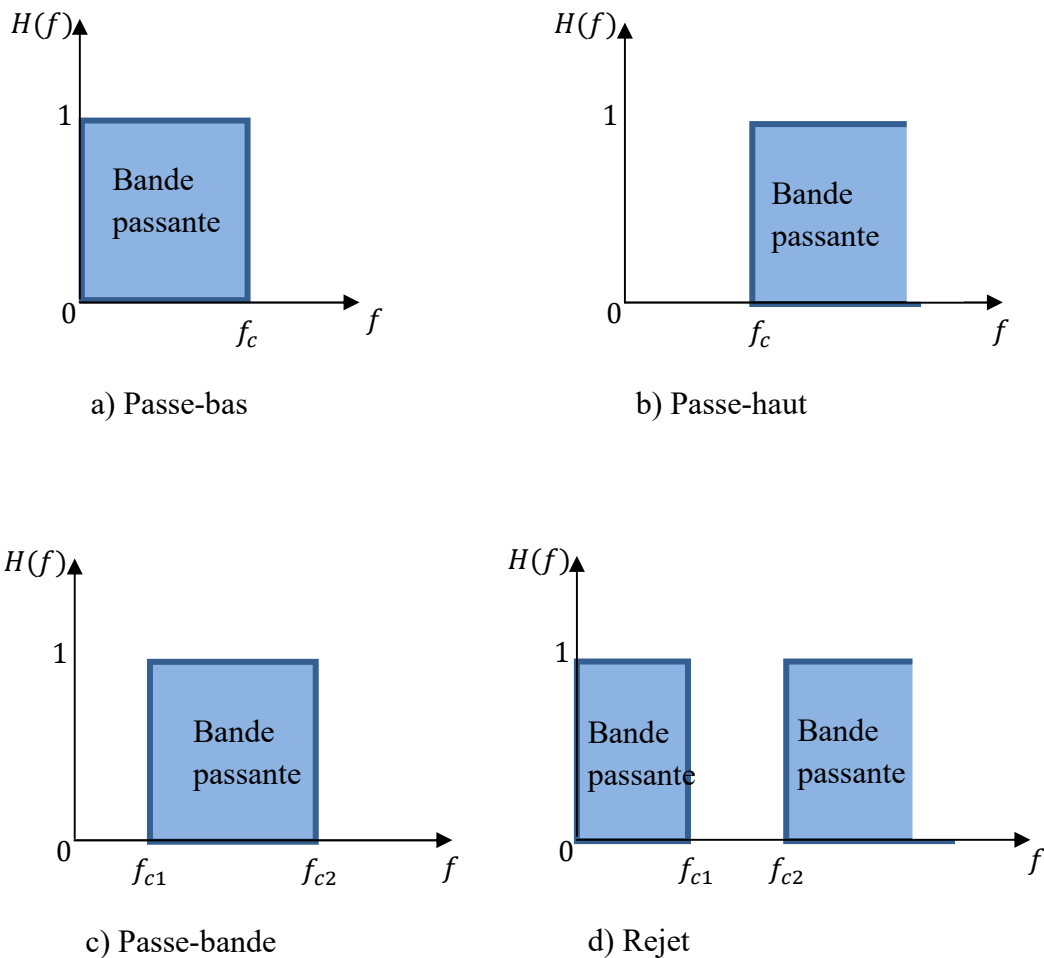


Figure VI-1. Différents types des filtres

VI-1-4. Définition d'un filtre idéal

Le filtre idéal doit permettre le passage sans affaiblissement des tensions comprise dans une certaine bande de fréquence appelée bande passante. On dehors de la bande passante, le gain doit être nul. Alors, les filtres idéals sont caractérisés par deux zones :

- **Bande passante :** c'est l'étendue des fréquences entre lesquelles un signal à l'entrée passe à la sortie, où $|\underline{H}(j\omega)| = 1$.

- **Bande atténuée** : c'est l'étendue de fréquences où l'amplitude d'un signal est atténuée de sorte qu'il n'apparaît pas à la sortie où $|\underline{H}(j\omega)| = 0$.

VI-1-5. Caractérisation d'un filtre

a. Fonction de transfert

On caractérise un filtre par sa fonction de transfert (où transmittance d'un filtre), le plus souvent en tension : $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ (VI-1)

b. Notion de fonction d'atténuation

Parfois, on préfère définir un filtre par rapport à l'atténuation qu'il amène sur la grandeur d'entrée :

$$A(j\omega) = \frac{1}{\underline{H}(j\omega)} = \frac{V_e}{V_s} \quad (\text{VI-2})$$

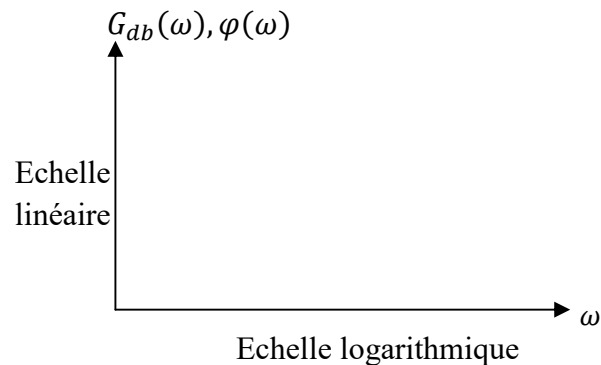
c. Diagramme de Bode d'un filtre

❖ Définition

La représentation de Bode consiste à représenter séparément en fonction de (ω) :

- Le gain $G(\omega)$ en fonction de ω en décibel.
- La phase φ en fonction de ω en degré.
- On utilisera pour le diagramme de Bode une échelle semi logarithmique :

$$\begin{cases} G_{db}(\omega) = 20 \log |\underline{H}(j\omega)| = f(\log \omega) \\ \varphi(\omega) = \arg \underline{H}(j\omega) = g(\log \omega) \end{cases} \quad (\text{VI-3})$$



❖ Diagramme asymptotique et diagramme réel

Les diagrammes de Bode peuvent être représentés en courbes réelles ou en diagrammes asymptotiques :

- **Courbe asymptotique** : c'est la représentation graphique simplifiée des fonctions à l'aide de leurs équivalents aux bornes du domaine de définition ($\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow +\infty$ et $\omega \rightarrow \omega_c$).
- **Courbe réelle** : c'est la représentation graphique des fonctions $G_{dB}(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ en fonction de f ou de ω .

VI-1-6. Filtres passifs d'ordre 1 (circuit RC série)

❖ Etude d'un filtre passe-bas d'ordre 1

Soit le circuit de RC suivant :

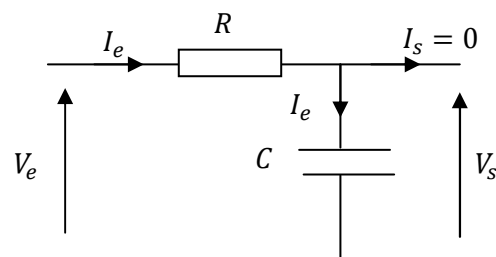


Figure VI-2. Filtre passe-bas

a) Fonction de transfert

La tension de sortie V_s est déduite de la règle de diviseur de tension :

$$\underline{V}_s = \frac{Z_c}{R+Z_c} \underline{V}_e = \frac{1}{1+jRC\omega} \underline{V}_e \quad (\text{VI-4})$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{1}{1+jRC\omega} \quad (\text{VI-5})$$

$$\text{Soit } G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$$

et

$$\varphi = \arg(\underline{H}) = -\arctg(RC\omega) \quad (\text{VI-6})$$

b) Pulsation de coupure ω_c , fréquence de coupure f_c , bande passante

- $G_{max} = G_{(\omega=0)} = 1$, d'où

$$G_{(\omega_c)} = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega_c)^2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC} \quad (\text{VI-7})$$

$$\underline{H} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \Rightarrow G = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^2}}, \quad \varphi = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

- La fréquence de coupure :

$$\begin{cases} \omega_c = \frac{1}{RC} \\ \omega_c = 2\pi f_c \end{cases} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (\text{VI-8})$$

- La bande passante du filtre passe-bas, telle que :

$$\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \leq G_{(\omega)} \leq G_{max}, \text{ est l'intervalle } [0, \omega_c]$$

c) Diagramme de Bode

$$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log G = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right) \\ \varphi = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \end{cases} \quad (\text{VI-9})$$

➤ Basse fréquence $\omega \ll \omega_c$

- Si $\omega \rightarrow 0$: $G_{dB} = -10 \log[1] \text{ dB} \Rightarrow$ on a une asymptote horizontale $\log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$ tend vers $-\infty$.
- Pour la phase : Si $\omega \rightarrow 0$: $\varphi = 0 \Rightarrow$ on a une asymptote horizontale en $-\infty$

➤ Haute fréquence $\omega \gg \omega_c$

- Si $\omega \rightarrow \infty$: $G_{dB} = -10 \log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 = -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \Rightarrow$ on a une asymptote de pente -20 dB/Décade en $+\infty$.
- Pour la phase : Si $\omega \rightarrow \infty$: $\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ on a une asymptote horizontale en $+\infty$.

➤ Si $\omega = \omega_c$:

- $G_{dB} = -10 \log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] = -10 \log[2] = -3 \text{ dB} \Rightarrow$ L'intersection entre les deux asymptotes (la pulsation de coupure).
- Pour la phase : $\varphi(\omega_c) = -\arctg\left(\frac{\omega_c}{\omega_c}\right) = -\arctg[1] = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow$
L'intersection entre les deux asymptotes (la pulsation de coupure)

On peut présenter le diagramme de Bode comme suit :

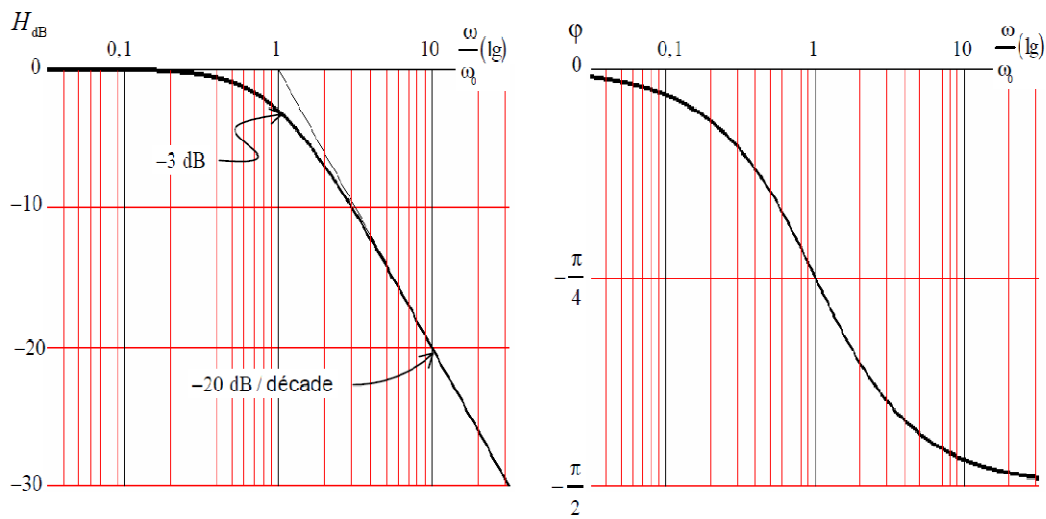


Figure VI-3. Diagramme de Bode d'un filtre passe-bas de l'ordre 1

❖ Etude d'un filtre passe-haut d'ordre 1

Le même circuit que précédent avec l'inversement de l'emplacement de la résistance et la capacité.

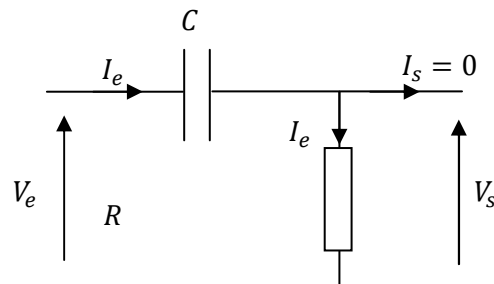


Figure VI-4. Filtre passe-haut

a) Fonction de transfert

D'après la figure précédente, nous avons :

$$\underline{V}_s = \frac{R}{R+Z_C} \underline{V}_e = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \underline{V}_e \Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \quad (\text{VI-10})$$

$$\text{Soit } G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(RC\omega)^2}}} \text{ et } \varphi = \arg(\underline{H}) = \frac{\pi}{2} - \arctg(RC\omega)$$

b) Pulsation de coupure ω_c , fréquence de coupure f_c , bande passante

- $G_{max} = G_{(\omega=\infty)} = 1, G_{(\omega=0)} = 0$, d'où

$$G_{(\omega_c)} = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(RC\omega_c)^2}}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC} \quad (\text{VI-11})$$

$$\underline{H} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \Rightarrow G = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^2}}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

- La fréquence de coupure :

$$\begin{cases} \omega_c = \frac{1}{RC} \\ \omega_c = 2\pi f_c \end{cases} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (\text{VI-12})$$

- La bande passante de filtre passe-haut d'ordre 1, est donné par :

$$\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \leq G(\omega) \leq G_{max}, \text{ est l'intervalle } [\omega_c, \infty[.$$

c) Diagramme de Bode

$$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log G = 20 \log \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right)^{-1/2} = -10 \log \left(1 + 1 + \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega}{\omega_c} \end{cases} \quad (\text{VI-13})$$

➤ Basse fréquence $\omega \ll \omega_c$

- Si $\omega \rightarrow 0$: $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) - 10 \log [1] = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \Rightarrow$ On a une asymptote de pente $+20 \text{ dB/Décade}$ en $-\infty$.
- Pour la phase : Si $\omega \rightarrow 0$: $\varphi = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ On a une asymptote horizontale en $-\infty$.

➤ Haute fréquence $\omega \gg \omega_c$

- Si $\omega \rightarrow \infty$: $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) - 10 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2$
 $= 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) - 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = 0$

\Rightarrow On a une asymptote horizontale en $+\infty$.

- Pour la phase : Si $\omega \rightarrow \infty$: $\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow$ On a une asymptote en $+\infty$.

➤ Si $\omega = \omega_c$:

- $$G_{dB}(\omega_c) = 20 \log \left(\frac{\omega_c}{\omega_c} \right) - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$= 20 \log[1] - 10 \log[2] = -3 \text{ dB}$$

⇒ L'intersection entre les deux asymptotes (la pulsation de coupure).

- Pour la phase : $\varphi(\omega_c) = \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{\omega_c}{\omega_c} \right) = \frac{\pi}{2} - \arctg[1] = \frac{\pi}{4}$

⇒ L'intersection entre les deux asymptotes (la pulsation de coupure).

On peut représenter le diagramme de Bode comme suit :

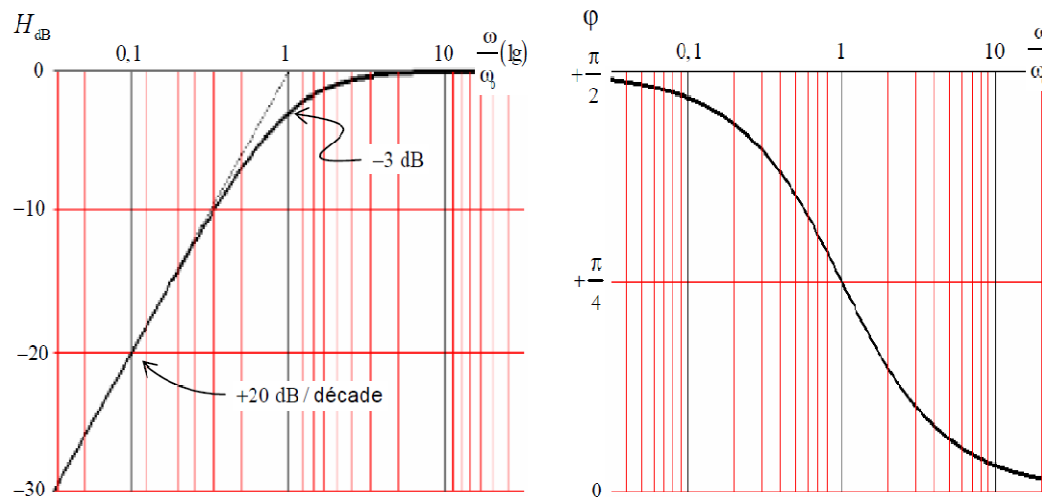


Figure VI-5. Diagramme de Bode d'un filtre passe-haut de l'ordre 1

VI-2. Transformateur

VI-2-1. Définition

Un transformateur est un convertisseur statique d'énergie électrique réversible. Il permet d'adapter, selon les besoins, une tension alternative sinusoïdale en l'élevant ou en l'abaissant sans modifier la fréquence.

VI-2-2. Constitution

Un transformateur est constitué de deux bobines (enroulements) couplées par un circuit magnétique. Un enroulement primaire à N_1 spires et un enroulement secondaire à N_2 spires.

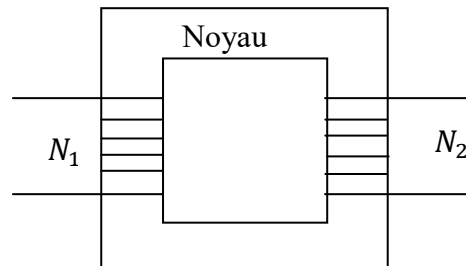


Figure VI-6. Un transformateur

VI-2-3. Représentation d'un transformateur

On utilise deux symboles normalisés pour représenter un transformateur:

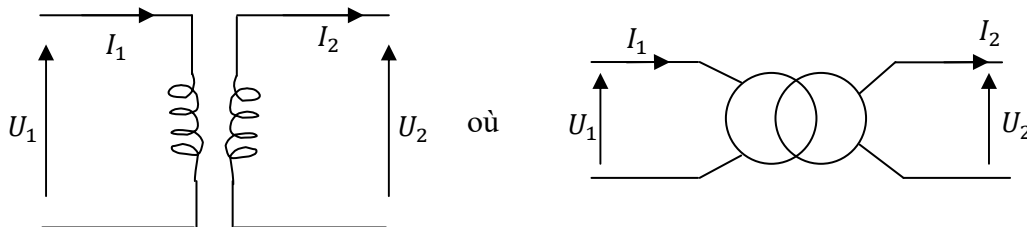
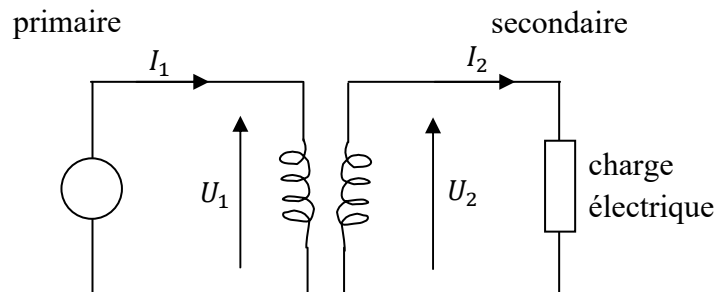


Figure VI-7. Symboles d'un transformateur

VI-2-4. Branchement :

- L'enroulement primaire est branché à une source de tension sinusoïdale alternative, se comporte comme un récepteur.
- L'enroulement secondaire alimente une charge électrique, se comporte comme un générateur.

VI-2-5. Rapport de transformation

Il est défini lors de la construction du transformateur. A vide, un transformateur est parfait.

$$M = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (\text{VI-14})$$

Nombre de spires	tension	Rôle du transformateur
$N_2 < N_1$	$U_2 < U_1$	abaisseur
$N_2 > N_1$	$U_2 > U_1$	élévateur
$N_2 = N_1$	$U_2 = U_1$	séparateur

VI-2-6. Principe de fonctionnement

✓ Rappel : loi de Faraday

Une variation de flux à travers une spire crée une f.e.m et inversement une f.e.m dans une spire crée une variation de flux à travers celle-ci.

✓ Les transformateurs utilisent le phénomène d'induction électromagnétique :

- le primaire est alimenté par une tension sinusoïdale (variable). Il est donc traversé par un courant sinusoïdal et donne naissance à travers le circuit magnétique à un flux sinusoïdal.
- Ce flux engendre alors un f.e.m induite e_1 dans l'enroulement primaire et e_2 dans l'enroulement secondaire.
- Lorsque l'enroulement secondaire est relié à un récepteur, un courant parcourt le circuit secondaire.

VI-3. Circuits couplés

VI-3-1. Les différents modes de couplage

Il s'agit d'un passage d'énergie d'un étage (dit amplificateur) à l'autre, donc d'un couplage.

Parmi les nombreux procédés de couplage, il existe trois types fondamentaux :

- le couplage par résistance,
- le couplage par capacité,
- le couplage par inductance où couplage magnétique, dans ce dernier la liaison étant assurée par un véritable transformateur (c'est-à-dire sans noyau de fer doux).

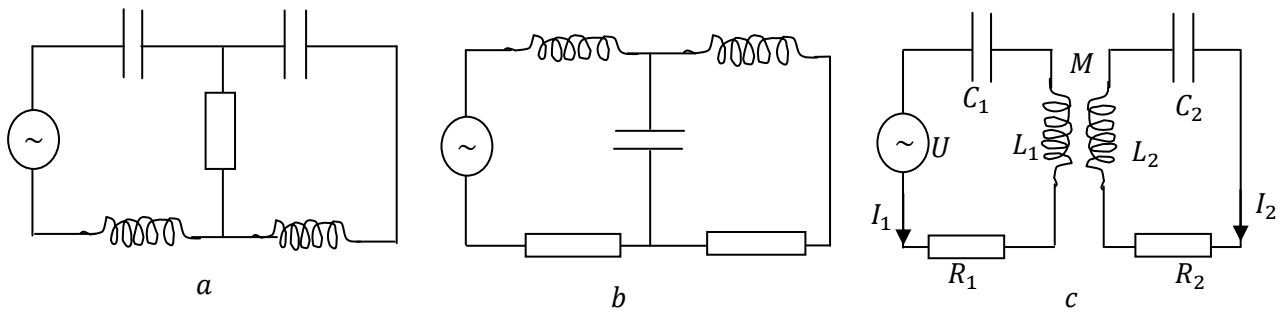


Figure VI-8. Les trois modes de couplage : a) par résistance, b) par capacité, c) par inductance

Pour tenir compte des fuites – inévitables – dans les calculs de circuits couplés par inductance, on introduit un coefficient de couplage noté généralement M entre les deux enroulements, l'un appelé primaire et l'autre appelé secondaire :

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} ; \quad 0 < K < 1$$

L_1, L_2 : Coefficients d'auto-induction des enroulements du primaire et du secondaire.

Pour $K \approx 1$, on dit que le couplage est serré.

Pour $K \ll 1$, on dit que le couplage est lâché.

VI-3-2. Couplage magnétique, méthode de solution des équations du circuit

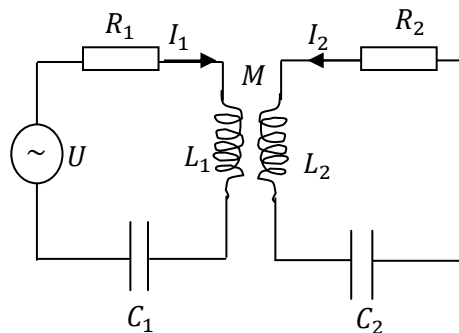


Figure VI-9. Couplage magnétique

On considère la figure VI-9 où deux circuits RLC série sont couplés par induction. Les deux inductances et les résistances sont identiques. Le circuit primaire est excité par une tension sinusoïdale.

On étudie le courant dans chaque circuit. A chaque instant, on a les équations :

$$\begin{cases} L \frac{dI_1}{dt} + RI_1 + \frac{Q_1}{C_1} + \frac{MdI_2}{dt} = U(t) \\ L \frac{dI_2}{dt} + RI_2 + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{MdI_1}{dt} = 0 \end{cases} \quad (\text{VI-15})$$

En dérivant, on obtient :

$$\begin{cases} L \frac{d^2I_1}{dt^2} + R \frac{dI_1}{dt} + \frac{I_1}{C_1} + \frac{Md^2I_2}{dt^2} = \frac{dU(t)}{dt} \\ L \frac{d^2I_2}{dt^2} + R \frac{dI_2}{dt} + \frac{I_2}{C_2} + \frac{Md^2I_1}{dt^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{VI-16})$$

- **Régime libre** : on charge le condensateur C puis on ferme le circuit de gauche. Pour étudier le régime libre, on intègre numériquement le système d'équations.
- **Régime forcé permanent** : on utilise les impédances complexes en posant :

$$\begin{cases} Z_1 = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C_1\omega} \right) = R + jX_1 \\ Z_2 = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C_2\omega} \right) = R + jX_2 \end{cases} \quad (\text{VI-17})$$

$$\begin{cases} U = Z_1 I_1 + jM\omega I_2 \\ 0 = Z_2 I_2 + jM\omega I_1 \end{cases} \Rightarrow U = \left(\frac{Z_1 + M^2\omega^2}{Z_2} \right) I_1 \quad (\text{VI-18})$$

Il vient alors :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{Z_2 U}{Z_1 Z_2 + M^2 \omega^2} \\ I_2 = \frac{-jM\omega U}{Z_1 Z_2 + M^2 \omega^2} \end{cases} \quad (\text{VI-19})$$

- Si les deux circuits sont identiques ; leur fréquence propre est $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Pour chercher la valeur maximale de I_2 , on peut dans une première étape négliger les résistances. On obtient :

$$\begin{cases} Z_1 = jX \\ Z_2 = +jX \end{cases} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{jM\omega U}{X^2 - M^2 \omega^2}$$

$$I_2 \text{ est maximum si } L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm KL\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 \pm K}}$$

- La relation $U = \left(\frac{Z_1 + M^2 \omega^2}{Z_2} \right) I_1$ montre que la partie réelle du circuit de gauche est toujours plus grande que celle du même circuit non couplé : le couplage amorti le premier circuit.
- On peut montrer que les deux circuits couplés, la valeur de M que donne la valeur maximum de I_2 est telle que $M^2 \omega^2 = Z_1 Z_2$. Pour deux circuits identiques accordés, $Z_1 = Z_2 = R$; le coefficient de couplage optimal vaut : $K = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{1}{Q}$.

Chapitre VII : Diodes à semi-conducteur

VII-1. Notions élémentaires de la physique des semi-conducteurs

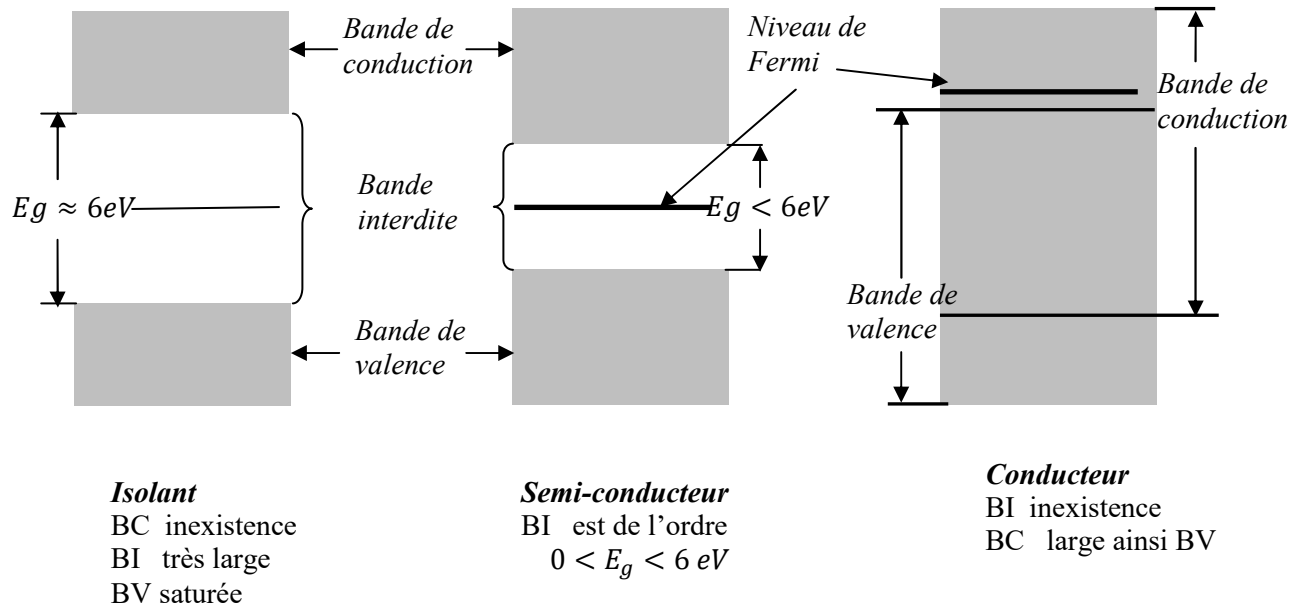
VII-1-1. Généralités

- ❖ Quand on applique une différence de potentiel V à un matériau, on peut rencontrer :
 - Soit des conducteurs où le courant se déplace facilement.
 - Soit des isolants qui bloquent le passage du courant.
 - Entre les deux catégories, **les semi-conducteurs.**

- ❖ D'après la résistivité des corps on définit ρ , avec $\sigma = \frac{1}{\rho}$ (σ est la conductivité) et $R = \rho \frac{L}{S}$
 - Les conducteurs : $\rho < 10^{-6} \Omega \cdot m$
 - Les semi-conducteurs : $10^{-6} < \rho < 10^{10} \Omega \cdot m$.
 - Les isolants : $\rho > 10^{10} \Omega \cdot m$.

- ❖ Tout atome est caractérisé par son nombre des électrons. Ces électrons se situent à des distances d'un noyau qui correspond à des niveaux d'énergie bien déterminés.

- ❖ Les électrons qui participent aux liaisons atomiques sont situés dans la bande de valence (BV). Certains électrons faiblement liés au noyau se trouvent dans la bande de conduction (BC). Entre ces deux bandes, se trouve la bande interdite (BI) (GAP E_g) dans la largeur dépend du corps et de sa nature (conducteur, isolant, semi-conducteur).



VII-1-2. Semi-conducteur intrinsèque

Les semi-conducteurs intrinsèques sont constitués par des réseaux cristallins dont tous les atomes sont reliés entre eux par des liaisons covalentes.

Si on applique un champ électrique, on chauffe le semi-conducteur, les électrons passent de la bande de valence à la bande de conduction : l'électron devient libre.

L'électron va pouvoir se déplacer dans le réseau et laisse à sa place un manque d'électron que l'on appelle trou.

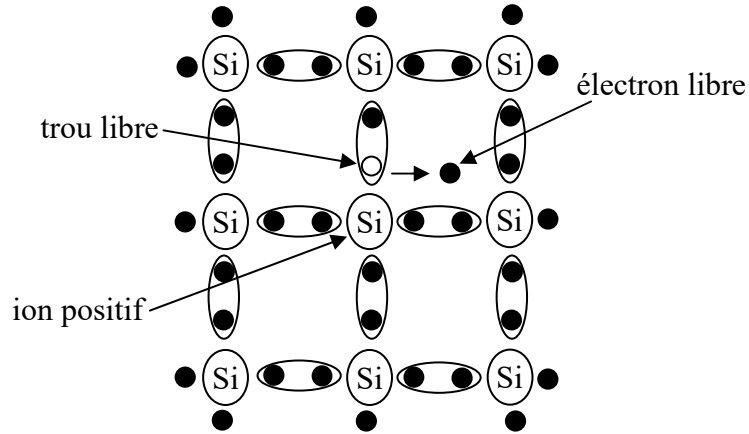
Exemple :

Figure VII-1. Création d'une paire électron-trou par rupture d'une liaison de covalence sous l'effet de la température

On a 8 électrons périphériques : configuration stable.

Aux conditions ordinaires, le Silicium se comporte comme un isolant. Quand on applique un champ \vec{E} extérieur où on chauffe le Germanium, on a libération d'un électron \Rightarrow déplacement de l'électron.

Il reste un ion positif soit une place libre appelée trou et qui peut voyager dans le solide parce que les électrons voisins peuvent sauter dans le trou.

Porteurs positifs : trous

Porteurs négatifs : électrons

Remarque :

- ✓ Dans un semi-conducteur intrinsèque, c'est-à-dire formé d'atomes purs (Ge, Si), il existe d'autant d'électrons libres que trous : soit les densités n et p respectives des porteurs négatifs (électrons) dans la bande de conduction et porteurs positifs (trous) dans la bande de valence, alors : $n = p = n_i$, avec n_i : la concentration intrinsèque.
- ✓ Ce type de semi-conducteur ne peut fournir qu'un faible courant car il n'y aura pas assez d'électrons libres.

VII-1-3. Semi-conducteur extrinsèque

a. Dopage

Les conductibilités du silicium et du germanium peuvent être augmentées de façon sévère et contrôlées par l'addition d'impuretés dans le semi-conducteur intrinsèque (pur) de l'ordre d'un atome étranger pour 10^8 atomes du semi-conducteur.

Ce procédé, appelé dopage, augmente le nombre de porteurs de courant (électrons et trous). Les catégories d'impuretés sont de type N et de type P.

b. Semi-conducteurs de type N

Afin d'augmenter le nombre d'électrons de la bande de conduction en silicium intrinsèque, des atomes d'impuretés pentavalents sont ajoutés. Ces atomes possèdent cinq électrons de valence, tels que l'arsenic (As), le phosphore (P), le bismuth (Bi) et l'antimoine (Sb). Dans un semi-conducteur de type N, les électrons libres sont majoritaires alors que les trous sont minoritaires.

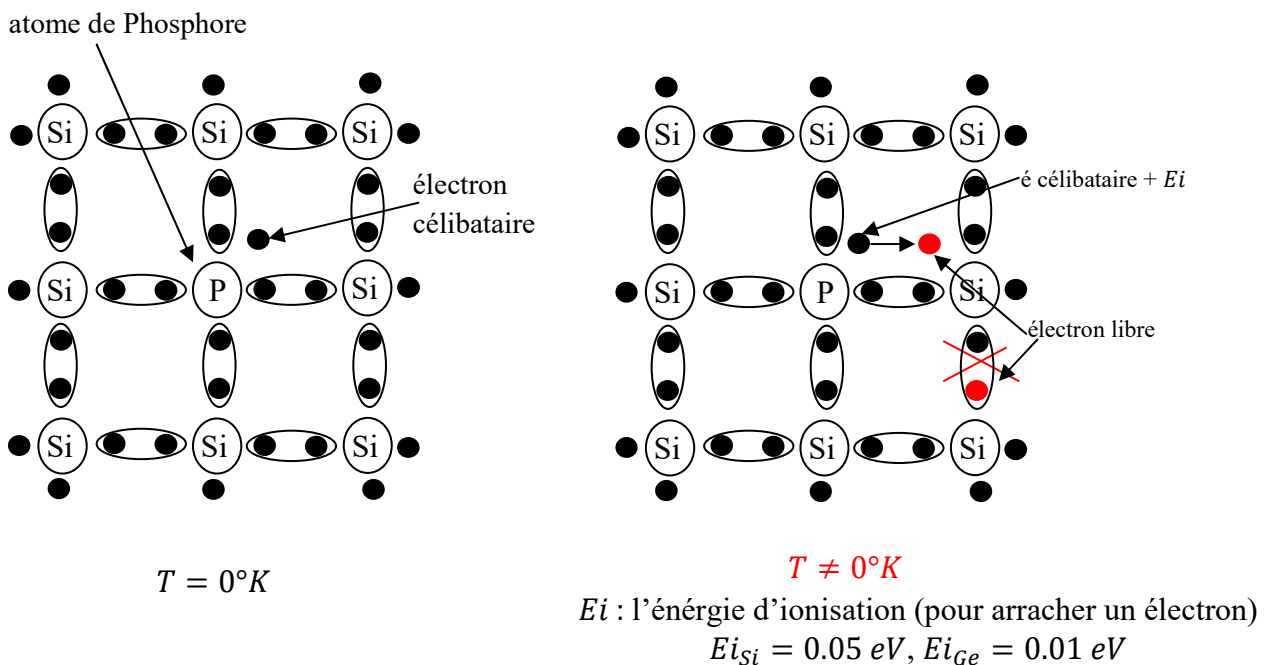


Figure VII-2. Dopage d'un monocristal de silicium par un atome de Phosphore.

c. Semi-conducteur de type P

Afin d'augmenter le nombre de trous dans un silicium intrinsèque, des atomes d'impuretés trivalents sont ajoutés. Ces atomes possèdent trois électrons de valence, tels que l'aluminium (Al), le bore (B) et le gallium (Ga). Le nombre de trous peut être contrôlé par la quantité d'impureté trivalente ajoutée au silicium. Un trou crée par cette méthode de dopage n'est pas accompagné d'un électron de conduction (libre). Dans un semi-conducteur de type P, les trous sont majoritaires et les électrons sont minoritaires.

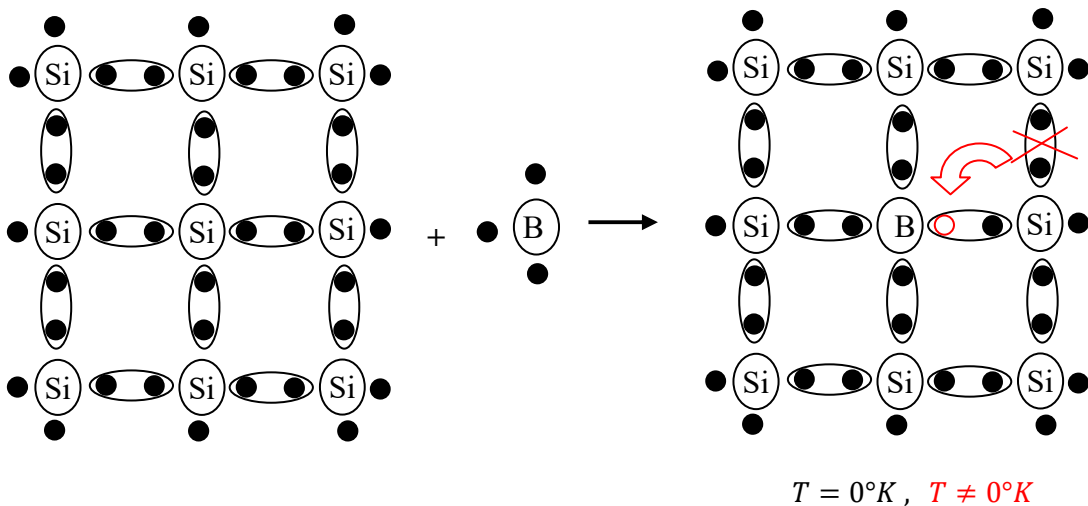


Figure VII-3. Dopage d'un monocristal de silicium par un atome de Bore.

VII-1-4. Jonction PN

a. Définition

C'est une région de faible épaisseur de l'ordre de micron d'un monocristal dans le quel la conduction passe graduellement d'un semi-conducteur de type P au semi-conducteur de type N.

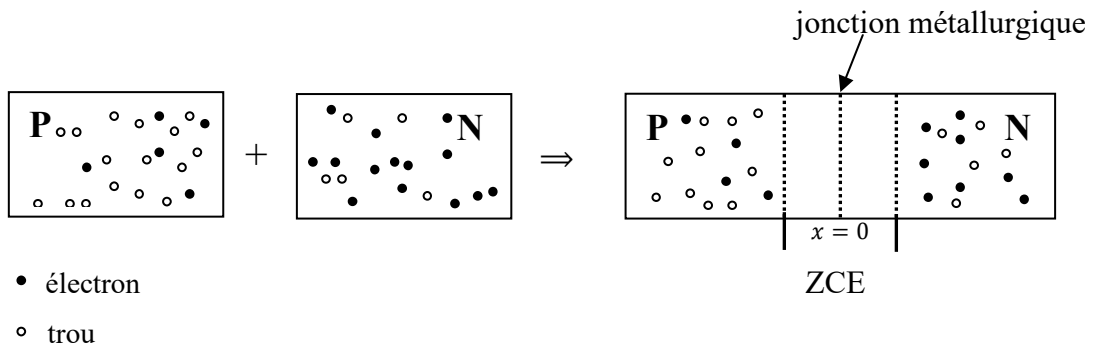
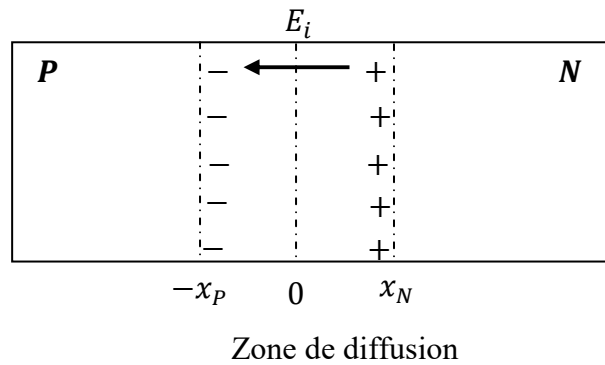


Figure VII-4. Structure schématique d'une jonction PN

En absence de tout effet extérieur au niveau de la jonction, on aura un déplacement des électrons de la région N vers la région P.



La région P : l'atome de Bohr garde un électron et devient un ion négatif.

La région N : l'atome de Phosphore perd un électron et devient un ion positif.

E_i : Champ électrique créé dans la zone de diffusion (ZCE), il est à l'intérieur de la jonction.

E_i dérive d'un potentiel caractéristique de la jonction barrière de potentiel V_s : tension de seuil.

VII-2. La diode à jonction

VII-2-1. Constitution

La diode est un composant semi-conducteur comportant deux électrodes désignées généralement par anode et cathode.

La diode PN résulte de la jonction de deux éléments semi-conducteurs généralement en silicium. L'un des éléments a subi un dopage de type P, l'autre un dopage de type N.

Symbole

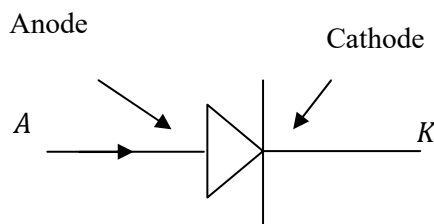
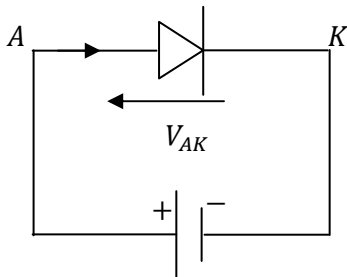


Figure VII-5. Symbole de la diode

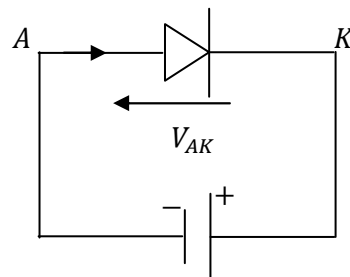
VII -2-2. Polarisation de la diode

Polariser une diode revient à appliquer une tension V_{AK}

a) Polarisation directe



b) Polarisation inverse



- En polarisation directe, la tension appliquée est ($V_{AK} > 0$) : le champ électrique extérieur se pose au champ intérieur de la jonction, le potentiel que doit franchir les électrons et les trous est diminué, ainsi à partir d'une certaine tension de seuil, les électrons et les trous arrivent à franchir la zone de diffusion où se recombine, le courant augmente rapidement. Ce courant électrique qui passe de l'anode vers la cathode est appelé courant direct.
- En polarisation inverse, la tension appliquée ($V_{AK} < 0$) : le champ électrique extérieur sera dirigé de N vers P et sera dans le même sens de E_i , il repousse les trous vers P et les électrons vers N. Dans ce cas, la zone de diffusion est large et il n'y aura qu'un faible courant du porteur minoritaire. On dit que la diode est bloquée.

VII -2-3. Caractéristiques électriques

a. Caractéristique statique courant-tension de la diode

C'est la relation entre le courant continu qui traverse la diode et la différence de potentiel entre ces bornes.

$$I_d = I_s \left(\exp\left(\frac{V_d}{V_T}\right) - 1 \right) \quad (\text{VII-1})$$

$$V_T = \frac{kT}{q} \approx 25\text{mV} \text{ à } T = 300\text{ K} \quad (k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})$$

- Caractéristique directe ($V_d > 0$) $I_d \approx I_s \exp\left(\frac{V_d}{V_T}\right)$.
- Caractéristique inverse ($V_d < 0$) $I_d \approx -I_s$.

- Quand la tension appliquée dépasse la valeur spécifiée par le fabricant, le courant continu direct I_d décroît très rapidement s'il n'est pas limité par des éléments externes, il y a destruction rapide de la diode.
- Le courant I_s est appelé courant inverse de saturation, c'est la valeur asymptotique du courant traversant la jonction en polarisation inverse.

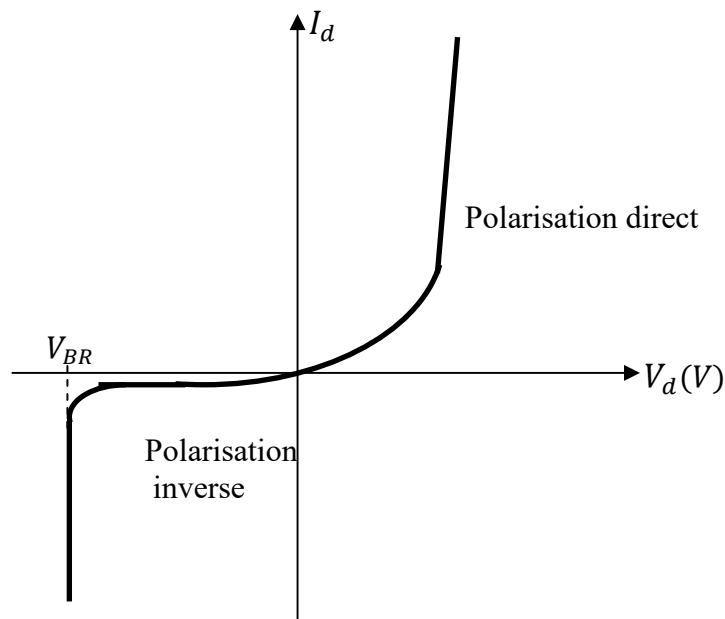


Figure VII-6. Caractéristique statique d'une jonction PN polarisée (réel)

b. La tension de seuil

C'est la tension V_s à partir de laquelle le courant augmente brusquement. Elle correspond à la barrière de potentiel. Elle vaut plus ou moins 0.7 V pour une diode en silicium.

c. Résistance différentielle (ou dynamique)

La résistance dynamique étant l'inverse de la pente en un point de fonctionnement de la caractéristique. C'est la résistance dynamique au point de fonctionnement (V_d, I_d). Elle est en fonction du courant de polarisation I_d au point étudié.

$$r_d = \frac{dV}{dI} \quad (\text{VII-2})$$

d. Le calquage

La tension de claquage d'une diode est la tension maximale inverse qu'on peut lui appliquer. Si la tension de claquage est atteinte, un grand nombre de porteurs prioritaires apparaissent dans la zone désertée et la diode conduit fortement. C'est un phénomène en avalanche.

La tension de claquage d'une diode dépend de son dopage.

VII -2-5. Modèles d'approximation d'une diode

Considérons le circuit ci-dessus :

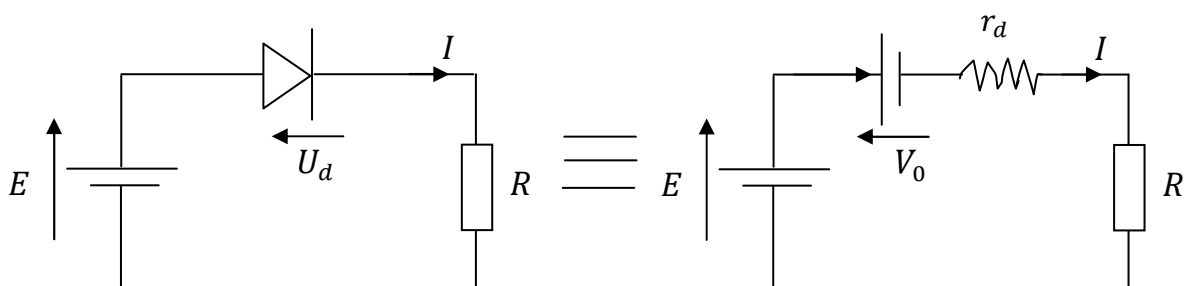


Figure VII-7. Circuit équivalent de la diode

La diode peut être représentée par sa résistance dynamique (considérée généralement constante) en série avec V_0 qui représente la barrière de potentiel.

Quatre cas de simplification sont généralement utilisés dans les calculs de circuit à diodes :

- a) $V_0 = 0$ et $r_d = 0$ b) $V_0 = 0$ et $r_d \neq 0$ c) $V_0 \neq 0$ et $r_d = 0$ d) $V_0 \neq 0$ et $r_d \neq 0$

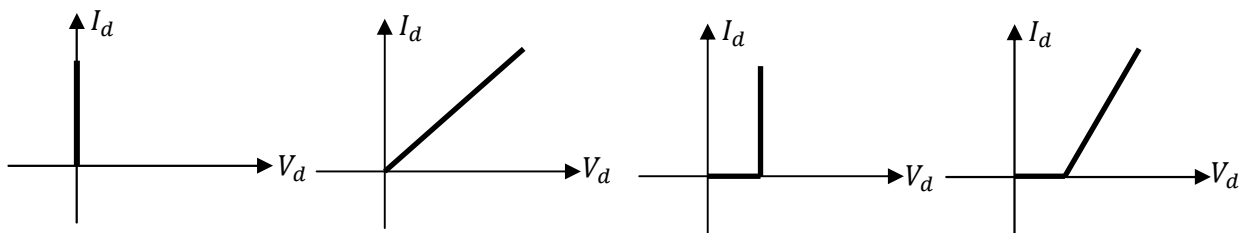


Figure VII-8. Caractéristiques courant- tension simplifiées d'une diode

VII -2-6. Droite de charge et point de fonctionnement

Considérons le circuit ci-dessus :

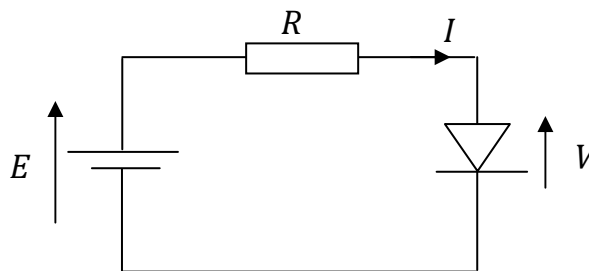


Figure VII-9. Circuit de polarisation d'une diode

La caractéristique $I = f(V)$ d'une diode réelle étant non linéaire, le point de fonctionnement peut être déterminé graphiquement. En traçant sur un même graphe la droite de charge statique définie par l'équation :

$$I = \frac{E}{R} - \frac{V}{R} \quad (\text{VII-3})$$

Le point de fonctionnement de la diode, défini par (I_M, V_M) est l'intersection des deux courbes.

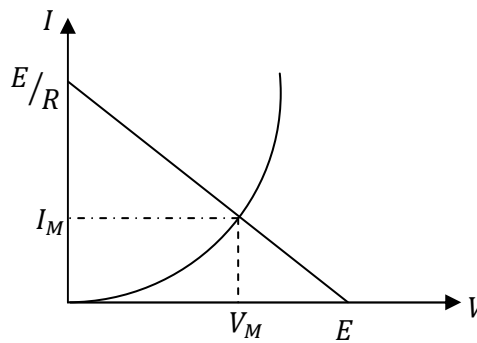


Figure VII-10. Détermination du point de fonctionnement

VII -3. Circuits d'utilisation (circuits à diode)

VII-3-1. Circuit de redressement des signaux alternatifs

a. Introduction

On peut obtenir des sources continues à partir du secteur en utilisant des éléments redresseurs du type diodes semi-conductrices.

Les diodes redressent la tension alternative du secteur, mais celle-ci bien qu'elle soit unidirectionnelle à la sortie du redresseur, c'est-à-dire même polarité, présente une composante alternative (ondulation) qu'il faudra éliminer en la filtrant.

b. Circuit de redressement simple alternance

Schéma de montage :

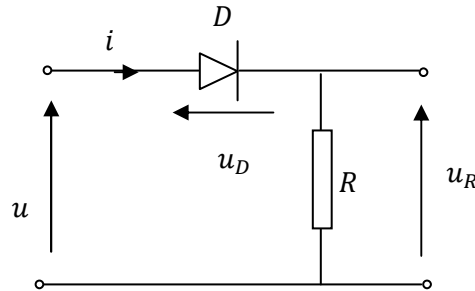


Figure VII-11. Redressement simple alternance.

Avec

$$u = U_M \sin \omega t \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi f \quad (\text{VII-4})$$

On suppose que la diode est idéale :

- ✓ Pendant l'alternance positive de la tension u ($u > 0$), la diode D est polarisée en direct, elle est passante ($i > 0$ et $u_D = 0$), donc $u_R = u - u_D = u$.
- ✓ Pendant l'alternance négative de la tension u ($u < 0$), la diode D est polarisée en inverse, elle est bloquée ($i = 0$ et $u_D < 0$), donc $u_R = 0$.

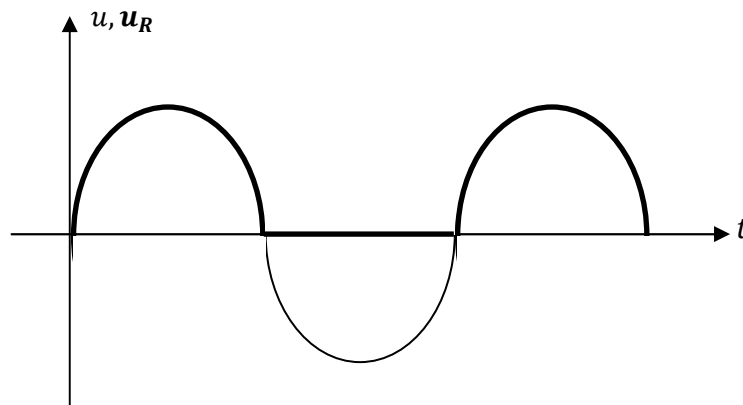


Figure VII-12. Allures des tensions u, u_R .

c. Circuit de redressement double alternance

- Avec 2 diodes

Pour procéder au redressement des deux alternances, il faut utiliser un transformateur ayant deux enroulements secondaires identiques reliés en série et qui délivre deux tensions opposées. Le point commun aux deux enroulements sert de référence de potentiel (transformateur à point milieu).

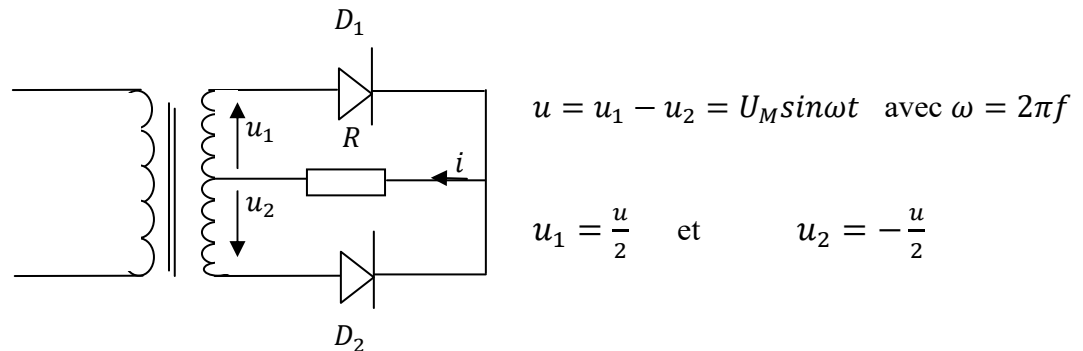


Figure VII-13. Circuit de redressement à deux diodes.

Les diodes sont supposées idéales:

✓ Pendant l'alternance positive de u :

- u_1 est positive, D_1 conduit donc $u_R = u_1 = \frac{u}{2}$
- u_2 est négative, D_1 bloquée

✓ Pendant l'alternance négative de u :

- u_2 est positive, D_2 conduit donc $u_R = u_2 = -\frac{u}{2}$
- u_1 est négative, D_2 bloquée

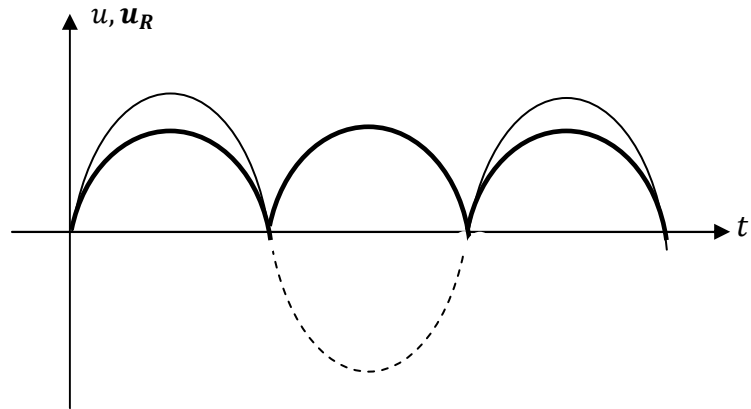


Figure VII-14. Allures des tensions u, u_R

- **Avec 4 diodes**

La méthode précédente ne nécessite que deux diodes mais impose l'utilisation d'un transformateur spécial à point milieu. L'utilisation de 4 diodes permet l'emploi d'un transformateur conventionnel. Ce montage constitue le pont de Graëtz. Il est commercialisé sous la forme d'un dispositif compact muni de 4 bornes. Pendant chaque alternance, 2 diodes sont conductrices : la chute de tension dans le pont vaut 2 fois la tension seuil. Mais dans ce cas, chaque diode n'est soumise en inverse qu'à la tension u . Il n'est pas indispensable d'utiliser un transformateur mais alors il n'y a plus d'isolation galvanique entre le secteur et le reste du montage.

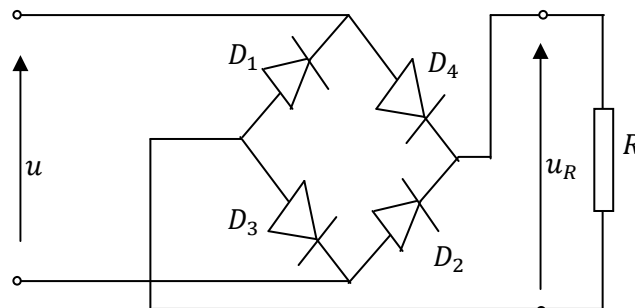


Figure VII-15. Redressement double alternance à pont de Graëtz.

Les diodes sont supposées idéales:

- ✓ Pendant l'alternance positive de u :
 - D_1 et D_3 conduisent, D_2 et D_4 bloquées donc $u_R = u$
- ✓ Pendant l'alternance négative de u :
 - D_2 et D_4 conduisent, D_1 et D_3 bloquées donc $u_R = -u$

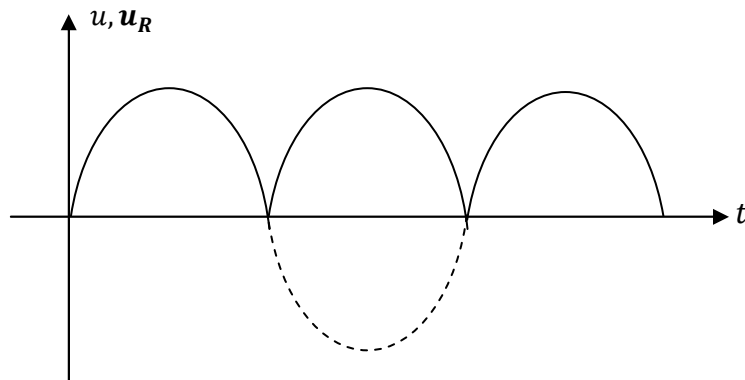


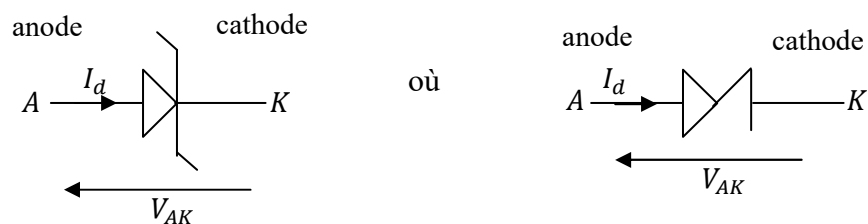
Figure VII-16. Allures des tensions u, u_R

VII-3-2. Stabilisation par diode Zener

a. Diode Zener

Ce type de diode tire parti de l'effet Zener. La tension d'avalanche est fixée précisément à la construction en jouant sur l'épaisseur de la jonction et du dopage.

La représentation symbolique est montrée ci-contre :



- ✓ En polarisation directe, une diode Zener est équivalente à une diode normale.
- ✓ En polarisation inverse, la diode conduit lorsque la tension inverse V_i devient supérieure à la tension Zener V_Z .

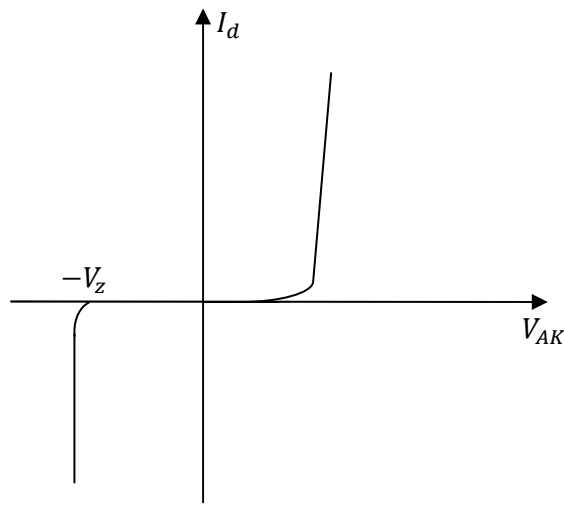


Figure VII-17. Caractéristique d'une diode Zener.

- ❖ La caractéristique linéaire conduit à l'équation : $V_i = V_Z + R_Z I_i$ où R_Z est la résistance dynamique inverse. Dans ce cas, la diode Zener est équivalente au modèle suivant :

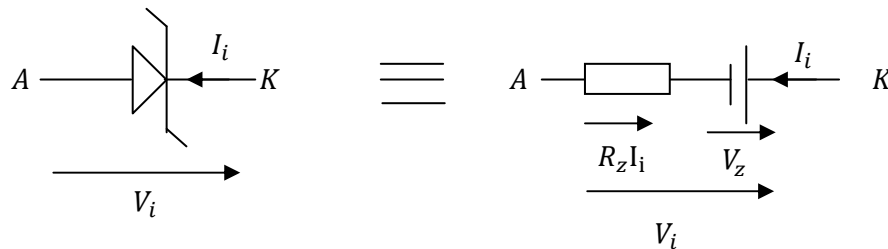


Figure VII-18. Schéma équivalent à une diode Zener polarisée en inverse

- ❖ Si la résistance dynamique est négligeable, la tension aux bornes de la diode lorsqu'elle conduit en inverse est constante quelque soit le courant qui la traverse. La diode Zener est idéale.

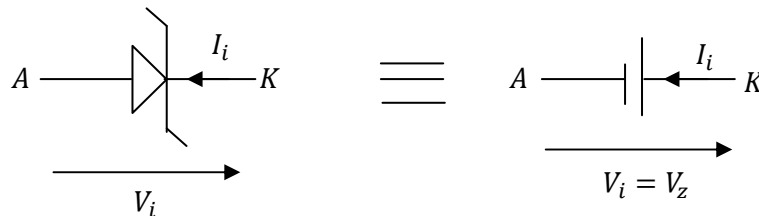


Figure VII-19 Schéma équivalent d'une diode Zener idéale passant en inverse

b. Définition de la stabilité

La stabilité d'une tension ondulée repose sur l'obtention d'une tension pratiquement constante. Cette fonction peut être effectuée au moyen d'une diode Zener.

c. Schéma de montage de stabilisation par diode Zener

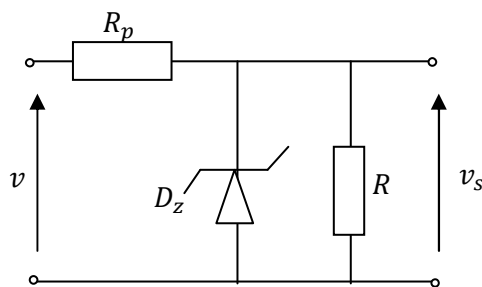


Figure VII-20. Montage de stabilisation de tension par diode Zener

Avec V : la tension ondulée

R_p : Résistance de polarisation de la diode Zener.

d. Principe de fonctionnement

✓ On suppose que la résistance R déconnectée et que la résistance R_z de la diode Zener est négligeable ($R_z = 0$).

- Si $v > V_z$ alors $v_s = V_z$
- Si $v < V_z$ alors $v_s = v$

Il faut que $v > V_z$ pour que la tension de sortie soit constante (stabilisée).

✓ A résistance R non déconnectée et à résistance R_z non négligée.

Lorsque v est suffisamment supérieure à V_z , le schéma équivalent du montage est le suivant :

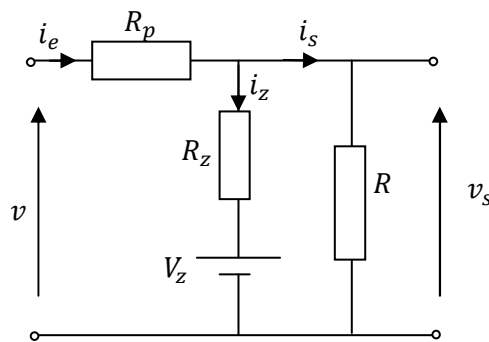


Figure VII-21. Montage Stabilisation de tension par diode Zener.

Les équations : $v = R_p i_e + v_s$, $i_e = i_z + i_s$ avec $i_z = \frac{v_s - V_z}{R_z}$ et $i_s = \frac{v_s}{R}$ mènent à :

$$v_s = \frac{1}{1 + R_p \left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R} \right)} v + \frac{\frac{R_p}{R_z}}{1 + R_p \left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R} \right)} V_z \quad (\text{VII-5})$$

On définit le coefficient de régulation $K = \frac{\Delta v_s}{\Delta v}$ à i_s constant.

$$\text{Donc } K = \frac{1}{1+R_p\left(\frac{1}{R_z}+\frac{1}{R}\right)} v \text{ et } K \approx \frac{R_z}{R_z+R_p} \text{ si } R_z \ll R$$

La résistance interne du stabilisateur est $\rho = -\frac{\Delta v_s}{\Delta i_s}$ à v constante.

$$\rho = R_z // R_p = \frac{R_z \cdot R_p}{R_z + R_p} \quad (\text{VII-6})$$

VII-3-3. Circuits écrêtages par diodes

a. Circuits écrêteurs

Ces circuits sont aussi appelés circuits limiteurs de tension ont pour but de modifier l'amplitude d'une tension où plus exactement d'en supprimer une partie. Alors pour protéger les circuits électroniques contre les surtension, on est souvent obligé d'ajouter un circuit de protection qui permet de limiter la tension à un seuil bien déterminé.

En générale, les écrêteurs utilisant des diodes peuvent être classées en deux types : les écrêteurs sans seuil et les écrêteurs avec seuil.

b. Ecrêteurs sans seuil

Les écrêteurs sans seuil, sont des circuits qui rendent possible l'élimination de la partie positive où la partie négative d'un signal. Si nous prenons l'exemple des circuits logiques, nous savons que ceux-ci fonctionnent avec des tensions purement positives donc, comme moyen de protection, ils peuvent être ajoutés des circuits auxiliaires qui permettent d'éliminer les parties négatives possibles qui peuvent exister dans le circuit.

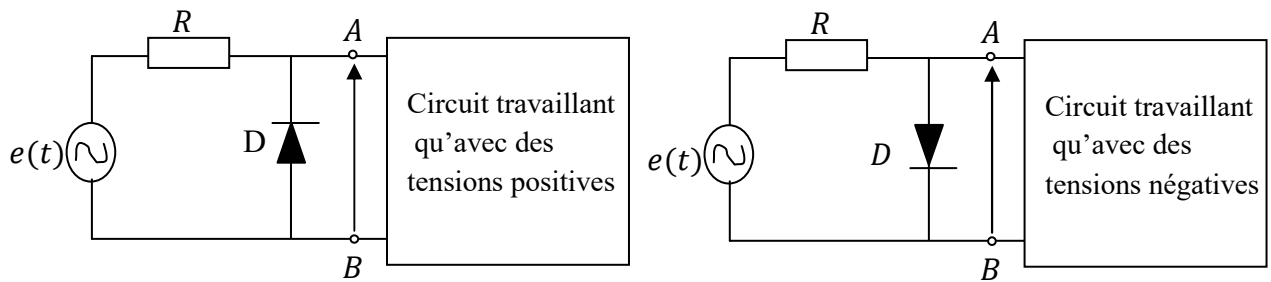


Figure VII-22. Ecrêtage de la partie négative. **Figure VII-23.** Ecrêtage de la partie positive.

- ✓ Dans le circuit de la figure (VII-22) : la diode D empêche la partie négative de $e(t)$ d'être appliquée au circuit. Durant l'alternance négative D est passante, ce qui correspond à un court circuit entre A et B .
- ✓ Dans le circuit de la figure (VII-23) : l'alternance positive de $e(t)$ polarise en direct la diode D , ce qui court-circuite les points A et B , empêchant ainsi l'alternance positive d'atteindre le circuit.

c. Ecrêteurs avec seuils

D'une façon générale, les circuits électroniques ne tolèrent pas qu'on leur applique des tensions d'entrée dépassant leurs tensions d'alimentation. On est alors appelé à prévoir des circuits auxiliaires qui permettent de protéger ces circuits contre d'éventuelles surtensions pouvant dépasser facilement leurs tensions d'alimentation.

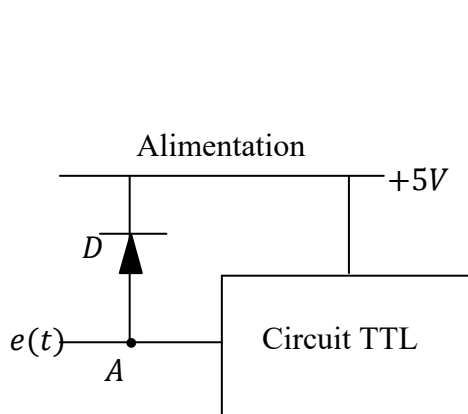


Figure VII-24. La diode permet d'écreter la partie de $e(t)$ au-delà de $+5V$. La diode D entre en conduction que si le potentiel du point tend à dépasser $+5V$

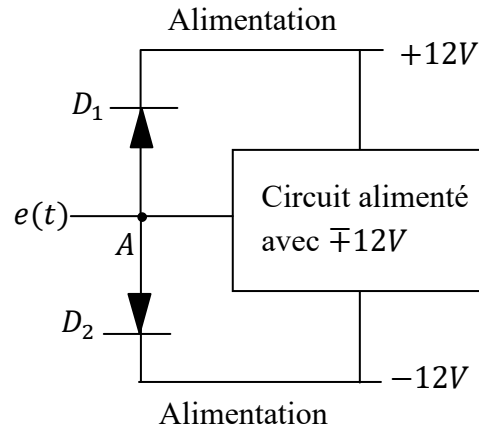


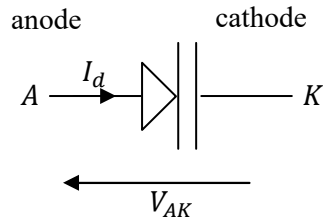
Figure VII-25. Le potentiel au point A est le même que $e(t)$. Mais si $e(t)$ tend à dépasser $+12 V$, la diode D_1 intervient et maintient $V_A = +12V$. Par contre, si $e(t)$ tend à aller au dessous de $-12 V$, la diode D_2 intervient et maintient $V_A = -12 V$

VII-3-4. Autres types de diodes

✓ Diode varicap

Une diode varicap (de l'anglais variable capacity) est un type de diode qui présente la particularité de se comporter comme un condensateur dont la valeur de la capacité varie avec la tension inverse appliquée à ses bornes. Cette diode peut être considérée comme un condensateur variable. Ce type de diode est souvent utilisé dans des montages radio-fréquences (*RF*), mais aussi pour des applications à très hautes fréquences.

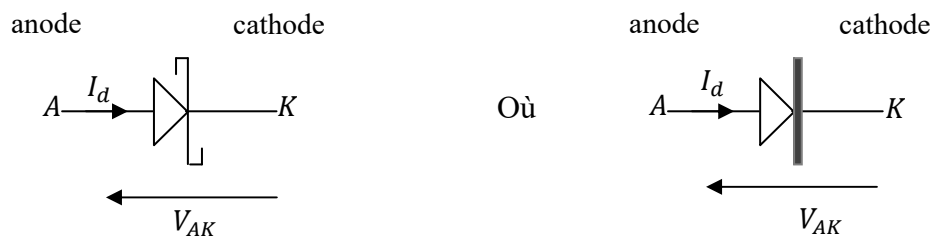
La représentation symbolique est montrée ci-contre :



✓ **Diodes Schottky (Schottky barrier diodes)**

Les diodes Schottky sont constituées d'un contact entre un métal et un semi-conducteur de type P ou de type N sous des conditions adéquates, une charge d'espace se forme au dessous du contact métallique, ce qui conduit à une tension de diffusion interne et à une caractéristique I-V similaire à celle de la jonction PN.

La représentation symbolique est montrée ci-contre :



Remarques

- ✓ La tension de seuil d'une diode Schottky (0.3V) est plus faible que celui d'une jonction PN.
- ✓ Le courant inverse de la jonction PN est plus faible que celui de la diode Schottky.
- ✓ Les diodes Schottky sont très utilisées en protection contre les surtensions à cause de leur rapidité.

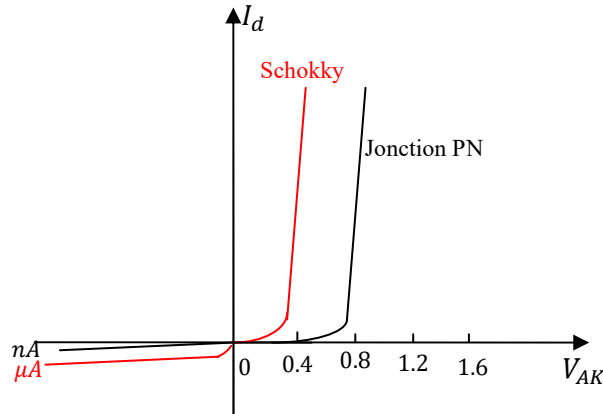


Figure VII-26. Comparaison des caractéristiques d'une diode Schottky et jonction PN.

✓ Photodiodes

Lorsqu'une jonction PN polarisée en inverse est exposée à un rayonnement lumineux (ϕ), celui-ci peut générer un grand nombre de paires électron-trou en brisant des liens covalents. Les photo-porteurs libérés dans la région de déplétion et au voisinage direct de celle-ci sont entraînés par le champ électrique de la jonction, ce qui donne lieu à un courant inverse important, proportionnel à l'intensité lumineuse incidente.

Ce principe est à la base du fonctionnement des photodiodes.

La représentation symbolique est montrée ci-contre :

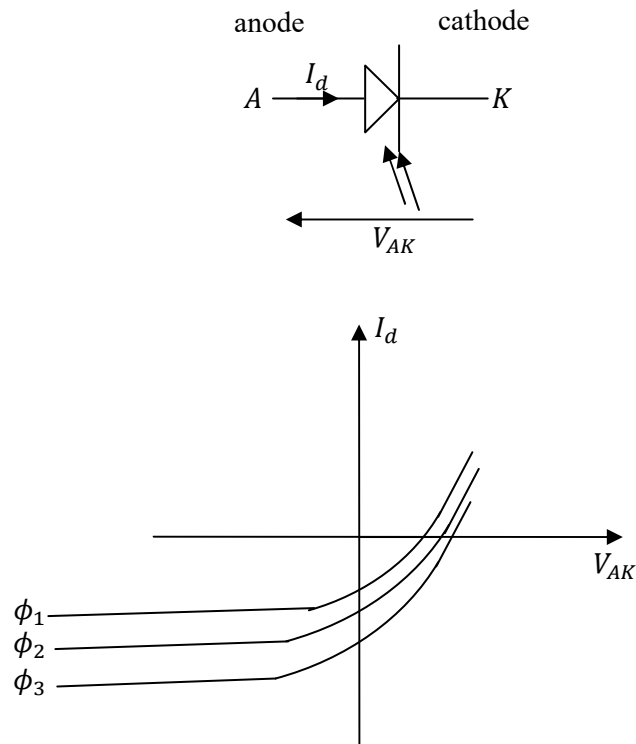
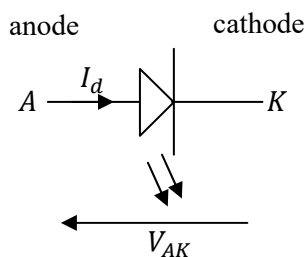


Figure VII-27. Caractéristique d'une photodiode en fonction du flux incident.

✓ **Diodes électroluminescentes (Light-Emitting Diodes ou LED)**

Les diodes électroluminescentes convertissent un courant électrique en un rayonnement lumineux. Il s'agit de diodes PN polarisées en direct pour lesquelles les porteurs injectés dans les régions neutres subissent des recombinaisons radiatives. L'énergie est libérée sous la forme d'un rayonnement lumineux au lieu d'être dissipée sous forme de chaleur. Les LEDs sont essentiellement employées dans les dispositifs d'affichage.

La représentation symbolique est montrée ci-contre :



Bibliographies

- [1] Tahar Neffati, « Electricité générale -Analyse et synthèse des circuits », 2^{ème} Edition, Dunod, 2008.
- [2] Tahar Neffati, « Electronique de A à Z », Dunod, 2006.
- [3] Hammoud Ladjouze, « Cours d'Electronique », Office des Publications Universitaires 2010.
- [4] Jean Dervieux et Jean-Pierre Simond, « Electrocinétique », Ellipses, 2005.
- [5] Mosbah Amlouk, Khaled Raouadi, Said Ridene, « Electrocinétique », Université Virtuelle de Tunis. Tunisie.
- [6] Gilles Choisy, « Electronique », Ellipses, 2003.
- [7] Jean-Pierre Faroux et Jacque Renault, « Electrocinétique et Electronique », Dunod 1997.
- [8] Gabriel Cormier, Ph.D, « Filtres et analyse fréquentielle », Université de Moncton, CANADA E1A 3E9.
- [9] Olivier-gallot-Lavallée, « Cours magistraux ; Electronique1, SP2 11-12, Université Joshep Fourier, Université de technologie 1 de Grenoble. France.
- [10] F. Manneville- J.Esquieu, « Théori du signal et composant », Dunod, 1989.
- [11] Yves Granjon, Bruno Estibals, Serge Weber, « Tout en Fiches, le cours d'Electronique », Dunod, 2015.
- [12] S.M. Sze, «Physics of Semiconductor Devices », John Wiley & Sons, 1981.
- [13] Henry Mathieu et Hervé Fanet « Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques », 6eme Edition, Dunod, Paris, 2009.
- [14] Henry Mathieu, « Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques », 5^{ème} édition, Dunod, Paris, 2004.
- [15] Christian et Hélène Ngo, « Introduction à la physique des semi-conducteurs », Dunod, Paris (1998).
- [16] Faiza Merich, « Electronique générale », support de cours, Université Mohamed Seddik Ben yahia de Jijel, Algérie, 2015.
- [17] Allina Kamilia, « Electronique fondamentale 2 », support de cours, Ecole supérieure en génie Eléctrique et Energétique d'Oran, Algérie, 2016-2017.
- [18] Benkara Salima, « Electronique fondamentale 1 », support de cours, Université Larbi Ben Mhidi d'Oum El-Bouaghi, Algérie.